

Facultad de Educación

Universidad de Zaragoza

Grado en Magisterio en Educación Primaria

Trabajo Fin de Grado

ESTADÍSTICA Y PROBABILIDAD

6º CURSO DE PRIMARIA

Autor: SILVIA BELLO PARDILLOS

Director: MARTA ANDRÉS RODRIGO

Junio de 2015



Universidad
Zaragoza

ÍNDICE

1. INTRODUCCIÓN 3

2. ESTADO DE LA ENSEÑANZA-APRENDIZAJE DE ESTE CONTENIDO 4

2.1 ANÁLISIS DE BIBLIOGRAFÍA DISPONIBLE 4

FUNDAMENTACIÓN TEÓRICA: PROBABILIDAD Y ESTADÍSTICA EN LA ENSEÑANZA.

Justificación de la introducción de probabilidad y estadística en la escuela.

La evolución de la enseñanza de la probabilidad y la estadística en la enseñanza.

FACTORES QUE INTERVIENEN EN EL DESARROLLO DEL RAZONAMIENTO PROBABILÍSTICO.

El niño en preescolar.

El periodo de las operaciones concretas.

El período de las operaciones formales.

PROPUESTAS DIDÁCTICAS PARA EL DESARROLLO DE LA PROBABILIDAD.

ALGUNAS SUGERENCIAS DIDÁCTICAS PARA EL DESARROLLO DE LA PROBABILIDAD Y ESTADÍSTICA.

Principios metodológicos para el desarrollo de la estadística y la probabilidad.

Recomendaciones para el trabajo de la probabilidad.

Concepciones erróneas sobre la probabilidad.

LABAPC

2.2 ANÁLISIS DE LA LEGISLACIÓN **23**

EL OBJETO DE LAS MATEMÁTICAS EN LA LOE Y EN LA LOMCE

CONTENIDOS LOE, CONTENIDOS LOMCE

CRITERIOS DE EVALUACIÓN LOE, CRITERIOS DE EVALUACIÓN LOMCE

<u>2.3 ANÁLISIS DE LIBROS DE TEXTO</u>	34
<u>3. ELABORACIÓN DE UNA UNIDAD DIDÁCTICA</u>	37
3.1. JUSTIFICACIÓN Y CONTEXTUALIZACIÓN	
3.2. PRINCIPIOS EDUCATIVOS Y DE PROCEDIMIENTO	
3.3. COMPETENCIAS BÁSICAS	
3.4. OBJETIVOS	
3.5. CONTENIDOS	
3.6. METODOLOGÍA	
3.7. RECURSOS MATERIALES, DIDÁCTICOS Y HUMANOS	
3.8. EDUCACIÓN EN VALORES	
3.9. ATENCIÓN A LA DIVERSIDAD	
3.10. ACTIVIDADES	
3.11. EVALUACIÓN	
3.12. CRITERIOS DE CALIFICACIÓN	
<u>4. CONCLUSIONES.....</u>	66
<u>5. BIBLIOGRAFÍA.....</u>	68
<u>6. LEGISLACIÓN</u>	69

1. INTRODUCCIÓN

El presente trabajo “Probabilidad y Estadística en 6º curso de Educación Primaria” se enmarca en el Trabajo de Fin de Grado de la Adaptación a Grado en Educación Primaria de la Universidad de Zaragoza, curso 2014-2015.

El trabajo comienza con el análisis de la biografía disponible: evolución de su enseñanza-aprendizaje en la escuela y fundamentación teórica sobre la necesidad de desarrollar las nociones probabilística y estadística en la misma. A continuación, se describen los factores que intervienen en su desarrollo. Conoceremos los diferentes procesos cognitivos que intervienen en el aprendizaje de la probabilidad y la estadística, para de este modo poder llevar a cabo una práctica docente más eficaz.

También ofreceremos una recopilación de algunas propuestas didácticas de diferentes autores sobre el estado de la cuestión y algunas sugerencias didácticas, a fin de disponer de materiales suficientes para enfrentarnos a su enseñanza en el aula.

En el punto siguiente se realiza el análisis del marco legislativo vigente y se realiza una comparativa entre la LOE y la LOMCE. Igualmente se realiza una comparativa entre varios libros de texto pertenecientes a 6º curso de Primaria de distintas editoriales, todos ellos correspondientes a la LOE.

El apartado siguiente desarrolla una unidad didáctica dirigida a alumnos de 6º curso.

En la última parte del trabajo se incluyen algunas conclusiones al trabajo realizado y a las reflexiones sugeridas por otros docentes tras la puesta en práctica del proceso de enseñanza-aprendizaje de la estadística y la probabilidad.

Por último se incluye la bibliografía consultada para la realización del trabajo.

2. ESTADO DE LA ENSEÑANZA-APRENDIZAJE DE ESTE CONTENIDO

2.1. ANÁLISIS DE BIBLIOGRAFÍA DISPONIBLE

FUNDAMENTACIÓN TEÓRICA DEL TRABAJO: LA PROBABILIDAD Y ESTADÍSTICA EN LA ENSEÑANZA.-

Justificación y fundamentación de la introducción de probabilidad y estadística en la escuela.-

Nos planteamos las siguientes preguntas: ¿necesitamos conocimientos de probabilidad y estadística en nuestro entorno? ¿Responde ello a una necesidad social? Nos servimos de varias respuestas clarificadoras al respecto:

“Hoy en día es esencial para los ciudadanos un conocimiento de ambas (probabilidad y estadística). Como han mostrado las investigaciones de Fischbein y otras, el sentido innato de la probabilidad es, por lo general, demasiado ingenuo y lleva pronto a errores de juicio cuantitativo. Existe la necesidad de desarrollar y fortalecer el sentido en la educación matemática” (Informe Kuwait, 1986)

“Lo que hace falta es transmitir pautas de comportamiento que permitan utilizar y rentabilizar las informaciones que se posee” (Fernando Savater)

En este sentido Xosé Enrique Pujales (2001), indica que es preciso que la sociedad tenga conocimientos de estadística y probabilidad para, entre otros objetivos que cita: a) mantener una actitud crítica ante los juegos de azar; b) aprender a detectar engaños y timos; c) potenciar la autonomía y la creatividad en busca de hipótesis alternativas practicando el método científico como la mejor herramienta para estudiar la realidad.

No obstante, es conveniente aclarar que probabilidad no es lo mismo que estadística. La probabilidad se encarga de la forma de medir la incertidumbre y por tanto será la base de la estadística, ciencia encargada de recoger datos, clasificarlo e interpretarlos y que representa, de un modo esquemático, los resultados obtenidos del estudio de ese gran número de datos.

Entendiendo pues la probabilidad y la estadística como una necesidad social, nos planteamos si es necesario empezar a construir el conocimiento probabilístico y estadístico en la escuela. Y respondemos igualmente de modo afirmativo. En los últimos años, esta ciencia de lo aleatorio ha adquirido mayor relevancia, realizándose numerosas

investigaciones que ponen de manifiesto la necesidad de proporcionar a los alumnos una enseñanza relevante en este campo, tal y como se refleja en el currículo escolar.

Desde una perspectiva amplia, Chamorro (2003) afirma que la introducción del pensamiento aleatorio, complementario del pensamiento aleatorio, complementario del pensamiento determinista que impera en los currículos de matemáticas de Educación Primaria, parece justificada desde un punto de vista social, ya que hay numerosas situaciones del entorno del niño que revisten un carácter aleatorio (juegos infantiles y escolares, juegos de apuestas de su entorno familiar, predicciones meteorológicas...) que podrían ser aprovechadas para una formación social más completa de los escolares. De otra parte, justifica su presencia en los currículos desde un punto de vista formativo, ya que, según dice, el desarrollo del pensamiento lógico-matemático del alumno que aprende no puede basarse solamente en las disciplinas que desarrollan una visión determinista del pensamiento lógico, sino también en esta rama de las matemáticas que trata de modelizar el funcionamiento de lo incierto, de lo plausible, de lo probable.

La gran mayoría de los autores considera que el interés principal de la introducción de la probabilidad y estadística para la práctica educativa reside en que los alumnos lleguen a ser conscientes de los distintos fenómenos y sucesos que ocurren a su alrededor, que sean capaces de analizarlos y estudiarlos, y que entiendan las Matemáticas como una herramienta que sirve para interpretar la realidad en la cual se encuentran inmersos. Además, probabilidad y estadística se convierten en un medio para la aplicación de conceptos y reglas matemáticas (fracciones, porcentajes, proporciones, resolución de problemas...), reforzándose, por tanto, comprensión y la matematización de otras nociones y procedimientos matemáticos.

Autores como Fischbein (1975), Glayman y Varga (1975) o Freudenthal (1973) consideran imprescindible que los alumnos conozcan los modelos teóricos de la probabilidad, al considerarla fundamento de la teoría estadística. Estos autores argumentan que, en la escuela, los alumnos deben aprender a comparar predicciones, distinguir distintos niveles de incertidumbre y comprender la lógica probabilística.

En la misma línea teórica se mueven J. Díaz Godino, M^a Carmen Batanero, M^a J. Cañizares (1996) añaden que otras de las razones por las que desarrollar el pensamiento probabilístico son la presencia de juegos de azar en la vida de los niños (la oca, el parchís...), la variedad de expresiones relativas al azar que encontramos en nuestro

lenguaje cotidiano (por suerte, sin querer...), la presencia de situaciones aleatorias en el entorno (meteorología, apuestas, deportes...) y la necesidad de comprender el funcionamiento de lo probable. Asimismo, estos autores clasifican la fenomenología del azar en cuatro variables, a saber: el mundo biológico (sexo, tono de piel, estatura...), el mundo físico (meteorología, medida de magnitudes, localización de fuentes de energía...), el mundo social (las quinielas, las loterías...) y el mundo político (el IPC, las tasas de población...).

Santaló (1977) afirma que no se trata de conocer a fondo las teorías respectivas, cosa reservada a especialistas, sino de educar la intuición para que no parezcan cosas caprichosas ni milagrosas. Tal vez muchos de los inconvenientes del comportamiento global de grandes sectores de la población provenga de que la gran mayoría de los ciudadanos no han sido nunca educados en probabilidad y estadística.

Por otro lado, probabilidad y estadística son fundamentales para tratar determinados temas transversales, en los que aparecen hábitos perjudiciales para la salud (drogadicción, tabaquismo, alcoholemia, anorexia...) trabajos y deportes de riesgo manifiesto, hábitos relacionados con determinadas ludopatías (bingos, loterías, quinielas, casinos...), etc.

Podemos afirmar pues, que los argumentos esbozados para defender el desarrollo desde edades tempranas de las nociones de probabilidad elementales son variados pero que todos coinciden en afirmar que la probabilidad y la estadística favorecen el desarrollo personal de los alumnos, les proporciona una mayor comprensión de la realidad y les ayuda a actuar de una manera razonada y crítica ante situaciones de la vida cotidiana. No obstante, para su desarrollo será necesario tener en cuenta los procesos cognitivos implicados en su comprensión, de ello trataremos en el apartado siguiente dedicado al estudio de los factores que intervienen en la adquisición de dichos conocimientos.

La evolución de la enseñanza de la probabilidad y la estadística en la enseñanza obligatoria.-

Las probabilidades y la estadística constituyen ramas de las matemáticas que se han desarrollado tardíamente, respecto a otras. Así ocurre con la estadística matemática (nacida hacia 1900) y con la probabilidad (axiomatizada por Kolmogorov en 1933).

Su entrada en la enseñanza es relativamente reciente (década de los setenta). Toda proposición de enseñanza matemática de ese periodo tiene como característica la potencia de las matemáticas: a partir de un pequeño número de axiomas, se puede deducir un gran

número de resultados (aspecto epistemológico). Se pueden rastrear además otras dos razones que han aconsejado la introducción de lo aleatorio en la enseñanza: su papel cada vez más importante en la investigación científica, fundamental y aplicada (aspecto formativo) y su intervención en múltiples situaciones de la vida cotidiana: meteorología, economía, deportes, juegos, etc. Es importante contextualizar, por tanto, que esta rama se centra en el estudio de los fenómenos observables y en la predicción de sus estados posteriores (aspecto socio-cultural).

En los años ochenta, había una desconexión total entre la probabilidad y la estadística. Se enseñaba la estadística descriptiva: recogida y resumen de datos sobre ciertos hechos y en cuanto a la probabilidad: la teoría axiomática que servía de modelo matemático para los estudios estadísticos y la combinatoria como capítulo precedente e introductorio.

En estos momentos, en estadística, se daba importancia a la organización de los datos (selección, clasificación, árboles, histogramas, combinaciones...) y a la estadística descriptiva (media, mediana, varianza, desviación típica). Consecuencia de ello será el falseamiento del juego y la ocultación de ciertos elementos fundamentales como son: la proposición de problemas, la determinación de la población referencial y las muestras que se tomaron en cuenta y la reformulación de las cuestiones iniciales.

En cuanto al cálculo de la probabilidad se limitaba al caso de sucesos equiprobables que pudiesen aparecer en un número finito de pruebas. Ello suponía la reducción de las mismas a un caso de combinatoria y cálculo a partir de la fórmula de Laplace.

De este modo, la relación entre estadística-probabilidad era inexistente ya que las probabilidades se seguían introduciendo a partir de la combinatoria y de la equiprobabilidad.

En los años noventa se introducen novedades significativas que supondrán la conexión entre la estadística y la probabilidad. Entre sus principales objetivos se hallarán: la asociación de representaciones (esquemas, tablas, figuras...) a las observaciones reales; la asociación de esas representaciones a actividades y conceptos matemáticos y el uso de las matemáticas para resolver problemas encontrados en otras disciplinas. De este modo, observada una situación y planteadas determinadas preguntas a propósito, se tendrá que: recoger los datos estadísticos pertinentes, organizarlos con la ayuda de útiles numéricos y gráficos, definir y usar (según los casos) conceptos y modelos matemáticos, resolver

problemas en un modelo matemático y confrontar las soluciones obtenidas con la primera situación.

La mayor novedad la constituye la introducción de la probabilidad, al abandonar la aproximación laplaciana y adoptar la aproximación frecuentista, como una aplicación empírica de la ley de los grandes números. Se introducen además de experiencias de equiprobabilidad, experiencias donde no es posible conjeturar a priori la probabilidad de un suceso dado (ej. lanzamiento de una chincheta). Otra novedad la constituye el hecho de no considerar la combinatoria como capítulo previo al de la probabilidad. Aparece como un útil más entre otros posibles.

A partir del siglo XXI vuelven a introducirse nuevos aspectos en la enseñanza. En estadística, se constata que hay que dividir dos ramas: parte descriptiva y parte inferencial. En la primera se estudian los parámetros de posición y, de forma más tímida, los de dispersión; en la segunda, o parte inferencial, se trata de familiarizar al alumno con las muestras aleatorias. Para ello se propone la realización práctica de una experiencia y la simulación posterior, con calculadora u ordenador. Por otra parte, aparece la noción de probabilidad de forma similar a como se introducía en el periodo anterior. Conclusión a ello: hay una aproximación a la probabilidad basada en la equirepartición, llamada por Bernouilli probabilidad a priori. Para ello es necesario un experimento con un número finito de sucesos equiprobables, lo que justifica un capítulo anterior de combinatoria. Además, hay una aproximación frecuentista a la probabilidad, basada en la convergencia de las frecuencias cuando el experimento se realiza repetidamente (probabilidad a posteriori).

FACTORES QUE INTERVIENEN EN EL DESARROLLO DEL RAZONAMIENTO PROBABILÍSTICO.-

Al comenzar la enseñanza de la probabilidad es especialmente importante analizar los razonamientos de los niños, puesto que en dichas materias tratamos con ideas tratamos con ideas bastante abstractas y no tan ligadas a la experiencia directa del niño como pudieran ser los conceptos geométricos o numéricos. Desde muy pequeño el niño debe aprender a estimar, discriminar y diferenciar formas, distancias y cantidades. Estos conceptos básicos se pueden concretizar con objetos físicos; por ejemplo, la suma o la resta se pueden ejemplificar. Además estas operaciones tienen la propiedad de ser reversibles y se obtiene el mismo resultado cada vez que repito estas operaciones. Por el contrario, no existe una experiencia concreta similar de lo aleatorio, ya que no podemos manipular estos fenómenos para producir un resultado específico, ni devolver los objetos a su estado inicial deshaciendo la operación.

Esa falta de reversibilidad de los experimentos aleatorios sin duda influye en el desarrollo más tardío de las nociones de probabilidad, aunque esto no quiere decir que los niños no tengan ideas intuitivas al respecto. En lo que sigue analizaremos las investigaciones sobre el desarrollo del razonamiento probabilístico en los niños. Las teorías más destacadas al respecto son la teoría de Piaget e Inhelder (1951) “*Los niños no pueden comprender la probabilidad antes de la etapa de las operaciones formales*” y la teoría de Fischbein (1975) “*Para lograr los requisitos de una cultura científica eficiente hay que experimentar y entrenar desde los primeros niveles la base intuitiva existente*”

Según la teoría de **Piaget**, el sujeto construye de forma activa su propio conocimiento al explorar el medio natural en el que se desenvuelve (Teoría constructivista). La posibilidad de aprender depende de los conocimientos que previamente ha adquirido el niño y su desarrollo intelectual, el cual evoluciona gradualmente en función de lo que él denomina **etapas de desarrollo**: periodo sensoriomotor (0-2 años), periodo preoperacional (2-7 años), periodo de las operaciones concretas (7-11 años) y periodo de operaciones formales (11-15 años). Tomando en consideración su teoría y la jerarquía que establece en sus etapas, los niños pequeños no podrían desarrollar una comprensión intuitiva del azar y no serían capaces de identificar fenómenos aleatorios, ya que no disponen de un razonamiento combinatorio ni comprenden la noción de causa (periodo de las operaciones formales).

