

Grado en Magisterio en Educación Primaria

Trabajo Fin de Grado

**TIMSS, UNA PRUEBA
INTERNACIONAL DE
DIAGNÓSTICO DE
MATEMÁTICAS:
EXPERIMENTACIÓN Y
ANÁLISIS SOBRE EL NÚMERO
RACIONAL.**

Autor: Natalia Serrano Adiego

Director: José María Muñoz Escolano

Junio de 2014



**Universidad
Zaragoza**

ÍNDICE

Resumen.....	pág. 4
Introducción.....	pág. 5
1. Marco Teórico.....	pág. 7
1.1. Definición de las Pruebas de Evaluación de Diagnóstico.....	pág. 7
1.2. Influencia de las pruebas.....	pág. 10
1.3. Pruebas de Primaria – TIMSS.....	pág. 13
1.4. Tópico Matemático elegido – Fracciones y Decimales.....	pág. 20
2. Objetivos.....	pág. 32
3. Metodología.....	pág. 33
3.1. Metodología asociada al objetivo 1.....	pág. 33
3.2. Metodología asociada al objetivo 2.....	pág. 36
3.3. Metodología asociada al objetivo 3.....	pág. 38
3.4. Metodología asociada al objetivo 4.....	pág. 46
4. Resultados.....	pág. 47
4.1. Resultados asociados al objetivo 1.....	pág. 47
4.2. Resultados asociados al objetivo 2.....	pág. 53
4.3. Resultados asociados al objetivo 3.....	pág. 60
4.3.1. Resultados pregunta 1.....	pág. 64
4.3.2. Resultados pregunta 2.....	pág. 65

4.3.3. Resultados pregunta 3.....	pág. 66
4.3.4. Resultados pregunta 4.....	pág. 67
4.3.5. Resultados pregunta 5.....	pág. 68
4.3.6. Resultados pregunta 6.....	pág. 69
4.3.7. Resultados pregunta 7.....	pág. 71
4.3.8. Resultados pregunta 8.....	pág. 72
4.3.9. Resultados pregunta 9.....	pág. 72
4.3.10. Resultados pregunta 10.....	pág. 73
4.4. Resultados asociados al objetivo 4.....	pág. 74
5. Conclusiones.....	pág. 76
Bibliografía.....	pág. 80
Anexos.....	pág. 83

RESUMEN

En el primer capítulo vamos a hablar del Marco Teórico que se ha utilizado para el desarrollo y elaboración del presente Trabajo Fin de Grado, es decir: se definirán las Pruebas de Evaluación de Diagnóstico; se hablará de la influencia actual de las pruebas de diagnóstico tanto a nivel político como social; se hablará de la Prueba Internacional de Diagnóstico de Matemáticas en Educación Primaria más importantes, la prueba TIMSS; y finalmente se desarrollará el tópico matemático que hemos seleccionado, las fracciones y los números decimales, situándolo dentro de la Educación Primaria, y más concretamente, en 4º curso ya que es el curso en el que se lleva a cabo la realización de la prueba TIMSS y por lo tanto el que hemos elegido para llevar a cabo nuestro análisis.

En el segundo capítulo se desarrollan los objetivos propuestos a conseguir con la realización de este Trabajo Fin de Grado. En el tercer capítulo se desarrolla la metodología con la que se ha procedido a la realización del presente Trabajo Fin de Grado con el fin alcanzar cada uno de los objetivos propuestos. En el cuarto capítulo se exponen los resultados obtenidos asociados a cada uno de los objetivos propuestos. Finalmente, en el quinto capítulo se desarrollan las conclusiones extraídas tras la realización de este Trabajo Fin de Grado. Para concluir, al final de este trabajo Fin de Grado se pueden encontrar las secciones de Bibliografía y Anexos.

TIMSS – FRACCIONES – DECIMALES – ANÁLISIS.

INTRODUCCIÓN

La realización del presente Trabajo Fin de Grado es conducente, tal y como su nombre indica, a la finalización de los estudios de Grado de Maestro en Educación Primaria, y por tanto a la obtención del título universitario.

Con este Trabajo Fin de Grado se contribuye a que el alumno consolide e integre los conocimientos, destrezas y actitudes adquiridas por el alumno durante sus cuatro años de estudios universitarios.

Hemos elegido la línea “Análisis de Pruebas de Diagnóstico de Matemáticas” del departamento de Matemáticas de la Facultad de Educación de Zaragoza porque tras haber leído y oído muchas veces en distintos contextos (académicos, sociales, políticos, etc.) los resultados de España en el informe PISA, la prueba de diagnóstico internacional más conocida, teníamos un profundo interés en saber qué eran exactamente las pruebas de diagnóstico, cómo se elaboraban, cómo se llevaban a cabo, para qué servían, etc.

Este Trabajo Fin de Grado está dirigido y tutorizado por José María Muñoz Escolano, profesor de la Universidad de Zaragoza en el departamento de Matemáticas.

Creemos que este tema tiene una gran importancia ya que actualmente, la mayoría de noticias que recibe la opinión pública de los medios de comunicación sobre Educación son referidas a las Pruebas de Evaluación de Diagnóstico, pero poca gente sabe qué son, en qué consisten, cómo se elaboran y se llevan a cabo, cómo se analizan los resultados y qué pasa después, para qué se utilizan, etc.

Por lo que con este trabajo pretendemos conocer los aspectos básicos que cualquier docente de Matemáticas tendría que saber, o por lo menos, mostrar interés.

A través de las siguientes líneas me gustaría agradecer a todas las personas e instituciones que han hecho posible el que yo esté finalizando este grado universitario con la realización del presente trabajo:

Gracias a la Universidad de Zaragoza, y a la Facultad de Educación más concretamente, por acogerme con los brazos abiertos hace cuatro años, por enseñarme y guiarme en esta etapa de mi vida en la que me he formado para tener un futuro en el que pueda hacer lo que me gusta: enseñar, transmitir valores positivos, educar, es decir, convivir con las futuras generaciones.

Gracias a mi tutor, José María Muñoz, porque tras ser mi profesor durante dos años en los que adquirí una nueva visión de las Matemáticas, ahora me dirige en este tramo final sabiendo trasladar mis ideas y resolviendo mis dudas antes casi de que apareciesen.

Gracias al Colegio Nuestra Señora del Castillo de Alagón por partida doble, primero porque fue el centro en el que pasé trece años de mi vida, y en el que aprendí conocimientos, valores, actitudes, en definitiva, una gran parte de lo que me caracteriza; y segundo porque es el centro que ahora me vuelve a recibir para finalizar mis estudios, guiándome en mi labor como futura docente, y permitiéndome llevar a cabo la puesta en práctica de este proyecto.

Dejo para el final lo más importante, gracias a mi familia y amigas que siempre me han apoyado, me han dado ánimos, y nunca me han permitido tirar la toalla, sin todos ellos no estaría aquí ahora, ya que han contribuido a que yo sea como soy y nunca tendré suficientes palabras para agradecerles los esfuerzos que han hecho por mí.

CAPÍTULO 1: MARCO TEÓRICO

Este apartado contiene toda la información relevante sobre las Pruebas de Diagnóstico de Matemáticas, que ha sido recogida durante la primera fase de búsqueda y lectura de artículos e investigaciones relacionadas con el tópico de este Trabajo de Fin de Grado, y que sirve como base para la realización del mismo.

1.1. Definición de las Pruebas de Evaluación de Diagnóstico

La **Evaluación de Diagnóstico** (o evaluación diagnóstica) es a veces también llamada evaluación inicial, ya que busca conocer qué es lo que el alumno sabe en un determinado momento sobre un determinado tema, y esto se suele realizar al iniciar una etapa, curso académico, unidad didáctica...

Una **prueba de diagnóstico** mide en qué nivel está un estudiante en términos de sus conocimientos y habilidades. Se evalúan las habilidades que el estudiante tiene en un determinado momento para resolver problemas o para responder preguntas en un área temática.

Normalmente, las Pruebas de Evaluación de Diagnostico no suelen tener valor académico (no influyen en la calificación de los alumnos) ya que se llevan a cabo para conocer el nivel de los alumnos, por lo que tienen carácter informativo para la comunidad educativa y orientador para el maestro ya que a partir de ellas puede realizar modificaciones en sus clases para que los alumnos mejoren.

Podemos encontrar **Pruebas de Evaluación de Diagnóstico de Aula** que buscan conocer el nivel de los alumnos en un aula determinada, por lo que son realizadas por el maestro que es quien las crea, establece sus criterios de corrección, las lleva a su aula, las realiza y corrige para saber el nivel de su clase y finalmente busca que los alumnos mejoren.

Por otro lado, también podemos encontrar **Pruebas de Evaluación de Diagnóstico del Sistema Educativo** que buscan conocer el nivel que llevan todos los alumnos que estudian un mismo curso dentro de un mismo Sistema Educativo, estas pruebas son creadas por el Gobierno que es quien también establece los criterios de evaluación.

Dichas pruebas se llevan a cabo en varios centros educativos elegidos previamente como muestra y tienen como finalidad la mejora de dicho Sistema Educativo.

Las Pruebas de Evaluación de Diagnóstico admiten diferentes clasificaciones:

- Por **ámbito o asignaturas** cuando evalúan los conocimientos de una determinada área curricular (Lengua, Comprensión Lectora, Ciencias, Matemáticas, etc.),
- Por **niveles educativos** atendiendo a si se realizan en Educación Infantil, Educación Primaria, Educación Secundaria Obligatoria, Educación para Adultos...
- Por **ámbito de aplicación** atendiendo a si se realizan a nivel de Comunidad Autónoma, a nivel Nacional o a nivel Internacional.

Para finalizar este epígrafe, cabe mencionar algunas de las Pruebas de Evaluación de Diagnóstico más importantes clasificadas según los criterios anteriormente mencionados:

- PISA: prueba que evalúa los conocimientos en Ciencias, Matemáticas y Lectura en alumnos de 16 años (Educación Secundaria) y de carácter internacional. Es llevada a cabo por la OCDE.
- PIAAC: prueba que evalúa las Competencias Matemática y Lectora en la población adulta a nivel internacional, es llevada a cabo por la OCDE.

- TIMSS: prueba que evalúa los conocimientos en Matemáticas y Ciencias en alumnos de 4º de Educación Primaria y 2º de Educación Secundaria, es de carácter internacional y llevada a cabo por la IEA.
- TEDS – M: prueba que evalúa los conocimientos en Matemáticas de los futuros Maestros realizada con carácter internacional, es llevada a cabo por la IEA.
- Evaluaciones Generales de Diagnóstico: evalúan la consecución de las Competencias Básicas (en las asignaturas de Lengua Castellana, Lengua Inglesa, Matemáticas y Ciencias) en 4º y 6º de Educación Primaria y 2º de Educación Secundaria en el Sistema Educativo Español, es decir, a nivel nacional y son llevadas a cabo por el Gobierno español.
- Evaluaciones Autonómicas de Diagnóstico: evalúan la consecución de las Competencias Básicas (en las asignaturas de Lengua Castellana, Lengua Inglesa, Matemáticas y Ciencias) en 4º y 6º de Educación Primaria y 2º de Educación Secundaria a nivel autonómico, es llevada a cabo por las Consejerías de educación de los gobiernos autonómicos.

A continuación, destacamos otras pruebas de diagnóstico que miden otros ámbitos de conocimiento distintos a las Matemáticas a nivel internacional:

- PIRLS: prueba que evalúa la Comprensión Lectora en alumnos de 4º de Educación Primaria, es de carácter internacional y llevada a cabo por la IEA.
- TALIS: prueba sobre los aspectos profesionales y pedagógicos del profesorado de cada país, tiene carácter internacional y es llevada a cabo por la OCDE.
- EECL: (Estudio Europeo de Competencia Lingüística) evalúa el dominio de las lenguas extranjeras europeas a los alumnos de último curso de Educación Secundaria Obligatoria, (en España se evalúan el Inglés y el Francés) tiene carácter internacional ya que se desarrolla a nivel de la Comunidad Europea y es llevado a cabo por la Comisión Europea.

1.2. Influencia de las pruebas

La importancia de las pruebas de diagnóstico viene justificada por las abundantes connotaciones políticas, sociales y mediáticas asociadas a la publicación de sus resultados.

La connotación política más palpable la podemos ubicar en cómo la ley actual, LOE, acoge dichas pruebas y también cómo se tendrán en cuenta en la nueva ley LOMCE.

La ley actual dice que al finalizar el segundo ciclo de la Educación Primaria todos los centros realizarán una evaluación de diagnóstico de las Competencias Básicas alcanzadas por sus alumnos que tendrá carácter formativo y orientador para los centros e informativo para la comunidad educativa. (Ley Orgánica de Educación, 2006).

Antes de abordar cómo entiende la nueva ley las evaluaciones de diagnóstico, nos parece conveniente incluir a continuación un extracto del capítulo V del preámbulo de la misma, en el que se justifica la reforma atendiendo a los resultados obtenidos en Evaluaciones Internacionales previas:

“Prácticamente todos los países desarrollados se encuentran en la actualidad, o se han encontrado en los últimos años, inmersos en procesos de transformación de sus sistemas educativos. Las transformaciones sociales inherentes a un mundo más global, abierto e interconectado, como éste en el que vivimos, han hecho recapacitar a los distintos países sobre la necesidad de cambios normativos y programáticos de mayor o menor envergadura para adecuar sus sistemas educativos a las nuevas exigencias.

En el ámbito europeo podemos citar a Finlandia, Suecia, Alemania, Austria, Francia, Italia, Dinamarca, Polonia, Hungría y Reino Unido como ejemplos de países cuyos sistemas educativos están en revisión. Fuera del ámbito europeo Brasil, Singapur, Japón, China (Shanghai), Canadá (Ontario), República de Corea o EE.UU. también están inmersos en procesos de mejora de la educación, con cambios regulatorios y planificaciones a medio y largo plazo. [...]

Las diferencias entre los alumnos y alumnas de un mismo centro y entre los distintos centros indican que tenemos un sistema educativo más homogéneo que la media, lo que se traduce en un índice de equidad superior a la media de la OCDE.

Sin embargo, el sistema actual no permite progresar hacia una mejora de la calidad educativa, como ponen en evidencia los resultados obtenidos por los alumnos y alumnas en las pruebas de evaluación internacionales como PISA (Programme for International Student Assessment), las elevadas tasas de abandono temprano de la educación y la formación, y el reducido número de estudiantes que alcanza la excelencia. La objetividad de los estudios comparativos internacionales, que reflejan como mínimo el estancamiento del sistema, llevan a la conclusión de que es necesaria una reforma del sistema educativo que huya de los debates ideológicos que han dificultado el avance en los últimos años. Es necesaria una reforma sensata, práctica, que permita desarrollar al máximo el potencial de cada alumno o alumna. [...]

Por otra parte, el Informe PISA 2009 arroja unos resultados para España que ponen de relieve el nivel insuficiente obtenido en comprensión lectora, competencia matemática y competencia científica, muy alejado del promedio de los países de la OCDE. [...]

La técnica normativa elegida, de modificación limitada de la Ley Orgánica de Educación (LOE), responde a las recomendaciones de la OCDE basadas en las mejores prácticas de los países con sistemas educativos con mejores resultados, en los que las reformas se plantean de manera constante sobre un marco de estabilidad general según se van detectando insuficiencias o surgen nuevas necesidades. La propuesta de la Ley Orgánica para la Mejora de la Calidad Educativa (LOMCE) surge de la necesidad de dar respuesta a problemas concretos de nuestro sistema educativo que están suponiendo un lastre para la equidad social y la competitividad del país, primando la consecución de un marco de estabilidad y evitando situaciones extraordinarias como las vividas en nuestro sistema educativo en los últimos años.

Los cambios propuestos en nuestro sistema educativo por la LOMCE están basados en evidencias. La reforma pretende hacer frente a los principales problemas detectados en el sistema educativo español sobre los fundamentos proporcionados por los resultados objetivos reflejados en las evaluaciones periódicas de los organismos europeos e internacionales.

Los estudios internacionales ponen de manifiesto que los países que han mejorado de forma relativamente rápida la calidad de sus sistemas educativos han implantado medidas relacionadas con la simplificación del currículo y el refuerzo de los conocimientos instrumentales, la flexibilización de las trayectorias de forma que los estudiantes puedan elegir las más adecuadas a sus capacidades y aspiraciones, el desarrollo de sistemas de evaluación externa censales y consistentes en el tiempo, el incremento de la transparencia de los resultados, la promoción de una mayor autonomía y especialización en los centros docentes, la exigencia a estudiantes, profesores y centros de la rendición de cuentas, y el incentivo del esfuerzo.

Esta reforma del sistema educativo pretende ser gradualista y prudente, basada en el sentido común y sostenible en el tiempo, pues su éxito se medirá en función de la mejora objetiva de los resultados de los alumnos y alumnas.” (Ley Orgánica de Mejora de la Calidad Educativa, 2013).

Por lo tanto, la LOMCE entiende la evaluación de diagnóstico como una de las principales medidas para mejorar de manera más directa la calidad del sistema educativo ya que su principal objetivo es la mejora del aprendizaje del alumno, de las medidas de gestión de los centros y de las políticas de las Administraciones. Propone realizar evaluaciones de diagnóstico al finalizar 3º y 6º de Educación Primaria para comprobar el grado de adquisición de las competencias lingüística, matemática y científica. Establece además que será el Gobierno quien establezca los criterios de evaluación y las características generales de la prueba para todo el Sistema Educativo y que las Administraciones podrán establecer planes de mejora específicos en aquellos centros públicos cuyos resultados sean inferiores a los valores que hayan establecido. (Ley Orgánica de Mejora de la Calidad Educativa, 2013).

Para las connotaciones sociales y mediáticas hemos seleccionado dos artículos de prensa nacional (uno de La Razón y otro de El País) sobre las pruebas de diagnóstico en los que se habla de la utilización de los resultados de las pruebas.

En el primer artículo (el de La Razón) recoge unas declaraciones del Ministro de Educación, José Ignacio Wert, sobre para qué se usan las pruebas de evaluación de diagnóstico diciendo que serán usadas para saber qué tienen que mejorar y cómo, es decir el grado de competencias adquiridas por los alumnos y cree que son una herramienta necesaria porque dice que todos los países que las han implementado han mejorado los resultados de los alumnos. (EFE, 2013).

En el segundo artículo (de El País) se habla de que los resultados de las pruebas de evaluación serán utilizados para facilitar la elección de centro público a las familias, ya que los resultados de cada centro serán expuestos en una página web creando un ranking de colegios, algo que tiene sus defensores y detractores, y que va en contra de la actual Ley de Educación (LOE) ya que en ella se establece que las evaluaciones de diagnóstico nunca podrán ser utilizadas para establecer clasificaciones de centros. (Penelles, 2012).

Por lo que observamos que es un tópico muy comentado en los últimos años y que existen diferentes opiniones sobre para qué deberían ser utilizadas las pruebas de diagnóstico tanto a nivel político como social.

