

Anexos

Anexo I: Manual de uso rápido de GNU Octave. Instrucciones y notación

El presente anexo recoge las principales instrucciones, operaciones y características [18, 19, 20] que es necesario conocer y manejar para poder crear un código ejecutable en Octave:

Operaciones básicas con escalares

Se trabaja con diferentes notaciones para los escalares (enteros, fraccionarios, reales y exponenciales). Los números escalares se pueden especificar en formato hexadecimal (precedidos por el prefijo 0x) y sólo pueden ser enteros. Los números decimales, además permiten usar notación científica, pudiéndose utilizar los símbolos e, E, d o D seguidos por un número n significa que está elevado a la potencia n.

Hay una pequeña diferencia en los símbolos y en la sintaxis con respecto al modo de trabajo de una calculadora, ya que en primer lugar se escribe la variable y después la operación.

Para visualizar los escalares en el formato deseado se utiliza la sentencia format opciones:

short: Imprime números con 4 dígitos significativos.

long: Imprime números con al menos 14 dígitos significativos.

bank: Imprime números con un formato fijo de dos lugares después del punto decimal.

free o none: Muestra la salida en un formato libre.

La notación es la siguiente:

Suma: +

Resta: -

Multipliación: *

División: /

Operaciones básicas con vectores

Se puede introducir componente a componente o si los números son consecutivos (sólo en el caso de vectores fila) se puede simplificar el trabajo metiendo los números con dos puntos, poniendo únicamente el primero y el último.

Para sumar o restar, las operaciones con vectores se ejecutan del mismo modo que con escalares.

En cuanto a la multiplicación, se puede realizar de las siguientes formas:

- Hacer uso de la función intrínseca DOT, la cual calcula el producto escalar.
- Multiplicar componente a componente.
- Utilizar la función CROSS, mediante la cual se obtiene un vector perpendicular. Esta función se puede utilizar siempre que el vector tenga tres componentes.

[y] se utiliza para definir vectores y matrices.

Operaciones básicas con matrices

Para introducir una matriz, se escriben los valores de los coeficientes entre corchetes y separados por comas para especificar las columnas en una misma fila, mientras que para determinar los coeficientes que han de ir en la línea siguiente se deben escribir separados por un punto y coma.

Para recuperar un elemento de una matriz, simplemente hay que indicar el nombre de la variable seguido por unos paréntesis, y dentro el índice de fila y el de columna del elemento que queramos recuperar.

Para recuperar varios elementos consecutivos de una misma fila de una matriz se usa un rango como segundo índice. Si en cambio, se desea recuperar un vector columna, se usa un rango como primer índice; y si se quiere recuperar una submatriz se deben usar rangos tanto para el primer como para el segundo índice.

Para obtener más información, se puede obtener con `help-i Matrices`

Al igual que en el apartado anterior, la resta y la suma se efectúa de la misma manera.

En la multiplicación hay que prestar atención a las dimensiones de la matriz.

En matrices cuadradas, se puede dar un caso particular ($d=a.*b$) que da como resultado la multiplicación componente a componente de las matrices.

Para realizar divisiones con matrices, la fórmula es tal que así: $e=a./b$; o lo que es lo mismo $e=inverse(a)*b$

Desde el punto de vista de la algebra, se procede a resolver un sistema de ecuaciones.

Otra forma es dividir componente a componente ($f=a./b$)

La matriz traspuesta se representa con el símbolo del apostrofe simple (`'`)

Para obtener una matriz inversa se debe usar la siguiente función intrínseca de Octave:
`h=inverse(a)`

Manipulación de una matriz

Con Octave se puede hacer referencia a una columna y/o fila de una matriz, y denominarla como un nuevo vector.

`m=a(:,1)`

Esa expresión tiene la orden de que tome todas las filas de la primera columna, para que devuelva el vector columna.

Para obtener el vector fila, la expresión se debe escribir como se muestra a continuación: `n=a(1,:)`

Con estas operaciones se crean dos nuevos vectores y con dos vectores se podría crear una nueva matriz.

Ordenar una matriz

Mediante la función SORT es posible ordenar los coeficientes de las columnas de manera creciente.

$Y = \text{sort}(x)$ siendo x la matriz original.

Dicha función también puede ser usada para producir una matriz que contenga los índices originales (por fila) de la matriz ordenada.

La función a aplicar es $[y,i] = \text{sort}(x)$

No es posible ordenar una matriz por filas en un solo paso, sino que debería realizarse del siguiente modo:

1. Ordenar la matriz por la segunda columna $[y,i] = \text{sort}(x(:,2))$, la cual devuelve la columna ordenada y otro vector columna con los índices ordenados.
2. Se procede a escribir de nuevo la matriz X según los índices $t=a(i,:)$

Para encontrar condiciones lógicas existe la secuencia FIND que encuentra cuales son los índices de un vector que satisfacen dicha sentencia lógica. Para ello, se utilizan los siguientes operadores relacionales:

> Mayor
>= Mayor o igual
< Menor
<= Menor o igual
== Igual
!= Distinto

Solución de ecuaciones lineales

Permite resolver un conjunto de ecuaciones lineales del tipo $Ax=b$, escribiendo la función $A \backslash w$.

Control de flujo

Las expresiones de control de flujo influyen en la forma en que el código es ejecutado y dividen el código en bloques.

El BLOQUE IF es una estructura de decisión y su sintaxis es:

```
if ( condición_1 )  
    lista_1  
elseif ( condición_2 )  
    lista_2  
else  
    lista_3  
endif
```

Las condiciones son expresiones no ejecutables y controlan que parte del if se debe ejecutar, es decir, si la primera condición es verdadera se ejecutan las sentencias que hay dentro de la lista_1.

De no cumplirse la primera condición, se procede a ejecutar la lista_2, y si tampoco se cumple se procede a ejecutar la lista_3.

Puede haber tantos elseif como sean necesarios; sin embargo, sólo puede existir un else.

El BLOQUE WHILE es una estructura de repetición.

```
while (condición)
cuerpo
endwhile
```

En este caso, la lista de sentencias se ejecuta continuamente mientras sea verdadera.

BLOQUE FOR: al igual que el anterior, es una estructura de repetición.

```
for variable=expresión
cuerpo
endfor
```

Se diferencia del bloque while en que está indicado el número de iteraciones.

Las sentencias break y continue sólo pueden usarse dentro de bucles for y while.

break salta fuera del bucle más interno que lo encierra.

La sentencia continue es similar, pero en lugar de terminar el bucle termina sólo la iteración actual.

Leer y escribir archivos

Para importar datos desde un archivo ya creado, se utiliza el comando LOAD.

```
d=load('nombre_del_archivo')
```

Para exportar un archivo, es decir, guardar en un archivo el trabajo que se ha realizado, se hace uso del comando SAVE.

Gráficos

Para realizar un gráfico se necesita tener previamente definidas las variables y los valores que van a tomar, para ello, se usa el comando PLOT.

plot (x,y) donde los valores de x se dibujaran en el eje de abscisas y los de y en de ordenadas.

Gracias al comando SUBPLOT se puede mostrar más de un gráfico por ventana.

`subplot (m, n, i)`

- `m` : cantidad de gráficos por fila
- `n` : cantidad de gráficos por columna
- `i` : índice del grafico referido (el índice `i` se mueve por filas)

Para que los gráficos aparezcan en el mismo par de ejes se puede utilizar la función HOLD (se activa añadiéndole `on` y se termina con `off`).

Cadenas de caracteres o Strings

Son secuencias de caracteres encerrados entre comillas simples (') o dobles (").

Algunos caracteres no pueden ser incluidos de forma literal en un string, y es necesario introducir secuencias de caracteres equivalentes (secuencias de escape), como por ejemplo: contrabarra (\\) o comillas dobles (\").

Las cadenas de caracteres pueden concatenarse utilizando la notación para definir matrices.

Estructuras

Ofrece soporte para organizar los datos en estructuras, y la sintaxis a utilizar es muy similar a la del lenguaje C.

Las estructuras pueden ser objeto de otra estructura. Se pueden copiar pero no tienen definidas media aritmética ni pueden ser elementos de una matriz.

Variables

Permiten dar nombre a los valores que se quiere que sean guardados para poder seguir trabajando con ellos en un futuro.

El nombre de una variable debe ser una secuencia de letras, dígitos, y subrayados (guion bajo), pero no puede empezar por un dígito. No existe ninguna restricción a la longitud de los nombres de variables.

Sin embargo, nombres que empiecen por dos subrayados se reservan para el uso interno de Octave.

Una variable se define cuando se le asigna valor por primera vez, y no hay ningún problema en asignarle posteriormente distintos valores, aunque sean de otros tipos (por ejemplo entero y string). Se da valor a una variable utilizando el operador igual (=) y si se trata de variables numéricas, con los operadores de incremento.

Algunas variables predefinidas no se pueden cambiar.

El caso más particular es el de las variables globales a las que se puede acceder desde cualquier ámbito.

Operadores

Permiten construir sentencias más complejas, y es posible concatenar operaciones.

Se pueden modificar agrupando las expresiones entre paréntesis.

Entre los operadores aritméticos destacan:

- $x + y$ Suma, si los dos operadores son matrices las dimensiones deben coincidir. En caso contrario, el escalar se suma a cada elemento de la matriz.
- $x .+ y$ Suma elemento a elemento.
- $x - y$ Resta, el resultado es equivalente a $x + (-y)$, donde $-y$ representa el opuesto de y .
- $x .- y$ Resta elemento a elemento.
- $x * y$ Multiplicación de matrices, el número de columnas de x debe coincidir con el número de filas de y .
- $x .* y$ Multiplicación de matrices elemento a elemento.
- x / y División a derechas, es equivalente a $(\text{inverso}(y') * x')$, pero sin necesidad de calcular la inversa de y ni calcular las transpuestas de las matrices.
- $x ./ y$ División de los elementos de x divididos por los elementos de y .
- $x \setminus y$ División por la izquierda, es equivalente a $\text{inverso}(x) * y$.
- $x .\setminus y$ División de los elementos de y entre los elementos de x .
- $x ^ y$ o $x ** y$ Operación de exponenciación. Ambos operadores no pueden ser matrices, y si alguno es matriz, deberá ser cuadrada.
- $x .^ y$ o $x .** y$ Exponenciación, elemento a elemento. Si ambos operadores son matrices, deberán tener igual dimensión.
- $-x$ Negación. Se obtiene el escalar opuesto o la matriz de igual dimensión y cuyos elementos son los opuestos de la matriz original.
- $+x$ Operador suma unitario.
- x' Conjugado complejo y transpuesta, es equivalente a la transposición.
- $x.'$ Transposición de los elementos de x . No se conjugan los elementos.
- $++x$ Operador de preincremento. Equivalente a ejecutar la expresión $x=x+1$ antes de acceder al valor de x .
- $--x$ Operador de predecremento. Equivalente a ejecutar la expresión $x=x-1$ antes de acceder al valor de x .
- $x++$ Operador de postincremento. Equivalente a ejecutar la expresión $x=x+1$ después de acceder al valor de x .
- $x--$ Operador de postdecremento. Equivalente a ejecutar la expresión $x=x-1$ después de acceder al valor de x .

