



Universidad
Zaragoza

TRABAJO DE FIN DE MÁSTER

**ESTRUCTURA Y DINÁMICA DE REDES
COMPLEJAS CON SIGNO:
ANEXO**

Autor:

Sergio Faci Lázaro

Director:

Dr. Jesús Gómez Gardeñes

UNIVERSIDAD DE ZARAGOZA

FACULTAD DE CIENCIAS

27 Junio 2018

Contents

1	Anexo I: Valores de los parámetros utilizados	1
2	Anexo II: Análisis de puntos fijos en una neurona	2

1 Anexo I: Valores de los parámetros utilizados

Parámetros del cultivo	
Número de neuronas	$N = 2500 \text{ neuronas}$
Densidad	$\rho = 250 \text{ neuronas/mm}^2$
Parámetros morfológicos	
Tamaño del soma	$\phi_s = 15 \mu\text{m}$
Árbol dendrítico	$\mu_d = 300 \mu\text{m}, \sigma_d = 40 \mu\text{m}$
Longitud de los axones	$\sigma_l = 800 \mu\text{m}$
Longitud de los segmentos	$\Delta l = 10 \mu\text{m}$
Ángulo entre segmentos	$\sigma_\theta = 0.1 \text{ rad}$
Parámetros del soma	
Potencial de membrana en reposo	$v_r = -60 \text{ mV}$
Umbral del potencial de membrana	$v_t = -45 \text{ mV}$
Pico del potencial de membrana	$v_p = 35 \text{ mV}$
Potencial de membrana de <i>reset</i>	$v_c = -50 \text{ mV}$
	$\tau_a = 100 \text{ ms}$
	$\tau_c = 100 \text{ ms}$
	$k = 0.5 \text{ mV}^{-1}$
	$b = 0.5$
	$d = 50 \text{ mV}$
Parámetros de la sinapsis	
Tiempo de recuperación de la depresión	$\tau_D = 1000 \text{ ms}$
Decaimiento de la depresión	$\beta = 0.8$
Fuerza de la corriente	$g_A = 50 \text{ mV}$
Tiempo de decaimiento de la corriente	$\tau_A = 5 \text{ ms}$
Parámetros de ruido	
Fuerza de ruido blanco	$g_s = 300 \text{ mV}^2 \text{ms}$
Autocorrelación del ruido blanco	$\langle \eta(t)\eta(t') \rangle = 2g_s\delta(t-t')$
Frecuencia del ruido de disparo	$\lambda = 0.01 - 0.05 \text{ ms}^{-1}$
Fuerza del ruido de disparo (<i>minis</i>)	$g_m = 10 \text{ mV}$
Tiempo de decaimiento del ruido de disparo	$\tau_m = \tau_A$
Parámetros de simulación	
Algoritmo	Runge-Kutta 2º orden
Intervalo de tiempo	$\delta t = 0.05 \text{ ms}$
Tiempo de termalización	$t_{term} = 250 \text{ ms}$
Tiempo de integración	$t_{int} = 1000 \text{ ms}$
Tiempo de simulación	$t_{sim} = t_{term} + t_{int}$
Tiempo típico de ejecución	$T_{ex} \lesssim 1 \cdot 10^5 \text{ s}$

Table 1: Valores de los parámetros utilizados

2 Anexo II: Análisis de puntos fijos en una neurona

Para simplificar la notación se utiliza $\dot{f} \equiv \frac{df}{dt}$

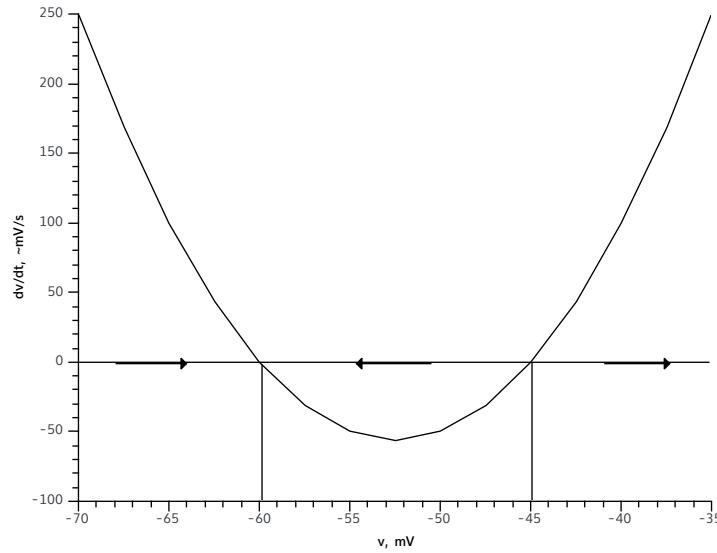
Para caracterizar la dinámica de una neurona, se puede realizar un primer análisis estudiando solo la parte cuadrática de la ecuación del potencial de membrana:

$$\dot{v} \sim (v - v_t)(v - v_r) \quad (1)$$

Esta ecuación tiene dos puntos fijos:

$$\begin{aligned} v = v_r &= -60 \text{ mV} \\ v = v_t &= -45 \text{ mV} \end{aligned} \quad (2)$$

Realizando un sencillo análisis de flujos se obtiene qué punto fijo es estable y cuál es inestable.