1.3. Pruebas de Primaria – TIMSS

A continuación, nos vamos a centrar en una de las Pruebas de Evaluación de Diagnóstico de Matemáticas (y Ciencias) más importantes en Educación Primaria de carácter internacional: **TIMSS** (Trends in International Mathematics and Science Study, que traducido al español es el Estudio Internacional de Tendencias en Matemáticas y Ciencias) que se lleva a cabo en 4º de Educación Primaria y en 2º de Educación Secundaria Obligatoria.

TIMSS es un proyecto de la **IEA** (International Association for the Evaluation of Educational Achievement, que traducido al español es la Asociación Internacional para la Evaluación del Rendimiento de la Educación).

La IEA es una cooperativa internacional independiente de instituciones y organismos gubernamentales nacionales dedicada a la investigación y evaluación del rendimiento de los alumnos. TIMSS está dirigido por el Centro de Estudios Internacionales TIMSS & PIRLS del Boston College y financiado por el National Center of Education Statistics del departamento de Educación de Estados Unidos así como por los países participantes. (IEA, 2012).

TIMSS está dedicado a proporcionar a los diversos países la información necesaria para **mejorar la enseñanza y el aprendizaje de las Matemáticas** y las Ciencias, ya que evalúa los logros en dichas áreas curriculares en 4º de Educación Primaria y 2º de Educación Secundaria Obligatoria.

Por ello, el principal objetivo de TIMSS es **mejorar la calidad de la educación matemática** y científica de los sistemas educativos de los países participantes, ya que preparar al alumnado para destacar en Matemáticas y Ciencias es uno de los objetivos fundamentales de la educación en todos los países del mundo porque estas dos áreas curriculares preparan a los alumnos para conseguir el éxito en su futura educación y, en último término, en la vida cotidiana y el trabajo. (IEA, 2012).

TIMSS comenzó en el año 1995 con una primera evaluación y se ha realizado de manera regular cada cuatro años (1995, 1999, 2003, 2007 y 2011), por lo que el último estudio llevado a cabo en 2011 representa la **quinta edición** del proyecto, y ya se está preparando la sexta edición que tendrá lugar en 2015.

En la última edición de TIMSS 2011 participaron un total de **63 países**, lo que es una buena muestra del alcance internacional de las pruebas de educación. (IEA, 2013).

Para la **elaboración de TIMSS 2011 para 4º de Educación Primaria**, se requirió que la mayoría de los países participantes realizasen la prueba en un mínimo de 150 colegios y 4.000 alumnos, aunque algunos países tuvieron la libertad de decidir ampliar la muestra para obtener una mejor estimación de los resultados. (Joncas & Foy, 2010).

La **muestra** participante se eligió al azar, es decir, se seleccionaron muestras aleatorias de alumnos en dos etapas, en la primera etapa se seleccionaron las escuelas y en la segunda etapa, una vez seleccionada la escuela, se seleccionaron 1 o 2 clases de matemáticas dentro de la escuela. El número de clases seleccionadas dentro de cada escuela dependió de la cantidad de aulas existentes en la escuela. (González Nagel, 2012).

Una vez seleccionada la clase, se tomaron todos los alumnos de la clase seleccionada y a estos se les aplicó una prueba. Al mismo tiempo, se enumeró cada uno de los maestros de matemáticas de los alumnos seleccionados en las clases y a estos se les aplicó un cuestionario de contexto del maestro. A los directores de las escuelas seleccionadas también se les pidió completar un cuestionario. (González Nagel, 2012).

La muestra de España para TIMSS 2011 en 4º de Educación Primaria fue de 151 centros escolares, 4.183 alumnos y 200 profesores. (IEA, 2013).

Las **pruebas TIMSS 2011 para 4º de Educación Primaria** se estructuraron en dos partes, la prueba de conocimientos matemáticos (y científicos) que realizaron los alumnos y los cuestionarios de contexto contestados por alumnos, profesores y directores de centro.

Para la **prueba TIMMS 2011 para 4º de Educación Primaria** se elaboraron 14 cuadernillos distintos, cada cuadernillo contenía dos bloques de ítems de Matemáticas (y otros dos bloques de ítems de Ciencias). Cada estudiante completó un solo cuadernillo, siendo equivalente el número de estudiantes que completaron cada cuadernillo.

Los estudiantes tuvieron 36 minutos para completar la prueba matemática (o científica), y después de realizar un descanso tuvieron otros 36 minutos para completar la prueba del área curricular que les faltase ya que cada cuadernillo estaba ordenado de manera diferente para evitar que los alumnos se copiasen. (IEA, 2012).

Las pruebas tuvieron dos **formatos de pregunta**: preguntas de elección múltiple que ofrecían a los alumnos cuatro respuestas de las cuales solo una era válida, y preguntas de respuesta construida en las que se buscaba que el alumno redactase la respuesta por escrito.

Una vez que los alumnos realizaron la prueba, entonces completaron el **cuestionario de contexto** (que es el mismo para todos) donde respondieron a cuestiones sobre los aspectos de su vida tanto en casa como en el colegio y que se realizó en unos 15 – 30 minutos.

Los **profesores de Matemáticas** también rellenaron un cuestionario de contexto en el que respondieron preguntas sobre sus características como profesores, el contexto del aula en la que se llevan a cabo los procesos de enseñanza – aprendizaje, y por último, los temas matemáticos vistos durante el curso. Este cuestionario no duró más de 30 minutos.

Los **directores de los centros** también contestaron un cuestionario de contexto en el que se preguntó sobre los recursos del centro, la participación de los padres, las características del centro, etc. en un tiempo de no más de 30 minutos.

Finalmente, el **Coordinador Nacional de Investigación** de cada país tuvo que contestar a un cuestionario sobre el Currículo de su país.

TIMSS 2011 para 4º de Educación Primaria tuvo dos **categorías de estudio** diferentes para Matemáticas: los dominios de contenido y los dominios cognitivos. (IEA, 2012).

Los **dominios de contenido** especifican los temas que han de evaluarse dentro de las Matemáticas. Se establecen tres dominios de contenido distintos para 4º de Educación Primaria:

- **Números:** que incluye la comprensión del valor posicional de las cifras, de las maneras de representar los números, y de las relaciones entre los números. Dentro de este dominio se pueden encontrar cuatro subtemas:

- Números Naturales.
- Fracciones y decimales.
- Expresiones numéricas con números naturales.
- Modelos y relaciones.

- **Formas y medidas geométricas:** este dominio incluye las propiedades de las figuras geométricas como longitudes de los lados, dimensiones de los ángulos, áreas y volúmenes. Dentro de este dominio se pueden encontrar dos subtemas:

- Puntos, líneas y ángulos.
- Formas bidimensionales y tridimensionales.

- **Presentación de datos:** este dominio incluye la comprensión de cómo recopilar datos, organizar los datos recopilados por uno mismo o por otros, la representación de los datos en gráficos y tablas de forma que sean útiles para responder a las preguntas que propiciaron esa recopilación. Dentro de este dominio de contenido podemos encontrar dos subtemas:

- Lectura e interpretación.
- Organización y representación.

Los **dominios cognitivos** describen los conjuntos de comportamientos que se esperan de los estudiantes al enfrentarse al contenido de las Matemáticas. Se establecen tres dominios cognitivos distintos para 4º de Educación Primaria:

- **Conocer:** cubre los hechos, conceptos y procedimientos que necesitan conocer los alumnos. Dentro de este dominio cognitivo podemos encontrar los siguientes subdominios:

- **Recordar** definiciones, vocabulario, etc.
- **Reconocer e identificar** objetos matemáticos, expresiones matemáticas, etc.
- **Calcular**, es decir, conocer los procedimientos algorítmicos.
- **Recuperar** información de gráficos, tablas y otras fuentes.
- **Medir.**
- **Clasificar y ordenar** según propiedades comunes o atributos.

- **Aplicar:** se centra en la capacidad de los alumnos para aplicar el conocimiento y la comprensión conceptual a la hora de resolver problemas o contestar a preguntas. Dentro de este dominio cognitivo podemos encontrar los siguientes subdominios:

- **Seleccionar** métodos o estrategias eficientes para resolver problemas.
- **Representar** información y datos en tablas, cuadros, etc.
- **Modelo.** Generar un modelo adecuado como una ecuación, figura geométrica...
- **Poner en práctica** un conjunto de instrucciones matemáticas.
- **Resolver problemas de rutina.**

- **Razonar:** va más allá de la solución de problemas de rutina para abarcar situaciones no conocidas, contextos complejos y problemas con múltiples etapas, dentro de este dominio cognitivo podemos encontrar los siguientes subdominios:

- **Analizar:** determinar, describir o usar relaciones entre variables y hacer inferencias validas a partir de la información dada.
- **Generalizar / Especializar:** extender el dominio al que son aplicables el resultado del pensamiento matemático y la resolución de problemas mediante la reexposición de resultados en términos más generales y más aplicables.
- **Integrar / Sintetizar:** realizar conexiones entre diferentes elementos de conocimiento y representaciones relacionadas con ellos.
- **Justificar:** proporcionar pruebas de la validez de un enunciado mediante referencia a resultados matemáticos.
- **Resolver problemas no rutinarios.**

Tras la realización de TIMSS 2011 para 4º de Educación Primaria y su posterior análisis y estudio, se publicaron los **resultados globales** para cada país, el promedio global de todos los países participantes en TIMSS Matemáticas 4º E.P. 2011 es de 491 puntos, el promedio de la OCDE es de 522, y **España** obtuvo una puntuación de **482 puntos**. (IEA, 2013).

Si analizamos los **resultados por dominios**, España obtuvo 487 puntos en “Números”, 476 en “Formas y medidas geométricas” y 479 puntos en “Presentación de datos”. Las diferencias entre los tres dominios pueden reflejar que no se dedica idéntica atención a los tres dominios en la clase de Matemáticas, además de la dificultad de cada uno de ellos, entre otras posibles causas. (IEA, 2013).

La puntuación de España, inferior a la mayoría de los países de nuestro entorno, parece reafirmar la necesidad de revisar la atención dedicada a las Matemáticas en el Sistema Educativo Español. Dado que es una materia instrumental, resulta fundamental que los alumnos tengan una buena formación inicial en Matemáticas como base para futuros aprendizajes.

Finalmente, para concluir este epígrafe, vamos a mencionar algunas de las principales **repercusiones de TIMSS para la educación y la sociedad**. (IEA, 2012).

TIMSS proporciona información que ayuda a los países a controlar y evaluar la enseñanza de las Matemáticas (y de las Ciencias) a través del tiempo y de los cursos, por lo que al participar en TIMSS un país puede: disponer de datos para realizar comparaciones internacionales, evaluar su progreso en el aprendizaje de las Matemáticas (y de las Ciencias), comprender los contextos en los que el alumnado aprende mejor, y las dos repercusiones más importantes para la educación y la sociedad serían: conocer que aspectos tienen que mejorar, y utilizar TIMSS para resolver temas de políticas interiores.

1.4. Tópico Matemático elegido – Fracciones y Decimales

A partir de ahora, para la realización de este trabajo, nos vamos a centrar en un único tópico Matemático: las Fracciones y Números Decimales en 4º de Educación Primaria, para llevar a cabo su análisis en las diferentes pruebas TIMSS, Evaluaciones Generales de Diagnóstico, etc. y ver la evolución de la evaluación de este tópico a lo largo del tiempo. Además sobre este tópico crearemos y realizaremos una prueba de diagnóstico para obtener nuestros propios resultados.

La situación de este tópico matemático en 4º de Educación Primaria la encontramos en primera instancia en el Currículo de Aragón en el que se establecen los siguientes contenidos en relación a las fracciones y decimales:

- Los números fraccionarios para expresar el resultado de la medida y el reparto en contextos reales. Lectura y escritura de fracciones: significado de numerador y denominador.

- Comparación entre fracciones con igual numerador o igual denominador, como cantidades de magnitud, mediante ordenación y por medio de la recta numérica. (Currículum de Aragón, 2007).

Durante la realización del presente Trabajo Fin de Grado se aprobó el Currículo de Educación Primaria de acuerdo con la LOMCE, por lo que este nuevo currículo sustituye al anterior y establece los contenidos que un alumno debe de haber trabajado al finalizar la Educación Primaria. (Real Decreto 126/2014 por el que se establece el currículo básico de la Educación Primaria., 2014)

De acuerdo con este Currículo General, la Consejería de Educación de la Comunidad Autónoma de Aragón procedió a publicar un primer borrador del que puede que sea el currículo oficial para Educación Primaria en Aragón. (Borrador del Currículo de Primaria de Aragón (LOMCE), 2014).

Según este borrador, se establece que en el tópico de Fracciones y Decimales se trabajarán los siguientes contenidos siguiendo una nueva secuencia:

- 4º de Educación Primaria:
 - Ordenación de números decimales hasta las decimas.
- 5º de Educación Primaria:
 - Ordenación de decimales hasta las centésimas
 - Ordenación de decimales en las que el numerador es mayor que el denominador.
 - Sumas y restas de fracciones con el mismo denominador
 - Sumas, restas y multiplicación con números decimales hasta las centésimas.
 - Correspondencia entre fracciones sencillas y porcentajes.

– 6º de Educación Primaria:

- Decimales hasta las milésimas
- Concepto de fracción como relación entre las partes y el todo
- Fracciones propias e impropias. Números mixtos.
- Fracciones equivalentes, reducción de dos o más fracciones a común denominador.
- Relación entre fracción y número decimal
- Operaciones con números decimales
- Operaciones con fracciones

Pero, como hemos mencionado anteriormente, todo esto es un borrador de la nueva ley que entrará en vigor el próximo septiembre, por lo que una vez hechas las aclaraciones oportunas, seguiremos trabajando según el currículo que se encuentra en vigor en estos momentos, y ese es el Currículo de Aragón 9 de mayo de 2007.

Es necesario destacar que es en 4º de Educación Primaria cuando se introducen los tópicos de fracciones y números decimales, es decir, es en este curso cuando comienzan a trabajar con este tópico ya que el Currículo de Aragón 9 de mayo 2007 no contempla que se vea con anterioridad.

Aunque es en 6º de Educación Primaria donde se trabaja este tópico con más profundidad, y por lo tanto podemos encontrar más actividades, pruebas, y subcontenidos, nosotros preferimos centrarnos en 4º curso de Educación Primaria porque es el curso que está contemplado en las pruebas TIMSS.

Podemos observar que en el Currículo de Aragón no se hace referencia a las operaciones entre fracciones ni a nada relacionado con el número decimal, sin embargo, en TIMSS estos aspectos sí que aparecen como contenido. Además, si nos fijamos en los libros de texto de Matemáticas de 4º de Educación Primaria, estos contenidos están incluidos.

Para saber con exactitud qué contenidos de fracciones y decimales son los que se trabajan en 4º de Educación Primaria, hemos cogido el libro de texto que usan en el Colegio Nuestra Señora del Castillo, centro en el que más adelante pasaremos la prueba que vamos a elaborar, este libro es “*Matemáticas 4º E.P. Proyecto 2.0 SM*”

Los contenidos de fracciones y decimales que aparecen en este libro de texto son los siguientes:

- La fracción como representación de una partición.
- Lectura y escritura de fracciones.
- Representación gráfica de fracciones.
- Relación de una fracción con su lectura o su representación gráfica.
- Identificación de los términos de una fracción.
- Comparación y ordenación de fracciones.
- Representación de la unidad por medio de fracciones.
- Cálculo de la fracción complementaria.
- Cálculo de la fracción de un número.
- Resolución de problemas con fracciones.
- Sumas de fracciones con igual denominador
- La medida del número decimal.

- Lectura y escritura de números decimales.
- Relación entre fracción y número decimal.
- Transformación de una fracción en número decimal y viceversa.
- Identificación de la parte entera y decimal de un número.
- La décima y la centésima.
- Reconocimiento del valor de una cifra según su posición.
- Comparación de números decimales.
- Suma y resta de números decimales.
- Resolución de problemas con números decimales.

Por último, para acabar este epígrafe, debemos tener en cuenta cómo se lleva a cabo la enseñanza y aprendizaje tanto de las fracciones como de los decimales en Educación Primaria desde el punto de vista de la Educación Matemática.

Para la enseñanza y aprendizaje de las **fracciones** en Educación Primaria se utilizan unos determinados **Modelos de Aprendizaje** (Gairín, 1998). La noción de modelos de aprendizaje surge porque el constructivismo postula la necesidad de que el alumno construya ideas matemáticas a partir de la resolución de problemas. A partir de esta idea, se utiliza el término modelos de aprendizaje para designar un entorno sobre el que el alumno pueda actuar y reflexionar para que mediante esta interacción avance en la construcción del conocimiento cuyo aprendizaje se promueve.

Desde la didáctica de las matemáticas, la finalidad del modelo de aprendizaje es la de crear condiciones adecuadas para que surja el conocimiento matemático y su función es favorecer el razonamiento abstracto a partir de percepciones sensoriales. Lo que se ofrece al alumno son situaciones problemáticas enmarcadas en un modelo para que construya el concepto matemático.

Los modelos de aprendizaje para la enseñanza y aprendizaje de las fracciones se definen a partir de cuatro variables:

- Objetos en los que es perceptible cierta cantidad de una magnitud medible y son susceptibles de ser fraccionados.
- Una magnitud medible.
- Acciones que provocan alteraciones en la cantidad de magnitud apreciable en los objetos.
- Unas técnicas o modos de realizar las acciones.

A continuación, vamos a definir los modelos más importantes, o más utilizados, para la enseñanza de las fracciones en Educación Primaria.

- El modelo de aprendizaje **parte-todo** es el modelo de aprendizaje que sustenta la enseñanza del significado del número racional en Primaria (Gairín & Muñoz). Los alumnos tienen que interpretar en la representación gráfica, aquellos aspectos que representan el “todo” y los que representan las partes destacadas, por lo que los alumnos deben de realizar un doble recuento (el de las partes que forman el “todo” y el de las partes destacadas) para finalmente representar, de forma simbólica, el resultado de los dos recuentos colocando debajo de una raya el resultado de contar el “todo” y encima de la raya el resultado de contar las partes destacadas. (Escolano & Gairín, 2005).

- Desde el modelo de **medida**, la representación fraccionaria surge de la necesidad de comunicar el resultado de una acción de medida de una cantidad de magnitud continua. Los números naturales se muestran insuficientes para expresar el resultado de la medida de cantidades si la unidad de medida no está contenida un número entero de veces en la cantidad a medir y es en esta situación cuando la fracción adquiere pleno sentido. Los alumnos tienen que manipular y construir nuevas unidades de medida, que son subunidades de una unidad dada, para medir un objeto determinado.

En una fracción desde este modelo de aprendizaje, el numerador indica el tamaño de la subunidad con la que se ha efectuado la medida, y el denominador la cantidad de subunidades de ese tamaño que se han utilizado. (Escolano, Gairín, Muñoz, & Cid, 2012).