Los operadores de comparación devuelven un valor 1 si la comparación es cierta, y 0 si es falsa.

Para matrices, las operaciones se realizan operando a operando.

- $x < y$
- $x \leq y$
- $x == y$
- $x > y$
- $x \geq y$
- $x \neq y$ o $x \sim y$ o $x \> y$

También es posible encontrar los operadores booleanos, cuyo resultado es una matriz de dimensión equivalente a los operandos, donde cada elemento es el resultado de aplicar el operador booleano a los elementos correspondientes. Se considera como cierto un valor distinto de cero, y falso un valor igual a cero. Se pueden emplear en las mismas situaciones que los operadores de comparación. Si además se utilizan en estructuras de control de flujo (if o while) sólo será cierto si todos los elementos son distintos de cero.

- `boolean1 & boolean2` Operador 'and' lógico.: cada elemento del resultado es cierto si los elementos correspondientes de los operandos lo son.
- `boolean1 | boolean2` Operador 'or' lógico: cada elemento del resultado es cierto si alguno de los elementos correspondientes de los operandos lo es.
- `! boolean` o `~ boolean` Operador 'not' lógico: cada elemento del resultado toma el valor booleano opuesto al del operando.

Los operadores booleanos de "corto circuito" se diferencian de los anteriores ya que si después de evaluar el primer operando, es suficiente para obtener el resultado, no se comprueba el segundo operando.

- `boolean1 && boolean2`: el operando `boolean1` es evaluado y convertido a un escalar. Si el resultado es falso, la operación termina con resultado falso y si es cierto se realiza la misma operación con el segundo operando y este será el resultado de la operación.
- `boolean1 || boolean2`: el operando `boolean1` es evaluado y convertido a un escalar. Si el resultado es verdadero, la operación termina con resultado verdadero. En cambio, si es falso se evalúa de la misma manera el segundo operando y el resultado obtenido será el resultado de la operación.

El signo igual (=) es el operador de asignación y es la única manera de almacenar valores.

Después de una asignación, una variable cambia de valor y de tipo para acomodarse al del nuevo valor.

Funciones

Octave también cuenta con una amplia serie de funciones matemáticas y trigonométricas, como son:

- Funciones trigonométricas ordinarias para x : $\sin(x)$, $\cos(x)$, $\tan(x)$, $\sec(x)$, $\csc(x)$, $\cotg(x)$.
- Funciones trigonométricas inversas para x : $\asin(x)$, $\acos(x)$, $\atan(x)$, $\asec(x)$, $\acsc(x)$, $actg(x)$.
- Funciones trigonométricas hiperbólicas para x : $\sinh(x)$, $\cosh(x)$, $\tanh(x)$, $\sech(x)$, $\csch(x)$, $ctgh(x)$.
- Funciones trigonométricas hiperbólicas inversas para x : $asinh(x)$, $acosh(x)$, $atanh(x)$, $asech(x)$, $acsch(x)$, $actgh(x)$.

- Raíz cuadrada de x: `sqrt(x)`
- Valor absoluto de x: `abs(x)`
- Logaritmo neperiano de x: `log(x)`
- Logaritmo en base 2 de x: `log2(x)`
- Logaritmo en base 10 de x: `log10(x)`
- e^x : `exp(x)`
- Redondeo de x al más cercano: `round(x)`
- Redondeo al entero superior de x: `ceil(x)`
- Redondeo al entero inferior de x: `floor(x)`
- Redondeo hacia el entero más cercano a cero: `fix(x)`
- Devuelve 1 para los elementos positivos y 0 para los negativos: `sign(x)`

Funciones para crear matrices:

- `rand(n,m)`: Crea una matriz aleatoria uniformemente distribuida de $n \times m$.
- `eye(n,m)`: Crea una matriz $n \times m$ con diagonal 1.
- `diag(x)`: Si x es un vector, la función crea una matriz cuya diagonal serán los elementos del vector x. Si x es una matriz creará un vector columna.
- `diag(x,k)`: columna de la matriz x. Si k es positivo devuelve la super-diagonal, si es negativo devuelve la sub-diagonal.
- `zeros(n,m)`: Crea una matriz $n \times m$ con sus elementos iguales a 0.
- `ones(n,m)`: Crea una matriz $n \times m$ con sus elementos iguales a 1.
- `linspace(p,q,n)`: Crea una matriz de n elementos espaciados uniformemente desde p a q.
- `inv(x)`: Calcula la inversa de la matriz cuadrada x.
- `det(x)`: Calcula el determinante de la matriz cuadrada x.
- `trace(x)`: Suma los elementos de la diagonal principal de la matriz x (traza).
- `sum(x)`: Devuelve la suma de los elementos del vector x o la suma de los elementos de cada columna de la matriz x.
- `prod(x)`: Devuelve el producto de los elementos del vector x o la suma del cuadrado de los elementos de cada columna.
- `max(x)`: Devuelve el máximo para cada columna de la matriz el máximo de los elementos del vector x.
- `min(x)`: Devuelve el mínimo elemento del vector x o el mínimo elemento para cada columna de la matriz x.
- `sort(x)`: Ordena de menor a mayor los elementos del vector x columna de la matriz x.
- `median(x)`: Calcula la mediana del vector x o la mediana para cada columna de la matriz x.
- `mean(x)`: Calcula la media del vector x o la media para cada columna de la matriz x.

Anexo II: Método de Montecarlo

El método de Montecarlo [21] es un método no determinista o estadístico numérico, que se utiliza para obtener expresiones matemáticas complejas mediante la simulación de variables aleatorias, y se desarrolló en el año 1.944 cuando se estaba investigando el movimiento aleatorio de los neutrones; aunque su utilización para fines de investigación comenzó con el desarrollo de la bomba atómica en la Segunda Guerra Mundial.

Su nombre surge del Casino de Montecarlo, ya que es la capital de juego de azar, y la ruleta es un generador simple de números aleatorios.

En la actualidad, es aplicable a cualquier área (empresarial, económica, industrial...) en la que el comportamiento aleatorio o probabilístico desempeña un papel fundamental [22]; y una de las herramientas informáticas más utilizadas para realizar con facilidad la simulación de Montecarlo, es Excel.

El código MCNP (Monte Carlo N-Particle) [23], es el programa de ordenador más completo basado en este método y se utiliza en el desarrollo de reactores nucleares, cromodinámica cuántica, radioterapia, etc.

La simulación de Montecarlo es una técnica cuantitativa que hace uso de la estadística y de los ordenadores para imitar, mediante modelos matemáticos, el comportamiento aleatorio de los sistemas reales no dinámicos.

Es un modelo estocástico en el que se identifican las variables (inputs del modelo) cuyo comportamiento aleatorio determina el comportamiento global del sistema; donde la variable aleatoria X puede tomar un conjunto de valores $\{x_0, x_1, x_2, \dots, x_{n-1}\}$ con unas probabilidades $\{p_0, p_1, p_2, \dots, p_{n-1}\}$.

Seguidamente, se procede a generar muestras aleatorias para dichos inputs y analizar el comportamiento del sistema antes los valores generados. Cada número aleatorio debe ser totalmente independiente de los otros números de la secuencia.

Dicho experimento se realiza n veces, y será más preciso cuanto mayor sea el número de experimentos realizados.

Teorema fundamental de Montecarlo [24]

Consideremos la variable aleatoria G_N , promedio de una función $g(X_i)$ de variables iid,

$$G_N = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N g(X_i),$$

cuya esperanza y varianza son respectivamente

$$E[G_N] = E[g(X)], \quad \text{var}(G_N) = \frac{\text{var}(g(X))}{N}$$

Al promedio G_N se le llama estimador de $E[g(x)]$, pues su esperanza vale

$$E[G_N] = E[g(X)] = \int_{-\infty}^{\infty} dx \, g(x) f(x)$$

donde $X_i \sim f$. Es decir, podemos evaluar la integral anterior generando un conjunto de N variables aleatorias X_i según $f(x)$ y hallando $g(x)$ para cada una. El estimador nos da el valor de la integral. La varianza del estimador disminuye al crecer N .

Aplicando la desigualdad de Chebyshev a la variable aleatoria G_N con $\sigma^2 = \text{var}(G_N)$, $x^2 = \sigma^2 / \delta$ y $\delta > 0$ tenemos:

$$P \left(|G_N - E[G_N]| \geq \left[\frac{\text{var}(G_N)}{\delta} \right]^{\frac{1}{2}} \right) \leq \delta,$$

o bien,

$$P \left(|G_N - E[g(X)]| \geq \left[\frac{\text{var}(g(X))}{N\delta} \right]^{\frac{1}{2}} \right) \leq \delta,$$

lo que significa que, generando una muestra suficientemente grande ($N \gg 1/\delta$), la probabilidad de que el estimador se aleje del valor esperado de $g(X)$ es tan pequeña como se desee.

El mayor problema del método [25] es hallar los valores de una variable aleatoria (discreta o continua) con una distribución de probabilidad dada por la función $p(x)$ a partir de los valores de una variable aleatoria uniformemente distribuida en el intervalo $[0,1)$.

En la práctica, resulta más conveniente emplear los números pseudoaleatorios que son aquellos números generados de manera determinística que superan aproximadamente doce pruebas de aleatoriedad, obteniéndose una secuencia $\{x_0, x_1, x_2, \dots, x_n\}$ de números que imitan los valores de una variable uniformemente distribuida en el intervalo $[0,1)$.

Uno de los precursores para obtener números pseudoaleatorios fue Von Neumann.

Su método se basa en tomar un número raíz de 10 dígitos x_i y elevarlo al cuadrado, los 10 dígitos intermedios de x_i^2 serán el siguiente número aleatorio en la lista x_{i+1} . Sin embargo, éste método tiene un ciclo de repetición muy corto y si la raíz llega a ser cero sólo se generan puros ceros en la secuencia ($0^2=0$).

Actualmente se utiliza el método de Congruencia Lineal para obtener una secuencia aleatoria a partir de una distribución uniforme:

$$x_{n+1} = (ax_n + c) \bmod m$$

donde a : multiplicador
 c : incremento
 m : modulo
 x_0 : valor inicial

Todos estos parámetros deben ser mayores a 0. El periodo máximo de repetición que puede alcanzar la secuencia es igual a m .

- Si $c=0$, el generador se denomina Generador congruencial multiplicativo.
- Si c es distinto de 0, Generador congruencial mixto.

A pesar de la simplicidad de este método, una adecuada elección de los parámetros permite obtener de manera eficiente una sucesión de números aleatoria.

Los números pseudoaleatorios deben cumplir las siguientes condiciones:

- Equidistribución: deben repartirse como en una distribución uniforme.
- Largo periodo, ya que de este modo no se agotaría la secuencia en un cálculo concreto.
- Repetibilidad.
- Largas subsecuencias disjuntas: si la simulación es muy extensa resulta conveniente dividirla en otras más pequeñas, pero deben ser estadísticamente independientes para combinarlas sin introducir correlaciones.
- Portabilidad: se debe generar la misma secuencia tanto en diferentes lenguajes de programación como en diferentes máquinas.
- Eficiencia: la generación de cada número debe consumir muy poco tiempo.

