

## Trabajo Fin de Grado

Diseño y análisis comparativo de dos tipos de  
reductores para su uso en una turbohélice

Design and comparative analysis of two kind of  
reducers for a turboprop's application

Autor

**Carlos Bermejo Barbanoj**

Directora

**Paula Canalís Martínez**

**Grado en Ingeniería Mecánica**

Escuela de Ingeniería y Arquitectura, Universidad de Zaragoza

Febrero 2019

DECLARACIÓN DE  
AUTORÍA Y ORIGINALIDAD

(Este documento debe acompañar al Trabajo Fin de Grado (TFG)/Trabajo Fin de Máster (TFM) cuando sea depositado para su evaluación).

D./D<sup>a</sup>. Carlos Bermejo Barbanoj

con nº de DNI 73212201G en aplicación de lo dispuesto en el art.

14 (Derechos de autor) del Acuerdo de 11 de septiembre de 2014, del Consejo de Gobierno, por el que se aprueba el Reglamento de los TFG y TFM de la Universidad de Zaragoza,

Declaro que el presente Trabajo de Fin de (Grado/Máster)  
Grado \_\_\_\_\_, (Título del Trabajo)

Diseño y análisis comparativo de dos tipos de reductores para su  
aplicación en una turbohélice

es de mi autoría y es original, no habiéndose utilizado fuente sin ser citada debidamente.

Zaragoza, 31 de Enero de 2019

Fdo: Carlos Bermejo Barbanoj

En primer lugar, me gustaría dedicar este trabajo a mi familia, especialmente a mis padres, que me han apoyado en todo momento, sobre todo durante esta etapa académica que ahora llega a su fin, sin cuya ayuda nada de esto hubiera sido posible y que puedo tener la certeza que seguirán a mi lado sean cuales sean los momentos que este atravesando.

A Paula, que ha creído en este trabajo y me ha guiado, apoyado y dado ánimos a lo largo de este último trayecto, sin cuyo consejo no estaría hoy aquí, y a quien quisiera expresar mi más sincero agradecimiento.

A mis compañeros del C.M.U. Virgen del Carmen, a todos los que están ahora y a todos los que me han acompañado en algún momento y ya han acabado esta etapa, el lugar donde llegué al comenzar esta etapa académica en Zaragoza tras dejar mi Barbastro natal, un sitio que se ha convertido en un hogar fuera de casa, un lugar donde poder volver siempre, en el que he pasado los mejores momentos de mi vida, donde he aprendido mucho más de lo que podría haber imaginado aquel verano de 2014, cuando se acercaba el momento de dejar el que, hasta el momento, había sido mi único hogar, y del que me llevo vivencias y recuerdos que sé que nunca podré olvidar. De aquí me no me llevo amigos, si no una verdadera familia con la que seguir viviendo nuevas aventuras y con la que no me cabe la menor duda de que siempre podré contar, tanto en los momentos buenos como en los malos.

A mis compañeros de clase, muy especialmente los que siempre han estado ahí, y me han regalado momentos increíbles, especialmente de aquel viaje a Islandia donde vivimos varios momentos tan surrealistas como inolvidables; ellos han hecho este viaje mucho más sencillo y relajado, haciendo las clases más amenas y siendo compañeros de fatigas tanto en trabajos como en periodos de exámenes, siempre dispuestos a hacer frente lo que viniera, por duro que en aquel momento nos pudiera parecer, sé que de aquí me llevo otra familia más.

Por último, a todo el personal de esta escuela, con los que directa o indirectamente he coincidido y sin cuyo trabajo sería imposible estar hoy aquí.

## Resumen

El principal objetivo de este Trabajo de Fin de Grado es el estudio, análisis y comparación de dos sistemas reductores para su aplicación en una turbohélice.

Para ello se ha seleccionado un modelo de turbohélice del catálogo comercial de la marca Pratt & Whitney Canada, al ser una de las marcas suministradoras de este producto más reconocidas a nivel mundial.

A partir de los datos de los que se dispone de revoluciones, par y potencia de la turbohélice se han caracterizado los parámetros más importantes del conjunto de reducción. Se han realizado los cálculos de los principales elementos del sistema mediante diferentes criterios de fallo. Entre los mismos, cabe destacar el cálculo a desgaste y flexión de engranajes, el cálculo estático de los ejes señalando las secciones más desfavorables de los mismos y los esfuerzos producidos en ellas, y calculando posteriormente la vida a fatiga. Posteriormente, una vez conocidos los esfuerzos en cada uno de los apoyos se han seleccionado los rodamientos necesarios para garantizar que se soportan las fuerzas generadas.

Una vez realizado el cálculo y la selección de los elementos de cada uno de los sistemas se ha procedido a realizar una comparación entre ambos, estudiándose principalmente las ventajas que aporta cada uno respecto a los esfuerzos generados, la masa total del conjunto, el número de elementos necesarios y el material de cada uno de los elementos de cada conjunto.

También se ha procedido al modelado de los dos sistemas estudiados en 3D utilizando el software AUTODESK INVENTOR PROFESSIONAL 2019, habiéndose modelado los elementos correspondientes a los engranajes y a los ejes. A partir del modelado de los diferentes elementos se han obtenido los planos de cada uno de ellos.

Finalmente, se ha procedido a la impresión en 3D de los dos sistemas propuestos a partir de los archivos generados con el software AUTODESK INVENTOR PROFESSIONAL 2019, de forma que es posible observar físicamente los diferentes elementos que componen cada uno de los sistemas reductores.





# MEMORIA

## Índice

1. Introducción. ....	1
2. Descripción del modelo de turbohélice elegido. ....	3
3. Objetivo. ....	5
4. Cálculo de un reductor de engranajes helicoidales. ....	7
4.1. Relación de transmisión, potencia y par a transmitir. ....	7
4.2. Material de los engranajes. ....	8
4.3. Cálculo de engranajes a flexión. ....	9
4.4. Cálculo de engranajes a desgaste. ....	10
4.5. Selección de engranajes. ....	11
4.6. Cálculo y dimensionamiento de ejes. ....	12
4.7. Selección de chavetas. ....	27
4.8. Selección de rodamientos para los apoyos y lubricación. ....	28
5. Cálculo de un reductor planetario. ....	30
5.1. Relación de transmisión, potencia y par a transmitir. ....	30
5.2. Material de los engranajes. ....	31
5.3. Cálculo del planeta, satélites y la corona interna a flexión. ....	32
5.4. Cálculo del planeta, satélites y la corona interna a desgaste. ....	34
5.5. Cálculo y dimensionamiento de ejes. ....	35
5.6. Selección de chavetas. ....	39
5.7. Selección de rodamientos para los apoyos y lubricación. ....	39
6. Comparación entre los dos diseños estudiados. ....	41
7. Conclusiones. ....	48
8. Bibliografía. ....	51
9. Anexos. ....	54
9.1. Anexo I: Reductor engranajes helicoidales. ....	54
9.1.1. Cálculo de relaciones de transmisión, pares y factores de servicio. ....	54
9.1.2. Cálculo del módulo necesario a flexión y a desgaste. ....	56
9.1.3. Cálculo de esfuerzos en los apoyos. ....	68
9.1.4. Tensiones en los ejes, cálculo a resistencia y fatiga. ....	75
9.1.5. Selección de chavetas. ....	113
9.1.6. Selección de rodamientos y lubricación. ....	120
9.2. Anexo II: Reductor planetario. ....	140
9.2.1. Cálculo de relaciones de transmisión, pares y factores de servicio. ....	140
9.2.2. Cálculo del módulo necesario a flexión y a desgaste. ....	143
9.2.3. Dimensionamiento de los portasatelites y los ejes. ....	154



9.2.4. Selección de chavetas.....	182
9.2.5. Selección de rodamientos y lubricación. ....	187
9.3. Anexo III: Modelos 3D. ....	195
9.3.1. Reductor de engranajes helicoidales.....	197
9.3.2. Reductor planetario.....	202
9.4. Anexo IV: Planos .....	209

## 1. Introducción.

En todo tipo de sistema mecánico accionado por un motor, sea del tipo que sea lo el objetivo principal es el de conseguir la transmisión de potencia, factor que va a marcar el diseño de dicho sistema.

Generalmente en una maquina se parte de un motor, turbina o elemento similar, que transforma una energía del tipo que sea en energía mecánica que se utiliza para realizar un trabajo, aunque habitualmente esa energía no se utiliza en el punto donde se obtiene, sino que es necesario transmitirla al punto donde se requiere realizar el trabajo, de modo que es necesario diseñar un sistema que sea capaz de realizar dicha transmisión.

Del mismo modo, en muchas ocasiones es necesario adecuar los parámetros de salida del motor a los que necesitamos en el punto de trabajo, pues en numerosas ocasiones las condiciones de velocidad de giro y de par obtenidas del motor son diferentes a las necesarias en el punto de aplicación, por lo que es necesario adecuarlas mediante el uso de dispositivos reductores o multiplicadores.

Centrándonos en el ámbito relativo a los vehículos, y particularmente a la aviación este tipo de sistemas juega un papel clave. En los inicios de la aviación se utilizaban motores de combustión interna análogos a los utilizados en vehículos de carretera en los cuales la hélice se encontraba conectada a la salida del cigüeñal, sin embargo, esta configuración no siempre conseguía disponer en la hélice del par necesario para poder despegar o mantener en vuelo el avión, por lo que se hizo necesaria la implementación de sistemas reductores entre el motor y la hélice.

Conforme avanzaba el siglo XX se fueron desarrollando nuevos tipos de motores y propulsores para la aviación, apareciendo algunos basados en una turbina de gas, capaces de alcanzar velocidades mucho mayores. Aparecieron el turbofán y el turborreactor, pasando a ser los modelos más utilizados en los aviones comerciales de gran tamaño en las aeronaves militares hasta el día de hoy, donde el propio conjunto de compresor-turbina de la turbina de gas se encarga de conseguir una gran parte del empuje necesario o incluso el total de este, por lo que en ellos en uso de reductores se fue disminuyendo al aparecer incluso modelos que no necesitan de ellos.

Sin embargo, dentro de los propulsores basados en turbina de gas también nos encontramos las turbohélices, utilizadas habitualmente en pequeñas aeronaves comerciales, aviación recreativa y aeronaves destinadas a trabajar en condiciones extremas (p.ej. destinadas a su uso en las regiones polares, donde las temperaturas son extremas y es necesario el transporte habitual de suministros), en las cuales el conjunto compresor-turbina proporciona en torno a un 10% del empuje en el mayor de los casos, siendo el resto proporcionado por la hélice. En estos casos la velocidad de giro de la turbina de gas es muy elevada para poder utilizarse tal cual se obtiene en la hélice, mientras que el par de salida es demasiado bajo, por lo que es necesario adecuarlos para que la hélice gire a la velocidad necesaria.

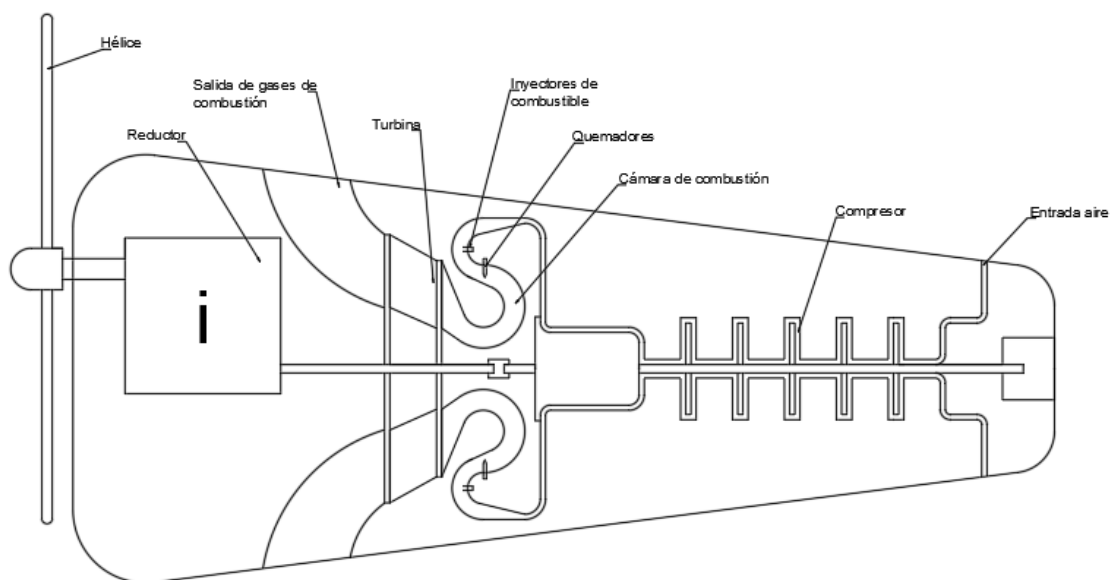
Por este motivo, en las turbohélices un reductor juega un papel clave, pues permite obtener un correcto funcionamiento de la aeronave en vuelo, requiriéndose que sea fiable, capaz de aguantar el tiempo estimado de horas de vuelo entre mantenimientos y que su peso no comprometa el total del conjunto, existiendo hoy en día diferentes métodos de acercarse a este objetivo.

## 2. Descripción del modelo de turbohélice elegido.

Se ha seleccionado una turbohélice de la marca Pratt & Whitney Canada debido a que se trata de una de las compañías que suministran propulsores para aviación más reconocidas a nivel mundial.

Concretamente se ha elegido el modelo Pratt & Whitney PT6A – 114A, pues se trata de uno de los modelos de turbohélice más comercializados de la compañía, utilizado en aviones como el Cessna 208/208B Caravan I. Se encuentra dentro de la familia de propulsores PT6, destinada a propósitos de aviación generales, y dentro de esta en la variante PT6A, que nos indica que está pensada para su uso en aviones, debido a que la compañía produce, además, las variantes PT6B y PT6C, modificadas para su uso como turboejes en vez de turbohélices, principalmente en helicópteros.

Dentro de la variante PT6A nos encontramos con el modelo 114A, que se encuentra categorizado por la compañía como un modelo de pequeño tamaño, puesto que la potencia total combinada que produce se encuentra en el rango de 600 a 1075 CV.



*Ilustración 1. Esquema básico de una turbohélice.*

Esta familia de turbohélices se caracteriza por tener las siguientes características:

- Turbina invertida: la entrada de aire al compresor se realiza por la parte trasera del conjunto, donde se encuentra el compresor. El aire se reconduce mientras se comprime a los quemadores de la cámara de combustión, y desde allí pasa a la turbina, situada en la parte frontal del conjunto, abandonando los gases de escape el conjunto por la parte delantera del mismo.
- El compresor y la turbina se encuentran en ejes separados, por lo que la velocidad de ambos es diferente, lo que permite mejorar la eficiencia tanto en vuelo como en los momentos de despegue y aterrizaje.
- Al encontrarse la turbina en la parte frontal es esta la que marca el giro de la hélice.
- En este tipo de sistemas propulsores tanto la turbina como el compresor trabajan siempre a su velocidad de máximo rendimiento (indicada posteriormente), en la cual el sistema alcanza su máxima potencia, esto hace que la hélice gire siempre al mismo régimen de revoluciones, controlándose la velocidad de la aeronave mediante la orientación de los álabes de la hélice.

Las prestaciones de la turbohélice elegida son las siguientes:

- Potencia equivalente\*: 725 CV.
- Potencia mecánica: 675 CV (93'1034% del total).
- Potencia de gases de escape: 50 CV (6'8966% del total).
- Velocidad de giro del eje del compresor (máx): 45000 R.P.M.
- Velocidad de giro del eje de la turbina (máx): 30000 R.P.M.
- Velocidad de giro de la hélice  $\approx$  1850 – 1950 R.P.M.

\*La potencia equivalente se refiere a la total producida en la el propulsor y tiene en cuenta tanto la producida por el conjunto turbina-compresor como la producida por los gases de escape al ser dirigidos y por tanto utilizados a su salida. Generalmente el valor producido por los gases de escape en las turbohélices convencionales es inferior al 10% del total.



### 3. Objetivo.

Este trabajo tiene como objetivo principal estudiar cuál es el tipo de reductor más adecuado para su uso en una turbohélice de un avión.

Para ello se ha elegido un modelo de turbohélice ampliamente utilizado en la aviación comercial, se ha calculado cual es la relación de transmisión necesaria y a partir de ese punto se han propuesto dos modelos diferentes de reductor, el primero de ellos de engranajes de dientes helicoidales y el segundo planetario.

Se ha determinado el número de etapas de reducción para cada uno de ellos y se ha realizado el cálculo de sus engranajes tanto a flexión como a desgaste para determinar cual es el módulo necesario para cada etapa y posteriormente poder comparar ambos.

Una vez se ha determinado los engranajes que se van a utilizar se han dimensionado los ejes, para ello se ha realizado tanto el análisis estático como de fatiga. En función de los resultados obtenidos para cada reductor se ha seleccionado el material más adecuado para su construcción.

Con los ejes y los engranajes ya seleccionados se ha procedido a elegir los rodamientos necesarios para los apoyos, de forma que puedan soportar los esfuerzos producidos en los ejes y las chavetas que realizan la transmisión de los esfuerzos entre ejes y engranajes. Así mismo también se ha indicado cual será el agente lubricante, recomendado por el fabricante de la turbina.

Con todos los elementos ya seleccionados se ha establecido una comparación entre los dos reductores, comparándose fundamentalmente los esfuerzos producidos en cada uno de ellos, el módulo necesario en cada etapa, el material utilizado, el número de rodamientos que requiere cada uno y la masa total de ambos conjuntos.

Además, se ha realizado el diseño en 3D de las piezas principales de cada uno de estos reductores (engranajes y ejes) utilizando el software AUTODESK INVENTOR PROFESSIONAL 2019, con el objetivo poder realizar la impresión 3D de cada una de las piezas que componen los dos conjuntos y de esa forma ser capaces de observar, físicamente, la diferencia de tamaño entre ambos conjuntos. Aprovechando que se ha realizado el diseño tridimensional de los

componentes se han obtenido también los planos de cada pieza, en los cuales se indican sus medidas fundamentales.

Como se ha indicado anteriormente, el objetivo principal de este trabajo es determinar cuál es el sistema más beneficioso para realizar el reductor, por lo que es la parte de cálculo y diseño que se ha realizado. A la hora de construir realmente un prototipo, en un proceso posterior sería conveniente volver a realizar todos los cálculos, esta vez usando un software de simulación mediante elementos finitos para, además de analizar la concordancia entre los resultados obtenidos mediante el cálculo analítico y la simulación, obtener el cálculo por rigidez de cada elemento y por tanto comprobar que las deformaciones y desplazamientos máximos en cada eje se encuentran dentro de los límites admisibles. Además, los resultados de la simulación nos permitirían poder modificar el diseño para conseguir eliminar posibles sobrecargas que se puedan producir en puntos concretos o eliminar material en las zonas donde la pieza no se encuentre cargada o no trabaje.

## 4. Cálculo de un reductor de engranajes helicoidales.

### 4.1. Relación de transmisión, potencia y par a transmitir.

Conocidas la velocidad de giro del eje de la turbina, entrada al conjunto, y la de la hélice nos es posible establecer, a través del número de revoluciones de cada uno de ellos, la relación de transmisión del conjunto reductor:

$$i = \frac{R.P.M. \text{ Eje turbina}}{R.P.M. \text{ Hélice}} = \frac{30000}{1900} = 15,7895$$

Debido a que se trata de una relación de transmisión de un valor elevado se ha decidido dividirla en tres etapas del mismo valor, obteniéndose por tanto una relación de transmisión para cada etapa de 2,5. Con dicha relación de transmisión la velocidad de giro final de la hélice será de 1920 R.P.M., dentro del rango que especifica el fabricante para dicho modelo de turbohélice. A continuación, se adjunta un esquema del conjunto que se va a diseñar.

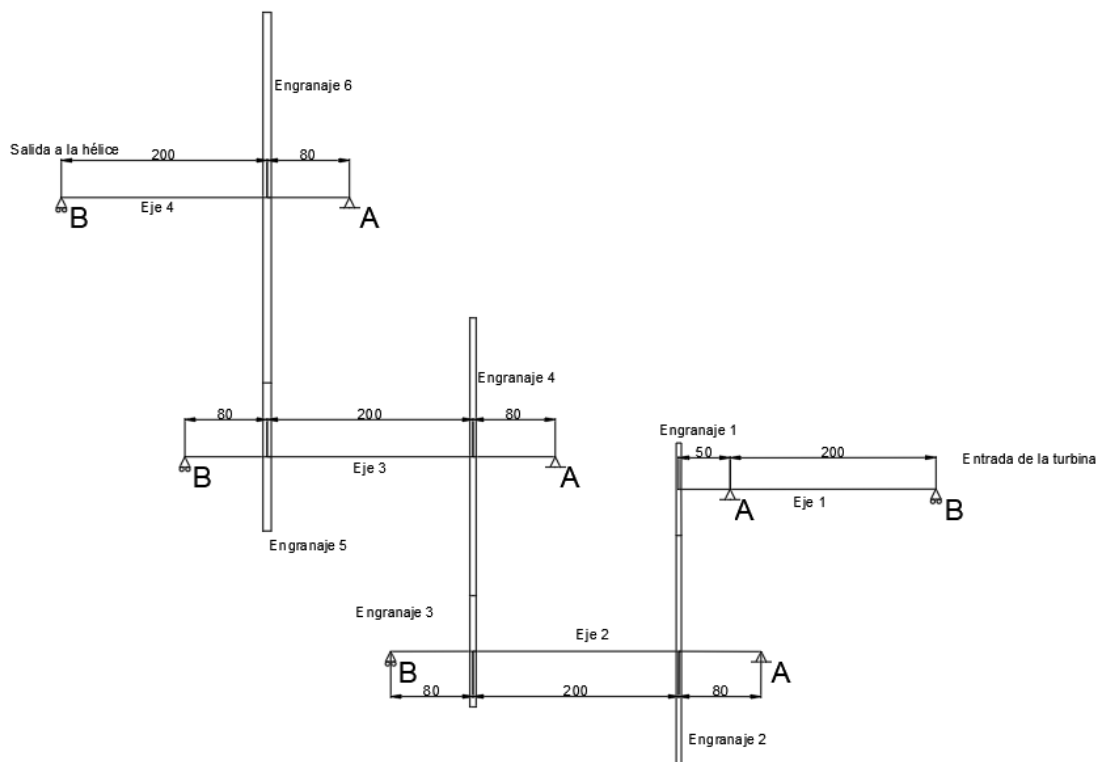


Ilustración 2. Esquema reductor engranajes helicoidales.

Para determinar el par que debemos transmitir partimos de la potencia de la turbohélice, teniendo en cuenta que se debe trabajar con la potencia mecánica, pues en la equivalente se considera la generada por los gases de escape a su salida. Por tanto, la potencia a transmitir es de 675 CV, es decir, 496,125 KW.

$$675 \text{ CV} \cdot \frac{735 \text{ W}}{1 \text{ CV}} = 496125 \text{ W} = 496,125 \text{ KW}.$$

A través de dicha potencia calculamos el par que tenemos a la salida de la turbina, pues se trata del par de entrada al conjunto reductor:

$$30000 \text{ R.P.M.} = 3141,6 \text{ rad/s}.$$

$$P = M \cdot \omega \rightarrow M = \frac{P}{\omega} = \frac{496125 \text{ W}}{3141,6 \frac{\text{rad}}{\text{s}}} = 157,921 \text{ Nm}.$$

## 4.2. Material de los engranajes.

Como material para elaborar los engranajes se ha seleccionado un acero AISI 9310, el cual se trata de uno de los aceros más utilizados a día de hoy para fabricar engranajes en el sector aeronáutico. Su composición se indica en la tabla 1.

Tabla 1. Composición acero AISI 9310.

Composición Acero AISI 9310	
Elemento	Contenido (%)
Carbono, C	0,08 – 0,13
Níquel, N	3,00 – 5,00
Manganeso, Mn	0,45 – 0,65
Silicio, Si	0,15 – 0,30
Fósforo, P	0,025 (Máx.)
Azufre, S	0,025 (Máx.)
Cromo, Cr	1,00 – 1,40
Molibdeno, Mo	0,08 – 0,13

El material se utiliza realizando un tratamiento de carburación mediante el cual conseguimos las características deseadas:

- Dureza Rockwell C: 58 HRC
- Dureza Brinell: 615 HB
- Resistencia a tracción,  $R_m$ : 1289 MPa.
- Máxima tensión admisible,  $\sigma_{Adm}$ : 386,7 MPa.

#### 4.3. Cálculo de engranajes a flexión.

Conocido el par a transmitir, la relación de transmisión de cada etapa y las características del material se procede al cálculo del módulo de los engranajes para que no se produzca el fallo de estos por flexión.

Para este reductor se ha decidido utilizar engranajes helicoidales, puesto que se deben transmitir pares elevados, siendo los engranajes helicoidales más recomendables al haber mayor superficie de contacto entre dientes además de que la transmisión se realiza a altas velocidades. Se establece el número de dientes para el piñón y la rueda en cada etapa, en este caso se ha seleccionado el mismo número de dientes de piñón y rueda al ser iguales las relaciones de transmisión en cada una de ellas:

- Nº Dientes del piñón:  $Z_1 = 18$  dientes.
- Nº Dientes de la rueda:  $Z_2 = 45$  dientes.

Se han elegido estos valores debido a que para esta relación de transmisión la cumplen exactamente sin que aparezca interferencia entre los módulos (Si el piñón tiene 12 dientes y la rueda 30 se cumple la misma relación de transmisión, sin embargo, aparece interferencia entre los dientes de la transmisión, lo cual es perjudicial y no interesa). Se ha elegido un ángulo de presión de  $20^\circ$  para el diente y un ángulo de hélice de  $21,5^\circ$ .

Para ello se utiliza la siguiente expresión:

$$M_n = 0,86 \cdot \sqrt[3]{\frac{M_{tc}}{\delta \cdot Z \cdot y \cdot \sigma_{adm}} \cdot \frac{\cos \mu}{1,5}}$$

El cálculo se realiza únicamente en el piñón, pues la rueda, al tener mayor tamaño y por tanto número de dientes, cumplirá las condiciones impuestas de resistencia al encontrarse fabricada del mismo material que el piñón.

Los cálculos se encuentran detallados en el Anexo I, en el apartado 9.1.2. Módulo necesario a flexión y desgaste.

Obtenemos los siguientes resultados:

1ª Etapa:

Módulo normal mín. ( $M_n$ ): 2,369 mm

2ª Etapa:

Módulo normal mín. ( $M_n$ ): 2,9729 mm.

3ª Etapa:

Módulo normal mín. ( $M_n$ ): 3,8054 mm.

#### 4.4. Cálculo de engranajes a desgaste.

Se procede al cálculo a desgaste de los engranajes, conocido el par a transmitir, la relación de transmisión de cada etapa, el material de construcción de los engranajes y teniendo fijados el número de dientes del piñón y la rueda. El objetivo de este cálculo es determinar el módulo mínimo necesario para que durante la vida útil del engranaje no se produzca el fallo de los mismos por el desgaste excesivo de alguno de sus dientes.

Se ha fijado la vida de los engranajes en 5000 horas, pues se trata de un tiempo algo inferior al determinado por el fabricante al esperado entre la aparición de fallos en el conjunto, y por tanto es el tiempo recomendado por el fabricante para realizar el mantenimiento del conjunto total de la turbohélice, en el cual se indica que se sustituirán los elementos de transmisión, especialmente aquellos que presenten signos de desgaste.

