Grado en Física
26907 - Álgebra II

Guía docente para el curso 2011 - 2012

Curso: 1, Semestre: 2, Créditos: 6.0

Información básica

Profesores

- **Jesús Jerónimo Clemente Gallardo** jcg@unizar.es

- **Alfonso Tarancón Lafita** tarancon@unizar.es

- **Pierpaolo Bruscolini** pier@unizar.es

- **José Vicente García Esteve** esteve@unizar.es

- **Joaquín Sanz Remón**

- **Jorge Monforte García**

Recomendaciones para cursar esta asignatura

Se recomienda haber cursado la asignatura de Álgebra I

Actividades y fechas clave de la asignatura

Las clases de teoría y de problemas se imparten a lo largo del segundo semestre (13 de febrero – 15 de junio) del primer curso del Grado de Física. Las sesiones de evaluación mediante una prueba escrita global son las que el Decanato de la Facultad de Ciencias determina y publica cada año en su página web.

Inicio

Resultados de aprendizaje que definen la asignatura

El estudiante, para superar esta asignatura, deberá demostrar los siguientes resultados...

1:
Es capaz de realizar operaciones sencillas con matrices utilizando herramientas numéricas

2:
Puede determinar el polinomio característico y los subespacios propios generalizados de un operador

3: Sabe obtener la función exponencial de un operador. Aplicarla a la solución de problemas del oscilador

4:
Es capaz de ortonormalizar una base dada mediante el procedimiento de Gram-Schmidt

5:
Puede relacionar, mediante la función exponencial, las transformaciones unitarias y ortonormales con los operadores hermíticos y simétricos, respectivamente

Introducción

Breve presentación de la asignatura

Con esta asignatura se pretende estudiar un conjunto de herramientas que permiten caracterizar la descripción de estados y operadores de sistemas físicos y las transformaciones que representan los cambios admisibles de sistemas de referencia.

¿Por qué hacerlo con un lenguaje algebraico?

Porque la modelización de sistemas físicos recurre con mucha frecuencia a la descripción de los mismos en términos de espacios vectoriales, estando las magnitudes físicas representadas por funciones u operadores lineales sobre ellos. Es pues fundamental el saber determinar los elementos característicos del sistema, como por ejemplo el conjunto de posibles autovalores de un operador cuántico, y las propiedades que deben verificar los sistemas de referencia usados en su descripción.

Contexto y competencias

Sentido, contexto, relevancia y objetivos generales de la asignatura

La asignatura y sus resultados previstos responden a los siguientes planteamientos y objetivos:

La asignatura comenzará con la definición de los espacios vectoriales complejos, como una generalización de los espacios vectoriales reales. Pasaremos entonces a considerar los correspondientes operadores lineales y sus correspondientes matrices. Sobre ellas, estudiaremos los mecanismos de diagonalización y formas normales. Definiremos también funciones de operadores particularmente interesantes, como pueden ser la función exponencial, el logaritmo o la raíz cuadrada. Este módulo ocupará los meses de febrero y marzo.

A lo largo del mes de abril y mayo, pasaremos a la definición de productos escalares sobre los espacios vectoriales y estudiaremos las implicaciones a nivel de operadores. Definiremos también, al menos en el caso de dimensión finita, el concepto de espacio de Hilbert.

Finalmente, en el mes de mayo estudiaremos los operadores lineales que preservan los productos escalares de mayor relevancia en Física, como el producto escalar euclídeo, el hermítico y el de Minkowski.

Podemos resumir la secuencia anterior en la frase ya empleada anteriormente: nuestro objetivo a lo largo del curso será estudiar un conjunto de herramientas que permiten caracterizar la descripción de estados y operadores de sistemas físicos y las transformaciones que representan los cambios admisibles de sistemas de referencia.

Junto con la asignaturas de Álgebra I, Análisis Matemático y Cálculo diferencial (en el primer año) y las asignaturas de Cálculo integral y geometría, Ecuaciones diferenciales, Métodos Matemáticos de la Física y Física computacional en los posteriores, se pretende dotar al alumnos de las herramientas matemáticas necesarias para la formulación de modelos dinámicos y la obtención de soluciones de los mismos. Dichas herramientas son, además, de enorme utilidad para la descripción de otros sistemas no pertenecientes al ámbito de la Física, como puede ser la Economía, la Biología, la Geología, etc.

Los objetivos concretos para esta asignatura son:

O1. Caracterizar las aplicaciones lineales como matrices entendiendo el papel de la elección de la base. Concepto de autovalor y autovector y cálculo de los mismos.

O2. Entender y dominar el concepto de formas canónicas de operadores y de funciones de operadores.

O3. Productos escalares y ortogonalidad. Bases ortonormales y ortonormalización.

O4. Entender qué es un espacio de Hilbert y las principales características de los operadores definidos sobre ellos.

