



**Universidad**  
Zaragoza

## Trabajo Fin de Máster

### EL IBEX COMO FACTOR EXPLICATIVO DE VARIABLES DEL SECTOR REAL DE LA ECONOMIA

Autor/es

Álvaro Herce Postigo

Director/es

Antonio Aznar Grasa

Facultad Economía y Empresa Zaragoza  
2015

## INDICE

• INTRODUCCION.....	PAG 3
• SECCION 1: METODOLOGIA Y PLANTEAMIENTO	
I. METODOLOGIA.....	PAG 3
II. MOTIVACION Y PLANTEAMIENTO.....	PAG 4
• SECCION 2: BANCO DE DATOS.....	PAG 7
• SECCION 3: ANALISIS UNIVARIANTE	
I. CONTRASTE ORDEN INTEGRACION.....	PAG 12
• SECCION 4: ANALISIS DE COINTEGRACION	
I. METODO UNIECUACIONAL: ENGLE-GRANGER.....	PAG 16
II. METODOS MULTIECUACIONALES: JOHANSEN.....	PAG 19
• SECCION 5: SELECCIÓN MODELOS ADMISIBLES	
I. MODELOS VAR.....	PAG 22
II. MODELOS CVAR.....	PAG 27
• SECCION 6: ANALISIS DE CAUSALIDAD.....	PAG 29
• SECCION 7: CONCLUSIONES.....	PAG 30
• SECCION 8: BIBLIOGRAFIA.....	PAG 31

## **INTRODUCCION**

En el trabajo que se va a desarrollar, vamos a tratar de dar una respuesta contrastada acerca de la capacidad explicativa del IBEX 35 sobre variables utilizadas para medir la actividad económica, o como las denominaremos a lo largo de nuestro ensayo, variables de carácter real. Concretamente, nuestro primer objeto de estudio será tratar de definir el comportamiento temporal univariante de las variables. Una vez realizado el estudio univariante pasaremos a la realización en profundidad del objetivo más ambicioso del trabajo, tratar de contrastar la existencia de causalidad entre las relaciones que se propondrán. Para ello utilizaremos algunas de las herramientas de las que la econometría de series temporales dispone, y a través de modelos multivariante, obtener estimaciones consistentes. También expondremos la explicación teórica de las metodologías empleadas, aplicándolas posteriormente a datos reales. Las conclusiones que se obtendrán sirven para reafirmarnos en la idea de que es posible que exista una relación de causalidad entre los ciclos financieros y los ciclos reales.

## **SECCION 1: METODOLOGIA EMPLEADA**

### **METODOLOGIA**

La metodología para el estudio del proyecto se basa en la aplicación de las técnicas econométricas de series temporales para series temporales, desde su identificación hasta la estimación de modelos multivariante en las formas que se precisen. Para el análisis individual de las variables seleccionadas en su etapa de identificación utilizaremos instrumentos desarrollados en Box-Jenkins (1970), junto con la aplicación de otras herramientas que nos permitan determinar el orden de integración de las series. La definición general del concepto de serie temporal viene dada por: Conjunto de valores observados de distintas variables aleatorias correspondientes a periodos de tiempo consecutivos; dichos periodos tienen la misma amplitud, y la serie tiene un carácter discreto. Para la correcta identificación de los procesos que subyacen en las series temporales, introduciremos el concepto de estacionariedad, que en su sentido amplio o débil puede definirse como:

1. Las esperanzas matemáticas de las variables aleatorias no dependen del tiempo, es decir, son constantes.
2. Las varianzas tampoco dependen del tiempo y son finitas.
3. Las covarianzas entre dos periodos de tiempo distintos solamente dependen del lapso del tiempo transcurrido entre estos dos periodos.

Para el estudio de la estacionariedad, la literatura ha propuesto diferentes procedimientos, pero para nuestro caso utilizaremos la metodología basada en el análisis de gráficos y correlogramas, junto con el contraste de Dickey-Fuller, con el objetivo de determinar los componentes deterministas y estocásticos propios de cada variable.

Para las relaciones entre variables, es sumamente importante prestar atención a la posible cointegración existente entre ellas, por lo que desarrollaremos el concepto de cointegración y aplicaremos algunos de los métodos disponibles para su contraste.

Teniendo en cuenta las diferentes estructuras univariante obtenidas, y la presencia o no de cointegración, se propondrán posteriormente diferentes modelos para ser estimados, contrastados y validados. Para nuestro caso, emplearemos dos formas de modelos que son los más utilizados en el trabajo aplicado: El modelo autorregresivo vectorial (VAR) y el modelo con mecanismo de corrección del error (CVAR).

Finalmente y basándonos en el concepto de causalidad introducida por Granger (1969), realizaremos un análisis para determinar la posible relación de causalidad entre nuestras variables.

La estructura del trabajo será la siguiente: En la Sección 2 presentaremos y concretaremos el conjunto de variables que son objeto de estudio. En la Sección 3, realizaremos un análisis univariante de las series basándonos en el análisis gráfico, para posteriormente emplear instrumentos de contraste para determinar el orden de integración. En la Sección 4, presentaremos el concepto de cointegración y realizaremos un análisis del mismo para nuestras variables. A continuación, en la Sección 5, realizaremos la estimación, contrastación y validación de los modelos multivariante VAR y CVAR. Una vez seleccionados los mejores modelos de los estimados, realizaremos en la Sección 6 un análisis de causalidad entre nuestras variables. Finalmente, expondremos nuestras conclusiones en la Sección 7.

Señalamos como nota adicional, que para un análisis exhaustivo de las diferentes técnicas econométricas aplicables a las series financieras se puede consultar los títulos de Campbell, Lo y MacKinlay (1994), junto con Mills y Markellos (2008).

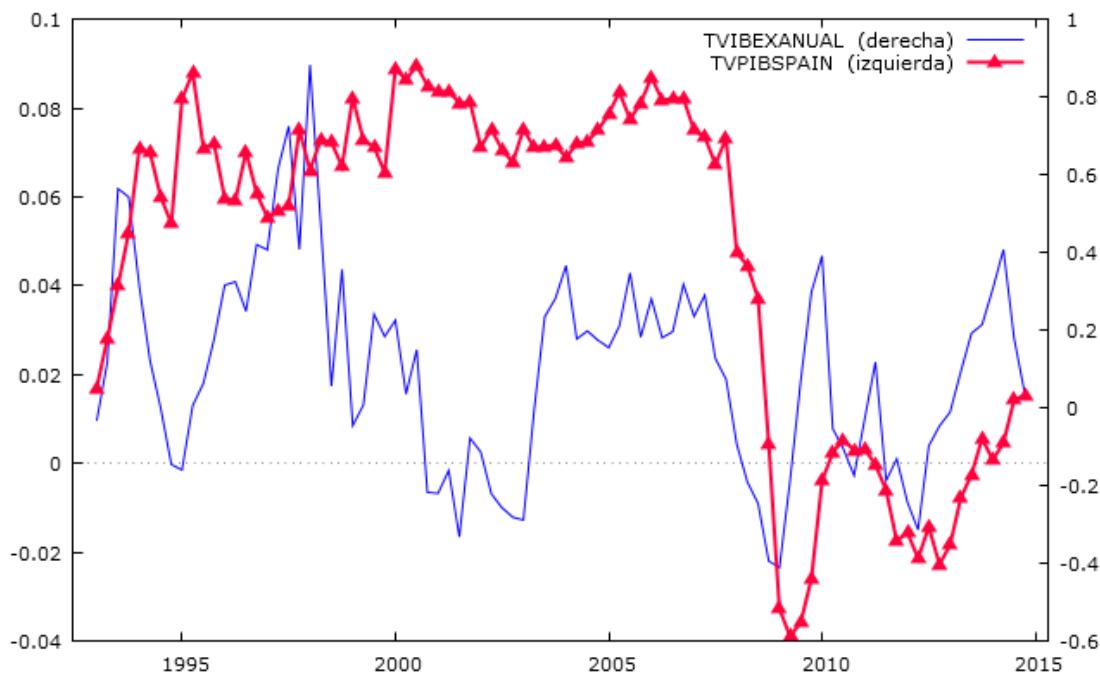
### MOTIVACION Y PLANTEAMIENTO

En este apartado vamos a tratar de desarrollar cuales han sido las motivaciones del estudio, el objetivo del mismo y, finalmente, el planteamiento a realizar.

En primer lugar aclararemos la motivación del estudio. La principal característica que hizo plantearnos la realización de este trabajo vino dada por el hecho de que en los entornos de gestión de fondos y mercados de capitales se tiende a afirmar que la economía financiera se anticipa a la economía real. Esto es, en términos simplificados, que los movimientos en los mercados financieros y de capitales son capaces de anticipar las tendencias de la economía real. Esta afirmación tan rotunda y ampliamente extendida puede derivar en errores de predicción que se agravan sobre todo en aquellos momentos de ciclos económicos donde se produce un cambio de tendencia. Pero lógicamente dada la amplia aceptación que contiene, nos sirvió como fuente de inspiración para tratar de estudiar la veracidad de la misma empíricamente.

Vamos a tratar de analizar a través de la exposición grafica la veracidad de la misma en la economía española:

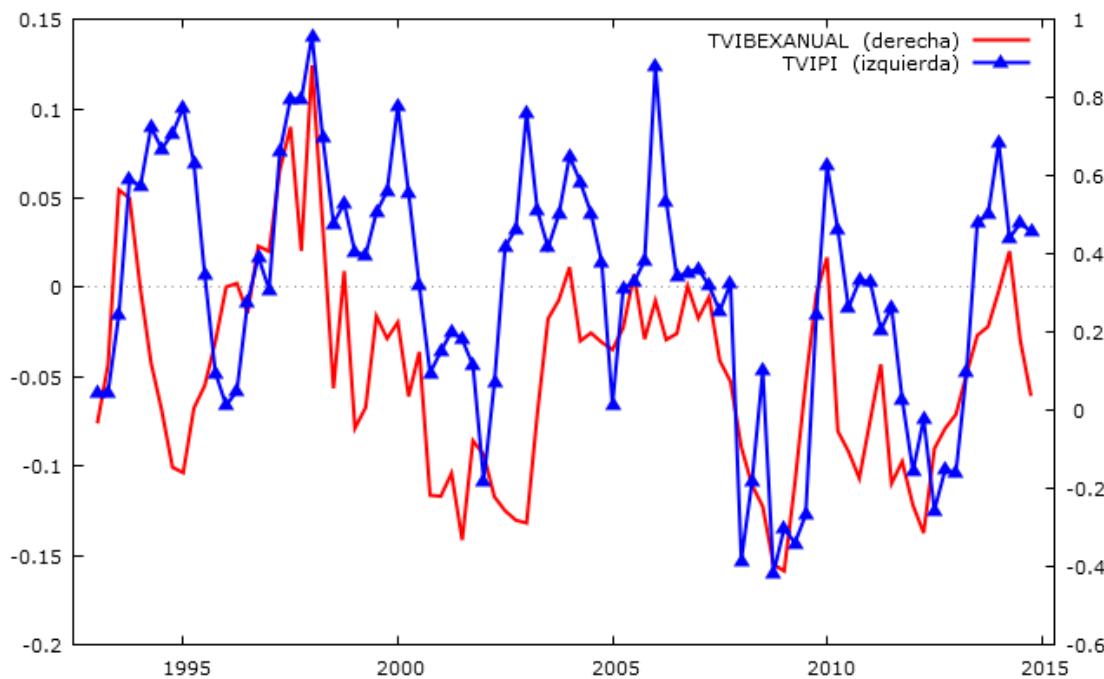
Grafico1: Evolución temporal de las tasas de variación del PIB e IBEX



A la vista del gráfico, que muestra la evolución temporal desde 1993 hasta el último trimestre de 2014 de las tasas de variación del PIB y del Ibex 35 en términos trimestrales para España, podemos observar cómo, efectivamente, en los períodos en los que se produce una ruptura o cambio de tendencia acusados, la evolución del Ibex se anticipa al movimiento del PIB, por ejemplo en los períodos comprendidos entre 1993-1997 aproximadamente y muy claramente entre 2008-2010.