Además, para poder obtener un modelo correcto de simulación de un sistema dinámico es fundamental definir el estado del sistema [26] que es el conjunto de variables necesarias para describir un sistema en un instante particular de tiempo relativo a los objetivos de un estudio.

Los sistemas se clasifican a partir de sus variables de estado, y pueden ser discretos o continuos.

Variable aleatoria discreta

Las variables de estado cambian en ciertos instantes de tiempo.

Si X es una variable aleatoria discreta cuyos posible resultados son $\{x_0, x_1, x_2, \dots, x_{n-1}\}$ y sean $\{p_0, p_1, p_2, \dots, p_n\}$ sus respectivas probabilidades. Al sortear un número aleatorio γ , uniformemente distribuido en el intervalo $[0, 1)$, se obtiene el resultado x_i , si se verifica la siguiente condición:

$$\sum_{j=0}^{i-1} p_j \leq \gamma < \sum_{j=0}^i p_j$$

Variable aleatoria continua

En este caso, las variables de estado cambian en forma continua con el tiempo.

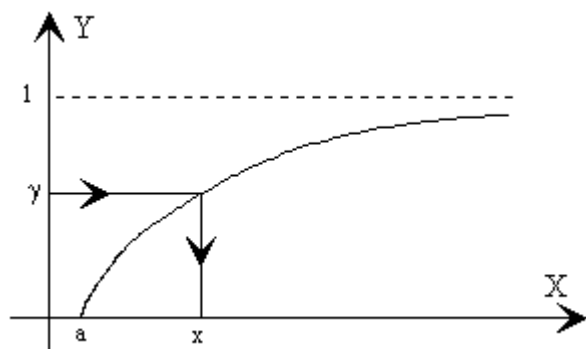
Si X es una variable aleatoria continua, y $p(x)$ es la probabilidad de cada resultado x , construimos la función que se representa en la figura.

y

El resultado del sorteo de una variable γ uniformemente distribuida en el intervalo $[0, 1)$ se obtiene a partir de la ecuación.

γ

Gráficamente, se obtiene trazando una recta horizontal de ordenada γ . La abscisa x del punto de corte con la función, es el resultado obtenido (en la figura se señala mediante flechas):



Un ejemplo sencillo es la transformación de una variable aleatoria que está uniformemente distribuida en el intervalo $[a, b)$ si

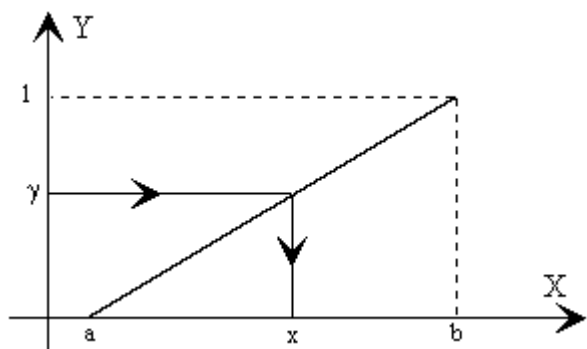
p

Integrando obtenemos la función

y

que es una línea recta, que vale cero cuando $x=a$, y uno cuando $x=b$, tal como puede verse en la figura inferior. Utilizando la fórmula de la transformación de la variable aleatoria continua y despejando x , se obtiene:

x



Cualquier estudio de simulación busca respuestas a preguntas sobre el sistema objeto del estudio a través de la información que proporcionan los experimentos con el modelo del sistema. A su vez los experimentos buscan, en general, respuestas a preguntas del tipo: ¿Qué pasaría sí? (What-if) que se plantean en distintas fases del ciclo de vida: diseño, modificaciones de sistemas ya existentes [27].

La respuesta expresada numéricamente servirá de soporte para tomar una decisión racional sobre el sistema.

Las alternativas constituyen una variante del modelo o escenario de simulación con las que se realizan los experimentos, y con la que se obtienen una estimación de las variables respuesta.

Siempre que el modelo incluya aleatoriedad habrá que analizarlas mediante métodos de muestreo, los métodos de reducción de la varianza, los métodos de estimación y al diseño de experimentos.

Entre estos métodos se encuentra la estimación de integrales por Montecarlo que a su vez se divide en el método de Montecarlo de acertar o fallar y método de Montecarlo crudo.

Estimación de integrales por Montecarlo

El objeto de un estudio de simulación suele ser la estimación de una o más esperanzas de la forma, dando lugar a la estimación de una media muestral.

$$\theta = E[\Phi(X)] = E[\Phi(X_1, \dots, X_k)]$$

donde: $\Phi: (\mathbb{R}^k, \mathcal{B}^k) \rightarrow (\mathbb{R}, \mathcal{B})$ y $X = (X_1, \dots, X_k)$ es una variable aleatoria k-dimensional.

El modelo original puede ser estocástico o no en sí mismo, y las técnicas que se van a mostrar son válidas en ambos casos.

Método Montecarlo de acertar o fallar

Supongamos que se quiere estimar $\theta = \int_a^b \Phi(x) dx$ $\Phi: (a, b) \rightarrow \mathbb{R}^+$

Sea c una constante tal que $c \geq \Phi(x) \quad \forall x \in (a, b)$

Se estimulan n valores uniformes en el rectángulo $[a, b] \times [0, c]$, y sea

R : números de puntos simulados que caen por debajo de la curva $\stackrel{d}{=} B(n, \frac{\theta}{c(b-a)})$

El estimador $\tilde{\theta} = c(b-a) \frac{R}{n}$ verifica que $E[\tilde{\theta}] = \theta$ y $V[\tilde{\theta}] = \frac{\theta}{n} [c(b-a) - \theta]$

Este método es muy poco preciso y no se suele usar.

Método de Montecarlo crudo

Sea $\Phi: (\mathbb{R}^k, \mathcal{B}^k) \rightarrow (\mathbb{R}, \mathcal{B})$ medible

Supongamos que se quiere estimar $\theta = E[\Phi(x)] = \int_{\mathbb{R}^k} \Phi(\bar{x}) f(\bar{x}) d\bar{x}$

El estimador de Montecarlo se define como

$$\hat{\theta} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \Phi(X^{(i)})$$

donde $X^{(1)}, \dots, X^{(n)}$ es una muestra aleatoria simple simulada de $X \stackrel{d}{=} f(\bar{x})$

Propiedades:

1. $E[\hat{\theta}] = \theta$ $V[\hat{\theta}] = \frac{1}{n} \int_{\mathbb{R}^k} (\Phi(\bar{x}) - \theta)^2 f(\bar{x}) d\bar{x} = \frac{1}{n} V[\Phi(X^{(i)})]$
2. $\Phi: (a, b) \rightarrow \mathbb{R}^+, a, b \in \mathbb{R}, 0 \leq \Phi \leq c, \theta = \int_a^b \Phi(x) dx \Rightarrow V[\hat{\theta}] \leq V[\tilde{\theta}]$

dándose la igualdad sólo si la función es una constante en el intervalo (a, b).

El método de Monte Carlo crudo tiene aplicaciones más amplias que el anterior, al no estar restringido a intervalos ni a funciones positivas unidimensionales.

Anexo III: Extracto de RD 2177/2004 – BOE nº 274

Éste anexo recoge un extracto de la guía técnica para la evaluación y prevención de los riesgos relativos a la utilización de equipos de trabajo [17], Real Decreto 1215/1997 – BOE nº 188, modificado por el Real Decreto 2177/2004 – BOE nº 274, concretamente del apéndice H: Técnicas, principios y componentes de eficacia probada para prevenir los sucesos peligrosos originados por los fallos más frecuentes en los sistemas de mando. Niveles de prestaciones y categorías de los sistemas de mando:

El sistema de mando de un equipo de trabajo juega un papel primordial en el comportamiento del mismo. A través de él se garantizan muchas de las funciones de seguridad de un equipo de trabajo y, por tanto, por muy sencillo que sea, es de una importancia fundamental para la seguridad de las personas. Ahora bien, se debe tener en cuenta que la integración en el sistema de mando de las funciones de seguridad adecuadas para un determinado equipo es una de las clásicas medidas preventivas denominadas “de prevención intrínseca”, en las que la seguridad se obtiene mediante un diseño inherentemente seguro.

El sistema de mando de un equipo de trabajo es una asociación de elementos que responde a unas señales de entrada, generando unas señales de salida que dan lugar a que el equipo de trabajo bajo control funcione de una manera determinada. En la configuración de un sistema de mando se pueden utilizar, solas o combinadas, tecnologías tales como la mecánica, la hidráulica, la neumática o la eléctrica, incluyendo la electrónica.

Nota 1:

Las señales de entrada pueden ser generadas por el operador de forma manual, por un sistema o dispositivo de protección (dispositivos de enclavamiento, limitadores de presión, de velocidad, barreras fotoeléctricas), o por los sensores del propio equipo de trabajo. También se pueden incluir informaciones generadas por el propio equipo de trabajo, por ejemplo, sobre su estado y sus respuestas (posición, velocidad, recorridos...).

Los sistemas de mando de los equipos de trabajo realizan funciones de mando, de regulación, de control, de protección, etc., que se pueden clasificar en funciones cuyo fallo no genera consecuencias “directas” sobre la seguridad de las personas (funciones no relativas a la seguridad del sistema de mando) y aquellas otras que sí las tienen (funciones de seguridad del sistema de mando).

Las partes de un sistema de mando que desempeñan funciones de seguridad como, por ejemplo: el enclavamiento entre un resguardo y la maniobra de puesta en marcha/parada del motor de accionamiento de un elemento peligroso; la parada en punto muerto superior de una prensa; un dispositivo de mando a dos manos y la maniobra asociada al mismo, etc., se denominan **partes del sistema de mando relativas a la seguridad**. Por regla general, todas las partes de un sistema de mando, sean relativas a la seguridad o no, deben satisfacer unos requisitos básicos con respecto a los esfuerzos de funcionamiento, las influencias ambientales, los principios ergonómicos, la seguridad

eléctrica, la seguridad hidráulica/neumática (estructural), etc. Adicionalmente, las partes relativas a la seguridad deben satisfacer unos requisitos de seguridad funcional o de funcionamiento. En el caso de las partes de un sistema de mando relativas a la seguridad, el conjunto de requisitos básicos y requisitos de seguridad de funcionamiento se engloban en la expresión **“prestaciones de seguridad”**.

Por tanto, se considera que un sistema de mando cumple todos los requisitos y, además, realiza las funciones de seguridad requeridas, de manera que ofrezcan unas prestaciones de seguridad adecuadas al nivel de riesgo (de acuerdo con los resultados de la evaluación de riesgos). Las prestaciones de seguridad se apoyan en el concepto de categoría.

Nota 2:

Se entiende por “defecto o avería” el estado de una unidad caracterizado por su incapacidad para desempeñar una función requerida. Sin embargo, un “fallo” es el cese de la aptitud de una unidad para cumplir una función requerida. Después de que una unidad falla (suceso), tiene un defecto (estado). En la práctica, es habitual utilizar indistintamente los términos “defecto” y “fallo” como sinónimos.

