

## **Grado en Matemáticas**

### **27016 - Cálculo de probabilidades**

**Guía docente para el curso 2015 - 2016**

**Curso: , Semestre: , Créditos: 6.0**

---

## **Información básica**

---

### **Profesores**

- **Ana Carmen Cebrián Guajardo** acebrian@unizar.es

- **María Pilar Lasala Calleja** lasala@unizar.es

### **Recomendaciones para cursar esta asignatura**

El estudio y trabajo continuado desde el principio de curso son esenciales para no perder el ritmo de la materia y, finalmente, superar la asignatura.

Es recomendable la realización de las actividades propuestas, especialmente la resolución de problemas. Una de las dificultades de la asignatura se presenta en la construcción del modelo adecuado para resolver los problemas con la ayuda de las herramientas que se proponen en clase, por lo que es recomendable que el alumno invierta tiempo suficiente para resolver problemas por sí mismo.

Es importante que el alumno adquiera los conocimientos suficientes en esta asignatura para poder afrontar con garantía las siguientes asignaturas del Módulo "Probabilidad y Estadística" que forman parte del título de Graduado en Matemáticas.

Se recomienda haber superado la asignatura "Introducción a la probabilidad y la estadística".

Se recomienda haber superado esta asignatura antes de matricularse en las asignaturas "Teoría de la Probabilidad", "Estadística Matemática" y "Técnicas de Regresión".

### **Actividades y fechas clave de la asignatura**

Clases de contenidos y de problemas (4 horas por semana en total), según el horario publicado por el centro.

Además del examen final global, en la fecha determinada por el centro, el estudiante podrá realizar dos pruebas intermedias a lo largo del cuatrimestre, en fechas a concretar con los alumnos.

Si el desarrollo del curso lo permite, el profesor podrá proponer actividades complementarias a realizar, de manera voluntaria, por los alumnos. Si se realizan dichas actividades, éstas serán tenidas en cuenta en la calificación del alumno.

---

## **Inicio**

---

# **Resultados de aprendizaje que definen la asignatura**

**El estudiante, para superar esta asignatura, deberá demostrar los siguientes resultados...**

**1:**

Distinguir fenómenos deterministas y fenómenos aleatorios. Comprender el modelo que utiliza la Estadística para el estudio de fenómenos aleatorios: el Espacio de Probabilidad.

**2:**

Construir el Espacio de Probabilidad adecuado para el estudio de un fenómeno aleatorio. Calcular probabilidades. Conocer e interpretar los conceptos de dependencia e independencia estocástica. Calcular probabilidades en ambas situaciones.

**3:**

Saber definir y comprender el significado de las variables aleatorias discretas y continuas, unidimensionales y multidimensionales y las funciones que las caracterizan, así como comprender su utilidad para calcular probabilidades. Conocer y saber calcular las características principales de una distribución.

**4:**

Conocer, manejar y utilizar los conceptos básicos de convergencia de sucesiones de variables aleatorias y algunas leyes de los grandes números.

**5:**

Conocer el Teorema Central de límite básico, comprender su significado y utilizarlo adecuadamente.

**6:**

Saber utilizar los conocimientos adquiridos para construir modelos que resuelvan situaciones en las que el azar es esencial.

## **Introducción**

### **Breve presentación de la asignatura**

La asignatura "Cálculo de Probabilidades" forma parte del bloque de formación básica del grado de Matemáticas. Está incluida en el módulo "Probabilidad y Estadística" y está concebida como continuación de la asignatura obligatoria de segundo curso "Introducción a la Probabilidad y la Estadística". En esta asignatura se completa el estudio de las variables aleatorias iniciado en el curso anterior estudiando en detalle las variables aleatorias continuas. También se estudian los vectores aleatorios, las convergencias estocásticas, leyes de grandes números y teorema central de límite, así como sus aplicaciones.

Se da mucha importancia al aspecto práctico a través de la resolución de problemas.

---

## **Contexto y competencias**

---

### **Sentido, contexto, relevancia y objetivos generales de la asignatura**

#### **La asignatura y sus resultados previstos responden a los siguientes planteamientos y objetivos:**

Es una asignatura obligatoria dentro del Grado de Matemáticas. Los conocimientos teóricos y las técnicas adquiridas deben servir como base para asignaturas del módulo "Probabilidad y Estadística" de cursos posteriores.

La asignatura proporciona al alumno herramientas fundamentales del cálculo de probabilidades que le permiten construir modelos para situaciones en las que la aleatoriedad es una característica esencial.

#### **Contexto y sentido de la asignatura en la titulación**

Es una asignatura del módulo "Probabilidad y Estadística" dedicada al estudio de variables aleatorias en ambientes de incertidumbre y a la construcción de modelos estocásticos que representen situaciones reales.

