

## 27009 - Ecuaciones diferenciales ordinarias

### Información del Plan Docente

<b>Año académico</b>	2017/18
<b>Centro académico</b>	100 - Facultad de Ciencias
<b>Titulación</b>	453 - Graduado en Matemáticas
<b>Créditos</b>	9.0
<b>Curso</b>	2
<b>Periodo de impartición</b>	Anual
<b>Clase de asignatura</b>	Obligatoria
<b>Módulo</b>	---

### 1. Información Básica

#### 1.1. Introducción

Breve presentación de la asignatura

Es una asignatura anual de 9 créditos de carácter obligatorio. Se introduce la noción de ecuación diferencial (ordinaria), y los tipos de problemas asociados (problema de valor inicial, principalmente, y problema de contorno). Éstos son fundamentales en la modelización y análisis de problemas derivados de situaciones reales. Se estudiarán los métodos clásicos para su resolución, así como las técnicas para extraer información cualitativa sobre las soluciones, sin necesidad de encontrar dichas soluciones.

En cursos posteriores se estudiarán las ecuaciones diferenciales en derivadas parciales, los sistemas dinámicos, así como los métodos numéricos de resolución de tales ecuaciones.

#### 1.2. Recomendaciones para cursar la asignatura

Es importante la asistencia a clase y la participación activa. Se deben asimilar las explicaciones teórico-prácticas de la materia y realizar los problemas que se propongan. Es conveniente hacer uso de las horas de tutoría para resolver dudas y ampliar conocimientos. Se deben preparar con antelación las pruebas de evaluación y los exámenes obligatorios. Es necesario seguir diariamente el desarrollo de la asignatura y poder responder a cuestiones explicadas en las semanas inmediatamente anteriores.

Durante todo el curso, se utilizarán numerosos conceptos adquiridos en las asignaturas del primer curso, en particular, en *Análisis Matemático I*, *Álgebra lineal* y *Números y conjuntos*. En el segundo semestre se necesitarán algunos resultados del primer semestre de la asignatura *Análisis Matemático II*.

#### 1.3. Contexto y sentido de la asignatura en la titulación

Esta asignatura está encuadrada en el módulo titulado *Ecuaciones diferenciales*. Es el primer contacto del alumno con el problema de la resolución de ecuaciones diferenciales. En cursos posteriores, basándose en los conceptos estudiados en este curso, se abordará el estudio de las ecuaciones en derivadas parciales y los sistemas dinámicos, así como su tratamiento por medio de métodos de aproximación numérica.

#### 1.4. Actividades y fechas clave de la asignatura

## 27009 - Ecuaciones diferenciales ordinarias

- Resolución y discusión de ejercicios en clase. Realización de trabajos por grupos, entrega del informe y exposición.
- Realización de una prueba teórica escrita a mitad de cada semestre.
- Realización de una prueba teórico-práctica escrita al final de cada cuatrimestre, según el calendario determinado por la Facultad de Ciencias.
- Examen global de la asignatura en las convocatorias de Junio y Septiembre, en las fechas determinadas por la Facultad de Ciencias.
- Durante el curso en la web de la Facultad de Ciencias se dará más información explícita.

### 2.Resultados de aprendizaje

#### 2.1.Resultados de aprendizaje que definen la asignatura

El estudiante, para superar esta asignatura, deberá demostrar los siguientes resultados...

- Sabe distinguir una ecuación diferencial de otros tipos de ecuaciones y sabe clasificarla de acuerdo a su linealidad y otras características.
- Sabe analizar la existencia, unicidad y regularidad de las soluciones.
- Sabe aplicar los distintos métodos de resolución a dichas ecuaciones cuando esto sea posible y sabe analizar cualitativamente la forma de las soluciones cuando no sea posible encontrar la solución.

#### 2.2.Importancia de los resultados de aprendizaje

- Proporcionan una formación básica dentro del Grado (ver Contexto y sentido de la asignatura en la titulación).
- Proporcionan al alumno una visión de los aspectos matemáticos relacionados con el análisis y la resolución de problemas matemáticos que describen el comportamiento dinámico de multitud de procesos reales.