La mayoría de los elementos, componentes y dispositivos que integran un sistema de mando con funciones de seguridad pueden fallar. Dichos fallos pueden conducir a condiciones que no afectan a la seguridad o dar lugar, directamente o por acumulación de fallos, a sucesos peligrosos, tales como:

- la puesta en marcha intempestiva de un equipo de trabajo o de sus elementos peligrosos;
- la variación incontrolada de ciertos parámetros del equipo de trabajo (velocidad, presión, temperatura, etc.);
- la pérdida de las funciones de seguridad, como, por ejemplo:
- la ineficacia de los dispositivos de protección,
- la imposibilidad de parar el equipo de trabajo o sus elementos peligrosos;
- la caída o proyección de cualquier elemento móvil del equipo o de cualquier pieza sujeta por el mismo.

Los fallos que pueden conducir a sucesos peligrosos incluyen, por ejemplo:

- los fallos en la alimentación de energía, tales como:
- la pérdida de la energía de mando,
- la variación de energía, en cualquier sentido,
- el restablecimiento de la energía después de haberse interrumpido;
- los fallos de cualquier elemento, componente o dispositivo que forme parte del sistema de mando, tales como:
- fallos de aislamiento, puentes entre partes conductoras, atasco de contactores, de relés, de válvulas direccionales, estado de conducción permanente en un dispositivo de conmutación de estado sólido, rotura de conductos especialmente los flexibles, rotura de muelles, rotura de topes mecánicos, fallo de software,...

Desde el punto de vista de la seguridad el objetivo inicial es conseguir, en la medida de lo posible, que no se produzcan fallos en los componentes que integran una parte relativa a la seguridad de un sistema de mando. Si no es posible evitar los fallos en los componentes, se trata de que dichos

fallos no provoquen un fallo de la función de seguridad, bien haciendo que la parte relativa a la seguridad adopte un estado de seguridad, bien garantizando la respuesta por la acción de otro elemento que ejerce la misma función de seguridad. La experiencia demuestra que en muchas ocasiones estos objetivos se pueden alcanzar utilizando técnicas, principios y componentes que han demostrado su eficacia a lo largo del tiempo en aplicaciones de la técnica de la seguridad (de eficacia probada).

A continuación se describen algunos de ellos y más adelante se diferencian los distintos **niveles de prestaciones y categorías** de las partes de los sistemas de mando relativas a la seguridad:

A. Técnicas, principios y componentes de eficacia probada

A.1 Prevención de sucesos peligrosos debidos a los fallos en la alimentación de energía

Para conseguir, en la mayoría de los casos, que dichos fallos no den lugar a sucesos peligrosos, se deben seguir los principios generales siguientes:

- Las funciones peligrosas del equipo de trabajo se obtienen por establecimiento o elevación de energía (por ejemplo, energía eléctrica, hidráulica o neumática) y las funciones o condiciones de seguridad se obtienen por anulación o reducción de energía. Por ejemplo: la orden de puesta en marcha de los elementos peligrosos (arranque de un motor) o la iniciación de un ciclo peligroso se generan aportando tensión a la bobina del contactor del motor, o aportando presión del pilotaje a una válvula direccional que manda un cilindro hidráulico, o pasando del estado lógico 0 al estado 1 en la señal de entrada a un PLC; en cambio, la orden de parada se genera quitando energía (tensión, presión) o pasando del estado lógico 1 al estado lógico 0.
- El **incremento de parámetros peligrosos**, tales como la velocidad o la presión, se realiza **aportando energía y la reducción** de los mismos, a niveles más seguros, se obtiene **quitando o disminuyendo energía**. Así, cuando un cilindro hidráulico tiene dos velocidades, una de aproximación y otra de trabajo, la velocidad lenta o de trabajo se debe conseguir anulando la alimentación de la bobina de la válvula que permite las dos velocidades; cuando un CNC o un PLC controla la velocidad de un servomotor o la variación de presión o de caudal por medio de servoválvulas o de válvulas proporcionales con salidas analógicas, el aumento de velocidad en el servomotor o el aumento de presión o de caudal en un circuito deben corresponder a salidas analógicas de mayor tensión o de mayor intensidad y el descenso de velocidad o de presión o de caudal, incluyendo la parada, por disminución o anulación de energía.
- Las **variaciones de energía** en los circuitos de mando, en cualquier sentido, también pueden dar lugar a sucesos peligrosos y se deben tener en cuenta. Así, las sobreintensidades, las sobretensiones o las caídas de tensión en los circuitos eléctricos, las sobrepresiones o las caídas de presión en los circuitos hidráulicos y/o neumáticos pueden dar lugar a sucesos peligrosos, como:

- rotura de tuberías o de conductos flexibles, debidas a sobrepresiones o a puntas de presión;
- calentamientos, soldadura de contactos, pérdida de aislamiento, debidas a sobrecargas o a cortocircuitos;
- fallos de aislamiento, fallos en la conmutación de dispositivos de estado sólido, debidos a sobretensiones.

En consecuencia, los circuitos de mando deben estar protegidos o ser elegidos de manera que estos efectos sean minimizados o tolerados, por ejemplo:

- Mediante **protección de los circuitos eléctricos contra cortocircuitos y**, en caso necesario, **contra sobrecargas**.
- Mediante **protección de los circuitos neumáticos e hidráulicos contra sobrepresiones y**, en caso necesario, controlando el **funcionamiento** del equipo de trabajo **dentro de unos determinados límites de presión** (límites nominales de funcionamiento). El método de protección contra presiones excesivas en los circuitos de mando hidráulicos y/o neumáticos consiste generalmente en instalar válvulas limitadoras de presión en los puntos apropiados del sistema o presostatos, estableciendo así los límites de presión para el funcionamiento del equipo de trabajo.
- Mediante filtros o dispositivos apropiados para limitar las sobretensiones, en el caso de equipos electrónicos.
- Para evitar que se produzcan sucesos peligrosos, por ejemplo un arranque intempestivo, **al restablecerse la alimentación de energía** de un circuito de mando, después de que aquélla se haya interrumpido o haya variado, se deben cumplir ciertos requisitos que dependen de la tecnología utilizada. Así:
 - **Un circuito eléctrico** debe disponer de un dispositivo auxiliar de mando, con retorno a la posición de puesta fuera de tensión, que puede estar asociado:
 - a un contactor autoalimentado;
 - a un relé o a un dispositivo electrónico que asegure la función de autoalimentación;
 - a un interruptor con enclavamiento mecánico que necesite un rearme después de un corte de alimentación de energía.

Por tanto, para poner en marcha y parar un equipo de trabajo, no es aceptable utilizar un interruptor de accionamiento manual de dos posiciones fijas marcha/parada, salvo que la evaluación del riesgo determine que no existe un nivel de riesgo apreciable en el caso de una puesta en marcha intempestiva, por ejemplo, en una pequeña esmeriladora fija.

- En el caso de **circuitos neumáticos o hidráulicos** la puesta en presión se debe realizar con válvulas monoestables, de retorno a la posición de cierre por muelle, o bien con válvulas que adoptan su posición de seguridad de forma mecánica, por ejemplo, debido al arrastre mecánico del fluido sobre el sistema de cierre, como es el caso de las válvulas antirretorno pilotadas de accionamiento directo.

Cualquier accionador que, en caso de fallo del sistema de mando, deba mantener su posición o adoptar una posición específica por razones de seguridad debe estar mandado por una válvula mantenida en posición de seguridad mediante muelles o por bloqueo mecánico. También es posible utilizar un órgano de mando sensitivo mediante el que la puesta en marcha se realiza por la acción

mantenida por el operador y la parada al soltar el mando, en la medida en que mantener dicha acción no sea excesivamente molesta. Esta solución se aplica, por ejemplo, a las herramientas portátiles a motor.

Nota:

En ciertos circuitos neumáticos mandados por válvulas de dos posiciones, la puesta en presión del circuito de mando puede dar lugar a movimientos incontrolados y peligrosos; en estos casos puede ser aceptable, como solución alternativa, dotar al circuito de válvula(s) de arranque progresivo, que limita(n) el riesgo.

- Como ya se ha indicado anteriormente, los fallos en la alimentación de energía pueden dar lugar a caídas de partes del equipo o a la proyección de piezas por pérdida de sujeción. Por ejemplo:
 - caída del plato móvil de una prensa por pérdida de la presión de pilotaje, de la presión de bomba o por fallo en la tensión de mando de las válvulas direccionales;
 - pérdida de sujeción de una pieza a mecanizar sujeta por un mandrino de accionamiento hidráulico o por un plato magnético en una máquina– herramienta;
 - pérdida de sujeción de una pieza manipulada por un robot.

Todos estos sucesos peligrosos se pueden evitar utilizando una energía disponible en el sistema para obtener la condición segura cuando la energía de mando falla, por ejemplo: energía potencial, energía elástica almacenada en muelles o en acumuladores de presión, energía magnética remanente,...

Así, en el primer caso:

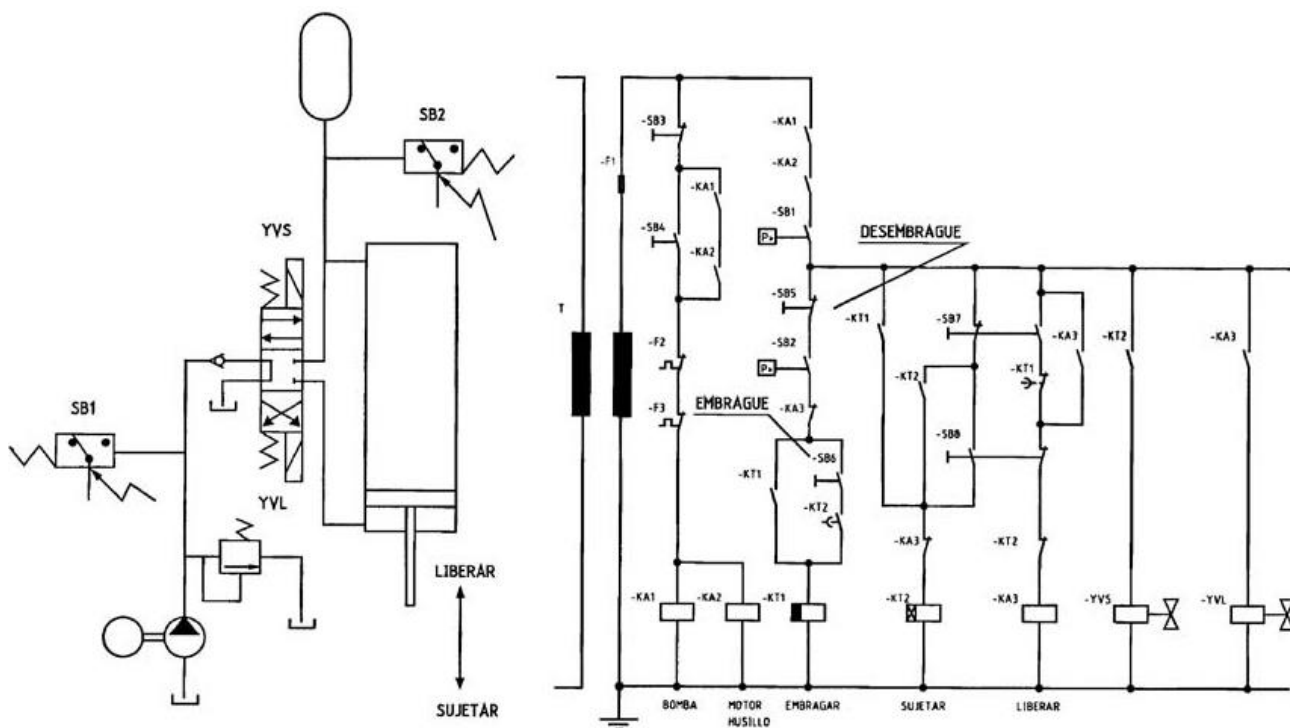
- Se podría utilizar una válvula antirretorno pilotada, colocada, a poder ser, directamente sobre el cilindro que se abre; esta válvula permite el descenso del cilindro cuando recibe la presión de pilotaje; cuando la presión de pilotaje falla, la válvula cierra automáticamente, accionada por el propio fluido, impidiendo el descenso del plato móvil.
- Otra solución consiste en utilizar una válvula direccional, con posición de centro cerrado obtenida por muelles; cuando falla la tensión de mando de las bobinas y/o la presión de pilotaje, cierra automáticamente (véase la figura H2).
- Una tercera solución consiste en utilizar dispositivos de retención mecánicos, que se colocan automáticamente en posición de seguridad por muelles; el descenso del elemento peligroso se realiza aplicando la energía precisa para comprimir los muelles.