Aún más evidente resulta este hecho cuando comparamos en el mismo espectro temporal el comportamiento de la evolución entre el IBEX 35 y el Índice de Producción Industrial (IPI). Como se puede apreciar en el gráfico, parece que el IPI replica en la mayoría de períodos el comportamiento del IBEX, por lo que si solo usásemos esta vara de medir para realizar predicciones acerca de la evolución del índice, parece claro que una buena base sería medir el comportamiento de nuestra variable financiera.

Grafico 2: Evolución temporal de las tasas de variación del IPI e IBEX



Ante esta evidencia gráfica nos planteamos la posibilidad de investigar sobre si ya se habían realizado estudios acerca del tema, aplicados o no a la economía española. Analizados una serie de artículos, nos pareció interesante resaltar el realizado por *Raphael Espinoza, Fabio Fornari y Marco J. Lombardi* en su trabajo "The role of financial variables in predicting economy activity". En él se plantea un modelo VAR compuesto por variables financieras y trata de analizar la causalidad entre variables financieras y reales, junto con su capacidad predictiva de la actividad económica.

Por tanto y, salvando diferencias en el uso de variables y algunas limitaciones de carácter estadístico, nuestra intención es la de tratar de obtener un resultado empírico clarificador que nos permita dilucidar si realmente las variables financieras deberían ser variables relevantes en la modelización paramétrica de variables del sector real.

## SECCION 2: BANCO DE DATOS

A continuación, vamos a tratar de especificar los motivos y las fuentes seguidas en la elección de las variables utilizadas. Aclararemos que, haciendo frente al problema de limitación de los datos, todas las variables se encuentran convertidas en tasas de variación interanuales entre trimestres, debido al horizonte temporal contemplado para el PIB, ya que no se dispone de datos con una frecuencia menor. El motivo por el cual hemos trabajado en tasas se debe a que el comportamiento temporal de estas series permite realizar un análisis más exhaustivo cuando se transforman en tasas de variación. Aparte de este motivo formal, también nos hemos decantado por esta elección debido a que la valoración de series financieras en términos absolutos requiere en numerosas ocasiones una abstracción de unidades y la interpretación subjetiva (caso del IBEX 35), por lo que la interpretación en términos de tasas de variación permite acceder a una interpretación más realista de los resultados.

### VARIABLES DE ECONOMIA REAL

- **TASA DE VARIACION DEL PIB (TVPIB):** La serie analizada recoge los datos obtenidos del INE para el periodo comprendido entre 1992 a 2014 en trimestres y a la cual hemos aplicado manualmente la transformación para series interanuales entre los trimestres. Lógicamente, la inclusión de esta serie sirve para incorporarla como variable endógena de nuestro modelo a efectos de estudiar su comportamiento cuando es explicado por valores pasados de variables financieras.
- **TASA DE VARIACION DE INDICE PRODUCCION INDUSTRIAL (TVIPI):** Dado que parte de nuestras conclusiones finales podrían ir dirigidas a recomendar el uso de selección de nuestra variable financiera como elemento predictor o explicativo del comportamiento de otras variables de carácter real, nos hemos decantado por estudiar el comportamiento de esta variable por dos motivos fundamentales: El primero es que a la hora de tomar decisiones sobre realizar una determinada inversión en cartera, existen numerosas variables e índices que nos guían en la toma de decisiones, y en el ámbito profesional, el IPI es uno de ellos. El otro de los motivos se expuso anteriormente y es que resulta atractivo para el estudio es el similar comportamiento que parece experimentar la variable en relación al IBEX. La serie original fue obtenida a través de la base de datos del INE.

### VARIABLES FINANCIERAS

La variable seleccionada es la evolución temporal de IBEX 35:

- **Tasa de variación del IBEX 35 (TVIBEX):** La evolución temporal del principal índice bursátil de referencia en la economía española, recoge el comportamiento experimentado por la cesta representativa y ponderada en función de su capitalización del conjunto de empresas que cotizan en los mercados de renta variable. La inclusión de esta variable nos pareció muy representativo puesto que probablemente ningún otro indicador financiero pueda recoger con mayor precisión la valoración del conjunto de empresas más representativas en términos de capital de la economía española. La fuente de obtención de la serie histórica fue la base de valores de invertia.com

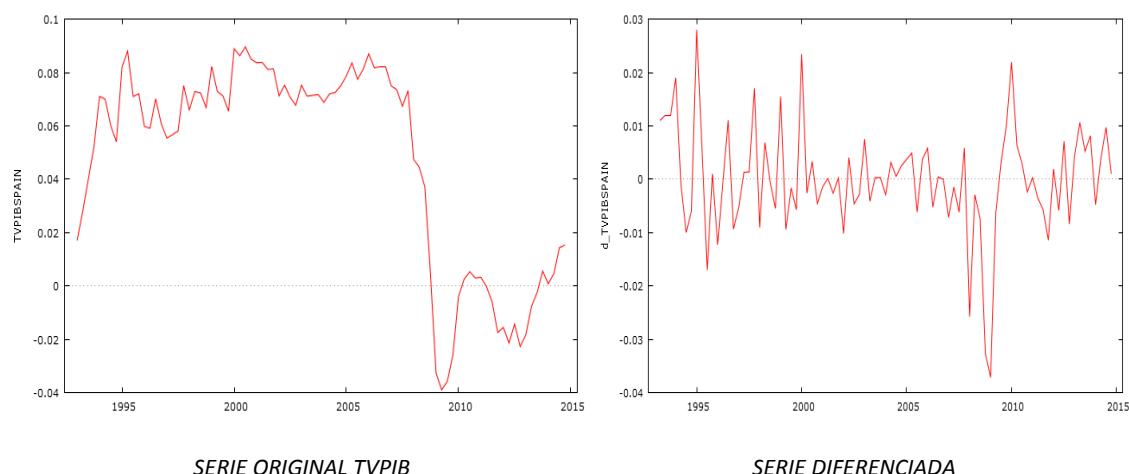
### SECCION 3: ANALISIS UNIVARIANTE

Vamos a presentar en esta sección la representación gráfica de las series originales y, en su caso, sus primeras diferencias así como sus funciones de autocorrelación y autocorrelación parcial, junto con el contraste del orden de integración, con el objeto de determinar la tipología de cada serie:

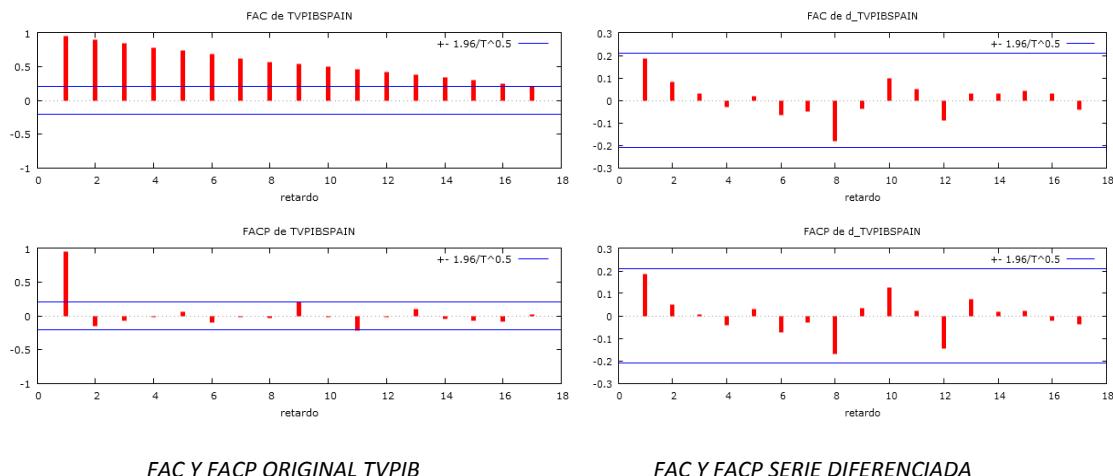
- **TVPIB**

Procedemos ahora a tratar de especificar gráficamente la tipología de la serie atendiendo a su comportamiento a través de su evolución histórica y de las funciones de autocorrelación (FAC) y autocorrelación parcial (FACP). Lo que se puede observar de esta serie en su formato original es que parte de unos niveles próximos a cero y se incrementa en unos períodos de tiempo relativamente cortos, aproximadamente hasta el primer trimestre de 1995, manteniendo posteriormente un comportamiento estable en torno a una tasa de variación del 0,06 y el 0,08 aproximadamente, hasta llegar al periodo de 2008, donde se produce una fuerte ruptura estructural y la serie decrece hasta sus niveles más bajos, recuperándose posteriormente levemente hasta el final.

Este comportamiento sugiere que la serie seguramente no es estacionaria, ya que por las condiciones de estacionariedad, su comportamiento debería situarse en media en torno a un valor constante y con desviaciones también aproximadamente constantes, algo que deberemos corroboraremos más adelante a través de su pertinente contraste. El comportamiento de su primera diferencia muestra alguna dificultad de identificación. Por ejemplo, podemos observar que hasta el inicio del periodo de 2008 la serie parece comportarse de manera regular, oscilando en torno a valores cercanos a cero y con amplitudes más o menos similares entre valores negativos y positivos. Sin embargo, a partir del momento en que se produce la posible ruptura estructural, se rompe este patrón de comportamiento. En cualquier caso, la serie diferenciada parece tener un comportamiento más cercano al de una variable estacionaria. No creemos que la serie tenga una tendencia lineal, como por otro lado es típico de variables expresadas en tasas de variación.