Para su correcto desarrollo se requieren conocimientos básicos de Algebra Lineal, Análisis Matemático.

Se recomienda haber superado la asignatura "Introducción a la probabilidad y la estadística".

Se recomienda haber superado esta asignatura antes de matricularse en las asignaturas "Teoría de la Probabilidad", "Estadística Matemática" y "Técnicas de Regresión".

## **Al superar la asignatura, el estudiante será más competente para...**

**1:**

Reconocer situaciones reales en las que aparecen las distribuciones probabilísticas más usuales.

**2:**

Entender el concepto de independencia y el de condicionamiento.

Calcular probabilidades en ambientes de incertidumbre.

**3:**

Comprender y utilizar el lenguaje y método probabilísticos.

**4:**

Reconocer situaciones reales que puedan modelarse con ayuda de la probabilidad y construir los modelos probabilísticos adecuados para ello.

**5:**

Adquirir nuevos conocimientos y técnicas probabilísticas de forma autónoma.

**6:**

Entender y saber aplicar las leyes de los grandes números y el teorema central del límite.

**7:**

Comprender y utilizar el lenguaje y método del Cálculo de Probabilidades. Conocer demostraciones rigurosas de los teoremas básicos de Probabilidad y Estadística.

## **Importancia de los resultados de aprendizaje que se obtienen en la asignatura:**

Proporcionar una formación de carácter básico dentro del Grado para poder afrontar con éxito las asignaturas del módulo "Probabilidad y Estadística".

Proporcionar una visión suficientemente amplia que permita al alumno continuar ampliando sus conocimientos en el campo de la Estadística y Probabilidad.

Proporcionar una comprensión de las situaciones aleatorias que nos rodean, y saber modelarlas adecuadamente para dar respuesta a las cuestiones de interés que se planteen.

---

## **Evaluación**

---

### **Actividades de evaluación**

**El estudiante deberá demostrar que ha alcanzado los resultados de aprendizaje previstos mediante las siguientes actividades de evaluación**

**1:**

Se realizarán dos pruebas intermedias, eliminatorias de materia. La primera correspondiente a los Bloques 1 y 2 del curso. Dicha prueba se calificará con 10 puntos y ponderará 2/3 sobre la nota final. Esa prueba se realizará en torno a la semana 11 del curso. La segunda inmediatamente después de Navidad sobre el bloque 3 del curso. Dicha prueba se calificará con 10 puntos y ponderará 1/3 sobre la nota final. Para poder optar a la calificación ponderada deberá haberse obtenido al menos un 4 en cada una de las pruebas.

Además, hay un examen final, calificado sobre 10 puntos, en la primera convocatoria para todos los

matriculados. Los alumnos que hayan superado las dos pruebas intermedias no tienen que hacer, si no lo desean, el examen final.

Los alumnos que hayan superado alguna de las pruebas intermedias podrán optar por realizar el examen final solamente sobre el resto de contenidos no eliminados o con los contenidos de toda la materia (bloques 1,2 y 3). Si optan por realizar solamente los contenidos no eliminados, su nota final será la media ponderada de la calificación de las dos pruebas realizadas. En ese caso, para poder optar a la calificación ponderada deberá haberse obtenido al menos un 4 en cada una de las pruebas; de no ser así la calificación global será Suspenso.

Si el examen final se realiza sobre toda la materia, la calificación final será la de dicho examen.

En el resto de convocatorias habrá un examen global de toda la materia que deberán hacer todos los alumnos que no hayan superado la asignatura, Su calificación será sobre 10 puntos.

---

## Actividades y recursos

---

### Presentación metodológica general

#### **El proceso de aprendizaje que se ha diseñado para esta asignatura se basa en lo siguiente:**

**Clases de teoría:** Siguiendo principalmente el modelo de clase participativa, procurando que exista interacción con los estudiantes.

**Clases de resolución de problemas:** Se trabajará en la resolución de ejercicios y problemas. Se propondrán también problemas y ejercicios para que los trabajen autónomamente los alumnos.

Dependiendo de las disponibilidades temporales, podrán realizarse algunos seminarios de temas concretos que complementen o amplíen lo desarrollado en clase.

**Tutorías.** Los alumnos tendrán tutorías personales con el profesor en un horario a convenir conjuntamente.

**Trabajo personal.** El estudio individual le permitirá asentar los conceptos explicados en las clases, así como aprender y aplicar adecuadamente las técnicas estudiadas. Deberá manejar bibliografía, además de los apuntes de clase. También deberá dedicar una parte importante de su tiempo a la resolución de los ejercicios propuestos.