De donde se obtiene que el punto fijo $v = v_r$ es estable; y $v = v_t$, inestable.

Para realizar el análisis en profundidad hay que considerar las ecuaciones complejas: ecuaciones del potencial de membrana y de la corriente inhibidora e imponer las condiciones:

$$\left. \begin{aligned} \dot{v} &= 0 \\ \dot{u} &= 0 \end{aligned} \right\} \quad \left. \begin{aligned} k(v - v_t)(v - v_r) - b(v - v_r) + I + \eta \\ u = b(v - v_r) \end{aligned} \right\}$$

De donde se obtiene que los puntos fijos son:

$$v_{\pm}^* = \frac{1}{2k} \left\{ [b + k(v_t + v_r)] \pm [b + k(v_t - v_r)] \left[1 - \frac{I + \eta}{(b+k(v_t-v_r))^2 / 4k} \right]^{1/2} \right\}$$

$$u_{\pm}^* = b(v_{\pm}^* - v_r)$$

Así, calculando el Jacobiano:

$$J_{\pm} = \begin{pmatrix} \frac{dv}{d\dot{v}} & \frac{d\dot{v}}{du} \\ \frac{d\dot{v}}{d\dot{u}} & \frac{du}{d\dot{u}} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{k}{\tau_c} [2v_{\pm}^* - (v_r + v_c)] & -\frac{1}{\tau_c} \\ \frac{b}{\tau_a} & -\frac{1}{\tau_a} \end{pmatrix}$$

Las diferentes dinámicas que se puedan observar dependerán del valor de $I + \eta$ y las condiciones en que se da cada una de ellas son:

(i)

$$\textbf{Punto silla} \iff \text{Det}(J) < 0$$

(ii)

$$\textbf{Punto fijo no aislado} \iff \text{Det}(J) = 0$$

(iii)

$$\textbf{Centro} \iff \text{Tr}(J) = 0$$

(iv)

$$\textbf{Nodo inestable} \iff \begin{cases} \text{Tr}(J) > 0 \\ \text{Det}(J) > 0 \\ [\text{Tr}(J)]^2 > 4\text{Det}(J) \end{cases}$$

(v)

$$\textbf{Nodo estable} \iff \begin{cases} \text{Tr}(J) < 0 \\ \text{Det}(J) > 0 \\ [\text{Tr}(J)]^2 < 4\text{Det}(J) \end{cases}$$

(vi)

$$\textbf{Espiral inestable} \iff \begin{cases} \text{Tr}(J) > 0 \\ \text{Det}(J) > 0 \\ [\text{Tr}(J)]^2 < 4\text{Det}(J) \end{cases}$$

(vii)

$$\text{Espiral estable} \iff \begin{cases} Tr(J) < 0 \\ Det(J) < 0 \\ [Tr(J)]^2 > 4Det(J) \end{cases}$$

Calculando el valor de la traza y del determinante se obtiene:

$$Tr(J_{\pm}) = -\frac{1}{\tau_a} - \frac{k(v_r - v_c)}{\tau_c} + \frac{1}{\tau_c} \left\{ [b + k(v_t + v_r)] \pm [b + k(v_t - v_r)] \left[1 - \frac{I + \eta}{(b+k(v_t-v_r))^2/4k} \right]^{1/2} \right\}$$

$$Det(J_{\pm}) = \frac{b + k(v_r + v_c)}{\tau_a \tau_c} - \frac{1}{\tau_a \tau_c} \left\{ [b + k(v_t + v_r)] \pm [b + k(v_t - v_r)] \left[1 - \frac{I + \eta}{(b+k(v_t-v_r))^2/4k} \right]^{1/2} \right\}$$

De forma que resolviendo cada sistema y sustituyendo los valores de los parámetros se obtiene:

Dinámica	Condición
Punto silla	$I + \eta < 28.875 \text{ mV}$
Punto fijo no aislado	$I + \eta = 28.875 \text{ mV}$
Espiral estable	$28.857 \text{ mV} < I + \eta < 30 \text{ mV}$
Centro	$I + \eta = 30 \text{ mV}$
Nodo inestable	$I + \eta > 30 \text{ mV}$

Table 2: Condiciones de $I + \eta$ para cada dinámica