Para el cálculo del módulo necesario para asegurar la vida del engranaje a desgaste se han utilizado las siguientes expresiones:

$$W = \frac{L_h \cdot n \cdot 60}{10^6}$$

$$K_r = 0,677 \cdot \frac{HB^2}{E \cdot W^{1/3}}$$

$$M_n = \sqrt[3]{\frac{1}{\delta \cdot Z^2} \cdot \frac{4 \cdot M_{tc} \cdot \cos^3 \mu}{K_r \cdot \sin(2\alpha)} \cdot \frac{1+i}{i}}$$

El cálculo detallado a desgaste de los engranajes se encuentra en el Anexo I, en el apartado 8.1.3. Módulo necesario para resistencia a desgaste.

Al igual que en el caso del cálculo a flexión se han realizado los cálculos en el piñón, pues al tratarse del elemento de menor tamaño, en él se producen mayor cantidad de contactos entre dientes que en la rueda, por lo que el desgaste es mayor.

Se obtienen los siguientes resultados:

1ª Etapa:

Módulo normal mín. ( $M_n$ ): 4,5027 mm.

2ª Etapa:

Módulo normal mín. ( $M_n$ ): 5,1038 mm.

3ª Etapa:

Módulo normal mín. ( $M_n$ ): 5,9005 mm.

## 4.5. Selección de engranajes.

Una vez realizado el cálculo a flexión y a desgaste necesario para cada una de las etapas se procede a la selección de engranajes. Para ello se comparan los módulos circunferenciales necesarios para que se cumpla vida a flexión y a desgaste, seleccionándose en mayor de él por tratarse del más restrictivo. Una vez se ha comprobado cual es el más restrictivo se aproxima al módulo normalizado más cercano y a partir de ese módulo y el número de dientes se determinan el resto de parámetros del engranaje.



A continuación, en la tabla 2, se indican las características de los engranajes a utilizar.

Tabla 2. Características de los engranajes utilizados

Características Engranajes utilizados						
Datos	Etapa 1		Etapa 2		Etapa 3	
	Engranaje 1	Engranaje 2	Engranaje 3	Engranaje 4	Engranaje 5	Engranaje 6
Módulo normal mínimo (mm)	4,5027	4,5027	5,1038	5,1038	5,9005	5,9005
Módulo circunferencial mínimo (mm)	4,8395	4,8395	5,4855	5,4855	6,3418	6,3418
Nº Dientes	18	45	18	45	18	45
Modulo circunferencial, M (mm)	5	5	6	6	8	8
Ángulo de presión, $\alpha$ (°)	20	20	20	20	20	20
Ángulo de hélice, $\mu$ (°)	21,5	21,5	21,5	21,5	21,5	21,5
Diámetro primitivo, $D_p$ (mm)	90	225	108	270	144	360
Diámetro del eje, $D_1$ , (mm)	30	35	40	45	50	65
Anchura del engranaje, B (mm)	50	50	60	60	80	80

#### 4.6. Cálculo y dimensionamiento de ejes.

Con los engranajes seleccionados y dimensionados se procede al cálculo y dimensionamiento de los ejes para que estos sean capaces de resistir los esfuerzos transmitidos por los mismos. Se va a realizar el cálculo estático como el cálculo a fatiga, para a través de ellos, y conocidos los diámetros de eje indicados en la selección de engranajes se seleccione un material que sea capaz de satisfacer los requerimientos del eje.

Para ello se han determinado las fuerzas tangencial (T), radial (V) y axial (A) producidas en cada engranaje y que se van a transmitir a los ejes, las cuales se indican en la Tabla 3.

Tabla 3. Fuerzas producidas en los engranajes.

Fuerzas producidas en los engranajes (N)		
Engranajes 1 – 2	T	3495,37
	V	1367,35
	A	1376,86
Engranajes 3 – 4	T	7282,014
	V	2848,6525
	A	2868,46
Engranajes 5 – 6	T	13653,776
	V	5341,223
	A	5341,223

Conocidas las fuerzas producidas en los engranajes se puede proceder a calcular la fuerza en los apoyos de cada eje mediante sumatorio de fuerzas y momentos. Dichos cálculos se encuentran detallados en el Anexo I, apartado 8.1.4. Cálculo de esfuerzos en los apoyos. Las fuerzas que aparecen en cada uno de los apoyos se indican en la tabla 4. Para una visualización más sencilla de cada punto se adjunta un esquema del reductor.

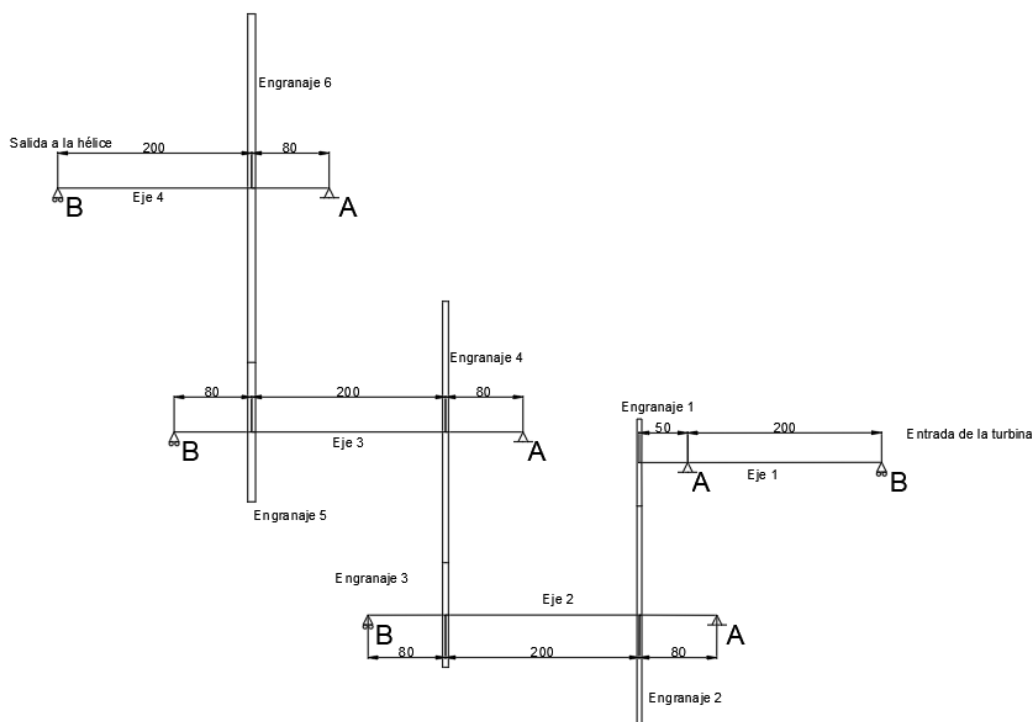


Ilustración 3. Esquema reductor con situación de los apoyos

Tabla 4. Reacciones en los apoyos, expresadas en Newtons.

Reacciones en los apoyos (N)			
Eje	Reacción	Apoyo A	Apoyo B
Eje 1	Rx	1376,86	0
	Ry	1399,394	32,044
	Rz	4369,2125	873,8425
Eje 2	Rx	1491,6	0
	Ry	1696,5285	2519,474
	Rz	1100,396	4887,04
Eje 3	Rx	2509,905	0
	Ry	1122,6654	1369,9055
	Rz	8967,961	12237,829

Eje 4	Rx	5378,6394	0
	Ry	357,6394	4983,584
	Rz	9752,697	3901,079

Con las siguientes fuerzas podemos hallar los diagramas de esfuerzos de cada eje:

- **Eje 1:**

Fuerzas Eje XY (Fuerzas N, Momentos Nmm):

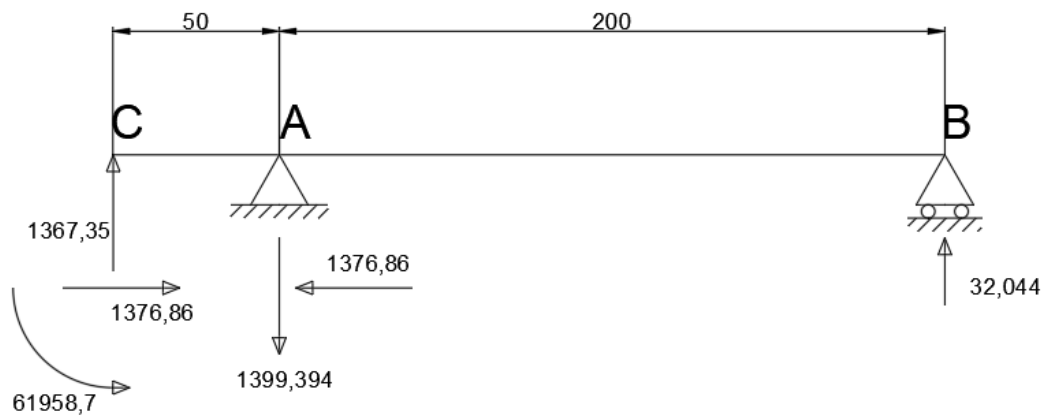


Ilustración 4. Esquema de fuerzas XY en el eje 1

Axil (N):



Ilustración 5. Diagrama de esfuerzos axiales (N) en el eje 1

Cortante (N) (eje Y):

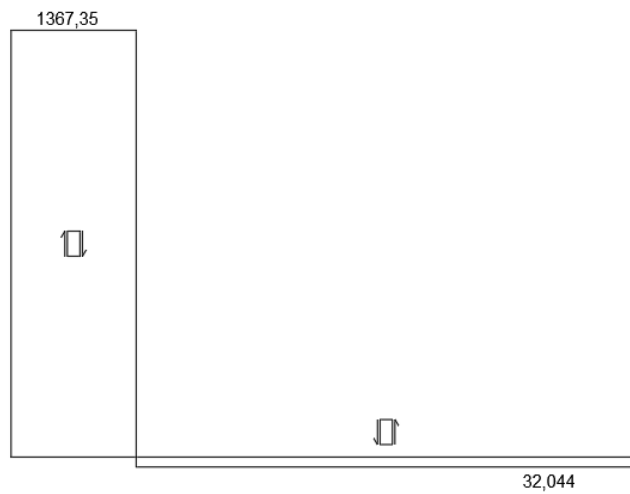


Ilustración 6. Diagrama de esfuerzos cortantes (N) en Y en el eje 1

Flector (Nmm) (respecto a Z):

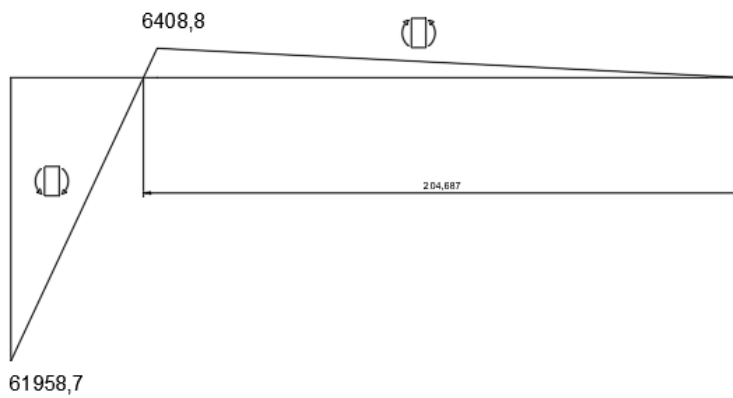


Ilustración 7. Diagrama de flectores (Nmm) respecto al eje Z.

Fuerzas Eje XZ (Fuerzas N, Momentos Nmm):

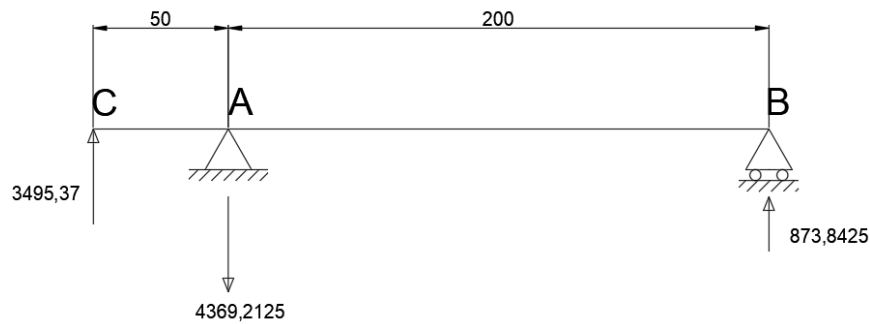


Ilustración 8. Esquema de fuerzas XZ en el eje 1

Cortante (eje Z):

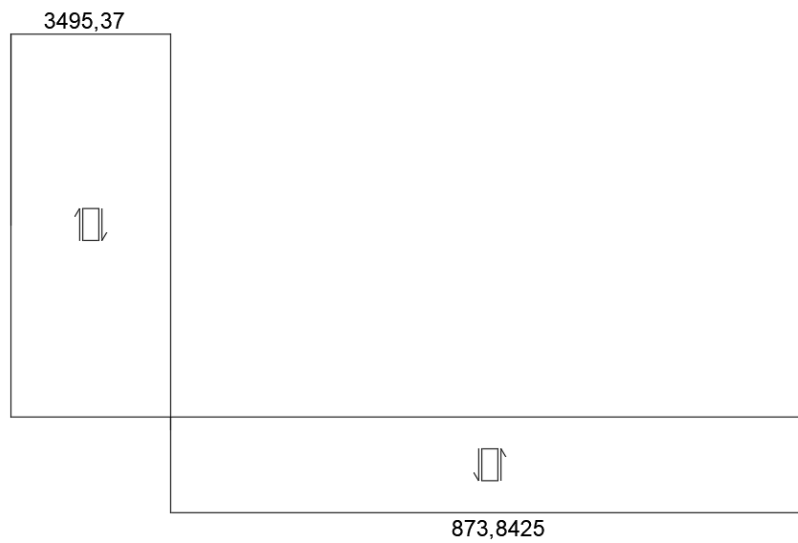


Ilustración 9. Diagrama de esfuerzos cortantes (N) en Z en el eje 1.

Flector (respecto a Y):

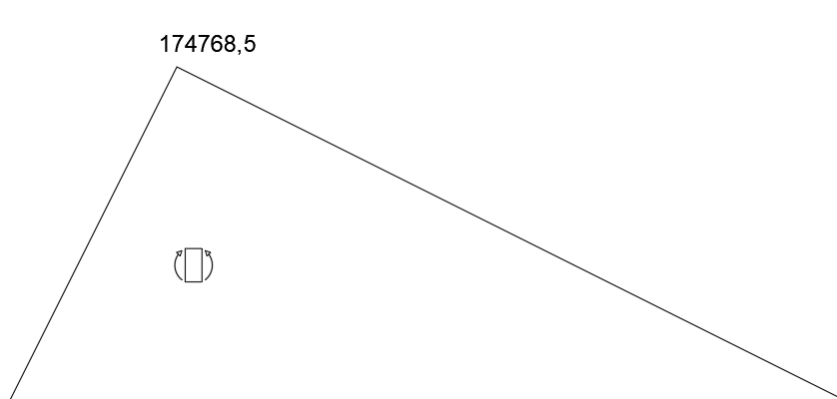


Ilustración 10. Diagrama de flectores (Nmm) respecto a Y en el eje 1.

Torsor:

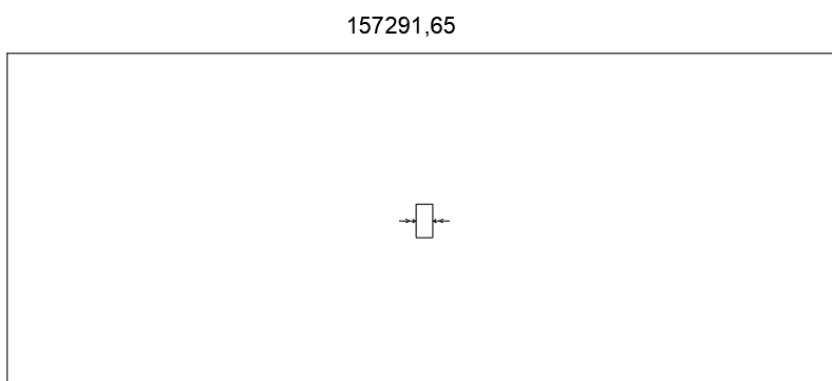


Ilustración 11. Diagrama del momento torsor en el eje 1.

- Eje 2:

Fuerzas Eje XY (Fuerzas N, Momentos Nmm):

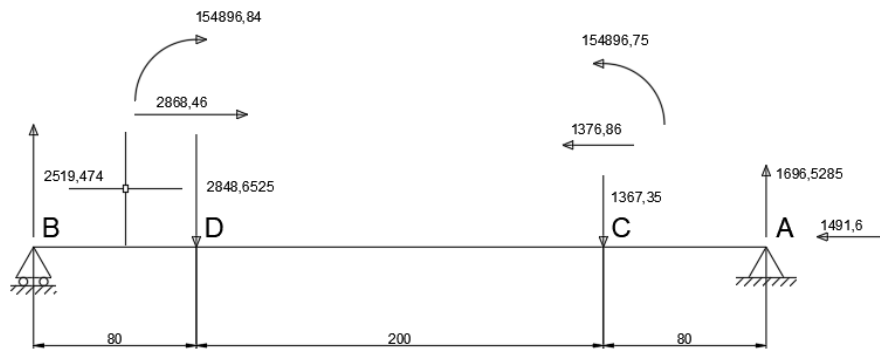


Ilustración 12. Esquema de fuerzas XY en el eje 2.

Axil:

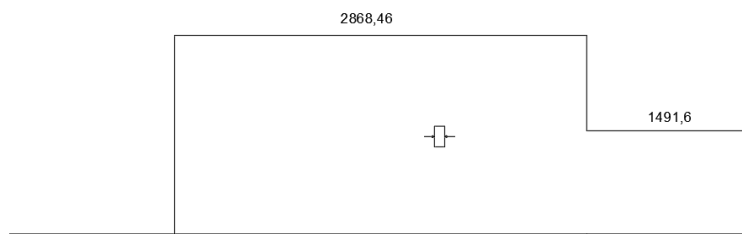


Ilustración 13. Diagrama de esfuerzos axiales (N) en el eje 2.

Cortante (eje Y):

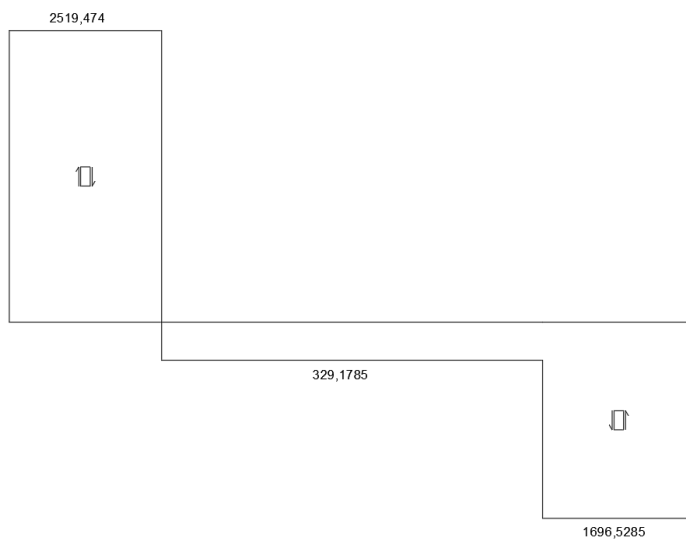


Ilustración 14. Diagrama de esfuerzos cortantes (N) en Y en el eje 2.

Flector (respecto a Z):

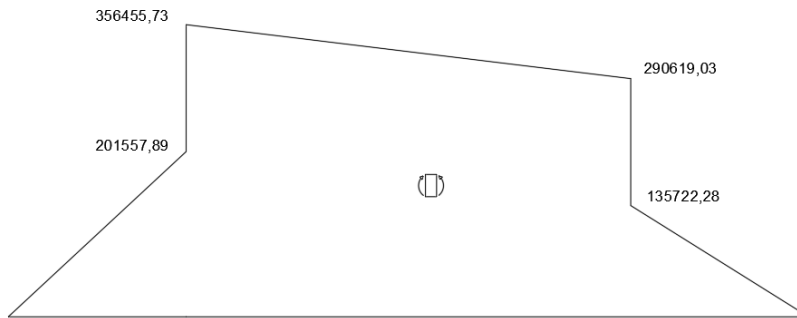


Ilustración 15. Diagrama de flectores (Nmm) respecto a Z en el eje 2.

Fuerzas Eje XZ (Fuerzas N, Momentos Nmm):



Ilustración 16. Esquema de fuerzas XZ en el eje 2.

Cortante (eje Z):

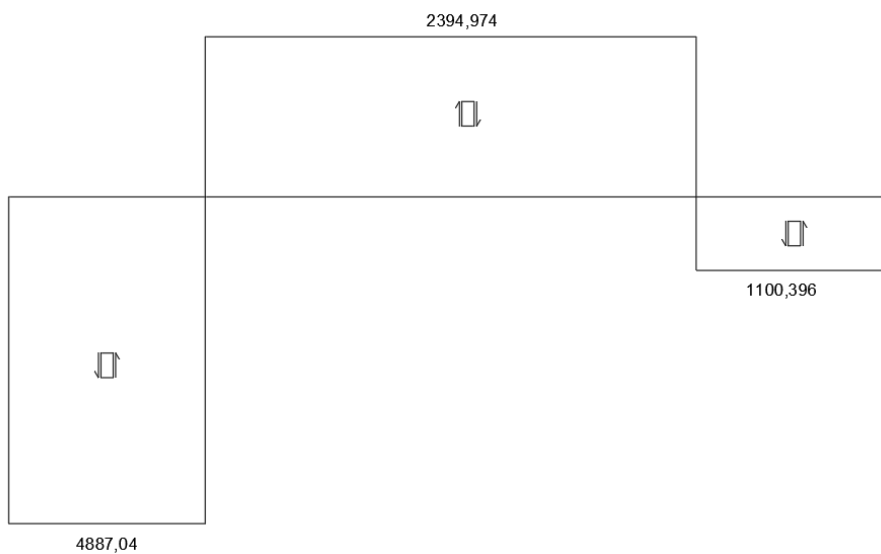


Ilustración 17. Diagrama de esfuerzos cortantes (N) en Z en el eje 2.



Flector (respecto a Y):

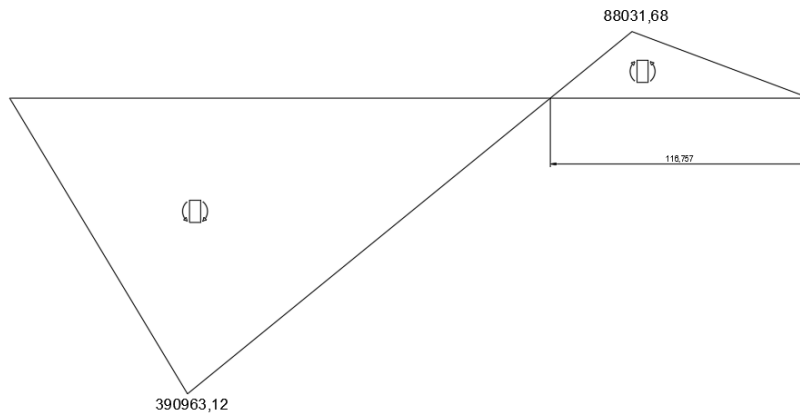


Ilustración 18. Diagrama de flectores (Nmm) respecto a Y en el eje 2.

Torsor:

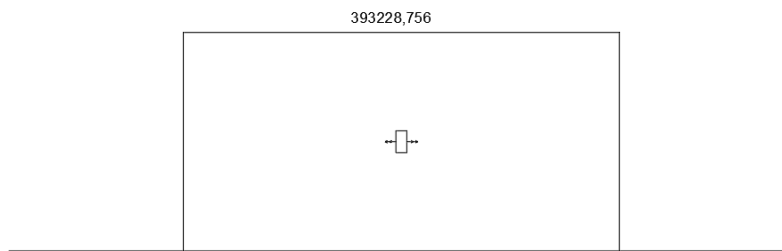


Ilustración 19. Diagrama del momento torsor (Nmm) en el eje 2.

- **Eje 3:**

Fuerzas Eje XY (Fuerzas N, Momentos Nmm):

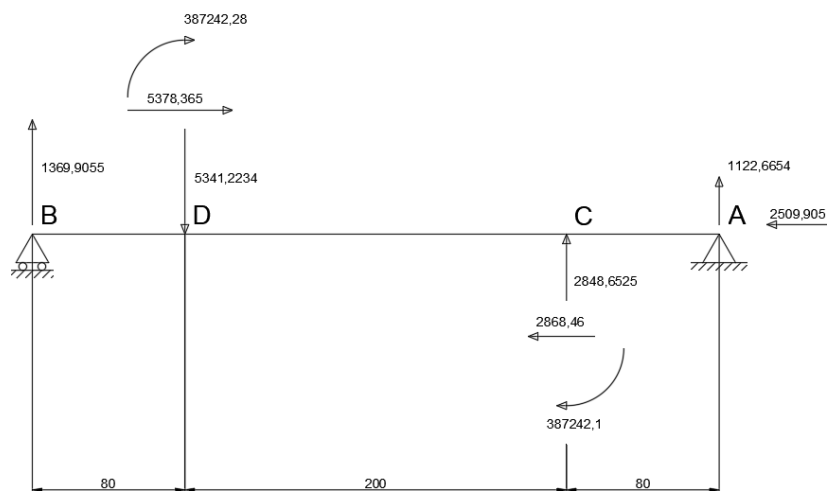


Ilustración 20. Esquema de fuerzas XY en el eje 3.

Axil:

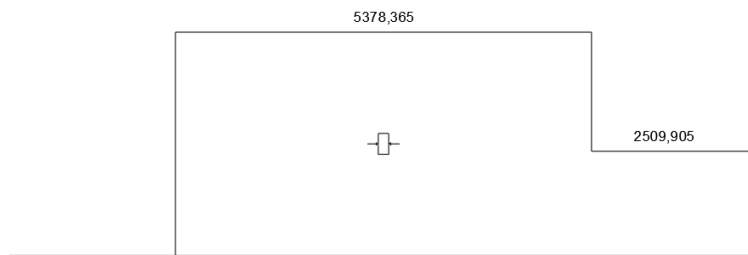


Ilustración 21. Diagrama de esfuerzos axiales (N) en el eje 3.

Cortante (eje Y):

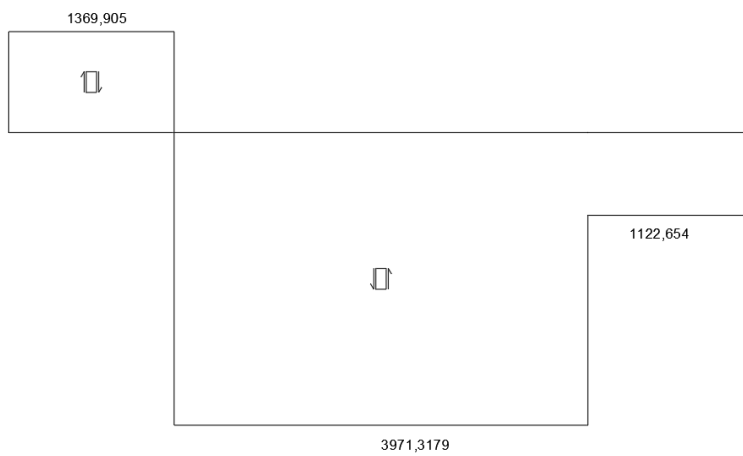


Ilustración 22. Diagrama de esfuerzos cortantes (N) en Y en el eje 3.