O5. Familiarizarse con las transformaciones definidas sobre espacios vectoriales que preservan productos escalares. Estudio de los ejemplos más relevantes.

Contexto y sentido de la asignatura en la titulación

La modelización de sistemas físicos recurre con mucha frecuencia a la descripción de los mismos en términos de espacios vectoriales, estando las magnitudes físicas representadas por funciones o operadores lineales sobre ellos. Es pues fundamental el saber determinar los elementos característicos del sistema, como por ejemplo el conjunto de posibles autovalores de un operador cuántico, y las propiedades que deben de verificar los sistemas de referencia usados en su descripción.

Al superar la asignatura, el estudiante será más competente para...

1:
Calcular valores y vectores propios de matrices y operadores tanto analítica como numéricamente

2:
Determinar la forma canónica de un operador y utilizarla para obtener funciones de éste

3:
Construir bases ortonormales y determinar las componentes de un vector en dichas bases

4:
Conocer las propiedades de los valores y vectores propios de operadores relevantes en física (proyectores, autoadjuntos, hermíticos, simétricos, ortogonales,...)

5:
Expresar los grupos de invariancia de los distintos productos escalares (complejo, real euclídeo, Minkowski) tanto en su versión finita como infinitesimal

Importancia de los resultados de aprendizaje que se obtienen en la asignatura:

La asignatura de Álgebra II es de fundamental importancia para la comprensión de las herramientas empleadas en la solución de los sistemas dinámicos clásicos, y absolutamente necesaria para la comprensión de los conceptos básicos de la mecánica cuántica, que se modelizarán siempre usando los conceptos aquí presentados o sus generalizaciones a dimensión infinita.

Evaluación

Actividades de evaluación

El estudiante deberá demostrar que ha alcanzado los resultados de aprendizaje previstos mediante las siguientes actividades de evaluacion

1:
Evaluación continua del aprendizaje del alumno mediante la resolución de problemas, cuestiones y otras actividades propuestas por el profesor de la asignatura (10% de la nota final)

2:

Evaluación del trabajo en las prácticas en aula de informática (15% de la nota final). Se realizará a través de un examen y la evaluación del trabajo durante las sesiones de prácticas.

3:
Realización de al menos una prueba teórico-práctica a lo largo del curso (75% de la nota final). Será necesario alcanzar una nota de 4 sobre 10 tanto en las prácticas como en la prueba teórico-práctica para poder superar la asignatura.

Superación de la asignatura mediante una prueba global única

En el caso de que el estudiante opte por una prueba global única, las actividades de evaluación serán:

- Evaluación del trabajo en las prácticas en aula de informática (20% de la nota final). Se realizará a través de un examen.

- Realización de al menos una prueba teórico-práctica a lo largo del curso (80% de la nota final).

Será necesario alcanzar una nota de 4 sobre 10 tanto en el examen de prácticas como en la prueba teórico-práctica para poder superar la asignatura.

Actividades y recursos

Presentación metodológica general

El proceso de aprendizaje que se ha diseñado para esta asignatura se basa en lo siguiente:

Las metodologías de enseñanza-aprendizaje que se proponen para conseguir los objetivos planteados y adquirir las competencias son las siguientes:

Las clases magistrales deben proporcionar al alumno la estructuración de contenidos que luego deben cimentarse con las clases de problemas y prácticas. Los trabajos pueden proporcionar una mayor profundidad en temas específicos que puedan resultar de especial interés sólo a algunos alumnos. Los ejercicios deben servir también como mecanismo de autoevaluación para el alumno y es por eso que la participación en las clases de problemas se convierte en una herramienta muy importante.

Actividades de aprendizaje programadas (Se incluye programa)

El programa que se ofrece al estudiante para ayudarle a lograr los resultados previstos comprende las siguientes actividades...

1:
La docencia se estructura en 4 horas semanales, en las que se incluyen las sesiones teóricas y las de problemas. Así mismo el curso incluye 4 sesiones de prácticas de ordenador de dos horas cada una.

Planificación y calendario

Calendario de sesiones presenciales y presentación de trabajos

Bibliografía

Apuntes redactados por el profesor y disponibles en la página web en la plataforma moodle. Como bibliografía complementaria se recomiendan las siguientes obras:

Introduction to linear algebra (2nd edition)
Serge Lang
Springer Verlag, New York
1986

Finite-dimensional vector spaces
Paul R.Halmos
Springer-Verlag, New York
1974

Linear Algebra
R. Kaye and R. Wilson
Oxford University Press, New York
1998

Referencias bibliográficas de la bibliografía recomendada

- Halmos, Paul Richard. Finite-dimensional vector spaces / Paul R. Halmos . - 2nd ed. repr. New York : Springer, cop. 1987
- Kaye, Richard. Linear algebra / Richard Kaye and Robert Wilson Oxford [etc] : Oxford University Press, cop.1998
- Lang, Serge. Introduction to linear algebra / Serge Lang . 2nd ed. New York : Springer, c1986