### 3.Objetivos y competencias

#### 3.1.Objetivos

La asignatura y sus resultados previstos responden a los siguientes planteamientos y objetivos:

Se trata de una asignatura obligatoria cuyo objetivo es introducir el concepto de ecuación diferencial ordinaria, dotando al alumno de los principales herramientas para el análisis y resolución de este tipo de ecuaciones. Se pondrá al alumno en contacto con problemas reales que pueden ser descritos por medio de este tipo de ecuaciones.

#### 3.2.Competencias

Al superar la asignatura, el estudiante será más competente para...

- Resolver ecuaciones y sistemas diferenciales lineales
- Resolver ecuaciones diferenciales elementales
- Decidir sobre la existencia y/o unicidad de soluciones de problemas de valor inicial
- Extraer información cualitativa sobre las soluciones de ecuaciones diferenciales sin necesidad de resolverlas.
- Analizar la estabilidad de los puntos de equilibrio.
- Construir y analizar algunos modelos matemáticos sencillos por medio de ecuaciones diferenciales.

### 4.Evaluación

#### 4.1.Tipo de pruebas, criterios de evaluación y niveles de exigencia

El estudiante deberá demostrar que ha alcanzado los resultados de aprendizaje previstos mediante las siguientes actividades de evaluación

- Se evaluará el aprendizaje del alumno mediante la resolución de problemas y cuestiones teórico-prácticas propuestas por el profesor en grupos reducidos a lo largo del curso. Los resultados serán presentados y discutidos en clase. Este apartado representará un 15% de la nota.
- Se debe entregar, dentro del plazo establecido por el profesor, un informe con los resultados del trabajo en grupo. Este apartado representará un 5% de la nota.
- Se realizará una prueba escrita a mitad de semestre, sobre los contenidos teóricos de la asignatura estudiados hasta ese momento. Este apartado representará un 15% de la nota.

## 27009 - Ecuaciones diferenciales ordinarias

- Se realizará un examen parcial al finalizar cada semestre, donde se valorará el grado de conocimiento que sobre la materia tratada en clase hasta ese momento tiene el alumno. Este apartado representará un 65% de la nota (ambos parciales tendrán el mismo peso) .
- Quienes no hayan superado la asignatura por el método anterior, pueden aprobar la asignatura mediante una prueba global, que se celebrará en las fechas establecidas a tal efecto por la Facultad de Ciencias. El resultado de dicha prueba supondrá el 100% de la calificación.
- Las pruebas escritas globales y las de final de semestre constarán de problemas de aplicación (60%) así como de cuestiones teórico-prácticas y temas teóricos a desarrollar (40%).

### 5. Metodología, actividades, programa y recursos

#### 5.1. Presentación metodológica general

El proceso de aprendizaje que se ha diseñado para esta asignatura se basa en lo siguiente:

- Clases magistrales, en las que se mostrarán los aspectos esenciales de la teoría.
- Clases de problemas en grupos reducidos, en las que los alumnos resolverán ejercicios y los expondrán al resto de la clase.
- Tutorías individuales de carácter voluntario.
- Estudio y trabajo individual del alumno.

#### 5.2. Actividades de aprendizaje

El programa que se ofrece al estudiante para ayudarle a lograr los resultados previstos comprende las siguientes actividades...

- Clases magistrales.
- Clases de problemas en grupos reducidos.
- Tutorías individuales.
- Estudio y trabajo individual del alumno.

#### 5.3. Programa

##### I.- Sistemas lineales con coeficientes constantes

##### 1.- Ecuaciones lineales

Ecuaciones de orden 1

Ecuaciones de orden 2: solución de la ecuación homogénea

Ecuaciones de orden 2: solución de la ecuación no homogénea

##### 2.- Sistemas lineales homogéneos: obtención de soluciones

Soluciones propias

Vectores propios generalizados

Aplicaciones

##### 3.- Exponencial de una matriz

Convergencia de sucesiones de matrices

Exponencial de una matriz

Cálculo de la exponencial

Derivabilidad

##### 4.- Sistemas lineales con coeficientes constantes

## 27009 - Ecuaciones diferenciales ordinarias

Solución del sistema homogéneo  
Estructura de la solución  
Solución del sistema no homogéneo  
Ecuaciones de orden superior  
Sistemas con impulsos instantáneos \*