Flector (respecto a Z):

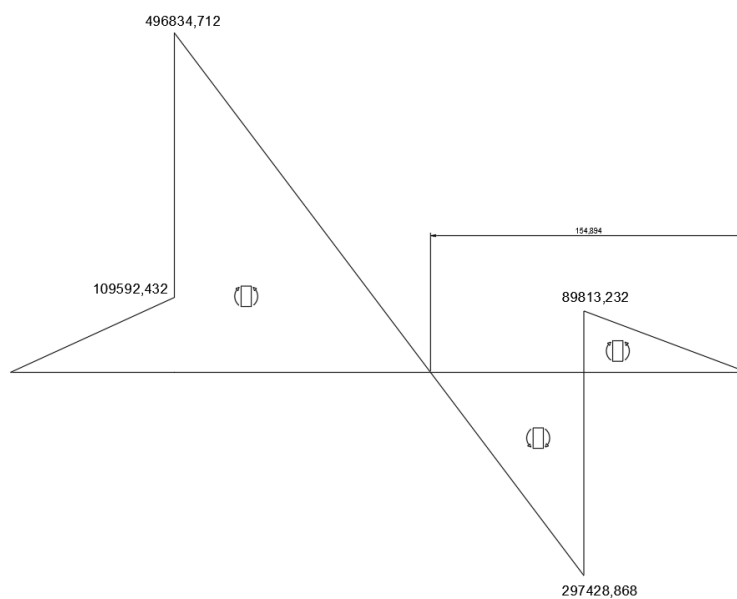


Ilustración 23. Diagrama de flectores (Nmm) respecto a Z en el eje 3.

Fuerzas Eje XZ:

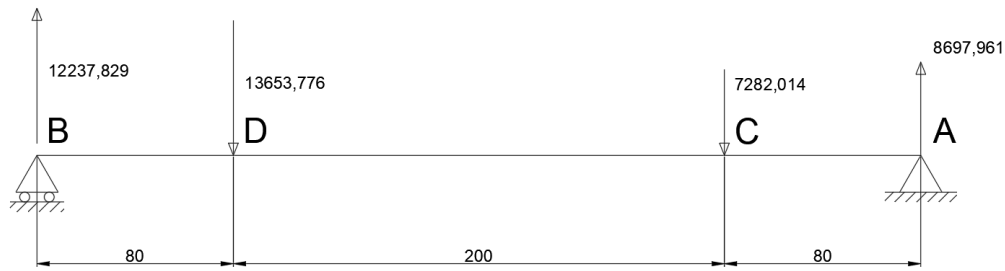


Ilustración 24. Esquema de fuerzas XZ en el eje 3.

Cortante (eje Z):

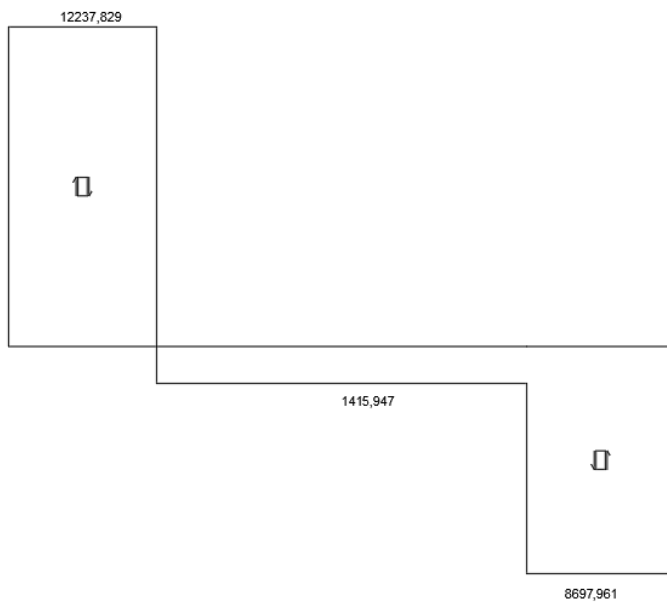


Ilustración 25. Diagrama de esfuerzos cortantes (N) en Z en el eje 3.

Flector (respecto a Y):

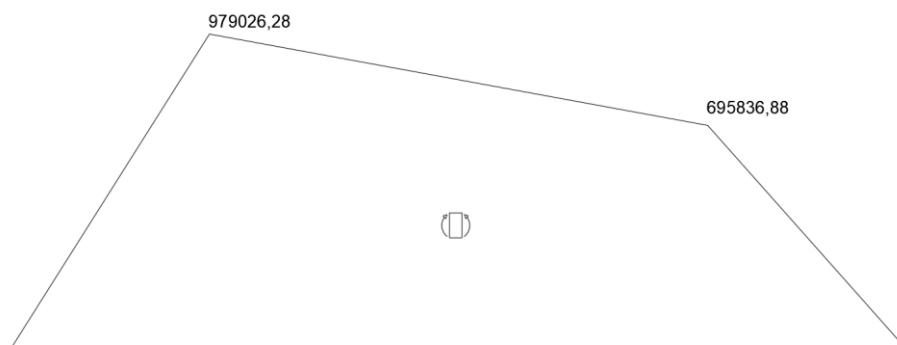


Ilustración 26. Diagrama de flectores (Nmm) respecto a Z en el eje 3.

Torsor:

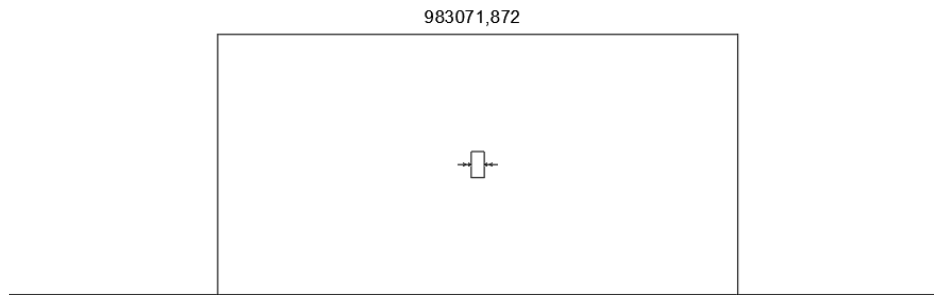


Ilustración 27. Diagrama del momento torsor (Nmm) en el eje 3.

- Eje 4:

Fuerzas Eje XY:

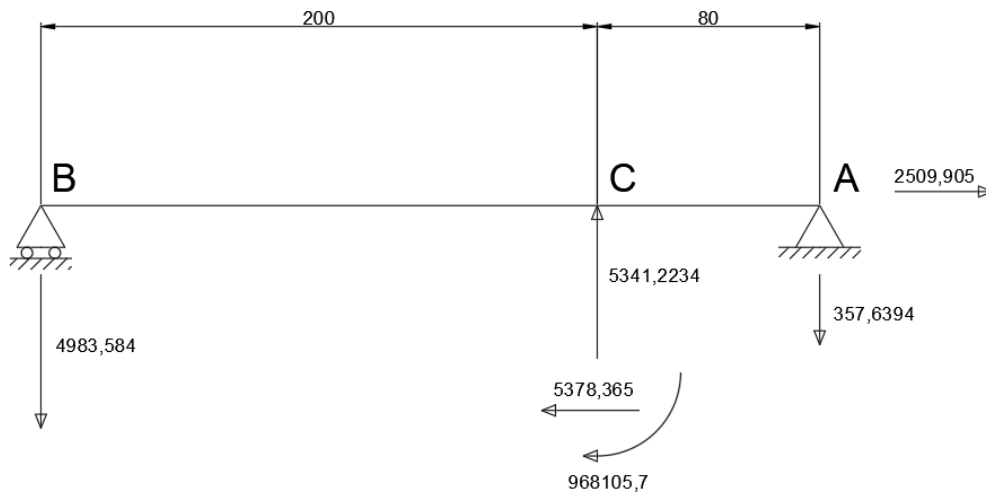


Ilustración 28. Esquema de fuerzas XY en el eje 4.

Axil:



Ilustración 29. Diagrama de esfuerzos axiales (N) en el eje 4.

Cortante (eje Y):

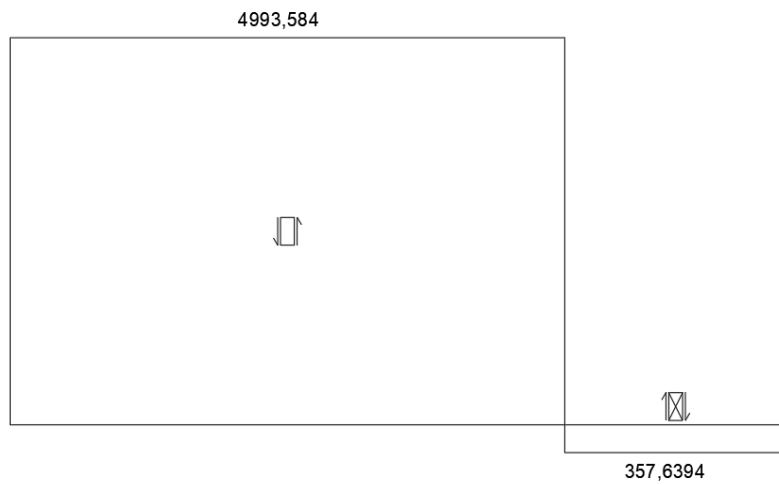


Ilustración 30. Diagrama de esfuerzos cortantes (N) en Y en el eje 4.

Flector (respecto a Z):

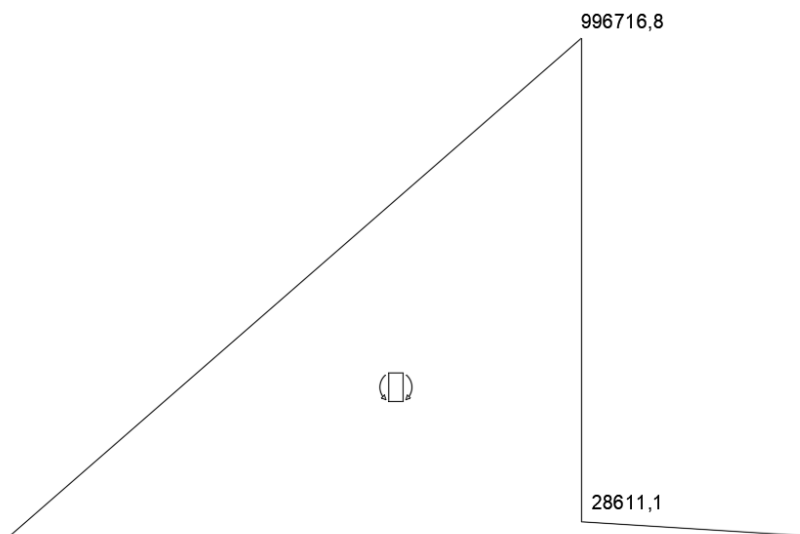


Ilustración 31. Diagrama de flectores (Nmm) respecto a Z en el eje 4.

Fuerzas Eje XZ:

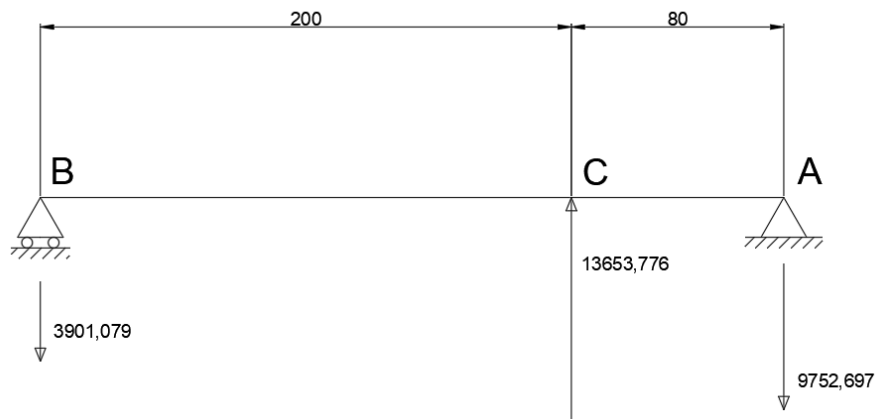


Ilustración 32. Esquema de fuerzas XZ en el eje 4.

Cortante (eje Z):

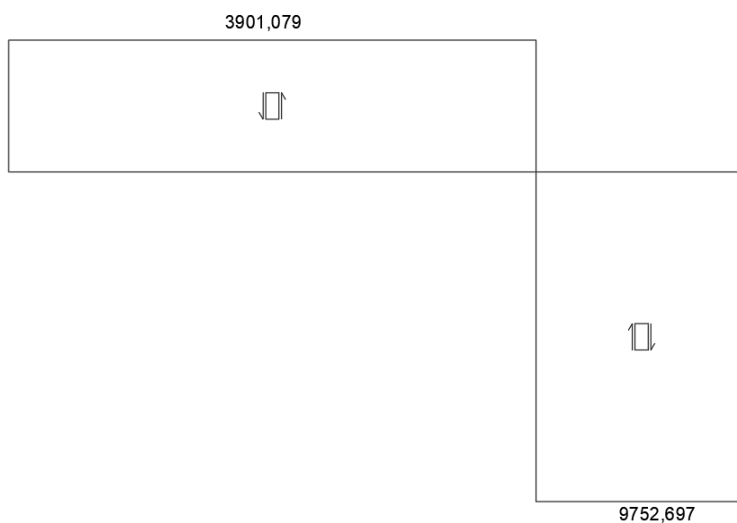


Ilustración 33. Diagrama de esfuerzos cortantes (N) en Z en el eje 4.

Flector (respecto a Y):

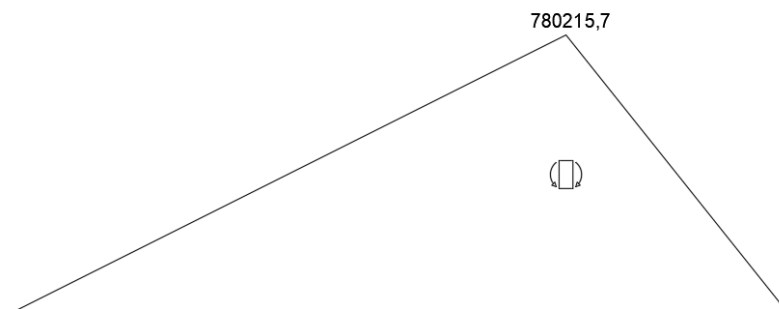
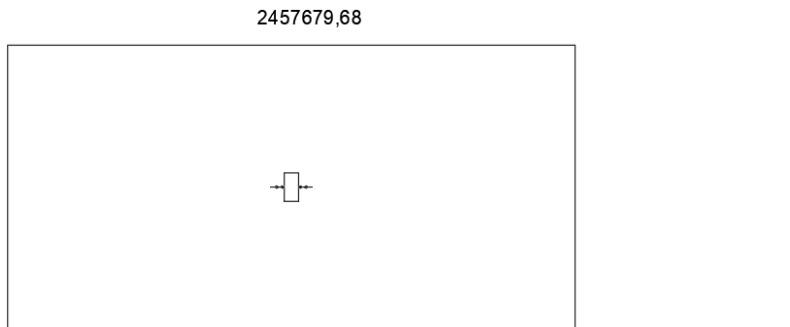


Ilustración 34. Diagrama de flectores (Nmm) respecto a Y en el eje 4.

Torsor:



*Ilustración 35. Diagrama del momento torsor (Nmm) en el eje 4.*

Con los diagramas de esfuerzos de cada eje identificamos el punto más desfavorable de cada uno de ellos y calculamos la máxima tensión en dicho punto. Se ha utilizado el criterio de Von Mises. Las tensiones máximas para cada punto son las siguientes:

- Eje 1:

Punto C: 55,677 MPa.

Punto A: 82,101 MPa.

- Eje 2:

Punto C: 106,436 MPa.

Punto D: 98,228 MPa.

- Eje 3:

Punto C: 125,103 MPa.

Punto D: 111,059 MPa.

- Eje 4:

Punto C: 91,849 MPa.



A continuación se adjunta una imagen donde se puede observar cual la situación de cada punto cada eje en el reductor.

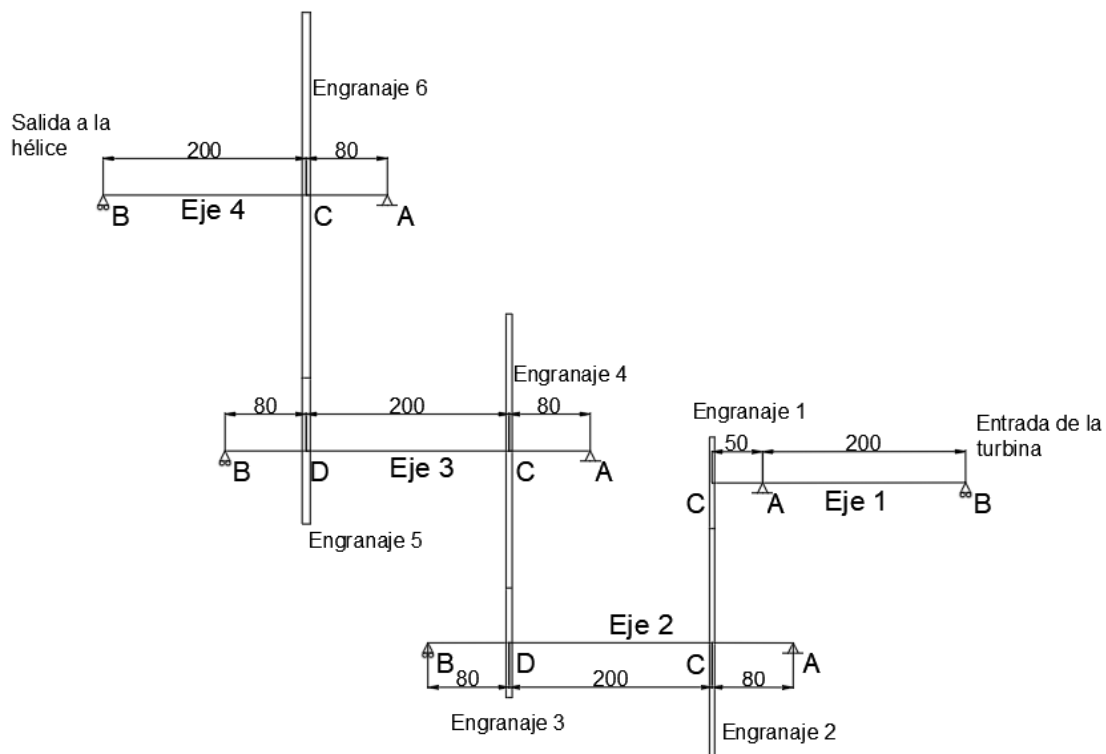


Ilustración 36. Esquema identificativo de los puntos señalados en el reductor.

A continuación, se procede al cálculo de vida a fatiga para cada uno de los ejes. Para ello se ha utilizado la curva S-N del acero, corregida con los factores correctores necesarios en cada caso. El suministrador del acero nos indica que para una vida de 1000000 ciclos se considera vida infinita a para el acero. Se han comparado dos aceros diferentes, de uso frecuente en aeronáutica, el acero AISI 4340 y el Magaring 300. Con las curvas S – N corregidas se ha determinado la tensión máxima para que el acero sea capaz de garantizar vida a fatiga infinita y posteriormente se ha comparado dicha tensión con la tensión de Von Mises máxima en cada punto. También se ha calculado el coeficiente de seguridad de cada eje para cada acero para asegurarse de que se soportan los esfuerzos a los que se encuentran sometidos. Los cálculos detallados se encuentran en el Anexo I, apartado 9.1.5. Tensiones en los ejes, cálculo a resistencia y fatiga. Los resultados se indican en la Tabla 5.

Tabla 5. Coeficientes de seguridad en cálculo estático y a fatiga de cada eje para los aceros AISI 4340 y  
Magaring 300

Coeficiente de seguridad de cada eje para los aceros propuestos.				
Eje	Tipo Cálculo	Punto más desfavorable	AISI 4340	Maraging 300
Eje 1	Estático	C	13,291	33,443
		A	9,013	22,679
	Fatiga	C	2,441	3,254
		A	1,648	2,086
Eje 2	Estático	C	6,953	17,494
		D	7,534	18,956
	Fatiga	C	1,252	1,586
		D	1,338	1,694
Eje 3	Estático	C	5,915	14,884
		D	6,663	16,766
	Fatiga	C	1,040	1,317
		D	1,158	1,467
Eje 4	Estático	C	8,057	20,272
	Fatiga	C	1,392	1,762

\*El cálculo se ha realizado en los ejes 2 y 3 en dos puntos diferentes debido a que al tener diferentes diámetros cambiaban los factores correctores para la vida a fatiga lo cual hacía que fuese necesario comprobarla en ambos puntos.

En vista de que ambos aceros proporcionan vida infinita a fatiga y soportan con creces los esfuerzos a los que se encuentran sometidos se elige el acero AISI 4340 sobre el Magaring 300, pues este último se trata de una aleación comercial menos convencional, con mejores propiedades, pero cuya obtención es más complicada, lo que se traduce en un precio más elevado.

#### 4.7. Selección de chavetas.

Una vez dimensionados los ejes, y habiendo comprobado que son capaces de soportar los esfuerzos a los que se encuentran sometidos realizamos la selección de las chavetas necesarias para cada eje de un catálogo comercial, realizando los cálculos necesarios para garantizar que las chavetas son capaces de transmitir los esfuerzos entre los engranajes y los

ejes. Se han calculado por tanto las tensiones de cortante directo, aplastamiento entre chaveta y eje y aplastamiento entre cubo y chaveta. Los cálculos se encuentran en el anexo 9.1.6. Selección de chavetas. Las chavetas seleccionadas son las siguientes:

Eje 1:

- Engranaje 1: DIN 6885 A 8 X 7 X 60 C45K.

Eje 2:

- Engranaje 2: DIN 6885 A 10 X 8 X 60 C45K.
- Engranaje 3: DIN 6885 A 12 X 6 X 80 C45K.

Eje 3:

- Engranaje 4: DIN 6885 A 14 X 9 X 80 C45K.
- Engranaje 5: DIN 6885 A 14 X 9 X 100 C45K.

Eje 4:

- Engranaje 6: DIN 6885 A 18 X 11 X 100 C45K.

#### **4.8. Selección de rodamientos para los apoyos y lubricación.**

Conocidas las fuerzas sobre los apoyos se puede proceder a determinar cuáles son los rodamientos necesarios en cada apoyo para que se garantice que son capaces de soportar los esfuerzos generados. Para ello se ha calculado la duración en horas del rodamiento, su carga equivalente en función de si soporta fuerzas radiales, axiales o una combinación de ambas, y la capacidad de carga del rodamiento y se han seleccionado los rodamientos necesarios para cada apoyo teniendo en cuenta el diámetro del eje y su velocidad de giro. Los cálculos realizados se encuentran especificados en el Anexo I, en el apartado 9.1.7. Selección de rodamientos y lubricación.

Los rodamientos seleccionados para cada apoyo son los siguientes:

- Eje 1:

Apoyo A: 5 x Rodamiento de bolas de contacto angular, una hilera, ZYS 7206 (Rod. Alta velocidad, colocados en Tándem)

Apoyo B: Rodamiento para husillos FAG B7206C.T.P4S.UL

- Eje 2:

Apoyo A: Rodamiento de bolas con contacto angular, una hilera, FAG 7307B.TPV

Apoyo B: 2x Rodamiento de bolas con contacto angular, una hilera, SKF 7308 ACCBM (colocados en Tándem)

- Eje 3:

Apoyo A: Rodamiento de Rodillos Cónicos FAG 30309A

Apoyo B: Rodamiento Rígido de Rodillos FAG NU2310E.TVP2

- Eje 4:

Apoyo A: Rodamiento de bolas con Contacto angular, una hilera, FAG 7313B.TVP

Apoyo B: Rodamiento Rígido de Bolas FAG 20213T

Como lubricante del conjunto se ha seleccionado el aceite AeroShell Turbine Oil 560 (o cualquier aceite equivalente de denominación según SAE: SAE AS5780B Grade SPC) debido a que las elevadas velocidades de giro del eje de salida de turbina sugerían en los catálogos de rodamientos de diferentes fabricantes el uso de aceites en vez de grasas. De entre todos los aceites disponibles en el mercado se ha seleccionado este debido a que el fabricante de la turbohélice, Pratt & Whitney Canada, lo aconseja para la lubricación de varios modelos de sus productos, en los que se incluyen la familia de turbohélices PT6A. El aceite se utiliza tanto para la lubricación del conjunto de compresor y turbina como para el reductor, utilizándose un sistema de recirculación de aceite. Se recomienda realizar inspecciones periódicas del mismo, en periodos no superiores a 12 meses, debiendo ser sustituido en caso de observarse una degradación del mismo o al cumplirse cuatro años desde el último cambio.

## 5. Cálculo de un reductor planetario.

### 5.1. Relación de transmisión, potencia y par a transmitir.

Conocidas la velocidad de giro del eje de la turbina, entrada al conjunto, y la de la hélice nos es posible establecer, a través del número de revoluciones de cada uno de ellos, la relación de transmisión del conjunto reductor:

$$i = \frac{R.P.M. Eje turbina}{R.P.M. Hélice} = \frac{30000}{1900} = 15,7895$$

Se ha decidido dividir esta relación de transmisión en dos etapas, cada una de una relación de 4, por lo que la relación de transmisión total se ha aproximado a 16. A partir de esta relación calculamos las revoluciones por minuto reales a las que girará la hélice para comprobar si se encuentran dentro del rango que indica el fabricante de la turbohélice, siendo el resultado 1875 R.P.M., y por lo tanto estando dentro del rango de trabajo indicado por el fabricante.

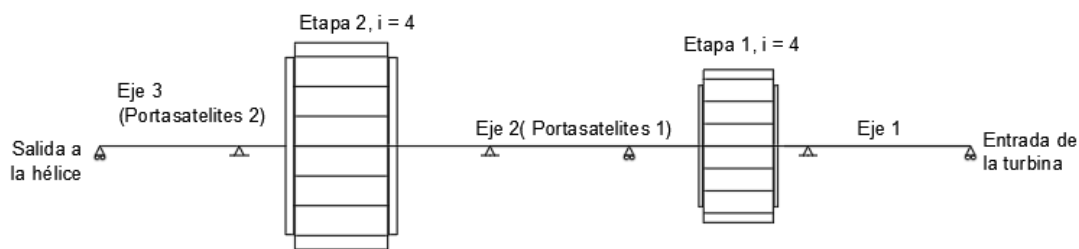


Ilustración 37. Esquema reductor planetario.

Determinamos el par que se debe transmitir y para ello se parte de la potencia de la turbohélice, teniendo en cuenta que se debe trabajar con la potencia mecánica, pues en la equivalente se considera la generada por los gases de escape a su salida. Por tanto, descontamos los 50 CV que generan los gases y obtenemos que la potencia a transmitir es de 675 CV, es decir, 496,125 KW.

$$675 \text{ CV} \cdot \frac{735 \text{ W}}{1 \text{ CV}} = 496125 \text{ W} = 496,125 \text{ KW}.$$

A través de dicha potencia calculamos el par que tenemos a la salida de la turbina, pues se trata del par de entrada al conjunto reductor:

30000 R.P.M. = 3141,6 rad/s.

$$P = M \cdot \omega \rightarrow M = \frac{P}{\omega} = \frac{496125 \text{ W}}{3141,6 \frac{\text{rad}}{\text{s}}} = 157,921 \text{ Nm.}$$

## 5.2. Material de los engranajes.

Al igual que en el caso anterior, el materia elegido para elaborar los engranajes es el acero AISI 9310. Su composición se indica en la tabla 6.

Tabla 6. Composición acero AISI 9310.