- Desde el modelo de **cociente o de reparto equitativo** la fracción es la expresión del resultado de repartir o distribuir de forma igualitaria a unidades entre b personas (o grupos iguales) por lo que en esta idea intervienen la cantidad a repartir y el número de grupos o personas que participan. La fracción indica tanto el proceso como el resultado del reparto. (Escolano & Gairín, 2005).

- Desde el modelo de **operador**, la fracción produce transformaciones de una cantidad de magnitud obteniéndose otra cantidad de la misma magnitud medida con la misma unidad. Esta transformación (a/b de x) se logra mediante la realización de dos acciones: multiplicar la cantidad inicial por el número entero del numerador y dividir el resultado por el número entero del denominador. (Escolano & Gairín, 2005).

- Finalmente, desde el modelo de razón la fracción se interpretaría como la comparación de dos cantidades diferentes medidas con magnitudes diferentes, es decir medir una de las cantidades con la unidad de magnitud de la otra. (Escolano, Gairín, Muñoz, & Cid, 2012).

Para concluir este apartado sobre la enseñanza de las fracciones, cabe mencionar algunos aspectos de la enseñanza y aprendizaje de las fracciones como el orden, la comparación y las operaciones, que están asociados a los diferentes modelos, es decir, desde cada modelo tienen un significado diferente y por ello se aprenden de forma diferente, pero desde todos ellos se llega finalmente a la misma conclusión que es extrapolar una regla general que se aplica al entender las fracciones como conjunto de números abstractos.

El orden y la comparación de fracciones se enseña a través del siguiente enunciado “dadas dos fracciones con el mismo denominador es menor la que tiene menor numerador; si las fracciones tienen igual numerador será menor la que tenga mayor denominador; si no tienen iguales los numeradores ni los denominadores hay que reducir a común denominador o numerador y aplicar una de las reglas anteriores” (Cid, Godino, & Batanero, 2002).

En cuanto a la **aritmética de las fracciones** la tradición escolar enseña los algoritmos de la suma y la resta de la siguiente manera: la suma (o diferencia) de dos fracciones con igual denominador se define como el resultado de sumar (o restar) los numeradores y dejar invariable el denominador, y si tienen distinto denominador se reducen a común denominador y se aplica la regla anterior.

La multiplicación de fracciones se enseña como la multiplicación de los numeradores entre sí y la multiplicación de los denominadores entre sí. Y el algoritmo de la división en fracciones se enseña como una multiplicación en cruz (se multiplica el numerador de la primera por el denominador de la segunda dando el numerador del resultado, y el denominador de la primera por el numerador de la segunda dando el denominador del resultado).

Si trabajamos desde modelos de aprendizaje, los algoritmos se justifican mediante acciones sobre los objetos e incluso algunos de ellos pueden ser distintos a los mencionados anteriormente al sufrir modificaciones para dotarles de sentido. Así, por ejemplo, si se quiere abordar la técnica de calcular la fracción de un número desde un modelo de medida de magnitudes, es necesario en primer lugar dividir el número por el denominador y posteriormente multiplicarlo por el numerador ya que lo contrario, que se puede ser planteado desde un modelo de aprendizaje de operador o desde la tradición escolar de emplear fracciones descontextualizadas, no tendría ningún sentido.

Finalmente algunos de los **errores más frecuentes** producidos por los alumnos cuando aprenden fracciones son:

- Una fracción con denominador 3 se considera mayor que otra con denominador 2 ya que se argumenta que $3 > 2$.
- La mitad de, por ejemplo, la fracción $1/6$ se designa frecuentemente por la fracción $1/3$ (que en realidad es su doble) argumentando que la mitad de 6 es 3.
- Un entero se confunde con su inverso: $1/7$ se confunde con $7/1$, o bien, $1/7$ y $7/1$ se consideran como dos escrituras equivalentes.
- Para multiplicar entre sí dos fracciones, se les reduce a un común denominador, después se multiplican los numeradores olvidando de multiplicar entre sí los denominadores. Se trata de una confusión entre las reglas de la adición de fracciones y las de la multiplicación. (Cid, Godino, & Batanero, 2002)
- Los alumnos tienen un significado casi exclusivo de la fracción como relación parte – todo, además, este modelo se asocia a un modelo físico. (Gairín Sallán, 2003)

Desde los procesos de enseñanza y aprendizaje del **número decimal** en Educación Primaria debemos de tener en cuenta, en un primer lugar, el significado del número decimal y el valor de la posición (Cid, Godino, & Batanero, 2002):

Llamamos números decimales a aquellos racionales para los cuales se puede encontrar una fracción que los represente. Los números decimales surgieron desde las situaciones de medida cuando se propuso fraccionar la unidad en subunidades más pequeñas (décimas, centésimas, milésimas...) para medir cantidades de magnitudes menores que la unidad, por lo que el resultado de una medida vendría siempre expresado mediante un número entero y fracciones decimales (aquellas cuyo denominador es una potencia de 10) siendo las primeras las décimas, luego las centésimas y así sucesivamente.

Esta forma de representar los números decimales evolucionó hasta lo que hoy conocemos como **notación decimal** al sugerir que, en lugar de usar los denominadores para expresar las partes de la unidad en la parte fraccionaria del número, se podría adoptar un criterio de posición consistente en poner una coma a la derecha de las unidades y escribir a continuación los numeradores de las fracciones decimales siguiendo el orden de décimas, centésimas, milésimas... y poniendo un cero cuando falta alguna de esas fracciones.

Por lo tanto, para las fracciones decimales podemos utilizar un sistema de representación decimal posicional en el que la parte situada a la izquierda de la coma es la “parte entera” del número decimal y la situada a la derecha de la coma es la “parte decimal”.

La notación decimal para expresar los números racionales es importante ya que es más fácil trabajar con ella que con la notación de fracción, tanto al comparar racionales como al encontrar un número comprendido entre dos dados. La mayor ventaja de la notación decimal se da en la realización de las operaciones aritméticas ya que se pueden utilizar algoritmos similares que los desarrollados para trabajar los números enteros. (Cid, Godino, & Batanero, 2002).

Otras maneras de conectar el número decimal y la fracción, es decir, otras maneras de representarlo es utilizando la forma polinómica, es decir utilizando potencias de base 10.

En cuanto al **orden y comparación** de los números decimales no periódicos, los alumnos deben fijarse primero en la parte entera del número ya que si estas son diferentes, será mayor aquel número con mayor parte entera; pero si las partes enteras son iguales el alumno debe de tener en cuenta de que debe de añadir ceros para que los dos números tengan los mismos dígitos en la parte decimal y así poder compararlos.

Otro procedimiento escolar para comparar dos números decimales cuyas partes enteras son iguales, es comparar las cifras de la posición de las décimas, si son distintas, ya podemos indicar cuál es el mayor número decimal y si son iguales, se procedería con la posición de las centésimas y así sucesivamente. Este último método de comparación y ordenación también puede ser convenientemente adaptado para todas las expresiones decimales periódicas (excepto para aquellas de la forma $n, m\hat{9}$, con n y m números naturales).

Finalmente, en cuanto a los **algoritmos de cálculo de los números decimales no periódicos**, la suma y resta de números decimales se realiza utilizando un algoritmo muy parecido al de los números naturales, empezando desde la última cifra de la derecha y bajando la coma cuando corresponda. La principal diferencia es la colocación de los números por columnas.

Para la multiplicación de números decimales, se realiza la multiplicación como si fuesen enteros, prescindiendo de la coma para colocarla, una vez finalizada la operación, contando a partir de la derecha el número de cifras decimales que hay entre los dos factores.

La división de dos decimales se reduce siempre a la división de un número decimal entre un entero ya que si el divisor tuviera decimales se puede transformar en entero multiplicando por la potencia de diez conveniente ambos números. El algoritmo que se emplea es el mismo que el de la división entera, trasladando la coma al cociente cuando nos la encontramos en el dividendo.

Tanto en el caso de la multiplicación como en el de la división, los algoritmos están fundamentados en la idea de compensación. Así, se puede trasladar o mover la coma a la derecha o izquierda de los números a operar para reducir el algoritmo a uno con naturales debido a que estamos multiplicando o dividiendo estos números por potencias de 10.

Para concluir este epígrafe, cabe mencionar los **errores más frecuentes** que cometen los alumnos de Educación Primaria cuando trabajan con decimales (Cid, Godino, & Batanero, 2002):

- Errores relacionados con la lectura y escritura de los números, es decir, el valor de la posición.
- Errores relacionados con el cero, al ignorar el cero de la izquierda y tratar al número decimal como si fuera un entero.
- Errores en la interpretación de decimales como fracciones
- Errores en la aplicación de los algoritmos, ya que a veces tratan a los números decimales como si fuesen naturales.
- Errores al comparar números decimales, ya que normalmente eligen al número con más dígitos en la parte decimal como el número mayor.

CAPÍTULO 2: OBJETIVOS

Este Trabajo de Fin de Grado tiene unos objetivos propios y específicos que pretendemos alcanzar durante el proceso de realización del mismo. Estos objetivos son:

1. **Recoger y analizar la aparición de las Fracciones y Decimales en TIMSS:** buscar en todas las ediciones de TIMSS el tratamiento que se le da a dicho tópico y los ítems o preguntas relacionados con él para realizar un posterior análisis sobre la importancia de este tópico en la educación matemática.
2. **Elaborar una Prueba de Diagnóstico centrada en las Fracciones y los Decimales:** elaborar una Prueba de Diagnóstico, utilizando ítems liberados y otros de creación propia siguiendo los criterios de diseño establecidos por TIMSS.
3. **Experimentar y Analizar:** realizar la prueba elaborada en una clase de 4º de Educación Primaria y analizar los resultados obtenidos en la clase tomada como muestra.
4. A la luz de los resultados, **realizar propuestas de mejora.**

CAPÍTULO 3: METODOLOGÍA

En este capítulo desarrollaremos la metodología empleada para la consecución de los diferentes objetivos propuestos en el capítulo anterior, es decir, los diferentes procesos utilizados para desarrollar el presente Trabajo Fin de Grado.

3.1. Metodología utilizada para la consecución del primer objetivo

Comenzamos el Presente Trabajo Fin de Grado realizando una búsqueda en las páginas web oficiales para obtener todos aquellos documentos que nos pudieran interesar, es decir, los relativos a las Evaluaciones de Diagnóstico.

Las diferentes páginas web que utilizamos para la realización de dicha búsqueda fueron:

- Instituto Nacional de Evaluación Educativa
(<http://www.mecd.gob.es/inee/portada.html>)
- International Association for the Evaluation of Educational Achievement
(<http://www.iea.nl/>)

Desde la página web del INEE nos descargamos todos aquellos documentos que nos parecieron relevantes para realizar una primera fase de lecturas previas en la que obtendríamos toda la información necesaria para llevar a cabo el presente Trabajo.

Los documentos que escogimos fueron documentos oficiales relacionados con las pruebas de Evaluación de Diagnóstico de Matemáticas, ya que es el área que nos ocupa. Seleccionamos diferentes documentos o pruebas existentes para cada uno de los diferentes ámbitos de aplicación existentes, es decir, tanto nacionales y autonómicos como internacionales y para los diferentes niveles educativos (Primaria, Secundaria, Educación para Adultos y Evaluación de Maestros).

Asimismo, también nos descargamos todas las preguntas liberadas que habían sido publicadas a lo largo de los años de cada una de las diferentes pruebas existentes.

Para la consecución del primer objetivo propuesto para este Trabajo Fin de Grado, ***“Recoger y analizar la aparición de las Fracciones y Decimales en TIMSS: buscar en todas las ediciones de TIMSS el tratamiento que se le da a dicho tópico y los ítems o preguntas relacionados con él para realizar un posterior análisis sobre la importancia de este tópico en la educación matemática”*** realizamos el siguiente procedimiento:

Tras realizar una primera lectura para adquirir un primer conocimiento de qué son las Evaluaciones de Diagnóstico y qué exactamente evalúa cada una de las pruebas existentes para Matemáticas, decidimos que queríamos trabajar sobre las pruebas de Evaluación de Diagnóstico de Matemáticas en Educación Primaria y que tuvieran carácter internacional, por ello decidimos que nos centraríamos en las pruebas TIMSS.

Después de esto, elegimos el tópico matemático que queríamos desarrollar en este Trabajo Fin de Grado, las Fracciones y Decimales, decidimos trabajar sobre este tópico porque es el que, en el Sistema Educativo Español, los alumnos empiezan a ver en 4º de Educación Primaria, curso en el que se realiza la prueba TIMSS.

Así pues, volvimos a la página web del INEE y nos descargamos todos los documentos que había sobre las pruebas TIMSS. Como necesitábamos más información sobre las pruebas TIMSS, buscamos la página web de la IEA, la agencia que se encarga de dicha prueba, y escogimos algunos documentos de la versión inglesa que nos ayudaron a entender mejor el funcionamiento de la prueba.

Tras tener todos los documentos que necesitábamos, procedimos a una lectura más exhaustiva para poder definir en qué consiste la prueba TIMSS y la visión que tiene sobre el tópico matemático que hemos elegido.

También buscamos todas las preguntas de las pruebas TIMSS que habían sido liberadas a lo largo de los años, tanto de las versiones españolas de TIMSS 1995 (INCE, 1997), TIMSS 2003 (IEA, 2002) y TIMSS 2007 (IEA, 2008) como de la inglesa de TIMSS 2011 (IEA, 2013) ya que esta última aun no ha sido publicada en español.

Encontramos un total de 157 ítems liberados pertenecientes a los diferentes dominios de contenidos existentes para TIMSS, como solo nos interesaban los relacionados con el tópico matemático Fracciones y Números Decimales, realizamos una búsqueda más exhaustiva en la que leímos y resolvimos todos los ítems.

Escogimos los ítems relacionados con los números racionales mediante el análisis de la presencia de fracciones y números decimales en el enunciado de la tarea y en las soluciones, sin embargo no escogimos o no tuvimos en cuenta aquellos ítems en los que los números racionales aparecían solamente en el proceso de resolución ya que los alumnos podrían seguir otra estrategia de resolución en la que no utilizaran los números racionales.

Así pues, encontramos un total de 17 ítems liberados¹ relacionados con las fracciones y los decimales y establecimos la siguiente clasificación para realizar el análisis de los mismos que se desarrollará en el *apartado 4.1 resultados asociados al primer objetivo*.

- El ítem trabaja las fracciones o los decimales.
- El ítem tiene un contexto o no (es una situación formal).
- La respuesta de la pregunta es de construcción cerrada, de construcción abierta o de opción múltiple.
- El ítem es un problema, una situación formal de operaciones o una situación formal de orden (ordenar considerando las fracciones o decimales números abstractos).
- Dominio cognitivo evaluado en el ítem (conocimiento, aplicación o razonamiento).

¹ Estos ítems se encuentran incluidos en el Anexo I.

- Qué modelo de aprendizaje de las fracciones se refleja en el ítem (parte – todo, medida, operador, reparto, razón o es considerado como número abstracto).
- Qué modelo de aprendizaje de los números decimales se refleja en el ítem (medida o decimal como número abstracto).

3.2. Metodología utilizada para la consecución del segundo objetivo

Como hemos mencionado en el capítulo anterior, el segundo objetivo propuesto para la realización de este Trabajo Fin de Grado es *“Elaborar una Prueba de Diagnóstico centrada en las Fracciones y los Decimales: elaborar una Prueba de Diagnóstico, utilizando ítems liberados y otros de creación propia siguiendo los criterios de diseño establecidos por TIMSS”*

Hemos elaborado una prueba sobre fracciones y números decimales para 4º de Educación Primaria siguiendo los mismos criterios que se siguen para elaborar los ítems de TIMSS, para ello hemos utilizado las directrices propuestas por José Diego en el Seminario de Comillas de Septiembre de 2013.

Decidimos que nuestra prueba tendría diez ítems, ya que así al trabajar sobre diez se pueden extrapolar los datos mejor y además pensamos que los alumnos suelen estar acostumbrados a pruebas con ese número de preguntas y que un número mayor de ítems les resultaría agobiante.

Sin embargo, decidimos que nuestra prueba tendría seis ítems de fracciones y cuatro de decimales ya que, además de considerar más interesante poder cubrir o evaluar más aspectos del aprendizaje de las fracciones, seguimos así la tendencia de TIMSS en la que hay más preguntas de fracciones que de decimales (como podremos observar en el primer apartado de los resultados).

Queríamos que cada uno de los diferentes ítems trabajase o evaluase un aspecto diferente por lo que nos establecimos unos criterios para seleccionar cada ítem y elaborar la prueba, definiendo nuestra prueba de la siguiente manera:

- Un ítem de fracciones desde el modelo parte – todo
- Un ítem de comparación de fracciones
- Un ítem de fracciones desde el modelo de operador
- Un problema aritmético (fracciones desde el modelo parte – todo)
- Un problema aditivo de fracciones desde el modelo de medida
- Un problema de fracciones desde el modelo de reparto
- Un problema aditivo de una etapa de decimales
- Un problema aditivo de dos etapas de decimales
- Un ítem de orden de decimales
- Un problema multiplicativo de una etapa de decimales, en el que se multiplique el decimal por un número entero.

Después de haber definido los criterios para la selección y elaboración de los ítems de la prueba, realizamos una búsqueda entre los ítems liberados analizados en el apartado anterior y seleccionamos aquellos que coincidían con nuestros criterios.

Para aquellos criterios para los que no había ítems liberados disponibles, decidimos elaborarlos nosotros mismos, siguiendo como hemos mencionado anteriormente las directrices propuestas por José Diego en el Seminario de Comillas de Septiembre de 2013.

La prueba elaborada con un pequeño comentario sobre cada ítem, es decir, el resultado para el segundo objetivo, se desarrollará en el apartado 4.2. *Resultado asociado al segundo objetivo.*

3.3. Metodología utilizada para la consecución del tercer objetivo

Como hemos mencionado en el capítulo anterior, el tercer objetivo propuesto para la realización de este Trabajo Fin de Grado es *“Experimentar y Analizar: realizar la prueba elaborada en una clase de 4º de Educación Primaria y analizar los resultados obtenidos en la clase tomada como muestra.”*

Como podemos observar este objetivo se puede dividir en dos subapartados, el primero de ellos es experimentar, es decir, pasar la prueba en una clase de 4º de Educación Primaria.

Para llevar a cabo la consecución de dicho objetivo aprovechamos el periodo de Prácticas Escolares, y pedimos a la Directora del Centro Nuestra Señora del Castillo de Alagón (colegio en el que realizaba las prácticas) que nos dejase pasar la prueba en la clase de 4º de Educación Primaria.

El colegio Nuestra Señora del Castillo de Alagón es un colegio concertado perteneciente a la congregación de las Hermanas de la Caridad de Santa Ana que dispone de una vía para cada uno de los cursos que se ofrecen (desde 1º de Educación Infantil hasta 4º de Educación Secundaria).