El trabajo de **Fischbein**, por su parte, permite una exploración de los fundamentos intuitivos y precursores del conocimiento probabilístico. Concede gran importancia a la intuición como parte integrante de la conducta inteligente. El estudio de las intuiciones, según él, puede hacerse de una manera apropiada en el campo de la probabilidad, ya que la complejidad de las situaciones cotidianas nos induce a adoptar continuamente un comportamiento probabilístico. La necesidad de tomar decisiones nos obliga a hacer estimaciones intuitivas de posibilidades (en la mayoría de las veces de tipo subjetivo). El niño se enfrenta desde muy pequeño con una realidad regida, en muchos casos pro las leyes del azar.

Las intuiciones son, según Fischbein, adquisiciones cognitivas que intervienen directamente en las acciones prácticas o mentales, en virtud de sus características de inmediatez, globalidad, capacidad extrapolaría, estructurabilidad y autoevidencia. La inmediatez de una intuición, sin embargo, no implica improvisación, sino que es el resultado de la maduración de muchas experiencias anteriores. Esto le lleva a proponer la enseñanza de la probabilidad desde el nivel de las operaciones concretas, o como muy tarde durante el periodo de organización de las operaciones formales (11-12 años).

Fischbein defiende que los niños poseen ideas correctas aunque no totalmente formadas sobre los conceptos probabilísticos, diferenciando entre *intuiciones primarias y secundarias*. Las primarias corresponderían a las intuiciones que el niño adquiere como consecuencia de las experiencias de la vida cotidiana, mientras que las secundarias, se formarían por la enseñanza impartida en la escuela. No obstante, aclara que la intuición probabilística no se desarrolla de manera espontánea, excepto dentro de unos límites muy cerrados y concretos. “La comprensión, interpretación, evaluación y predicción de fenómenos probabilísticos no pueden ser confiados a intuiciones primarias que han sido despreciables, olvidadas, y abandonadas en un estado rudimentario de desarrollo bajo la presión de esquemas operacionales que no pueden articularse con ellos”.

Fischbein distingue entre *intuiciones afirmatorias* y *anticipatorias*. Llama intuición afirmatoria a la que da concreción al conocimiento del mundo externo que aceptamos como evidente; mientras que las intuiciones anticipatorias son construcciones mentales que globalmente anticipan la solución a un problema antes de que se hayan encontrado los pasos detallados de la misma.

Siguiendo a **Piaget** y **Fischbein** analizaremos a continuación los principales resultados hallados acerca de *la idea de azar y probabilidad desde la infancia a la adolescencia*. Para cada etapa se estudiarán las siguientes facetas: la intuición del azar, la intuición de la frecuencia relativa, la estimación de probabilidades, las operaciones combinatorias, y el efecto de la instrucción sobre cada una de estas facetas.

El niño en preescolar.-

• ***La intuición del azar***: Piaget e Inhelder concluyen de sus experimentos que no hay una intuición del azar innata en el niño. En consecuencia, dirigen sus investigaciones a determinar cómo se desarrolla esta intuición en la mente del niño. Concluyen que los niños no comprenden la naturaleza irreversible de la mezcla aleatoria y por tanto, que esto les impide una apreciación del azar.

Sin embargo, la opinión de Piaget, es rechazada por Fischbein, para quien la intuición primaria del azar, esto es, la distinción entre fenómeno aleatorio y determinista sin instrucción previa, está presente en la conducta diaria de cada niño, incluso antes de la edad de 7 años.

• ***La intuición de la frecuencia relativa***: Diferentes investigadores han llevado a cabo experimentos de aprendizaje probabilístico, en los cuales se trata de estudiar las predicciones de los sujetos ante situaciones en que un suceso se repite con una determinada frecuencia relativa. El término de aprendizaje probabilístico se refiere a la tendencia del sujeto a ajustar sus predicciones a las frecuencias reales de los sucesos. El hecho de que esta conducta pueda obtenerse sin que se estimule al niño mediante una recompensa cuando acierta muestra que este fenómeno no es un mero condicionamiento de tipo motor, sino una formación cognitiva mental, esto es, un programa de acción relativamente automatizado y polivalente que comparte las características de todos los procesos cognitivos.

• ***La estimación de posibilidades y la noción de probabilidad***: Para Fischbein si se realiza un adecuado control experimental y las operaciones auxiliares de comparación y cálculo requeridas son simples, el niño de preescolar es capaz de hacer apuestas basadas en una estimación probabilística.

• ***Operaciones combinatorias***: Piaget e Inhelder han probado que el niño de preescolar sólo puede hacer algunas combinaciones, permutaciones y variaciones de una manera empírica y no intentan encontrar un método de realizar un inventario exhaustivo.

- **El efecto de la instrucción.** Fischbein considera que a esta edad los niños no pueden asimilar un esquema que implique una comparación doble.

El periodo de las operaciones concretas.-

- **La intuición del azar:** A través de la adquisición de esquemas operacionales espacio-temporales y lógico-matemáticos, el niño adquiere la capacidad de distinguir entre el azar y lo deducible, incluso a nivel conceptual. El azar, en sentido de lo no determinado, se comprende explícitamente como oposición a lo deducible. El niño comienza a comprender la interacción de cadenas causales que conducen a sucesos impredecibles, y la irreversibilidad de los fenómenos aleatorios.
- **La intuición de la frecuencia relativa:** Esta capacidad mejora con la edad debido a las experiencias que tiene el niño con situaciones que implican fenómenos aleatorios.
- **La estimación de posibilidades y la noción de probabilidad:** Para los problemas de composiciones binarias el porcentaje de respuestas correctas es mayor en niños de 9-10 años que en niños de preescolar. Sin embargo, en situaciones que no pueden ser reducidas a comparaciones binarias, el número de respuestas correctas no es significativamente distinto y en problemas donde las posibilidades tienen que ser determinadas a partir de una figura geométrica, el porcentaje de respuestas correctas decrece incluso con la edad.
- **Las operaciones combinatorias:** Los experimentos de Fischbein, han demostrado que al final de este periodo (10-11 años) los niños pueden, con la ayuda de instrucción, asimilar los procedimientos enumerativos usados en la construcción de diagramas en árbol.
- **El efecto de la instrucción:** Con la instrucción, las respuestas de los niños de 9-10 años pueden mejorar significativamente en problemas que no pueden ser reducidos a comparaciones binarias. Fischbein ha demostrado que, por medio del uso de procedimientos figurativos, pueden ser construidos, al nivel de las operaciones concretas, esquemas considerados por Piaget e Inhelder sólo al nivel de las operaciones formales.

El período de las operaciones formales.-

- **La intuición del azar:** Según Piaget e Inhelder, el adolescente agrupa las relaciones no determinadas de fenómenos aleatorios según esquemas operacionales. Una vez que se presenta una situación aleatoria, por medio del uso de estos esquemas se hace inteligible, y la síntesis entre el azar y lo operacional conduce al adolescente al concepto de probabilidad.

Fischbein sostiene que las cosas son más complicadas que lo que sugiere esta explicación. La síntesis entre azar y lo deducible no se realiza espontánea y completamente al nivel de las operaciones formales. En experimentos donde se requiere al sujeto reconocer probabilidades iguales en diferentes condiciones experimentales, es el adolescente quien evita lo impredecible y busca dependencias causales que reduzcan lo incierto, incluso en situaciones donde no existen tales dependencias.

• ***La intuición de frecuencia relativa:*** El adolescente ha hecho progresos en comparación a los niños más pequeños en lo que se refiere a la intuición de la frecuencia relativa, particularmente en casos donde las predicciones tienen algún resultado práctico.

• ***La estimación de posibilidades y la noción de probabilidad:*** El logro de los adolescentes estimando posibilidades a favor y en contra de un resultado es superior al de los niños pequeños. Tal descubrimiento es previsto por la teoría de Piaget. Lo que Fischbein añade a esto es el hecho de que incluso niños de 9-10 años pueden responder correctamente a tales situaciones, si tienen la instrucción adecuada.

• ***Las operaciones combinatorias:*** Piaget e Inhelder afirman que, durante la etapa de las operaciones formales, el niño adquiere la capacidad de usar procedimientos sistemáticos para realizar inventarios de todas las permutaciones posibles, variaciones y combinaciones de un conjunto dado de elementos.

La investigación de Fischbein ha demostrado, sin embargo, que esto es sólo una potencialidad para la mayoría de los sujetos. Bajo su punto de vista, sería más preciso afirmar que estos niños son capaces de asimilar procedimientos combinatorios con la ayuda de la instrucción, y que esto es también verdad para los niños de 10 años. Aunque hay diferencias en la realización entre estos dos niveles de edad, estas diferencias son bastante pequeñas.

• ***El efecto de la instrucción.*** Según Fischbein, los resultados de la instrucción revelaron un mayor interés y receptividad de los adolescentes en lo que se refiere a las ideas de probabilidad y estadística. Estos sujetos son capaces de comprender y aplicar correctamente los conceptos enseñados, que deben como mínimo implicar el comienzo de una reestructuración de la base intuitiva. Para este autor, los modelos generativos (por ejemplo, diagramas en árbol, en el caso de las operaciones combinatorias) son los mejores dispositivos de enseñanza para la construcción de intuiciones secundarias.

Otras investigaciones posteriores han tratado de confirmar, rechazar o completar las conclusiones de Piaget e Inhelder y de Fischbein. Una síntesis de ellas puede consultarse en Shaughnessy (1992) y Jones Langrall y Money (2007). De gran interés son los estudios de Green (1983) y Cañizares (1997) y Fernandes (2001), quienes realizaron evaluación del razonamiento probabilístico de niños ingleses (11-16 años), españoles (10-14 años) y portugueses (8-11 años) con cuestionarios escritos.

PROPUESTAS DIDÁCTICAS PARA EL DESARROLLO DE LA PROBABILIDAD.-

El mundo está inmerso en la aleatoriedad y la incertidumbre; históricamente el estudio de la probabilidad se remonta al siglo XVI. Las primeras aplicaciones se relacionan básicamente con los juegos de azar: los jugadores utilizaron el conocimiento de la teoría de la probabilidad para desarrollar estrategias de apuesta.

Glayman y Varga (1975) recomiendan un proceso de enseñanza en tres etapas: experimentación, razonamiento elemental y medida de la probabilidad. En la primera etapa de experimentación, el niño debe familiarizarse con el mundo probabilístico a través de manipulación de material variado (dados, peonzas, monedas, bolas, etc.) Cada experiencia se repite muchas veces en las mismas condiciones y luego se propone a los niños que traten de adivinar el resultado con objeto de que capten las propiedades inherentes a los fenómenos aleatorios. En la segunda etapa, el razonamiento elemental consiste en proponer juegos que permitan comparar cualitativamente las probabilidades de ciertos sucesos. Y en la última etapa, el uso de fracciones, surgidas de las frecuencias, servirá como medida de probabilidad. El aprendizaje y la utilización de este instrumento, según dichos autores, podrá ser simultáneo al estudio de las situaciones y vendrá motivado por ellas.

En enseñanza-aprendizaje de la probabilidad, Godino (2004) propone actividades de experimentación y estimación frecuencial de probabilidades, donde se facilita a los alumnos “*dispositivos generadores de resultados aleatorios*”, como dados, monedas, fichas, ruletas, etc., con la finalidad de que experimenten y adquieran una experiencia de lo aleatorio. En este proceso es recomendable que el profesor organice la recolección de datos, la representación gráfica de los resultados y la discusión de los mismos, animando a los alumnos a expresar sus creencias previas sobre los fenómenos aleatorios y a contrastarlas con los resultados experimentales.

Según Chamorro (2003), el aprendizaje se genera a través de situaciones didácticas, pero un concepto no puede ser aprendido a partir de una sola clase de situaciones; requiere de aquellas en las que el concepto interviene, las que lo dotan de sentido.

De este modo, y en base a la forma en la que nació la probabilidad, muchos autores defienden la idea de que jugando es la mejor manera que tienen los niños de aprender probabilidad. Autores como Luis Ceferino (2011), proponen que para trabajar la probabilidad se deben utilizar juegos de azar desde un enfoque lúdico y pedagógico, para que así, los alumnos no solo tengan un primer contacto con el campo de la probabilidad de una manera divertida, sino también significativa.

Otra propuesta es la presentada por J. Díaz Godino, M^a. C. Batanero y M^a. J. Cañizares (1996). Estos autores dividen el proceso de enseñanza en tres etapas: **experimentación, razonamiento elemental y medida de la probabilidad**. La primera fase consiste en la manipulación de materiales (dados, urnas, cartas, monedas...) de forma que se establezca una experimentación en la que los alumnos tengan que estimular el resultado del experimento aleatorio. La siguiente fase, razonamiento elemental, consiste en la realización de juegos y la comparación de las probabilidades de que ciertos sucesos ocurran. Y en la tercer y última fase, se usan las fracciones para representar la probabilidad de los sucesos.

Por otro lado, Bruni y Silverman (1986) proponen trabajar a través de materiales manipulativos y la resolución de problemas. Esta propuesta metodológica incluye cuatro pasos que implican la manipulación de objetos relacionándolos con las fracciones, las proporciones, los porcentajes y la resolución de problemas, aspectos directamente relacionados con la probabilidad. Los cuatro pasos de esta propuesta son los siguientes: En primer lugar **introducir el modelo** (discusión para elaborar un vocabulario), a continuación **establecer un sistema de registro** (transcripción de las experiencias a tablas, diagramas y gráficos), el tercer paso sería la **reflexión sobre la experiencia** (identificación de modelos, síntesis de información y planteamiento de nuevos interrogantes) y por último **generación de nuevas experiencias** (exploración de actividades relacionadas).

Sin embargo, la teoría más completa sería la de las Situaciones Didácticas de Guy Brousseau (1986). Esta teoría se basa en una aproximación constructivista, la cual actúa bajo el principio de que una noción se construye en un ambiente de situaciones de

enseñanza, creando un discurso hecho tanto por el maestro, como por los alumnos, quienes deben pasar por cuatro situaciones en el aula, mientras se desarrolla una situación didáctica. Los cuatro tipos de situaciones didácticas que se deben de realizar con el fin de desarrollar nociones matemáticas son:

En relación a la probabilidad, la **situación de acción** consistiría en poner a los alumnos a experimentar para que puedan desarrollar un concepto de probabilidad concreto (el que se encierre en la experiencia o juego de azar que se presente). Esta situación tiene por objeto facilitar la interacción entre el sujeto y el medio. Para resolver el problema planteado, el alumno debe poner en práctica una primera tentativa, interviniendo solamente el saber disponible hasta el momento. El alumno puede modificar sus tentativas, tantear, volver a comenzar y estar informado por los feed-back constantemente. Ensayo y error que hace al alumno resolver el problema.

La **situación de formulación** sería una colaboración, un intercambio de información sobre el modelo que los alumnos han intuido en la situación anterior (alumnos emisores – alumnos receptores). Los alumnos intercambian información con el maestro y los compañeros. Los alumnos deben justificar por escrito a otros compañeros la conclusión, idea o hipótesis que han obtenido para que la comprendan y la puedan utilizar (lenguaje interior y lenguaje de comunicación).

La **situación de validación** vendría a ser la aprobación que debe realizar el alumno de su resultado o modelo frente a sus compañeros. Consiste en el enunciado de aserciones y en ponerse de acuerdo sobre la verdad o falsedad de las mismas. Las afirmaciones propuestas por los alumnos son sometidas a la consideración de los compañeros, quienes deben de tener la capacidad de sancionarlas, es decir, de aceptarlas, rechazarlas, pedir pruebas, etc. No se trata, por tanto, solo de describir, también hay que probar y convencer de la coherencia de las afirmaciones. El alumno justifica la pertinencia y la validez de la estrategia usada, del modelo empleado para la resolución de la situación. Hay un intercambio de información que lleva al alumno a la revisión.

Por último, la **situación de institucionalización**, la cual es realizada por el docente, sería la declaración oficial del conocimiento construido por los alumnos en las situaciones anteriores. Es dar un estatus oficial al conocimiento aparecido durante la actividad de clase. Este es un proceso a cargo del maestro; las respuestas de los alumnos deben ser

transformadas a través de un proceso de re-descontextualización y re-personalización, para que dichos conocimientos puedan ser convertidos en saberes.

Cuando la situación problema recoge todas las características anteriores, se adapta en su desarrollo a cada una de las situaciones propuestas por Brousseau (1986), entonces se le reconoce como situación fundamental.

En definitiva, todos estos autores proponen trabajar la probabilidad desde un enfoque experimental, analizándose los resultados para que, de esa forma, aparezcan las concepciones de los alumnos y estos puedan llegar a comprender por qué algunos fenómenos tienen más posibilidad de ocurrir que otros.