Composición Acero AISI 9310	
Elemento	Contenido (%)
Carbono, C	0,08 – 0,13
Níquel, N	3,00 – 5,00
Manganeso, Mn	0,45 – 0,65
Silicio, Si	0,15 – 0,30
Fósforo, P	0,025 (Máx.)
Azufre, S	0,025 (Máx.)
Cromo, Cr	1,00 – 1,40
Molibdeno, Mo	0,08 – 0,13

Sus propiedades mecánicas más relevantes son las siguientes:

- Dureza Rockwell C: 58 HRc
- Dureza Brinell: 615 HB
- Resistencia a tracción, Rm: 1289 MPa.
- Máxima tensión admisible,  $\sigma_{\text{Adm}}$ : 386,7 MPa.

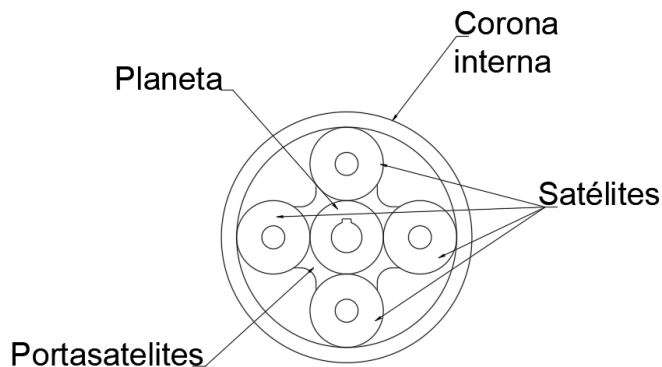
### 5.3. Cálculo del planeta, satélites y la corona interna a flexión.

Conocido el par a transmitir, la relación de transmisión de cada etapa y las características del material se procede al cálculo del módulo de los engranajes para que no se produzca el fallo de estos por flexión.

Debido a que al contar al estar en contacto cada planeta con varios satélites se reducen las fuerzas que se producen en cada contacto entre dientes y por tanto se divide el momento total a transmitir en tantas partes como satélites hay, lo que favorece la transmisión de momentos mayores que en una transmisión por engranajes convencional, por lo que se ha decidido utilizar engranajes de dientes rectos, los cuales además evitarán que se produzcan fuerzas axiales. Se establece el número de satélites, dientes del planeta, dientes de los satélites y dientes de la corona interna para cada una de las dos etapas, las cuales se ha decidido que sean iguales:

- Nº de satélites:  $Z_1 = 4$  satélites.
- Nº Dientes del planeta:  $Z_1 = 16$  dientes
- Nº Dientes de cada satélite:  $Z_1 = 16$  dientes.
- Nº Dientes de la corona interna:  $Z_1 = 48$  dientes.

Se han elegido estos valores debido a que proporcionan la relación de transmisión deseada con el menor número de dientes posibles y garantizando que no aparezca interferencia, por lo que permite obtener la mayor compacidad posible del conjunto. Como ángulo de presión se ha elegido  $20^\circ$ . En la siguiente imagen se muestra un esquema de cómo se distribuyen los diferentes elementos en una de las etapas de la transmisión.



*Ilustración 38. Esquema de la situación de los diversos elementos cada una de las etapas de transmisión propuestas.*

Para ello realizar el cálculo a flexión se utiliza la siguiente expresión:

$$M = 0,86 \cdot \sqrt[3]{\frac{M_{tc}}{\delta \cdot Z \cdot y \cdot \sigma_{adm}}}$$

El cálculo se realiza únicamente en el planeta, pues los satélites tienen el mismo tamaño que el planeta, por lo que cumplirán igualmente y la corona interna, al ser de mayor tamaño y tener mayor número de dientes que el planeta y los satélites, y estar fabricada del mismo material que ambos cumplirá las condiciones impuestas.

Es importante tener en cuenta que en la expresión anterior al tener 4 satélites el momento a transmitir debe dividirse en cuatro, pues en cada contacto se transmite una cuarta parte del momento total. (Si tuviéramos más o menos satélites dividiríamos el momento en tantas partes como satélites hubiera).

Los cálculos se encuentran detallados en el Anexo II, en el apartado 9.2.2. Módulo necesario para flexión y desgaste.

Obtenemos los siguientes resultados:

1ª Etapa:

Módulo mín. (M): 1,766 mm

2ª Etapa:

Módulo mín. (M): 2,539 mm.

También se ha determinado el espesor de material necesario para que no se produzca el fallo a flexión de la corona interna, el cuál es el siguiente para cada etapa:

1ª Etapa:

Espesor mín. ( $h_{min}$ ): 5 mm

2ª Etapa:

Espesor mín. ( $h_{min}$ ): 10 mm.



#### 5.4. Cálculo del planeta, satélites y la corona interna a desgaste.

Se procede al cálculo a desgaste de los engranajes, conocido el par a transmitir, la relación de transmisión de cada etapa, el material de construcción de los engranajes y teniendo fijados el número de dientes del planeta, de los satélites y de la corona interior. El objetivo de este cálculo es determinar el módulo mínimo necesario para que durante la vida útil del engranaje no se produzca el fallo de ningún elemento debido al desgaste excesivo de alguno de sus dientes.

Al igual que en el reductor planteado en el apartado anterior se ha fijado la vida del conjunto en 5000 horas, tiempo algo inferior al esperado entre la aparición de fallos en el conjunto, y que por tanto es el tiempo recomendado por el fabricante para realizar el mantenimiento del conjunto total de la turbobhélice, en el cual se indica que se sustituirán los elementos del conjunto de transmisión, prestando especial atención a los que mayores signos de desgaste usen.

Para el cálculo del módulo necesario para determinar la vida del engranaje a desgaste se han utilizado las siguientes expresiones:

$$W = \frac{L_h \cdot n \cdot 60}{10^6}$$

$$K_r = 0,677 \cdot \frac{HB^2}{E \cdot W^{1/3}}$$

$$M_n = \sqrt[3]{\frac{1}{\delta \cdot Z^2} \cdot \frac{4 \cdot M_{tc}}{K_r \cdot \sin(2\alpha)} \cdot \frac{1+i}{i}}$$

El cálculo detallado a desgaste de los engranajes se encuentra en el Anexo II, en el apartado 9.2.2. Módulo necesario para flexión y desgaste.

Al igual que en el caso del cálculo a flexión se han realizado los cálculos en el planeta, pues se trata del elemento con menor número de dientes en el que más contactos se producen, por lo que el elemento donde el desgaste es mayor.

Se obtienen los siguientes resultados:

1ª Etapa:

Módulo mín. (M): 2,967 mm.

## 2ª Etapa:

Módulo mín. (M): 3,656 mm.

## 5.5. Cálculo y dimensionamiento de ejes.

Con los engranajes seleccionados se procede al cálculo y dimensionamiento de los ejes para que estos sean capaces de resistir los esfuerzos transmitidos por los mismos. Se va a realizar el cálculo estático como el cálculo a fatiga, para a través de ellos, y conocidos los diámetros de eje indicados en la selección de engranajes se seleccione un material que sea capaz de satisfacer los requerimientos del eje.

Para ello se han determinado las fuerzas tangencial (T), radial (V) producidas en cada contacto entre dientes y que se van a transmitir a los ejes, las cuales se indican en la Tabla 7.

*Tabla 7. Fuerzas producidas en los engranajes.*

Fuerzas producidas en los engranajes (N)		
Etapa 1	T	3495,37
	V	1367,35
Etapa 2	T	7282,014
	V	2848,6525

Conocidas las fuerzas producidas en los engranajes se puede proceder a calcular la fuerza en los apoyos de cada eje mediante sumatorio de fuerzas y momentos. Dichos cálculos se encuentran detallados en el Anexo II, apartado 9.2.3. Dimensionamiento de ejes y portasatelites. El resultado obtenido es que las reacciones en los apoyos son nulas debido a que por la distribución de las componentes de cada fuerza estas se anulan. No se representan los ejes en las orientaciones XY y XZ debido a que como se acaba de comentar las fuerzas en los apoyos son nulas y las únicas fuerzas que aparecen son en el punto donde se encuentra el planeta, siendo similares, pero en sentido opuesto. Estas fuerzas si se encuentran representadas en el apartado anteriormente nombrado en este párrafo del Anexo II. Se procede a representar los diagramas de momento torsor de cada pieza (el resto de los diagramas no se representan pues al anularse las fuerzas sobre el punto de contacto del engranaje y ser las fuerzas en los apoyos nulas se representarían únicamente como líneas rectas).

Eje 1:

157291,65

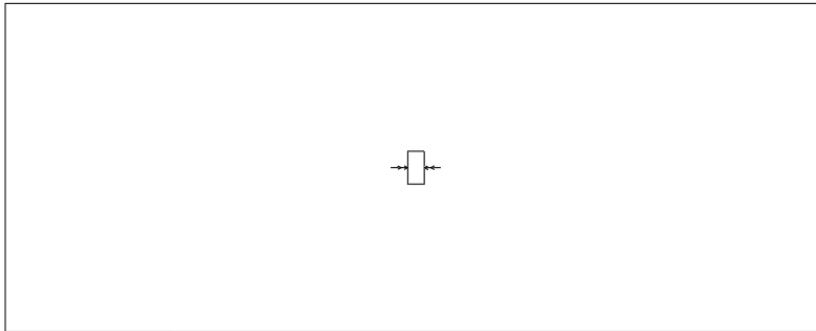


Ilustración 39. Diagrama del momento torsor en el eje 1 del reductor planetario.

Eje 2 (Portasatelites 1):

629166,6

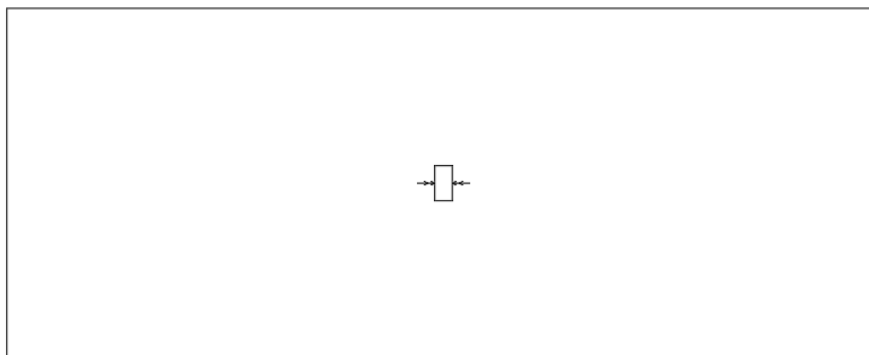


Ilustración 40. Diagrama del momento torsor en el portasatelites 1.

Eje 3 (Portasatelites 2):

2516666,4

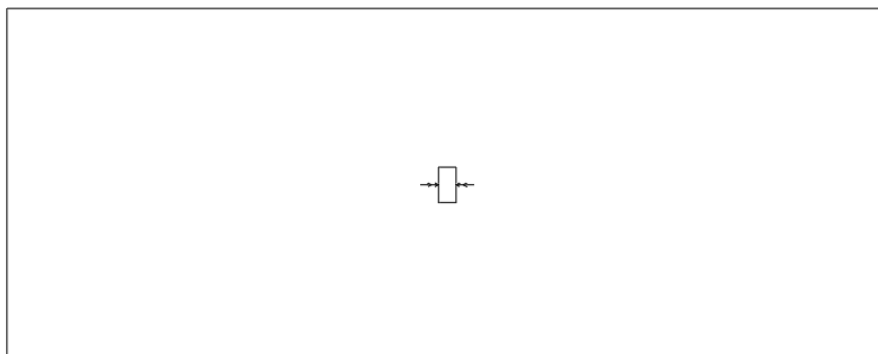


Ilustración 41. Diagrama del momento torsor en el portasatelites 2.

Todos los ejes se encuentran sometidos únicamente a momento torsor, por lo que determinamos la tensión debida a dicho momento y calculamos la equivalente de Von Mises para cada eje.

- Eje 1:

Tensión debida al momento torsor: 100,536 MPa.

Tensión de Von Mises equivalente: 174,133 MPa.

- Eje 2 (Portasatelites):

Tensión debida al momento torsor: 119,30 MPa.

Tensión de Von Mises equivalente: 206,380 MPa.

- Eje 3 (Portasatelites):

Tensión debida al momento torsor: 77,347 MPa.

Tensión de Von Mises equivalente: 133,968 MPa.

Se adjunta nuevamente un esquema del reductor para localizar los ejes y los puntos de apoyo.

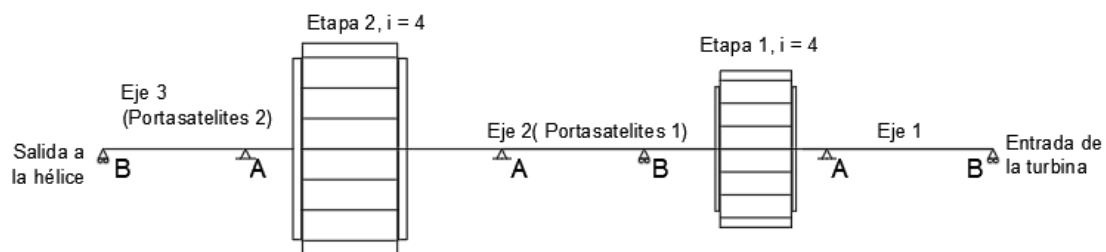


Ilustración 42. Esquema de visualización de los ejes y apoyos del reductor planetario.

A continuación, se procede al cálculo de vida a fatiga para cada uno de los ejes. Para ello se ha utilizado la curva S-N del acero, corregida con los factores correctores necesarios en cada caso. El suministrador del acero nos indica que para una vida de 1000000 ciclos se considera vida infinita a para el acero. Se han comparado dos aceros diferentes, de uso frecuente en aeronáutica, el acero AISI 4340 y el Maraging 300, así como una aleación ampliamente utilizada en elementos críticos del campo de la aeronáutica, aunque últimamente sea más conocida por su uso en aplicaciones médicas donde la biocompatibilidad juega un papel clave, la aleación de Titanio Ti-6Al-4V, sometida a un tratamiento de nitruración mediante plasma y endurecida mediante el bombardeo de partículas finas. Esta aleación de titanio se ha elegido debido a que

en dicho estado de tratamiento proporciona un comportamiento frente a la fatiga que duplica el de la aleación sin tratar y lo convierte en uno de los materiales más resistentes para dicho tipo de esfuerzos.

Para el cálculo de la vida a fatiga se ha calculado la curva S – N corregida de cada acero y se ha comparado la tensión necesaria para que se produzca vida infinita con la tensión equivalente de Von Mises. En el caso del titanio se nos proporciona la tensión máxima que es capaz de soportar para garantizar una vida infinita a fatiga y los factores que se deben de aplicar para corregir dicha tensión en función de la geometría y la carga a la que se someta la pieza. En la tabla 8 se indica el coeficiente de seguridad para cada material ante los cálculos realizados.

*Tabla 8. Coeficiente de seguridad para los materiales propuestos.*

Coeficiente de seguridad de cada eje para distintos materiales				
Eje	Tipo de cálculo	Material		
		AISI 4340	Maraging 300	Ti-6Al-4V (Trat.)
Eje 1	Estático	4,267	10,736	4,959
	Fatiga	0,683	0,864	1,248
Eje 2 (Portasatelites 1)	Estático	3,6	9,058	4,184
	Fatiga	0,554	0,701	1,013
Eje 3 (Portasatelites 2)	Estático	5,546	13,954	6,445
	Fatiga	0,804	1,018	1,471

Como se puede observar todas las aleaciones proporcionan una buena resistencia frente al cálculo estático, pero es la aleación Ti-6Al-4V es la única capaz de garantizarnos la vida infinita de la pieza para todos los ejes. Aunque se trate de una aleación de titanio tratada, lo cual incrementara el precio de las piezas (aunque sin olvidar que estamos trabajando con aleaciones de acero poco convencionales y por tanto ya de por sí de precio elevado) el resultado se verá compensado por la ligereza que nos proporcionará el titanio, pues su densidad es menor que la del acero, y que es un papel importante en aplicaciones aeronáuticas.

## 5.6. Selección de chavetas.

Con los ejes dimensionados y capaces de soportar los esfuerzos a los que se les somete podemos realizar la selección de chavetas. Se han elegido chavetas según la norma DIN 6885, que se encontrarán localizadas en la zona de anclaje de cada planeta a los ejes. Para garantizar que la chaveta es capaz de realizar la transmisión se han calculado las tensiones de aplastamiento entre chaveta y eje, entre chaveta y cubo, y por último de cortante directo. Si las tensiones que soporta la chaveta son menores a las máximas que puede soportar el material, entonces la chaveta seleccionada será adecuada. Los cálculos de la selección de chavetas se encuentran en el Anexo II, apartado 9.2.4. Selección de chavetas. Se han seleccionado las siguientes:

Eje 1:

- Chaveta DIN 6885 AB 6 X 6 X 80 C45K.

Eje 2 (Portasatelites 1):

- Chaveta DIN 6885 AB 10 X 8 X 110 C45K.

## 5.7. Selección de rodamientos para los apoyos y lubricación.

Con todos los ejes ya dimensionados y habiendo obtenido las fuerzas en los apoyos se puede proceder a la selección de engranajes. En este caso, como se ha indicado anteriormente las fuerzas obtenidas en los apoyos han resultado ser nulas, por lo que en los engranajes no aparece ninguna carga. Esto significa que teniendo en cuenta el diámetro del eje y la velocidad de giro del mismo es suficiente para determinar que engranaje es necesario. Para realizar la selección, sin embargo, se ha tenido en cuenta la carga de peso propio de cada eje, que nos proporciona una fuerza radial que, si bien es despreciable en la mayoría de los casos, en este al no existir ninguna otra fuerza se debe considerar. Los cálculos realizados para llevar a cabo la selección de rodamientos se encuentran localizados en el Anexo II, apartado 9.2.5. Selección de rodamientos y lubricación.

Se han seleccionado los siguientes:

- Eje 1:

Apoyo A: Rodamiento para husillos FAG HSS71904C.T.P4S.UL.

Apoyo B: Rodamiento para husillos FAG HSS71904C.T.P4S.UL.

- Eje 2 (Portasatelites 1):

Apoyo A: Rodamiento rígido de bolas, una hilera, FAG 16006.

Apoyo B: Rodamiento rígido de bolas, una hilera, FAG 16006.

- Eje 3 (Portasatelites 2):

Apoyo A: Rodamiento rígido de bolas, una hilera, FAG 16011.

Apoyo B: Rodamiento rígido de bolas, una hilera, FAG 16011.

Al igual que en el caso del reductor calculado en el apartado 4, el lubricante seleccionado para el conjunto se trata de un aceite, debido a las altas velocidades de giro del eje de la salida de la turbina, que recomiendan el uso de aceites en vez de grasas. Por recomendación del fabricante de la turbohélice, Pratt & Whitney, se ha seleccionado un aceite denominado por la SAE como SAE AS5780B Grade SPC. De entre los disponibles en este grado de aceites se ha seleccionado un producto comercial de la marca de lubricantes y carburantes Shell, el aceite AeroShell Turbine Oil 560, al igual que en el caso del reductor de engranajes de dentado helicoidal. El motivo es que es el que se proporciona con el conjunto turbina – compresor. Como se indicó en el apartado 4.8. se realizarán inspecciones periódicas, las cuales nunca superarán periodos mayores a 12 meses. El cambio del total del aceite se realizará siempre que se observe un deterioro acusado del mismo, excesiva degradación o en caso de que se haya cumplido un periodo de 4 años desde la última vez que se sustituyó.

## 6. Comparación entre los dos diseños estudiados.

Una vez completamente analizados los diseños propuestos se va a establecer una comparación entre ambos, para estudiar cuales son las ventajas aportadas por cada uno de ellos. Para ello vamos a tener en cuenta principalmente el número de etapas de cada conjunto, el número de engranajes de cada etapa, su tamaño, el módulo utilizado para cada etapa, los esfuerzos que se producen y las cargas que se transmiten a los apoyos, los rodamientos necesarios para soportar dichas cargas, el material de los engranajes y de los ejes en cada reductor, y el peso de cada conjunto, pues no hemos de olvidar que estamos diseñando un elemento para una aplicación en el campo de la aeronáutica, donde uno de los factores más críticos a la hora de diseñar cualquier componente es que sea lo más ligero posible.

- Nº de etapas:

Para el reductor de engranajes de dentado helicoidal se han elegido tres etapas debido a que si se aumenta la relación de transmisión para disminuir el número de etapas se produce un aumento del tamaño de la rueda conducida, lo cuál afecta negativamente en el tamaño total del reductor, obteniendo además engranajes muy pesados. En el reductor planetario sin embargo se ha planteado un diseño en dos etapas, pues debido a que la relación de transmisión depende del número de dientes del planeta y la corona interior conseguimos que, con un tamaño de engranaje menor, se pueda alcanzar una relación de transmisión mayor.

- Módulos necesarios:

Tanto para el reductor de engranajes con dentado helicoidal como para el reductor planetario se ha calculado el módulo necesario para que los engranajes sean capaces de soportar los esfuerzos de flexión y el desgaste que se produce entre sus dientes durante toda la vida útil del reductor. Para dicho cálculo se debe tener en cuenta el par a transmitir en cada etapa. En el reductor de engranajes de dentado helicoidal en cada etapa se produce únicamente un contacto entre dientes, por lo que todo el par se transmite integro en ese contacto. En el reductor planetario, sin embargo, en cada etapa el planeta engrana con tantos satélites como hay, en nuestro caso 4, por lo que el par total a transmitir se divide en una cuarta parte para cada contacto. Esto implica que para la transmisión de un mismo par el módulo necesario para cada tipo de reductor será diferente, siendo menor en que use un contacto planetario debido precisamente a esa división del par total. Conseguir utilizar un menor módulo implica que para un mismo número de dientes aquel engranaje que tenga menor módulo contará con un



diámetro primitivo y, por tanto, con unas dimensiones menores. Esto se observa perfectamente en nuestros diseños planteados, donde el reductor con engranajes de dentado helicoidal emplea módulos de 5 mm, 6mm y 8mm para las tres etapas propuestas, mientras que el reductor planetario cumple con los esfuerzos que debe soportar con un módulo de 3 mm para su primera etapa y de 4 mm para la segunda.

- Tipo de dentado:

Para el reductor con engranajes de dentado helicoidal se han elegido engranajes con dentado helicoidal, tal y como se indica en el nombre, mientras que para el reductor planetario se han elegido engranajes de dentado recto. Ambos aportan ciertas ventajas e inconvenientes. La mayor ventaja de los engranajes de dentado helicoidal es que debido a la inclinación de la hélice son capaces de transmitir un par más elevado para la misma anchura de engranaje que sus homólogos de dentado recto, pues existe mayor área de contacto entre dientes, principal motivo por el que se han elegido para nuestro reductor; además, proporcionan una transmisión más silenciosa, lo cual los hace más adecuados frente a aplicaciones donde se requiera mantener un nivel sonoro determinado. Sin embargo, cuentan con el inconveniente de que producen cargas axiales, que se transmiten a los ejes y deben ser tenidas en cuenta a la hora del dimensionamiento y la selección de apoyos, pues deben ser absorbidas en alguno de ellos. Para el reductor planetario de han elegido engranajes de dentado recto, pues al dividirse el par a transmitir la carga que soporta cada diente es menor. Debido a que el ruido no juega un papel clave para la transmisión en nuestro conjunto el mayor ruido generado por estos no es un inconveniente.

- Material de los engranajes:

Los engranajes de ambos conjuntos se encuentran fabricados del mismo tipo de acero, el AISI 9310, puesto que se trata de uno de los aceros más usados comúnmente para este propósito, al tener unas buenas propiedades de resistencia mecánica y una dureza elevada que lo hacen recomendable para trabajar en aplicaciones donde el desgaste sea importante, por lo que no existe ninguna diferencia en este campo.

- Esfuerzos transmitidos a los apoyos:

Este punto es uno en los que verdaderamente se observa la diferencia entre ambos conjuntos, pues mientras que en el que usamos los dientes helicoidales todas las fuerzas se transmiten íntegramente a los apoyos, que deben ser capaces de absorber cargas elevadas tanto radiales como axiales, en el reductor planetario se produce un equilibrio de fuerzas entre las

generadas en cada contacto entre dientes que se traducen en que las cargas transmitidas a los apoyos sean nulas. Esto se refleja claramente en los rodamientos necesarios en cada apoyo en ambos reductores.

- Material de los ejes:

Para los ejes del reductor de engranajes de dentado helicoidal se ha elegido el acero AISI 4340, pues garantiza tanto resistencia estática como vida infinita a fatiga y es un acero más convencional que el otro candidato que se había propuesto, el acero Maraging 300, una aleación de elevada resistencia mecánica desarrollada para el uso en aplicaciones aeronáuticas, puesto que se trata de un material más económico al ser mayor su disponibilidad.

Para el reductor planetario el material elegido ha sido la aleación de Titanio Ti-6Al-4V, una de las aleaciones de titanio más comunes tanto en aplicaciones aeronáuticas como en medicina debido a su biocompatibilidad, sometida a un tratamiento de nitruración mediante plasma y bombardeo con partículas finas. La razón por la que se ha elegido este material es por la resistencia a fatiga que proporciona en este estado de suministro, pues el endurecimiento provocado en el material crea tensiones compresivas en su superficie que acercan el límite de vida del material a fatiga a la tensión de fluencia del mismo. Además, la estructura interna del titanio, hexagonal, proporciona una sensibilidad menor a la presencia de grietas que en el acero. Tanto el acero AISI 4340 como el Maraging 300 eran capaces de proporcionar la resistencia estática suficiente, pero fallaban en garantizar una vida a fatiga infinita, mientras que la aleación de titanio es capaz de hacer frente a ambos.

Si comparamos ambos materiales, y teniendo cuenta que ambos materiales son capaces de garantizar que se satisfacen las necesidades de carga en sus respectivas aplicaciones, la mayor ventaja que nos proporciona el titanio es mayor ligereza en las piezas que lo utilicen, pues su densidad es menor a la del acero,  $4,150 \text{ g/cm}^3$  para el titanio frente a los  $7,850 \text{ g/cm}^3$  del acero. Esto se traduce en que la masa total del conjunto que utilice piezas de titanio será considerablemente menor. Sin embargo, aunque el titanio nos aporte esta ventaja tiene un claro inconveniente frente al acero, su precio, pues se trata de un material de precio elevado principalmente debido a su proceso de obtención, más complicado que el del acero. Además la aleación de titanio se encuentra sometida a un tratamiento de nitruración y bombardeo con partículas tras obtener la geometría final de la pieza, lo cual contribuye a aumentar más el precio de la pieza. El acero seleccionado, el AISI 4340, si bien se trata de un acero de alta resistencia y desarrollado para trabajar en aplicaciones exigentes donde se produzcan grandes tensiones, es sin duda más económico que la aleación de titanio elegida.

- Elementos comerciales: Chavetas y rodamientos:

Debido a la diferencia entre ambos sistemas resulta interesante comparar el número de elementos comerciales que debemos emplear en cada sistema. En el estudio de ambos conjuntos se ha valorado el uso de chavetas y de rodamientos.

En el caso de las chavetas, en reductor de engranajes de dentado helicoidal se necesitan tantas chavetas como uniones entre ejes y engranajes existan, dado que tenemos 6 engranajes son necesarias 6 chavetas en el conjunto. En el reductor planetario, sin embargo, necesitamos las chavetas para unir los planetas a los ejes o portasatelites de etapas anteriores. Dado que tenemos únicamente dos etapas, y por tanto dos planetas, únicamente son necesarias 2 chavetas.