La muestra a la que se le pasó la prueba, es decir, la clase de 4º de Educación Primaria está formada por 25 alumnos, creemos necesario mencionar que uno de los alumnos, que es el único que está repitiendo 4º de Educación Primaria, está atravesando una situación complicada y esto repercute en su actividad académica.

La prueba se les pasó a los alumnos de 4º de Educación Primaria del Colegio Nuestra Señora del Castillo el 29 de Abril de 2014 en el horario de 10:30 a 11:30, por lo que los alumnos tuvieron un total de sesenta minutos para realizarla, aunque la mayoría de ellos la finalizaron antes de que se acabase la hora.

La prueba la realizaron un total de 24 alumnos, ya que ese día uno de ellos faltó a clase por razones médicas.

En cuanto a las condiciones de realización de la prueba, a los alumnos se les pidió que se colocasen formando filas y columnas individuales porque iban a realizar un pequeño examen (los alumnos normalmente están dispuestos en grupos para trabajar de forma cooperativa), la tutora les dijo que esta prueba iba a contar para nota para que la se esforzasen y la realizaran lo mejor que pudiesen.

Una vez que los alumnos estuvieron dispuestos, se procedió a repartir las pruebas y se les indicó que en la mesa solo podían tener lápiz y goma de borrar. Cuando todos los alumnos tenían su prueba, procedimos a leer la prueba una primera vez en voz alta, es decir, se les leyó cada pregunta antes de que comenzasen y se contestaron a las dudas que les surgieron (que fueron todas dudas de comprensión).

Cuando se terminó de leer la prueba, se dio la orden de que podían comenzar y los alumnos comenzaron a trabajar en silencio. Si alguno de ellos tenía una duda, levantaba la mano, pero se le volvía a explicar lo mismo que cuando se habían leído las preguntas.

El alumno con dificultades mencionado anteriormente intentó devolver la prueba varias veces antes de que la hora pasase diciendo que no lo sabía hacer, pero le insistimos en que se esforzase un poco y lo intentase.

Las pruebas se realizaron de forma anónima, se les dijo que en ningún momento pusieran su nombre, una vez que terminaban la prueba y la entregaban escribimos un código en el recuadro superior derecho que era el número de orden en el que lo habían entregado, así podíamos hablar posteriormente de la prueba “1” pero sin saber que alumno había realizado esa prueba.

Para la consecución de la segunda parte de este objetivo, la parte de analizar, corregimos primero todas las pruebas, decidiendo que se puntuaría con un 1 si la pregunta estaba contestada correctamente y con un 0 si había sido contestada de manera incorrecta o si estaba en blanco.

Una vez corregidas las pruebas, los datos se trasladaron a unas tablas Excel para facilitar el posterior análisis y comparación, así pues, se elaboraron las dos primeras tablas.

En la primera tabla se pusieron las diez preguntas en la primera fila y a los 24 alumnos en la primera columna, poniendo la puntuación que había obtenido cada alumno en cada pregunta para así poder obtener la nota total de cada alumno (número de preguntas que tenía bien) y el número de alumnos que habían contestado correctamente a cada pregunta, concluyendo con una última fila con los porcentajes de alumnos que acertaron cada pregunta.

Decidimos establecer los niveles de dificultad que quedaron definidos de la siguiente manera:

- Nivel 1 – Fácil, si la pregunta había sido respondida correctamente por más de 20 alumnos, (tengamos en cuenta que la prueba fue realizada por 24 alumnos).
- Nivel 2 – Medio, si la pregunta había sido respondida correctamente por un número de alumnos correspondido entre 15 y 20 alumnos, ambos incluidos.
- Nivel 3 – Difícil, si la pregunta había sido respondida correctamente por menos de 15 alumnos.

Para la segunda tabla, se partió de la tabla anterior, pero se añadió una columna de totales después de las fracciones y otra después de los decimales, con sus respectivas columnas de porcentajes, para saber qué tanto por ciento de preguntas de la parte de fracciones y de la parte de decimales había contestado correctamente cada alumno y poder hacer posteriormente una comparativa entre fracciones y decimales.

Para realizar dicha comparativa, establecimos diferentes niveles dependiendo de los puntos que separasen a los dos resultados porcentuales, es decir, los puntos de diferencia que puede haber entre el porcentaje mayor y el menor. Dichos niveles quedan definidos de la siguiente manera:

- a) Alumnos con una variación entre los dos resultados de 0 puntos (cuando los dos resultados son iguales).
- b) Alumnos con una variación entre los dos resultados menor a 25 puntos.
- c) Alumnos con una variación entre los dos resultados igual a 25 puntos.
- d) Alumnos con una variación entre los dos resultados mayor a 25 puntos y menor a 50 puntos.
- e) Alumnos con una variación entre los dos resultados igual a 50 puntos.
- f) Alumnos con una variación entre los dos resultados mayor a 50 puntos y menor a 75 puntos.
- g) Alumnos con una variación entre los dos resultados igual a 75 puntos.
- h) Alumnos con una variación entre los dos resultados mayor a 75 puntos.

A continuación se procedió a analizar cada pregunta por separado, para ello establecimos unos criterios de análisis sobre lo que hacían los alumnos en cada una de las diez preguntas y volvimos a revisar cada prueba viendo en qué criterio encajaba cada alumno, después trasladamos los datos obtenidos a nuevas tablas de Excel (una por cada pregunta) en las que aparecían los 24 alumnos en la primera columna y los criterios para el análisis en la primera fila.

Los criterios para analizar cada una de las diez preguntas de las que consta la prueba son los siguientes:

Pregunta 1

- Bien
 - Respuesta del tipo 8/10 del dinero
- Mal, debido a:
 - E.1: Ha restado
 - E.2: Ha sumado los denominadores

- E.3: Ha realizado mal la suma de los numeradores
- E.4: Ha sumado a parte y luego no ha puesto el denominador
- En blanco

Pregunta 2

- Bien
 - B.1: No hacen cuentas y marcan una de las tres filas
 - B.2: No hacen cuentas y marcan de otra manera
 - B.3: Hacen cuentas
- Mal, debido a:
 - E.1: Marcan 3 galletas
 - E.2: Marcan otro número que no es ni 3 ni 4
- En blanco

Pregunta 3

- Bien
 - B.1: Aumentando el numerador, fijando el denominador
 - B.2: Disminuyendo el denominador, fijando el numerador
 - B.3: Otros razonamientos correctos (completar a la unidad)
 - B.4: Por razonamientos incorrectos o azar (Aumentan una unidad tanto en el numerador como en el denominador)
- Mal
 - Fijando el numerador, aumentando el denominador
- En blanco

Pregunta 4

- Bien
- Mal
 - E.1: Ha marcado la a
 - E.2: Ha marcado la c
 - E.3: Ha marcado la d
- Blanco

Pregunta 5

- Bien
 - $\frac{3}{8}$ de pizza
 - $\frac{3}{8}$
 - ✓ B.1: Solución sin más
 - ✓ B.2: Representación pizzas y solución sin más explicación
 - ✓ B.3: Representación y sombreado tres octavos uno en cada pizza
 - ✓ B.4: Representación y sombreado tres octavos uno en una pizza
 - ✓ B.5: Efectúa la cuenta $24 / 8 = 3$ y concluye con $\frac{3}{8}$ de pizza
- Mal
 - E.1: 3 porciones de pizza
 - E.2: $\frac{3}{24}$
 - E.3: $\frac{8}{3}$
 - E.4: Otras erróneas
- Blanco

Pregunta 6

- Bien
 - B.1: 2 kg
 - B.2: $\frac{16}{8}$ kg
 - B.3: $\frac{16}{8}$ sin especificar u.m.

- Mal
 - E.1: 16/16, es decir, ha sumado denominadores (comparativa con P1)
 - E.2: 16 kg
 - E.3: Ha restado
 - E.4: Ha realizado mal la suma de numeradores (calculó incorrecto)
- Blanco

Pregunta 7

- Bien
 - B.1: 6,3 km
 - B.2: 6,3 sin especificar u.m.
 - B.3: 6,30. Necesitan representar la operación con dos decimales.
 - ✓ B.4: En vertical
 - ✓ B.5: En horizontal
- Mal
 - E.1: Error en la elección de la operación: resta en lugar de sumar
 - E.2: Pone que va a sumar y resta
 - E.3: Error al no gestionar correctamente la llevada
 - E.4: Error en la obtención de hechos numéricos: (p. ejemplo $8+5=12$)
 - E.5: Emplea fracciones ($4/8+1/5$)
- Blanco

Pregunta 8

- Bien
- Mal
 - E.1: Ha marcado la a
 - E.2: Ha marcado la c
 - E.3: Ha marcado la d
- Blanco

Pregunta 9

- Bien
 - B.1: 4,62 metros
 - B.2: 4,62
 - ✓ B.3: Multiplicación por 3
 - ✓ B.4: Suma reiterada
- Mal
 - E.1: Error en la elección de la operación: resta en lugar de sumar reiteradamente o divide en lugar de multiplicar.
 - E.2: Error al ir de izquierda a derecha en el algoritmo de la suma
 - E.3: Error al no gestionar correctamente la llevada en el algoritmo de la suma
 - E.4: Error al no gestionar correctamente la llevada en el algoritmo de la multiplicación
 - E.5: Error con la omisión de la coma en el algoritmo de la multiplicación (resultado 462 metros)
 - E.6: Error en la obtención de hechos numéricos: (p. ejemplo $4+4+4=11$ o $4 \times 3=14$)
- Blanco

Pregunta 10

- Bien
- Mal
 - E.1: Ha marcado la b
 - E.2: Ha marcado la c
 - E.3: Ha marcado la d
 - E.4: No marca ninguna, pero hace una operación en la que pone que va a sumar y al final realiza una resta
- Blanco

Finalmente, nos ha resultado interesante clasificar a cada estudiante en tres categorías dependiendo de cómo denotan el número decimal, es decir, si ponen la coma arriba, si la escriben abajo o si lo realizan de forma mixta (cada vez en un sitio diferente).

3.4. Metodología utilizada para la consecución del cuarto objetivo

Como hemos mencionado en el capítulo anterior, el cuarto objetivo propuesto para la realización de este Trabajo Fin de Grado es “A la luz de los resultados, **realizar propuestas de mejora.**”

Para lograr la consecución de dicho objetivo hemos establecido dos vías diferentes para realizar las propuestas de mejora:

- ¿Cómo podemos mejorar la enseñanza del tópico Fracciones y Decimales en la Educación Primaria?
- ¿Qué otros usos se les pueden dar a las Pruebas de Evaluación de Diagnóstico?

Las propuestas de mejora realizadas a partir de los resultados obtenidos durante la realización de este Trabajo Fin de Grado están incluidas en el apartado 4.4 de los resultados.

CAPÍTULO 4: RESULTADOS

En este capítulo desarrollaremos los resultados obtenidos en el presente Trabajo Fin de Grado para cada uno de los objetivos propuestos en el segundo capítulo.

4.1. Resultados asociados al primer objetivo.

En este primer epígrafe de los resultados, vamos analizar la consecución del primer objetivo planteado para la realización de este Trabajo Fin de Grado, dicho objetivo ha quedado definido en su correspondiente capítulo de la siguiente manera:

– **Recoger y analizar la aparición de las Fracciones y Decimales en TIMSS:** buscar en todas las ediciones de TIMSS el tratamiento que se le da a dicho tópico y los ítems o preguntas relacionados con él para realizar un posterior análisis sobre la importancia de este tópico en la educación matemática.

Como observamos, este objetivo tiene dos partes diferenciadas, la primera de ellas es la búsqueda en TIMSS del tratamiento que se le da al tópico de las fracciones y los decimales; y una segunda parte relacionada con un análisis de los ítems encontrados sobre este tópico.

Tras leernos todos los informes TIMSS publicados hasta la fecha, podemos comprobar cuál es la visión de TIMSS acerca de las fracciones y decimales en 4º de Educación Primaria:

En el área de las fracciones comunes y las fracciones decimales, se hace hincapié en la representación y traslación entre formas, en comprender las cantidades representadas por los símbolos y en el cálculo y la resolución de problemas. En cuarto curso, los estudiantes deben ser capaces de comparar fracciones conocidas y decimales. (IEA, 2002).

La visión de TIMSS acerca de este tópico ha sufrido pocos cambios, por no decir ninguno, desde la edición de TIMSS 2003, ya que podemos comprobar que en el informe de TIMSS 2011 aparecen exactamente los mismos criterios para los contenidos y la evaluación de las fracciones y los números decimales que se establecieron en aquel entonces.

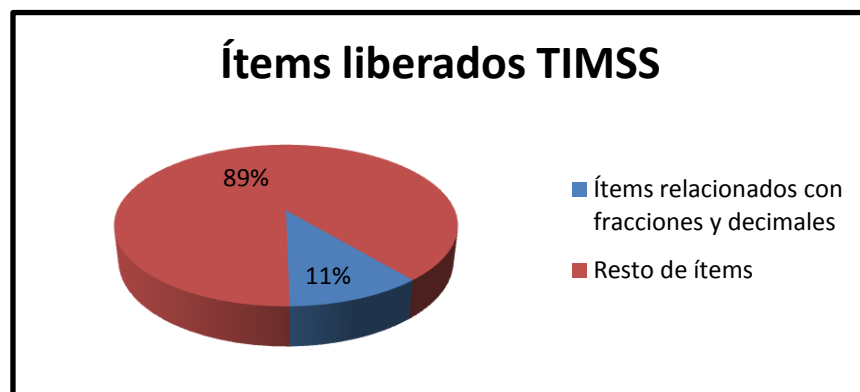
En TIMSS 2011 se dice que, en relación con las fracciones y números decimales, los alumnos de 4º de Educación Primaria tienen que ser capaces de:

- Mostrar la comprensión de las fracciones reconociéndolas como partes de unidades enteras, partes de una colección, situaciones en líneas numéricas y representando fracciones utilizando palabras, números o modelos.
- Identificar fracciones equivalentes; comparar y ordenar fracciones.
- Sumar y restar fracciones simples.
- Mostrar la comprensión del valor del lugar decimal, incluyendo la representación de los decimales utilizando palabras, números o modelos.
- Sumar y restar con decimales.
- Resolver problemas que impliquen fracciones simples o decimales.

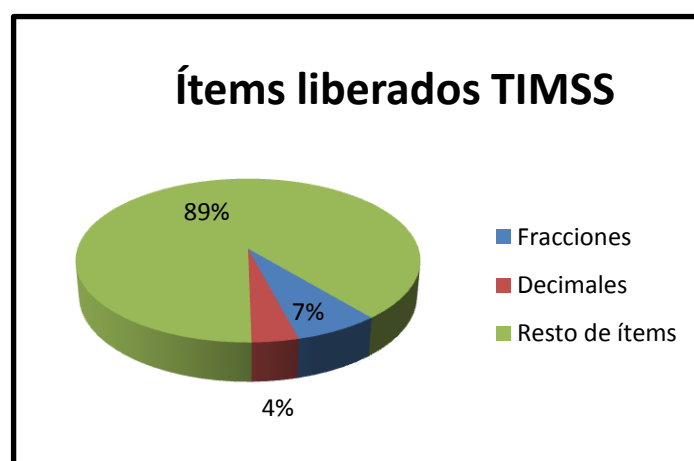
Asimismo especifica que en las pruebas que hagan referencia a este tópico, las fracciones solo podrán tener como denominador los números 2, 3, 4, 5, 6, 8, 10, 12 o 100 y que los números decimales solo podrán tener como mucho dos decimas en la parte decimal.

Como podemos observar, estos contenidos evaluados por TIMSS no se corresponden con los contenidos propuestos por el Currículo de Aragón para 4º de Educación Primaria, ya que se evalúan más contenidos de los que el currículo dice que hay que trabajar. Sin embargo, los contenidos evaluados por TIMSS sí que se corresponden con los contenidos del tópico trabajados en el libro de texto analizado.

Tras revisar todos los ítems liberados de las pruebas TIMSS realizadas hasta la fecha (hemos revisado 157 ítems distintos en total) hemos encontrado que solo 17 de dichos ítems trabajan o evalúan el tópico de las fracciones y números decimales, es decir, de todos los ítems revisados, se ha dedicado un 10'83 % de los ítems a la evaluación de las fracciones y números decimales.

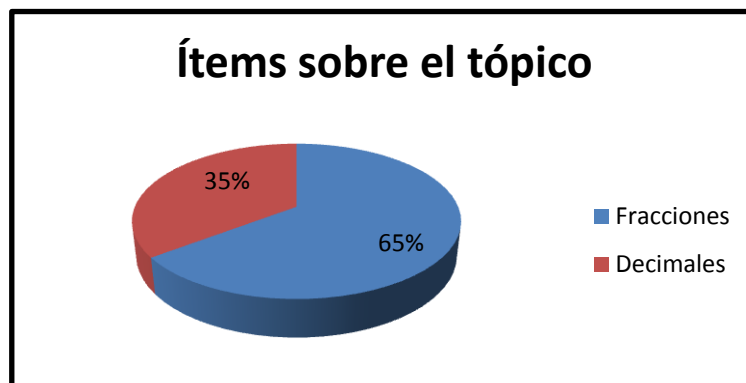


De estos 17 ítems relacionados con el tópico, 11 de ellos (cerca del 7% del total de los ítems liberados) correspondían a la evaluación de fracciones y 6 de ellos (casi el 4% del total de los ítems liberados) correspondían a la evaluación de los decimales. Con estos datos podemos deducir que, dentro del tópico de las fracciones y los decimales, es decir, los números racionales, se le dedica más importancia a las fracciones que a los decimales.

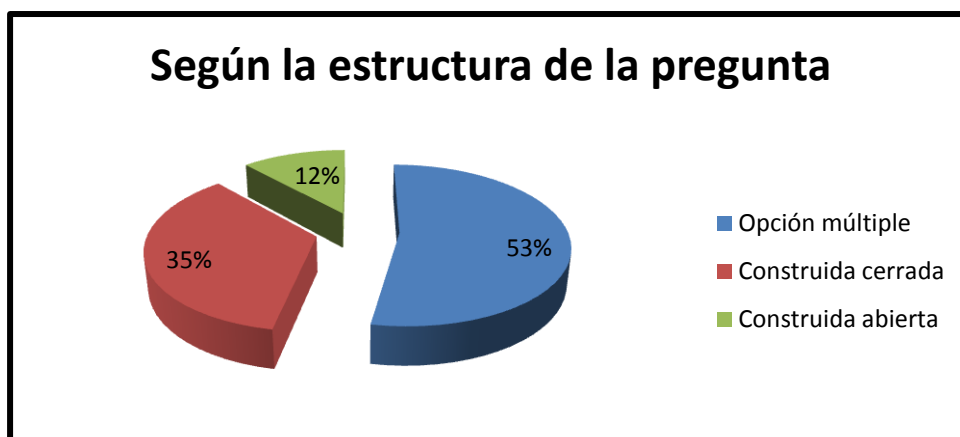


A continuación vamos a analizar los ítems relacionados con el tópico que trabajamos, fracciones y números decimales, en función de su estructura, su contexto, los modelos de aprendizaje a los que hacen referencia, el dominio cognitivo que pone en práctica el alumnado, etc. por lo que entenderemos que los 17 ítems que hemos encontrado al respecto representan el 100% de nuestra muestra.