ALGUNAS SUGERENCIAS DIDÁCTICAS PARA EL DESARROLLO DE LA PROBABILIDAD Y ESTADÍSTICA.-

Principios metodológicos para el desarrollo de la estadística y la probabilidad.-

En 1975, en la Universidad de Sheffield de Inglaterra, se crea el School Council Project on Statistical Education que desarrolla un currículo para la introducción de la estadística y probabilidad en los niveles de enseñanza obligatoria. Los principios metodológicos que orientan los materiales de enseñanza desarrollados por este grupo de trabajo son los siguientes:

- Los conceptos y técnicas serán desarrollados en un contexto práctico, vinculando las probabilidades al mundo del niño.
- Las técnicas no tienen que ser completamente desarrolladas en la primera ocasión en que se tratan. Muchas de las ideas introducidas en los primeros años se volverán a tratar en años posteriores.
- La justificación teórica completa de todos los temas no es necesaria ni deseable. Algunos elementos sólo se tratan en el contexto de un problema; otros conceptos serán cubiertos únicamente por medio de experimentos y no se justifican teóricamente.
- Se pondrá de manifiesto el carácter interdisciplinar de la estadística y de la probabilidad, relacionándolas con el mundo biológico, político, social y físico.
- El método de trabajo individual del alumno sólo es recomendable para aprender algunas técnicas estadísticas específicas, pero no para los objetivos referentes a la interpretación de datos y obtención de inferencias. En este caso, el trabajo en grupos y la técnica de experimentación, ensayo y error, son recomendables.

Chamorro (2003) nos propone una serie de principios que deberían sustentar cualquier propuesta didáctica de probabilidad y que según él permitirán a los maestros mejorar la educación matemática:

- Aprovechar el entorno familiar del niño (juegos, loterías, entorno familiar, etc.) para proponer situaciones que le acerquen al mundo de la combinatoria y del azar, y a la determinación de ciertas probabilidades asociadas.
- Aprovechar el entorno escolar del niño y las posibilidades de interdisciplinariedad que éste ofrece para plantear situaciones donde el niño pueda organizar datos, combinarlos y calcular probabilidades asociadas.

- Enmarcar las situaciones propuestas en un campo de experimentación (con monedas, peonzas, bolas, dados, cartas, etc.) donde se hagan patentes, para los niños, las distintas posibilidades de combinación, las distintas posibilidades de aparición de un determinado resultado, las distintas formas de registro y de organización de los resultados.
- Desarrollar el vocabulario específico de los saberes que se pretende introducir, desde las expresiones coloquiales asociadas al mundo probabilístico, combinatorio o estadístico, hasta las expresiones propias del saber sabio que se está pretendiendo introducir.
- Desarrollar toda la serie de posibilidades de representación asociadas, para facilitar así: la organización de datos, la lectura de datos, la determinación de frecuencias o probabilidades, la consecución de todas las posibilidades combinatorias, la obtención de medidas ligadas a la probabilidad, estadística o combinatoria.
- Utilizar la Teoría de las Situaciones Didácticas (Brousseau) como marco teórico para la proposición de situaciones donde se conceda una gran importancia a las fases de formulación y de validación de los resultados obtenidos en la resolución de las mismas.
- Organizar la secuencia de situaciones propuestas al alumno de forma que el trabajo en grupo se transforme en una constante y, de este modo, facilitar la aproximación del alumno a las tareas problemáticas complejas que suponen la mayoría de las situaciones relacionadas con el universo aleatorio.

Recomendaciones para el trabajo de la probabilidad.-

Desde un punto de vista práctico, nos ha parecido interesante incluir aquí las recomendaciones que realiza Talens Escrihuela para el trabajo de la probabilidad y la estadística.

- **Frecuencia absoluta y relativa:** Se desea conocer qué recuerdan los alumnos de algunos aspectos: formas de representación gráfica (sectores, barras, líneas, frecuencia absoluta, la media, la moda, etc). Sería muy interesante que realizasen una encuesta sobre algunos aspectos sociales entre los miembros de sus familias, amigos, etc. Esto les resultará muy sugestivo y motivador. Los aspectos a preguntar pueden ser muy variados y se podrían decidir en gran grupo. Como maestros, induciremos a que los temas tratados tengan algún contenido intercultural.
- **La media:** La media es un parámetro de centralización que sólo se da en conjuntos numéricos. No todos los conjuntos de datos tienen la misma medida. Es una cantidad que representa un conjunto de datos, pero no se debe olvidar que no tiene porqué ser real y,

además no nos aporta información sobre cómo se distribuyen los datos. Es interesante que los alumnos conozcan y comenten la conocida paradoja de que si una persona come un pollo y otra persona no come ninguno, la media dirá que cada uno se ha comido una mitad. Es bueno que practiquen, y para ello se pueden proponer muchos cálculos de medias estadísticas deportivas, datos de prensa, espectadores de televisión, estatura de la clase, temperatura diurna, etc.

· **La moda:** Esta existe en todos los conjuntos de datos, ya que es el valor que más se repite. Incluso puede haber varias modas, si varios datos se repiten un mismo número de veces.

· **Experiencias al azar:** Es importante matizar que “no se puede predecir el resultado”, aunque se repita el experimento varias veces. Por ejemplo, algún alumno podría considerar que tomar la medida de la temperatura de una muestra de agua es una experiencia de azar, ya que no se puede predecir el resultado. Debe quedar claro que la primera vez que se mide la temperatura no podemos predecir el resultado, pero, si repetimos la medición, sí. Es importante que se practique en clase con experiencias de azar, para que los alumnos vean que no es posible asegurar el resultado en el siguiente intento.

· **Seguro, probable o imposible:** Se pueden realizar diversos juegos en los que se ponga de manifiesto la diferente probabilidad que pueden tener varios sucesos. Conviene que los alumnos se habitúen a detectar los sucesos imposibles (tirar tres dados y sumar 1), los sucesos seguros (sacar par o impar), los muy probables (sacar de 8 a 13) y los poco probables (sacar de 3 a 8).

· **Cálculo de probabilidades:** Para realizar cálculos de probabilidad es importante el análisis de los posibles resultados.

En general, se trata de que los alumnos comprendan la correcta organización y representación de la información que se necesita para resolver un problema es en sí misma una estrategia que ayudará a resolverlo. El trabajo con los datos, ordenarlos adecuadamente y representarlos de una forma clara y lo más visual y sencilla posible supone un primer nivel de acercamiento y dedicación al problema en sí mismo que contribuirá a una mejor comprensión de las dificultades y, por tanto, les acercará a su correcta solución. Además, la presentación clara y ordenada de datos permitirá la elaboración de procesos mentales que conduzcan a la resolución del problema.

Concepciones erróneas sobre la probabilidad.-

Señalaremos a continuación, las concepciones erróneas más frecuentes de los alumnos sobre el azar y la probabilidad descritos por Van del Walle, Karp y Bay-Williams (2013):

- Confundir la commutatividad: Los alumnos deben reconocer todas las posibilidades que se pueden dar en un suceso. Por ejemplo, el lanzamiento de dos monedas, los niños piensan que sacar cara y cruz es igual de probable que sacar dos caras.
- La falacia del jugador: Consiste en pensar que el azar se regula solo. Por ejemplo, si al lanzar dos dados, se ha obtenido varias veces seguidas el número 7, los niños pueden creer que en los próximos lanzamientos se va a volver a obtener el mismo número, o por el contrario, que ya no va a salir más.
- La ley de los pequeños números: consiste en sacar una conclusión rápida que puede ser errónea a partir de pocos datos. Hay que invitar a los alumnos a que comparen pocos datos con grandes cantidades para que se percaten de que el número de intentos es importante e influye en el resultado.
- Predominio de la información irrelevante: los alumnos son capaces de invalidar la información relevante sobre una muestra de una población por la influencia de sus corazonadas, la creencia en números de la suerte, etc.
- Todos los sucesos posibles de un experimento son equiprobables: pensar, por ejemplo, que en el lanzamiento de dos dados, al sumar las puntuaciones los números del 2 al 12 tienen la misma probabilidad de salir.

De igual forma, otras dificultades o concepciones erróneas sobre la probabilidad derivan de la falta de conocimiento del significado de las fracciones y de las proporciones (razonamiento proporcional). Ambos contenidos matemáticos suelen ser un tema complejo para los alumnos de primaria, quienes normalmente no llegan a comprenderlo en su totalidad, presentando muchas dificultades en su aprendizaje. Si éstos no llegan a desarrollar una comprensión adecuada y un manejo sustancial de ambos temas, difícilmente podrán abordar con éxito los contenidos probabilísticos que se tratan en la etapa de educación primaria.

LABAPC

No queremos finalizar este apartado sin incluir un recurso multimedia elaborado por García Moreno (2010) “Laboratorio básico de azar, probabilidad y combinatoria”. LABAPC. Trabajo que obtuvo el primer premio de desarrollo de materiales educativos organizado por el MEC a través del Instituto de Tecnologías Educativas en el año 2010. LABAPC es un recurso multimedia, en forma de página web, formado por más de cincuenta aplicaciones o instrumentos interactivos, íntimamente interrelacionados entre sí (por sus contenidos, sus procedimientos, su interfaz,...). Estas aplicaciones pretenden, mediante la simulación y experimentación, abordar el tema de la probabilidad. Se simulan una gran variedad de experimentos aleatorios, se configuran situaciones a modo de problemas y se hacen comparaciones de situaciones probabilísticas.

2.2. ANÁLISIS DE LA LEGISLACIÓN

EL OBJETO DE LAS MATEMÁTICAS EN LA LOE Y EN LA LOMCE

De acuerdo con la LOE, la educación matemática forma parte de la herencia cultural que las sociedades transmiten a sus jóvenes, fundamentalmente a través de los sistemas educativos, con una doble finalidad: proporcionar la formación matemática básica que cualquier ciudadano, independientemente de su profesión necesita para desenvolverse en sociedad y potenciar su formación intelectual general mediante el desarrollo de habilidades de razonamiento y de comunicación, de elaboración y uso de estrategias de resolución de problemas y fomento de actitudes positivas para el aprendizaje. Es por tanto, objetivo prioritario que los alumnos alcancen un grado satisfactorio de alfabetización matemática; es decir, que sean capaces de identificar y entender el papel que las matemáticas tienen en el mundo, que se encuentren en disposición de emitir juicios bien fundados y que sean competentes al usar los contenidos matemáticos en las distintas esferas de la actividad social.

De acuerdo con la LOMCE el objeto de las matemáticas como ciencia es el estudio de las propiedades de los entes abstractos, como números, figuras geométricas o símbolos, y sus relaciones. Por la capacidad de abstracción que requieren, en la Educación Primaria se busca alcanzar una eficaz alfabetización numérica, entendida como la capacidad de enfrentarse con éxito a situaciones en las que intervengan números y sus relaciones, permitiendo obtener información efectiva directamente o a través de la comparación, la estimación y el cálculo mental o escrito. Es preciso en el tratamiento escolar de las Matemáticas un plano instrumental que incida especialmente en el desarrollo y aplicación del razonamiento matemático.

Desde este punto de vista, el objeto de las Matemáticas y su tratamiento en la Educación Primaria es muy similar en ambas leyes. Ambas dan prioridad a la resolución de problemas en situaciones cotidianas, de forma que el énfasis se sitúe en el proceso, su planificación y ejecución, la aproximación al método científico y el desarrollo de actitudes básicas para el trabajo matemático.

CONTENIDOS LOE, CONTENIDOS LOMCE

El área de matemáticas en la LOE se ha organizado en cuatro bloques de contenido: Números y operaciones; Medida; y Geometría y Tratamiento de la información, azar y probabilidad.

El área de matemáticas en la LOMCE tiene cinco bloques de contenido: Procesos, métodos y actitudes en matemáticas; Números; Medida; y Geometría Estadística y Probabilidad. De forma que los bloques de contenido 2, 3, 4 y 5, coinciden con los de la LOE, y se añade el primer bloque que se refiere al análisis de problemas mediante tablas, dibujos, esquemas..., utilización de método científico, medios tecnológicos, elaboración de pequeñas investigaciones...

En cuanto a la LOMCE, se adelantan contenidos que antes se trabajaban en 6º, ahora en 5º o 4º. En general, se adelantan los contenidos, incluyendo en Primaria contenidos que actualmente se desarrollan en Secundaria. Algunos ejemplos serían:

- Área, volumen, geometría más en profundidad se adelanta a 5º. Ahora se trabaja en 6º.
- Sistema sexagesimal desde 3º, ahora se empieza en 4º.
- Porcentajes, probabilidad y estadística desde 3º, ahora a partir de 4º o 5º.
- El tiempo y el dinero se trabajará mucho en 1º y 2º. Desde 3º se trabajará solo el tiempo.
- Mínimo común múltiplo y máximo común divisor se estudiará en 5º. Ahora se les da una idea en 6º, y se desarrolla en secundaria.
- Decimales y operaciones con decimales desde 3º..ahora se inicia a final de 4º.
- Polinomios desde 4º....

En cuanto a la **estadística y probabilidad**, objeto del presente trabajo, podemos decir que en la LOE los contenidos son más amplios pero menos específicos, se da más margen de aplicación.

En la LOE en el primer ciclo se incluye la interpretación de gráficos sencillos y de tablas estadísticas; así como la utilización de técnicas elementales para la recogida, ordenación y presentación de datos. También distinción entre lo imposible, seguro y probable.

En la LOMCE en 1º recogida y recuento de datos e interpretación de pictogramas. En 2º recogida, recuento y agrupación de datos e interpretación de gráficos sencillos.

En la LOE en el segundo ciclo interpretación de gráficos, tablas de datos de doble entrada y de tablas estadísticas; así como la recogida y registro de datos y la organización y presentación en tablas.

En la LOMCE en 3º recogida, ordenación y clasificación de datos y realización e interpretación de gráficos sencillos: diagramas de barras y sectoriales. En 4º se incluyen

los diagramas lineales y se trabajan las experiencias sobre el resultado: posible, imposible y seguro que en la LOE se enseñaban en el primer ciclo.

En la LOE en el tercer ciclo interpretación de tablas estadísticas y gráficos. Representación e interpretación de distintos tipos de gráficas de datos. Utilización de ordenadores para el registro. Media, moda, rango y mediana. Azar, experimentos aleatorios y deterministas. Suceso imposible y seguro. Conjeturar probabilidades mediante tablas de resultados de experimentos aleatorios.

En la LOMCE en 5º elaboración e interpretación de tablas de frecuencias absolutas y de gráficos sencillos. Media, moda, rango y frecuencia. Azar: estimaciones basadas en la experiencia sobre el resultado y cálculo de la probabilidad de un suceso

En 6º curso realización e interpretación de tablas de frecuencias absolutas y relativas y de gráficos sencillos. Análisis crítico de las informaciones. Media, moda, rango y frecuencia. Azar: carácter aleatorio de algunas experiencias y cálculo de la probabilidad de un suceso.

En la LOE se tratan los contenidos por Etapa, ciclo y bloque. En nuestro caso bloque 4: Tratamiento de la información, azar y probabilidad. En ella se incluyen como contenidos relevantes para la Etapa:

- Que los alumnos sean competentes para hacer un análisis crítico de la información recibida en los medios de comunicación de datos e de información numérica.
- Que los alumnos alcancen cierto grado de competencia para elaborar informaciones estadísticas. Para ello se proponen problemas reales de análisis de datos y atender a distintos aspectos que intervienen en su resolución: la propia formulación del problema, la recolección de datos, su organización y presentación, el descubrimiento de regularidades y características propias de los datos y la interpretación de los resultados. Según esto, este trabajo estadístico ayudará a formar en el alumnado hábitos de pensamiento que les lleven a preguntarse por las cosas, a hacer predicciones y a formular nuevos problemas.
- Que los alumnos alcancen los procesos antes descritos a través de situaciones en las que intervenga el azar. Estas situaciones deben conducir al descubrimiento de la regularidad en el azar, diferentes grados de probabilidad en los sucesos, la posibilidad de prever resultados que introducir en el estudio sistemático de experimentos y sus resultados, así como al uso de herramientas estadísticas para ello.

En cuanto a los contenidos específicos de la Estadística y la Probabilidad en los diferentes ciclos:

Primer ciclo de Primaria

- Descripción verbal, obtención de información cualitativa e interpretación de elementos significativos de gráficos sencillos relativos a fenómenos cercanos.
- Interpretación de distintos tipos de tablas estadísticas: amplitud de los intervalos, frecuencias más destacadas, informaciones que proporciona la tabla, comparación de tablas con la misma variable y distintas poblaciones, comparación de tablas con la misma población y distintas variables, etc.
- Utilización de técnicas elementales –observación, medición y encuesta- para la recogida, ordenación y presentación de datos en contextos familiares y cercanos, formulando conclusiones sencillas.
- Distinción entre lo imposible, lo seguro y aquello que es posible pero no seguro, y utilización en el lenguaje habitual de expresiones relacionadas con la probabilidad.
- Participación y colaboración activa en el trabajo en equipo y en el aprendizaje organizado a partir de la investigación estadística sobre situaciones reales. Respeto al trabajo de los demás.

Segundo ciclo de Primaria

- Tablas de datos. Lectura e interpretación de tablas de doble entrada de uso habitual en la vida cotidiana. Uso de estrategias eficaces de recuento de datos.
- Interpretación de distintos tipos de tablas estadísticas: amplitud de los intervalos, frecuencias más destacadas, informaciones que proporciona la tabla, comparación de tablas con la misma variable y distintas poblaciones, comparación de tablas con la misma población y distintas variables, etc.
- Interpretación y descripción verbal y por escrito de elementos significativos de gráficos sencillos relativos a fenómenos familiares.
- Recogida y registro de datos sobre los objetos, fenómenos y situaciones familiares utilizando técnicas elementales de observación, medición y encuesta.
- Organización y presentación de los datos: tablas de frecuencia absoluta, diagramas de barras y pictogramas. Formulación de conclusiones sencillas.

- Valoración de los resultados de experiencias en las que interviene el azar, para apreciar que hay sucesos más o menos probables y para observar la imposibilidad de predecir un resultado concreto.
- Introducir el lenguaje del azar.
- Disposición a la elaboración y presentación de gráficos y tablas de forma ordenada y clara.
- Confianza en las propias posibilidades y curiosidad, interés y constancia en la interpretación de datos presentados de forma gráfica.
- Valorar el conocimiento estadístico como medio para expresar y conocer mejor la realidad.