Con los rodamientos se necesita mínimo uno por cada apoyo propuesto. En el caso del reductor de engranajes de dentado helicoidal se han propuesto cuatro ejes, cada uno de ellos con dos apoyos, por lo que en el mejor de los casos se necesitarán 8 rodamientos; mientras que en el caso del reductor planetario tenemos tres ejes contando con los portasatelites, cada uno de ellos también con dos apoyos, por lo que el mínimo de rodamientos será de 6 unidades. Una vez realizado el cálculo de rodamientos necesarios observamos que, en el reductor de engranajes de dentado helicoidal, debido a las cargas que se producen en los apoyos, aparecen apoyos que necesitan de varios rodamientos, algunos de ellos especiales para trabajar a alta velocidad, siendo en total necesarios en el conjunto 13 rodamientos. En el reductor planetario, por el contrario, los apoyos reciben prácticamente una carga nula, por lo que únicamente se requiere un rodamiento por apoyo; además, debido a que las cargas producidas son muy pequeñas, rodamientos de características convencionales son suficientes para soportarlas.

En este caso el reductor planetario ofrece claras ventajas frente a su competidor, pues necesita de menos elementos comerciales, y además estos son más convencionales. Al igual que en el apartado del material de los ejes se ha comentado que se debía tener en cuenta la diferencia de precio entre ambos materiales, en este apartado se debe considerar que ocurre como influye el precio de cada componente, pues sin lugar a dudas el mayor número de chavetas y rodamientos del reductor con engranajes de dentado helicoidal, asociado a que varios de estos rodamientos sean específicos para soportar cargas altas a velocidades de giro elevadas contribuirán a que el precio del conjunto aumente.

- Masa total del conjunto:

Se ha obtenido la masa total de ambos conjuntos de reducción para poder comparar ambos. Para obtener dicha masa se ha tenido en cuenta únicamente la masa de los elementos a fabricar, es decir, engranajes y ejes, despreciando los elementos comerciales (rodamientos y chavetas) que forman parte de cada uno. La masa de cada elemento se ha obtenido del programa AUTODESK INVENTOR PROFESSIONAL 2019 en el que se han modelado las piezas, aplicándoles el material correspondiente y comprobando en el apartado magnitudes físicas, dentro de la ventana de propiedades, la masa de la pieza. Se adjuntan dos tablas donde se indican las piezas que forman parte de cada conjunto, las veces que la pieza se repite en el montaje, la masa de cada pieza y la masa total del conjunto. La tabla 9 corresponde al reductor de engranajes de dentado helicoidal, mientras que la tabla 10 es la correspondiente al reductor planetario.

*Tabla 9. Masa del conjunto reductor basado en engranajes de dentado helicoidal.*

Piezas y masa del reductor compuesto por engranajes de dentado helicoidal.			
Nombre pieza	Veces que aparece	Masa unitaria (kg)	Masa total (kg)
Engranaje 1	1	2,573	2,573
Engranaje 2	1	17,539	17,539
Engranaje 3	1	4,338	4,338
Engranaje 4	1	30,207	30,207
Engranaje 5	1	10,451	10,451
Engranaje 6	1	71,305	71,305
Eje 1	1	1,511	1,511
Eje 2	1	3,129	3,129
Eje 3	1	5,034	5,034
Eje 4	1	7,198	7,198
Nº de Piezas	10	Masa total conjunto	153, 285

\*Se puede observar que la masa de los engranajes 4 y 6 es considerablemente elevada en comparación a la del resto del reductor, de hecho, supone un 66,22% de la masa del total. Aunque se ha realizado el cálculo sin tener en cuenta el peso propio de los elementos, en estos sería necesario incluirlo, sobre todo en la etapa de diseño final, pues afectara a las cargas sobre los ejes. En el caso de estos dos engranajes se opondrá a la fuerza radial generada en el contacto entre engranajes, pues es de sentido opuesto en el eje vertical. Como se observará a continuación, es en estos dos engranajes donde reside gran parte de la diferencia de masa entre ambos conjuntos.

Tabla 10. Masa del conjunto reductor utilizando un sistema planetario

Piezas y masa del reductor planetario			
Nombre pieza	Veces que aparece	Masa unitaria (kg)	Masa total (kg)
Corona interior 1	1	5,274	5,274
Corona interior 2	1	7,177	7,177
Planeta 1	1	0,862	0,862
Planeta 2	1	1,897	1,897
Satélite 1	4	0,954	3,816
Satélite 2	4	1,952	7,808
Eje satélite 1	4	0,068	0,272
Eje satélite 2	4	0,357	1,428
Eje 1	1	0,382	0,382
Portasatelites 1	1	1,153	1,153
Portasatelites 2	1	2,412	2,412
Tapa portasatelites 1	1	0,095	0,095
Tapa portasatelites 2	1	0,172	0,172
Nº de Piezas	25	Masa total conjunto	32,748

Como se puede observar la masa total del conjunto planetario es inferior a la del reductor de engranajes de dentado helicoidal, siendo el reductor planetario concretamente 120,537 kg más ligero que su competidor.

Por último, se adjunta la tabla 11 donde se comparan los parámetros más destacables de cada sistema.

*Tabla 11. Resumen comparativo de algunos de los parámetros más destacables de cada conjunto.*

Resumen comparativo de ambos reductores planteados		
Parámetro del reductor	Reductor engranajes de dentado helicoidal	Reductor planetario
Nº. Etapas	3	2
Módulo de cada etapa	1ª – 5 mm. 2ª – 6 mm. 3ª – 8 mm.	1ª – 3 mm. 2ª – 4 mm.
Tipo de dentado	Helicoidal, $\mu = 21,5^\circ$	Recto
Material del engranaje	Acero AISI 9310	Acero AISI 9310
Material de los ejes	Acero AISI 4340	Titanio Ti-6Al-4V.
Nº. Chavetas	6	2
Nº. Rodamientos	13	6
Piezas a fabricar del conjunto	10	25
Nº. Total de piezas	29	33
Masa (sin elem. Comerciales)	153,285 kg	32,748 kg

## 7. Conclusiones.

Los cálculos realizados sobre ambos conjuntos reductores sirven para determinar cuál es el sistema más adecuado para utilizar en la transmisión de potencia en una turbohélice de propósito general. Con los resultados obtenidos se ha elegido cuál debe ser el sistema a utilizar en el conjunto. Para tomar la decisión se han tenido en cuenta los resultados del punto anterior entre ambos conjuntos.

Primero vamos a realizar un pequeño resumen de los materiales a usar en cada conjunto y de sus posibles modificaciones por otros materiales de características similares.

El acero AISI 9310 utilizado en ambos conjuntos para la construcción de engranajes ofrece una buena resistencia a flexión y a desgaste sin que se necesiten grandes módulos. Buscar otros aceros cementados que proporcionen características de dureza superficial más elevada o mayor tensión admisible incrementarían sin lugar a dudas el precio de los conjuntos, con un resultado similar en lo que se refiere al dimensionamiento de los engranajes.

En el caso del reductor de engranajes de dentado helicoidal el acero AISI 4340 proporciona unos resultados aceptables en el cálculo estático y cumple en su cometido de garantizar vida infinita para la pieza en los cálculos de fatiga. Optar por un acero de alta resistencia a tracción como el Maraging 300 que se ha estudiado proporcionaría igualmente unos buenos resultados en el cálculo estático y garantizaría vida infinita para los componentes del reductor, pero representaría un encarecimiento innecesario pues no se conseguiría mejor calidad ni ninguna ventaja sobre el AISI 4340.

En el caso del reductor planetario se observa que, pese a que los dos aceros estudiados proporcionan buenos resultados en el cálculo estático, fallan a la hora de proporcionar una vida infinita frente a la fatiga, motivo por el que se ha elegido el Titanio Ti-6Al-4V, no sin antes someterle a diversos tratamientos superficiales que colaboren a obtener la vida a fatiga deseada. La aleación da resultados similares, algo mejores, que el acero AISI 4340 en el cálculo estático. El uso de este material se traduce en un encarecimiento del conjunto por el precio del titanio frente al acero, pero sin embargo se obtiene un conjunto más ligero que realizándolo en acero, el cual de los requerimientos principales en aplicaciones del sector de la aviación.

A continuación, se realiza un resumen de los esfuerzos producidos en ambos conjuntos y transmitidos a los apoyos.

A la hora de estudiar los esfuerzos producidos el uso del sistema basado en engranajes epicicloidales proporciona equilibrio entre las fuerzas producidas en los engranajes, lo cual contribuye a que las cargas transmitidas a los apoyos sean mínimas y se traduce en que con rodamientos más sencillos y económicos que en su homólogo se puedan soportar las cargas. En el conjunto de engranajes de dentado helicoidal por su parte aparecen cargas axiales sobre los ejes, aunque se podría sustituir los engranajes helicoidales por unos engranajes helicoidales dobles, que eliminarían la carga axial generada; aun así, se seguirían necesitando los mismos rodamientos que en la situación actual, pues en la selección de rodamientos se observa que la carga radial sobre los apoyos es la dominante en el cálculo de selección, y esta no cambiaría al usar engranajes de doble hélice.

Por último, se adjunta un pequeño resumen tratando la diferencia de masa observada en ambos conjuntos, donde se plantean algunos métodos para reducir la masa en los conjuntos.

Atendiendo a la masa de ambos conjuntos se puede observar que el sistema planetario proporciona una gran ventaja frente a su homólogo de engranajes de dentado helicoidal, pues es mucho más ligero, siendo la diferencia de peso entre ambos conjuntos es de 120,537 kg. Sin lugar a dudas el uso de titanio como material de los ejes en el conjunto planetario contribuye a esa diferencia, aunque la mayor influencia es la relacionada con el elevado peso de los engranajes conducidos en el primer reductor estudiado. En el conjunto de engranajes de dentado helicoidal se podría plantear un aligeramiento en los engranajes de mayor tamaño mediante la retirada de material de las secciones menos críticas, ya fuera haciendo agujeros o disminuyendo la sección transversal, lo que favorecería un aligeramiento importante de todo el conjunto, aunque sin poder alcanzar al reductor planetario.

Con todo ello podemos concluir que el reductor planetario es el más adecuado para esta aplicación, pues es más ligero, requiere de rodamientos menos exigentes en sus apoyos y consigue realizar la transmisión en un conjunto más compacto, esta decisión se encuentra respaldada por el hecho de que numerosos fabricantes, tanto de turbohélices como de otros tipos de turbinas para su utilización en el campo de la aviación, utilizan este tipo de reductores para sus propulsores.

Como aclaración final, y tal como se había mencionado anteriormente, este trabajo tenía como objetivo determinar, para una misma aplicación, que tipo de reductor resultaba más adecuado. A la hora de realizar la ejecución final del mismo para el modelo de producción, los resultados aquí obtenidos podrían servir como punto de partida para luego realizar el diseño utilizando programas de simulación numérica como podría ser SOLIDWORKS, CATIA V5 o el



propio INVENTOR con el que se han diseñado las piezas, lo cual nos proporcionaría más datos sobre puntos de concentración de esfuerzos donde puedan aparecer sobrecargas. Con dichos resultados se podría modificar el diseño de algunos componentes, eliminar zonas de la pieza que no trabajen, modificar diámetros de ejes si fuera necesario para disminuir tensiones y reducir las sobrecargas en algunos puntos, o incluso cambiar el material por otro que fuera capaz de garantizar resistencia tanto frente al cálculo estático como frente a la fatiga y resultará más económico, por ejemplo en el reductor elegido modificando el diámetro para disminuir las tensiones y poder utilizar una aleación de acero en vez de titanio, y estudiar si el ahorro económico compensa el peso añadido. Además, habría que realizar el diseño de la carcasa, el sistema de lubricación conjunta para reductor, compresor y turbina y las uniones de los ejes de entrada y salida del reductor con los ejes de la turbina y la hélice respectivamente. Es decir, sería necesario realizar de nuevo el proceso de análisis, cálculo y diseño del conjunto para obtener los componentes finales que se instalarían al resto de la turbohélice

## 8. Bibliografía.

- **Libros:**

- *Cálculo y Selección de Elementos de Máquinas*, apuntes de la asignatura.
- *Criterios de diseño de Máquinas*, apuntes de la asignatura.
- *Dibujo Industrial en Grado de Ingeniería Mecánica*, apuntes de la asignatura.
- *Curso de la Teoría de Mecanismos y Máquinas*, G.G. Baranov, 2ª Edición, Editorial Mir Moscú.
- *TIMOSHENKO Resistencia de Materiales*, James M. Gere, 5ª Edición, Editorial Paraninfo.
- *Cálculo de la cadena de transmisión y de las prestaciones del automóvil, Volumen I y Volumen II*, Santiago Baselga, 4ª Edición.

- **Cátálogos de rodamientos:**

- SKF Rolling bearings Catalogue
- SKF Super-Precision Bearings
- ZYS High-speed precisión angular contact ball bearings
- Rodamientos FAG: Rodamientos de bolas-Rodamientos de rodillos-Soportes-Accesorios
- NTN Ball and Roller Bearings

- **Trenes epicicloidales:**

- *Rain Stress Analysis of Epicyclic Gearbox*, Mahendra Kalyanshetti, Suresh Wadkar and Sateesh Patil, Mechanical Department, Pune University, Pune, Maharashtra, India.
- *Design, Construction and Test of a two-Stage planetary traction speed reducer*, Eduardo Lobo Lustosa Cabral, Fabricio Sunahara Nagahashi, Marcos Costa Hunold, Escola Politécnica da Universidade de Sao Paulo

- **Estudio de la vida de la aleación de Titanio Ti-6Al-4V en función de diversos tratamientos superficiales y sus propiedades:**

- *Improvement of Fatigue Strength of Ti-6Al-4V Alloy by Hybrid Surface Treatment Composed of Plasma Nitriding and Fine-Particle Bombarding*, Tatsuro Morita, Noriaki Uehigashi and Chuji Kagaya, The Japan Institute of Metals and Materials.

- **Páginas Web:**

- [www.jp.nsk.com](http://www.jp.nsk.com) (Selección de rodamientos).
- [www.skf.com](http://www.skf.com) (Selección y lubricación de rodamientos).

- [www.shell.com](http://www.shell.com) (Información del lubricante seleccionado).
- [www.pw.utc.com](http://www.pw.utc.com) (Información de la turbohélice elegida).
- [www.asm.matweb.com](http://www.asm.matweb.com) (Propiedades de los aceros AISI 4340 y AISI 9310).
- [www.matweb.com](http://www.matweb.com) (Propiedades acero Maraging 300).
- [knowledge.autodesk.com](http://knowledge.autodesk.com) (Ayuda Inventor y AutoCAD).

- **Programas utilizados:**

- Microsoft Word.
- Microsoft Excel.
- AutoDESK Inventor Professional 2019 (Versión de estudiantes).
- AutoDesk AutoCAD 2019 (Versión estudiantes).



# ANEXOS

## 9. Anexos

### 9.1. Anexo I: Reductor engranajes helicoidales.

#### 9.1.1. Cálculo de relaciones de transmisión, pares y factores de servicio.

Se establece la relación de transmisión total del conjunto al conocerse las velocidades de giro del eje de salida de la turbina y del eje de giro de la hélice; tomándose para la hélice una velocidad de giro de referencia de 1900 R.P.M. al tratarse el valor medio de entre los que se debe encontrar. (Rango 1850 – 1950 R.P.M.):

$$i = \frac{R.P.M. \text{ Eje turbina}}{R.P.M. \text{ Hélice}} = \frac{30000}{1900} = 15,7895$$

Con el objetivo de obtener un tamaño de engranajes razonable se ha decidido dividir esta relación de transmisión en tres etapas diferentes. Para realizar dicha división se ha decidido que las tres etapas sean iguales, para ello se ha realizado la raíz cúbica de la relación total:

$$i_{unitaria} = \sqrt[3]{i_{total}} = \sqrt[3]{15,7895} = 2,5087 \approx 2,5$$

Por tanto, se ha tomado una relación de transmisión para cada etapa de 2,5.

Para obtener dicha relación de transmisión es posible utilizar varias parejas de número de dientes de piñón y rueda, habiéndose considerado en este caso para todas las etapas 18 dientes para el piñón y 45 para la ruda, puesto que proporcionan la relación exacta de 2,5 y es el menor número de dientes del piñón que nos permite tener esta relación sin que se produzca interferencia (con un piñón de 12 dientes y una rueda de 30 conseguimos tener la misma relación; sin embargo debido al reducido número de dientes del piñón se producirá interferencia entre sus dientes y los de la rueda, lo cual influirá negativamente a la vida a fatiga de la pareja de engranajes).

A continuación, se han obtenido los pares de entrada de cada eje con los cuales se calcularán los engranajes tanto a flexión como a desgaste, para ello se ha calculado el par que tenemos a la salida de la turbina al conocerse la velocidad de giro de esta y la potencia mecánica de la turbohélice:

$$675 \text{ CV} \cdot \frac{735 \text{ W}}{1 \text{ CV}} = 496125 \text{ W} = 496,125 \text{ KW}.$$

$$30000 \text{ R.P.M.} = 3141,6 \text{ rad/s.}$$

Par de salida de la turbina (entrada del eje 1):

$$P = M \cdot \omega \rightarrow M = \frac{P}{\omega} = \frac{496125 \text{ W}}{3141,6 \frac{\text{rad}}{\text{s}}} = 157,9215 \text{ Nm} = 157921,5 \text{ Nmm}$$

Con el par de salida de la turbina y la relación de transmisión de cada etapa se han calculados los pares en resto de ejes:

Par del segundo eje:

$$M_2 = M_1 \cdot i_{12} = 157,921 \cdot 2,5 = 393,22875 \text{ Nm} = 393228,75 \text{ Nmm}$$

Par del tercer eje:

$$M_3 = M_2 \cdot i_{23} = 393,22875 \cdot 2,5 = 983,071875 \text{ Nm} = 938071,875 \text{ Nmm}$$

Par del cuarto eje (salida a la hélice):

$$M_4 = M_3 \cdot i_{34} = 983,071875 \cdot 2,5 = 2457,679688 \text{ Nm} = 2457679,688 \text{ Nmm}$$

Sin embargo, para el cálculo de engranajes que se llevará a cabo en el siguiente apartado se deben considerar ciertos factores correctores para adecuar las condiciones de cálculo a unas condiciones más cercanas a las del trabajo y añadir un factor de seguridad extra a los cálculos.

Por tanto, se han considerado dos factores correctores diferentes:

- Factor de servicio: depende del tipo de cargas a las que se encuentre sometido el sistema. En este caso se trata de cargas uniformes y sin choque, por lo que se ha considerado un factor de servicio,  $f_s$  de 1,25.
- Factor de esfuerzos dinámicos: En este caso depende de la forma en que se han construido los engranajes y la precisión que se tiene en el engranaje. Para este caso se ha considerado que debido a que los engranajes se van a destinar para una aplicación en la cual el fallo de cualquier elemento podría ser crítico y podría acabar en un accidente fatal se trabajará con engranajes de la máxima precisión, obtenidos por rectificado u otro procedimiento similar, por lo que el factor de esfuerzos dinámicos se considerará el siguiente:

$$f_d = 1 + \frac{\sqrt{V}}{43}$$

El cual, como podemos observar depende de la velocidad,  $V$  (expresada en m/min) del círculo primitivo, por lo que será función de cada engranaje. Por tanto se calculará en el siguiente apartado de este anexo, cuando se realice el cálculo tanto a flexión como a desgaste de cada pareja de engranajes.

### 9.1.2. Cálculo del módulo necesario a flexión y a desgaste.

En este apartado se va a proceder a calcular el módulo necesario para cada par de engranajes para que se garantice que no se produce el fallo a flexión de los dientes de ninguno de los engranajes y además se cumple que aguantan la vida deseada antes de que se pueda producir en ellos un desgaste que pueda provocar su rotura. Se ha decidido trabajar con engranajes de dentado helicoidal, puesto que las velocidades que se alcanzan de giro son muy elevadas y con ello se reduce el ruido producido, y debido a que por la inclinación de la hélice nos permiten para un tamaño algo más compacto, una transmisión de cargas más elevadas al engranar más de un diente a la vez.

Para realizar el cálculo del módulo mínimo necesario se ha utilizado un proceso iterativo en el cual primero se ha elegido un módulo comercial de partida, se han obtenido los parámetros de la transmisión y se ha comprobado posteriormente si el módulo necesario es mayor o menor al elegido. Para los engranajes se ha decidido usar dientes de altura normal con un ángulo de presión de  $20^\circ$ , puesto que se trata de un valor habitual. El valor del ángulo de hélice para el dentado helicoidal es de  $21,5^\circ$ , pues se encuentra entre  $15^\circ$  y  $30^\circ$ , rango donde se encuentran normalmente los ángulos elegidos para no tener cargas axiales demasiado elevadas frente a las fuerzas tangenciales. Se ha elegido  $21,5^\circ$  al ser un valor frecuentemente usado dentro del rango mencionado.

Para el cálculo a flexión la expresión utilizada ha sido la siguiente:

$$M_n = 0,86 \cdot \sqrt[3]{\frac{M_{tc}}{\delta \cdot Z \cdot y \cdot \sigma_{adm}} \cdot \frac{\cos \mu}{1,5}}$$

Para el cálculo a desgaste la expresión utilizada ha sido la siguiente:

$$M_n = \sqrt[3]{\frac{1}{\delta \cdot Z^2} \cdot \frac{4 \cdot M_{tc} \cdot \cos^3 \mu}{K_r \cdot \sin(2\alpha)} \cdot \frac{1 + i}{i}}$$

Donde es necesario calcular el parámetro  $K_r$ , coeficiente de presión de rodadura:

$$K_r = 0,677 \cdot \frac{HB^2}{E \cdot W^{1/3}}$$

El cual a su vez depende del número de vueltas (en millones) del engranaje:

$$W = \frac{L_h \cdot n \cdot 60}{10^6}$$

Para ello es necesario tener en cuenta la vida en horas que se desea obtener. Esta se ha considerado igual a 5000 horas de servicio, pues se trata del tiempo máximo al que el fabricante considera que se debe realizar un mantenimiento intensivo del conjunto de reducción, sustituyendo sus componentes.

Para realizar los engranajes se ha seleccionado el acero AISI 9310, debido a que se trata de uno de los aceros más utilizados en el sector aeronáutico para la construcción de engranajes. Se utiliza tras haber recibido un tratamiento de carburación para mejorar su dureza y por tanto adaptar sus propiedades a las exigencias requeridas, sobre todo en lo que se va a referir a la duración a desgaste. A continuación, se indica su composición y sus propiedades mecánicas más relevantes para el cálculo:

- Composición:
  - Carbono: 0,08 – 0,13 %.
  - Níquel: 3,00 – 5,00 %.
  - Manganeso: 0,45 – 0,65 %.
  - Silicio: 0,15 – 0,30 %.
  - Fósforo: 0,025 % (máx.).
  - Azufre: 0,025 % (máx.)
  - Cromo: 1,00 – 1,40 %.
  - Molibdeno: 0,08 – 0,13%.
  
- Propiedades Mecánicas más relevantes:
  - Resistencia a tracción: 1289 MPa.
  - Tensión máxima admisible: 386,7 MPa.
  - Dureza Rockwell C: 58 HRc.
  - Dureza Brinell: 615 HB.



Se procede ahora a detallar el proceso de cálculo llevado a cabo para cada pareja de engranajes. Debido a que el piñón es de menor tamaño que la rueda y tiene, por tanto, menor número de dientes, se calcula el módulo necesario en él; puesto que, si el piñón cumple, la rueda también cumplirá.

- **Pareja de Engranajes 1:**

**1ª Iteración; Para Modulo M = 5**

- Nº Dientes del piñón,  $Z = 18$ .
- Rigidez,  $\delta = 25$  (Considerada rigidez estándar para el cálculo en reductores).
- Ángulo de presión,  $\alpha = 20^\circ$ .
- Ángulo de inclinación de la hélice,  $\mu = 21,5^\circ$ .
- Nº de dientes ficticios,  $Z' = 22,348$ .

$$Z' = \frac{Z}{\cos^3 \mu} = \frac{18}{\cos^3 21,5} = 22,348$$

- Coeficiente de Lewis,  $\gamma = 0,105348$ .
- Relación de transmisión,  $i = 2,5$ .
- Velocidad de giro del piñón,  $n_1 = 30000$  R.P.M.
- Vida en horas,  $L_h = 5000$ .
- Dureza del material = 615 HB.
- $\sigma_{adm} = 386,7$  MPa.
- Módulo de elasticidad del material,  $E = 210$  GPa.
- Modulo: 5 mm.
- Diámetro primitivo del piñón,  $D_{p1} = 90$  mm.
- Velocidad del círculo primitivo,  $V = 8482,3$  m/min.

$$V = \frac{n \cdot 2 \cdot \pi \cdot D_p}{2 \cdot 1000} = \frac{30000 \cdot 2 \cdot \pi \cdot 90}{2 \cdot 1000} = 8482,3 \text{ m/min}$$

- Factor de servicio,  $f_s = 1,25$ .
- Factor de esfuerzos dinámicos,  $f_d = 3,142$ .

$$f_d = 1 + \frac{\sqrt{V}}{43} = 1 + \frac{\sqrt{8482,3}}{43} = 3,142$$

- Par a transmitir,  $M_t = 157291,5 \text{ Nmm}$ .

- Par a transmitir corregido,  $M_{tc} = 617732,205 \text{ Nmm}$ .

$$M_{tc} = f_s \cdot f_d \cdot M_t = 1,25 \cdot 3,142 \cdot 157291,5 = 617732,205 \text{ Nmm}.$$

- **Cálculo a flexión:**

- Módulo normal:

$$M_n = 0,86 \cdot \sqrt[3]{\frac{M_{tc}}{\delta \cdot Z \cdot y \cdot \sigma_{adm}} \cdot \frac{\cos \mu}{1,5}} = 0,86 \cdot \sqrt[3]{\frac{617732,205}{25 \cdot 18 \cdot 0,105348 \cdot 386,7} \cdot \frac{\cos 21,5}{1,5}} =$$

$$= 2,369 \text{ mm}$$

- **Cálculo a desgaste:**

- Millones de vueltas:

$$W = \frac{L_h \cdot n \cdot 60}{10^6} = \frac{5000 \cdot 30000 \cdot 60}{10^6} = 9000 \text{ Millones de vueltas}$$

- Coeficiente de presión de rodadura:

$$K_r = 0,677 \cdot \frac{HB^2}{E \cdot W^{1/3}} = 0,677 \cdot \frac{6150^2}{210000 \cdot 9000^{1/3}} = 5,862$$

- Módulo normal:

$$M_n = \sqrt[3]{\frac{1}{\delta \cdot Z^2} \cdot \frac{4 \cdot M_{tc} \cdot \cos^3 \mu}{K_r \cdot \sin(2\alpha)} \cdot \frac{1+i}{i}} = \sqrt[3]{\frac{1}{25 \cdot 18^2} \cdot \frac{4 \cdot 617732,205 \cdot \cos^3 21,5}{5,682 \cdot \sin(2 \cdot 20)} \cdot \frac{1+2,5}{2,5}}$$

$$= 4,503 \text{ mm}.$$

Comprobamos que el módulo que marca el mínimo necesario es el que hemos calculado a desgaste. Sin embargo, se trata del módulo normal, por lo que debemos de obtener el módulo circunferencial para poder comprobarlo con el elegido y comprobar que es menor:

$$M_c = \frac{M_n}{\cos\left(\frac{2 \cdot \pi \cdot \mu}{360}\right)} = \frac{4,503}{\cos\left(\frac{2 \cdot \pi \cdot 21,5}{360}\right)} = 4,84 \text{ mm}$$

Como vemos el módulo circunferencial necesario para satisfacer las exigencias de flexión y desgaste es inferior al elegido, por lo que el módulo seleccionado es válido.