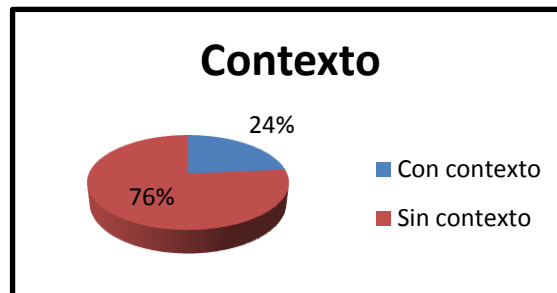
Como hemos mencionado anteriormente, hemos encontrado 11 ítems relacionados con las fracciones (el 65% del total) y 6 ítems sobre decimales (el 35% del total) con lo que podemos apreciar que más de la mitad de los ítems liberados relacionados con el tópico hacen referencia a las fracciones.



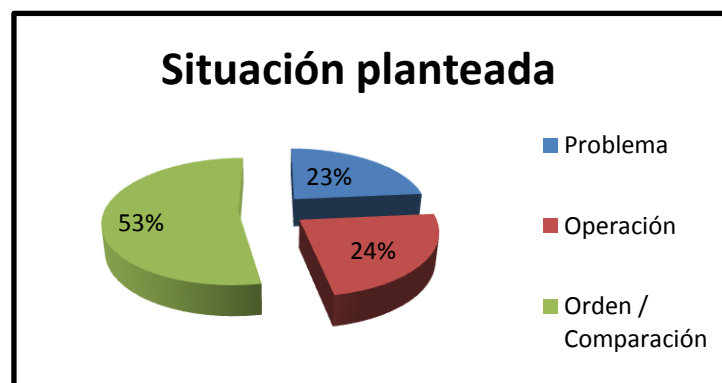
Si analizamos los ítems en función de su estructura, recordemos que en TIMSS las preguntas podían ser de opción múltiple, de respuesta construida cerrada o de respuesta construida abierta; encontramos que el 53% de los ítems (lo que corresponde a 9 ítems) son de opción múltiple mientras que el 35% (lo que corresponde a 6 ítems) son de respuesta construida cerrada y finalmente solo el 12% de los ítems (es decir, 2 ítems) son de respuesta construida abierta.



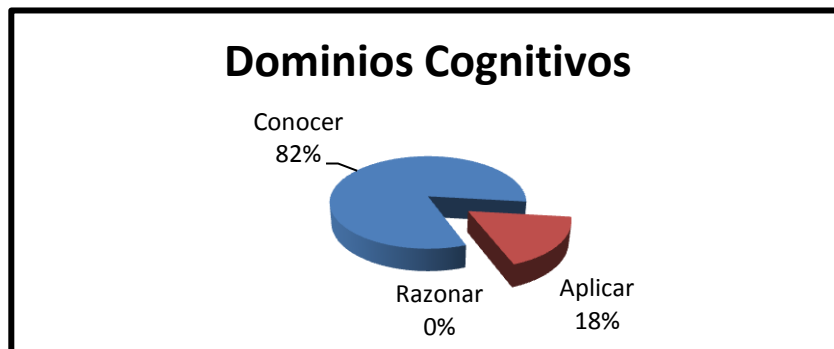
Si analizamos los ítems en función de si tienen contexto o no, es decir, si plantean una situación que el alumno debe de resolver o si directamente indican lo que se debe hacer, encontramos que 13 de los ítems no tienen un contexto definido lo que representa el 76% de los ítems encontrados.



Si analizamos los ítems en función de la situación que plantean, es decir, si son un problema, una operación indicada o una situación de orden o comparación expresada de manera abstracta; encontramos que el 23% de los ítems son un problema, el 24% de los mismos son operaciones indicadas y el 53% de los ítems encontrados son ejercicios de ordenación y comparación de fracciones o decimales de manera abstracta.



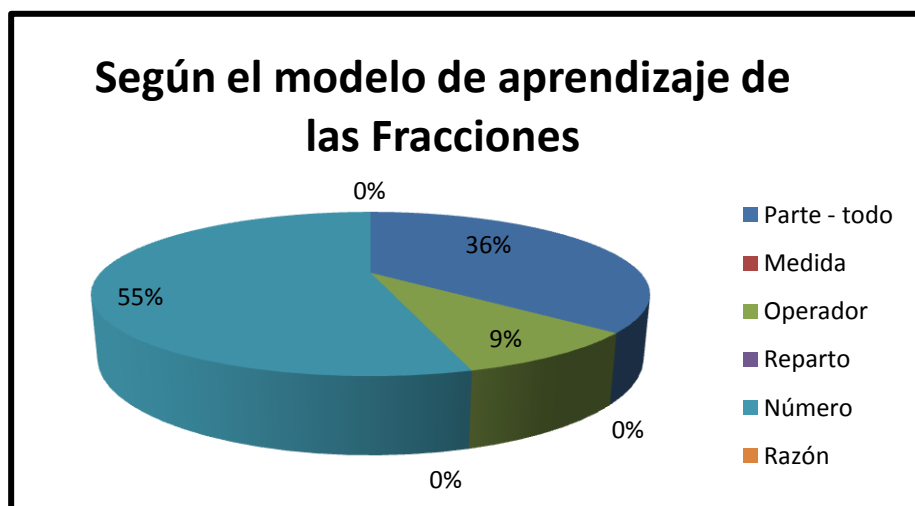
Si analizamos los ítems encontrados que hacen referencia a las fracciones y decimales en cuanto a los dominios cognitivos propuestos por TIMSS (conocer, aplicar y razonar) encontramos que la gran mayoría, un 82% pertenecen al dominio del conocimiento, mientras que el 18% hacen referencia al dominio de la aplicación y no hay ningún ítem (por lo menos de los que se han liberado) que haga referencia al razonamiento.



Finalmente, si analizamos los ítems encontrados sobre fracciones y decimales en relación con los modelos de aprendizaje a los que hacen referencia, tenemos que distinguir primero que para las fracciones tenemos unos modelos de aprendizaje y para los decimales otros, por lo que haremos esta clasificación por separado.

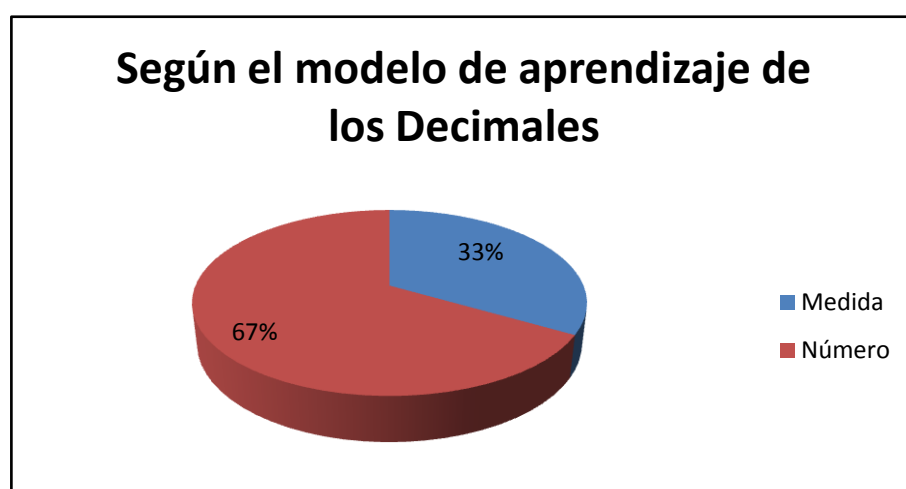
Los modelos de aprendizaje para las fracciones son: el modelo parte – todo, el modelo de medida, el modelo de reparto, el de operador y el de razón, aunque también hemos encontrado preguntas que no siguen ninguno de estos modelos y entienden la fracción como un número. Recordemos que había 11 ítems sobre fracciones (que ahora representarán nuestro 100% de la muestra de ítems sobre fracciones).

Según el modelo de aprendizaje, encontramos que no hay ningún ítem que haga referencia a los modelos de medida, reparto y razón, solo 1 ítem (el 9%) hace referencia al modelo de operador, el 36% de los ítems hacen referencia al modelo parte – todo, y el 55% considera la fracción como un número, es decir, aquí se engloban los ítems que proponen operaciones formales o comparación y ordenación de fracciones sin especificar ningún modelo.



Los modelos de aprendizaje para los números decimales encontrados en los ítems liberados son el número decimal como medida y el número decimal como número, es decir, en esa última clasificación se engloban las operaciones formales y la comparación u ordenación de decimales sin especificar ningún modelo. Recordemos que había 6 ítems sobre decimales (que ahora representarán nuestro 100% de la muestra de ítems sobre decimales).

Según el modelo de aprendizaje, encontramos que el 33% de los ítems hacen referencia al modelo de medida, y el 67% no pertenecerían a ningún modelo.



4.2. Resultado asociado al segundo objetivo.

En este segundo epígrafe de los resultados, vamos analizar la consecución del segundo objetivo planteado para la realización de este Trabajo Fin de Grado, dicho objetivo ha quedado definido en su correspondiente capítulo de la siguiente manera:

– **Elaborar una Prueba de Diagnóstico centrada en las Fracciones y los Decimales:** elaborar una Prueba de Diagnóstico, utilizando ítems liberados y otros de creación propia siguiendo los criterios de diseño establecidos por TIMSS.

A continuación, mostraremos la prueba que hemos elaborado y después realizaremos un breve comentario describiendo los aspectos más relevantes de cada ítem, es decir, si es un ítem liberado o de creación propia, y los aspectos que evalúa.



1. Jaime se ha gastado $\frac{3}{10}$ de su dinero en un bolígrafo y $\frac{5}{10}$ en un libro. ¿Qué fracción de su dinero se ha gastado?

Solución: _____

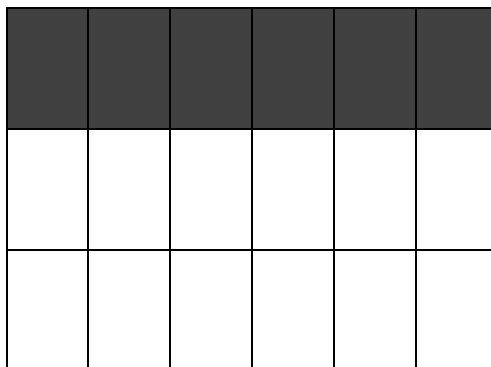
2. En este dibujo hay 12 galletas. Dibuja un círculo alrededor de $\frac{1}{3}$ de las galletas.



3. Escribe una fracción que sea mayor que $\frac{2}{7}$

Solución: _____

4. ¿Qué fracción de este rectángulo está sombreada?



- a) $\frac{1}{4}$
- b) $\frac{1}{3}$
- c) $\frac{6}{12}$
- d) $\frac{2}{3}$

5. Lucas quiere repartir 3 pizzas entre 8 personas. ¿Qué fracción de pizza le corresponde a cada persona?

Solución: _____

6. María compró $\frac{10}{8}$ kg de peras y $\frac{6}{8}$ kg de manzanas. ¿Cuántos kilogramos compró en total?

Solución: _____

7. Daniel viajó primero 4'8 km en coche y después 1'5 km en autobús. ¿Cuántos kilómetros viajó Daniel?

Solución: _____

8. ¿Cuál de estos números es el que está más cerca de 10?

a) 0'10

b) 9'99

c) 10'10

d) 10'90

9. Naiara tiene tres cintas iguales que miden 1'54 metros cada una. ¿Cuánto metros tiene Naiara en total?

Solución: _____

10. Roberto tiene 10 euros. Para comer, compra una botella de zumo de frutas por 2'50 euros y un sándwich por 3'85 euros. ¿Cuánto dinero le queda a Roberto después de pagar su comida?

- a) 3'65 euros
- b) 4'75 euros
- c) 6'35 euros
- d) 16'35 euros

El primer ítem de esta prueba es un ítem liberado de la prueba TIMSS 2007, es un problema de fracciones aditivo de una etapa desde el modelo de aprendizaje parte – todo, al ser un problema tiene un contexto desde el cual el alumno tiene que resolverlo, tiene una respuesta de construcción cerrada y pertenece al dominio cognitivo de conocer.

El segundo ítem de esta prueba es también un ítem liberado de la prueba TIMSS 2007, este ítem no presenta ningún contexto problemático, pertenece al modelo de aprendizaje que considera a la fracción como operador, tiene una respuesta de construcción cerrada y pertenece al dominio cognitivo de conocer.

El tercer ítem de esta prueba es un ítem liberado de la prueba TIMSS 2003, este ítem no presenta ningún contexto problemático, es una situación formal en la que se trabaja el orden y comparación de fracciones, tiene una respuesta de construcción abierta y pertenece al dominio cognitivo de conocer.

El cuarto ítem de esta prueba es también un ítem liberado de la prueba TIMSS 2007, este ítem no presenta ningún contexto problemático, pertenece al modelo de aprendizaje parte – todo, tiene una respuesta de opción múltiple y pertenece al dominio cognitivo de conocer.

El quinto ítem de esta prueba es uno de los ítems que hemos elaborado porque no había ninguno liberado que coincidiese con lo que queríamos evaluar, este ítem es un problema desde el modelo de aprendizaje de reparto y tiene una respuesta de construcción cerrada.

El sexto ítem de esta prueba es uno de los ítems que hemos elaborado porque no había ninguno liberado que coincidiese con lo que queríamos evaluar, este ítem es un problema aditivo de una etapa desde el modelo de aprendizaje de medida y tiene una respuesta de construcción cerrada.

El séptimo ítem de esta prueba es un ítem liberado de la prueba TIMSS 2011 en su versión inglesa que hemos traducido (cambiando el nombre del protagonista por un nombre español) y modificado ya que en un principio era de opción múltiple y lo hemos dejado en respuesta cerrada para ver cómo los alumnos realizaban la suma de decimales, este ítem es un problema aditivo de una etapa dotando al decimal de significado de medida y que pertenece al dominio cognitivo de aplicar.

El octavo ítem de esta prueba es también un ítem liberado de la prueba TIMSS 2007, este ítem no presenta ningún contexto problemático, es una situación formal en la que se evalúa el orden y comparación de números decimales, tiene una respuesta de opción múltiple y pertenece al dominio cognitivo de conocer.

El noveno ítem de esta prueba es uno de los ítems que hemos elaborado porque no había ninguno liberado que coincidiese con lo que queríamos evaluar, este ítem es un problema multiplicativo de una etapa en el que se multiplica un número decimal por otro entero en el que se dota al número decimal de un significado de medida y que tiene una respuesta de construcción cerrada.

El decimo ítem esta prueba es también un ítem liberado de la prueba TIMSS 2007, este ítem es un problema aditivo de dos etapas con números decimales en el que se pretende un E-E-E de suma y después un E-T-E de resta, tiene una respuesta de opción múltiple y pertenece al dominio cognitivo de aplicar.

4.3. Resultado asociado al tercer objetivo.

En este tercer epígrafe de los resultados, vamos a analizar la consecución del tercer objetivo planteado para la realización de este Trabajo Fin de Grado, dicho objetivo ha quedado definido en su correspondiente capítulo de la siguiente manera:

– **Experimentar y Analizar:** realizar la prueba elaborada en una clase de 4º de Educación Primaria y analizar los resultados obtenidos en la clase tomada como muestra.

Los resultados que vamos a mostrar a continuación corresponden a la parte de analizar los resultados obtenidos por los alumnos al realizar la prueba.

Para poder realizar un análisis exhaustivo de los datos obtenidos, se han elaborado diferentes tablas² en las que, como hemos mencionado en el apartado 3.3 del capítulo de metodología, se recogen tanto los datos globales de las preguntas correctas e incorrectas de cada alumno como los criterios específicos para analizar cada pregunta.

En la primera tabla nos encontramos con los datos por alumno y por pregunta, es decir, qué preguntas ha hecho bien y cuales ha fallado cada alumno, esto lo representan las diferentes filas, concluyendo con una columna de preguntas acertadas por alumno que es la nota final que cada alumno ha obtenido en esta prueba. También encontramos en las dos últimas filas, cuántos alumnos han hecho correctamente cada pregunta, finalizando con el porcentaje de alumnos que han respondido correctamente cada pregunta.

Como podemos observar, solo un alumno ha suspendido la prueba (el número 23), mientras que el resto de alumnos oscilan entre un 6 (la nota más baja de los aprobados) y el 10. La nota media de la clase se sitúa en 7'9 puntos.

También podemos observar que en cuanto al porcentaje de alumnos que ha aprobado o realizado correctamente cada pregunta, todas las preguntas han sido superadas por más de la mitad de la clase. Sin embargo, ha habido preguntas que han sido más fáciles que otras, así pues, si retomamos los niveles de dificultad que establecimos en el apartado de metodología para este objetivo, observamos que:

- En el nivel de dificultad 1 – Fácil (si más de 20 alumnos habían contestado correctamente) nos encontramos con tres preguntas: la pregunta número 3 respondida correctamente por 21 alumnos (el 88% del total de alumnos), la pregunta número 1 que fue contestada correctamente por 22 alumnos (el 92%) y finalmente la pregunta número 8 a la que 23 alumnos (el 96%) contestaron acertadamente.

² Todas las tablas están incluidas en el Anexo II del presente Documento

- En el nivel de dificultad 3 – Difícil (si menos de 15 alumnos habían contestado correctamente) nos encontramos únicamente con la pregunta número 5 que fue realizada correctamente por 13 alumnos, lo que supone un 54% de los alumnos que realizaron la prueba.

- Finalmente, el resto de las preguntas se encuentran en el nivel 2 de dificultad – o nivel Medio – ya que fueron realizadas correctamente por un número de alumnos correspondido entre 15 y 20 ambos incluidos.

Un análisis más exhaustivo de los resultados de cada pregunta se realizará en líneas posteriores.

En la segunda tabla, se muestran las notas totales de cada alumno en fracciones y decimales, así como los porcentajes que suponen esas notas ya que hay seis preguntas de fracciones y cuatro de decimales y como se puntúan con 1 punto por respuesta correcta, la nota total de fracciones es sobre seis y la de decimales sobre cuatro, por lo que hemos obtenido los porcentajes de esos resultados para poder compararlos mejor.