En los otros dos casos, se puede lograr la sujeción mediante la energía acumulada en muelles (mandrino de sujeción, mano del robot), en acumuladores hidráulicos junto con otros sistemas (mandrinos de máquinas–herramienta con sujeción hidráulica), o mediante la propia energía magnética que contiene el plato de sujeción de piezas. En todos los casos se utiliza energía para obtener la pérdida de sujeción (hidráulica, neumática o electromagnética para comprimir muelles, o eléctrica para desmagnetizar el plato), que es la condición peligrosa, y la ausencia de dicha energía de mando para sujetar la pieza, que es la condición segura.

a) Descripción del circuito:

El esquema consta del circuito de potencia y mando hidráulico y del circuito de mando eléctrico. El circuito de potencia y mando hidráulico se compone de grupo motobomba, presostato SB1, válvula de seguridad, válvula antirretorno, válvula direccional de cuatro vías y tres posiciones con retorno a centro cerrado por muelles YV, acumulador de presión con presostato SB2 y cilindro hidráulico, que permite la apertura/cierre del mecanismo de sujeción de la pieza a mecanizar. El circuito de mando eléctrico se compone de las partes siguientes:

- puesta en marcha/parada de la bomba y del motor de accionamiento del husillo KA1 y KA2;
- puesta en marcha/parada del embrague entre el motor de accionamiento y el husillo KT1;
- sujeción de la pieza KT2;
- liberación de la pieza KA3;
- mando de las bobinas YVS e YVL de la electroválvula.



b) Descripción del funcionamiento:

La puesta en marcha/parada del motor del husillo del torno y del sistema hidráulico se efectúa por una maniobra clásica de arranque de motores, con los pulsadores SB4 (puesta en marcha) y SB3 (parada); así, se ponen en marcha el motor de la bomba hidráulica (KA1) y el motor del husillo (KA2). Una vez alcanzada la presión de trabajo, el circuito de mando eléctrico queda alimentado por los contactos auxiliares de KA1, KA2 y del presostato SB1. En primer lugar se debe sujetar la pieza a trabajar; para ello, mediante el pulsador SB8, se acciona KT2 que manda a la bobina YVS de la electroválvula, la cual permite cerrar el mecanismo y meter presión en el acumulador. Cuando la pieza está sujeta con suficiente presión, el contacto del presostato SB2 se cierra. Esto permite efectuar la maniobra de embrague (rama de alimentación de KT1); para ello, una vez sujeta la pieza,

y después de soltar SB8 y pulsar SB7, cae el relé KT2 y se alimenta la bobina del relé KA3. Al caer el relé KT2, la válvula direccional vuelve a la posición de centro cerrado. La presión de sujeción se mantiene por la energía del acumulador. Es entonces cuando se puede ordenar el embrague por medio del pulsador SB6, con lo que empieza a girar el plato de sujeción del husillo, permitiendo así la mecanización de la pieza. Una vez mecanizada ésta, se ordena la parada del embrague mediante SB5, con lo cual deja de girar el plato y se puede liberar la pieza, accionando el pulsador SB7, ordenando así la apertura del cilindro hidráulico.

Para evitar posibles situaciones de peligro se han previsto varios **enclavamientos**. Por ejemplo:

- Si no hay presión en el circuito hidráulico, el contacto de SB1 está abierto, la bomba hidráulica y/o el motor del husillo no están en marcha y no se puede efectuar ninguna maniobra de amarre o desamarre de pieza.
- Si por cualquier circunstancia la bomba no da presión o se para, el contacto de SB1 abre y el plato se detiene.
- Si la presión que permite la sujeción cae, el contacto de SB2 ordena la parada, desembragando.
- Se impide que el cilindro pueda liberar la pieza con el plato girando (KT1 metido).
- Se impide el arranque (embrague) cuando se está desamarrando la pieza,...

A.2 Prevención de los sucesos peligrosos debidos a los fallos a masa

La **puesta a masa accidental** de uno o varios puntos de un circuito de mando no debe dar lugar a sucesos peligrosos.

Si se produce en el circuito de mando un **fallo de aislamiento** susceptible de dar lugar a un suceso peligroso, dicho fallo debe provocar la parada del equipo o el corte de su alimentación de energía eléctrica. Si el corte automático o la parada implican por sí mismos un peligro para los trabajadores o si no se pueden realizar por razones imperiosas de explotación, se deben tomar las medidas adecuadas para detectar dicho fallo de aislamiento y eliminarlo al final de la fase operativa.

Nota 1:

En general la protección se consigue alimentando la maniobra a través de un transformador de separación de circuitos, conectando uno de los conductores del secundario al circuito de protección equipotencial y uniendo un borne (que tenga preferentemente siempre el mismo marcado) de la bobina de cada dispositivo de mando electromagnético (relés, contactores, electroválvulas...) o un terminal de cualquier otro dispositivo directamente a ese conductor. Toda función de conexión o de corte (por ejemplo, contactos) de los dispositivos de mando que actúan sobre la bobina o el dispositivo debe estar situada entre el otro borne de la bobina o del dispositivo y el otro conductor del circuito de mando (es decir, el que no está conectado al circuito de protección equipotencial).

Nota 2:

En el caso de máquinas pequeñas, el circuito de mando puede estar conectado entre fase y neutro, si éste está conectado directamente a tierra.

Nota 3:

Si es preciso mantener la alimentación de energía, por razones de explotación o cuando la parada inmediata del equipo de trabajo o la desconexión de su fuente de alimentación eléctrica puede dar lugar a peligros para los operadores de los equipos de trabajo, se pueden adoptar otras medidas como, por ejemplo, la alimentación a través de un transformador de separación de circuitos acompañado de un sistema de control de aislamiento que señalice el primer fallo, asociado a dispositivos de corte bipolar de las bobinas de mando de los elementos peligrosos. Un segundo fallo, que pueda dar lugar a condiciones peligrosas, debe originar una orden de parada del equipo de trabajo o su desconexión.

Nota 4:

En el caso de circuitos electrónicos, se pueden tomar las medidas indicadas en la Nota 1 u otras de **eficacia equivalente**.

Nota 5:

Las normas UNE 20416 Partes 1 y 2, UNE 20416, UNE-EN 60204-1 o UNE-EN 60204-1 constituyen buenas referencias para cumplir estos requisitos.

A.3 Prevención de los sucesos peligrosos debidos a puentes entre conductores

En los equipos de trabajo pueden existir ciertos puntos críticos en los que es muy probable que se produzcan puentes entre conductores, ya sea a través de masa o bien directamente entre ellos, pudiendo dar lugar a sucesos peligrosos.

Uno de los ejemplos más claros es el de los puentes que se pueden producir en los **circuitos de los órganos de mando que no están fijados directamente sobre el bastidor del equipo de trabajo**, tales como los pedales (por ejemplo, el pedal de una plegadora), o los pupitres de mando desplazables (por ejemplo, el pupitre móvil de un mando a dos manos). Las causas pueden ser, por ejemplo, el aplastamiento o retorcimiento del cable en el que están los conductores, o el corte de los conductores producido por la caída de una pieza metálica. En estos casos dichos circuitos se deben concebir y construir de manera que la puesta a masa de los conductores o un cortocircuito entre los conductores o el corte de los conductores no pueda dar lugar a un arranque intempestivo, ni imposibilite la parada del equipo.

Existen **otros casos** en los que esta posibilidad también se debe tener en cuenta. Por ejemplo, en el trayecto entre los detectores de posición y el armario de mando; si los conductores van por el exterior de la máquina, un aplastamiento del cable donde van los conductores o el desgaste del aislamiento debido a las vibraciones puede anular la función del detector de posición. En estos casos una protección mecánica del cable y/o una correcta sujeción del mismo pueden evitar dicho fallo. En el caso de las cajas de conexiones, la suciedad o el polvo, si es conductor, pueden originar puentes en los bornes; la solución es mantener el grado de protección IP adecuado.

En general dentro de un armario eléctrico no es necesario tener en cuenta los puentes entre conductores, siempre que éstos tengan la sección adecuada, mantengan un nivel de aislamiento aceptable y estén protegidos contra cortocircuitos y, si es necesario, contra sobrecargas.

A.4 Prevención de los sucesos peligrosos originados por fallos en los sistemas electrónicos

Cuando se utilizan **sistemas electrónicos programables en funciones relativas a la seguridad**, es preciso tener en cuenta que el hecho de que sean reprogramables permite modificar, o anular incluso, las funciones de seguridad iniciales del equipo de trabajo, en general de una manera más fácil que con la técnica electromecánica. Además, pueden tener una serie de fallos en ciertos casos aún no muy bien conocidos. Finalmente pueden ser muy influenciados por otros fenómenos a los que los componentes electromecánicos son insensibles como, por ejemplo: campos magnéticos, descargas electrostáticas, calor, puntas de tensión en la red, microcortes de tensión, etc.

Por lo tanto, **los equipos electrónicos programables no se deben utilizar para las funciones de parada de emergencia de categoría 0 (parada por supresión inmediata de la alimentación de energía en los accionadores de la máquina)**. Aunque, en principio, dichos equipos se pueden utilizar **para las funciones de parada de emergencia de categoría 1 (parada con utilización de la energía en los accionadores y posterior supresión de la energía a los mismos una vez obtenida la parada)** y para cualquier otra función de parada relacionada con la seguridad, es preferible utilizar componentes electromecánicos cableados (es decir: que la función de parada no dependa exclusivamente del funcionamiento del equipo electrónico programable). Esto no excluye la utilización de equipos electrónicos programables para controlar, comprobar o reforzar dichas funciones. No obstante, dichos equipos no deben impedir el funcionamiento correcto de las funciones de seguridad.