Tercer ciclo de Primaria

- Interpretación de distintos tipos de tablas estadísticas. Informaciones que proporciona la tabla, comparación de tablas.
- Tablas de datos. Recogida y registro de datos mediante técnicas elementales de observación, medición y encuesta. Técnicas de recuento. Valores de la variable y frecuencias absolutas. Transformación de frecuencias absolutas en porcentajes para facilitar nuevas perspectivas de interpretación de los valores de la tabla. Características de las tablas: ventajas e inconvenientes.
- Interpretación y descripción verbal y por escrito de elementos significativos de gráficos sencillos relativos a fenómenos familiares.
- Representación gráfica de datos. Elección de la variable que se va a estudiar de una población formada por objetos o situaciones familiares. Características de las gráficas: ventajas e inconvenientes. Tipos de gráficos: pictogramas, de barras, polígonos de frecuencias, sectores, etc.
- Utilización de ordenadores para el registro de datos reales en tablas, visualizar distintos tipos de gráficas, estadísticas que ofrecen los programas informáticos y elección del más apropiado. Interpretación de los resultados.
- Obtención e interpretación de la media aritmética, de la moda, del rango y de la mediana, en situaciones familiares concretas, para datos agrupados y no agrupados.
- Valoración de los resultados de experiencias en las que interviene el azar, para apreciar que hay sucesos más o menos probables y para observar la imposibilidad de predecir un resultado concreto.

- Presencia del azar en la vida cotidiana. Experimentos aleatorios y deterministas. Posibles resultados de un experimento aleatorio. Suceso. Suceso imposible y seguro.
- Discusión de creencias sobre interpretaciones erróneas del azar: la suerte, el azar no tiene memoria, resultados equiprobables concebidos como imposibles, etc.
- Probabilidad: aproximación intuitiva. Grado de probabilidad de realización de un suceso.
- Aproximación experimental a la ley de los grandes números: conjeturar probabilidades mediante tablas de resultados de experimentos aleatorios.
- Valoración de la importancia de analizar críticamente las informaciones que se presentan a través de gráficos estadísticos o de tablas numéricas.
- Disposición a la elaboración y presentación de gráficos y tablas de forma ordenada y clara.
- Confianza en las propias posibilidades y curiosidad, interés y constancia en la interpretación de datos presentados de forma gráfica.
- Valorar el conocimiento estadístico como medio para expresar y conocer mejor la realidad.
- Obtención y utilización de informaciones de la vida cotidiana para la realización de tablas y gráficos estadísticos. Valoración de las cualidades de la estadística y la probabilidad: regularidad y capacidad predictiva.
- Valoración de la necesidad de reflexión, razonamiento y perseverancia para superar las dificultades implícitas en la resolución de problemas. Explicación verbal de la estrategia de resolución utilizada, del proceso seguido y de la comprobación de los resultados.
- Confianza en las propias capacidades para realizar las tareas, sabiendo a la vez valorar puntos de vista de los demás.
- Interés por utilizar las herramientas tecnológicas en la representación de datos estadísticos y en la comprensión de los contenidos funcionales.

En la LOMCE los contenidos se tratan por bloque en cada uno de los cursos. En el caso de la LOMCE no se establecen contenidos generales para tratar en la Etapa, ni en ciclo, sino que directamente pasa a señalar los contenidos que se tratarán en cada uno de los niveles en cada uno de los bloques. Se señalan a continuación los relativos al bloque 5 de Estadística y Probabilidad.

Curso 1º

Recogida y recuento de datos en situaciones de observación.

Registro e interpretación de datos en pictogramas.

Curso 2º

Recogida en situaciones de observación, recuento y agrupación de datos en función de un criterio.

Registro e interpretación de gráficos sencillos (diagramas de barras y pictogramas)

Curso 3º

Recogida, ordenación y clasificación de datos en función de un criterio.

Realización e interpretación de gráficos sencillos (diagramas de barras y circulares).

Curso 4º

Recogida, ordenación y clasificación de datos en función de más de un criterio.

Realización e interpretación de gráficos sencillos (diagramas de barras, lineales y circulares)

Estimaciones basadas en la experiencia sobre el resultado (posible, imposible, seguro) de situaciones en las que interviene el azar.

Curso 5º

Recogida y clasificación de datos cualitativos y cuantitativos

Construcción de tablas de frecuencias absolutas

Iniciación intuitiva a los conceptos de media aritmética, rango, frecuencia y moda.

Realización e interpretación de gráficos sencillos (diagramas de barras, lineales, circulares...)

Estimaciones basadas en la experiencia sobre el resultado (posible, imposible, seguro, más o menos probable) de situaciones en las que interviene el azar.

Iniciación intuitiva al cálculo de la probabilidad de un suceso

Curso 6º

Recogida y clasificación de datos cualitativos y cuantitativos.

Construcción de tablas de frecuencias absolutas y relativas.

Iniciación intuitiva a los conceptos de media aritmética, rango, frecuencia y moda

Realización e interpretación de gráficos sencillos: diagramas de barras, poligonales y sectoriales.

Análisis crítico de las informaciones que se presentan mediante gráficos estadísticos.

Carácter aleatorio de algunas experiencias.

Iniciación intuitiva al cálculo de la probabilidad de un suceso.

CRITERIOS DE EVALUACIÓN LOE, CRITERIOS DE EVALUACIÓN LOMCE

Los criterios de evaluación de la LOE son por ciclo, mientras que los de la LOMCE son por curso y bloque lo que permite que el alumno que lo necesite tenga un mayor margen para alcanzarlos.

En la LOE los criterios de evaluación se establecen por ciclo. No hay unos criterios de evaluación generales de Etapa como sí ocurría con los objetivos y contenidos por bloques. A continuación se seleccionan los que tienen que ver más concretamente con la evaluación de la estadística y la probabilidad:

Criterios de evaluación de primer ciclo.-

· Realizar interpretaciones elementales de los datos presentados en gráficas de barras. Formular y resolver sencillos problemas en los que intervenga la lectura de gráficos. Con este criterio se trata de valorar la capacidad de interpretar gráficos sencillos de situaciones familiares y verificar la habilidad para reconocer gráficamente informaciones cuantificables. 8. Hacer estimaciones sobre el resultado de sencillos juegos de azar utilizando expresiones elementales relacionadas con el azar. Se comprobará que se empieza a constatar que hay sucesos imposibles, sucesos que con casi toda seguridad se producen o que se repiten, siendo más o menos probable esta repetición. Estas nociones estarán basadas en la experiencia.

Criterios de evaluación del segundo ciclo.-

· Recoger datos sobre hechos y objetos de la vida cotidiana utilizando técnicas sencillas de recuento, ordenar estos datos atendiendo a un criterio de clasificación y expresar el resultado en forma de tabla o gráfica. Este criterio trata de valorar la capacidad para realizar un efectivo recuento de datos y representar el resultado utilizando los gráficos estadísticos más adecuados a la situación. Es asimismo motivo de evaluación la capacidad para describir e interpretar gráficos sencillos relativos a situaciones familiares.

· Hacer estimaciones basadas en la experiencia sobre el resultado (posible, imposible, seguro) de sencillos juegos de azar. Se pretende evaluar si están familiarizados con conceptos y términos básicos sobre el azar: seguro, posible, imposible...

Criterios de evaluación del tercer ciclo.-

- Realizar, leer e interpretar representaciones gráficas de un conjunto de datos relativos al entorno inmediato. Este criterio trata de comprobar la capacidad de recoger y registrar una información que se pueda cuantificar, de utilizar algunos recursos sencillos de representación gráfica (tablas de datos, bloques de barras, diagramas lineales...) y de comprender y comunicar la información así expresada.
- Hacer estimaciones basadas en la experiencia sobre el resultado (posible, imposible, seguro, más o menos probable) de sencillos juegos de azar y comprobar dicho resultado. Se comprobará si se empieza a constatar que hay sucesos imposibles, sucesos que con casi toda seguridad se producen o que se repiten, con más o menos probabilidad en esta repetición. Estas nociones estarán basadas en la experiencia.

La LOMCE marca criterios de evaluación por cursos y por bloques. Los estándares de aprendizaje evaluables concretan cada criterio de forma mucho más específica. Además los criterios de evaluación se formulan en infinitivo.

Curso 1º

- Recoger y registrar una información cuantificable mediante técnicas de recuento expresando el resultado en un pictograma.
- Leer e interpretar representaciones gráficas elementales (pictogramas...) de un conjunto de datos relativos al entorno escolar o familiar.
- Resolver problemas relacionados con situaciones del entorno escolar y familiar a partir de la interpretación de la información obtenida de gráficos sencillos (pictogramas) interpretando las soluciones en el contexto y proponiendo otras formas de resolverlo.

Curso 2º

- Recoger y registrar una información cuantificable mediante técnicas de recuento expresando el resultado en un diagrama de barras o pictograma.
- Realizar, leer e interpretar representaciones gráficas (gráficos de barras; pictogramas...) de un conjunto de datos relativos al entorno escolar o familiar.
- Resolver problemas relacionados con situaciones del entorno escolar y familiar planteados a partir de la lectura e interpretación de gráficos o tablas de doble entrada interpretando las soluciones en el contexto y proponiendo otras formas de resolverlo.

Curso 3º

- Recoger y registrar una información cuantificable utilizando recursos sencillos de representación gráfica: tablas de doble entrada, diagramas de barras y pictogramas.

- Realizar e interpretar representaciones gráficas (diagramas de barras, circulares...) de un conjunto de datos relativos al entorno escolar, familiar y la vida cotidiana.
- Resolver problemas relacionados con situaciones del entorno escolar, familiar y la vida cotidiana planteados a partir de la lectura e interpretación de tablas de doble entrada o en gráficos sencillos (diagrama de barras, sectores...) interpretando las soluciones en el contexto y proponiendo otras formas de resolverlo.

Curso 4º

- Recoger y registrar una información cuantificable utilizando recursos sencillos de representación gráfica: tablas o cuadros de doble entrada, diagramas de barras, lineales y circulares.
- Realizar, leer e interpretar representaciones gráficas (diagramas de barras, lineales, circulares...) de un conjunto de datos relativos al entorno inmediato y la vida cotidiana.
- Hacer estimaciones basadas en la experiencia sobre el resultado (posible, imposible, seguro) de situaciones del entorno inmediato y la vida cotidiana en las que interviene el azar.
- Observar e identificar en situaciones del entorno inmediato y la vida cotidiana que hay sucesos imposibles, sucesos que con casi toda seguridad se producen.
- Identificar y resolver problemas relacionados con situaciones del entorno inmediato y la vida cotidiana planteados a partir de la lectura e interpretación de gráficas (diagrama de barras, lineales, circulares...) o relacionados con la probabilidad y el azar, interpretando las soluciones en el contexto y proponiendo otras formas de resolverlo.

Curso 5º

- Recoger y registrar una información cuantificable utilizando algunos recursos sencillos de representación gráfica: tablas de datos, bloques de barras, diagramas lineales, y otros tipos de gráficos..., comunicando la información.
- Realizar, leer e interpretar tablas y representaciones gráficas de un conjunto de datos relativos al entorno inmediato.
- Hacer estimaciones basadas en la experiencia sobre el resultado (posible, imposible, seguro, más o menos probable) de situaciones sencillas en las que interviene el azar.
- Observar y constatar en situaciones del entorno inmediato que hay sucesos imposibles, sucesos que con casi toda seguridad se producen, o que se repiten, o que son más o menos probables.

- Identificar y resolver problemas relacionados con situaciones del entorno inmediato planteadas a partir de la lectura e interpretación de gráficos relacionados con la probabilidad y el azar, reflexionando sobre el proceso aplicado en su resolución.

Curso 6º

- Recoger y registrar una información cuantificable, utilizando algunos recursos sencillos de representación gráfica: tablas de datos, bloques de barras, diagramas lineales, comunicando la información.
- Realizar, leer e interpretar representaciones gráficas de un conjunto de datos relativos al entorno inmediato.
- Hacer estimaciones basadas en la experiencia sobre el resultado (posible, imposible, seguro, más o menos probable) de situaciones sencillas en las que intervenga el azar y comprobar dicho resultado.
- Observar y constatar que hay sucesos imposibles, sucesos que casi con toda seguridad se producen, o que se repiten, siendo más o menos probable esta repetición.
- Identificar, resolver problemas de la vida cotidiana, adecuados a su nivel, estableciendo conexiones entre la realidad y las matemáticas y valorando la utilidad de los conocimientos matemáticos adecuados reflexionando sobre el proceso aplicado para la resolución de problemas.

2.4. ANÁLISIS DE LIBROS DE TEXTO.

Los libros de matemáticas utilizados son:

Matemáticas: 6º de Primaria. Editorial Anaya. Deja Huella. ISBN: 978-84-667-5071-4

En Anaya, no hay unidad referida a Estadística pero sí a Probabilidad: U. 14. Azar y Probabilidad.

La unidad comienza con una introducción al tema del azar, en la cual se presentan varias viñetas en las que se presentan distintas situaciones y se realizan una serie de preguntas relacionadas con las imágenes. En la primera viñeta se dan una serie de sucesos (un día lluvioso, un reloj, una diana o sacar bolas de colores de una bolsa) y se pide a los alumnos que asignen a cada situación los siguientes términos: seguro, imposible o probable. En la segunda viñeta se dan dos situaciones: tirar un dado y lanzar una moneda al aire; se le pide a los alumnos que escriban todos los resultados posibles. En la tercera y cuarta viñeta aparecen situaciones de juego y se pregunta sobre las probabilidades de que suceda un hecho u otro.

En el primer apartado de la unidad se muestran experiencias aleatorias. Se analiza lo que son y se reconoce el número de resultados posibles. Además se transmite el concepto de suceso. En el segundo apartado: lo probable, lo seguro y lo imposible. En el tercer apartado se determina la probabilidad de un suceso mediante fracciones. Las dos últimas páginas de la unidad son de actividades de aplicación de lo aprendido. Igualmente en todos los apartados hay cuatro actividades para practicar sobre lo aprendido (un total de 26 actividades para toda la unidad).

El número de imágenes y el tamaño de las mismas es considerable. El nivel relativamente bajo.

Matemáticas. 6º de Primaria. Editorial Santillana. La Casa del Saber.

En Santillana, no hay unidad referida a Probabilidad pero sí a Estadística: U. 15. Estadística. Comienza la unidad tratando las variables estadísticas: variable cuantitativa y cualitativa y se proponen tres actividades para la puesta en práctica. En el segundo apartado se habla de la frecuencia absoluta y frecuencia relativa e igualmente se proponen varias actividades. En los siguientes apartados se enseñan: media y moda, mediana, y rango. Finaliza la unidad con actividades finales de repaso (un total de 30 actividades para toda la unidad).

El número de imágenes es proporcionado al texto. El nivel de la unidad es medio.

Matemáticas: 6º de Primaria. Editorial SM. Nuevo planeta amigo. ISBN: 978-84-675-3263-0

En SM hay una unidad de Estadística y Probabilidad: U.15. Estadística y Probabilidad.

La introducción a la unidad viene a partir de unas viñetas de un tebeo y de un texto sobre probabilidad. En los cuatro primeros apartados se tratan respectivamente: Frecuencia relativa y absoluta, la media, la moda y el rango. Para la aplicación de lo aprendido se proponen dos actividades de cada uno de los nuevos conceptos. En el quinto apartado se muestran los diferentes tipos de gráficos: de barras, lineal, circular y pictograma; pero no se enseña a realizarlos. Las actividades de esta parte son de interpretación de los gráficos. En el apartado sexto: experiencias de azar. Se muestran distintos ejemplos ilustrados con imágenes y de nuevo dos actividades de puesta en práctica. En el apartado séptimo: sucedido seguro, posible y probable a través de un ejemplo de sacar bolas de colores de una bolsa. En el apartado octavo: cálculo de probabilidades a través de fracciones e interpretación de un diagrama de sectores.

Las seis últimas páginas de la unidad son de repaso del tema, con esquema-resumen de conceptos y distintas actividades de resolución de problemas y cálculo mental.

La unidad tiene un total de 71 actividades. El número de imágenes es proporcionado al texto. El nivel de la unidad es medio-alto.

Matemáticas: 6º de Primaria. Editorial Edelvives. Mundo Agua. ISBN: 978-84-263-6924-6

En Edelvives hay una unidad de Estadística y Probabilidad: U.12. Estadística y Probabilidad.

Se presenta la unidad a través de un texto sobre Edna Paisano, una investigadora del campo de la estadística. A continuación se presentan una serie de preguntas sobre el mismo. Se pide a los alumnos que busquen información sobre el censo de su ciudad y que realicen una tabla de frecuencias y un gráfico de barras con el número de mujeres y hombres. Además hay una serie de preguntas sobre temas actitudinales como la importancia de vencer o perder, el autocontrol, etc.

En el primer apartado de la unidad se estudian la frecuencia absoluta, la frecuencia relativa y la moda. Se realiza a través de tablas y en las dos actividades propuestas se les pide realizar e interpretar tablas de frecuencias. En el segundo apartado: la media

aritmética se enseña a través de un ejemplo numérico y hay cinco actividades para practicar con la media. En el cuarto apartado se estudia la mediana, de nuevo a través de un ejemplo y de numerosas actividades con tablas y gráficos de barras. En el quinto apartado: El azar: fenómenos aleatorios y sucesos; de nuevo varias actividades con distintos apartados y utilización de tablas. En el sexto apartado: suceso seguro, suceso probable y suceso imposible. En este apartado se utilizan más imágenes y se emplea un ejemplo para la exposición. En el séptimo apartado: cálculo de probabilidades utilizando las fracciones entre aquellos casos favorables y los posibles. Hay seis páginas de repaso de la unidad en las que se incluyen el cálculo mental, la resolución de problemas, un crucigrama y la aplicación de las nuevas tecnologías con la aplicación de la estadística en tablas de Excel. Además hay una página de esquema-resumen con los conceptos más importantes tratados a lo largo de la unidad.