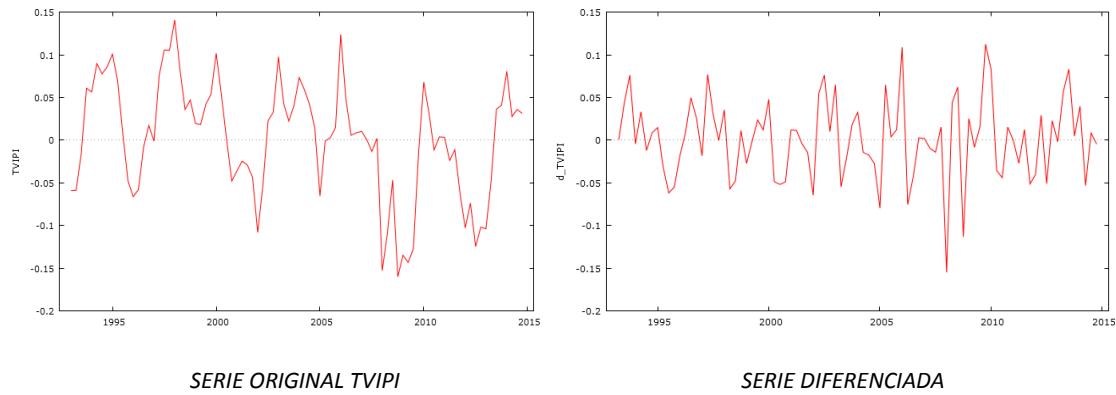


Analizando el correlograma vamos a llegar a una conclusión similar. Como se observa en la FAC de la serie original, queda claro que existen un conjunto de valores que decrece muy lentamente sin llegar a anularse. En el caso de la FACP observamos un primer valor muy próximo a 1 y el resto de la serie prácticamente nulo, lo que nos reafirma en nuestra idea de que la serie original no es estacionaria. Analizando los correlogramas para la primera diferencia, se observa que tanto en la FAC como en la FACP ningún valor sobresale de las bandas de significación, dando a entender que la serie diferenciada puede subyacer un proceso generador de datos característico de un ruido blanco, o lo que es lo mismo, que los valores generados son totalmente aleatorios. Concluimos a la vista de los resultados, que la serie parece ser estacionaria en su primera diferencia, aunque más adelante corroboraremos esta decisión con el contraste. En su caracterización creemos que la serie original puede tener tendencia estocástica pero no determinista.

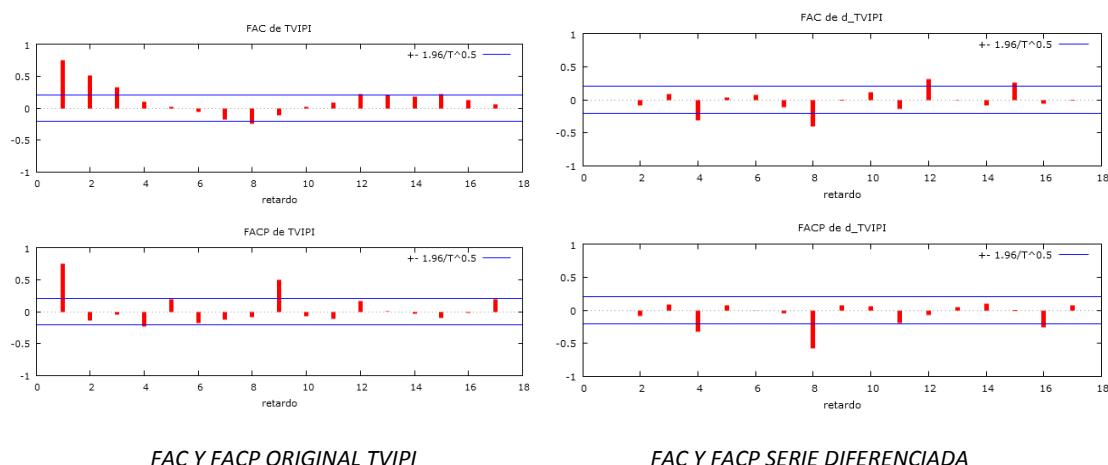


- **TVIPI**

La serie original, aparentemente, no tiene un comportamiento estable o similar al asimilado a una serie estacionaria. El análisis es similar, puesto que en su serie original puede parecer estacionaria en ciertos períodos, pero el hecho de que no fluctúe en torno a valores constantes y, sobre todo, que las dispersiones entre los distintos períodos no sean similares, se podría interpretar como un signo de no estacionariedad sin la pertinente prueba de contraste. Lo que sí parece evidente a nuestro juicio es que la serie no parece presentar una tendencia lineal. El comportamiento de la serie diferenciada sí que ofrece, a priori un mejor comportamiento en lo que a estacionariedad se refiere. Aun con todo, la única conclusión que se puede sacar de ambos gráficos es que no parecen tener una tendencia lineal, y que los valores de la serie diferenciada parecen fluctuar en torno a cero.



En lo que respecta al correlograma, se observa en la FAC de la serie original, que esta parece mostrar un comportamiento más estable y próximo a una modelización autorregresiva, aunque el decrecimiento es amortiguado a cero, lo que a simple vista supone un pequeño problema de identificación, puesto que podría tratarse de un AR(1). En el caso de la FACP observamos un primer valor muy próximo a 1 y el resto de la serie prácticamente nulo a excepción de retardos lejanos, lo que nos reafirma en nuestra idea de que la serie original no es estacionaria. Analizando el grafico para la primera diferencia, se observa que tanto en la FAC como en la FACP existen valores puntuales que sobresalen de las bandas de significación y otros prácticamente cero, dando a entender que la serie diferenciada puede subyacer un proceso generador de datos estacionario, aunque no identificable según nuestro punto de vista. Concluimos a la vista de los resultados, que la serie parece ser estacionaria tanto en su versión original como en su primera diferencia, por lo que más adelante precisaremos esta decisión con el contraste de raíz unitaria. En su caracterización creemos que la serie no posee tendencia determinista, y estará por ver si tendencia estocástica.

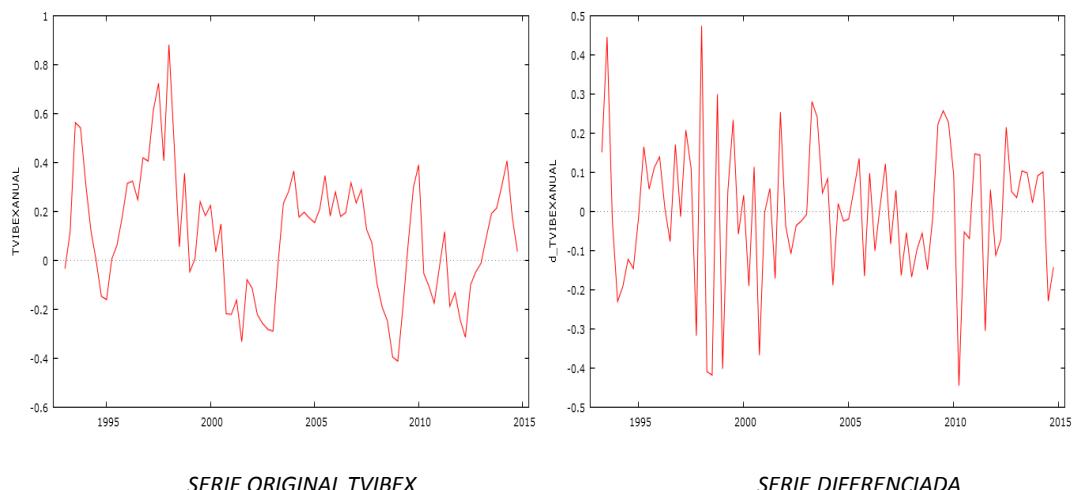


FAC Y FACP ORIGINAL TVIPI

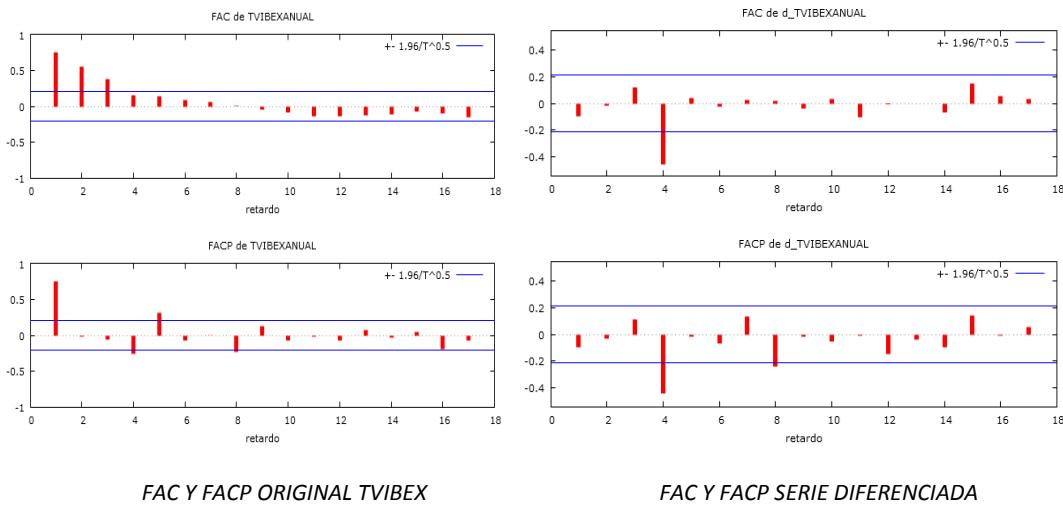
FAC Y FACP SERIE DIFERENCIADA

- **TVIBEX**

Analizando a continuación el caso de la serie original del IBEX, nos encontramos con un comportamiento característico de series financieras, como puede ser el hecho de que las tasas de variación no experimenten una serie de fluctuaciones constantes, y que los períodos de decrecimiento y crecimiento se acentúen varios períodos. Además se puede observar, los valores históricos parecen fluctuar en torno a cero. Por tanto, a la vista de esta serie no podríamos aventurarnos a realizar una afirmación rotunda sobre su comportamiento, pero todo parece indicar que la serie será no estacionaria, junto con que no parece tener tampoco una tendencia determinista clara a lo largo de la muestra. La serie diferenciada es más evidente, y el comportamiento es semejante o parecido al de una serie estacionaria.