Nota 1: En situaciones en las que se puede producir un accidente importante debido al mal funcionamiento del sistema de mando, se acepta actualmente que es difícil determinar, con cierto grado de certeza, hasta qué punto se puede confiar en el correcto funcionamiento de un equipo electrónico programable de un solo canal. Mientras esta situación perdure, no es prudente confiar exclusivamente en el funcionamiento correcto de dichos dispositivos de un solo canal (para mayor información véase la norma UNE-EN 60204-1).

Nota 2:

Si se utiliza un equipo electrónico programable para desempeñar funciones de seguridad, en situaciones en las que se puede producir un accidente importante (lesiones graves, muy graves o incluso la muerte), se deben cumplir requisitos muy especiales (utilización de sistemas redundantes, utilización de la diversidad, autocontrol, etc.). Para ciertas aplicaciones de riesgo elevado como, por ejemplo, para mando de prensas, quemadores, etc., normalmente este tipo de equipos se someten a ensayo en Laboratorios u Organismos reconocidos para tal fin, que emiten el correspondiente certificado. Además, se deben respetar los requisitos específicos de montaje, instalación, programación, etc., que sólo pueden ser realizados por personal especializado.

Por estos y otros motivos esta situación es ampliable al mando de los sistemas hidráulicos y neumáticos (cuando se utilizan en los mismos con funciones de seguridad como, por ejemplo, la parada de un accionador), a las válvulas proporcionales y/o a las servoválvulas. Por tanto, cuando los accionadores están controlados por servoválvulas o por válvulas proporcionales y un fallo en el sistema de mando puede dar lugar a un accidente importante, por ejemplo, por el movimiento inesperado del accionador, se deben prever los medios necesarios para mantener o situar el

accionador en posición segura. En general este requisito se puede conseguir con otra válvula que, colocada en serie con la servoválvula o con la válvula proporcional, garantice una parada segura del accionador.

A.5 Enclavamientos de protección entre diferentes operaciones y movimientos contrarios

Cuando la ejecución errónea de una secuencia de ciertos elementos o de ciertas funciones del equipo de trabajo pueda dar lugar a sucesos peligrosos se deben prever los enclavamientos precisos para garantizar que dichos elementos o funciones se realizan de manera coordinada.

Nota:

Son ejemplos de dicha coordinación: evitar la entrada simultánea de contactores en estrella y en triángulo para el arranque de un motor o de relés que ordenan movimientos contrarios, entre otros.

A.6 Selección de las diversas formas de funcionamiento o de mando de un equipo de trabajo

Cuando un equipo de trabajo puede funcionar según diversas formas de mando o de funcionamiento y el cambio a una u otra forma de mando o de funcionamiento puede dar lugar a peligros o a situaciones peligrosas de diferente nivel de riesgo, es preciso dotarlo de un dispositivo que permita seleccionar las diferentes formas de mando o de funcionamiento y que se pueda bloquear en cada posición mediante una llave. Dicho dispositivo se puede sustituir por otros medios de eficacia similar (por ejemplo, códigos de acceso).

Nota:

Éste puede ser el caso de un robot en el que la protección en funcionamiento automático consiste en un resguardo perimetral con una puerta de acceso enclavada; al pasar a la forma de funcionamiento “reglaje” con mando por botonera portátil el operador está sometido a un nivel de riesgo superior, ya que el enclavamiento de la puerta de acceso está anulado y el operario se encuentra cerca del robot con otras medidas preventivas alternativas como, por ejemplo, mando sensitivo, control de la velocidad, dispositivo de validación de dos posiciones y parada de emergencia. En este caso el selector debe ser bloqueable en cada posición de modo de funcionamiento (automático, reglaje...).

Cada forma de mando o de funcionamiento irá asociada a las medidas preventivas pertinentes; en lo posible la selección del modo de funcionamiento o de mando implicará automáticamente la entrada de las medidas preventivas apropiadas.

Nota:

Esto quiere decir, por ejemplo, que:

- si la protección asociada a un equipo de trabajo en funcionamiento automático es un resguardo móvil con enclavamiento y la protección asociada en funcionamiento “reglaje”,

con el resguardo abierto, es un mando sensitivo y velocidad reducida, el equipo de trabajo sólo podrá trabajar en automático con el resguardo cerrado y el selector puesto en posición de automático y, al seleccionar “reglaje”, los elementos peligrosos sólo se podrán gobernar desde el puesto de mando seleccionado, en las condiciones previstas;

- si una prensa está prevista para funcionamiento en marcha continua y golpe a golpe, al seleccionar la marcha continua debe activarse de forma automática, si es posible, el sistema de protección apropiado (por ejemplo, una barrera fotoeléctrica), o al menos la prensa no debe funcionar hasta que el sistema de protección correspondiente esté en posición de seguridad (por ejemplo, un resguardo con enclavamiento que proteja la zona de operación); al seleccionar la forma de funcionamiento golpe a golpe, deberá entrar automáticamente el sistema de protección apropiado para esta forma de funcionamiento (por ejemplo, un dispositivo de mando a dos manos, o bien la misma barrera fotoeléctrica junto con un mando a pedal).
- En la posición seleccionada estarán anuladas todas las demás formas de mando o de funcionamiento.

Nota:

Esto quiere decir, por ejemplo, que al seleccionar el modo de funcionamiento “reglaje”:

- el equipo de trabajo no podrá funcionar en automático,
- ni recibir órdenes de un puesto de mando de mayor nivel (por ejemplo, el mando central, en el caso de que el equipo de trabajo forme parte de un conjunto de equipos),
- ni ser mandado desde un puesto de mando no seleccionado (es decir que el equipo no pueda mandarse simultáneamente desde la botonera portátil del robot y desde otro puesto, por ejemplo).

A.7 Prevención de los peligros generados al sobrepasar ciertos límites

En ciertos equipos de trabajo sobrepasar ciertos límites establecidos puede originar peligros para las personas. Son ejemplos de estos límites:

- el límite de presión en un recipiente sometido a presión;
- el límite de temperatura en un reactor;
- el límite de velocidad en una rectificadora o en un esmeril fijo;
- el límite de recorrido o de final de ciclo en una máquina (parada en punto muerto superior de una prensa excéntrica en funcionamiento golpe a golpe, cuando se alimenta o se extrae manualmente la pieza).

En estos casos se deben tomar las medidas preventivas apropiadas para garantizar que no se sobrepasan esos límites; estas medidas deben ser adecuadas al nivel de riesgo que presenta la situación peligrosa considerada.

A.8 Acción mecánica positiva

Cuando un componente mecánico, al desplazarse, arrastra inevitablemente a otro componente, bien por contacto directo, bien por medio de elementos rígidos, se dice que estos componentes están

unidos de modo positivo (o positivamente). Igualmente se aplica a un componente que se opone, por su presencia, a cualquier movimiento de otro componente.

Por el contrario, cuando un componente mecánico, al desplazarse, permite que otro se desplace libremente (por gravedad o por la fuerza de un muelle, etc.), no hay acción mecánica positiva del primero sobre el segundo.

Este principio se utiliza para evitar en lo posible los fallos que pueden derivarse de la actuación defectuosa de un elemento sobre otro. Son ejemplos de este principio la actuación directa de una leva sobre un detector de posición y la actuación directa del órgano de accionamiento del propio interruptor de posición sobre los contactos normalmente cerrados (contactos de apertura).

B. Niveles de prestaciones y categorías de las partes de los sistemas de mando relativas a la seguridad

Cuando sea preciso diseñar o elegir una parte del sistema de mando o un dispositivo de protección se debe tener en cuenta la probabilidad de fallos y obrar en consecuencia. Desde el punto de vista de seguridad y de justificación económica, las prestaciones de las partes de los sistemas de mando con funciones de seguridad (incluyendo los dispositivos de protección asociados a ellas) deben ser proporcionales al nivel de riesgo deducido de la evaluación de riesgos.

En cuanto a los dispositivos de protección, se tendrá en cuenta asimismo que debe existir una correspondencia entre las prestaciones de los dispositivos de protección y el resto de circuitos de la parte del sistema de mando del equipo de trabajo que garantiza la función de seguridad.

A continuación se proponen varios niveles de diseño de las partes o dispositivos de los sistemas de mando relativos a la seguridad, que pueden ser aplicables a máquinas usadas. Dichos diseños se corresponden con determinados niveles de prestaciones y categorías. Estos niveles de prestaciones y categorías coinciden con la clasificación establecida en la norma UNE-EN ISO 13849-1, debido a que dicha clasificación es razonablemente clara, algunos de sus conceptos son conocidos desde hace tiempo y, además, es la que se utiliza actualmente para la oferta de dispositivos de protección u otros subsistemas de mando específicamente desarrollados para realizar funciones de seguridad y, por tanto, se debería tener en cuenta en el caso de que haya que implantar dichos dispositivos o subsistemas en máquinas usadas.

Por otra parte es absolutamente necesario que en ambos casos (máquinas nuevas sujetas al marcado CE y máquinas usadas) se manejen los mismos conceptos, aunque otra cuestión muy diferente es alcanzar en las máquinas antiguas los mismos niveles de prestaciones y categorías que en las máquinas modernas.

Las prestaciones de las partes de los sistemas de mando relativas a la seguridad dependen de diversos aspectos que se agrupan según dos enfoques con respecto al proceso de estimación:

- los aspectos cualitativos o no cuantificables y
- los aspectos cuantificables.

Los aspectos cualitativos comprenden:

- el comportamiento de la función de seguridad cuando se producen defectos en los componentes internos;
- los fallos sistemáticos (fallos asociados de manera determinista a una cierta causa);
- el soporte lógico o “software” relativo a la seguridad y
- las condiciones ambientales.
- Los aspectos cuantificables son los que determinan la probabilidad de un fallo aleatorio peligroso del soporte físico o “hardware”, es decir:
 - la estructura del sistema o de parte del mismo;
 - la fiabilidad de los componentes;
 - la calidad de las medidas de prueba y control integradas (diagnósticos o autocontroles que se ejecutan a los diversos componentes de las partes del sistema de mando relativas a la seguridad) y
- las medidas adoptadas contra los fallos de causa común (sucesos únicos que pueden hacer fallar a varios elementos).

El nivel de **prestaciones, PL**, se define como un nivel discreto utilizado para especificar la aptitud de las partes de un sistema de mando relativas a la seguridad para desempeñar una función de seguridad. Estos niveles discretos se fijan en términos de probabilidad media de un fallo peligroso por hora para los **fallos aleatorios** y de requisitos jerarquizados de aplicación de medidas para los **fallos sistemáticos**. Los niveles de prestaciones se clasifican, de menor a mayor nivel, del “a” al “e”.

A diferencia del nivel de prestaciones, la **categoría** representa un conjunto de **diseños tipo** para las partes de los sistemas de mando relativas a la seguridad con unas características (estructura, fiabilidad del conjunto de los componentes que constituyen un canal, calidad de las pruebas y controles internos y, en caso de diseños con algún grado de redundancia, grado de inmunidad de las partes a los fallos de causa común) que pueden variar dentro de unos márgenes, y un comportamiento ante defectos determinado, que han sido previamente evaluados de modo que facilitan la estimación del nivel de prestaciones.