La unidad tiene un total de 63 actividades. Se utilizan ejemplos de situaciones reales y apenas hay imágenes. El nivel de la unidad es alto.

Pasamos ahora a realizar la comparación de estos dos últimos libros por contener ambos una unidad dedicada a Estadística y Probabilidad.

Ambos comienzan el tema con una introducción, en el caso de SM más sencilla y atrayente para los alumnos, puesto que incluye las viñetas de un tebeo y no los estudios de una investigadora en la materia. A continuación ambos libros empiezan la unidad con frecuencia absoluta y relativa y con la media, más sencilla de nuevo la propuesta de SM, más imágenes, cuadros de colores destacando la teoría y menos ejercicios. En el caso de SM continua la unidad con la moda y el rango. En el caso de Edelvives la mediana. En SM no se haya la mediana, así como en Edelvives no se trata la moda y el rango. Antes de pasar a la parte de probabilidad, SM incluye un apartado de tipos de gráficos. Ambas editoriales continúan con las experiencias de azar y suceso seguro, probable e imposible de nuevo a través de imágenes, más colores y menos ejercicios en SM. El último apartado en ambas editoriales es el cálculo de probabilidades. En cuanto al repaso y recapitulación de la unidad, son muy parecidos, con una parte de repaso de los conceptos y con abundantes actividades. En Edelvives además se propone la aplicación de las TIC a través de la realización de tablas estadísticas con Excel y nuevos ejercicios que proponen la práctica del cálculo mental a partir de porcentajes.

3. ELABORACIÓN DE UNA UNIDAD DIDÁCTICA

3.1. JUSTIFICACIÓN Y CONTEXTUALIZACIÓN.-

Esta unidad didáctica está basada en la Orden de 9 de mayo de 2007, del Departamento de Educación, Cultura y Deporte, por la que se aprueba el currículo de la Educación Primaria y se autoriza su aplicación en los centros docentes de la Comunidad autónoma de Aragón. La unidad se enmarca dentro del bloque de contenidos “Tratamiento de la Información, azar y probabilidad” de la Programación Didáctica de Matemáticas del Tercer ciclo de Primaria.

La unidad está dirigida a un grupo de 20 alumnos de sexto curso de Primaria de un centro urbano. Las características del centro y del alumnado quedan recogidas en el Proyecto Educativo de Centro. En cuanto a nuestro grupo-clase, cabe decir que se trata de un grupo bastante homogéneo en cuanto a capacidades, motivaciones y actitudes.

Al elegir la unidad didáctica “Probabilidad y Estadística” se pretende recoger algunos aspectos relativos al tratamiento de la información que los alumnos ya estudiaron en quinto curso de primaria e introducir algunas nociones muy generales e intuitivas referidas al azar, ya que, en este ciclo, las capacidades de recoger, tratar y expresar la información deben aumentar atendiendo a un mayor número de datos y a una representación gráfica más compleja y rigurosa. También es necesario que la medida y la moda no sólo se vayan obteniendo sino también interpretando.

Hay que procurar el desarrollo de la capacidad crítica a la hora de analizar la información, admitiendo la posible variabilidad de los datos utilizados para su representación e interpretación.

Además, hemos elegido esta unidad didáctica porque nos permite trabajar, profundizar y analizar en algunos aspectos interculturales y sacar conclusiones de ese análisis.

También, interrelacionando la materia con la de Conocimiento del Medio, confeccionaremos gráficos de opiniones sobre temas de interés social y cultural.

3.2. PRINCIPIOS EDUCATIVOS Y DE PROCEDIMIENTO.-

Los **principios educativos** de la unidad van a orientar y guiar los procesos en el aula son:

- Abandonar la enseñanza tradicional de las Matemáticas, adoptando un modelo científico, es decir, “hacer matemáticas”.
- Desarrollar procesos de enseñanza-aprendizaje activos y participativos en los que el alumno sea protagonista de su propio aprendizaje.
- Aproximar a los alumnos a situaciones o experiencias cotidianas en las que intervenga el azar con la intención de proporcionar un aprendizaje significativo.
- Fomentar el trabajo en equipo. Usar de forma didáctica equipos reducidos de alumnos para aprovechar al máximo la interacción entre ellos con el fin de maximizar el aprendizaje de todos y atender a la diversidad.

Los **principios de procedimiento** a desarrollar por el docente que van a orientar y guiar los procesos en el aula son los siguientes:

- Crear situaciones en las que los alumnos tengan que experimentar con diversos materiales (ruletas, dados, bolsas, monedas...), para que desarrollen conceptos de probabilidad y estadística.
- Plantear actividades que favorezcan la aparición de las concepciones de los alumnos y estos puedan llegar a comprender por qué algunos fenómenos tienen más posibilidades de ocurrir que otros.
- Favorecer el intercambio de información de los modelos intuidos por los alumnos en los juegos y en la experimentación con materiales.
- Desarrollar debates o puestas en común que impliquen someter las afirmaciones propuestas sobre los modelos intuidos por los alumnos a la consideración de los compañeros (sanción, aceptación, rechazo...).
- Institucionalizar los conocimientos construidos por los alumnos durante la actividad de clase (juegos, experimentos...).

3.3. COMPETENCIAS BÁSICAS.-

La consecución de los objetivos propuestos para esta unidad didáctica contribuirá al desarrollo de los alumnos en las competencias básicas siguientes:

Comunicación lingüística

- Comprender textos que contienen nociones matemáticas sencillas.
- Analizar e interpretar la información contenida en tablas y gráficos estadísticos sencillos y saber comunicar de forma oral y escrita la información así expresada.

Matemática

- Conocer los conceptos estadísticos más elementales para resolver problemas estadísticos.
- Intuir probabilidades en experimentos aleatorios sencillos.

Conocimiento e interacción con el mundo físico

- Utilizar la información proporcionada por tablas y gráficos estadísticos sencillos para describir elementos de la realidad.
- Reconocer la presencia de fenómenos aleatorios y deterministas en la realidad.

Tratamiento de la información y competencia digital

- Utilizar la hoja de cálculo Excel para generar gráficos estadísticos sencillos.
- Utilizar Internet como fuente de información.

Social y ciudadana

- Valorar las estadísticas sociales como medio de conocimiento y mejora de la sociedad.
- Trabajar en grupo.

Aprender a aprender

- Transformar en conocimiento la información obtenida de forma dirigida a través de Internet.

Autonomía e iniciativa personal

- Planificar el proceso a seguir para analizar una información estadística o probabilística.

3.4. OBJETIVOS.-

La unidad contribuirá a que los alumnos adquieran competencias en comunicación lingüística, matemática, conocimiento e interacción con el mundo físico, tratamiento de la información y digital, social y ciudadana, aprender a aprender y autonomía e iniciativa personal.

Los **objetivos de etapa** son los siguientes:

- a) Utilizar el conocimiento matemático para interpretar, valorar y producir informaciones y mensajes sobre fenómenos conocidos de la vida cotidiana, y reconocer su carácter instrumental para otros campos de conocimiento.
- b) Identificar en la vida cotidiana situaciones explicables matemáticamente, utilizando las propiedades y características de los conceptos matemáticos para una mejor comprensión de la realidad. Formularlas mediante formas sencillas de expresión matemática, resolverlas y valorar el sentido de los resultados, así como explicar el proceso seguido.
- c) Apreciar el papel de las matemáticas en la vida, disfrutar con su uso, de sus aspectos lúdicos, estéticos, etc., y reconocer el valor de actitudes como exploración de distintas alternativas, la conveniencia de la precisión o la perseverancia en la búsqueda de soluciones.
- d) Conocer, valorar y adquirir seguridad en las propias habilidades matemáticas para poder afrontar situaciones diversas, que permitan disfrutar de los aspectos creativos, estéticos o utilitarios, y confiar en sus posibilidades de uso.
- e) Elaborar y utilizar estrategias personales de estimación, cálculo, medida y orientación en el espacio para la resolución de problemas, valorando en cada caso las ventajas de su uso y la coherencia de los resultados y modificándolas si fuese necesario.
- f) Utilizar algunos recursos (textos, materiales, instrumentos de dibujo, calculadoras, abaco, ordenadores, etc.) para la mejor comprensión de conceptos matemáticos, la realización de tareas de cálculo, la resolución de problemas y el tratamiento de la información.
- g) Utilizar técnicas elementales de recogidas de datos para obtener información sobre fenómenos y situaciones de su entorno, representarla de forma gráfica y numérica y formarse un juicio sobre la misma.

Los objetivos didácticos de la Unidad, incluidos en la Programación Didáctica, son:

1. Leer y comprender textos con nociones estadísticas y probabilísticas sencillas.
2. Determinar la frecuencia relativa de un conjunto de datos obtenidos por muestreo.
3. Conocer los conceptos de población, muestra e individuo.
4. Conocer el concepto de carácter estadístico y sus tipos.
5. Conocer y utilizar distintas fuentes y formas de recoger la información estadística.
6. Elaborar e interpretar tablas de valores y de frecuencias absolutas y relativas.
7. Saber calcular: media, moda, mediana y rango.
8. Representar gráficamente información estadística en diagramas de barras e interpretar información dada en gráficos estadísticos sencillos.
9. Utilizar la hoja de cálculo Excel para generar diagramas de barras y de sectores.
10. Identificar fenómenos aleatorios y deterministas en la vida cotidiana.
11. Formular conjeturas sobre el comportamiento de fenómenos aleatorios sencillos y diseñar experiencias para su comprobación.
12. Definir por extensión el conjunto de los resultados posibles de una experiencia aleatoria e identificar distintos sucesos.
13. Realizar predicciones sobre la probabilidad de un suceso a partir del conjunto de datos recogidos de la repetición de experiencias.
14. Clasificar y comparar distintos sucesos de una experiencia de azar (suceso seguro, probable o imposible, más o menos probable).
15. Utilizar Internet como fuente de información.
16. Valorar la utilización de instrumentos matemáticos en otras disciplinas, descubriendo la importancia de las matemáticas en numerosos contenidos de otras áreas de conocimiento.

3.5. CONTENIDOS.-

Bloque 4. Tratamiento de la información, azar y probabilidad.

- Interpretación de distintos tipos de tablas estadísticas.
- Tablas de datos. Recogida y registro de datos. Técnicas de recuento. Valores de la variable y frecuencias absolutas. Transformación de frecuencias absolutas en porcentajes.
- Representación gráfica de datos. Elección de la variable que se va a estudiar de una población formada por objetos o situaciones familiares. Tipos de gráficos: de barras y sectores.
- Utilización de ordenadores para el registro de datos en tablas y gráficos.
- Obtención e interpretación de la media aritmética, de la moda, del rango y de la mediana.
- Valoración de los resultados de experiencias en las que interviene el azar.
- Presencia del azar en la vida cotidiana. Experimentos aleatorios y deterministas. Posibles resultados de un experimento aleatorio. Suceso. Suceso imposible y seguro.
- Disposición a la elaboración y presentación de gráficos y tablas de forma ordenada y clara.
- Confianza en las propias posibilidades y curiosidad, interés y constancia en la interpretación de datos presentados de forma gráfica.
- Valorar el conocimiento estadístico como medio para expresar y conocer mejor la realidad.
- Interés por utilizar las herramientas tecnológicas en la representación de datos estadísticos y en la comprensión de los contenidos funcionales.

3.6. METODOLOGÍA.-

A rasgos generales, partiremos siempre del nivel de desarrollo de los alumnos tanto en conocimientos cognitivos como motrices, buscando un aprendizaje significativo al cuál llegaremos intentando que los alumnos aprendan a aprender por sí solos. Suscitando su interés con estructuras lógicas y provocando la motivación de todos gracias al trabajo en un ambiente cotidiano y cercano.

Daremos a la enseñanza sobre todo, un enfoque globalizador que abarque multitud de experiencias interesantes para que los alumnos puedan establecer relaciones, consolidando un aprendizaje funcional. En el proceso de aprendizaje el alumno con ayuda o por sí solo modificará sus esquemas de conocimiento, por ello trabajaremos, en su zona de desarrollo próximo con tareas no muy lejanas a su capacidad para que pueda conectar los aprendizajes nuevos con los ya asimilados. Todo esto es posible en un ambiente favorable de interactividad entre alumnos y profesor-alumno, gracias a una información rápida, motivadora, prescriptiva y mostrando las causas y efectos de las acciones.

Nuestra labor docente se centrará en ayudar a cada alumno individualmente en la reconstrucción de esquemas para integrar los nuevos conocimientos y aportarle la información necesaria para que como protagonista del proceso sea capaz de captar y asimilar los conocimientos. Para ello, propondremos retos en un clima de confianza y seguridad, estimulando, orientando y valorando positivamente sus logros. Ello será posible en un ambiente favorable de interactividad entre alumnos y maestro-alumno, gracias a una información rápida, motivadora, prescriptiva y mostrando las causas y efectos de las acciones.

De acuerdo con la metodología que viene explícita en la LOE para el Tercer Ciclo de Primaria:

La actividad de resolución de problemas es el motor para el aprendizaje de los alumnos entendiendo esta actividad desde una triple perspectiva: hay que resolver problemas para hacer surgir nuevos contenidos matemáticos, hay que resolver problemas para ampliar y consolidar los conocimientos adquiridos y hay que resolver problemas para adquirir destrezas; además, los enunciados de los problemas deberán ajustarse a los conocimientos previos de los alumnos y, en la medida de lo posible, despertar el interés y la curiosidad de los escolares.

En las actividades propuestas en estadística deben buscarse poblaciones que resulten de interés para el alumnado, y en el estudio de estas poblaciones hay que utilizar aquellas características que sean más motivadoras para los estudiantes. Además, conviene tener presente que los problemas de la vida cotidiana pueden resultar interesantes para los adultos, pero ello no implica que lo sean para la edad infantil.

El alumnado suele traer a las aulas creencias, sólidamente asentadas, que niegan la equiprobabilidad en situaciones en la que existe, y que suelen estar asociadas a juegos de azar tan populares como la lotería. Conviene, por tanto, combatir estas interpretaciones erróneas desde la comprobación experimental mediante tablas que reúnan los resultados de todos los alumnos.

A partir de actividades propuestas a los alumnos, deduciremos las consecuencias que nos interesen para introducir los contenidos. Para que el alumno participe de forma activa, utilizaremos la prensa y temas de un entorno cercano. El libro de texto, la manipulación y la experimentación serán instrumentos básicos, así como Internet y la hoja de cálculo Excel, que suelen resultar atractivas y motivadoras y permiten que el alumno adquiera una formación básica en el campo de las tecnologías. Insistiremos en la necesidad de presentar las informaciones con orden, claridad y limpieza. Para fijar los contenidos, propondremos actividades de recapitulación y refuerzo o ampliación a realizar fuera del horario escolar.

Hemos procurado tratar de romper con la rigidez de las clases magistrales e imprimirlles dinamismo a las mismas, tratando de captar la atención de los alumnos y despertar en ellos la curiosidad por explorar y obtener conocimientos, más allá del lápiz, el papel y la memoria, para así lograr que asimilen los conceptos con más claridad.

3.7. RECURSOS MATERIALES, DIDÁCTICOS Y HUMANOS.-

Humanos: Tutor, alumnos, coordinación con tutores de nivel y ciclo y con el coordinador de ciclo.

Materiales y didácticos: Aula de grupo-clase y aula de informática.

Pizarra, lápices de colores, bolígrafos, regla y cuaderno de trabajo de los alumnos.

Báscula, dados, monedas, barajas de cartas y fotocopias de las fichas de actividades.

Prensa escrita y digital y equipos del aula de informática del centro.

Libro de texto: Matemáticas: 6º de Primaria. Editorial Edelvives. Mundo Agua.

3.8. EDUCACIÓN EN VALORES.-

Los contenidos transversales de esta unidad corresponden a educación moral y cívica, educación del consumidor y educación para la paz.

Los aspectos relativos a la “integración” suponen la oportunidad de desarrollar valores que tiendan a armonizar las dimensiones individual y social. El manejo, la interpretación y tratamiento de la información constituyen un gran enriquecimiento de recursos y conocimientos del alumnado para enfrentarse de una forma crítica al mundo del consumo y para la construcción de su propia conciencia moral. Por otra parte, el mundo del azar, en cualquiera de sus manifestaciones, está muy presente en la vida del alumno.

En cuanto a la educación para la paz, la información obtenida en distintas páginas web nos permitirá un amplio campo de posibilidades para la interpretación de información generadora de una conciencia que implique el compromiso individual y grupal de cooperación y solidaridad.

3.9. ATENCIÓN A LA DIVERSIDAD.-

De acuerdo con la fundamentación de nuestro trabajo, entendemos la respuesta a la diversidad de intereses, expectativas, motivación y conocimientos del alumnado con una parte esencial de la acción educativa. Para responder a estas situaciones proponemos una respuesta gradual que tiene por objetivo profundizar y focalizar la respuesta para cada uno de los alumnos.

Esta unidad es dinámica y adaptable a cada alumno. Con los alumnos que presenten dificultades de aprendizaje sin precisar una adaptación curricular las acciones que podrán tener lugar son: realizar actividades de refuerzo, repetir las explicaciones a nivel individual, reforzar la motivación, fomentar la participación en clase, permitir más tiempo en la realización de las tareas y priorizar el trabajo.