Se observa que en general los alumnos lo hacen mejor en decimales que en fracciones ya que 13 alumnos, un 54% del total, obtienen un porcentaje mayor en los ítems de decimales que en los de fracciones, mientras que solo 7 alumnos (el 29%) lo hacen mejor en fracciones que en decimales. Finalmente, 4 alumnos (que representan el 17% del total) lo hacen igual tanto en fracciones como en decimales ya que tienen toda la prueba bien, y son por lo tanto los que han obtenido las mayores puntuaciones calificadas con 10.

Para analizar la variación o diferencia obtenida por los alumnos entre las dos puntuaciones, la de fracciones y la de decimales, comparamos el tanto por ciento obtenido en cada una de las partes y establecimos unas categorías de acuerdo a los puntos de variación o diferencia que separaban a los dos porcentajes, así obtenemos que:

- En la categoría a) “alumnos con una variación entre los dos resultados de 0 puntos (cuando los dos resultados son iguales)” encontramos a 4 alumnos que son los que, como hemos mencionado anteriormente, hicieron bien toda la prueba obteniendo la puntuación máxima.
- En la categoría b) “alumnos con una variación entre los dos resultados menor a 25 puntos” encontramos a 10 alumnos (el 42% del total).
- En la categoría c) “alumnos con una variación entre los dos resultados igual a 25 puntos” encontramos a 4 alumnos.
- En la categoría d) “alumnos con una variación entre los dos resultados mayor a 25 puntos y menor a 50 puntos” encontramos a otros 4 alumnos.
- En las categorías e) “alumnos con una variación entre los dos resultados igual a 50 puntos” y f) “alumnos con una variación entre los dos resultados mayor a 50 puntos y menor a 75 puntos” encontramos a un alumno en cada una de ellas.
- Finalmente, en las categorías g) “alumnos con una variación entre los dos resultados igual a 75 puntos” y h) “alumnos con una variación entre los dos resultados mayor a 75 puntos” no encontramos a ningún alumno.

Antes de empezar con el análisis exhaustivo de cada pregunta, vamos a clasificar a cada estudiante en tres categorías dependiendo de cómo denotan el número decimal, es decir, si ponen la coma arriba, si la escriben abajo o si lo realizan de forma mixta (cada vez en un sitio diferente), así pues, encontramos los siguientes resultados:

- El 79% de los alumnos, lo que corresponde a 19 alumnos, denotan el decimal con la coma arriba.
- Un alumno, lo que supone el 4%, denota el decimal con la coma abajo.
- El 13% de los alumnos, lo que corresponde a 3 alumnos, denotan el decimal de manera mixta, es decir, a veces lo escriben con la coma arriba y otras con la coma abajo.

- Finalmente, de un alumno (el número 23) no podemos saber cómo denota los decimales porque no ha escrito ninguno, la única pregunta que contestó de los decimales fue la de opción múltiple.

A continuación vamos a proceder a analizar cada una de las diez preguntas por separado, atendiendo tanto a las razones de por qué lo hacen bien o mal como al modo de dar la respuesta.

4.3.1 Resultados de la pregunta 1

BIEN	Han contestado "del dinero".	Mal	E. 1	E. 2	E. 3	E. 4	En Blanco
22	3	2	1	0	0	1	0
92%	13%	8%	4%	0%	0%	4%	0%

Como podemos observar, esta pregunta entraría dentro del nivel de dificultad 1 – fácil, porque 22 alumnos (lo que supone el 92%) han contestado correctamente.

De estos 22 alumnos, solo 3 (lo que supone un 13% del total de alumnos y el 14% de los 22 que han contestado bien) han contestado “del dinero” junto a la solución, por lo que son los únicos que entienden que la fracción mide el dinero que se ha gastado el niño del problema.

Observamos que solo dos alumnos han tenido mal esta pregunta, uno porque ha cometido el error E.1 que es que ha restado, es decir, se ha confundido al elegir la operación, y el otro porque ha cometido el error E.4 que es que ha sumado los numeradores aparte y luego no les ha puesto el denominador.

Ningún alumno ha sumado los denominadores en esta pregunta o se ha confundido en la obtención del hecho numérico, ni se la ha dejado en blanco.

4.3.2 Resultados de la pregunta 2

Bien	B. 1	B. 2	B. 3	Mal	E. 1	E. 2	En Blanco
18	10	1	7	5	5	0	1
75%	42%	4%	29%	21%	21%	0%	4%

Como podemos observar, esta pregunta estaría en el nivel 2 de dificultad – nivel medio, porque la realizaron adecuadamente 18 alumnos, lo que supone un 75% del total.

Dentro de los que realizaron bien esta pregunta, hemos creído conveniente establecer tres criterios diferentes analizando qué es lo que hicieron para resolverla:

– 10 alumnos (lo que supone un 42% del total de los alumnos y un 56% de los alumnos que lo tuvieron bien) siguieron el criterio B.1, es decir, marcaron una fila entera de las tres que había, por lo que se puede considerar que realizaron la pregunta a través de la percepción visual (marcar una de las tres filas) considerando así el problema como un ejercicio de parte – todo.

– 7 alumnos (lo que supone un 29% del total de los alumnos y un 39% de los alumnos que lo tuvieron bien) siguieron el criterio B.3, es decir, realizaron cuentas físicamente en el papel, entendiendo la fracción como operador.

– Finalmente, un alumno siguió el criterio B.2 en el que marco las cuatro galletas de otra manera diferente, es decir, no las marcó rodeando una línea, y tampoco realizó cuentas en el papel, por lo que podemos deducir que pudo haber realizado las cuentas mentalmente.

Cinco alumnos realizaron mal esta pregunta, lo que corresponde al 21% del total de los alumnos, y todos ellos cometieron el error E.1 que fue marcar tres galletas, ninguno de ellos cometió el error E.2, marcar otro número de galletas distinto a tres o a la solución correcta (cuatro). Y un alumno, el número 23, dejó la pregunta en blanco.

4.3.3 Resultados de la pregunta 3

Bien	B. 1	B. 2	B. 3	B.4	Mal	En Blanco
21	14	0	2	5	3	0
87%	58%	0%	8%	21%	13%	0%

Como podemos observar, esta pregunta estaría incluida en el nivel 1 de dificultad – nivel fácil, ya que la realizan correctamente 21 alumnos lo que supone el 87% del total de alumnos.

Dentro de los que realizaron bien esta pregunta, hemos creído conveniente establecer cuatro criterios diferentes analizando qué es lo que hicieron para resolverla:

El criterio B.1 que definimos como el proceso de aumentar el numerador, fijando el denominador fue utilizado por 14 alumnos (que representan el 58% del total de alumnos y el 67% de los que lo hicieron bien).

Dos alumnos utilizaron el criterio B.3 que es completar la fracción a la unidad, mientras que ninguno de ellos utilizó el criterio B.2 que es disminuir el denominador, fijando el numerador.

Finalmente, 5 alumnos (que suponen el 21% del total de los alumnos y el 24% de los que lo hicieron bien) utilizaron procesos incorrectos que les llevo a la solución por azar (B.4) ya que sumaron uno tanto en el numerador como en el denominador, esto les llevo a una solución correcta (aunque utilizasen un planteamiento incorrecto).

Sabemos que este proceso no es el adecuado ya que, como podemos observar desde el reparto socializado, si sumamos uno en el numerador tanto en el denominador no siempre la fracción resultante es mayor. Si tenemos una fracción a/b en la que $a > b$ y le sumamos uno tanto en el numerador como en el denominador, la fracción resultante es una fracción menor que la original $[\frac{6}{4} + \frac{1}{1} = \frac{7}{5}, \frac{7}{5} < \frac{6}{4}]$, por lo tanto, si la fracción de esta pregunta hubiera sido una fracción impropia estos alumnos hubieran tenido mal la respuesta.

Finalmente, 3 alumnos (lo que supone un 13% del total) tuvieron mal esta pregunta, y en todos ellos fue por el mismo error ya que lo que hicieron fue fijar el numerador y aumentar el denominador. Ningún alumno se dejó la pregunta en blanco.

4.3.4 Resultados de la pregunta 4

Bien	Mal	E. 1	E. 2	E. 3	En Blanco
17	6	1	4	1	1
71%	25%	4%	17%	4%	4%

Como podemos observar, esta pregunta estaría en el nivel 2 de dificultad – nivel medio, ya que 17 alumnos la han realizado correctamente, lo que supone el 71% del total de los alumnos.

Mientras que el 25% de los alumnos (un total de 6) lo han tenido mal, al ser una pregunta con respuesta de opción múltiple, los diferentes errores que pueden cometer los alumnos son elegir alguna de las tres opciones incorrectas y eso se puede deber a:

- El error E.2, que es elegir la opción c (6/12), fue cometido por 4 alumnos (lo que representa el 17% del total de los alumnos y el 66% de los alumnos que lo tuvieron mal), y se produce cuando el alumno al realizar un doble recuento, cuenta primero los cuadros sombreados, que son 6, y busca la solución que tiene este número en el numerador.

- El error E.3, que es elegir la opción d (2/3), fue cometido por un solo alumno (que representa el 4% del total y el 17% de los alumnos que lo tuvieron mal) y se produce cuando el alumno marca la fracción correspondiente a la parte no sombreada.

- Finalmente, solo un alumno cometió el error E.1 elegir la opción a, y pudo ser debido a que el alumno eligió a boleo que respuesta marcar.

Solo un alumno (el 4% del total), el número 23, dejó la pregunta en blanco.

4.3.5 Resultados de la pregunta 5

Bien	3/8 de pizza	3/8	B. 1	B.2	B.3	B.4	B.5	Mal	E. 1	E. 2	E. 3	E. 4	En Blanco
13	1	12	1	6	0	0	6	10	1	6	1	2	1
54%	4%	50%	4%	25%	0%	0%	25%	42%	4%	25%	4%	8%	4%

Como podemos observar, esta pregunta estaría dentro del nivel 3 de dificultad – nivel difícil, ya que solo 13 alumnos la realizan correctamente lo que supone un 54% del total de los alumnos.

De las respuestas correctas vamos a analizar dos cuestiones diferentes, la forma o proceso en el que llegan a la solución y la manera de dar la respuesta.

En cuanto a la manera de dar la respuesta observamos que solo 1 alumno (lo que corresponde el 8% de los que respondieron correctamente a la pregunta) dio la solución como 3/8 de pizza, entendiendo el número fraccionario como la medida de algo, mientras que 12 alumnos (lo que representa el 92% de los que contestaron bien a la pregunta) solo contestaron escribiendo la fracción sin más, tratándola como un número abstracto.

En cuanto a los procesos seguidos para obtener la solución, encontramos que los alumnos siguieron diferentes criterios:

- 6 alumnos (lo que corresponde al 25% del total de los alumnos y al 46% de los alumnos que lo tuvieron bien) siguieron el criterio B.2 y realizaron una representación de las tres pizzas divididas en ocho trozos cada una, pero después de esto dieron la solución sin más.
- Otros 6 alumnos siguieron el criterio B.5 en el que efectuaron la operación $24/8 = 3$ y luego concluyeron con la solución 3/8.
- Un alumno siguió el criterio B.1 y dio la solución sin más, mientras que ningún alumno siguió los criterios B.3 “representación de las pizzas y sombreado de los tres octavos uno en cada pizza” y B.4 “representación y sombreado de los tres octavos todos en una pizza”.

10 alumnos, lo que representa el 42% del total de los alumnos, tuvieron la pregunta mal. Podemos clasificar a estos alumnos dependiendo del error que cometieron en:

- Error E.1 si dieron como solución 3 porciones de pizza, este error solo lo cometió un alumno, lo que supone un 10% de los alumnos que tuvieron mal la pregunta, y se debe a que expresó la cantidad que le tocaba a cada uno teniendo en cuenta las porciones y no la fracción de la pizza entera.
- Error E.2 si dieron como solución $3/24$, este fue el error más cometido ya que 6 alumnos (el 60% de los alumnos que lo tuvieron mal) dieron esta respuesta, esto se debe a que tras dibujar las tres pizzas divididas en ocho partes cada una, realizaron un doble recuento como si se tratara de un problema parte – todo en el que entendieron el todo, la unidad, como las tres pizzas.
- Error E.3 si dieron como solución $8/3$, este error fue cometido solo por un alumno, que sabiendo que tenía que formular una fracción con los números que aparecían en el enunciado (3 y 8).
- Error E.4 si dieron otras soluciones erróneas (como $5/8$ y $2/8$), este error fue cometido por 2 alumnos, lo que supone el 20% de los alumnos que lo tuvieron mal, y puede deberse a que dieron la solución al azar o a que se equivocaron al realizar la representación de las pizzas.

Finalmente, solo un alumno, el número 23, se dejó en blanco esta pregunta.

4.3.6 Resultados de la pregunta 6

Bien	B. 1	B. 2	B. 3	Mal	E. 1	E. 2	E. 3	E. 4	En Blanco
20	5	8	7	4	3	1	0	0	0
83%	21%	33%	29%	17%	13%	4%	0%	0%	0%

Como podemos observar esta pregunta pertenece al nivel 2 de dificultad o nivel medio ya que un total de 20 alumnos han respondido bien a esta pregunta, lo que supone un 83% del total de alumnos.

En cuanto a los alumnos que lo han tenido bien, vamos a analizar las respuestas en función de cómo los alumnos las han dado, tenemos así tres categorías diferentes:

– B.1: 5 alumnos (lo que supone el 21% del total de los alumnos y el 25% de los que lo tuvieron bien) se han dado cuenta de que la fracción se podía simplificar la fracción y han expresado el resultado como 2 kg.

– B.2: 8 alumnos (lo que supone el 33% del total de los alumnos y el 40% de los que lo hicieron bien) han respondido $16/8$ kg, entendiendo la fracción como unidad de medida y dando el resultado que se les pedía en la pregunta.

– B.3: 7 alumnos (lo que supone el 29% del total y el 35% de los que lo tuvieron bien) han contestado $16/8$ sin especificar la unidad de medida, aunque en la pregunta se preguntase expresamente por los kilos que compró, lo que revela que un porcentaje considerable de los alumnos no entienden que las fracciones puedan medir algo.

Finalmente, cuatro alumnos (lo que supone el 17% del total) tuvieron la pregunta mal, y esto se debió a que mayoritariamente (3 alumnos, el 75% de los que lo tuvieron mal) cometieron el error E.1 ya que sumaron los denominadores de la fracción, mientras que uno de ellos cometió el error E.2 y expresó el resultado como 16 kg, sin poner el denominador (este fue el alumno 23). Ninguno de ellos se confundió en la obtención de los hechos numéricos (error E.3) ni restó en lugar de sumar (error E.4).

Nos llamó la atención el hecho de que en esta pregunta hubiera alumnos que sumasen los denominadores de las fracciones cuando en la pregunta uno nadie cometió este error, por lo que después de corregir la prueba se les preguntó a los alumnos, mientras manteníamos una charla informal, que por qué algunos habían sumado los denominadores en esa pregunta, y la respuesta fue *“es que el numerador no puede ser mayor que el denominador ¿no?”*.

4.3.7 Resultados de la pregunta 7

Bien	B.1	B. 2	B. 3	B. 4	B. 5	Mal	E. 1	E. 2	E. 3	E. 4	E. 5	En Blanco
20	16	4	4	19	1	3	1	1	0	0	1	1
83%	66%	17%	17%	79%	4%	13%	4%	4%	0%	0%	4%	4%

Como podemos observar, esta pregunta pertenece al nivel 2 de dificultad – nivel medio ya que un total de 20 alumnos la han realizado correctamente, lo que corresponde a un 83% del total de alumnos.

En cuanto a las respuestas correctas, vamos a analizar la forma de responder (criterios B.1 y B.2) y el proceso utilizado (criterios B.4 y B.5).

Vemos que 16 alumnos (el 66% del total de los alumnos y el 80% de los que contestaron correctamente) dieron la solución como 6'3 km, entendiendo el número decimal como unidad de medida, mientras que 4 alumnos (el 20% de los alumnos que contestaron correctamente) contestaron 6'3 sin especificar la unidad de medida, por lo que observamos que a la hora de tratar con decimales, se invierten los resultados obtenidos en las fracciones y ahora son más alumnos los que ven el resultado como medida de algo.

Nos parece interesante señalar que 4 alumnos, el 17% del total, necesitaron utilizar dos decimales para realizar la representación (B.3) condición que puede derivarse del haber aprendido inicialmente los decimales desde el sistema monetario.

En cuanto a cómo realizaron el problema, observamos que 19 alumnos (el 79% del total y el 95% de los que realizaron bien esta pregunta) hicieron la operación en vertical (B.4), mientras que solo uno la realizó en horizontal (B.5)

Un total de 3 alumnos realizaron mal la pregunta (lo que supone un 13% del total) y esto se debió a que uno de ellos se confundió en la elección de la operación (E.1), otro indicó que iba a sumar pero luego restó (E.2) y el último empleó fracciones en lugar de decimales (E.5) esto se pudo deber a que, como había estado realizando problemas de fracciones anteriormente, siguiera empleando fracciones por despiste.

Finalmente un alumno, el número 23, se dejó la pregunta en blanco.

4.3.8 Resultados de la pregunta 8

Bien	Mal	E. 1	E. 2	E. 3	En Blanco
23	1	0	1	0	0
96%	4%	0%	4%	0%	0%

Como podemos observar, esta pregunta pertenece al nivel de dificultad 1 – nivel fácil, ya que la realizaron correctamente un total de 23 alumnos, lo que representa el 96%.

Solo hubo un alumno (que corresponde al 4% del total) que realizó mal la prueba y fue porque cometió el error E.2 al elegir la opción c (10'10) como la correcta, este error se debe a que buscó el número más cercano a 10 que lo sobrepasase, sin darse cuenta de que era 9'99 la opción correcta.

4.3.9 Resultados de la pregunta 9

Bien	B. 1	B. 2	B. 3	B. 4	Mal	E. 1	E. 2	E. 3	E. 4	E. 5	E. 6	En Blanco
20	15	5	17	3	3	0	1	0	0	2	0	1
84%	63%	21%	71%	13%	12%	0%	4%	0%	0%	8%	0%	4%

Como podemos observar, esta pregunta pertenece al nivel 2 de dificultad – nivel medio, ya que un total de 20 alumnos han realizado esta pregunta correctamente, lo que supone el 84% del total de los alumnos.

En cuanto a las respuestas correctas, vamos a analizar tanto la forma de dar la respuesta (criterios B.1 y B.2) como el proceso para resolver la pregunta (criterios B.3 y B.4).

Atendiendo a la forma de dar las respuestas nos encontramos con que 15 alumnos (el 63% del total y el 75% de los que lo han hecho bien) han contestado 4'62 metros (B.1), mientras que 5 alumnos han contestado 4'62 sin especificar la unidad de medida, por lo tanto, volvemos a ver que ahora con los decimales son más los que le aplican un significado de medida que de número abstracto.

Atendiendo a la forma de resolver el problema encontramos que 17 alumnos (el 71% del total y el 85% de los que realizaron la pregunta correctamente) realizaron la multiplicación de un número decimal por un natural (B.3), mientras que 3 alumnos realizaron una suma reiterada. Observamos así, que la mayoría de los alumnos son capaces de realizar correctamente una multiplicación de un número decimal por un número natural.