El nivel de prestaciones que ofrece una parte del sistema de mando relativa a la seguridad, que desempeña, sola o en combinación con otras, una función de seguridad determinada, en equipos de trabajo usados, se puede estimar partiendo del concepto de categoría antiguo y asumiendo unos valores medios, tirando a bajos, de la fiabilidad de cada canal y de la calidad de las pruebas y controles internos. En caso de sistemas con cierto grado de redundancia, se debería comprobar que dicha parte contiene suficientes medidas para reducir los fallos de causa común.

Si la función de seguridad se encuentra implementada por varias partes alineadas en serie a las cuales se les ha estimado por separado el nivel de prestaciones y la categoría, será preciso valorar el nivel de prestaciones del conjunto.

Para valorar el nivel de prestaciones del conjunto, como regla general, se considerará que ninguna de las partes debe poseer un nivel de prestaciones inferior al nivel de prestaciones requerido, PLr, para el conjunto, de acuerdo con los resultados de la evaluación de riesgos.

B.1 Requisitos generales para todas las categorías

Las diferentes partes de los sistemas de mando relativas a la seguridad o de los componentes de los sistemas de protección deben, en lo posible, ser adecuadas al uso previsto y ser capaces de resistir las sollicitaciones internas o externas a que puedan estar sometidas, de acuerdo con dicho uso. Esto quiere decir, por ejemplo, que los componentes serán adecuados para uso industrial, si esa es la aplicación. En particular, serán adecuados para la tensión o la presión de servicio, la intensidad que deban soportar, las vibraciones, los ambientes inflamables o explosivos, o tener un grado de protección de la envolvente (IP) adecuado a la presencia de líquidos, polvos, etc.

Durante su montaje e instalación deben utilizarse, en lo posible, principios y componentes de eficacia probada para aplicaciones de seguridad que, generalmente, están expresados en las normas que les atañen. Por ejemplo:

- protección de los circuitos contra las consecuencias de los fallos a masa;
- protección contra sobreintensidades y en caso necesario contra sobrecargas;
- utilización del principio de acción mecánica positiva en el montaje de detectores de posición, selectores, etc.

Categoría 1

La categoría 1 supone que el fallo o la avería de un componente puede dar lugar a la pérdida de la función de seguridad. Éste es el menor nivel de seguridad aceptable.

En este tipo de diseño no existen pruebas y controles internos; la fiabilidad de cada canal debería ser alta y no es pertinente tomar en consideración los fallos de causa común.

En general, se puede considerar que, si se cumplen estos criterios, con esta categoría se puede conseguir, como máximo, un nivel de prestaciones PL c.

En caso de mantener dudas acerca de la fiabilidad de los componentes, la implantación de un mantenimiento preventivo periódico, realizado por personal competente, que incluyera la comprobación de la función de seguridad, supondría un argumento para reforzar la consecución de un nivel de prestaciones PL c.

Nota 1:

En general, cuantos menos componentes tenga el sistema, más fiable será éste. Así, por ejemplo, un resguardo que actúa directamente, y según el modo positivo, sobre el elemento de potencia (válvula de paso del fluido al accionador (cilindro)) es mejor y más fiable que si actúa sobre una válvula de pilotaje de la válvula de corte.

El mantenimiento se efectuará siguiendo las instrucciones del fabricante del equipo o máquina (si existen). En el caso de que no existan dichas instrucciones, los resultados de la evaluación del riesgo permitirán determinar y establecer por escrito:

- los elementos a verificar y la manera de verificarlos;
- la periodicidad de las verificaciones;
- quién debe realizar las verificaciones (cualificación).

Para dejar constancia de las revisiones efectuadas éstas se registrarán en un libro de mantenimiento, indicando la revisión efectuada y, en particular, los elementos que han sido revisados, los elementos que han sido sustituidos, las pruebas efectuadas, etc., con la fecha y la firma de las personas que han efectuado dicho mantenimiento y el visto bueno de los delegados de prevención.

Nota 2:

En general, para máquinas antiguas sólo es factible alcanzar la categoría 1.

Categoría 2

Además de cumplir los requisitos de la categoría 1, en la categoría 2 se utiliza un sistema automático para detectar el buen funcionamiento de las partes del sistema de mando con funciones de seguridad, incluyendo las partes relacionadas con los dispositivos de protección, a intervalos regulares y como mínimo una vez por turno (8 horas) al poner en marcha la máquina. En el caso de que se detecte un fallo, éste se señala o se impide la nueva puesta en marcha del equipo de trabajo hasta que el fallo sea reparado.

Nota:

En general este sistema sólo se ha utilizado parcialmente en máquinas antiguas, por ejemplo, para detectar algunos fallos como condiciones previas al arranque de la máquina.

En este tipo de diseño la calidad de las pruebas y controles internos es normalmente baja; la fiabilidad de cada canal debería ser de baja a alta y se deberían aplicar medidas contra los fallos de causa común.

En general, se puede considerar que, si se cumplen estos criterios, con esta categoría se puede conseguir un nivel de prestaciones PL c. Si se demuestra que la calidad de las pruebas y controles internos es alta, se podría conseguir, como máximo, un nivel de prestaciones PL d.

Categoría 3

Con la categoría 3 se debe cumplir que un solo fallo o avería de un componente no da lugar a la pérdida de la función de seguridad. Esto implica generalmente el empleo de sistemas redundantes (véanse los ejemplos de las figuras H11 a H14).

Algunos fallos se detectan por la propia maniobra de mando, pero no todos. En consecuencia, una acumulación de fallos no detectados puede dar lugar a la pérdida de la función de seguridad.

Es imprescindible que un solo fallo no anule la redundancia (los dos canales simultáneamente).

Nota 1:

En general, en máquinas antiguas, ésta es la categoría mínima aceptable cuando el riesgo es elevado, ya que es razonablemente alcanzable y económicamente justificable. Es el caso, por ejemplo, de:

- las prensas mecánicas (excéntricas o de husillo) utilizadas para el trabajo de materiales en frío, con alimentación y/o extracción manual de la pieza;

- las prensas hidráulicas para el trabajo de materiales en frío, como las prensas para metales;
- las prensas para trabajar caucho o plástico por compresión, con alimentación y/o extracción manual de la pieza;
- las inyectoras para caucho, plástico o metal inyectado.

Nota 2:

Se considera trabajo en frío aquel en el que el operador puede colocar o retirar el material a procesar o procesado, con las manos desnudas, sin peligro de sufrir quemaduras.

En este tipo de diseño la calidad de las pruebas y controles internos podría ser de baja a media, la fiabilidad de cada canal, de baja a alta y se deberían aplicar medidas contra los fallos de causa común.

En general, se puede considerar que, si se cumplen estos criterios, con esta categoría se puede conseguir, como máximo, un nivel de prestaciones PL d.

Categoría 4

Con la categoría 4 se debe cumplir que el fallo o la avería de un componente no da lugar a la pérdida de la función de seguridad, lo que implica generalmente el empleo de sistemas redundantes autocontrolados.

El sistema de mando está diseñado de manera que un solo fallo o avería debe ser detectado en el momento de, o antes de, la siguiente sollicitación de la función de seguridad, dando lugar a una parada inmediata, o a la imposibilidad de continuar con el nuevo ciclo, si no se repara la avería. Si eso no fuera posible, el sistema posee cierta capacidad de detectar fallos o averías que pudieran acumularse, reduciendo aún más la probabilidad de fallo de la función.

Nota:

En la mayoría de los casos y si es factible, es más seguro y posiblemente más económico aplicar la categoría 4 que la categoría 3, complementada con un mantenimiento preventivo periódico.

En este tipo de diseño la calidad de las pruebas y controles internos y la fiabilidad de cada canal deberían ser altas, y se deberían aplicar medidas contra los fallos de causa común.

En general, se puede considerar que, si se cumplen estos criterios, con esta categoría se puede conseguir un nivel de prestaciones PL e.

Anexo IV: Códigos Octave casos A, B y C

Caso A:

Código principal:

```

1  % Numero de ensayos virtuales
2  n=10e5;
3  % Vector con los valores de medición por filas en  $\mu\text{m}$ 
4  Vmo=[0.4;-0.2;-0.1;0.1;-0.1;-0.2;-0.1;0.1;0.2;-0.4;0.4;-0.3;-0.2;0.1;
5  -0.4;-0.2;-0.1;0.3;0.2;-0.4;-0.3;0.1;0.2;0.1;-0.1];
6  % Vector X en  $\mu\text{m}$ 
7  X=[0;0;0;0;0;1000;1000;1000;1000;1000;2000;2000;2000;2000;2000;3000;
8  3000;3000;3000;3000;4000;4000;4000;4000;4000];
9  % Vector Y en  $\mu\text{m}$ 
10 Y=[0;1000;2000;3000;4000;0;1000;2000;3000;4000;0;1000;2000;3000;4000;
11 0;1000;2000;3000;4000;0;1000;2000;3000;4000];
12 % Incertidumbre de la MMC en  $\mu\text{m}$ 
13 uh=0.1;
14 % Creación vector resultados ensayos
15 dp=NaN*zeros(n,1);
16 % Número de mediciones por ensayo
17 p=size(Vmo);
18 % Otras salidas del cálculo del plano
19 x0p=NaN*zeros(3,1);
20 ap=NaN*zeros(3,1);
21 % Barrido de ensayos
22 for i=1:n
23     % Realización de la medición virtual tomando en cuenta la
24     % incertidumbre de la MMC
25     Vm=Vmo+uh*randn(p);
26     % Cálculo del plano por mínimos cuadrados
27     matriz=[X,Y,Vm];
28     [x0p,ap,dp]=planomincuad(matriz);
29     % Grabado de la máxima desviación de cada medición en el vector de
30     % resultados D
31     D(i)=max(dp);
32 end
33 D=sort(D);
34 figure
35 hist(D,400)
36
37 n95=round(0.95*n);
38 Lmin=inf;
39 I_inf=NaN;
40 I_sup=NaN;
41 for i=1:(n-n95)
42     L=D(i+n95)-D(i);
43     if L<Lmin, Lmin=L; I_inf=D(i); I_sup=D(i+n95);
44     end
45 end
46 % Rango de tolerancia en  $\mu\text{m}$ 
47 Rango de tolerancia=(I_inf-I_sup)

```


Función auxiliar “planomincuad”:

```
1  function [x0, a, d, normd] = planomincuad(X)
2  % -----
3  % Cálculo de la media
4  x0 = mean(X)';
5  %
6  % Creación de matriz A con los puntos desplazados
7  A = [(X(:, 1) - x0(1)) (X(:, 2) - x0(2)) (X(:, 3) - x0(3))];
8  %
9  % Cálculo de los valores singulares de la matriz A
10 [U, S, V] = svd(A, 0);
11 %
12 % Búsqueda del valor singular mínimo
13 [s, i] = min(diag(S));
14 a = V(:, i);
15 %
16 % Cálculo de la distancia máxima de los puntos al plano
17 if nargin > 2
18     d = U(:, i)*s;
19     normd = norm(d);
20 end
```