Los alumnos con carencias lingüísticas realizarán actividades adaptadas. Dedicaremos especial interés a que comprenda algunos conceptos básicos de la unidad.

Los alumnos que muestran interés especial por las matemáticas o que tengan un mayor rendimiento realizarán trabajos de investigación y otras actividades de ampliación.

3.10. ACTIVIDADES.-

Para trabajar los contenidos propuestos, realizaremos distintos tipos de actividades graduadas: (▲) dificultad baja, (▲▲) dificultad media y (▲▲▲) dificultad alta.

Sesión	Tipo y descripción de la actividad
1 ^a	<u>Presentación y evaluación inicial (Gran grupo):</u> (▲) Planteando cuestiones generales sobre estadística y azar y desde algunos titulares de periódicos, motivaremos a los alumnos e identificaremos sus conocimientos previos.
2 ^a	<u>Desarrollo (Grupo pequeño):</u> (▲) A partir de una encuesta sobre Fernando Alonso y Fórmula 1, introduciremos población, muestra, individuo, caracteres estadísticos y tipos.
3 ^a	<u>Desarrollo (Grupo pequeño):</u> (▲) Observando el color de pelo de sus compañeros y utilizando otra forma de recoger información (medición o encuesta), los alumnos llegarán a elaborar las tablas de frecuencias. Obtención de media, moda, mediana y rango.
4 ^a	<u>Desarrollo (Grupo pequeño):</u> (▲) Los alumnos construirán diagramas de barras de una actividad de la sesión anterior y analizarán gráficos desde un planteamiento intercultural sobre consumo de drogas.
5 ^a y 6 ^a	<u>Desarrollo (Por parejas):</u> (▲ y ▲▲) En el aula de informática los alumnos aprenderán a representar diagramas de barras y sectoriales con Microsoft Excel y realizarán la miniquiz “Ves estadística a tu alrededor”? que les llevará a reconocer la presencia de estadística en la vida cotidiana, prensa y búsqueda dirigida de información en Internet.
7 ^a	<u>Desarrollo (Grupo pequeño):</u> (▲) Presentaremos fenómenos aleatorios y deterministas para comprender las diferencias. Repitiendo un experimento aleatorio el alumno llegará a intuir la noción de probabilidad para hallar después probabilidades en casos muy sencillos.
8 ^a y 9 ^a	<u>Recapitulación (Individual):</u> (▲ y ▲▲) Todos realizarán actividades graduadas del libro de texto y otras propuestas, como la lectura de un texto y la visita de algunas páginas web.
10 ^a	<u>Evaluación (Individual):</u> (▲) Los alumnos realizarán una prueba escrita destinada a comprobar los resultados individuales y colectivos.

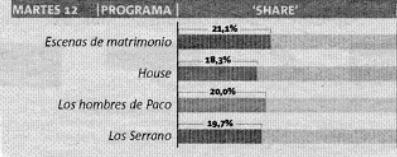
A lo largo de la unidad, la observación continua nos permitirá detectar alumnos con dificultades y alumnos con mayor rendimiento o especial interés en la unidad. Estos realizarán una ficha con actividades de refuerzo o de ampliación, respectivamente. Además, quienes no superen los objetivos de la unidad realizarán una ficha con actividades de recuperación.

1ª Sesión. Presentación y evaluación inicial.-

El número de símbolos “▲” indica la dificultad: ▲ significa dificultad baja, ▲▲ significa dificultad media y ▲▲▲ significa dificultad alta.

1. ▲ ¿Qué entendéis por estadística?
2. ▲ ¿Desde cuándo creéis que existen las estadísticas?
3. ▲ ¿Creéis que están “pasadas de moda” o, por el contrario, se siguen utilizando?
4. ▲ Los siguientes titulares y recortes han sido publicados en la prensa española.

Responde a las cuestiones que se plantean a la derecha de cada uno de ellos:

Metro, 14 de febrero de 2013 	¿Cómo obtienen los datos de las audiencias? ¿Preguntan a todos los españoles?
Los accidentes laborales crecieron un 6% en 2012, pero los graves y mortales bajaron.	¿Cómo interpretamos la noticia? ¿Es buena o mala?
Alonso: “Tengo un 30% de opciones de ganar el mundial”	¿Qué quiere decir Alonso? ¿Dirías que es muy probable que gane?

5. ▲ Fijaos en el recorte del periódico de la actividad anterior y tratad de transmitir de forma oral la misma información. ¿Qué ventajas creéis que tiene expresar la información en gráficos?
6. ▲ ¿A cuántas personas conoce que jueguen a la lotería? ¿Y a cuántas conoce que les haya tocado un premio gordo? ¿Creéis que la mayoría ha ganado o ha perdido dinero?
7. ▲ ¿Qué entendéis por “azar”? Pon ejemplos de experiencias de tu vida en las que intervenga el azar.

2^a Sesión. Desarrollo.-

El número de símbolos “▲” indica la dificultad: ▲ significa dificultad baja, ▲▲ significa dificultad media y ▲▲▲ significa dificultad alta.

1. ▲ El siguiente gráfico se publicó en “Heraldo de Aragón” el 17 de abril de 2008:



- a) ¿Qué característica o propiedad se analiza en el artículo?
 - b) ¿Quiénes son los objetos del estudio?
 - c) ¿Cómo creéis que han llegado a esas conclusiones?
 - d) ¿Creéis que han preguntado a todos los lectores del periódico?
 - e) ¿Pensáis que se habrían obtenido las mismas conclusiones si sólo hubieran encuestado en España a mujeres de 70 años?

3. ▲ Queremos estudiar ahora otras características de los coches de fórmula 1:

Piloto favorito

Longitud

Capacidad del depósito de

gasolina

Número de pilotos del equipo

Color dominante

Puesto del piloto en cierta

carrera

- Anotad 2 ó 3 características más que os parezcan interesantes.
 - ¿De qué forma se puede obtener información para hacer un estudio de cada una?
 - ¿Qué respuesta esperáis si queréis estudiar la característica “piloto favorito”? ¿Y “longitud”? ¿Y “Número de pilotos del equipo”? ¿Observáis alguna diferencia en el tipo de respuesta?
 - Clasifica las variables del enunciado y las que habéis propuesto en cualitativas y cuantitativas discretas o continuas.

3ª Sesión. Tablas de frecuencias. Formas de recoger información.-

1. ▲ Observad el color de pelo de los compañeros de clase y anotad los resultados.
 - a) Haced el recuento de los resultados.
 - b) Organizad los datos en la siguiente tabla y responded a las siguientes preguntas:

Color de pelo	Número de alumnos (Frecuencia absoluta)
Negro	
Castaño	
Rubio	
Pelirrojo	

- * ¿Cuántos alumnos tienen el pelo castaño?
- * ¿De cuántos alumnos habéis recogido información?
- * ¿Hay más alumnos con pelo negro o rubio?
- * ¿Qué fracción del total tiene pelo castaño? Escribe la fracción correspondiente a cada color. ¿Cuánto suman?
- * ¿Qué porcentajes del total tiene pelo castaño? Escribe el tanto por ciento correspondiente a cada color. ¿Cuánto suman?

Observa que podemos ampliar la tabla anterior con dos columnas más:

Color de pelo	Número de alumnos (Frecuencia absoluta)	Proporción de alumnos (Frecuencia relativa)	Porcentaje de alumnos
Negro			
Castaño			
Rubio			
Pelirrojo			

2. Poneos de acuerdo en el grupo para realizar una de las dos actividades siguientes:
 - a. ▲ Averiguad el número de piezas de frutas y verduras que toman vuestros compañeros.

Haced el recuento y elaborad la tabla de frecuencias. ¿Cómo recogéis la información?

La Organización Mundial de la Salud recomienda ingerir, al menos, 5 piezas de frutas y verduras al día. ¿Qué porcentaje de alumnos lo cumple? ¿Qué opinas de ello?

- b. ▲ Con ayuda de la báscula pesad las mochilas de los alumnos de toda la clase y anotad los resultados. Con ellos, completad la tabla siguiente:

Peso (kg)	Frecuencia absoluta	Frecuencia relativa	Porcentaje
[2,3)			
[3,4)			
[4,5)			
[5,6)			
[6,7)			

a) ¿Qué tipo de variable estáis estudiando? ¿Cómo recogéis la información?

b) ¿Cómo creéis que es sano llevar el peso en la espalda?

3. ▲ Obtenemos la media, la moda, la mediana y el rango de los datos obtenidos en las tablas de las dos actividades anteriores:

- Para obtener la media de los datos seguid los siguientes pasos:

Multiplicad cada dato por su frecuencia absoluta y suma los productos.

Dividid la suma entre el número de datos.

- La moda será el dato que mayor frecuencia absoluta tenga.

- Para obtener la mediana:

Ordenad los datos y busca el que ocupe el lugar central.

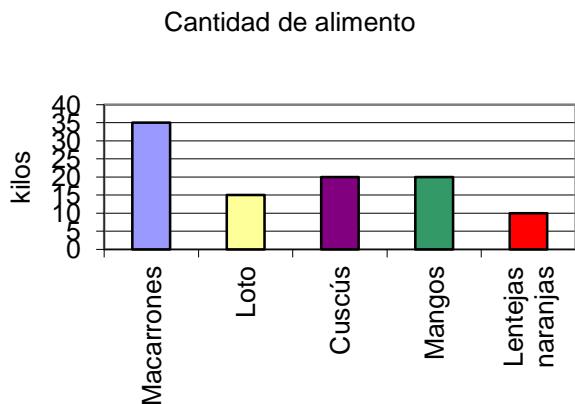
- Para obtener el rango:

Realizad la diferencia entre el dato mayor y el dato menor.

.

4ª Sesión. Gráficos estadísticos: diagrama de barras

1. ▲ En una nueva tienda que han abierto en nuestro pueblo hay diferentes alimentos: macarrones, loto, cuscús, mangos y lentejas naranjas:



- a) ¿Cuántos kilos hay de cada alimento? ¿Qué alimento abunda más en la tienda?
b) ¿Cuántos kilos de comida hay en total?
c) ¿Podríamos comprar 100 kg entre macarrones y cuscús?
d) ¿Conoces a alguien que coma cada alimento? ¿En qué culturas se suelen tomar?
e) ¿Tendría sentido que las barras estuvieran unidas? ¿Por qué?
f) A partir del gráfico elaborad la tabla de frecuencias.

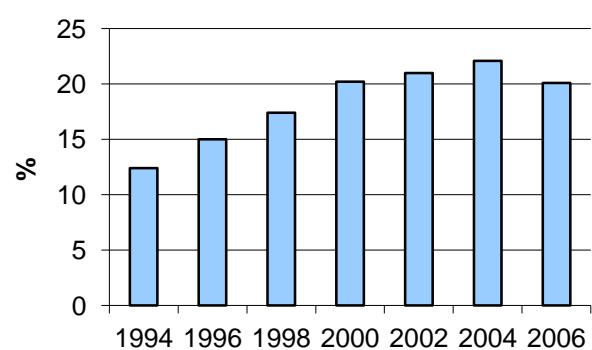
2. ▲ Construid el diagrama de barras de la actividad de desarrollo 3.

- a) ¿Qué altura tiene la barra del color castaño? ¿Y la del color pelirrojo?
b) ¿Con qué valor coincide la altura de la barra más alta? ¿Y la más baja?

3. ▲ El siguiente gráfico describe la evolución del consumo cannabis entre los jóvenes europeos.

- a) ¿En qué año se dio el mayor número de consumidores? ¿Y el menor?
b) Investigad los efectos del cannabis. ¿Es peligroso?
c) ¿Por qué creéis que se consumen drogas si su consumo se percibe como peligroso?

Consumo de cannabis entre los jóvenes europeos



5ª Sesión. Representación de diagramas de barras con Microsoft Excel

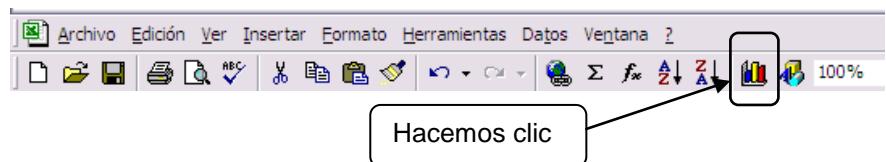
1. ► En una hoja de cálculo podemos introducir la tabla de frecuencias de una variable cualitativa o una cuantitativa discreta y representarla gráficamente con un diagrama de barras. Si cambiamos los datos de la tabla, la gráfica se actualiza automáticamente. Para ello, hacemos lo siguiente:

- Introducimos la tabla de frecuencias que queremos representar en la hoja de cálculo y seleccionamos el rango de celdas (conjunto de filas y columnas) que ocupa la tabla.

A	B	C	D
	Color favorito	Frecuencia	
	negro	8	
	azul	10	
	rosa	5	
	rojo	4	
	verde	6	

- Vamos a la barra de herramientas y hacemos clic en el icono *Asistente para gráficos*.

(O bien vamos a la barra de menús y hacemos clic en *Insertar/Gráfico*)

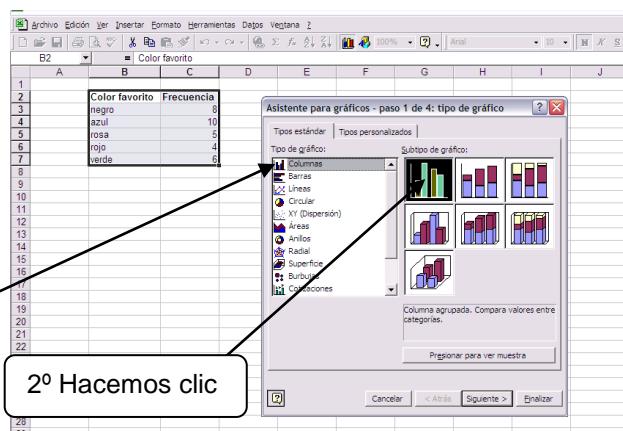


- En el apartado *Tipo de gráfico*, hacemos clic en *Columnas*.

- En el apartado *Subtipo de gráfico*, hacemos clic en el primer icono.

1º Hacemos clic

2º Hacemos clic



Hacemos clic en *Finalizar*.

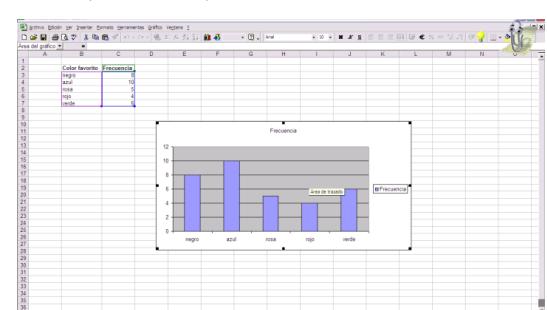
- Obtenemos el diagrama de barras.

■ EJERCICIOS:

1. Cambia las frecuencias de la tabla por otras y comprueba que el diagrama se adapta automáticamente a las nuevas frecuencias.

2. Prueba a cambiar el color de las barras, del área de trazado, el título, el tamaño de la fuente, etc. hasta que el gráfico quede a tu gusto.

- Cuenta el número de vocales de los nombres de tus compañeros y haz el diagrama de barras correspondiente con ayuda de Excel. Obtenemos el diagrama sectorial.



6ª Sesión: Miniquest “¿Ves estadística a tu alrededor?”

1. ▲ ▲

¿Ves estadística a tu alrededor?



ESCENARIO: ¿Te has parado a pensar alguna vez si hay estadística en la vida diaria? A veces no vemos la utilidad inmediata de lo que aprendemos en clase y eso nos desconcierta y crea sensación de rechazo. Por ello vamos a investigar sobre el uso y la utilidad de la estadística a nuestro alrededor.

TAREA: Vuestro trabajo consistirá en buscar en una serie de páginas web, en vuestra casa, en la calle... información sobre el uso y la utilidad de la estadística en la vida diaria.

Para ayudaros os proponemos que recapacitéis e indaguéis sobre una serie de citas y preguntas. Deberéis comentar las citas y responder a las cuestiones:



1º) *“Las matemáticas siempre intentan responder a un reto o un problema que se plantea en la naturaleza o en la sociedad en un momento determinado”*. ¿Cómo y por qué surge la estadística? ¿A qué necesidad de la naturaleza o de la sociedad responde?

2º) *“Con esas estadísticas era imposible ganar el partido”*. Pensad en un partido de fútbol o de baloncesto, ¿reconocéis la presencia de la estadística? Consulta alguna página web deportiva. ¿Qué estadísticas aparecen?

3º) *“La información recibida gráficamente se recuerda mejor”*. Abrid un periódico o revista y consultad un periódico digital. ¿Observáis algún gráfico estadístico? Poned ejemplos indicando el tipo de gráfico que se utiliza.

4º) *“Comprender la cosas que nos rodean es la mejor presentación para comprender las cosas que hay más allá”*. Buscad algunas páginas web que realicen encuestas y anotad las preguntas más interesantes. ¿Para qué se hacen las encuestas? ¿Qué temas pueden tratar? ¿Hay alguna limitación? ¿Qué es el derecho a “la libertad de expresión”?

5º) *“El 90% de las mujeres que probaron el producto redujeron su peso”*. Fijaos en los anuncios publicitarios que aparecen en Internet, en la televisión, en la radio... ¿contienen estadística? Poned algunos ejemplos.

6º) ¿Para qué os puede servir a vosotros la estadística?