- **Pareja de Engranajes 2:**

**1ª Iteración; Para Modulo M = 5**

- Nº Dientes del piñón,  $Z = 18$ .
- Rigidez,  $\delta = 25$  (Considerada rigidez estándar para el cálculo en reductores).
- Ángulo de presión,  $\alpha = 20^\circ$ .
- Ángulo de inclinación de la hélice,  $\mu = 21,5^\circ$ .
- Nº de dientes ficticios,  $Z' = 22,348$ .

$$Z' = \frac{Z}{\cos^3 \mu} = \frac{18}{\cos^3 21,5} = 22,348$$

- Coeficiente de Lewis,  $y = 0,105348$ .
- Relación de transmisión,  $i = 2,5$ .
- Velocidad de giro del piñón,  $n_1 = 12000$  R.P.M.
- Vida en horas,  $L_h = 5000$ .
- Dureza del material = 615 HB.
- $\sigma_{adm} = 386,7$  MPa.
- Módulo de elasticidad del material,  $E = 210$  GPa.
- Modulo: 5 mm.
- Diámetro primitivo del piñón,  $D_{p1} = 90$  mm.
- Velocidad del círculo primitivo,  $V = 3392,92$  m/min.

$$V = \frac{n \cdot 2 \cdot \pi \cdot D_p}{2 \cdot 1000} = \frac{12000 \cdot 2 \cdot \pi \cdot 90}{2 \cdot 1000} = 3392,92 \text{ m/min}$$

- Factor de servicio,  $f_s = 1,25$ .
- Factor de esfuerzos dinámicos,  $f_d = 2,355$ .

$$f_d = 1 + \frac{\sqrt{V}}{43} = 1 + \frac{\sqrt{3392,92}}{43} = 2,355$$

- Par a transmitir,  $M_t = 393228,75 \text{ Nmm}$ .

- Par a transmitir corregido,  $M_{tc} = 1157381,69 \text{ Nmm}$ .

$$M_{tc} = f_s \cdot f_d \cdot M_t = 1,25 \cdot 2,355 \cdot 393228,75 = 1157381,69 \text{ Nmm}.$$

- **Cálculo a flexión:**

- Módulo normal:

$$M_n = 0,86 \cdot \sqrt[3]{\frac{M_{tc}}{\delta \cdot Z \cdot y \cdot \sigma_{adm}} \cdot \frac{\cos \mu}{1,5}} = 0,86 \cdot \sqrt[3]{\frac{1157381,69}{25 \cdot 18 \cdot 0,105348 \cdot 386,7} \cdot \frac{\cos 21,5}{1,5}} =$$

$$= 2,92 \text{ mm}$$

- **Cálculo a desgaste:**

- Millones de vueltas:

$$W = \frac{L_h \cdot n \cdot 60}{10^6} = \frac{5000 \cdot 12000 \cdot 60}{10^6} = 3600 \text{ Millones de vueltas}$$

- Coeficiente de presión de rodadura:

$$K_r = 0,677 \cdot \frac{HB^2}{E \cdot W^{1/3}} = 0,677 \cdot \frac{6150^2}{210000 \cdot 3600^{1/3}} = 7,956$$

- Módulo normal:

$$M_n = \sqrt[3]{\frac{1}{\delta \cdot Z^2} \cdot \frac{4 \cdot M_{tc} \cdot \cos^3 \mu}{K_r \cdot \sin(2\alpha)} \cdot \frac{1+i}{i}} = \sqrt[3]{\frac{1}{25 \cdot 18^2} \cdot \frac{4 \cdot 1157381,69 \cdot \cos^3 21,5}{7,956 \cdot \sin(2 \cdot 20)} \cdot \frac{1+2,5}{2,5}}$$

$$= 5,01364 \text{ mm}.$$

Al igual que en el caso anterior, comprobamos que el módulo que marca el mínimo necesario es el que hemos calculado a desgaste. Calculamos el módulo circunferencial, aunque ya podemos observar que el normal es superior al propuesto, por lo que no cumplirá:

$$M_c = \frac{M_n}{\cos\left(\frac{2 \cdot \pi \cdot \mu}{360}\right)} = \frac{5,01364}{\cos\left(\frac{2 \cdot \pi \cdot 21,5}{360}\right)} = 5,389 \text{ mm}$$

Como vemos el módulo circunferencial necesario para satisfacer las exigencias de flexión y desgaste es superior al elegido, por lo que el módulo seleccionado no es válido y se debe realizar una segunda iteración con un módulo mayor.

## 2ª Iteración; Para Modulo M = 6

- Nº Dientes del piñón,  $Z = 18$ .
- Rigidez,  $\delta = 25$  (Considerada rigidez estándar para el cálculo en reductores).
- Ángulo de presión,  $\alpha = 20^\circ$ .
- Ángulo de inclinación de la hélice,  $\mu = 21,5^\circ$ .
- Nº de dientes ficticios,  $Z' = 22,348$ .

$$Z' = \frac{Z}{\cos^3 \mu} = \frac{18}{\cos^3 21,5} = 22,348$$

- Coeficiente de Lewis,  $y = 0,105348$ .
- Relación de transmisión,  $i = 2,5$ .
- Velocidad de giro del piñón,  $n_1 = 12000$  R.P.M.
- Vida en horas,  $L_h = 5000$ .
- Dureza del material = 615 HB.
- $\sigma_{adm} = 386,7$  MPa.
- Módulo de elasticidad del material,  $E = 210$  GPa.
- Modulo: 6 mm.
- Diámetro primitivo del piñón,  $D_{p1} = 108$  mm.
- Velocidad del círculo primitivo,  $V = 4071,504$  m/min.

$$V = \frac{n \cdot 2 \cdot \pi \cdot D_p}{2 \cdot 1000} = \frac{12000 \cdot 2 \cdot \pi \cdot 108}{2 \cdot 1000} = 4071,504 \text{ m/min}$$

- Factor de servicio,  $f_s = 1,25$ .
- Factor de esfuerzos dinámicos,  $f_d = 2,484$ .

$$f_d = 1 + \frac{\sqrt{V}}{43} = 1 + \frac{\sqrt{4071,504}}{43} = 2,484$$

- Par a transmitir,  $M_t = 393228,75$  Nmm.
- Par a transmitir corregido,  $M_{tc} = 1220933,42$  Nmm.

$$M_{tc} = f_s \cdot f_d \cdot M_t = 1,25 \cdot 2,484 \cdot 393228,75 = 1220933,42 \text{ Nmm.}$$

- **Cálculo a flexión:**

- Módulo normal:

$$M_n = 0,86 \cdot \sqrt[3]{\frac{M_{tc}}{\delta \cdot Z \cdot y \cdot \sigma_{adm}} \cdot \frac{\cos \mu}{1,5}} = 0,86 \cdot \sqrt[3]{\frac{1220933,42}{25 \cdot 18 \cdot 0,105348 \cdot 386,7} \cdot \frac{\cos 21,5}{1,5}} =$$

$$= 2,973 \text{ mm}$$

- **Cálculo a desgaste:**

- Millones de vueltas:

$$W = \frac{L_h \cdot n \cdot 60}{10^6} = \frac{5000 \cdot 12000 \cdot 60}{10^6} = 3600 \text{ Millones de vueltas}$$

- Coeficiente de presión de rodadura:

$$K_r = 0,677 \cdot \frac{HB^2}{E \cdot W^{1/3}} = 0,677 \cdot \frac{6150^2}{210000 \cdot 3600^{1/3}} = 7,956$$

- Módulo normal:

$$M_n = \sqrt[3]{\frac{1}{\delta \cdot Z^2} \cdot \frac{4 \cdot M_{tc} \cdot \cos^3 \mu}{K_r \cdot \sin(2\alpha)} \cdot \frac{1 + i}{i}} = \sqrt[3]{\frac{1}{25 \cdot 18^2} \cdot \frac{4 \cdot 1220933,42 \cdot \cos^3 21,5}{7,956 \cdot \sin(2 \cdot 20)} \cdot \frac{1 + 2,5}{2,5}}$$

$$= 5,10378 \text{ mm.}$$

Realizando los cálculos obtenemos un valor algo mayor en el caso del cálculo a flexión y el un valor muy similar para el cálculo a desgaste, que vuelve a ser el que marca el valor necesario. Procedemos a calcular el módulo circunferencial:

$$M_c = \frac{M_n}{\cos\left(\frac{2 \cdot \pi \cdot \mu}{360}\right)} = \frac{5,10378}{\cos\left(\frac{2 \cdot \pi \cdot 21,5}{360}\right)} = 5,485 \text{ mm}$$

Como vemos el módulo circunferencial necesario para satisfacer las exigencias de flexión y desgaste es inferior al elegido, por lo que el módulo seleccionado es válido.

- **Pareja de Engranajes 3:**

**1ª Iteración; Para Modulo M = 6**

- Nº Dientes del piñón,  $Z = 18$ .
- Rigidez,  $\delta = 25$  (Considerada rigidez estándar para el cálculo en reductores).
- Ángulo de presión,  $\alpha = 20^\circ$ .
- Ángulo de inclinación de la hélice,  $\mu = 21,5^\circ$ .
- Nº de dientes ficticios,  $Z' = 22,348$ .

$$Z' = \frac{Z}{\cos^3 \mu} = \frac{18}{\cos^3 21,5} = 22,348$$

- Coeficiente de Lewis,  $\gamma = 0,105348$ .
- Relación de transmisión,  $i = 2,5$ .
- Velocidad de giro del piñón,  $n_1 = 4800$  R.P.M.
- Vida en horas,  $L_h = 5000$ .
- Dureza del material = 615 HB.
- $\sigma_{adm} = 386,7$  MPa.
- Módulo de elasticidad del material,  $E = 210$  GPa.
- Modulo: 6 mm.
- Diámetro primitivo del piñón,  $D_{p1} = 108$  mm.
- Velocidad del círculo primitivo,  $V = 1628,6$  m/min.

$$V = \frac{n \cdot 2 \cdot \pi \cdot D_p}{2 \cdot 1000} = \frac{4800 \cdot 2 \cdot \pi \cdot 108}{2 \cdot 1000} = 1628,6 \text{ m/min}$$

- Factor de servicio,  $f_s = 1,25$ .
- Factor de esfuerzos dinámicos,  $f_d = 1,9385$ .

$$f_d = 1 + \frac{\sqrt{V}}{43} = 1 + \frac{\sqrt{1628,6}}{43} = 1,9385$$

- Par a transmitir,  $M_t = 983071,875$  Nmm.

- Par a transmitir corregido,  $M_{tc} = 1157381,69 \text{ Nmm}$ .

$$M_{tc} = f_s \cdot f_d \cdot M_t = 1,25 \cdot 2,355 \cdot 983071,875 = 2382118,52 \text{ Nmm}.$$

- **Cálculo a flexión:**

- Módulo normal:

$$M_n = 0,86 \cdot \sqrt[3]{\frac{M_{tc}}{\delta \cdot Z \cdot y \cdot \sigma_{adm}} \cdot \frac{\cos \mu}{1,5}} = 0,86 \cdot \sqrt[3]{\frac{2382118,52}{25 \cdot 18 \cdot 0,105348 \cdot 386,7} \cdot \frac{\cos 21,5}{1,5}} = 3,715 \text{ mm}$$

- **Cálculo a desgaste:**

- Millones de vueltas:

$$W = \frac{L_h \cdot n \cdot 60}{10^6} = \frac{5000 \cdot 4800 \cdot 60}{10^6} = 1440 \text{ Millones de vueltas}$$

- Coeficiente de presión de rodadura:

$$K_r = 0,677 \cdot \frac{HB^2}{E \cdot W^{1/3}} = 0,677 \cdot \frac{6150^2}{210000 \cdot 1440^{1/3}} = 10,798$$

- Módulo normal:

$$M_n = \sqrt[3]{\frac{1}{\delta \cdot Z^2} \cdot \frac{4 \cdot M_{tc} \cdot \cos^3 \mu}{K_r \cdot \sin(2\alpha)} \cdot \frac{1+i}{i}} = \sqrt[3]{\frac{1}{25 \cdot 18^2} \cdot \frac{4 \cdot 2382118,52 \cdot \cos^3 21,5}{10,798 \cdot \sin(2 \cdot 20)} \cdot \frac{1+2,5}{2,5}} = 5,76 \text{ mm}.$$

Nuevamente es el módulo del cálculo a desgaste el más restrictivo, calculamos el módulo circunferencial para comprobar si el engranaje seleccionado cumple:

$$M_c = \frac{M_n}{\cos\left(\frac{2 \cdot \pi \cdot \mu}{360}\right)} = \frac{5,76}{\cos\left(\frac{2 \cdot \pi \cdot 21,5}{360}\right)} = 6,19 \text{ mm}$$

Obtenemos un módulo circunferencial mayor al seleccionado, por lo que debemos realizar una nueva iteración para el siguiente módulo disponible.

## **2ª Iteración; Para Modulo M = 8**

Se ha seleccionado un módulo de 8 mm debido a que en los catálogos comerciales era el siguiente módulo estandarizado disponible, aunque a juzgar por los resultados obtenidos si



se hubiera dispuesto de un módulo de 7 mm este probablemente hubiera sido suficiente para satisfacer los requerimientos impuestos.

- Nº Dientes del piñón,  $Z = 18$ .
- Rigidez,  $\delta = 25$  (Considerada rigidez estándar para el cálculo en reductores).
- Ángulo de presión,  $\alpha = 20^\circ$ .
- Ángulo de inclinación de la hélice,  $\mu = 21,5^\circ$ .
- Nº de dientes ficticios,  $Z' = 22,348$ .

$$Z' = \frac{Z}{\cos^3 \mu} = \frac{18}{\cos^3 21,5} = 22,348$$

- Coeficiente de Lewis,  $y = 0,105348$ .
- Relación de transmisión,  $i = 2,5$ .
- Velocidad de giro del piñón,  $n_1 = 4800$  R.P.M.
- Vida en horas,  $L_h = 5000$ .
- Dureza del material = 615 HB.
- $\sigma_{adm} = 386,7$  MPa.
- Módulo de elasticidad del material,  $E = 210$  GPa.
- Modulo: 8 mm.
- Diámetro primitivo del piñón,  $D_{p1} = 144$  mm.
- Velocidad del círculo primitivo,  $V = 2171,469$  m/min.

$$V = \frac{n \cdot 2 \cdot \pi \cdot D_p}{2 \cdot 1000} = \frac{4800 \cdot 2 \cdot \pi \cdot 144}{2 \cdot 1000} = 2171,469 \text{ m/min}$$

- Factor de servicio,  $f_s = 1,25$ .
- Factor de esfuerzos dinámicos,  $f_d = 2,084$ .

$$f_d = 1 + \frac{\sqrt{V}}{43} = 1 + \frac{\sqrt{2171,469}}{43} = 2,084$$

- Par a transmitir,  $M_t = 983071,875$  Nmm.
- Par a transmitir corregido,  $M_{tc} = 2560531,35$  Nmm.

$$M_{tc} = f_s \cdot f_d \cdot M_t = 1,25 \cdot 2,084 \cdot 983071,42 = 2560531,35 \text{ Nmm.}$$

- **Cálculo a flexión:**

- Módulo normal:

$$M_n = 0,86 \cdot \sqrt[3]{\frac{M_{tc}}{\delta \cdot Z \cdot y \cdot \sigma_{adm}} \cdot \frac{\cos \mu}{1,5}} = 0,86 \cdot \sqrt[3]{\frac{2560531,35}{25 \cdot 18 \cdot 0,105348 \cdot 386,7} \cdot \frac{\cos 21,5}{1,5}} =$$

$$= 3,805 \text{ mm}$$

- **Cálculo a desgaste:**

- Millones de vueltas:

$$W = \frac{L_h \cdot n \cdot 60}{10^6} = \frac{5000 \cdot 4800 \cdot 60}{10^6} = 1440 \text{ Millones de vueltas}$$

- Coeficiente de presión de rodadura:

$$K_r = 0,677 \cdot \frac{HB^2}{E \cdot W^{1/3}} = 0,677 \cdot \frac{6150^2}{210000 \cdot 1440^{1/3}} = 10,798$$

- Módulo normal:

$$M_n = \sqrt[3]{\frac{1}{\delta \cdot Z^2} \cdot \frac{4 \cdot M_{tc} \cdot \cos^3 \mu}{K_r \cdot \sin(2\alpha)} \cdot \frac{1 + i}{i}} = \sqrt[3]{\frac{1}{25 \cdot 18^2} \cdot \frac{4 \cdot 2560531,35 \cdot \cos^3 21,5}{10,798 \cdot \sin(2 \cdot 20)} \cdot \frac{1 + 2,5}{2,5}}$$

$$= 5,9 \text{ mm.}$$

Al igual que en los todos los casos anteriores, vuelve a ser el cálculo a desgaste el que nos marca el módulo normal necesario. Procedemos a calcular el modulo circunferencial:

$$M_c = \frac{M_n}{\cos\left(\frac{2 \cdot \pi \cdot \mu}{360}\right)} = \frac{5,9}{\cos\left(\frac{2 \cdot \pi \cdot 21,5}{360}\right)} = 6,342 \text{ mm}$$

En este caso podemos ver que el módulo elegido es mucho mayor al necesario, por lo que los engranajes seleccionados cumplen holgadamente con los requerimientos.

A continuación, se adjuntan los datos correspondientes a los engranajes elegidos:

Tabla 12. Características de los engranajes seleccionados para el reductor

Características Engranajes utilizados						
Datos	Etapa 1		Etapa 2		Etapa 3	
	Engranaje 1	Engranaje 2	Engranaje 3	Engranaje 4	Engranaje 5	Engranaje 6
Módulo normal mínimo (mm)	4,5027	4,5027	5,1038	5,1038	5,9005	5,9005
Módulo circunferencial mínimo (mm)	4,8395	4,8395	5,4855	5,4855	6,3418	6,3418
Nº Dientes	18	45	18	45	18	45
Modulo circunferencial, M (mm)	5	5	6	6	8	8
Ángulo de presión, $\alpha$ (º)	20	20	20	20	20	20
Ángulo de hélice, $\mu$ (º)	21,5	21,5	21,5	21,5	21,5	21,5
Diámetro primitivo, $D_p$ (mm)	90	225	108	270	144	360
Diámetro del eje, $D_1$ , (mm)	30	35	40	45	50	65
Anchura del engranaje, B (mm)	50	50	60	60	80	80

### 9.1.3. Cálculo de esfuerzos en los apoyos.

Una vez seleccionados los engranajes en el apartado anterior se va a proceder a realizar el cálculo de las fuerzas sobre cada uno de los apoyos. Para ello primero se va a proceder al cálculo de las fuerzas axial, tangencial, axial y radial generadas en cada engranaje. Para cada pareja de engranajes estas fuerzas son iguales en piñón y rueda, por lo que se pueden calcular indistintamente en uno u otro. En este caso se ha decidido utilizar los datos del piñón de cada pareja para realizar los cálculos.

Pareja 1 (Engranajes 1 – 2):

$$M_{t1} = T_1 \cdot \frac{D_{p1}}{2} \rightarrow T_1 = M_{t1} \cdot \frac{2}{D_{p1}} = 157291,5 \cdot \frac{2}{90} = 3495,37 \text{ N} = T_2$$

$$A_1 = T_1 \cdot \tan \mu = 3495,37 \cdot \tan 21,5 = 1376,86 \text{ N} = A_2$$

$$V_1 = \frac{T_1}{\cos \mu} \cdot \tan \alpha = \frac{3495,37}{\cos 21,5} \cdot \tan 20 = 1367,35 \text{ N} = V_1$$

Pareja 2 (Engranajes 3 – 4):

$$T_3 = M_{t3} \cdot \frac{2}{D_{p3}} = 393228,75 \cdot \frac{2}{108} = 7282,014 \text{ N} = T_4$$

$$A_3 = T_3 \cdot \tan \mu = 7282,014 \cdot \tan 21,5 = 2868,46 \text{ N} = A_4$$

$$V_3 = \frac{T_3}{\cos \mu} \cdot \tan \alpha = \frac{7282,014}{\cos 21,5} \cdot \tan 20 = 2848,6525 \text{ N} = V_4$$

Pareja 3 (Engranajes 5 – 6):

$$T_5 = M_{t5} \cdot \frac{2}{D_{p5}} = 983071,875 \cdot \frac{2}{144} = 13653,776 \text{ N} = T_6$$

$$A_5 = T_5 \cdot \tan \mu = 13653,776 \cdot \tan 21,5 = 5378,365 \text{ N} = A_6$$

$$V_5 = \frac{T_5}{\cos \mu} \cdot \tan \alpha = \frac{13653,776}{\cos 21,5} \cdot \tan 20 = 5341,2234 \text{ N} = V_6$$

Con las fuerzas que se producen en cada uno de los engranajes podemos proceder al cálculo de las fuerzas en cada uno de los apoyos. Para ello planteamos el equilibrio de fuerzas y momentos para cada uno de los ejes del conjunto de reducción. Es importante tener en cuenta que al existir una fuerza axial que se produce en el punto de contacto entre dientes aparece en el eje un momento en el punto donde se encuentran los engranajes. Para los cálculos se han considerado las cargas generadas en los engranajes como cargas puntuales.

### Eje 1:

Se considera que el apoyo A es el que absorbe el esfuerzo axial.

### Ejes XY:

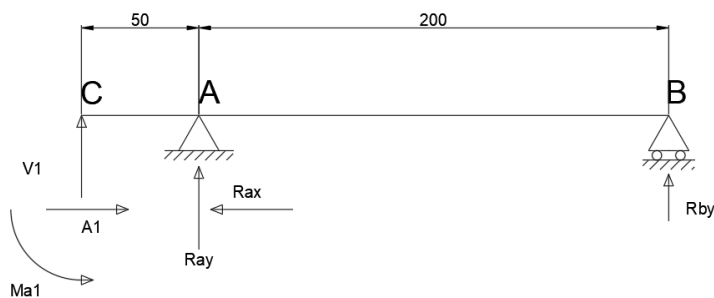


Ilustración 43. Equilibrio de fuerzas XY en el eje 1.

Sumatorio de fuerzas:

$$\sum F_x = 0 \rightarrow R_{Ax} - A_1 = 0 \rightarrow R_{Ax} = A_1 = 1376,86 \text{ N}.$$

$$\sum F_y = 0 \rightarrow V_1 + R_{Ay} + R_{By} = 0 \rightarrow 1367,35 - 1399,394 + R_{By} = 0 \rightarrow$$

$$\rightarrow R_{By} = 32,044 \text{ N}.$$

Sumatorio de momentos (respecto de B):

$$\begin{aligned}\sum M_B = 0 &\rightarrow M_{A1} - V_1 \cdot 250 - R_{Ay} \cdot 200 = 0 \rightarrow \\ &\rightarrow 61958,7 - 1367,35 \cdot 250 - R_{Ay} \cdot 200 = 0 \rightarrow \\ &\rightarrow R_{Ay} = -1399,394 \text{ N.}\end{aligned}$$

Ejes XZ:

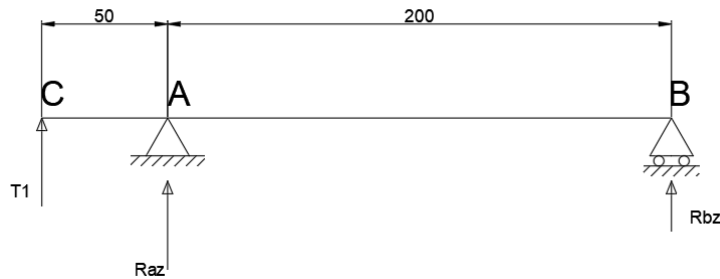


Ilustración 44. Equilibrio de fuerzas XZ en el eje 1.

Sumatorio de fuerzas:

$$\begin{aligned}\sum F_Z = 0 &\rightarrow -T_1 - R_{Az} - R_{Bz} = 0 \rightarrow -3495,37 + 4369,2125 - R_{Bz} = 0 \rightarrow \\ &\rightarrow R_{Bz} = 873,8425 \text{ N.}\end{aligned}$$

Sumatorio de momentos (respecto de B):

$$\begin{aligned}\sum M_B = 0 &\rightarrow -T_1 \cdot 250 - R_{Az} \cdot 200 = 0 \rightarrow \\ &\rightarrow 3495,37 \cdot 250 - R_{Az} \cdot 200 = 0 \rightarrow \\ &\rightarrow R_{Az} = -4369,2125 \text{ N.}\end{aligned}$$

## Eje 2:

Se considera que el apoyo A es el que absorbe el esfuerzo axil.

## Ejes XY:

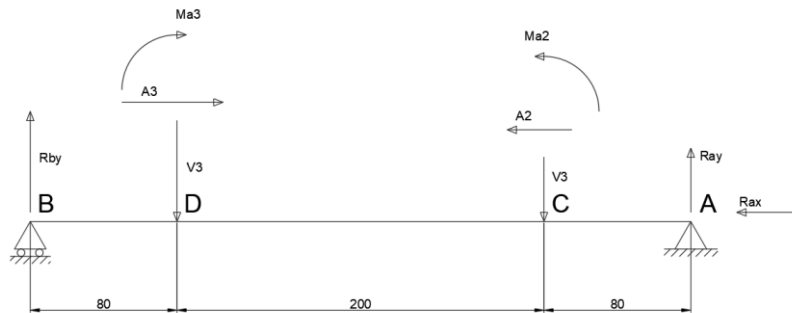


Ilustración 45. Equilibrio de fuerzas XY en el eje 2.

Sumatorio de fuerzas:

$$\sum F_x = 0 \rightarrow R_{Ax} + A_2 - A_3 = 0 \rightarrow R_{Ax} = 2868,46 - 1376,86 = 1491,6 \text{ N.}$$

$$\sum F_y = 0 \rightarrow R_{Ay} + R_{By} - V_2 - V_3 = 0 \rightarrow 2519,474 + R_{Ay} - 1367,35 - 2848,6525 = 0$$

$$\rightarrow R_{Ay} = 1696,5285 \text{ N.}$$

Sumatorio de momentos (respecto de A):

$$\sum M_A = 0 \rightarrow R_{By} \cdot 360 + M_{A3} - V_3 \cdot 280 - V_2 \cdot 80 - M_{A2} = 0 \rightarrow$$

$$\rightarrow R_{By} \cdot 360 + 154896,75 - 2848,6525 \cdot 280 - 1367,35 \cdot 80 - 154896,84 = 0 \rightarrow$$

$$\rightarrow R_{By} = 2519,474 \text{ N.}$$

## Ejes XZ:

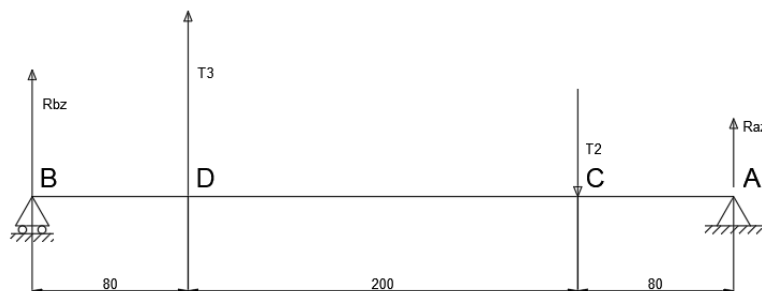


Ilustración 46. Equilibrio de fuerzas XZ en el eje 2.

Sumatorio de fuerzas:

$$\sum F_Z = 0 \rightarrow T_2 - R_{Az} - R_{Bz} + T_3 = 0 \rightarrow 3495,37 - R_{Az} + 4887,04 - 7282,014 = 0 \rightarrow$$

$$\rightarrow R_{Az} = 1100,396 \text{ N.}$$

Sumatorio de momentos (respecto de A):

$$\sum M_A = 0 \rightarrow -R_{Bz} \cdot 360 - T_3 \cdot 280 + T_2 \cdot 80 = 0 \rightarrow$$

$$\rightarrow -R_{Bz} \cdot 360 - 7282,014 \cdot 280 + 3495,37 \cdot 80 = 0 \rightarrow$$

$$\rightarrow R_{Bz} = -4887,04 \text{ N.}$$

### Eje 3:

Se considera que el apoyo A es el que absorbe el esfuerzo axial.