En lo que respecta al correlograma, aquí sí que podemos aventurarnos con las conclusiones anteriormente descritas. La FAC y la FACP muestran un comportamiento muy similar al que presenta el IPI. Como se observa en la FAC de la serie original, parece mostrar un comportamiento más estable y próximo a una modelización autorregresiva, ya que el decrecimiento es amortiguado a cero, por lo que la conclusión sobre la estacionariedad no está clara. En el caso de la FACP observamos un primer valor muy próximo a 1 y el resto de la serie prácticamente nulo a excepción de retardos lejanos, lo que nos reafirma en nuestra idea de que la serie original no es estacionaria. Analizando el gráfico para la primera diferencia, se observa que tanto en la FAC como en la FACP existen valores puntuales que sobresalen de las bandas de significación y otros prácticamente cero, dando a entender que la serie diferenciada puede subyacer un proceso generador de datos estacionario, aunque no identificable según nuestro punto de vista. Concluimos a la vista de los resultados, que la serie parece ser estacionaria en su primera diferencia, aunque más adelante corroboremos esta decisión con el contraste de raíz unitaria. Concluimos por tanto, que la serie parece responder a una tipología sin tendencia determinista, pero puede que si tenga tendencia estocástica.



A modo de resumen, adjuntamos a continuación un cuadro con las características más significativas encontradas en nuestro análisis:

### *Cuadro resumen tendencias encontradas*

VARIABLE	CONSTANTE	TENDENCIA DETERMINISTA
<b>TVPIB</b>	<i>SI</i>	<i>NO</i>
<i>d_TVPIB</i>	<i>NO</i>	<i>NO</i>
<b>TVIPI</b>	<i>SI</i>	<i>NO</i>
<i>d_TVIPI</i>	<i>NO</i>	<i>NO</i>
<b>TVIBEX</b>	<i>SI</i>	<i>NO</i>
<i>d_TVIBEX</i>	<i>NO</i>	<i>NO</i>

## CONTRASTE DEL ORDEN DE INTEGRACION

En este nuevo apartado la tarea a realizar será la de estudiar la posible presencia de tendencias estocásticas en la serie. A la hora de contrastar el orden de integración de una serie existen una serie de baterías de contrastes puestos a disposición del investigador, pero sobre todos quizás el más utilizado sea el contraste de Dickey-Fuller, más concretamente el contraste de Dickey-Fuller Aumentado (DFA). En nuestro caso utilizaremos el DFA, por dos motivos fundamentales: En primer lugar, debido a su extensa aceptación como herramienta para la contrastación del orden de integración de las series temporales, y, por otro lado, debido a que tiene un buen comportamiento en potencia.

Las etapas definidas en el contraste son:

1. IDENTIFICACION DEL PROCESO GENERADOR DE DATOS (PGD): En esta etapa y en relación al apartado anterior, trataremos de especificar el modelo que mejor se ajuste al comportamiento de la serie en función de su análisis gráfico. Los modelos propuestos en la literatura se clasifican como:
  1. M1:  $y_t = \phi y_{t-1} + u_t$ ; Este modelo considera que el comportamiento de la variable responde a un modelo autorregresivo sin constante ni tendencia determinista.  $u_t$  se comporta como un ruido blanco o no, pero para su especificación definiremos una ampliación del contraste más adelante.
  2. M2:  $y_t = \alpha + \phi y_{t-1} + u_t$ ; Este modelo es una ampliación del anterior y considera que la serie autorregresiva gira en torno a un valor constante.
  3. M3:  $y_t = \alpha + \beta t + \phi y_{t-1} + u_t$ ; Finalmente este modelo supone la aceptación de que la serie gira en torno a una tendencia lineal, en conjunto con el valor de la constante. Es común entre series que mantienen una pauta creciente o decreciente a lo largo de la muestra.

Debido a la posible autocorrelación entre los residuos de la estimación del PGD, se formuló una modelización adicional cuyo fin era el de añadir al modelo tantos valores de la serie  $\Delta y_{t-j}$  hasta conseguir que los residuos del modelo no presentasen problemas de autocorrelación, el conocido como DFA. Dicho esto, el proceder para la estimación del modelo es:

$y_t - y_{t-1} = \Delta y_t = \alpha + \beta t + u_t + y_{t-1}(\phi - 1)$ ; simplificando y añadiendo los términos anteriormente propuestos para la estimación del contraste DFA:

$$\Delta y_t = \alpha + \beta t + \phi^* y_{t-1} + \sum_{j=1}^p \gamma_j \Delta y_{t-j} + u_t$$

Obviamente este el modelo para el caso de trabajar con un PGD acorde al M3, pero su extensión al resto es inmediata con la exclusión de los pertinentes componentes.

2. ESTIMACION Y CONTRASTE: A continuación se estima a través de Mínimos Cuadrados Ordinarios la regresión propuesta y se investiga acerca de la autocorrelación de los residuos. Una vez el modelo sea validado y aceptable, se contrasta la hipótesis nula de no estacionariedad, o lo que es lo mismo, que la serie es integrada de, al menos, un orden  $d$ , siendo  $d$  el orden de la serie que será necesario diferenciar hasta tener evidencia suficiente de estacionariedad:

$$H_0 : \phi^* = 0 \Rightarrow |\phi| = 1 \Rightarrow I(d)$$

$$H_1 : \phi^* < 0 \Rightarrow |\phi| < 1$$

El estadístico de contraste será el valor del coeficiente  $t_{DFA} = \frac{\hat{\phi}^*}{\hat{\sigma}_{\hat{\phi}^*}}$ , y el valor de este

estadístico lo compararemos con el valor proporcionado en tablas para el contraste DFA.

3. CONCLUSIONES E ITERACION: En caso de que el resultado del contraste nos permita rechazar la hipótesis nula de no estacionariedad, la solución será trabajar con la serie con la que hemos obtenido el contraste. Por ejemplo, si estoy trabajando con la serie original y el contraste sobre ella muestra evidencia empírica para rechazar la hipótesis nula, entonces la serie es I(0), es decir, estacionaria, y se deberá trabajar con ella. En caso de no tener suficiente evidencia como para rechazar la hipótesis nula, deberá seguir utilizando el procedimiento del contraste para las series consecuentemente diferenciadas, es decir, I(1) para la primera diferencia, I(2) para la segunda y así sucesivamente hasta evidenciar estacionariedad. Según la literatura, no parece razonable trabajar con órdenes de integración superiores a 2 o 3.

Estas son las etapas que se realizan a la hora de contrastar la hipótesis nula de no estacionariedad, por lo que a continuación vamos a presentar los resultados obtenidos con el contraste para nuestras variables. Los cuadros que a continuación se muestran, contienen información acerca de la metodología que el software utiliza para realizarlo:

- Contraste serie original TVPIB:

Para el análisis de esta serie nos hemos decantado por realizar el contraste con un PGD con constante, es decir según el M2, siendo el valor del estadístico t de -1,42 que, comparado con el valor en tablas de Dickey-Fuller al 5% de significación (-2,89) nos permite concluir que no tenemos suficiente evidencia empírica como para rechazar la hipótesis nula de que la serie sea al menos integrada de orden 1. Este el procedimiento habitual para extraer conclusiones de los contrastes, pero la herramienta también nos determina el p- valor del contraste, que en términos estadísticos es la probabilidad de obtener al menos un resultado tan extremo como el que se ha obtenido, bajo el supuesto de que la hipótesis nula es cierta. En nuestro caso el p valor es de 0,57, lo que implica que la probabilidad de que obtengamos este mismo resultado es muy superior a una probabilidad de 5%, por lo que no tenemos evidencia para rechazar la hipótesis nula, como ya habíamos concluido.

```
Contraste aumentado de Dickey-Fuller para TVPIBSPAIN
incluyendo 2 retardos de (1-L)TVPIBSPAIN
(el máximo fue 11, el criterio AIC)
tamaño muestral 85
hipótesis nula de raíz unitaria: a = 1

contraste con constante
modelo: (1-L)y = b0 + (a-1)*y(-1) + ... + e
Coef. de autocorrelación de primer orden de e: -0.013
diferencias retardadas: F(2, 81) = 1.864 [0.1616]
valor estimado de (a - 1): -0.0415998
Estadístico de contraste: tau_c(1) = -1.42796
valor p asintótico 0.5702
```

Contraste DFA para TVPIB

El análisis para la primera diferencia es similar al anterior, con la diferencia de que en este caso tanto a través del análisis del estadístico t como del p-valor, nos encontramos con suficiente evidencia como para rechazar la hipótesis nula de no estacionariedad, por lo que podemos concluir que la serie es integrada de orden 1 según nuestras pruebas.

```
Contraste aumentado de Dickey-Fuller para d_TVPIBSPAIN
incluyendo 0 retardos de (1-L)d_TVPIBSPAIN
(el máximo fue 11, el criterio AIC)
tamaño muestral 86
hipótesis nula de raíz unitaria: a = 1

contraste sin constante
modelo: (1-L)y = (a-1)*y(-1) + e
Coef. de autocorrelación de primer orden de e: -0.022
valor estimado de (a - 1): -0.814305
Estadístico de contraste: tau_nc(1) = -7.69436
Valor p 1.179e-017
```

### Contraste DFA para d\_TVPIB

Una vez mostrado como se realiza el test del orden de integración, aplicaremos los mismos pasos para el resto de variables, y las conclusiones que obtenemos se detallan en el cuadro resumen para el contraste de Dickey-Fuller:

Para el caso del IPI, en el contraste de la serie original, en el que también por motivos de indeterminación gráfica hemos creído conveniente realizar el contraste con un PGD con constante, el resultado del p-valor 0,3912>0,05 nos permite concluir con suficiente evidencia empírica rechazar la hipótesis de no estacionariedad, por lo que pasamos a contrastar el orden de integración de la serie diferenciada una vez.

Para la serie diferenciada, el contraste nos proporciona un p-valor muy inferior al 5%, por lo que una vez más la conclusión es que la serie es integrada de orden 1, ya que no tenemos suficiente evidencia como para no rechazar la hipótesis nula de no estacionariedad.

En el caso de la tasa de variación del Ibex, las conclusiones que vamos a obtener son similares. En el caso de la serie original, la estimación se ha realizado para un PGD con constante, ya que como vimos en el gráfico de la serie, no parece estar claro que el valor sobre el que giran los valores sea 0. En cualquier caso el contraste tampoco nos permite obtener evidencia suficiente a favor de rechazar la hipótesis nula de que la serie sea al menos integrada de orden 1, ya que el p-valor 0,1415>0,05, por lo que nos encontramos en la misma situación anteriormente dada.

Para la serie diferenciada el resultado obtenido, un p-valor de 0,0006<0,05, la conclusión es que tenemos suficiente evidencia como para rechazar la hipótesis nula de no estacionariedad, por lo que determinamos que la serie parece ser integrada de orden 1.