Caso B:

```

1  % Número de ensayos virtuales
2  n=10e5;
3
4  % Rango de tolerancia en porcentaje. La especificación
5  % de diseño se entiende entre -T/2 y + T/2
6  T=100;
7
8  % Capacidad proceso
9  Cp=5/3;
10 % Cp=1; Cp=4/3; Cp=5/3;
11
12 % Sigma proceso
13 sigmap=T/(6*Cp);
14
15 % Resultados del proceso para n ensayos
16 P=normrnd(-100,sigmap,n,1);
17 figure
18 hist(P,400)
19
20 % Relación incetidumbre/tolerancia
21 Rit=(5/10); % (1/10); (3/10); (5/10)
22
23 % Sigma medición
24 sigmam=(Rit*T/6);
25
26 % Resultados de la medición para n ensayos
27 M=normrnd(0,sigmam,n,1);
28 figure
29 hist(M,400)
30
31 Porcentaje_acierto=NaN*zeros(21,1);
32 for repe=1:21
33     % Cálculo de aciertos
34     D=zeros(1,1);
35
36     for i=1:n
37         if ((P(i)+(repe-1)*10>=-T/2)
38             && (P(i)+(repe-1)*10<=T/2))==((P(i)+(repe-1)*10+M(i)>=-T/2)
39             && (P(i)+(repe-1)*10+M(i)<=T/2)),
40             D=D+1;
41         end
42     end
43
44     Porcentaje_acierto(repe)= D*100/n;
45 end
46 Porcentaje_acierto=Porcentaje_acierto

```

Caso C:*Código para distribución uniforme:*

```

1  % Numero de ensayos virtuales
2  n=10e5;
3
4  % Valores medios de PFH para los distintos componentes
5  c5m=5*10e-3;
6  c7m=1*10e-4;
7  c9m=4*10e-3;
8  c10m=1*10e-6;
9  s13m=4*10e-6;
10 s14m=8*10e-5;
11 s15m=6*10e-5;
12 s16m=6*10e-5;
13 c11m=3*10e-6;
14 s17m=4*10e-6;
15 s18m=4*10e-6;
16
17 cte=1;
18 % Valores de MTTF para los distintos componentes en n ensayos
19 c5=(1/c5m)+rand(1,n).*(1/(cte*c5m))-(1/(cte*2*c5m));
20 c7=(1/c7m)+rand(1,n).*(1/(cte*c7m))-(1/(cte*2*c7m));
21 c9=(1/c9m)+rand(1,n).*(1/(cte*c9m))-(1/(cte*2*c9m));
22 c10=(1/c10m)+rand(1,n).*(1/(cte*c10m))-(1/(cte*2*c10m));
23 s13=(1/s13m)+rand(1,n).*(1/(cte*s13m))-(1/(cte*2*s13m));
24 s14=(1/s14m)+rand(1,n).*(1/(cte*s14m))-(1/(cte*2*s14m));
25 s15=(1/s15m)+rand(1,n).*(1/(cte*s15m))-(1/(cte*2*s15m));
26 s16=(1/s16m)+rand(1,n).*(1/(cte*s16m))-(1/(cte*2*s16m));
27 c11=(1/c11m)+rand(1,n).*(1/(cte*c11m))-(1/(cte*2*c11m));
28 s17=(1/s17m)+rand(1,n).*(1/(cte*s17m))-(1/(cte*2*s17m));
29 s18=(1/s18m)+rand(1,n).*(1/(cte*s18m))-(1/(cte*2*s18m));
30 figure
31 hist(s18,600)
32 % Creación vector resultados
33 Sv=zeros(n,1);
34
35 % Barrido de ensayos
36 for i=1:n
37   c5c7=max(c5(i), c7(i));
38   c9c10=max(c9(i), c10(i));
39   s13s14=max(s13(i), s14(i));
40   s15s16=min(s15(i), s16(i));
41   c11s17=min(c11(i), s17(i));
42   c11s18=min(c11(i), s18(i));
43
44   c5c7c9c10=max(c5c7, c9c10);

```

```
45 s13s14s15s16=max (s13s14, s15s16);
46 c11s17c11s18=max (c11s17, c11s18);
47 c5c7c9c10s13s14s15s16=max (c5c7c9c10, s13s14s15s16);
48 Sv(i)=max (c5c7c9c10s13s14s15s16, c11s17c11s18);
49
50 end
51
52 R=sort (Sv);
53 n95=round (0.95*n);
54 Lmin=inf;
55 I_inf=NaN;
56 I_sup=NaN;
57 for i=1:(n-n95)
58     L=R(i+n95)-R(i);
59     if L<Lmin, Lmin=L; I_inf=R(i); I_sup=R(i+n95);
60 end
61 end
62 % Resultados
63 figure
64 hist (R,600)
65 MTTFm=mean(R)
66 MTTFmin=min(R)
67 MTTFmax=max(R)
68 MTTFdesv=std(R)
69 I_inf=I_inf
70 I_sup=I_sup
```

Código para distribución normal:

```
1 % Numero de ensayos virtuales
2 n=10e5;
3
4 % Valores medios de PFH para los distintos componentes
5 c5t=5*10e-3;
6 c7t=1*10e-4;
7 c9t=4*10e-3;
8 c10t=1*10e-6;
9 s13t=4*10e-6;
10 s14t=8*10e-5;
11 s15t=6*10e-5;
12 s16t=6*10e-5;
13 c11t=3*10e-6;
14 s17t=4*10e-6;
15 s18t=4*10e-6;
16
17 c5m=1/c5t;
18 c7m=1/c7t;
19 c9m=1/c9t;
20 c10m=1/c10t;
21 s13m=1/s13t;
22 s14m=1/s14t;
23 s15m=1/s15t;
24 s16m=1/s16t;
25 c11m=1/c11t;
26 s17m=1/s17t;
27 s18m=1/s18t;
28
29 cte=2;
30 c5s=c5m*cte*(3^-2);
31 c7s=c7m*cte*(3^-2);
32 c9s=c9m*cte*(3^-2);
33 c10s=c10m*cte*(3^-2);
34 s13s=s13m*cte*(3^-2);
35 s14s=s14m*cte*(3^-2);
36 s15s=s15m*cte*(3^-2);
37 s16s=s16m*cte*(3^-2);
38 c11s=c11m*cte*(3^-2);
39 s17s=s17m*cte*(3^-2);
40 s18s=s18m*cte*(3^-2);
41
42 % Valores de MTTF para los distintos componentes en n ensayos
43 c5=normrnd(c5m,c5s,n,1);
44 c7=normrnd(c7m,c7s,n,1);
```

```
45 c9=normrnd(c9m,c9s,n,1);
46 c10=normrnd(c10m,c10s,n,1);
47 s13=normrnd(s13m,s13s,n,1);
48 s14=normrnd(s14m,s14s,n,1);
49 s15=normrnd(s15m,s15s,n,1);
50 s16=normrnd(s16m,s16s,n,1);
51 c11=normrnd(c11m,c11s,n,1);
52 s17=normrnd(s17m,s17s,n,1);
53 s18=normrnd(s18m,s18s,n,1);
54 figure
55 hist(s18,600)
56
57 % Creación vector resultados
58 Sv=zeros(n,1);
59
60 % Barrido de ensayos
61 for i=1:n
62     c5c7=max(c5(i),c7(i));
63     c9c10=max(c9(i),c10(i));
64     s13s14=max(s13(i),s14(i));
65     s15s16=min(s15(i),s16(i));
66     c11s17=min(c11(i),s17(i));
67     c11s18=min(c11(i),s18(i));
68
69     c5c7c9c10=max(c5c7,c9c10);
70     s13s14s15s16=max(s13s14,s15s16);
71     c11s17c11s18=max(c11s17,c11s18);
72     c5c7c9c10s13s14s15s16=max(c5c7c9c10,s13s14s15s16);
73     Sv(i)=max(c5c7c9c10s13s14s15s16,c11s17c11s18);
74
75 end
76
77 R=sort(Sv);
78 n95=round(0.95*n);
79 Lmin=inf;
80 I_inf=NaN;
81 I_sup=NaN;
82 for i=1:(n-n95)
83     L=R(i+n95)-R(i);
84     if L<Lmin, Lmin=L; I_inf=R(i); I_sup=R(i+n95);
85     end
86 end
87 % Resultados
88 figure
89 hist(R,600)
90 MTTFm=mean(R)
91 MTTFmin=min(R)
92 MTTFmax=max(R)
93 MTTFdesv=std(R)
94 I_inf=I_inf
95 I_sup=I_sup
```

Código para distribución exponencial:

```
1 % Numero de ensayos virtuales
2 n=10e5;
3
4 % Valores medios de PFH para los distintos componentes
5 c5m=5*10e-3;
6 c7m=1*10e-4;
7 c9m=4*10e-3;
8 c10m=1*10e-6;
9 s13m=4*10e-6;
10 s14m=8*10e-5;
11 s15m=6*10e-5;
12 s16m=6*10e-5;
13 c11m=3*10e-6;
14 s17m=4*10e-6;
15 s18m=4*10e-6;
16
17 % Valores de MTTF para los distintos componentes en n ensayos
18 c5=-log(rand(1,n))./c5m;
19 c7=-log(rand(1,n))./c7m;
20 c9=-log(rand(1,n))./c9m;
21 c10=-log(rand(1,n))./c10m;
22 s13=-log(rand(1,n))./s13m;
23 s14=-log(rand(1,n))./s14m;
24 s15=-log(rand(1,n))./s15m;
25 s16=-log(rand(1,n))./s16m;
26 c11=-log(rand(1,n))./c11m;
27 s17=-log(rand(1,n))./s17m;
28 s18=-log(rand(1,n))./s18m;
29 figure
30 hist(s18,600)
31
32 % Creación vector resultados
33 Sv=zeros(n,1);
34
35 % Barrido de ensayos
36 for i=1:n
37 c5c7=max(c5(i), c7(i));
38 c9c10=max(c9(i), c10(i));
39 s13s14=max(s13(i), s14(i));
40 s15s16=min(s15(i), s16(i));
41 c11s17=min(c11(i), s17(i));
42 c11s18=min(c11(i), s18(i));
43
```

```
44 c5c7c9c10=max (c5c7, c9c10);
45 s13s14s15s16=max (s13s14, s15s16);
46 c11s17c11s18=max (c11s17, c11s18);
47 c5c7c9c10s13s14s15s16=max (c5c7c9c10, s13s14s15s16);
48 Sv(i)=max (c5c7c9c10s13s14s15s16, c11s17c11s18);
49
50 end
51
52 R=sort (Sv);
53 n95=round (0.95*n);
54 Lmin=inf;
55 I_inf=NaN;
56 I_sup=NaN;
57 for i=1:(n-n95)
58     L=R(i+n95)-R(i);
59     if L<Lmin, Lmin=L; I_inf=R(i); I_sup=R(i+n95);
60 end
61 end
62 % Resultados
63 figure
64 hist (R,600)
65 MTTFm=mean(R)
66 MTTFmin=min(R)
67 MTTFmax=max(R)
68 MTTFdesv=std(R)
69 I_inf=I_inf
70 I_sup=I_sup
```