Ejes XY:

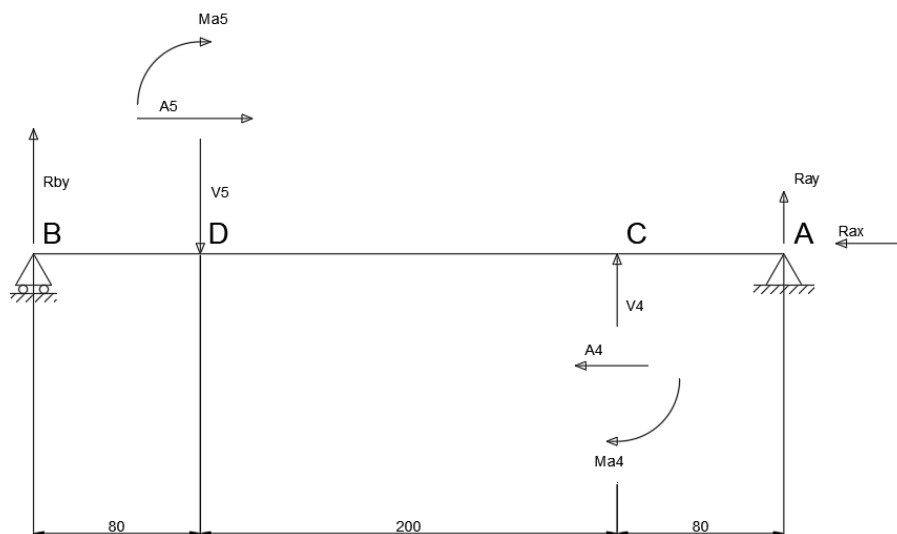


Ilustración 47. Equilibrio de fuerzas XY en el eje 3.

Sumatorio de fuerzas:

$$\sum F_x = 0 \rightarrow A_5 - A_4 - R_{Ax} = 0 \rightarrow R_{Ax} = 5378,365 - 2868,46 = 2509,905 \text{ N.}$$

$$\sum F_y = 0 \rightarrow R_{Ay} + R_{By} - V_5 + V_4 = 0 \rightarrow R_{Ay} + 1369,91 - 5341,22 + 2848,6525 = 0$$

$$\rightarrow R_{Ay} = 1122,6654 \text{ N.}$$

Sumatorio de momentos (respecto de A):

$$\begin{aligned}\sum M_A = 0 &\rightarrow R_{By} \cdot 360 + M_{A5} - V_5 \cdot 280 + V_2 \cdot 80 + M_{A4} = 0 \rightarrow \\ &\rightarrow R_{By} \cdot 360 + 387242,1 - 5341,22 \cdot 280 + 2848,6525 \cdot 80 + 387242,28 = 0 \rightarrow \\ &\rightarrow R_{By} = 1369,9055 \text{ N.}\end{aligned}$$

Ejes XZ:

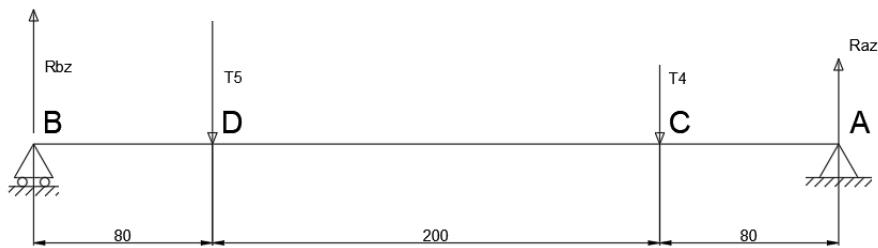


Ilustración 48. Equilibrio de fuerzas XZ en el eje 3.

Sumatorio de fuerzas:

$$\begin{aligned}\sum F_Z = 0 &\rightarrow T_4 - R_{Az} - R_{Bz} + T_5 = 0 \rightarrow 7282,014 - R_{Az} + 12237,829 - 13653,776 = 0 \\ &\rightarrow R_{Az} = 8697,961 \text{ N.}\end{aligned}$$

Sumatorio de momentos (respecto de A):

$$\begin{aligned}\sum M_A = 0 &\rightarrow -R_{Bz} \cdot 360 + T_5 \cdot 280 + T_4 \cdot 80 = 0 \rightarrow \\ &\rightarrow -R_{Bz} \cdot 360 + 13653,776 \cdot 280 + 7282,014 \cdot 80 = 0 \rightarrow \\ &\rightarrow R_{Bz} = 12237,829 \text{ N.}\end{aligned}$$



#### Eje 4:

Se considera que el apoyo A es el que absorbe el esfuerzo axil.

#### Ejes XY:

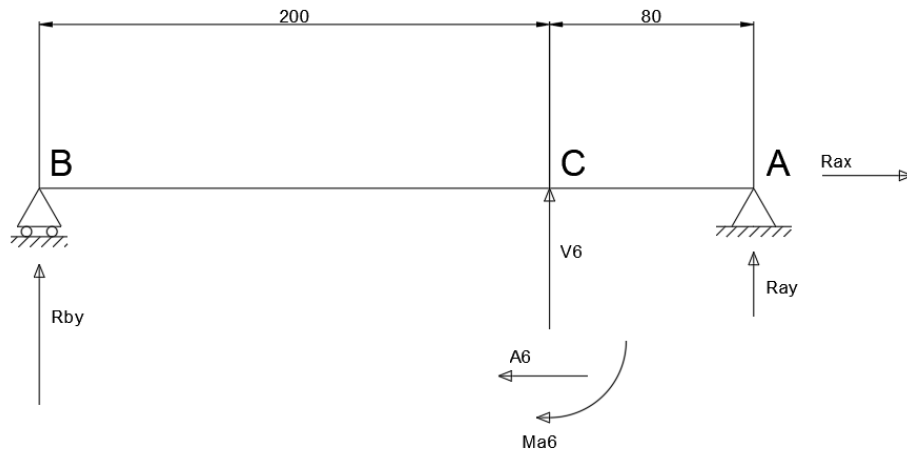


Ilustración 49. Equilibrio de fuerzas XY en el eje 4.

Sumatorio de fuerzas:

$$\sum F_x = 0 \rightarrow R_{Ax} - A_6 = 0 \rightarrow R_{Ax} = A_6 = 5378,365 \text{ N.}$$

$$\begin{aligned} \sum F_y = 0 \rightarrow V_6 + R_{Ay} + R_{By} &= 0 \rightarrow 5341,2234 + R_{Ay} - 4983,584 = 0 \rightarrow \\ \rightarrow R_{Ay} &= -357,6394 \text{ N.} \end{aligned}$$

Sumatorio de momentos (respecto de A):

$$\begin{aligned} \sum M_A = 0 \rightarrow R_{By} \cdot 280 + M_{A6} + V_6 \cdot 80 &= 0 \rightarrow \\ \rightarrow R_{By} \cdot 280 + 968105,7 + 5341,2234 \cdot 80 &= 0 \rightarrow \\ \rightarrow R_{By} &= -4983,584 \text{ N.} \end{aligned}$$

Ejes XZ:

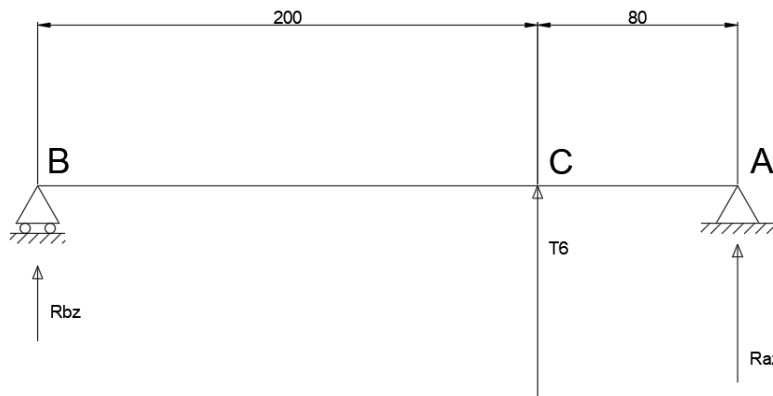


Ilustración 50. Equilibrio de fuerzas XZ en el eje 4.

Sumatorio de fuerzas:

$$\sum F_Z = 0 \rightarrow -T_6 - R_{Az} - R_{Bz} = 0 \rightarrow -13653,776 - R_{Az} + 3901,079 = 0 \rightarrow$$

$$\rightarrow R_{Az} = -9752,697 \text{ N.}$$

Sumatorio de momentos (respecto de A):

$$\sum M_A = 0 \rightarrow -R_{Bz} \cdot 280 - T_6 \cdot 80 = 0 \rightarrow$$

$$\rightarrow -R_{Bz} \cdot 280 - 13653,776 \cdot 80 = 0 \rightarrow$$

$$\rightarrow R_{Bz} = -3901,079 \text{ N.}$$

#### 9.1.4. Tensiones en los ejes, cálculo a resistencia y fatiga.

Una vez obtenidas las fuerzas en los apoyos en este apartado se va a proceder al cálculo de los ejes para comprobar si son capaces de resistir los esfuerzos a los que se someten y de garantizar vida a fatiga para el tiempo de duración del reductor. Para ello se van a obtener las tensiones en el punto más solicitado de cada eje y posteriormente se van a obtener los coeficientes de seguridad tanto para el cálculo estático como para la vida a fatiga. Para determinar el punto más desfavorable de cada eje se han obtenido los diagramas de esfuerzos. Para determinar la vida a fatiga se ha obtenido la curva S – N del material, y posteriormente se ha corregido para incluir los diferentes factores que puedan disminuir la vida real a fatiga.

Se han propuesto dos aceros diferentes para la fabricación de los ejes, el acero AISI 4340, al tratarse de un acero comúnmente utilizado para la fabricación de ejes en el sector de la aeronáutica y el acero Maraging 300, una aleación específicamente desarrollada para su uso en el mundo de la aeronáutica que proporciona unas características de resistencia más elevadas que en otros aceros más convencionales y lo hacen particularmente recomendable en aplicaciones donde aleaciones normales no son capaces de aguantar. Se va a comparar para cada eje si cumplen los dos o se necesita de uno de ellos y con los resultados se seleccionará el acero final para la construcción de los mismos.

Las características de cada uno de ellos de resistencia a rotura y tensión de fluencia son las siguientes:

AISI 4340:

- Resistencia a rotura,  $R_m = 1050$  MPa.
- Tensión de fluencia,  $\sigma_f = 740$  MPa.

Maraging 300:

- Resistencia a rotura,  $R_m = 1930$  MPa.
- Tensión de fluencia,  $\sigma_f = 1862$  MPa.

En los casos en los que el punto más solicitado se trata de uno de los puntos donde se encuentra el engranaje se ha aplicado el factor correspondiente de concentración de esfuerzos por presencia de un chavetero para el cálculo a fatiga, pero se ha aproximado el cálculo de las tensiones a una sección circular aunque tengamos un chavetero, puesto que se simplifican en gran manera los cálculos y la influencia para el cálculo analítico no afecta sensiblemente al valor de las tensiones, además de que todavía no se han seleccionado las chavetas necesarias para los puntos concretos. Una vez obtenidas todas las tensiones en cada punto se ha calculado la equivalente de Von Mises.

Una vez se ha realizado el cálculo de resistencia estática de cada eje se realiza el cálculo de la vida a fatiga. Para el cálculo de la vida a fatiga se ha utilizado el modelo de vida total con método de ajuste logarítmico – logarítmico. Se debe calcular las curvas S – N de cada material, para ello calculamos los factores  $S'_e$  y  $S'_{1000}$  y con ellos la curva S – N:

$$S'_{1000} = 0,9 \cdot R_m$$

$$S'_e = 0,5 \cdot R_m \text{ si } R_m \leq 1400 \text{ MPa.}$$

$$S'_e = 700 \text{ si } R_m > 1400 \text{ MPa.}$$

$$A' = \frac{(S'_{1000})^2}{S'_e}$$

$$B' = \frac{\log\left(\frac{S'_e}{S'_{1000}}\right)}{3}$$

$$\sigma_a = A \cdot (2N)^B$$

Donde  $2N$  es la vida a fatiga en número de ciclos y  $\sigma_a$  la tensión asociada para esa vida.

En ambos aceros el suministrador indica que la vida se considera infinita si se llega a alcanzar el millón ( $10^6$ ) ciclos, por lo que para la selección de material de nuestros ejes calcularemos la tensión máxima equivalente utilizando el criterio de Von Mises y comprobaremos que se encuentre por debajo de la tensión admisible para dicho número de ciclos para garantizar vida máxima a fatiga comparando ambas directamente, ya que no tenemos un esfuerzo alternante en el tiempo sino que nos encontramos con una situación de carga constante (la turbina trabaja constantemente en el mismo punto), la cual es necesaria en el caso de nuestros ejes al superarse holgadamente dicho número de ciclos por el número de horas de funcionamiento previstas y la velocidad de giro de los ejes.

Se indican las curvas S -N de ambos materiales:

- AISI 4340

$$S'_{1000} = 0,9 \cdot R_m = 0,9 \cdot 1050 = 945 \text{ MPa.}$$

$$S'_e = 0,5 \cdot R_m = 0,5 \cdot 1050 = 525 \text{ MPa.}$$

$$A' = \frac{(945)^2}{525} = 1701 \text{ MPa.}$$

$$B' = \frac{\log\left(\frac{525}{945}\right)}{3} = -0,085$$

$$\sigma_a = 1701 \cdot (2N)^{-0,085}$$

- Maraging 300

$$S'_{1000} = 0,9 \cdot R_m = 0,9 \cdot 1930 = 1737 \text{ MPa.}$$

$$S'_e = 700 \text{ MPa.}$$

$$A' = \frac{(1737)^2}{700} = 4310,241 \text{ MPa.}$$

$$B' = \frac{\log\left(\frac{700}{1737}\right)}{3} = -0,132$$

$$\sigma_a = 4310,241 \cdot (2N)^{-0,132}$$

Estas son las curvas S – N de los aceros estudiados. Sin embargo, solamente son válidas para probetas estándar en ensayos normales, por lo que para calcularla vida a fatiga de nuestros ejes deberemos corregirlas en función del acabado, geometría, temperatura de servicio, grado de confiabilidad deseado o concentraciones de esfuerzos. Para cada eje se especificarán cuáles son esos factores correctores.

Se procede a detallar los cálculos para cada eje:

### Eje 1:

- **Cálculo de resistencia estática:**

Primero se han obtenido los diagramas de esfuerzos a partir de las fuerzas y momentos obtenidos en el apartado anterior:

Fuerzas Eje XY (Fuerzas N, Momentos Nmm):

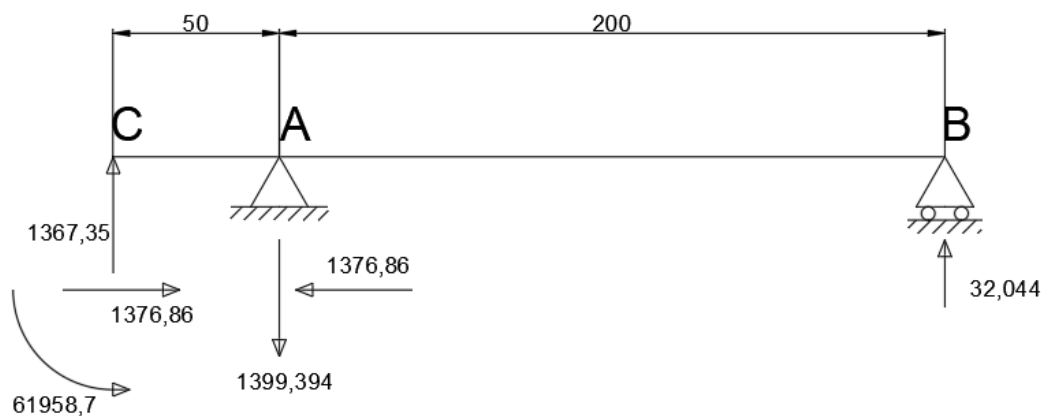


Ilustración 51. Esquema de fuerzas XY en el eje 1

Axil (N):

1376,86

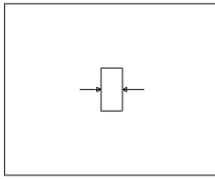


Ilustración 52. Diagrama de esfuerzos axiales (N) en el eje 1

Cortante (N) (eje Y):



Ilustración 53. Diagrama de esfuerzos cortantes (N) en Y en el eje 1

Flector (Nmm) (respecto a Z):

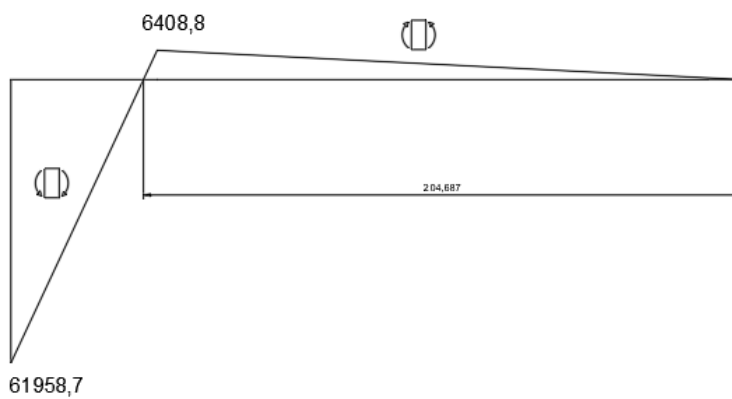


Ilustración 54. Diagrama de flectores (Nmm) respecto al eje Z.

Fuerzas Eje XZ (Fuerzas N, Momentos Nmm):

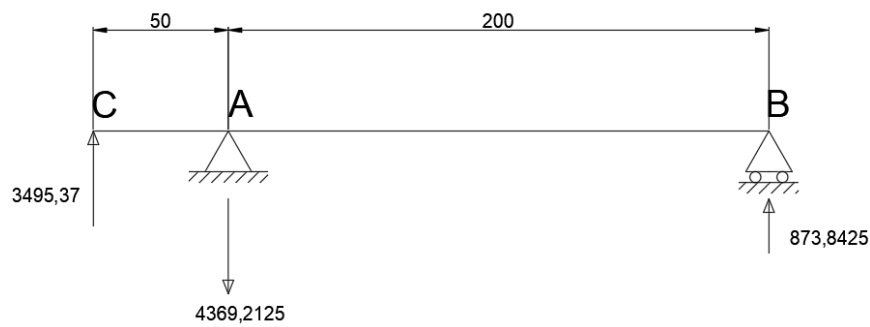


Ilustración 55. Esquema de fuerzas XZ en el eje 1

Cortante (eje Z):

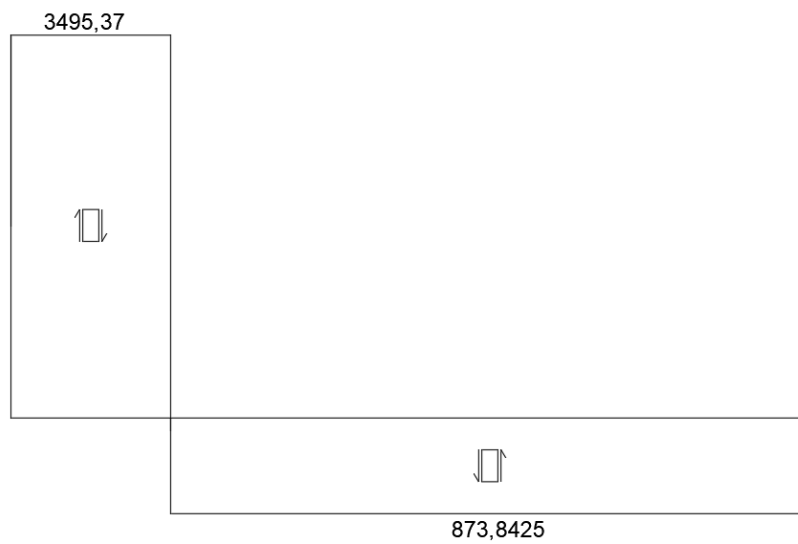


Ilustración 56. Diagrama de esfuerzos cortantes (N) en Z en el eje 1.

Flector (respecto a Y):

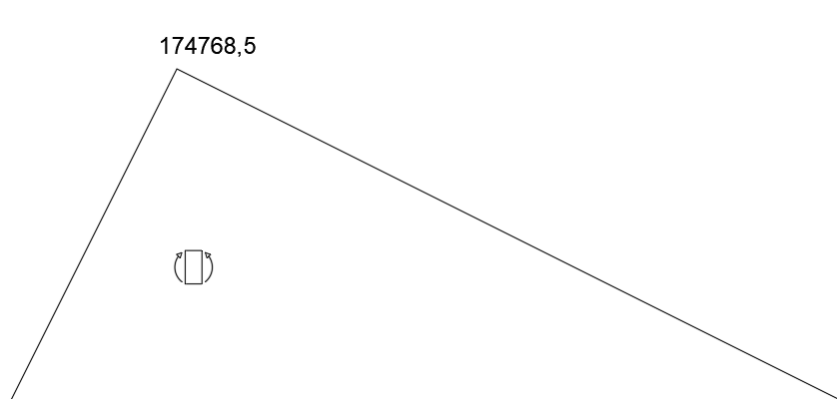


Ilustración 57. Diagrama de flectores (Nmm) respecto a Y en el eje 1.

Torsor:

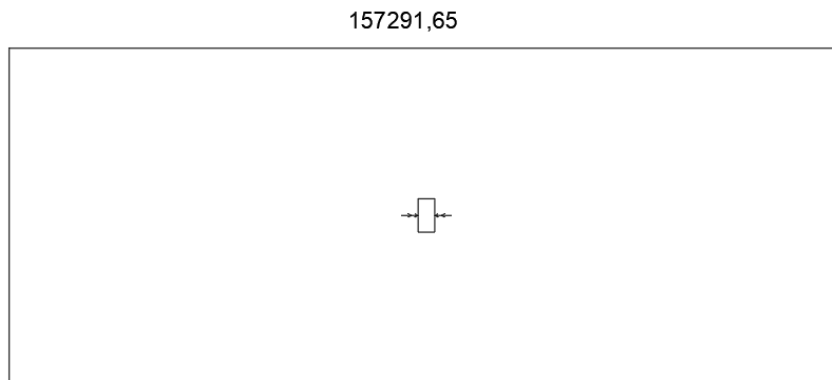


Ilustración 58. Diagrama del momento torsor en el eje 1.

El momento flector es el esfuerzo dominante, por lo que vamos a estudiar los puntos en los que este es mayor. Vemos que los momentos flectores mayores se encuentran en el apoyo A y en el punto del engranaje C, por lo que calculamos el momento resultante para ver cuál es mayor.

**Punto C:**

$$M_{Cz} = 61958,7 \text{ Nmm.}$$

$$M_{Cy} = 0 \text{ Nmm.}$$

$$M_{Cr} = \sqrt{M_{Cz}^2 + M_{Cy}^2} = 61958,7 \text{ Nmm.}$$

**Punto A:**

$$M_{Az} = 6408,8 \text{ Nmm.}$$

$$M_{Ay} = 174768,5 \text{ Nmm.}$$

$$M_{Ar} = \sqrt{M_{Az}^2 + M_{Ay}^2} = 174885,97 \text{ Nmm.}$$

Como se puede ver el punto A es que mayor momento flector tiene, por lo que vamos a proceder a calcular en el las tensiones.

Para ello primero calculamos los valores de módulo resistente a flexión, el módulo resistente a torsión y el área del eje en dicho punto, donde el diámetro del eje coincide con el diámetro de agujero del engranaje 1,  $D_1$ , en este caso 30 mm.



Módulo resistente a flexión:

$$W_f = \frac{\pi \cdot D^3}{32} = \frac{\pi \cdot 30^3}{32} = 2650,719 \text{ mm}^3$$

Módulo resistente a torsión:

$$W_o = \frac{\pi \cdot D^3}{16} = \frac{\pi \cdot 30^3}{16} = 2 \cdot W_f = 5301,438 \text{ mm}^3$$

Área:

$$A = \frac{\pi \cdot D^2}{4} = \frac{\pi \cdot 30^2}{4} = 706,858 \text{ mm}^2$$

Procedemos a calcular las tensiones:

- Tensión debida a la fuerza axil:

$$\sigma_{x,axil} = \frac{N}{A} = \frac{1376,86}{706,858} = 1,948 \text{ MPa (Compresión)}$$

- Tensión debida al momento flector:

$$\sigma_{x,flector} = \frac{M_r}{W_f} = \frac{174885,967}{2650,719} = 65,977 \text{ MPa}$$

- Tensión debida al momento torsor:

$$\tau_{xy} = \frac{M_t}{W_o} = \frac{157291,25}{5301,438} = 29,67 \text{ MPa}$$

Conocidas esta calculamos la  $\sigma_x$  total y la tensión equivalente de Von Mises, pues se trata del criterio de fallo que se ha elegido.

$$\sigma_x = \sigma_{x,axil} + \sigma_{x,flector} = 64,029 \text{ MPa.}$$

$$\sigma_{eqv,V.M.} = \sqrt{\sigma_x^2 + 3 \cdot \tau_{xy}^2} = 82,101 \text{ MPa.}$$

Una vez obtenida la tensión de Von Mises equivalente procedemos a calcular el coeficiente de seguridad.

- **AISI 4340**

$$C.S. = \frac{\sigma_F}{\sigma_{eqv,V.M.}} = \frac{740}{82,101} = 9,013$$

- **Maraging 300**

$$C.S. = \frac{\sigma_F}{\sigma_{eqv,V.M.}} = \frac{1862}{82,101} = 22,679$$

- **Cálculo a Fatiga:**

Factores correctores:

- Factor de superficie,  $K_a$ :

$$K_a = a \cdot R_m^b$$

Donde los parámetros a y b dependen del proceso de fabricación y acabado del componente, en este caso rectificado, por lo tanto: a = 1,58 MPa, b = -0,085.

AISI 4340:

$$K_a = 1,58 \cdot 1050^{-0,085} = 0,875$$

Maraging 300:

$$K_a = 1,58 \cdot 1930^{-0,085} = 0,831$$

- Factor de tamaño,  $K_b$ :

Como nuestros ejes se encuentran sometidos a flexión y torsión y su diámetro esta dentro del intervalo de 8 a 250 mm:

$$K_b = 1,189 \cdot d_e^{-0,097}$$

Donde en este caso  $d_e$  se corresponde con el diámetro del eje.