VARIABLE	MODELO	Nº RETARDOS	t-VALOR	p-VALOR	CONCLUSION
TVPIB	2	2	-1,4279	0,5702	Al menos I(1)
d_TVPIB	1	0	-7,6943	0,0000	I(1)
TVIPI	2	8	-1,7795	0,3912	Al menos I(1)
d_TVIPI	1	7	-7,5528	0,0000	I(1)
TVIBEX	2	8	-2,4000	0,1415	Al menos I(1)
d_tTVIBEX	1	7	-4,2276	0.0000	I(1)

Cuadro resumen contraste Dickey-Fuller

#### SECCION 4: ANALISIS DE COINTEGRACION

A partir del análisis univariante realizado en la sección anterior, podemos conocer la forma que adoptan los elementos deterministas en cada una de las variables y si tienen o no una tendencia estocástica. En concreto hemos visto que las dos series giran en torno a una constante, es decir, no tienen una tendencia temporal y que las dos son integradas de orden 1.

En esta sección se trata de determinar si las tendencias estocásticas de las dos variables están estrechamente relacionadas. En este caso concreto en que las dos variables son I(1) decimos que las dos están cointegradas si se puede encontrar una relación entre ambas de forma que el residuo de la misma es I(0), es decir, es estacionario e invertible.

Formalmente, podemos definir la cointegración, según Engle y Granger (1987) como: "Los componentes de un vector  $y_t$  se dice que están cointegradas de orden d, b y lo denotamos por  $y_t \sim CI(d, b)$ , si (1) todos los componentes de  $y_t$  son I(d), y (2) existe un vector  $\alpha(\neq 0)$  tal que  $Z_t = \alpha'y_t \sim I(d - b)$ ,  $b > 0$ . El vector  $\alpha$  es el vector de cointegración".

Para contrastar la existencia de cointegración, existen dos grandes familias de procedimientos: uniecuacionales y multiecuacionales.

#### METODO UNIECUACIONAL: METODOLOGIA ENGLE-GRANGER

Estos métodos se basan en los residuos MCO de la relación lineal entre las dos variables. Estos residuos se definen como:

$$\hat{u}_t = y_t - \hat{\beta}x_t$$

En donde  $y_t$  y  $x_t$  son las dos variables I(1),  $\hat{\beta}$  es el estimador MCO del coeficiente de cointegración.

Para concluir que las dos variables están cointegradas el residuo MCO tiene que ser I(0). Siguiendo Engle y Granger(1987), para contrastar el orden de integración del residuo vamos a prestar atención al estadístico Durbin-Watson de la regresión y al contraste de Dickey-Fuller de raíz unitaria. Respecto al primero, seguiremos un tratamiento informal considerando que la evidencia es favorable a la cointegración cuando el estadístico de Durbin y Watson toma un valor superior a 0,50. Respecto al contraste de Dickey-Fuller, se utilizaran los puntos críticos que aparecen en Stock y Watson(2012). En ambos casos, hay que prestar atención a los elementos deterministas que aparecen en la relación de cointegración.

Los cuadros 4 y 5 recogen la estimación de las dos regresiones planteadas en nuestro trabajo y sobre las que contrastaremos la cointegración.

Variable dependiente: TVPIBSPAIN

	Coeficiente	Desv.	Típica	Estadístico t	Valor p	
const	0.0440183	0.00427453		10.30	1.14e-016	***
TVIBEXANUAL	0.0345850	0.0154864		2.233	0.0281	**
<b>Durbin-Watson</b>				<b>0.104700</b>		

Cuadro 4: regresión TVPIB-TVIBEX

Variable dependiente: TVIPI

	Coeficiente	Desv.	Típica	Estadístico t	Valor p	
TVIBEXANUAL	0.122908	0.0227647		5.399	5.73e-07	***
<b>Durbin-Watson</b>				<b>0.612275</b>		

Cuadro 5: regresión TVIPI-TVIBEX

Estimada esta relación se aplica el estadístico DW, definido como  $CDRW = \frac{\sum(\hat{u}_t - \hat{u}_{t-1})^2}{\sum\hat{u}_{t-1}^2}$ ,

que aproximadamente es igual a  $2(1 - \hat{\phi})$ , siendo  $\hat{\phi} = \frac{\sum(\hat{u}_t - \hat{u}_{t-1})^2}{\sum\hat{u}_{t-1}^2}$ .

En base a los resultados de nuestras regresiones y su coeficiente, analizamos comparativamente los valores del CRDW:

REGRESIÓN	CDRW_MUESTRA	VALOR CRÍTICO	CONCLUSIÓN
TVPIB-TVIBEX	0,1047	0,5	No cointegración
TVIPI-TVIBEX	0,6122	0,5	Possible cointegración

Cuadro resumen coeficientes DW

Debido a que el valor del estadístico para la regresión TVPIB-TVIBEX se encuentra por debajo del 0,5, a priori podría determinar que no existe cointegración. Respecto a la segunda regresión, el valor se sitúa por encima del 0,5, que es el valor crítico elegido para

extraer conclusiones, por lo que podríamos pensar en que existe cointegración. Esta conclusión nos es relevante para intuir que resultados obtendremos posteriormente con otro tipo de metodologías.

El procedimiento de contraste que sigue es el ya introducido por Engle y Granger a través del contraste de Dickey-Fuller, solo que en este caso nuestro PGD será el siguiente:

$$\Delta \hat{u}_t = \phi \hat{u}_{t-1} + \sum_{i=1}^p \delta_i \Delta \hat{u}_{t-i} + e_t, \text{ y el estadístico } t_{DFA} = \frac{\hat{\phi}}{\sigma_{\hat{\phi}}}.$$

Estos son los resultados para nuestros datos:

La tabla *COIN1* nos muestra el resultado de la estimación MCO de la regresión entre las variables *TVPIBSPAIN* y *TVIBEX*. Puesto que hemos creído oportuno a la vista de las series de forma univariante que la modelización podría requerir una constante, la hemos incluido en la regresión. El modelo estimado sería *TVPIBSPAIN* = 0.440183 + 0.0345850*TVIBEX*. Los residuos de la suma residual se utilizan en la siguiente etapa a través del contraste Dickey-Fuller, como ya hemos comentado.

El resultado obtenido en el test es de un p-valor 0.7989, muy superior al 0.05 marcado como límite de probabilidad, por lo que no tenemos evidencia suficiente para rechazar la hipótesis nula de no cointegración. Por tanto, a conclusión según este método es que las series no están cointegradas.

```
Contraste aumentado de Dickey-Fuller para uhat
incluyendo 4 retardos de (1-L)uhat
tamaño muestral 83
hipótesis nula de raíz unitaria: a = 1

modelo: (1-L)y = (a-1)*y(-1) + ... + e
Coef. de autocorrelación de primer orden de e: -0.001
diferencias retardadas: F(4, 78) = 1.238 [0.3019]
valor estimado de (a - 1): -0.0520592
Estadístico de contraste: tau_c(2) = -1.40163
valor p asintótico 0.7989
```

TABLA *COIN1*

A continuación la tabla COIN2 nos refleja el resultado obtenido para la estimación entre la TVIPI y la TVIBEX. Como podemos observar, en este caso la regresión inicial se ha realizado sin incluir una constante en el modelo, dado que nos parecía la mejor opción a la vista de los datos. El modelo estimado sería  $TVIPI = 0.122908TVIBEX$ . Sin embargo, según este método el p-valor obtenido nos proporciona suficiente evidencia como para rechazar la hipótesis nula de no cointegración, por lo que podríamos pensar en que entre estas dos series existe una relación de cointegración.

```
Contraste aumentado de Dickey-Fuller para uhat
incluyendo 4 retardos de (1-L)uhat
tamaño muestral 83
hipótesis nula de raíz unitaria: a = 1

modelo: (1-L)y = (a-1)*y(-1) + ... + e
Coef. de autocorrelación de primer orden de e: 0.036
diferencias retardadas: F(4, 78) = 2.376 [0.0591]
valor estimado de (a - 1): -0.354214
Estadístico de contraste: tau_nc(2) = -3.16163
valor p asintótico 0.01727
```

TABLA COIN2

- METODOS MULTIECUACIONALES: CONTRASTE DE JOHANSEN

En estos métodos, la base es el modelo autorregresivo con mecanismo de corrección del error (CVAR). Si el sistema tiene  $n$  variables el máximo valor de la función de verosimilitud queda en función de las raíces características de una matriz de varianzas y covarianzas de los residuos de las variables y de sus incrementos respecto a los valores pasados de esos incrementos. Si una raíz es cero, entonces solo puede haber  $n-1$  relaciones de cointegración. Si puede aceptarse que todas las raíces son cero, entonces no hay cointegración en el sistema. Por lo tanto, el problema es saber cuántas raíces son cero. Si el rango de cointegración es  $r$  entonces el número de raíces que son cero es  $n-r$ .

El método multiecuacional más conocido y utilizado es el de Johansen. En este procedimiento se propone una secuencia de contrastes que comienza con la hipótesis nula de que no hay cointegración y, en caso de ir rechazando las sucesivas hipótesis nulas, termina con la hipótesis nula de que el rango de cointegración es  $n-1$ . Es importante destacar que los puntos críticos dependen de dos cosas; de los elementos deterministas que se incluyan en el modelo CVAR y de la etapa concreta del proceso secuencial. Una información completa sobre estos puntos críticos puede encontrarse en el libro de Juselius(2006). De todas maneras, la mayor parte de los paquetes informáticos ya tienen incorporados estos puntos críticos y los correspondientes p-valores.

Un aspecto importante en todo este proceso es la determinación de los elementos deterministas del modelo CVAR. Johansen distingue cinco casos. En el primero, las variables no tienen ningún elemento determinista o giran en torno a constantes cointegradas; en este caso, ni el modelo CVAR ni las relaciones de cointegración tienen elementos deterministas. En el segundo caso, las variables giran en torno a constantes no cointegradas; ahora, el modelo CVAR no incluye ningún elemento determinista pero en la relación de cointegración hay una constante. En el tercer caso, las variables giran en torno a tendencias lineales cointegradas, El modelo CVAR incorpora una constante pero la relación de cointegración no tiene ningún elemento determinista. El caso cuarto se refiere a cuando las variables giran en torno a tendencias lineales no cointegradas; en este caso el modelo CVAR tiene una constante y las relaciones de cointegración tienen tendencia lineal. El último caso se refiere a cuando las tendencias son cuadráticas.

Para el contraste, Johansen propuso dos estadísticos diferentes basados en un ratio máximo verosímil del grado de significación de estas relaciones canónicas, el contraste de la traza y el del máximo valor propio:

$$(1) \quad J_{traza} = -T \sum_{i=r+1}^n \ln(1 - \hat{\lambda}_i)$$

$$(2) \quad J_{\max} = -T \ln(1 - \hat{\lambda}_{r+1})$$

En este caso T es el tamaño de la muestra y  $\hat{\lambda}_i$  es la i-ésima relación canónica más larga. En el caso de (1) la hipótesis nula a contrastar es la de r vectores de cointegración, frente a la alternativa de n vectores de cointegración. La diferencia con (2) es que la hipótesis alternativa supone r+1 vectores de cointegración.