Un total de 3 alumnos tuvieron mal esta pregunta, y esto se debió a que en su mayoría cometieron el error E.5 al omitir la coma en la solución de la multiplicación (2 alumnos realizaron este error lo que supone un 66% de los que tuvieron mal la prueba), el tercer alumno cometió el error E.2 al ir de izquierda a derecha en el algoritmo de la suma.

Finalmente, solo un alumno, el número 23, se dejó en blanco esta pregunta.

4.3.10 Resultados de la pregunta 10

Bien	Mal	E. 1	E. 2	E. 3	E. 4	En Blanco
16	6	1	4	0	1	2
67%	25%	4%	17%	0%	4%	8%

Como podemos observar, esta pregunta se encuentra en el nivel 2 de dificultad – nivel medio, aunque estaría muy cerca del nivel 3 – nivel difícil, ya que 16 alumnos han contestado correctamente a la pregunta, lo que supone el 67% del total.

Un total de 6 alumnos realizaron mal esta pregunta, lo que supone el 25% del total de alumnos y cometieron diversos errores como E.2 al elegir la opción c en la que sumaron las dos cantidades (la primera etapa del problema) y no continuaron debido a que no leyeron o comprendieron la pregunta, este error lo cometieron un total de 4 alumnos (lo que representa el 66% de los que lo tuvieron mal).

Otro alumno cometió el error E.1 al elegir la opción b como respuesta correcta, esto se debe a que se equivocó en el algoritmo de la resta con llevadas. Y finalmente, el último alumno que realizó mal la pregunta fue porque cometió el error E.4 en el que no marca ninguna de las opciones porque al realizar la operación, aunque indica que va a sumar, termina realizando una resta.

Para concluir, un total de 2 alumnos, el 8% del total, se dejaron la pregunta en blanco.

4.4. Resultado asociado al cuarto objetivo.

En este cuarto epígrafe de los resultados, vamos analizar la consecución del cuarto objetivo planteado para la realización de este Trabajo Fin de Grado, dicho objetivo ha quedado definido en su correspondiente capítulo de la siguiente manera:

- A la luz de los resultados, **realizar propuestas de mejora.**

Como hemos mencionado en el apartado 3.4 de Metodología, vamos a seguir dos vías diferentes para realizar las propuestas de mejora, la primera de ellas atendiendo a la enseñanza del tópico “Fracciones y Decimales” en Educación Primaria y la segunda en relación a los distintos usos que se pueden hacer de las Pruebas de Evaluación de Diagnóstico.

En cuanto a la enseñanza de las fracciones en Educación Primaria, creemos conveniente que, el modelo de aprendizaje parte – todo no debería ser el único que se enseñase en las aulas sino que deberían predominar aquellos modelos que dotasen al número fraccionario de un significado más fácil de entender y que lo situase dentro de la categoría reconocida de “número”, con esto nos referimos a que el número fraccionario no debería verse como algo abstracto.

Para ello las fracciones deberían de ser enseñadas (y aprendidas por los alumnos) desde el modelo de medida y el modelo de reparto, para ello sería conveniente que los alumnos las vieran por primera vez asociadas al modelo de medida y las aprendieran a través de ejercicios o actividades en los que tuvieran que realizar la acción de medir utilizando diversos objetos tangibles y emplear distintas técnicas, como por ejemplo medir una tira de papel utilizando una unidad dada que pueden fraccionar hasta que con esa nueva subunidad sean capaces de medir la tira de papel con un número exacto de veces, para así llegar a la conclusión de que han empleado a subunidades que miden $1/b$ de la unidad.

Una vez que los alumnos dominasen este modelo de aprendizaje, desde el que habrían aprendido como realizar los diferentes algoritmos de las operaciones dotándolos de un significado concreto, el de medida, así como a ordenar y comparar fracciones teniendo en cuenta cual es la magnitud de medida, los alumnos aprenderían, en cursos posteriores el aprendizaje de las fracciones desde el modelo de reparto equitativo, en el que tendrían que repartir o dividir un número a de objetos entre un grupo formado por b personas.

Finalmente, una vez que los alumnos hubieran adquirido el significado de la fracción como reparto, se procedería a la introducción o aprendizaje del número decimal, o mejor dicho, de la notación decimal, que se vería como la relación entre la fracción y la notación decimal a través de la Representación Polinómica Decimal, y que dotaría de un nuevo significado al número decimal que ya habrían visto con anterioridad debido al aprendizaje del sistema monetario.

En cuanto al uso de las Pruebas de Evaluación de Diagnóstico, creemos que las pruebas de diagnóstico, o al menos los ítems liberados, deberían estar más presentes en las aulas, y no solo cuando los alumnos tienen que hacer una para ser evaluados por un determinado programa o entidad.

Creemos que los profesores deberían incorporar la información que dan las diferentes pruebas de diagnóstico a su propia práctica docente para así reforzar aquellos dominios que sus alumnos han realizado “mal” con anterioridad y para mejorar la calidad de la educación en general.

Para ello proponemos que los ítems liberados de las distintas pruebas de diagnóstico deberían ser utilizados en la práctica diaria de cada clase, tanto a la hora de explicar determinados tópicos (para poner ejemplos), para realizar actividades de clase y como suplemento a los problemas y preguntas que habitualmente resuelvan, e incluso como posibles preguntas para evaluar a los alumnos (en los exámenes puestos por el docente), ya que estos ítems están avalados por las pruebas a las que pertenecen y por lo tanto pueden ser empleados en la educación del alumnado.

CAPÍTULO 5: CONCLUSIONES

En este último capítulo vamos a desarrollar las conclusiones que hemos extraído y elaborado durante la realización del presente Trabajo Fin de Grado.

A continuación expondremos las conclusiones a las que hemos llegado tras el análisis de los ítems liberados de las pruebas TIMSS, recalcar que no estamos haciendo inferencias sobre la totalidad de preguntas, ya que no están disponibles, sino sobre las que están liberadas, y que las preguntas liberadas son una muestra significativa y representativa del total de las preguntas del estudio.

1. Tras analizar todos los ítems liberados, un total de 157, en busca de ítems relacionados con las fracciones y números decimales y encontrar solo 17 ítems que correspondían con nuestros criterios, podemos concluir que hay una presencia relativamente escasa del número racional en las pruebas de Evaluación TIMSS.

2. Tras dividir los 17 ítems en fracciones y decimales, y observar que hay más fracciones, podemos decir que TIMSS considera a la fracción como la primera representación del número racional debido a que se le concede una mayor presencia que al decimal. Es decir, parece que TIMSS sugiere que la enseñanza del racional empiece con la fracción y a continuación el decimal y no al contrario.

3. En cuanto al análisis según a la estructura de la prueba podemos concluir que TIMSS entiende que los racionales son un contenido difícil ya que la modalidad del tipo de preguntas que presenta mayoritariamente es de opción múltiple (las menos exigentes para el alumno).

4. En relación a los dominios cognitivos que evaluaban los ítems relacionados con los números racionales liberados observamos que predominaban los pertenecientes al dominio de Conocer, y que a pesar de lo dicho en el marco teórico sobre los propósitos de TIMSS, hay una ausencia de problemas en este tópico que puede ser debida a la concepción que tiene TIMSS como tópico “difícil”. Por lo que se observa un interés por la enseñanza de procedimientos antes que por la aplicación de los mismos, a la vez que un interés en el orden y la comparación sin contexto.

5. Finalmente, tras el análisis de los ítems liberados pertenecientes a la categoría de fracciones sobre los modelos de aprendizaje que se entreveen en cada uno de los ítems, podemos concluir que hay una inexistencia de los modelos de aprendizaje en la mayoría de las preguntas analizadas debido a su enfoque puramente formal de fracciones sin significado, y en los pocos ítems en los que se puede apreciar algún modelo hay pobreza de diversidad ya que el modelo de parte – todo es el prioritario mientras que los significados de medida y reparto son casi inexistentes.

6. Sin embargo, en el análisis de los ítems liberados pertenecientes a la categoría de números decimales teniendo en cuenta el modelo de aprendizaje, el significado de medida del número racional sí que aparece asociado con el sistema de representación decimal, por lo que parece lógico suponer que aquellos alumnos que solamente asignen a los números significados como cardinales, ordinales, medidas y códigos (los que tenían los naturales) den a un número racional con representación decimal la entidad de número mientras que el mismo número en forma de fracción no es percibido como un “número” que pueda expresar una cantidad de magnitud, sino como “algo matemático” que describe o representa una situación estática.

A continuación, vamos a establecer las conclusiones extraídas tras el análisis de los datos obtenidos en la realización de prueba que hemos elaborado:

7. En general, todos los alumnos han sido capaces de realizar la prueba que habíamos preparado, arrojando unos resultados bastante buenos, siendo la media de la clase un 7'9 y solo uno de los alumnos (el número 23) suspendió la prueba debido a que solo contestó aquellas preguntas en las que se sentía “seguro”.

8. Se observó un claro predominio del modelo de aprendizaje del parte – todo en las fracciones, ya que muy pocos alumnos fueron los que contestaron, en las preguntas en las que la fracción se entendía como medida de algo, con la magnitud que se media, viendo así que los alumnos eran propensos a considerar el número fraccionario como un número abstracto.

9. Incluso la tutora de la clase favorece el modelo de aprendizaje parte – todo, ya que fue el que ella aprendió y el que ha estado utilizando durante todos sus años de práctica docente, y esto lo pudimos observar cuando en la realización de la prueba, al plantear la pregunta 5 (repartir 3 pizzas entre 8 personas, fracción desde el modelo de reparto), ella dijo que la solución eran $3/24$ ya que consideraba las tres pizzas como una sola unidad.

10. En cuanto a los algoritmos para la realización de operaciones con fracciones, vemos que la gran mayoría de los alumnos son capaces de sumar y restar fracciones con el mismo denominador, aunque se produjo un hecho curioso en la pregunta 6 ya que al realizar la suma de fracciones ($10/8 + 6/8$) el resultado era una fracción impropia, y hubo varios alumnos que sumaron también los denominadores cuando en preguntas anteriores no lo habían hecho, se les preguntó que porque habían sumado los denominadores esta vez y la respuesta fue *“es que el numerador era mayor que el denominador y eso no puede ser ¿no?”*.

11. Los alumnos obtuvieron una mejor puntuación en la parte de decimales que en la de fracciones, debido a que lo entendían como algo parecido al número natural ya que incluso los algoritmos de las operaciones son muy parecidos.

12. Los decimales eran mejor entendidos como unidad de medida que las fracciones ya que los alumnos escribían en la respuesta la magnitud que se medía, esto también puede ser debido a su parecido con el número natural.

13. Hubo alumnos que para realizar las operaciones necesitaban denotar los dos decimales, poniendo un cero en las centésimas, hecho que podría ser debido a que los alumnos habían aprendido previamente el decimal desde el sistema monetario.

Finalmente, de las propuestas de mejora obtenemos dos conclusiones principales:

14. La enseñanza del número fraccionario debería de hacerse desde los modelos de medida y reparto equitativo, dejando de darle tanta importancia al modelo parte – todo.

15. El número decimal debería de aprenderse una vez que se hubiera adquirido el significado de fracción desde los modelos anteriormente propuestos y siguiendo la técnica de la Representación Polinómica Decimal.

16. Los ítems liberados de las pruebas de diagnostico deberían ser utilizados en la práctica diaria como ejemplos, tareas del alumno, preguntas de examen, etc. ya que son una fuente fiable y avalada por las pruebas en las que están incluidos.

BIBLIOGRAFÍA

- Borrador del Currículo de Primaria de Aragón (LOMCE). (2 de Mayo de 2014). *BOA* . Aragón: Consejería de Educación, Universidad, Cultura y Deporte de la Comunidad Autónoma de Aragón.
- Cid, E., Godino, J. D., & Batanero, C. (2002). *Sistemas Numéricos y su Didáctica para Maestros*. EDUMAT.
- Currículum de Aragón. (9 de mayo de 2007). *Orden del Departamento de Educación, Cultura y Deporte* . Comunidad Autónoma de Aragón, España.
- Diego, J. (2013). Elaboracion de Items. Hacia TIMSS 2015. *Seminario. Comillas. Septiembre 2013*.
- EFE. (13 de Marzo de 2013). Wert, I: Las pruebas finales nos permitirán saber dónde estamos y qué mejorar. *La Razón digital* .
- Escolano, Gairín, J. M., Muñoz, J. M., & Cid, E. (2012). *Apuntes de la asignatura Didáctica de la Aritmética II*. Zaragoza: Departamento de Matemáticas. Facultad de Educación. Universidad de Zaragoza.
- Escolano, R., & Gairín, J. M. (2005). Modelos de medida para la enseñanza del número racional en Educación Primaria. *UNIÓN* , 17 - 35.
- Gairín Sallán, J. M. (2003). Estudiantes para Maestros: Reflexiones sobre la instrucción en los números racionales positivos. *Contextos Educativos* 6 - 7 , 235 - 260.
- Gairín, J. M., & Muñoz Escolano, J. M. (2005). *El número racional positivo en la práctica educativa: estudio de una propuesta editorial*. Córdoba: IX SIMPOSIO SEIEM.
- González Nagel, E. J. (2012). Cuestionarios de Contexto en los estudios de la IEA. *Bordón*, 64 , 29 - 39.

- IEA. (2008). *Ítems liberados de Matemáticas. TIMSS 2007 versión Española 4º E.P.*
- IEA. (2002). *Marcos teóricos y especificaciones de la evaluación de TIMSS 2003*. Madrid: Ministerio de Educación, Cultura y Deporte.
- IEA. (2013). *PIRLS - TIMS 2011. Estudio Internacional de progreso en comprensión lectora, matemáticas y ciencias. Volumen I. Informe Español*. Madrid: Ministerio de Educación, Cultura y Deporte.
- IEA. (2012). *TEDS - M. Estudio Internacional sobre la formación inicial en Matemáticas de los Maestros*. Madrid: Ministerio de Educación, Cultura y Deporte.
- IEA. (2013). *TIMSS 2011 User Guide for the International Database. Released Items Mathematics - Fourth Grade*. United States: TIMSS & PIRLS International Study Center. Boston College.
- IEA. (2012). *TIMSS 2011. Marcos de la Evaluación. Informe Español*. Madrid: Ministerio de Educación, Cultura y Deporte.
- INCE. (1997). *Resultados de Matemáticas. Tercer Estudio Internacional de Matemáticas y Ciencias (TIMSS)*. Madrid: Ministerio de Educación y Cultura.
- INEE. (2010). *Evaluación General de Diagnóstico 2009*. Madrid: Ministerio de Educación, Cultura y Deporte.
- Joncas, M., & Foy, P. (2010). *Methods and Procedures, Sampling Implementation. Sample Design in TIMSS & PIRLS*. Boston College: TIMSS & PIRLS International Study Center. IEA.
- Konic, P. M., Godino, J. D., & Rivas, M. A. (2010). Análisis de la introducción de los números decimales en un libro de texto. *NÚMEROS*, 57 - 74.
- Ley Orgánica de Educación. (4 de mayo de 2006). *Boe 106, Artículo 21* . Madrid, España.

- Ley Orgánica de Mejora de la Calidad Educativa. (10 de Diciembre de 2013). *BOE* 295 . Madrid, España.
- *Matemáticas 4º E.P. Proyecto 2.0*. SM.
- OCDE. (2013). *PISA 2012, Programa para la Evaluación Internacional de los alumnos*. Madrid: Ministerio de Educación, Cultura y Deporte.
- Penelles, M. (8 de Junio de 2012). Un polémico "ranking" de colegios. *El País* .
- Real Decreto 126/2014 por el que se establece el currículo básico de la Educación Primaria. (1 de Marzo de 2014). *BOE* 52 . Madrid, España.

ANEXOS

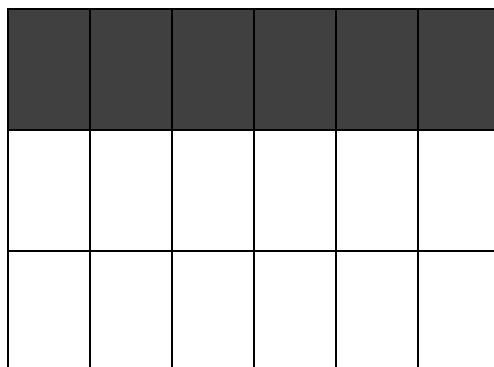
Anexo I: Ítems liberados sobre las fracciones y decimales en TIMSS.....pág. 84

Anexo II: Tablas Excel realizadas para el análisis de las pruebas corregidas.....pág. 90

Anexo I: Ítems liberados sobre las fracciones y los decimales en TIMSS.

TIMSS 2007

1. ¿Qué fracción de este rectángulo está sombreada?



e) $\frac{1}{4}$

f) $\frac{1}{3}$

g) $\frac{6}{12}$

h) $\frac{2}{3}$

2. Resta: 5'3 – 3'8

Solución: _____

3. Roberto tiene 10 zeds. Para comer, compra una botella de zumo de frutas por 2'50 zeds y un sándwich por 3'85 zeds. ¿Cuánto dinero le queda a Roberto después de pagar su comida?

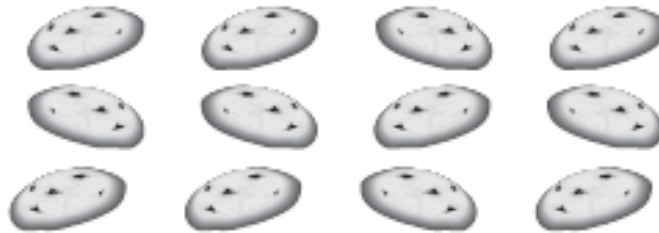
e) 3'65 zeds

f) 4'75 zeds

g) 6'35 zeds

h) 16'35 zeds

4. En este dibujo hay 12 galletas. Dibuja un círculo alrededor de $\frac{1}{3}$ de las galletas.



5. ¿Qué fracción equivale a $\frac{2}{3}$?

a) $\frac{3}{4}$

b) $\frac{4}{9}$

c) $\frac{4}{6}$

d) $\frac{3}{2}$

6. Jaime se ha gastado $\frac{3}{10}$ de su dinero en un bolígrafo y $\frac{5}{10}$ en un libro. ¿Qué fracción de su dinero se ha gastado?

Solución: _____

7. $\frac{4}{5} - \frac{1}{5} =$

a) $\frac{3}{5}$

b) $\frac{3}{10}$

c) $\frac{3}{25}$

d) 3

8. $12'36 - 9'7 =$

Solución: _____

9. ¿Cuál de estos números es el que está más cerca de 10?

e) 0'10

f) 9'99

g) 10'10

h) 10'90

TIMSS 2003

10. Escribe una fracción que sea mayor que $\frac{2}{7}$

Solución: _____

TIMSS 2011 VERSIÓN INGLESA TRADUCIDA.