RECURSOS:

<http://www.cortland.edu/flteach/stats/stat-sp.html#Historia>
<http://marcawas5.recoletos.es/Estadisticas/LigaFutbol/Controlador>
<http://www.heraldo.es/>
<http://www.elpais.es/>
<http://www.periodistadigital.com/>
<http://www.elmundo.es/>



PRODUCTO: Debéis distribuirlas por parejas y cada pareja trabajará de manera independiente para responder a las cuestiones planteadas. Dentro de la pareja es preciso que os organicéis y seleccionéis las ideas, noticias, dibujos, gráficos... que den mejor respuesta a la tarea y recojáis todo ello de manera ordenada en un informe único por pareja realizado en un documento Word. Valoraremos el trabajo sobre 50 puntos repartidos de la siguiente forma:

- Cada cuestión planteada (cita y pregunta) valdrá un máximo de 5 puntos. Deberá estar bien explicada.
- La organización de las tareas en equipo, la realización de ellas por los dos miembros de la pareja y la búsqueda de un fin común en el trabajo valdrán un máximo de 5 puntos.
- Las discusiones entre los miembros de la pareja, aceptación y discusiones tolerantes de las ideas de los compañeros y la actitud positiva hacia el trabajo valdrán un máximo de 5 puntos.
- La clara presentación de la tarea, el orden y la limpieza valdrán un máximo de 10 puntos.

7^a Sesión: Fenómenos aleatorios y deterministas

1. ▲ Considerad las siguientes situaciones:

- Lanzar una piedra al aire.
- Medir el perímetro de un rectángulo de lados conocidos.
- Lanzar un dado.
- Sumar los puntos de una ficha de dominó elegida al azar.
- Lanzar una moneda.
- Acercar los polos opuestos de un imán.

¿En cuáles podemos predecir el resultado antes de que ocurran? ¿Por qué? Si repetimos la situación en las mismas condiciones, ¿en cuáles ocurrirá lo mismo?

2. ▲ Clasifica los fenómenos de la actividad anterior como aleatorios o deterministas.

Pon otros ejemplos de fenómenos de los dos tipos.

3. ▲ Pensad en el experimento “elegir un número del 1 al 10”. Escribid todos los resultados posibles. Clasifica como “ posible” – “muy probable” – “probable” – “poco probable” – “imposible” los siguientes resultados:

- | | | |
|------------|---------------------|----------------------|
| Elegir 0 | Elegir mayor que 2 | Elegir múltiplo de 3 |
| Elegir par | Elegir menor que 20 | Elegir el 7 |

4. ▲ Elegid un experimento de estos tres:

Lanzar una moneda – Extraer una carta de la baraja y observar el palo – Lanzar un dado

a) Repetidlo 50 veces y anotad los resultados en una tabla de frecuencias.

b) ¿Creéis que las frecuencias relativas se aproximan a algún número? ¿A cuál?

¿Por qué creéis que es así? ¿Os atreveríais a decir cuál es la probabilidad de que salga “cara”, “oros” o “5”?

5. ▲ a) Si lanzamos una moneda 100 veces y obtenemos 80 caras y 20 cruces, ¿qué diríais de la moneda?

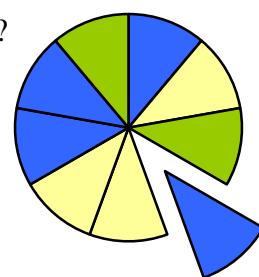
b) ¿Qué harías para saber si un dado está “trucado”?

6. ▲ En la diana de la figura, ¿Es más probable que caiga en amarillo o en azul? ¿Por qué? ¿Cuál es la probabilidad de que caiga en cada uno de los colores?

7. ▲ Coged una baraja española. Uno de los compañeros del grupo debe quitar 8 cartas del mismo palo sin decir a los demás cuál es.

Los demás tendríais que adivinar de qué palo eran las cartas retiradas.

¿Qué se os ocurre hacer para averiguarlo? ¿Por qué?



8^a y 9^a Sesión. Actividades de Recapitulación.-

El número de símbolos “▲” indica la dificultad: ▲ significa dificultad baja, ▲▲ significa dificultad media y ▲▲▲ significa dificultad alta.

1. Actividades libro de texto: Matemáticas: 6º de Primaria. Edi.Edelvives. Mundo Agua. Página 200 (1 y 2); página 201 (4,5 y 6); página 202 (3 y 5); página 203 (3); página 204 (4); página 205 (4); página 206 (4); página 207 (5, 6 y crucigrama); página 208 (1 al 10) y página 211 (1 al 7).
2. ▲▲ Busca en los libros de Ciencias Sociales o Naturales algún gráfico estadístico. ¿Cómo se llama? ¿Qué carácter estadístico analiza?
3. ▲▲ Lee el texto siguiente y responde a las cuestiones que se plantean después:

Hacer saltar la banca es fácil para un tahúr experto en estadística. Como ninguna ruleta es perfecta, al jugador le basta con observarla pacientemente un día tras otro y apuntar con cuidado los resultados. Cualquier pequeña imperfección o ligera inclinación del aparato favorecerá a ciertos números o grupos de números sobre otros. Tras analizar la información, el tahúr vuelve a la misma ruleta y se lleva todo el dinero a casa.

Hace más de diez años, el matemático y productor discográfico y cinematográfico Gonzalo García-Pelayo empezó a probar esas técnicas en el Casino de Madrid. Cuando un día se fue a casa con 100 millones de pesetas, la empresa decidió prohibirle la entrada por cometer “irregularidades en la práctica de los juegos”. Tras un enrevesado encadenamiento de sentencias y recursos, el Tribunal Supremo ha dado por fin la razón a los tecnotahúres. El casino podría prohibirles la entrada si hicieran trampa, pero no la hacen.

J. SAMPEDRO, “Los tecnotahúres vuelven al casino”,
El País Digital (fragmento adaptado)

- a) ¿Qué es un tahúr? ¿A qué se refiere el texto con tecnotahúr?
- b) ¿Qué proceso siguió Gonzalo García-Pelayo para llevarse el dinero de la ruleta?
- c) ¿En qué ramas de las matemáticas se basó el tecnotahúr?
- d) ¿Quién acudió en primer lugar a la justicia? ¿Qué argumentos dio?
- e) ¿Cuál fue la sentencia final dictada por el Tribunal Supremo? ¿Qué razones aportó?

10ª Sesión. Actividades de evaluación.-

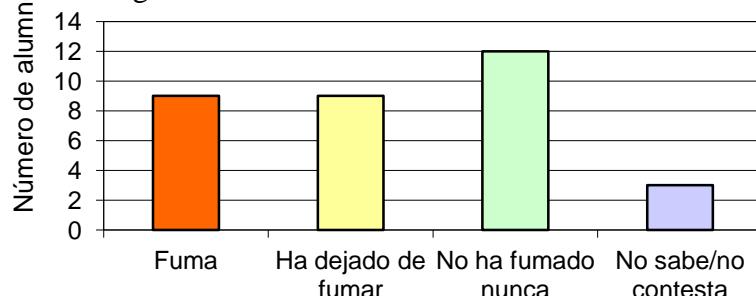
1. Se quiere realizar un estudio sobre el desayuno de los alumnos de un centro escolar y para ello, se escoge al azar un alumno de cada clase y se le hace la siguiente pregunta: “¿qué bebes al desayunar?”. Los resultados aparecen en el cuadro siguiente:

leche	–nada	–zumo	–leche	–batido	–nada	–nada	–leche	–leche	–batido	–refresco	–batido
-------	-------	-------	--------	---------	-------	-------	--------	--------	---------	-----------	---------

- a) ¿Cuál es la población del estudio? ¿Y la muestra? ¿Quiénes son los individuos?
- b) En este estudio se hace una encuesta para obtener la información. ¿Qué otras formas conoces de obtener información en un estudio estadístico? Pon un ejemplo de cada una.
- c) ¿Qué característica se estudia? ¿De qué tipo es?
- d) ¿Cuántos alumnos hay en la muestra? ¿Cuántos de ellos beben algo al desayunar?
- e) Haz el recuento de los datos y elabora la tabla de frecuencias.
- f) ¿Qué proporción de alumnos toma leche? ¿y batido?
- g) Construye el diagramas de barras de la característica. ¿Qué barra debe ser más alta, la correspondiente al dato “batido” o el del dato “leche”? ¿Por qué?

2. Se ha preguntado también a cada alumno si su padre fuma y los resultados aparecen en el siguiente

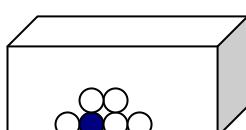
diagrama de barras:



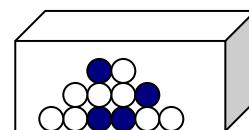
- a. ¿Qué significa que los sectores rojo y amarillo sean del mismo tamaño?
- b. ¿Cuántos adultos fuman o han fumado alguna vez? ¿Qué proporción del total suponen?

3. Lanzamos una moneda y, si sale cara, sacamos una bola de la urna 1, mientras que si sale cruz sacamos una bola de la urna 2. Miramos el color de la bola. ¿Se trata de un experimento aleatorio o determinista? ¿Por qué? Hemos empezado a jugar y ha salido cruz. ¿Es más probable que salga una bola blanca o una negra?

Urn 1



Urn 2



Actividades de Refuerzo.-

El número de símbolos “▲” indica la dificultad: ▲ significa dificultad baja, ▲▲ significa dificultad media y ▲▲▲ significa dificultad alta.

1. ▲ Une mediante flechas los conceptos de la columna 1, con sus definiciones de la columna 2.

La Estadística es todo el colectivo que estamos estudiando.

La población es una parte representativa de la población que estamos estudiando.

La muestra es la ciencia que recoge datos, los organiza y analiza para extraer conclusiones.

2. ▲ ¿Qué diferencia hay entre carácter cuantitativo y cualitativo? ¿Y entre cuantitativo continuo y discreto? Pon dos ejemplos de cada uno.

3. ▲ En la siguiente tabla de frecuencias hay cinco huecos. Complétalos:

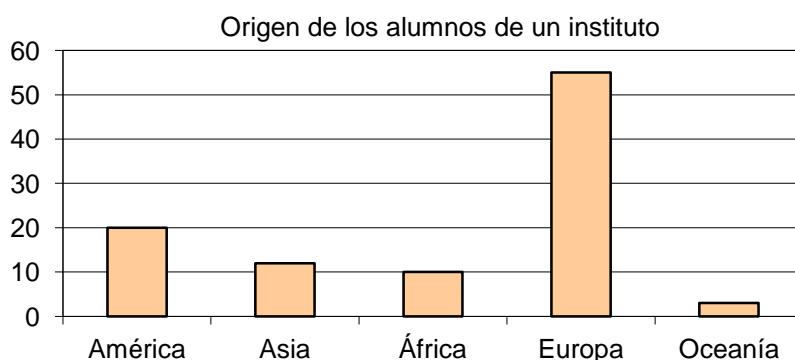
Lugar de vacaciones preferido	Frecuencia absoluta	Frecuencia relativa
Playa	5	
Montaña	3	3/10
Capital europea		
Total		

4. ▲ Vamos a ir de excursión al parque de atracciones la última semana del curso. Hemos preguntado a todos los alumnos qué día prefieren ir y estas han sido las respuestas:

V-L-M-V-X-V-V-V-X-V-M-X-X-L-J-X-V-X

- a) Confecciona una tabla de frecuencias con los datos. ¿Cuántos alumnos hay?
- b) Representa en un diagrama de barras los resultados anteriores. ¿Qué día prefiere la mayoría?

5. ▲ Completa la tabla de frecuencias a partir del siguiente diagrama de barras:



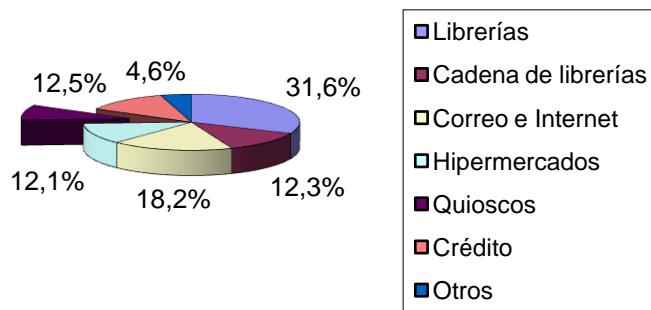
6. ▲ La señora María quiere comprar lotería de Navidad en la administración que el año pasado vendió el gordo, porque cree que será más fácil que le toque. ¿Crees que tiene razón?

7. ▲ Pablo elige hoy para comer el restaurante al que ha ido diez veces en el último mes porque, como siempre ha comido muy bien, piensa que es muy probable que esta vez también le guste la comida. ¿Crees que tiene razón? ¿Por qué?

Actividades de Ampliación.-

El número de símbolos “▲” indica la dificultad: ▲ significa dificultad baja, ▲▲ significa dificultad media y ▲▲▲ significa dificultad alta.

1. ▲▲ Hemos visto gráficos estadísticos como los diagramas de barras y de sectores pero hay muchos más. Investiga en qué consisten los pictogramas. ¿Para qué se utilizan?
2. ▲▲ Probablemente, en Ciencias Sociales habéis trabajado con pirámides de población y con cartogramas. ¿Qué tipo de información aportan?
3. ▲▲▲ Durante el año 2013 se editaron en España 62000 libros que se comercializaron de distintas formas. El diagrama de sectores siguiente presenta los porcentajes de libros en los distintos tipos de comercialización:



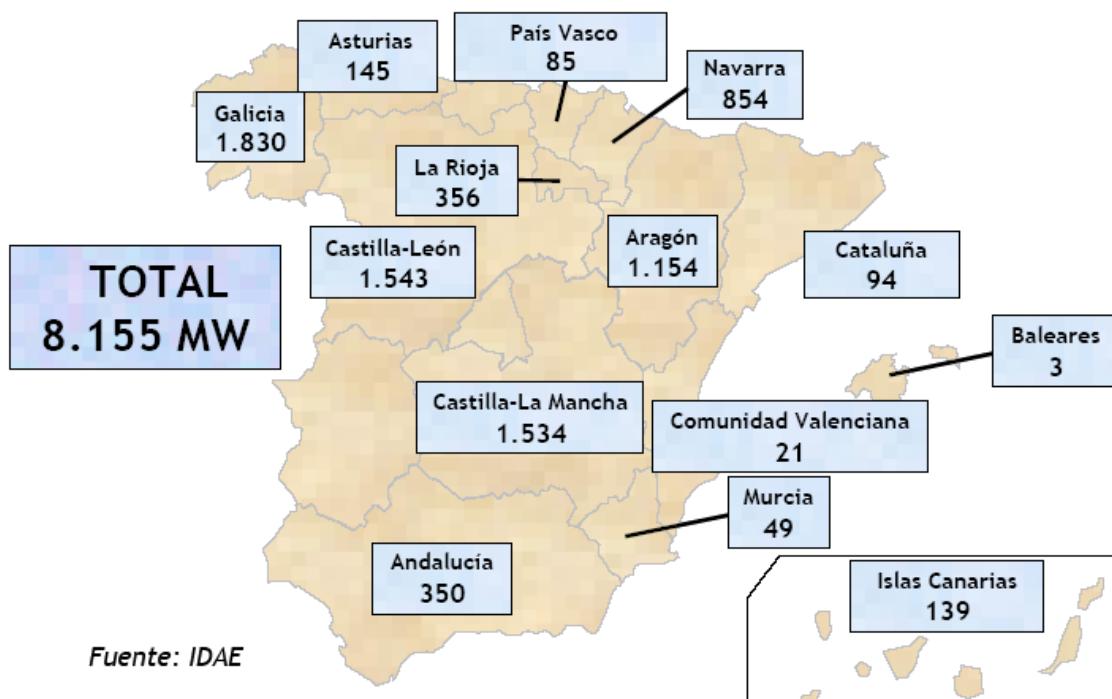
- a) ¿Qué porcentaje de libros se comercializaron en quioscos? ¿Y cuántos libros?
- b) ¿Cuántos canales son necesarios para comercializar la mitad de los libros?
¿Cuáles son?
4. ▲▲ Elegimos al azar una ficha de dominó y sumamos sus puntos. ¿Qué es más probable que salga 0 ó 6? Y 11 ó 3? Razona tu respuesta.

5. ▲ ▲ De acuerdo con la leyenda que aparece en el mapa realizamos una tabla agrupando las provincias que tienen el mismo intervalo de densidad de población. A partir de ahí establecemos los porcentajes de provincias más y menos pobladas en España.

DISTRIBUCIÓN DE LA POBLACIÓN EN ESPAÑA (2005)



6. ▲ ▲ Hallamos que porcentajes del total suponen las energías eólicas respectivas de cada una de las comunidades autónomas españolas.



Actividades de Recuperación.-

El número de símbolos “▲” indica la dificultad: ▲ significa dificultad baja, ▲▲ significa dificultad media y ▲▲▲ significa dificultad alta.