Presentada la metodología del contraste, pasamos a realizar el análisis sobre nuestros datos.

Contraste de Johansen:
Número de ecuaciones = 2
Orden del retardo = 4
Periodo de estimación: 1994:1 - 2014:4 (T = 84)
Caso 1: Sin constante
Log-verosimilitud = 552.269 (Incluyendo un término constante: 313.887)
Rango Valor propio Estad. traza Valor p Estad. lmáx Valor p
0 0.15992 15.777 [0.0118] 14.638 [0.0107]
1 0.013465 1.1388 [0.3337] 1.1388 [0.3311]

Tabla resumen 1: Contraste Johansen sin constante

Contraste de Johansen:  
 Número de ecuaciones = 2  
 Orden del retardo = 2  
 Periodo de estimación: 1993:3 - 2014:4 (T = 86)  
 Caso 2: Constante restringida  
 Log-verosimilitud = 556.19 (Incluyendo un término constante: 312.132)  
 Rango Valor propio Estad. traza Valor p Estad. lmáx Valor p  
 0 0.18427 20.322 [0.0474] 17.516 [0.0251]  
 1 0.032099 2.8058 [0.6245] 2.8058 [0.6233]

Tabla resumen 2: Contraste Johansen constante restringida

El primer paso es la realización del test para la serie TVPIB como variable endógena y TVIBEX como variable exógena. Al no estar seguros acerca de la modelización más adecuada en términos de constante, hemos incluido en el análisis las dos posibilidades. Podemos observar cómo se rechaza la hipótesis nula inicial de que no existe ningún rango de cointegración entre las variables, a través del p-valor del estadístico basado en la traza de la matriz como en el del mayor valor propio, puesto que el p-valor de la traza es de 0,0118<0,05 y de 0,0107<0,05 en el caso del valor propio. Sin embargo no podemos rechazar la hipótesis nula de que el rango de cointegración sea 1, por lo que a través de este método podemos pensar en una posible relación de cointegración entre el PIB y el IBEX, con unos p-valor de 0,0107 y 0,3311 respectivamente.

Una vez expuesto la salida que el software proporciona, presentamos el resto de contrastes en el cuadro resumen Johansen 1 y 2, junto con las características más destacadas de cada uno así como las conclusiones obtenidas.

MODELO	CONSTANTE	RETARDOS	p-VALOR r0 traza	p-VALOR r1 TRAZA	DECISION
TVPIB- TVIBEX	no	4	0,0118	0,3337	no rechazamos rango 1
TVPIB- TVIBEX	restringida	4	0,1773	-	no rechazamos rango 0
TVIPI- TVIBEX	no	8	0,0005	0,0118	no rechazamos rango 1
TVIPI- TVIBEX	restringida	8	0,0019	0,0785	no rechazamos rango 1

Cuadro resumen Johansen 1: Contraste de la traza

MODELO	CONSTANTE	RETARDOS	p-VALOR r0 VP	p-VALOR r1 VP	DECISION
TVPIB- TVIBEX	no	4	0,0107	0,3311	no rechazamos rango 1
TVPIB- TVIBEX	restringida	4	0,0765	-	no rechazamos rango 0
TVIPI- TVIBEX	no	8	0,005	0,0128	no rechazamos rango 1
TVIPI- TVIBEX	restringida	8	0,0063	0,0784	no rechazamos rango 1

Cuadro resumen Johansen 2: Contraste del valor propio

Si realizamos la misma prueba para la relación TVPIB-TVIBEX pero incluimos una constante restringida en ninguno de los dos casos podemos rechazar la hipótesis nula de que no existe cointegración, o lo que es lo mismo, rango 0, con unos p-valor de 0,1773 y 0,0765, si seguimos manteniendo el nivel de significación al 5%.

La relación TVIPI-TVIBEX es más clarificadora, puesto que tanto con un modelo sin constante como con una constante restringida las conclusiones que obtenemos son las mismas. Así, gracias al test podemos corroborar, para un modelo sin constante, como el p-valor de la traza para rango 0 es de 0,0005 y el del valor propio 0,005, inferiores a nuestro nivel de significación del 0,05. Por tanto siguiendo la secuencia del contraste, contrastaremos la existencia de 1 relación de cointegración, siendo el resultado de un p-valor de 0,0118 para el estadístico de la traza y de 0,0128 para el del valor propio. Dado que al 5% rechazaríamos nuevamente la hipótesis nula de 1 relación de cointegración, debemos relajar nuestro nivel al 10% para poder continuar. Esto es debido a la ambigüedad que presenta el Ibex como serie no estacionaria en su estructura original.

En cualquier caso, un modelo con constante restringida resulta más determinante para la selección del rango adecuado. En concreto, rechazamos la hipótesis nula de rango 0 para ambos estadísticos, con p-valores de 0,0019 y 0,0063 respectivamente, mientras que no rechazamos la hipótesis nula de rango 1 con un 0,0785 y 0,0784 para los estadísticos de la traza y el valor propio, a un nivel de significación del 5%.

Como podemos observar en el cuadro resumen 3, a la vista de los resultados obtenidos por las diversas metodologías, nuestra decisión final es considerar que existe cointegración entre las variables TVIPI-TVIBEX, con los matices presentados anteriormente, mientras que la evidencia tratada parece rechazar que exista tal relación entre las variables TVPIB-TVIBEX.

MODELO	ENGLE - GRANGER	JOHANSEN	JOHANSEN RES	DECISION
TVPIB-TVIBEX	no cointegración	rango 1	rango 0	no cointegración
TVIPI-TVIBEX	cointegración	rango 1	rango 1	cointegración

Cuadro resumen 3: Conclusiones

## SECCION 5: ESTIMACION DE MODELOS ADMISIBLES

Como ya anticipamos en la presentación del proyecto, en esta Sección el proceso a seguir será la estimación de modelos VAR y CVAR admisibles para cada una de las relaciones planteadas, contrastaremos si cumplen las hipótesis iniciales de homocedasticidad, no autocorrelación y normalidad de los residuos y, seleccionaremos a través de los diferentes criterios expuestos en la literatura cuales son los mejores para cada caso.

- MODELOS VAR

La expresión de un modelo VAR multivariante viene definido a través de las características univariante de las variables contenidas. En nuestro caso como se analizó en la Sección 4 nuestras variables son I(1) todas, es decir, tienen tendencia estocástica, pero ninguna tendencia determinista por lo que el modelo óptimo sería:

Dado  $y_{1t} = y_{1t-1} + u_{1t}$  e  $y_{2t} = y_{2t-1} + u_{2t}$ , el modelo VAR genérico será:

$$\Delta y_{1t} = \phi_{111} \Delta y_{1t-1} + \dots + \phi_{11p} \Delta y_{1t-p} + \phi_{121} \Delta y_{2t-1} + \dots + \phi_{12p} \Delta y_{2t-p} + \varepsilon_{1t} \quad (M1)$$

Este modelo viene explicado a través del mismo número de retardos de la variable endógena como de la exógena, ambas en su primera diferencia.  $\varepsilon_{1t}$  es el vector de residuos del modelo.

El número de retardos óptimos a introducir para cada variable vendrá determinado por los criterios de selección que emplearemos. Pero antes de usarlos, será necesario contrastar la esfericidad de los residuos de los modelos planteados.

Dado que nuestro datos están recogidos trimestralmente, la estrategia a seguir será la de plantear el modelo VAR para las relaciones TVPIB-TVIBEX y TVIPI-TVIBEX con los correspondientes retardos, tanto para la variable dependiente como la independiente, contrastaremos la esfericidad de cada uno de los modelos y someteremos a los modelos a los criterios de selección de Akaike, Schwarz y Hannan-Quinn en caso de probarse esféricos.

#### TVPIB-TVIBEX

Dado que en los análisis anteriores no hemos encontrado evidencia para pensar que exista una relación de cointegración entre las variables propuestas, nos centraremos en el estudio del modelo VAR. Nuestro esquema a seguir será presentar una estimación por Mínimos Cuadrados Ordinarios de un modelo con 2,4 y 6 retardos para la variable independiente y la dependiente. Hecho esto, detallaremos el marco teórico de los contrastes de esfericidad que emplearemos y a continuación en el cuadro resumen presentaremos los modelos con los p-valores de los estadísticos de contraste y las decisiones adoptadas. A modo ilustrativo, un ejemplo de una estimación VAR para nuestra relación con dos retardos para ambas variables sería el representado en el modelo 1:

Modelo 1: MCO, usando las observaciones 1993:4-2014:4 (T = 85)

Variable dependiente: d\_TVPIBSPAIN

	Coeficiente	Desv. Típica	Estadístico t	Valor p	
d_TVIBEXANUAL_1	0.0125887	0.00578102	2.178	0.0323	**
d_TVIBEXANUAL_2	0.0136482	0.00594504	2.296	0.0243	**
d_TVPIBSPAIN_1	0.117766	0.107062	1.100	0.2746	
d_TVPIBSPAIN_2	0.0680950	0.104581	0.6511	0.5168	
Media de la vble. dep.	-0.000290	D.T. de la vble. dep.	0.010131		
Suma de cuad. residuos	0.007501	D.T. de la regresión	0.009623		
R-cuadrado	0.130691	R-cuadrado corregido	0.098494		
F(4, 81)	3.044354	Valor p (de F)	0.021648		
Log-verosimilitud	276.1459	Criterio de Akaike	-544.2919		
Criterio de Schwarz	-534.5213	Crit. de Hannan-Quinn	-540.3619		
rho	-0.022145	h de Durbin	-1.273529		

Modelo 1: VAR TVPIB-TVIBEX

El principal problema a evitar en la estimación de un modelo VAR es que exista autocorrelación en los términos del error. Si se diera esta situación en nuestros modelos, la solución sería ampliar el marco dinámico de retardos incluidos en la estimación.

Para nuestro caso, hemos estimado los modelos con 2, 4 y 6 retardos para ambas variables. Los resultados pueden encontrarse en el Anexo I.