11. Daniel viajó primero 4'8 km en coche y después 1'5 km en autobús

¿Cuántos km viajó Daniel?

a) 6'3

b) 5'8

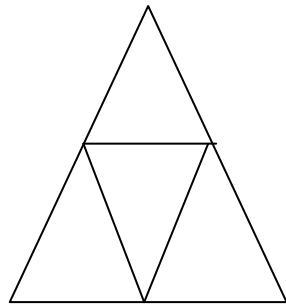
c) 5'13

d) 4'95

12. ¿Qué fracción no es igual que las otras?

- a) $1/2$
- b) $4/8$
- c) $2/4$
- d) $2/8$

13. Pinta $1/2$ del triángulo.



14. Escribe un número que sea mayor que 5 y menor que 6

15. Tomas comió $1/2$ de una tarta y Julia $1/4$ ¿Cuánto comieron los dos juntos?

- a) $1/6$
- b) $2/6$
- c) $3/4$
- d) $3/9$

16. ¿Qué frase significa que Juan come $\frac{2}{4}$ de la pizza?

- a) Juan come $\frac{1}{5}$ de la pizza
- b) Juan come $\frac{1}{4}$ de la pizza
- c) Juan come $\frac{1}{3}$ de la pizza
- d) Juan come $\frac{1}{2}$ de la pizza

17. ¿Cuál de estas fracciones es mayor que $\frac{1}{2}$?

- a) $\frac{3}{5}$
- b) $\frac{3}{6}$
- c) $\frac{3}{8}$
- d) $\frac{3}{10}$

Anexo II: Tablas Excel realizadas para el análisis de las pruebas corregidas.

Tabla 1: Totales por alumno y por pregunta.

Alumnos	P. 1	P. 2	P. 3	P. 4	P. 5	P. 6	P. 7	P. 8	P. 9	P. 10	Total por alumno
A. 1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	9
A. 2	1	1	1	1	0	1	1	1	1	0	8
A. 3	1	0	1	1	1	0	1	1	1	1	8
A. 4	0	0	1	1	1	1	1	1	1	0	7
A. 5	1	1	1	1	1	1	0	1	1	1	9
A. 6	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	10
A. 7	1	1	1	1	0	1	1	1	0	1	8
A. 8	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	10
A. 9	1	1	1	0	0	1	1	0	1	1	7
A. 10	1	1	0	1	1	1	1	1	1	1	9
A. 11	1	1	1	0	0	1	1	1	1	1	8
A. 12	1	1	1	1	0	1	1	1	1	0	8
A. 13	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1	6
A. 14	1	1	1	1	0	1	1	1	1	1	9
A. 15	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	10
A. 16	1	1	0	1	1	1	1	1	1	1	9
A. 17	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	10
A. 18	1	0	1	0	1	0	1	1	1	0	6
A. 19	1	1	1	0	0	1	1	1	1	1	8
A. 20	1	0	0	0	1	1	1	1	1	1	7
A. 21	1	1	1	1	0	1	0	1	0	0	6
A. 22	1	1	1	1	0	1	1	1	1	1	9
A. 23	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0	2
A. 24	1	0	1	1	1	1	1	1	0	0	7
Total por pregunta	22	18	21	17	13	20	20	23	20	16	
Porcentaje	92%	75%	88%	71%	54%	83%	83%	96%	83%	67%	

Tabla 2: Comparación entre los resultados de Fracciones y Decimales

Alumnos	P. 1	P. 2	P. 3	P. 4	P. 5	P. 6	Total en Fracciones	Porcentaje Fracciones	P. 7	P. 8	P. 9	P. 10	Total en decimales	Porcentaje Decimales
A. 1	1	1	1	1	1	1	6	100%	1	1	1	0	3	75%
A. 2	1	1	1	1	0	1	5	83%	1	1	1	0	3	75%
A. 3	1	0	1	1	1	0	4	67%	1	1	1	1	4	100%
A. 4	0	0	1	1	1	1	4	67%	1	1	1	0	3	75%
A. 5	1	1	1	1	1	1	6	100%	0	1	1	1	3	75%
A. 6	1	1	1	1	1	1	6	100%	1	1	1	1	4	100%
A. 7	1	1	1	1	0	1	5	83%	1	1	0	1	3	75%
A. 8	1	1	1	1	1	1	6	100%	1	1	1	1	4	100%
A. 9	1	1	1	0	0	1	4	67%	1	0	1	1	3	75%
A. 10	1	1	0	1	1	1	5	83%	1	1	1	1	4	100%
A. 11	1	1	1	0	0	1	4	67%	1	1	1	1	4	100%
A. 12	1	1	1	1	0	1	5	83%	1	1	1	0	3	75%
A. 13	1	1	1	0	0	0	3	50%	0	1	1	1	3	75%
A. 14	1	1	1	1	0	1	5	83%	1	1	1	1	4	100%
A. 15	1	1	1	1	1	1	6	100%	1	1	1	1	4	100%
A. 16	1	1	0	1	1	1	5	83%	1	1	1	1	4	100%
A. 17	1	1	1	1	1	1	6	100%	1	1	1	1	4	100%
A. 18	1	0	1	0	1	0	3	50%	1	1	1	0	3	75%
A. 19	1	1	1	0	0	1	4	67%	1	1	1	1	4	100%
A. 20	1	0	0	0	1	1	3	50%	1	1	1	1	4	100%
A. 21	1	1	1	1	0	1	5	83%	0	1	0	0	1	25%
A. 22	1	1	1	1	0	1	5	83%	1	1	1	1	4	100%
A. 23	0	0	1	0	0	0	1	17%	0	1	0	0	1	25%
A. 24	1	0	1	1	1	1	5	83%	1	1	0	0	2	50%

Tabla de la Pregunta 1

Alumnos	BIEN	Han contestado "del dinero".	Mal	E. 1	E. 2	E. 3	E. 4	En Blanco
A. 1	1	0	0	0	0	0	0	0
A. 2	1	0	0	0	0	0	0	0
A. 3	1	1	0	0	0	0	0	0
A. 4	0	0	1	1	0	0	0	0
A. 5	1	0	0	0	0	0	0	0
A. 6	1	0	0	0	0	0	0	0
A. 7	1	1	0	0	0	0	0	0
A. 8	1	0	0	0	0	0	0	0
A. 9	1	0	0	0	0	0	0	0
A. 10	1	1	0	0	0	0	0	0
A. 11	1	0	0	0	0	0	0	0
A. 12	1	0	0	0	0	0	0	0
A. 13	1	0	0	0	0	0	0	0
A. 14	1	0	0	0	0	0	0	0
A. 15	1	0	0	0	0	0	0	0
A. 16	1	0	0	0	0	0	0	0
A. 17	1	0	0	0	0	0	0	0
A. 18	1	0	0	0	0	0	0	0
A. 19	1	0	0	0	0	0	0	0
A. 20	1	0	0	0	0	0	0	0
A. 21	1	0	0	0	0	0	0	0
A. 22	1	0	0	0	0	0	0	0
A. 23	0	0	1	0	0	0	1	0
A. 24	1	0	0	0	0	0	0	0
Total	22	3	2	1	0	0	1	0
Porcentaje	92%	13%	8%	4%	0%	0%	4%	0%

Tabla de la Pregunta 2

Alumnos	Bien	B. 1	B. 2	B. 3	Mal	E. 1	E. 2	En Blanco
A. 1	1	1	0	0	0	0	0	0
A. 2	1	1	0	0	0	0	0	0
A. 3	0	0	0	0	1	1	0	0
A. 4	0	0	0	0	1	1	0	0
A. 5	1	1	0	0	0	0	0	0
A. 6	1	1	0	0	0	0	0	0
A. 7	1	0	1	0	0	0	0	0
A. 8	1	1	0	0	0	0	0	0
A. 9	1	1	0	0	0	0	0	0
A. 10	1	0	0	1	0	0	0	0
A. 11	1	0	0	1	0	0	0	0
A. 12	1	0	0	1	0	0	0	0
A. 13	1	0	0	1	0	0	0	0
A. 14	1	1	0	0	0	0	0	0
A. 15	1	1	0	0	0	0	0	0
A. 16	1	1	0	0	0	0	0	0
A. 17	1	1	0	0	0	0	0	0
A. 18	0	0	0	0	1	1	0	0
A. 19	1	0	0	1	0	0	0	0
A. 20	0	0	0	0	1	1	0	0
A. 21	1	0	0	1	0	0	0	0
A. 22	1	0	0	1	0	0	0	0
A. 23	0	0	0	0	0	0	0	1
A. 24	0	0	0	0	1	1	0	0
Total	18	10	1	7	5	5	0	1
Porcentaje	75%	42%	4%	29%	21%	21%	0%	4%

Tabla de la Pregunta 3

Alumnos	Bien	B. 1	B. 2	B. 3	B.4	Mal	En Blanco
A. 1	1	0	0	0	1	0	0
A. 2	1	1	0	0	0	0	0
A. 3	1	1	0	0	0	0	0
A. 4	1	0	0	1	0	0	0
A. 5	1	1	0	0	0	0	0
A. 6	1	1	0	0	0	0	0
A. 7	1	1	0	0	0	0	0
A. 8	1	1	0	0	0	0	0
A. 9	1	0	0	0	1	0	0
A. 10	0	0	0	0	0	1	0
A. 11	1	1	0	0	0	0	0
A. 12	1	1	0	0	0	0	0
A. 13	1	0	0	0	1	0	0
A. 14	1	1	0	0	0	0	0
A. 15	1	1	0	0	0	0	0
A. 16	0	0	0	0	0	1	0
A. 17	1	0	0	1	0	0	0
A. 18	1	1	0	0	0	0	0
A. 19	1	0	0	0	1	0	0
A. 20	0	0	0	0	0	1	0
A. 21	1	0	0	0	1	0	0
A. 22	1	1	0	0	0	0	0
A. 23	1	1	0	0	0	0	0
A. 24	1	1	0	0	0	0	0
Total	21	14	0	2	5	3	0
Porcentaje	87%	58%	0%	8%	21%	13%	0%

Tabla de la Pregunta 4

Alumnos	Bien	Mal	E. 1	E. 2	E. 3	En Blanco
A. 1	1	0	0	0	0	0
A. 2	1	0	0	0	0	0
A. 3	1	0	0	0	0	0
A. 4	1	0	0	0	0	0
A. 5	1	0	0	0	0	0
A. 6	1	0	0	0	0	0
A. 7	1	0	0	0	0	0
A. 8	1	0	0	0	0	0
A. 9	0	1	0	1	0	0
A. 10	1	0	0	0	0	0
A. 11	0	1	0	1	0	0
A. 12	1	0	0	0	0	0
A. 13	0	1	0	1	0	0
A. 14	1	0	0	0	0	0
A. 15	1	0	0	0	0	0
A. 16	1	0	0	0	0	0
A. 17	1	0	0	0	0	0
A. 18	0	1	1	0	0	0
A. 19	0	1	0	1	0	0
A. 20	0	1	0	0	1	0
A. 21	1	0	0	0	0	0
A. 22	1	0	0	0	0	0
A. 23	0	0	0	0	0	1
A. 24	1	0	0	0	0	0
Total	17	6	1	4	1	1
Porcentaje	71%	25%	4%	17%	4%	4%

Tabla de la Pregunta 5

Alumnos	Bien	3/8 de pizza	3/8	B. 1	B.2	B.3	B.4	B.5	Mal	E. 1	E. 2	E. 3	E. 4	En Blanco
A. 1	1	0	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
A. 2	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0
A. 3	1	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
A. 4	1	0	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
A. 5	1	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0
A. 6	1	0	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
A. 7	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	1	0	0	0
A. 8	1	0	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
A. 9	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1	0	0
A. 10	1	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
A. 11	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0
A. 12	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	1	0	0	0
A. 13	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0
A. 14	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	1	0	0	0
A. 15	1	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0
A. 16	1	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0
A. 17	1	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0
A. 18	1	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0
A. 19	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	1	0	0	0
A. 20	1	0	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
A. 21	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	1	0	0	0
A. 22	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	1	0	0	0
A. 23	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1
A. 24	1	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0
Total	13	1	12	1	6	0	0	6	10	1	6	1	2	1
Porcentaje	54%	4%	50%	4%	25%	0%	0%	25%	42%	4%	25%	4%	8%	4%

Tabla de la pregunta 6

Alumnos	Bien	B. 1	B. 2	B. 3	Mal	E. 1	E. 2	E. 3	E. 4	En Blanco
A. 1	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0
A. 2	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0
A. 3	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0
A. 4	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0
A. 5	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0
A. 6	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0
A. 7	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0
A. 8	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0
A. 9	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0
A. 10	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0
A. 11	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0
A. 12	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0
A. 13	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0
A. 14	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0
A. 15	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0
A. 16	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0
A. 17	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0
A. 18	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0
A. 19	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0
A. 20	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0
A. 21	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0
A. 22	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0
A. 23	0	0	0	0	1	0	1	0	0	0
A. 24	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0
Total	20	5	8	7	4	3	1	0	0	0
Porcentaje	83%	21%	33%	29%	17%	13%	4%	0%	0%	0%

Tabla de la Pregunta 7

Alumnos	Bien	B.1	B. 2	B. 3	B. 4	B. 5	Mal	E. 1	E. 2	E. 3	E. 4	E. 5	En Blanco
A. 1	1	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0
A. 2	1	0	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0
A. 3	1	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0
A. 4	1	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0
A. 5	0	0	0	0	0	0	1	0	1	0	0	0	0
A. 6	1	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0
A. 7	1	1	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0
A. 8	1	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0
A. 9	1	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0
A. 10	1	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0
A. 11	1	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0
A. 12	1	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0
A. 13	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0
A. 14	1	0	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0
A. 15	1	1	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0
A. 16	1	1	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0
A. 17	1	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0
A. 18	1	0	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0
A. 19	1	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0
A. 20	1	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0
A. 21	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0
A. 22	1	1	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0
A. 23	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1
A. 24	1	0	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0
Total	20	16	4	4	19	1	3	1	1	0	0	1	1
Porcentaje	83%	66%	17%	17%	79%	4%	13%	4%	4%	0%	0%	4%	4%

Tabla de la pregunta 8

Alumnos	Bien	Mal	E. 1	E. 2	E. 3	En Blanco
A. 1	1	0	0	0	0	0
A. 2	1	0	0	0	0	0
A. 3	1	0	0	0	0	0
A. 4	1	0	0	0	0	0
A. 5	1	0	0	0	0	0
A. 6	1	0	0	0	0	0
A. 7	1	0	0	0	0	0
A. 8	1	0	0	0	0	0
A. 9	0	1	0	1	0	0
A. 10	1	0	0	0	0	0
A. 11	1	0	0	0	0	0
A. 12	1	0	0	0	0	0
A. 13	1	0	0	0	0	0
A. 14	1	0	0	0	0	0
A. 15	1	0	0	0	0	0
A. 16	1	0	0	0	0	0
A. 17	1	0	0	0	0	0
A. 18	1	0	0	0	0	0
A. 19	1	0	0	0	0	0
A. 20	1	0	0	0	0	0
A. 21	1	0	0	0	0	0
A. 22	1	0	0	0	0	0
A. 23	1	0	0	0	0	0
A. 24	1	0	0	0	0	0
Total	23	1	0	1	0	0
Porcentaje	96%	4%	0%	4%	0%	0%

Tabla de la Pregunta 9

Alumnos	Bien	B. 1	B. 2	B. 3	B. 4	Mal	E. 1	E. 2	E. 3	E. 4	E. 5	E. 6	En Blanco
A. 1	1	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
A. 2	1	0	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0
A. 3	1	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
A. 4	1	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
A. 5	1	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0
A. 6	1	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
A. 7	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0
A. 8	1	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
A. 9	1	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
A. 10	1	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
A. 11	1	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
A. 12	1	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
A. 13	1	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
A. 14	1	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
A. 15	1	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
A. 16	1	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
A. 17	1	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
A. 18	1	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
A. 19	1	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
A. 20	1	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0
A. 21	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0
A. 22	1	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
A. 23	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1
A. 24	0	0	0	0	0	1	0	1	0	0	0	0	0
Total	20	15	5	17	3	3	0	1	0	0	2	0	1
Porcentaje	84%	63%	21%	71%	13%	12%	0%	4%	0%	0%	8%	0%	4%

Tabla de la Pregunta 10

Alumnos	Bien	Mal	E. 1	E. 2	E. 3	E. 4	En Blanco
A. 1	0	1	0	1	0	0	0
A. 2	0	1	0	1	0	0	0
A. 3	1	0	0	0	0	0	0
A. 4	0	1	0	1	0	0	0
A. 5	1	0	0	0	0	0	0
A. 6	1	0	0	0	0	0	0
A. 7	1	0	0	0	0	0	0
A. 8	1	0	0	0	0	0	0
A. 9	1	0	0	0	0	0	0
A. 10	1	0	0	0	0	0	0
A. 11	1	0	0	0	0	0	0
A. 12	0	1	0	1	0	0	0
A. 13	1	0	0	0	0	0	0
A. 14	1	0	0	0	0	0	0
A. 15	1	0	0	0	0	0	0
A. 16	1	0	0	0	0	0	0
A. 17	1	0	0	0	0	0	0
A. 18	0	1	1	0	0	0	0
A. 19	1	0	0	0	0	0	0
A. 20	1	0	0	0	0	0	0
A. 21	0	0	0	0	0	0	1
A. 22	1	0	0	0	0	0	0
A. 23	0	0	0	0	0	0	1
A. 24	0	1	0	0	0	1	0
Total	16	6	1	4	0	1	2
Porcentaje	67%	25%	4%	17%	0%	4%	8%

Tabla para la denotación de Decimales

Alumnos	Denotan el decimal con la coma arriba	Denotan el decimal con la coma abajo	Mixto	No se sabe porque no ha escrito decimales
Alumno 1	0	1	0	0
Alumno 2	1	0	0	0
Alumno 3	0	0	1	0
Alumno 4	1	0	0	0
Alumno 5	1	0	0	0
Alumno 6	1	0	0	0
Alumno 7	1	0	0	0
Alumno 8	1	0	0	0
Alumno 9	0	0	1	0
Alumno 10	1	0	0	0
Alumno 11	1	0	0	0
Alumno 12	1	0	0	0
Alumno 13	1	0	0	0
Alumno 14	1	0	0	0
Alumno 15	1	0	0	0
Alumno 16	1	0	0	0
Alumno 17	1	0	0	0
Alumno 18	1	0	0	0
Alumno 19	1	0	0	0
Alumno 20	1	0	0	0
Alumno 21	1	0	0	0
Alumno 22	1	0	0	0
Alumno 23	0	0	0	1
Alumno 24	0	0	1	0
Total	19	1	3	1
Porcentaje	79%	4%	13%	4%