1. ▲▲ Lee el artículo “Somos lo que emitimos” publicado en “Muy interesante” y responde a las siguientes cuestiones:

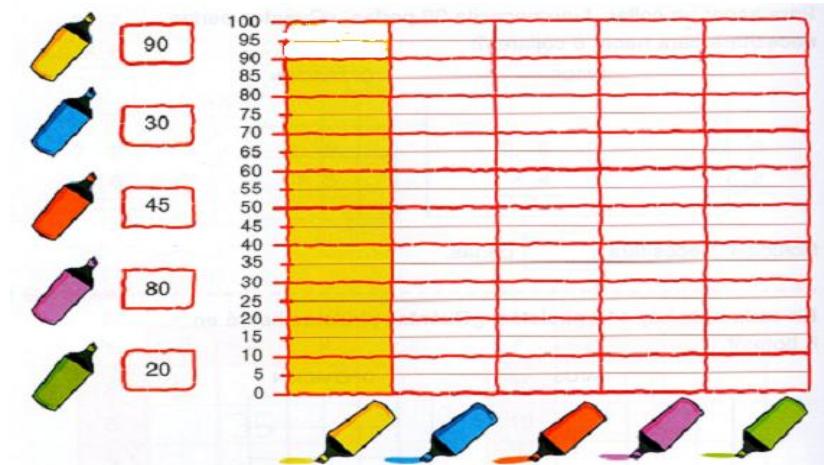


- ¿Cuántos gramos por kilómetro emite Portugal? ¿Y Alemania?
- ¿Qué países están por encima de la media europea?
- ¿España está por encima o por debajo de la media? ¿A qué es debido, según el artículo?
- Completa a partir del texto la siguiente tabla y realiza el diagrama de barras correspondiente:

Sectores	% de emisión del total de CO ₂ a nivel mundial	Frecuencia
Transportes		
Industria		
Agricultura y deforestación		
Terciario		
Otras		
Total		

Actividades para alumnos con carencias lingüísticas.-

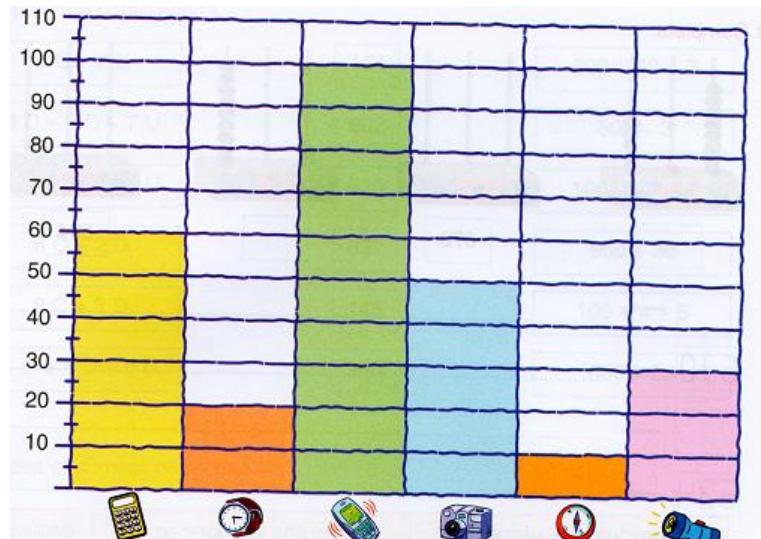
1. Observa, colorea y completa:



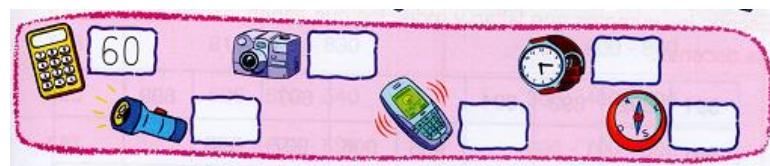
90	amarillo
30	azul
45	rojo
80	morado
20	verde

- a) ¿Cuántos rotuladores amarillos hay?
- b) Hay rotuladores azules que rojos.
- c) El rectángulo amarillo mide.....
- d) Hay rotuladores amarillos que morados.
- e) El rectángulo es más alto que el rectángulo morado.
- f) El rectángulo es el más alto y el rectángulo es el más bajo.

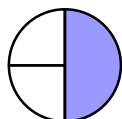
2. Observa y completa con el número de objetos:



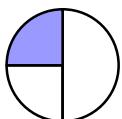
Calculadora Reloj Teléfono Cámara Brújula Linterna



3. Partes de la unidad



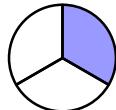
La mitad



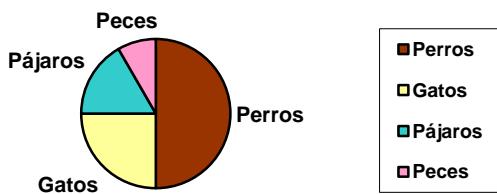
Una cuarta parte



Una unidad



Una tercera parte



Hay menos que pájaros.

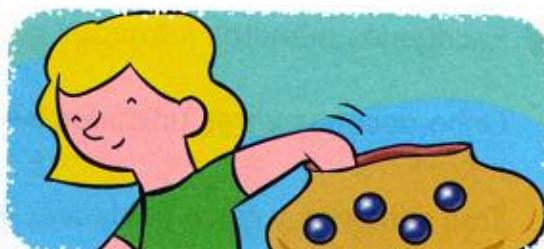
La mitad de los animales son

La cuarta parte de los animales son
.....

4. Completa los huecos con las palabras: SEGURO, POSIBLE, IMPOSIBLE



Es sacar una bola azul.



Es sacar una bola azul.



Es sacar una bola roja.



Es sacar una bola amarilla.



Es que dentro de media hora serán las 11.



Es que Fernando meta gol.

3.11. EVALUACIÓN.-

La evaluación es una valoración, a partir de la información recogida, de los aprendizajes de los alumnos, de la actuación del profesorado y del proceso de enseñanza. Se ha de entender como un proceso de recogida de información de análisis que permita conocer hasta qué punto se está produciendo un buen proceso de enseñanza-aprendizaje y qué problemas se han planteado.

Partiendo de la situación inicial del alumno y atendiendo a la diversidad de capacidades, actitudes y ritmos de aprendizaje, evaluaremos su progreso observando la participación en las actividades planteadas a lo largo de la unidad. Esta observación continua permitirá evaluar el aprendizaje de los alumnos, el proceso de enseñanza y la práctica docente para tomar las medidas oportunas para conseguir los objetivos.

Los **criterios de evaluación de la etapa** que se adecuan a esta unidad didáctica son:

- Resolver problemas sencillos que requieran operaciones elementales de cálculo, conocimientos geométricos o tratamientos de la información. Anticipar una solución razonable y utilizar las estrategias más adecuadas para abordar la solución.
- Valorar las diferentes estrategias y perseverar en la búsqueda de información y soluciones precisas en la formulación y resolución de un problema.
- Expresar de forma ordenada y clara los datos y el proceso seguido en la resolución de problemas.
- Leer, escribir, ordenar e interpretar, utilizando razonamientos apropiados, distintos tipos de números en diferentes contextos y usos del número.
- Realizar operaciones y cálculos numéricos sencillos mediante diferentes procedimientos, utilizando el conocimiento del sistema de numeración decimal, así como las propiedades de las operaciones, en situaciones de resolución de problemas.
- Realizar, leer e interpretar representaciones gráficas de un conjunto de datos relativos al entorno inmediato.
- Hacer estimaciones basadas en la experiencia sobre el resultado (posible, imposible, seguro, más o menos probable) de sencillos juegos de azar y comprobar dicho resultado.

Los criterios de evaluación de la unidad serán los siguientes:

- Responde adecuadamente a varias cuestiones planteadas acerca de un texto que contiene nociones estadísticas y probabilísticas sencillas.
- Identifica la población, la muestra y los individuos de un estudio estadístico.
- Conoce distintas formas de recoger la información en un estudio estadístico.
- Identifica y clasifica el carácter estadístico en un problema.
- Obtiene la tabla de frecuencias (absolutas y relativas) a partir de un conjunto de datos.
- Interpreta tablas de frecuencias de una distribución discreta sencilla, con pocos datos.
- Calcula media, moda, mediana y rango.
- Representa gráficamente los datos de una distribución discreta sencilla mediante un diagrama de barras y un diagrama sectorial.
- Interpreta información estadística dada en gráficos estadísticos sencillos.
- Realiza gráficos estadísticos sencillos con la hoja de cálculo Excel.
- Clasifica un fenómeno como aleatorio o determinista.
- Intuye la mayor o menor probabilidad de que un suceso ocurra a partir de información obtenida previamente de forma empírica o representada gráficamente.
- Obtiene información de Internet de forma dirigida.

Los alumnos con necesidad específica de apoyo educativo tienen criterios de evaluación específicos en sus adaptaciones curriculares. Para aquellos alumnos que no hayan superado con éxito la unidad, existen unos mecanismos de recuperación consistentes en unas actividades de recuperación que entregarán al profesor una vez terminadas para que éste las evalúe. Al final de evaluación realizarán una prueba escrita de recuperación sobre esta unidad didáctica.

3.12. CRITERIOS DE CALIFICACIÓN.-

Al terminar la unidad recogeremos el cuaderno de trabajo (incluidas actividades de refuerzo o ampliación), las actividades realizadas en el aula de informática y las cuestiones de la lectura con las que evaluaremos los objetivos (junto a la actitud, 20% de la calificación) y realizaremos una prueba escrita con carácter sumativo que evaluará los objetivos (80% de la calificación).

4. CONCLUSIONES

Las conclusiones del presente trabajo se basan en las experiencias y reflexiones llevadas a cabo por otros profesores en el ejercicio de su práctica docente. Este trabajo de fin de grado ha sido realizado dentro del curso de adaptación al grado de magisterio en educación primaria, de forma que no he tenido posibilidad de su aplicación en el aula puesto que no ejerzo en Educación Primaria, ni hemos tenido prácticas escolares en este segundo cuatrimestre del presente curso escolar 2014-2015.

Es importante reflexionar sobre las dificultades que enfrenta el maestro de matemáticas al momento de evaluar el proceso de aprendizaje de sus alumnos; debe contemplar aspectos relacionados con los alumnos y su capacidad matemática y avance cognitivo, pero, debe también entrar a evaluar diversos aspectos sobre su práctica docente como el diseño, la gestión y los resultados de sus clases; entonces en ese orden de ideas es pertinente evaluar la secuencia didáctica que se propone para la enseñanza-aprendizaje de nociones básicas de probabilidad y estadística. De este modo, deben identificarse y analizarse los roles de los alumnos, el profesor, el entorno, el saber, la actividad y su estructura.

En nuestra propuesta, hemos intentado seleccionar actividades que contribuyan a la comprensión y construcción del conocimiento probabilístico y estadístico. Hemos elegido distintas actividades para que los alumnos lleguen a comprender, no sólo la relación entre la expresión numérica y la probabilidad de los sucesos, sino que se den cuenta de que la seguridad o incertidumbre varían a medida que se recogen más datos (estadística).

En general, al alumnado le ha gustado explorar sobre la causalidad y la estadística y ha disfrutado con ello. Los juegos les han permitido explorar diversos aspectos de la probabilidad y reconocer y analizar datos en un ambiente de resolución de problemas.

Además, la mayoría de los juegos exigen una experiencia manipulativa y seguir una serie de técnicas y habilidades de origen matemático: contar, operar, observar, anotar, recontar, elaborar tablas, ver frecuencias, estudiar distintas posibilidades, realizar diagramas, distintas combinaciones de elementos... Hemos trabajado con materiales reales donde el alumno haya tenido la posibilidad de palpar, medir, clasificar, pesar, etc. Además hemos utilizado artículos de prensa y las nuevas tecnologías de la información y comunicación.

Todas estas destrezas, técnicas, habilidades matemáticas para trabajar algo sobre lo que no tenemos la sensación de certidumbre plena (es posible, seguro, improbable, escasamente probable...) chocan con el más puro determinismo del bloque de números y

operaciones. Es decir, resulta complicado y difícil de asimilar que en un experimento realizado más de una vez en idénticas condiciones no se obtenga exactamente el mismo resultado. Sólo a base de experiencia y de prácticas manipulativas, con un cierto grado de sistematización para organizar la información que se ha obtenido, los alumnos llegan a darse cuenta de que en los juegos de azar se producen regularidades que aumentan con el número de sucesos que se realizan. El azar, además de indeterminación, produce regularidades que ayudan en la toma de decisiones y a la hora de hacer predicciones.

Decir también cómo los juegos fomentan el trabajo en grupo buscando contribuir al desarrollo de valores como la amistad, la tolerancia y la solidaridad. Con este tipo de actividades lúdicas se logra mayor participación del alumnado en la construcción de su conocimiento.

En cualquier caso, los maestros, como directores de la clase y facilitadores del aprendizaje de nuestros alumnos, debemos ser muy cuidadosos a la hora de escoger y proponer un juego, ya que además de todo lo que queramos conseguir con él, está lo más importante: que sea entretenido.

Con la aplicación y gestión de la secuencia didáctica, hemos tenido en cuenta al estado inicial de los alumnos. La mayoría tiene idea respecto a la probabilidad intuitiva, y la relaciona con los juegos de azar; también se evidencia que los alumnos no llegan a hacer inferencias coherentes, además no manejan con certeza qué es un evento equiprobable.

Sin embargo, los juegos no nos han resuelto todos los problemas de enseñanza-aprendizaje en el aula. Tampoco otros recursos materiales por muy tecnológicos que sean. Lo verdaderamente importante continuamos siendo las personas: el maestro y los alumnos, ya que sin nosotros no hay acto didáctico. El clima que se genere en el aula, la elaboración de objetivos comunes, la participación en los temas de trabajo, la evaluación de las tareas, la confianza y la efectividad... van a ser la llave para que la clase funcione.

De acuerdo con Chamorro (2003), el aprendizaje se genera a través de situaciones didácticas, pero un concepto no puede ser aprendido a partir de una sola clase de situaciones; requiere de aquellas en las que el concepto interviene, las que lo dotan de sentido. Entonces cabe mencionar que el maestro debe andar en la búsqueda constante de situaciones didácticas para luego proporcionar el medio didáctico en donde el alumno reconstruye el conocimiento matemático dotándolo de sentido.

5. BIBLIOGRAFÍA

- Batanero, C. “La comprensión de la probabilidad en los niños: ¿qué podemos aprender de la investigación?”. Universidad de Granada.
- Brousseau, G. (1986) “Fundamentos y métodos de la didáctica matemática”. Facultad de Matemática, Astronomía y Física. Universidad Nacional de Córdoba.
- Ceferino, L. (2011) “Alternativas didácticas para enseñar la probabilidad” XIII Conferencia Interamericana de Educación Matemática. Brasil.
- Chamorro, C. (2003). *Didáctica de las matemáticas para primaria. Parte 1, fundamentación. Herramientas de análisis en didáctica de las matemáticas*. Pearson. Madrid.
- Díaz Godino, J. Batanero, M.C y Cañizares, M.J. (1987) Tomo 22. *Azar y probabilidad. Matemáticas cultura y aprendizaje*. Síntesis. Madrid.
- Díaz Godino, J. Batanero, M.C y Cañizares, M.J. (1996) *Azar y probabilidad. Fundamentos didácticos y propuestas curriculares*. Síntesis. Madrid.
- Díaz Godino, J. (2004). “Didáctica de las matemáticas para maestros”. Departamento de Didáctica de la Matemática. Facultad de Ciencias de la Educación. Universidad de Granada. En http://www.ugr.es/~jgodino/edumat-maestros/manual/9_didactica_maestros.pdf
- Fischbein, E. (1975) *The intuitive sources of probabilistic thinking in children*. Reidel. Holanda,
- Freudenthal, H. (1973) *Mathematics as an educational task*. Reidel.
- García Moreno, J. (2010) “Laboratorio básico de azar, probabilidad y combinatoria”. Materiales educativos. MEC.
En <http://educalab.es/recursos/historico/ficha?recurso=1350>
- Glaymann, M. y Varga, T. (1976) *Las probabilidades en la escuela*. Teide. Barcelona.
- Jiménez Vargas, J. (2014) “Diseño y planificación de la noción de Azar y Probabilidad en Educación Primaria”. Facultad de Ciencias de la Educación. Proyecto de Grado.
- Nuñez, R. (2007) “Taller de estadística y probabilidad: Juegos y trabajos para afianzar conceptos”. Lacruz, B. (2013) “Taller de estadística y probabilidad”. Departamento de Métodos Estadísticos. Universidad de Zaragoza.
- López Azuaga, R. “La enseñanza de la probabilidad en Educación Primaria”.
- Pazos Crespo, M. “La probabilidad en Educación Primaria, ¿una causalidad?”.

- Piaget, J. e Inhelder, B. (1951) *La genèse de l'idée de hasard chez l'enfant*. Presses Universitaires de France. París.
- Pujales Martínez, X.E. “Estadística, medios de comunicación y actitud crítica”, GAMMA.
- Santaló, L.A. (1977). *La educación matemática hoy*. Teide. Barcelona.
- Taléns Escrihuela, I. Elaboración de una Unidad Didáctica desde la perspectiva intercultural. En
<http://educar.unileon.es/Diversid/Webquest/unidadprobabilidad.pdf>
- Van del Walle, J.A., Karp K. S., Bay Williams, J.M (2013). *Elementary and Middle School Mathematics: Teaching Developmentally, Student Value Edition*. Pearson. Nueva York.
- Vecino Rubio, F. “La Probabilidad y la Estadística en la Enseñanza Obligatoria”. Dpto. Didáctica de las Matemáticas. U.C.M.

6. LEGISLACIÓN

La Ley Orgánica 2/2006, de 3 de mayo, de Educación. LOE, que entró en vigor en el curso 2006-2007.

ORDEN de 9 de mayo de 2007, del Departamento de Educación, Cultura y Deporte, por la que se aprueba el currículo de la Educación Primaria y se autoriza su aplicación en los centros docentes de la Comunidad autónoma de Aragón.

La Ley Orgánica 8/2013, de 9 de diciembre, para la mejora de la calidad educativa. LOMCE, que entró en vigor en el curso 2014-2015.

ORDEN de 16 de junio de 2014, de la Consejera de Educación, Universidad, Cultura y Deporte, por la que se aprueba el currículo de la Educación Primaria y se autoriza su aplicación en los centros docentes de la Comunidad Autónoma de Aragón.