Vamos a detallar a continuación las bases teóricas de los contrastes a emplear:

- **AUTOCORRELACION: CONTRASTE BREUSCH-GODFREY**

Es un contraste acerca de la autocorrelación general, en cuanto que detecta cualquier tipo de autocorrelación. Se parte del modelo (M1) estimado y se calculan los residuos. Posteriormente se plantean y estiman diferentes regresiones auxiliares tomando como variable endógena  $\hat{u}_t$  y como explicativas todas las del modelo junto con los residuos retardados en una unidad, 2 unidades...hasta  $p$  unidades, en función del orden que se pretenda contrastar:

$$\hat{u}_t = x'_t \beta + \rho_1 \hat{u}_{t-1} + \dots + \rho_p \hat{u}_{t-p} + \varepsilon_t$$

La hipótesis nula y la alternativa vienen dadas por:

$$H_0: \rho_1 = \dots = \rho_p = 0 \rightarrow \text{No autocorrelación orden (p)}$$

$$H_a: \text{Autocorrelación orden (p)}$$

El estadístico de contraste se basa en los multiplicadores de Lagrange:

$$LM = TR^2 \hat{u} \xrightarrow{as} \chi^2_p$$

- **HOMOCEDASTICIDAD: CONTRASTE BREUSCH-PAGAN**

Es otro contraste que se basa en los multiplicadores de Lagrange y se utiliza para contrastar la existencia o no de una relación entre la varianza de la perturbación y las variables explicativas del modelo.

Para realizar el contraste se estima el modelo MCO y se calculan los residuos.

Posteriormente se plantea y estima una regresión auxiliar tomando como variable

$$\text{endógena los cuadrados de los residuos normalizados: } g_t = \frac{\hat{u}_t}{\hat{\sigma}^2}, \text{ con } \hat{\sigma}^2 = \frac{\hat{u}' \hat{u}}{T}.$$

Como variables explicativas se añaden las  $z_j$  que suponemos pueden causar el problema.

Por tanto la regresión quedaría de la forma:

$$g_t = \alpha_1 + \alpha_2 z_1 + \dots + \alpha_p z_{pi} + \varepsilon_t$$

Las hipótesis nula y alternativa toman la siguiente forma:

$H_0: \alpha_2 = \dots = \alpha_p = 0 \rightarrow$  Homocedasticidad

$H_a$  heterocedasticidad

El estadístico de contraste es:

$$LM = TR^2 \xrightarrow{as} \chi^2_{p-1}$$

- NORMALIDAD: CONTRASTE JARQUE-BERA

La metodología del contraste utiliza los residuos MCO de la estimación y calcula a partir de ellos los coeficientes de asimetría y curtosis, que en el caso de una variable Normal, deberían de ser 0 para el caso de la asimetría y 3 para el de curtosis.

Para la composición del estadístico de contraste nos basamos en las expresiones de los siguientes momentos:

$$S_1 = \frac{\frac{1}{T} \sum \hat{u}_i^3}{\left(\frac{1}{T} \sum u_i^2\right)^{3/2}} \quad S_2 = \frac{\frac{1}{T} \sum \hat{u}_i^4}{\left(\frac{1}{T} \sum u_i^2\right)^2} - 3, \text{ puesto que } S_1 \rightarrow N(0,6/T) \text{ y}$$

$S_2 \rightarrow N(0,4/T)$  se deduce que:

$$g_1 = \frac{S_1}{\sqrt{\frac{6}{T}}} \rightarrow N(0,1) \text{ y } g_2 = \frac{S_2}{\sqrt{\frac{24}{T}}} \rightarrow N(0,1), \text{ por lo que el estadístico final queda}$$

reducido a:

$$LM = T \left[ \frac{g_1^2}{6} + \frac{g_2^2}{24} \right] \xrightarrow{as} \chi^2_2$$

Las hipótesis nula y alternativa vienen definidas por:

$H_0: u_i \rightarrow N$

$H_a: u_i \text{ No normal}$

Con estos resultados teóricos ya podemos realizar una valoración de la esfericidad de los residuos de los modelos VAR estimados. Como podemos observar en el cuadro resumen 4, los p-valores de los contrastes LM de autocorrelación para cualquiera de los modelos estimados determinan que no existe autocorrelación para ningún periodo analizado, puesto que todos los coeficientes son mayores que el 0,05 estándar seleccionado.

El caso de la homocedasticidad no es tan evidente, puesto que al 5% solo el primero de los modelos estimados permite obtener evidencia suficiente sobre la constancia de la varianza residual. Debido a esta circunstancia nos vemos obligados a ampliar el margen de error, por lo que tomando un nivel de significación del 10%, en el modelo 3 tenemos suficiente evidencia para no rechazar la hipótesis nula de homocedasticidad.

La no normalidad ha sido también una constante en los contrastes puesto que ninguno de los modelos estimados conlleva unos residuos con un comportamiento semejante al de una distribución normal. Ello es evidente tomemos el nivel de significación del 1%, 5% o el 10%. A priori esto sería un problema para obtener conclusiones robustas de los contrastes no asintóticos, pero en previsión de este problema toda nuestra metodología de contraste se basa en estadísticos asintóticos.

MODELO	1	2	3
RETARDOS VARIABLES	2	4	6
LM 1	0.446	0.708	0.486
LM 2	0.578	0.929	0.206
LM 3	0.7	0.551	0.551
LM 4	0.828	0.0656	0.0656
AUTOCORRELACION	NO	NO	NO
B-P	0.0512276	0.00408	0.0127
HOMOCEDASTICIDAD	AL 5%	NO	AL 10%
J-B	0,0000	0,0000	0,0000
NORMALIDAD	NO	NO	NO
ESFERICIDAD	NO	NO	NO

Cuadro resumen 4

Finalizaremos esta etapa seleccionando el modelo que habiéndose probado más esférico, puesto que ninguno de los estimados lo es en todas sus componentes, minimice los coeficientes de los criterios de selección de modelos propuestos en la literatura. A nuestros efectos nos basaremos en la elección de entre los criterios AIC, SBIC y el HQC, siendo sus expresiones las siguientes:

$$AIC(M_j) = \ln \tilde{\sigma}_j^2 + 2 \frac{k_j}{T}$$

$$SBIC(M_j) = \ln(\tilde{\sigma}_j^2) + (k_j + 1) \frac{\ln(T)}{T}$$

$$HQC(M_j) = \ln \tilde{\sigma}_j^2 + 2k_j \frac{\ln \ln T}{T}$$

En estas expresiones  $\tilde{\sigma}_j^2$  representa la estimación por Máxima Verosimilitud de la varianza del modelo j,  $k_j$  es el número de parámetros estimados y T el tamaño de la muestra seleccionado.

Presentamos ahora un cuadro resumen 5 con los modelos admisibles según nuestros criterios de esfericidad y sus coeficientes para los criterios descritos:

MODELO	AIC	SBIC	HQ
<b>1</b>	-544.291	-534.521	-540.361
<b>3</b>	<b>-507.156</b>	<b>-478.422</b>	<b>-495.627</b>

Cuadro resumen 5

Bajo los criterios de selección el mejor de los modelos entre los admisibles es el modelo 1, cuya estimación se encuentra representada en el modelo 1 anteriormente expuesto.

- MODELOS CVAR

Estos modelos son una ampliación de un modelo VAR en los que se incluye el denominado Mecanismo de Corrección del error, ya que en series en las que se ha contrastado la existencia de cointegración debemos introducir como una variable explicativa más los residuos de la relación de cointegración. Puesto que las variables con las que vamos a trabajar, TVIPI y TVIBEX, univariantemente se ha deducido que no poseen tendencia determinista pero si tendencia estocástica, el modelo a estimar será similar al (M1), con la excepción de la inclusión del MCE. Por tanto, la forma del modelo será:

$$\Delta y_{1t} = \alpha_1 u_{1t-1} + \sum_{i=1}^2 \sum_{j=1}^{p-1} \gamma_{1ij} \Delta y_{it-j} + v_{1t} \quad (M2)$$

#### TVIPI-TVIBEX

El esquema que seguiremos para la estimación y contrastación será el mismo que el empleado para los modelos VAR. Nuestras estimaciones incluirán como variable dependiente la diferencia de la TVIPI y como variables independientes los retardos de la diferencia de la TVIBEX:

Modelo 2: MCO, usando las observaciones 1993:4-2014:4 (T = 85)  
Variable dependiente: d\_TVPI

	Coeficiente	Desv. Típica	Estadístico t	Valor p
d_TVIBEXANUAL_1	-0.0233001	0.0289972	-0.8035	0.4241
d_TVIBEXANUAL_2	0.0390475	0.0287012	1.360	0.1775
uhat_IPI_IBEX_1	-0.363156	0.0969805	-3.745	0.0003 ***
d_TVPI_1	0.140506	0.111967	1.255	0.2132
d_TVPI_2	-0.00739606	0.110712	-0.06680	0.9469
Media de la vble. dep.	0.000547	D.T. de la vble. dep.	0.047387	
Suma de cuad. residuos	0.146546	D.T. de la regresión	0.042800	
R-cuadrado	0.223171	R-cuadrado corregido	0.184330	
F(5, 80)	4.596564	Valor p (de F)	0.000976	
Log-verosimilitud	149.8205	Criterio de Akaike	-289.6410	
Criterio de Schwarz	-277.4277	Crit. de Hannan-Quinn	-284.7285	
rho	-0.019130	Durbin-Watson	2.024376	

Modelo 2: CVAR TVIPI-TVIBEX

Como hicimos para los modelos VAR, vamos a aplicar la misma metodología de contrastes con el fin de averiguar si los modelos estimados cumplen las hipótesis básicas de homocedasticidad, no autocorrelación y normalidad. El resumen de los p-valores de cada uno de los contrastes están reflejados en el cuadro resumen 6.

En esta ocasión, solo nos encontramos con un modelo cuyas perturbaciones si cumplen las hipótesis básicas como para considerarlas esféricas. Es el caso del modelo con MCE con 2 retardos para la variable dependiente y dos para la variable independiente. Si analizamos los coeficientes de los contrastes de autocorrelación podemos observar como a medida que contrastamos la existencia o no de autocorrelación para ordenes de retardos cada vez mayores, el problema de la autocorrelación aparece con más fuerza, sobre todo para la correlación de orden 3 en adelante. En el caso de la homocedasticidad, fijando un nivel de significación del 5% todos los p-valores asociados al estadístico BP nos permiten no rechazar la hipótesis nula de homocedasticidad. En el caso de la normalidad, solo tenemos suficiente evidencia en caso de fijar un nivel de significación del 10% en todos los casos.

MODELO	CVAR1	CVAR2	CVAR3
RETARDOS VARIABLES	2	4	6
LM 1	0.288	0.0775	0.122
LM 2	0.473	0.125	0.0028
LM 3	0.0656	0.0699	0.0030
LM 4	0.0556	0.0020	0.0006
AUTOCORRELACION	NO	SI	SI
B-P	0.08876	0.4280	0.6869
HOMOCEDASTICIDAD	AL 5%	SI	SI
J-B	0.0120	0.0279874	0.03025
NORMALIDAD	AL 10%	AL 10%	AL 10%
ESFERICIDAD	AL 10%	NO	NO

Cuadro resumen 6

Puesto que solo uno de los modelos estimados se ha mostrado esférico, no será necesario utilizar los criterios de selección, puesto que solo disponemos de un modelo admisible. En cualquier caso, el cuadro resumen 7 recoge todos los valores de los tres criterios utilizados para la selección.