### 5.- Teoría cualitativa

Noción de estabilidad  
Estabilidad y espectro  
Diagrama de fases y clasificación de los sistemas bidimensionales

### 6.- Transformada de Laplace

Definición y primeras propiedades  
Cálculo de transformadas  
Aplicación a la resolución de \textsc{edo}  
Estabilidad

## II.- Sistemas lineales con coeficientes variables

### 7.- Ecuaciones lineales

Ecuaciones con coeficientes variables  
Desigualdad de Grönwall

### 8.- Sistemas lineales

Sistemas homogéneos: existencia y unicidad de soluciones  
Matriz resolvente  
Solución del problema no homogéneo  
Dependencia de parámetros  
Ecuaciones de orden superior  
Estabilidad \*

### 9.- Sistemas lineales con coeficientes periódicos \*

Soluciones periódica del sistema homogéneo  
Estructura de la solución  
Soluciones periódica del sistema homogéneo  
Estabilidad y resonancia

## III.- Sistemas no lineales

### 10.- Ecuaciones escalares autónomas

## 27009 - Ecuaciones diferenciales ordinarias

Ejemplos y primeras propiedades  
Existencia y unicidad. Asíntotas  
Análisis cualitativo

### 11.- Ecuaciones escalares no autónomas

Ecuaciones exactas  
Factores integrantes  
Otros métodos

### 12.- Existencia y unicidad de soluciones

Condición de Lipschitz  
Existencia y unicidad: teorema de Picard  
Prolongabilidad. Solución maximal

### 13.- Métodos numéricos para problemas de valor inicial

Métodos de Euler y de Taylor  
Convergencia  
Método de Runge-Kutta  
Métodos multipaso \*

### 14.- Regularidad de las soluciones

Dependencia continua  
Dependencia diferenciable  
La ecuación variacional  
Trivialización \*

### 15.- Teoría cualitativa

Sistemas autónomos  
Caso escalar  
Estabilidad de puntos de equilibrio: método de linealización  
Estabilidad de puntos de equilibrio: funciones de Lyapunov \*  
Diagrama de fases de un sistema en el plano

\* Estos temas se estudiarán si hay tiempo y el profesor lo estima oportuno.

## 5.4. Planificación y calendario

Ver el calendario académico de la Universidad de Zaragoza y los horarios establecidos por la Facultad de Ciencias.

### 5.5. Bibliografía y recursos recomendados

- Simmons, George F.. Ecuaciones diferenciales : con aplicaciones y notas históricas / George F. Simmons ; con un capítulo sobre métodos numéricos de John S. Robertson ; traducción Lorenzo Abellanas Rapun . - 2a ed. Madrid [etc.] : McGraw-Hill, D.L. 2000
- Boyce, William E.. Ecuaciones diferenciales y problemas con valores en la frontera / William E. Boyce, Richard C. DiPrima ; colaboración en la traducción Hugo Villagómez Velázquez . - 4a ed. México [etc.] : Limusa, cop.1998
- Braun, Martin. Ecuaciones diferenciales y sus aplicaciones / M. Braun ; Traductor Ignacio Barradas Bribiesca . - [1a ed.] México : Grupo Editorial Iberoamérica, 1990
- Hirsch, Morris W.. Ecuaciones diferenciales, sistemas dinámicos y álgebra lineal / Morris W. Hirsch, Stephen Smale ; versión española, Carlos Fernández Pérez Madrid : Alianza, 1983
- Guzmán, Miguel de. Ecuaciones diferenciales ordinarias : teoría de estabilidad y control / M. de Guzmán . - [1a. ed., reimp.] Madrid : Alhambra, 1987
- Calvo Pinilla, M.. Curso de ecuaciones diferenciales ordinarias / Manuel Calvo Pinilla y Jesús Carnicer Álvarez Zaragoza : Prensas Universitarias de Zaragoza, 2010
- Zill, Dennis G.. Ecuaciones diferenciales con aplicaciones de modelado / Dennis G. Zill . - 6a ed. México [etc.] : International Thomson Editores, cop. 1997
- Marcellan, Francisco. Ecuaciones diferenciales : problemas lineales y aplicaciones / Francisco Marcellan, Luis Casaus, Alejandro Zarzo . - 1ª ed. en español, [reimp.] Madrid [etc.] : McGraw-Hill, D. L. 1991