La asignatura aparece en el Moodle de la Universidad de Zaragoza. Así, el alumno puede obtener, información sobre la asignatura, apuntes, bibliografía, material complementario, hojas de problemas, etc.

### Actividades de aprendizaje programadas (Se incluye programa)

#### **El programa que se ofrece al estudiante para ayudarle a lograr los resultados previstos comprende las siguientes actividades...**

**1:**

El programa que se ofrece al estudiante para ayudarle a lograr los resultados previstos comprende **Clases de teoría y problemas, así como tutorías sobre los siguientes tópicos:**

#### **Bloque 1. Revisión de conceptos de probabilidad y variables aleatorias unidimensionales (1.5 semanas, aproximadamente)**

Tema 1. Revisión de conceptos de probabilidad y variables aleatorias unidimensionales.

#### **Bloque 2 Variables aleatorias continuas y Vectores aleatorios. (9 semanas, aproximadamente)**

Tema 2. Variables aleatorias continuas unidimensionales.

Concepto de variable aleatoria continua: Funciones de distribución y densidad; modelos más habituales: uniforme, exponencial, Normal.

Otros tipos de variables aleatorias (mixtas): función de distribución y momentos.

Momentos y funciones generatrices de probabilidad y momentos.

Distribuciones gamma, chi-cuadrado y t de Student.

Tema 3. Vectores aleatorios continuos.

Definición de vectores aleatorios bidimensionales y multidimensionales. Funciones de distribución conjunta, marginales y condicionales. Variables aleatorias independientes. Transformaciones de vectores aleatorios. Momentos de vectores aleatorios.

Sumas de variables aleatorias independientes: Reproductividad.

Esperanza condicional y propiedades.

Desigualdad de Schwartz. Principio de mínimos cuadrados.

Función generatriz de una v.a. bidimensional.

Modelos más usuales: multinomial y normal.

### **Bloque 3. Convergencias estocásticas, Leyes de Grandes Números y Teorema Central de Límite. (4.5 semanas, aproximadamente)**

Tema 4.- Introducción a los distintos tipos de convergencia de sucesiones de variables aleatorias.

Tema 5.- Convergencia en distribución. Relación entre los distintos tipos de convergencia. Teorema de Slutsky.

Tema 6.- Leyes de grandes números: Bosquejo histórico.

Introducción a las Leyes débiles y fuertes de los grandes números.

Tema 7.- Teoremas del límite central para variables aleatorias independientes e idénticamente distribuidas. Aplicaciones.

**2:**

#### **Bibliografía**

Grimmett, G.; Stirzaker, David (2001) One Thousand Exercises in Probability. Oxford University Press.

Grinstead, C.M. and Snell, J.L. (1997). Introduction to Probability. American Mathematical Society.  
(Versión en pdf, 2006).

Rohatgi, W. K. and Saleh, A.K. (2000) An introduction to Probability and Statistics. Second edition. Wiley.

Ross, S. (2014) A first course in Probability. Ninth edition. Pearson Education Limited.

Velez Ibarrola, Ricardo (1995). *Cálculo de Probabilidades*. UNED.

Velez Ibarrola, Ricardo (2004). *Cálculo de Probabilidades 2*. Ediciones Académicas S.A.

Nota.- En la plataforma Moodle2 de la Universidad de Zaragoza se facilitan, además, apuntes de la asignatura y otro material complementario.

## **Planificación y calendario**

### **Calendario de sesiones presenciales y presentación de trabajos**

Todas las actividades presenciales se imparten según horario establecido por el centro, publicado con anterioridad a la fecha de comienzo del curso

## **Referencias bibliográficas de la bibliografía recomendada**

- Grimmett, Geoffrey. One thousand exercices in probability / Geoffrey R. Grimmett and David R. Stirzaker . - 1st ed., reprinted Oxford : Oxford University Press, 2003
- Lasala, Pilar. Problemas resueltos de cálculo de probabilidades / Pilar Lasal Calleja Zaragoza : Prensas Universitarias de Zaragoza, 1996
- Rohatgi, Vijay K.. An introduction to probability theory and statistics / Vijay K. Rohatgi, A. K. Md. Ehsanes Saleh . 3rd ed. New York [etc.] : John Wiley, cop. 1976.
- Vélez Ibarrola, Ricardo. Cálculo de Probabilidades 2 / Ricardo Vélez Ibarrola . - [1<sup>a</sup> ed.] Madrid : Ediciones Académicas, 2004
- Vélez Ibarrola, Ricardo. Cálculo de probabilidades I / Ricardo Vélez Ibarrola, Víctor Hernández Morales . - [1a.ed.] Madrid : UNED, 1995