MODELO	AIC	SBIC	HQ
CVAR1	-289.641	-277.427	-284.728

Cuadro resumen 7

Bajo el cálculo de cualquiera de los criterios anteriores, el modelo que minimiza todos ellos es el modelo CVAR1, cuya estimación se representó anteriormente en el modelo 2.

## SECCION 6: ANALISIS DE CAUSALIDAD

Una vez estimado y seleccionado dos modelos para trabajar con nuestras relaciones, el último paso a realizar será un estudio que nos permita contrastar si existen suficientes argumentos para creer que la tasa de variación del IBEX 35 causa o es un elemento explicativo de la tasa de variación del PIB, o de la tasa de variación del IPI. La forma de hacerlo será a través del análisis de causalidad de Granger.

La causalidad en el sentido de Granger (1969) se define como: Una variable  $X_t$  causa a otra variable  $Y_t$  en el sentido de Granger, si con la inclusión de los valores pasados de  $X_t$  se puede mejorar la capacidad predictiva de  $Y_t$ . La causalidad puede ser unidireccional, en tanto que es  $X_t$  la que causa a  $Y_t$ , como bidireccional, siendo ambas variables explicativas de la otra según Granger. En nuestro caso solo nos interesa contrastar una de las direcciones de las posibles relaciones de causalidad, la ya comentada anteriormente.

De forma práctica, la aplicación del sentido de causalidad anteriormente expuesto supone contrastar si el conjunto de parámetros estimados para las variables explicativas, distintas de los retardos de la variable endógena, son significativamente distintos de cero. También puede comprobarse con un contraste de razón de verosimilitud. El principal problema en esta prueba es el hecho de que el modelo puede omitir variables relevantes y retardos adicionales que deberían estar presentes. En caso de omisión de variables, se debería revisar la especificación del modelo, mientras que la solución al problema de los retardos consiste en asumir la normalidad de los residuos.

Puesto que nuestros modelos no han superado el contraste de normalidad, en el caso del modelo VAR, y si la han superado lo han hecho ampliando el nivel de significación estándar, modelo CVAR, debemos encontrar una justificación teórica que nos permita aplicar el contraste de manera que sea consistente asintóticamente. Para ello utilizamos una forma alternativa del contraste F propuesto por Wald, que se desarrolla a partir del estadístico estándar.

La hipótesis nula y alternativa a contrastar son:

$$H_0 \quad \phi_{121} = \phi_{122} = 0$$
$$H_a \quad \exists \phi_{12j} \neq 0; j=1,2$$

Los parámetros phi especificados corresponden a los parámetros estimados en los modelos VAR y CVAR para los coeficientes de la variable d\_TVIBEX.

El estadístico de contraste F es:

$$F = \frac{SRR - SR}{SR} \frac{T - k}{r} \rightarrow F_{r, T-k}$$
, donde  $k$  es el número de parámetros del modelo amplio sin restricciones, y  $r$  es el número de restricciones a contrastar. SRR y SR son las sumas residuales de los modelos estimados con restricciones y sin restricciones respectivamente.

La aplicación a nuestras regresiones del contraste puede observarse en el cuadro resumen 8, donde hemos representado la hipótesis nula a contrastar, el estadístico y p-valores obtenidos y la conclusión:

Hipótesis nula	Estadístico y p-valor	Conclusión
<i>La TVIBEX no causa la TVPIB A corto plazo</i>	$F(2, 81) = 4.53833$ $p\text{-valor} = 0.013547$	<i>Existe causalidad en el sentido de Granger</i>
<i>La TVIBEX no causa la TVIPI a corto plazo</i>	$F(2, 80) = 1.60372$ $p\text{-valor} = 0.207546$	<i>No existe causalidad en el sentido de Granger</i>

Cuadro resumen 8: Análisis de causalidad

El hecho de que hayamos determinado el contraste para la relación TVIPI-TVIBEX no significa que la causalidad sea factible, puesto que como señalan Toda y Phillips (1993), en un entorno de cointegración, es posible que las condiciones para la aplicación del estadístico no permitan elaborarlo, careciendo este de validez empírica. En otras palabras, se puede suponer que existe una relación de causalidad entre estas variables aun rechazando la causalidad en el sentido de Granger, puesto que como se ha analizado, existe una tendencia común a largo plazo.

Sin embargo, en el entorno de un modelo VAR, podemos concluir que existe una relación de causalidad entre las tasas de variación del IBEX 35 y el PIB con un nivel de significación del 5%.

## SECCION 7: CONCLUSIONES

A lo largo del trabajo hemos tratado de desarrollar un marco empírico valido cuyo objetivo era tratar de demostrar la existencia de una posible relación de causalidad entre nuestra variable financiera, la tasa de variación del IBEX 35 medida en términos trimestrales y en tasas anuales, con las tasas de variación, medidas de igual forma, de dos variables representativas de la economía real como son el Producto Interior Bruto y el Índice de precios Industriales. La principal conclusión obtenida es que, según nuestros datos, existe una relación de causalidad a corto plazo entre las tasas de variación del IBEX 35 y el PIB, mientras que también existe una relación de largo plazo entre las tasas de variación del IBEX 35 y el IPI. Sin embargo, es nuestro deber advertir de ciertas limitaciones a la aceptación de estos resultados:

- En primer lugar, el hecho de que hayamos obtenido evidencia empírica suficiente para corroborar los resultados no implica que los modelos estimados sean los mejores ni los únicos válidos para usarlos con fines predictivos.
- En segundo lugar, podría existir una ruptura estructural en algún momento del espacio muestral estudiado, lo que implicaría que nuestros resultados podrían no tener validez en algún rango muestral reducido.
- En tercer lugar, debemos destacar que nuestro estudio de la causalidad se ha basado únicamente en una dirección, en cuanto que solo hemos analizado la existencia de una relación de forma que la TVIBEX causa a las TVPIB y la TVIPI. Un estudio ampliado podría determinar que la relación es bidireccional, lo que no nos permitiría discernir si es la variable financiera la que causa las variables de economía real o viceversa.
- En cuarto lugar, nuestro análisis ha estado basado en el uso de variables transformadas, es decir, manualmente obtuvimos las tasas de variación de las variables seleccionadas. Trabajar con datos no manipulados podría suponer obtener otro tipo de resultados.

- Finalmente, el hecho de que exista causalidad en el sentido de Granger no implica que a la hora de realizar una estimación sobre el comportamiento de algunas de las variables de carácter real, ya sea en un contexto de series temporales o corte transversal, se deba introducir esta variable, o en su caso extremo, que el comportamiento de la variable endógena dependa solo de la variable financiera, puesto que el sentido en que se aplica es puramente predictivo. De hecho, no podemos poner de manifiesto una teoría económica que apoye los resultados obtenidos.

Como análisis final de los resultados, destacamos alguna de las utilidades prácticas que este estudio puede aportar. Las conclusiones obtenidas en este proyecto resultan muy interesantes, desde nuestro punto de vista, a la hora de intuir el comportamiento futuro del PIB o el IPI. Por ejemplo, habiendo demostrado que valores pasados del IBEX pueden ser causa del PIB en un momento t, una tendencia negativa del índice bursátil podría sugerir una tendencia negativa a corto plazo del PIB, como ya se analizó en las primeras secciones del trabajo. A su vez puede resultar interesante este resultado en cuanto a su transmisión entre variables. Por ejemplo, una política monetaria o fiscal que pueda afectar a los precios de las acciones que componen el índice y, a través de la transmisión de resultados, puesto que hemos demostrado que tanto PIB como IPI (este a largo plazo) pueden estar causados por el IBEX, suponer efectos positivos o negativos sobre ambas variables.

Otros campos de utilidad que podrían desarrollarse a partir de nuestros resultados podrían ser: Analizar en un modelo contrastado empíricamente y desarrollado por la teoría macroeconómica, la relevancia de incluir el IBEX como variable explicativa adicional; ampliar el espectro analítico a mas variables de carácter financiero, como por ejemplo los tipos de interés de la deuda, tanto a corto como a largo plazo, tipos hipotecarios, como el Euribor o los tipos Swap; desarrollar un modelo estable y esférico que permita obtener buenas predicciones, para su uso como apoyo en la toma de decisiones.

### SECCION 8: BIBLIOGRAFIA

Aznar A. (2008), "Curso de econometría": Edición revisada, cap. 4,5 y 8.

Aznar A. y F.J. Trivez (1993), "Métodos de predicción en economía" vol. II: Editorial Ariel

Espinoza Raphael, Fornari Fabio y Lombardi Marco J. (2009), "The role of financial variables in predicting economic activity": ECB Working Paper Series, n. 1108, pag. 3-47.

Fornari, F. and W. Lemke (2009), "Financial Variables and Recession Probabilities": ECB Working Paper, forthcoming.

Guisán, M. Carmen (2002), "Causalidad y cointegración en modelos econométricos: Aplicaciones a los países de la OCDE y limitaciones de los tests de cointegración": Applied econometrics and international development, vol. 1, pag. 1-44.

Hortalà i Arau Joan (2011), "¿Anticipan los ciclos financieros a los ciclos reales?": Revista BOLSA, num. 189, pag. 78-91.

Campbell, John Y., Lo Andrew W. and MacKinlay A. Craig, "The econometrics of financial markets": Princeton University Press, cap. 2 y 12.

Johansen, S. (1988), "Statistical Analysis of Cointegrating Vectors": Journal of Economic Dynamics and Control 12, pag. 231-254.

Juntila, J. (2007), "Forecasting the macroeconomy with contemporaneous financial market information: Europe and the United States": Review of Financial Economics 16, 149-75.

Moneta, F. (2005), "Does the Yield Spread Predict Recessions in the Euro Area?" International Finance, 8, pag. 263-301.

Mills, Terence C. y Markellos Raphael N., "The econometric modelling of financial time series": Cambridge University Press, 3<sup>a</sup> edición, cap. 8 y 9.

Toda, Hiro Y. and C. B., Phillips (1993), "Vector autoregressions and causality": Econometrica, num. 61, 6, pag. 1367-1393.

V. L. Martin, A. S. Hurn and D. Harris (2013), "Econometric modelling of time series: Specification, Estimation and Testing": Cambridge University Press, cap. 13,14 y 16.

Greene, Willian H., "Análisis econométrico": Prentice Hall, 3<sup>a</sup> edición, cap. 10, 16 y 18. Economia, cap. 7-10.