En el caso del eje 1:

$$K_b = 1,189 \cdot 30^{-0,097} = 0,855$$

- Factor de confiabilidad,  $K_c$ :

Se ha elegido una confiabilidad del 99,99% por lo que el factor de confiabilidad es 0,702.

$$K_c = 0,702$$

- Factor de temperatura,  $K_d$ :

Se trabajan a temperaturas cercanas a la temperatura ambiente y en todo caso inferiores a 450°C, por lo que no es necesario aplicar ningún tipo de factor corrector.

$$K_d = 1$$

- Factor de carga,  $K_{car}$ :

En este caso el esfuerzo dominante se trata de flexión por lo que el factor de carga se corresponde a la unidad.

$$K_{car} = 1$$

- Factor de esfuerzos varios,  $K_e$ :

No se considera ningún esfuerzo factor externo como la corrosión o esfuerzos residuales que puedan afectar a la vida fatiga, por lo que toma valor unitario.

$$K_e = 1$$

- Concentradores de esfuerzos,  $K_f$ :

El elemento que actúa como mayor concentrador de esfuerzos en el eje se trata de un chavetero. Para obtener el valor de  $K_f$  se ha consultado una tabla de los apuntes de la asignatura de Cálculo de Elementos de Máquinas, donde nos indica que para un chavetero de sección similar al existente y un acero con una dureza superior a 200 HB, cuando el esfuerzo dominante sea la flexión se utilizará un factor de concentración de esfuerzos  $K_f$  de 2.

$$K_f = 2$$

Con los factores correctores volvemos a calcular las curvas S – N:

- AISI 4340

$$S_{1000} = K_c \cdot K_d \cdot K_{car} \cdot K_e \cdot \frac{1}{K_{car}} \cdot S'_{1000} = 0,702 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1 \cdot \frac{1}{2} \cdot 945 = 331,695 \text{ MPa.}$$

$$S_e = K_a \cdot K_b \cdot K_c \cdot K_d \cdot K_{car} \cdot K_e \cdot \frac{1}{K_{car}} \cdot S'_e = 0,875 \cdot 0,855 \cdot 0,702 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1 \cdot \frac{1}{2} \cdot 525 = 137,792 \text{ MPa.}$$

$$A = \frac{(331,695)^2}{137,792} = 798,462 \text{ MPa.}$$

$$B = \frac{\log\left(\frac{137,792}{331,695}\right)}{3} = -0,127$$

$$\sigma_a = 798,462 \cdot (2N)^{-0,127}$$

- Maraging 300

$$S_{1000} = K_c \cdot K_d \cdot K_{car} \cdot K_e \cdot \frac{1}{K_{car}} \cdot S'_{1000} = 0,702 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1 \cdot \frac{1}{2} \cdot 1737 = 609,687 \text{ MPa.}$$

$$S_e = K_a \cdot K_b \cdot K_c \cdot K_d \cdot K_{car} \cdot K_e \cdot \frac{1}{K_{car}} \cdot S'_e = 0,831 \cdot 0,855 \cdot 0,702 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1 \cdot \frac{1}{2} \cdot 700 =$$

$$= 174,458 \text{ MPa.}$$

$$A = \frac{(609,687)^2}{174,458} = 2130,703 \text{ MPa.}$$

$$B = \frac{\log\left(\frac{174,458}{609,687}\right)}{3} = -0,181$$

$$\sigma_a = 2130,703 \cdot (2N)^{-0,181}$$

Calculamos la tensión admisible para cada uno de ellos para  $10^6$  ciclos:

- AISI 4340:

$$\sigma_{adm} = 137,792 \text{ MPa.}$$

- Maraging 300:

$$\sigma_{adm} = 174,458 \text{ MPa.}$$

Debido a que los esfuerzos de compresión favorecen a aumentar la vida a fatiga se ha recalculado la tensión equivalente, pero despreciando el esfuerzo axial de compresión:

$$\sigma_{eqv,V.M.} = 83,629 \text{ MPa.}$$

Ahora se procede a calcular el coeficiente de seguridad para vida a fatiga. Si el valor obtenido es mayor o igual a 1, esto significará que se garantiza vida infinita en el punto estudiado, y al ser este el de mayor tensión, se garantiza vida a fatiga infinita de todo el eje.

- AISI 4340:

$$C.S. = \frac{\sigma_{adm}}{\sigma_{eqv,V.M.}} = \frac{137,792}{83,629} = 1,648$$

- **Maraging:**

$$C.S. = \frac{\sigma_F}{\sigma_{eqv,V.M.}} = \frac{174,458}{83,629} = 2,086$$

Como podemos observar en este caso ambos materiales cumplen con vida infinita a fatiga.

### Eje 2:

- **Cálculo de resistencia estática:**

Fuerzas y diagramas de esfuerzos:

Fuerzas Eje XY (Fuerzas N, Momentos Nmm):

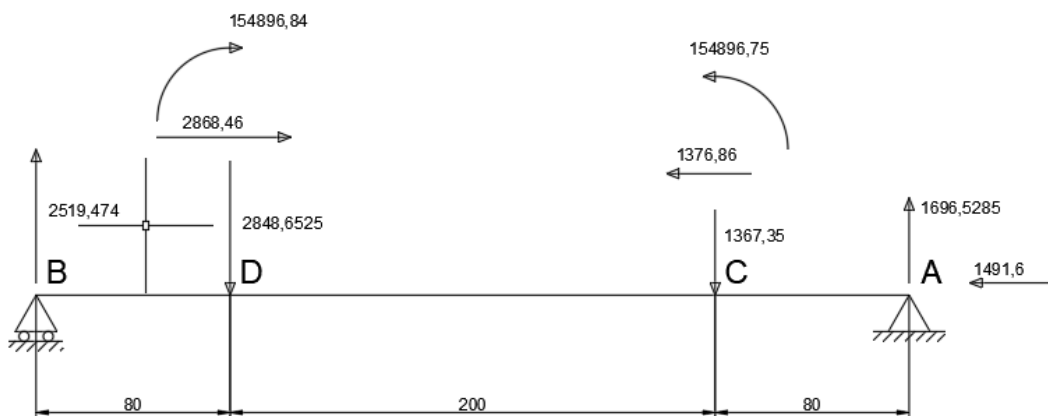


Ilustración 59. Esquema de fuerzas XY en el eje 2.

Axil:

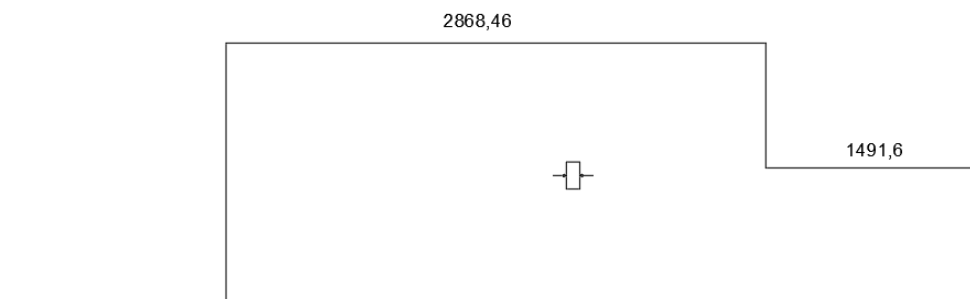


Ilustración 60. Diagrama de esfuerzos axiales (N) en el eje 2.

Cortante (eje Y):

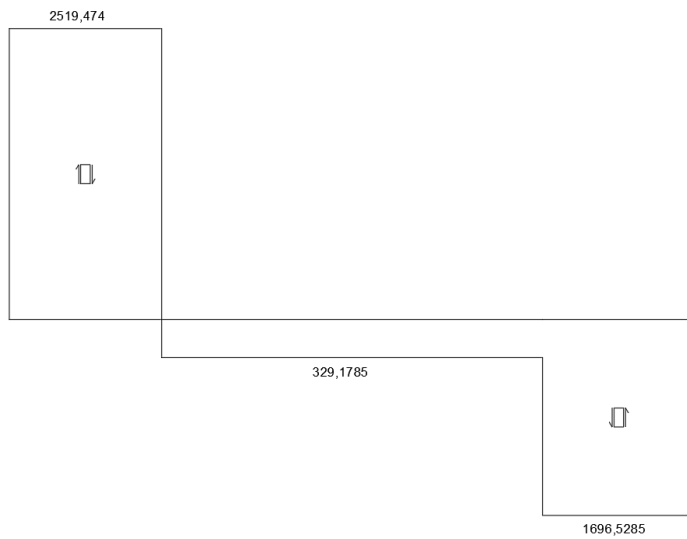


Ilustración 61. Diagrama de esfuerzos cortantes (N) en Y en el eje 2.

Flector (respecto a Z):

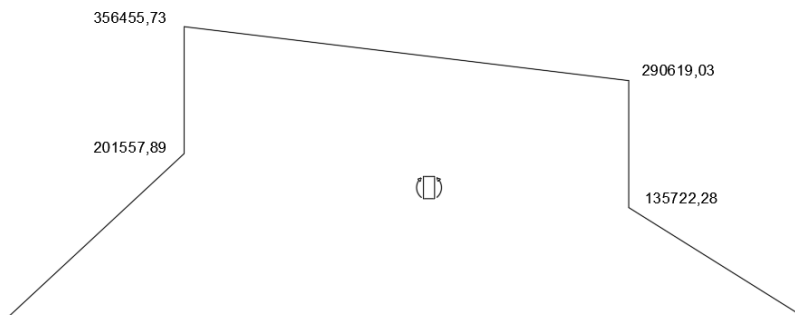


Ilustración 62. Diagrama de flectores (Nmm) respecto a Z en el eje 2.

Fuerzas Eje XZ (Fuerzas N, Momentos Nmm):

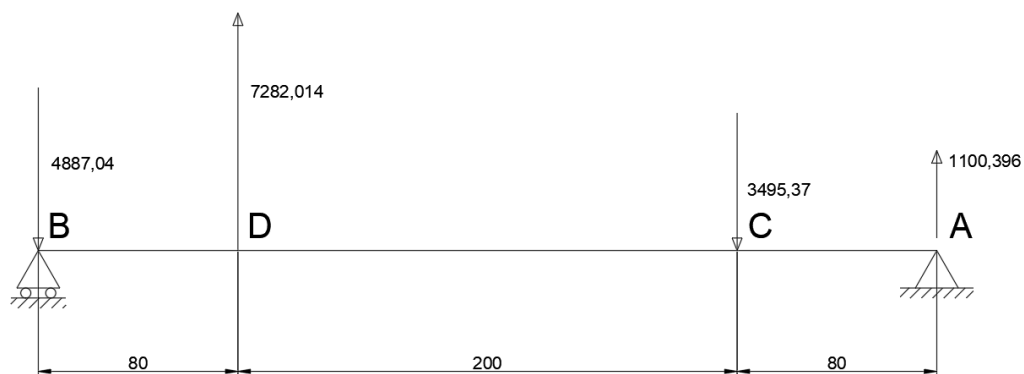


Ilustración 63. Esquema de fuerzas XZ en el eje 2.

Cortante (eje Z):

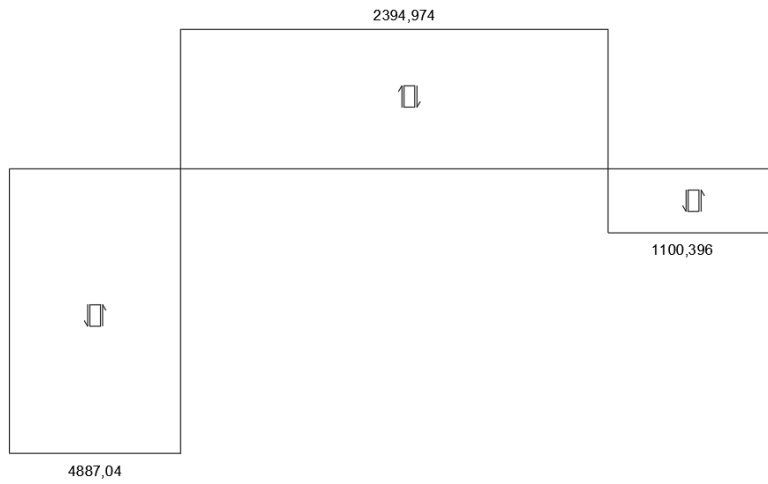


Ilustración 64. Diagrama de esfuerzos cortantes (N) en Z en el eje 2.

Flector (respecto a Y):

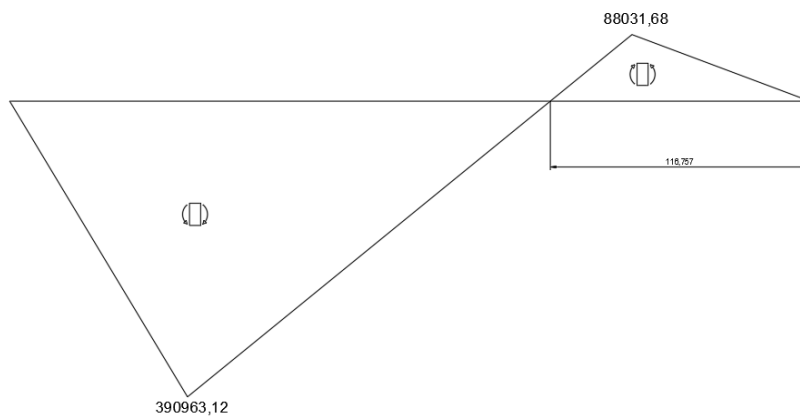


Ilustración 65. Diagrama de flectores (Nmm) respecto a Y en el eje 2.

Torsor:

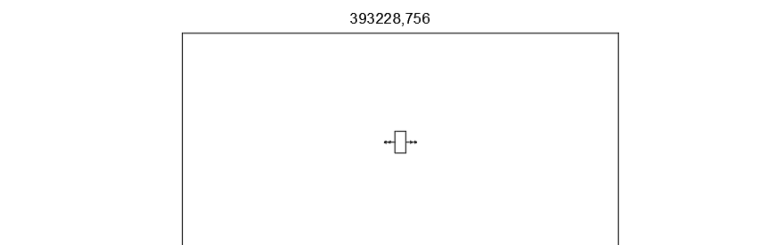


Ilustración 66. Diagrama del momento torsor (Nmm) en el eje 2.

Nuevamente el flector es el esfuerzo dominante. Vemos que los momentos flectores mayores se encuentran en los engranajes C y D, por lo que calculamos el momento resultante para ver cuál es mayor.

**Punto C:**

$$M_{Cz} = 290619,03 \text{ Nmm.}$$

$$M_{Cy} = 88031,68 \text{ Nmm.}$$

$$M_{Cr} = \sqrt{M_{Cz}^2 + M_{Cy}^2} = 303659,3441 \text{ Nmm.}$$

**Punto D:**

$$M_{Dz} = 356455,73 \text{ Nmm.}$$

$$M_{Dy} = 390963,12 \text{ Nmm.}$$

$$M_{Dr} = \sqrt{M_{Dz}^2 + M_{Dy}^2} = 529067,9 \text{ Nmm.}$$

El punto D tiene mayor valor de momento flector resultante, pero debido a que el eje tiene diferente sección en ambos puntos se va a realizar el estudio tensiones en C y D. El diámetro del eje en el punto C es de 35 mm, mientras que en el punto D nos encontramos con 40 mm de diámetro.

Módulo resistente a flexión:

- Punto C:

$$W_f = \frac{\pi \cdot 35^3}{32} = 4209,243 \text{ mm}^3$$

- Punto D:

$$W_f = \frac{\pi \cdot 40^3}{32} = 6283,185 \text{ mm}^3$$

Módulo resistente a torsión:

- Punto C:

$$W_o = 2 \cdot W_f = 8418,487 \text{ mm}^3$$



- Punto D:

$$W_o = 2 \cdot W_f = 12566,371 \text{ mm}^3$$

Área:

- Punto C:

$$A = \frac{\pi \cdot 35^2}{4} = 962,113 \text{ mm}^2$$

- Punto D:

$$A = \frac{\pi \cdot 30^2}{4} = 706,858 \text{ mm}^2$$

Calculamos las tensiones:

- Tensión debida a la fuerza axil:

- Punto C:

$$\sigma_{x,axil} = \frac{2868,46}{962,113} = 2,981 \text{ MPa(Compresión)}$$

- Punto D:

$$\sigma_{x,axil} = \frac{2868,46}{706,858} = 4,059 \text{ MPa(Compresión)}$$

- Tensión debida al momento flector:

- Punto C:

$$\sigma_{x,flector} = \frac{303659,34}{4209,243} = 72,141 \text{ MPa}$$

- Punto D:

$$\sigma_{x,flector} = \frac{529067,9}{6283,185} = 84,204 \text{ MPa}$$

- Tensión debida al momento torsor:

- Punto C:

$$\tau_{xy} = \frac{393228,756}{8418,487} = 46,71 \text{ MPa}$$

- Punto D:

$$\tau_{xy} = \frac{393228,756}{12566,371} = 31,292 \text{ MPa}$$

Se procede a calcular la tensión equivalente mediante el criterio de Von Mises:

- Punto C:

$$\sigma_x = \sigma_{x,axil} + \sigma_{x,flector} = 69,16 \text{ MPa.}$$

$$\sigma_{eqv,V.M.} = \sqrt{\sigma_x^2 + 3 \cdot \tau_{xy}^2} = 106,436 \text{ MPa.}$$

- Punto D:

$$\sigma_x = \sigma_{x,axil} + \sigma_{x,flector} = 81,921 \text{ MPa.}$$

$$\sigma_{eqv,V.M.} = \sqrt{\sigma_x^2 + 3 \cdot \tau_{xy}^2} = 98,228 \text{ MPa.}$$

Una vez obtenida la tensión de Von Mises equivalente procedemos a calcular el coeficiente de seguridad.

- **AISI 4340**

- Punto C:

$$C.S. = \frac{\sigma_F}{\sigma_{eqv,V.M.}} = \frac{740}{106,436} = 6,953$$

- Punto D:

$$C.S. = \frac{\sigma_F}{\sigma_{eqv,V.M.}} = \frac{740}{98,228} = 7,53$$

- **Maraging 300**

- Punto C:

$$C.S. = \frac{\sigma_F}{\sigma_{eqv,V.M.}} = \frac{1862}{106,436} = 17,494$$

- Punto D:

$$C.S. = \frac{\sigma_F}{\sigma_{eqv,V.M.}} = \frac{1862}{98,228} = 18,956$$

- **Cálculo a Fatiga:**

Factores correctores:

- Factor de superficie,  $K_a$ :

$$K_a = a \cdot R_m^b$$

Donde los parámetros  $a$  y  $b$  dependen del proceso de fabricación y acabado del componente, en este caso rectificado, por lo tanto:  $a = 1,58 \text{ MPa}$ ,  $b = -0,085$ .

AISI 4340:

$$K_a = 1,58 \cdot 1050^{-0,085} = 0,875$$

Maraging 300:

$$K_a = 1,58 \cdot 1930^{-0,085} = 0,831$$

- Factor de tamaño,  $K_b$ :

- Punto C:

$$K_b = 1,189 \cdot 35^{-0,097} = 0,842$$

- Punto D:

$$K_b = 1,189 \cdot 40^{-0,097} = 0,831$$

- Factor de confiabilidad,  $K_c$ :

Se ha elegido una confiabilidad del 99,99% por lo que el factor de confiabilidad es 0,702.

$$K_c = 0,702$$

- Factor de temperatura,  $K_d$ :

Se trabajan a temperaturas cercanas a la temperatura ambiente y en todo caso inferiores a 450°C, por lo que no es necesario aplicar ningún tipo de factor corrector.

$$K_d = 1$$

- Factor de carga,  $K_{car}$ :

En este caso el esfuerzo dominante se trata de flexión por lo que el factor de carga se corresponde a la unidad.

$$K_{car} = 1$$

- Factor de esfuerzos varios,  $K_e$ :

No se considera ningún esfuerzo factor externo como la corrosión o esfuerzos residuales que puedan afectar a la vida fatiga, por lo que toma valor unitario.

$$K_e = 1$$

- Concentradores de esfuerzos,  $K_f$ :

El mayor concentrador de esfuerzos es un chavetero, por lo que seleccionamos el factor corrector que se corresponde con este:

$$K_f = 2$$

Con los factores correctores volvemos a calcular las curvas S – N:

- AISI 4340

- Punto C:

$$S_{1000} = 0,702 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1 \cdot \frac{1}{2} \cdot 945 = 331,695 \text{ MPa.}$$

$$S_e = 0,875 \cdot 0,842 \cdot 0,702 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1 \cdot \frac{1}{2} \cdot 525 = 135,747 \text{ MPa.}$$

$$A = \frac{(331,695)^2}{135,747} = 810,491 \text{ MPa.}$$

$$B = \frac{\log\left(\frac{135,747}{331,695}\right)}{3} = -0,129$$

$$\sigma_a = 810,471 \cdot (2N)^{-0,129}$$

- Punto D:

$$S_{1000} = 0,702 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1 \cdot \frac{1}{2} \cdot 945 = 331,695 \text{ MPa.}$$

$$S_e = 0,875 \cdot 0,831 \cdot 0,702 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1 \cdot \frac{1}{2} \cdot 525 = 134 \text{ MPa.}$$

$$A = \frac{(331,695)^2}{134} = 821,057 \text{ MPa.}$$

$$B = \frac{\log\left(\frac{134}{331,695}\right)}{3} = -0,131$$

$$\sigma_a = 821,057 \cdot (2N)^{-0,131}$$

- Maraging 300

- Punto C:

$$S_{1000} = 0,702 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1 \cdot \frac{1}{2} \cdot 1737 = 609,687 \text{ MPa.}$$

$$S_e = 0,831 \cdot 0,842 \cdot 0,702 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1 \cdot \frac{1}{2} \cdot 700 = 171,869 \text{ MPa.}$$

$$A = \frac{(609,687)^2}{171,869} = 2162,802 \text{ MPa.}$$

$$B = \frac{\log\left(\frac{171,869}{609,687}\right)}{3} = -0,183$$

$$\sigma_a = 2162,802 \cdot (2N)^{-0,183}$$

- Punto C:

$$S_{1000} = 0,702 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1 \cdot \frac{1}{2} \cdot 1737 = 609,687 \text{ MPa.}$$

$$S_e = 0,831 \cdot 0,831 \cdot 0,702 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1 \cdot \frac{1}{2} \cdot 700 = 169,657 \text{ MPa.}$$

$$A = \frac{(609,687)^2}{171,869} = 2190,998 \text{ MPa.}$$

$$B = \frac{\log\left(\frac{171,869}{609,687}\right)}{3} = -0,185$$

$$\sigma_a = 2190,998 \cdot (2N)^{-0,185}$$

Calculamos la tensión admisible para cada uno de ellos para  $10^6$  ciclos:

- AISI 4340:

- Punto C:

$$\sigma_{adm} = 135,747 \text{ MPa.}$$

- Punto D:

$$\sigma_{adm} = 134 \text{ MPa.}$$

- Maraging 300:

- Punto C:

$$\sigma_{adm} = 171,869 \text{ MPa.}$$

- Punto D:

$$\sigma_{adm} = 169,657 \text{ MPa.}$$

Debido a que los esfuerzos de compresión favorecen a aumentar la vida a fatiga se ha recalculado la tensión equivalente, pero despreciando el esfuerzo axial de compresión:

- Punto C:

$$\sigma_{eqv,V.M.} = 108,397 \text{ MPa.}$$

- Punto D:

$$\sigma_{eqv,V.M.} = 100,139 \text{ MPa.}$$

Ahora se procede a calcular el coeficiente de seguridad para vida a fatiga. Si el valor obtenido es mayor o igual a 1, esto significará que se garantiza vida infinita en el punto estudiado, y al ser este el de mayor tensión, se garantiza vida a fatiga infinita de todo el eje.

- **AISI 4340:**

- Punto C:

$$C.S. = \frac{\sigma_{adm}}{\sigma_{eqv,V.M.}} = \frac{135,747}{108,397} = 1,252$$

- Punto D:

$$C.S. = \frac{\sigma_{adm}}{\sigma_{eqv,V.M.}} = \frac{134}{100,139} = 1,338$$

- **Maraging 300:**

- Punto C:

$$C.S. = \frac{\sigma_{adm}}{\sigma_{eqv,V.M.}} = \frac{171,869}{108,397} = 1,586$$

- Punto D:

$$C.S. = \frac{\sigma_{adm}}{\sigma_{eqv,V.M.}} = \frac{169,657}{100,139} = 1,694$$

Ambos materiales satisfacen la vida infinita a fatiga.

### Eje 3:

- **Cálculo de resistencia estática:**

Fuerzas y diagramas de esfuerzos:

Fuerzas Eje XY (Fuerzas N, Momentos Nmm):

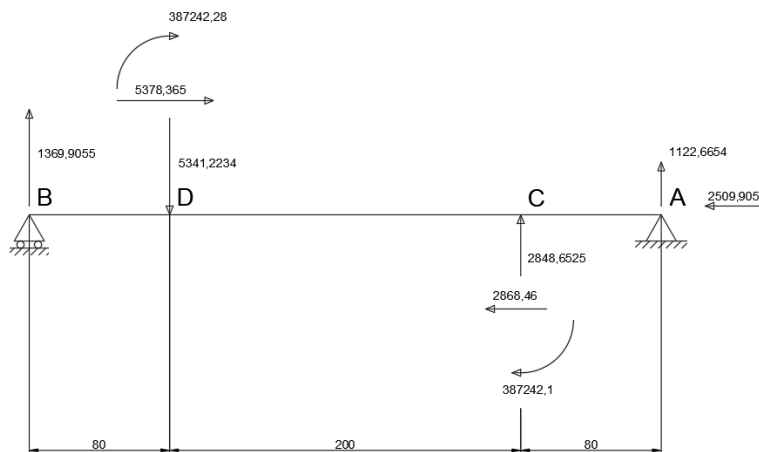


Ilustración 67. Esquema de fuerzas XY en el eje 3.

Axil:

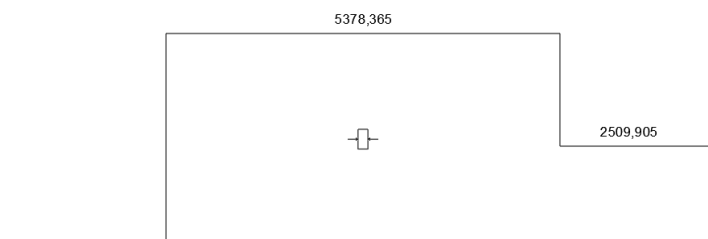


Ilustración 68. Diagrama de esfuerzos axiales (N) en el eje 3.

Cortante (eje Y):

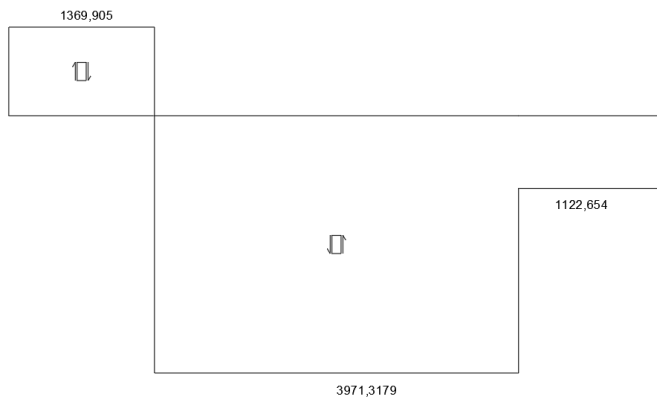


Ilustración 69. Diagrama de esfuerzos cortantes (N) en Y en el eje 3.

Flector (respecto a Z):

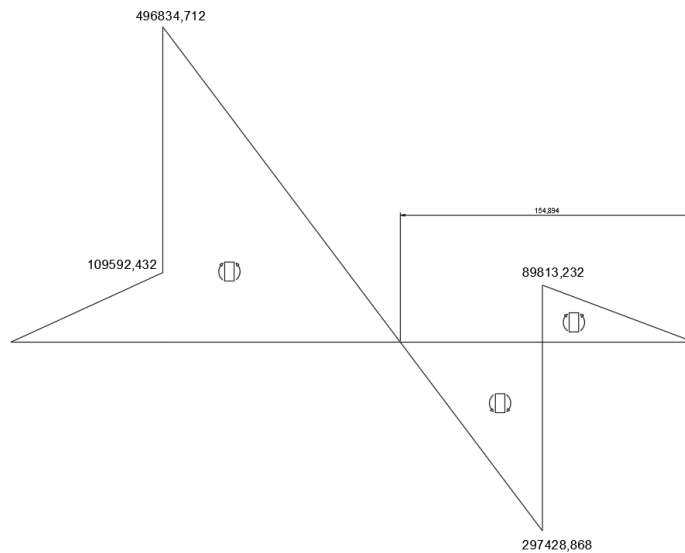


Ilustración 70. Diagrama de flectores (Nmm) respecto a Z en el eje 3.

Fuerzas Eje XZ:

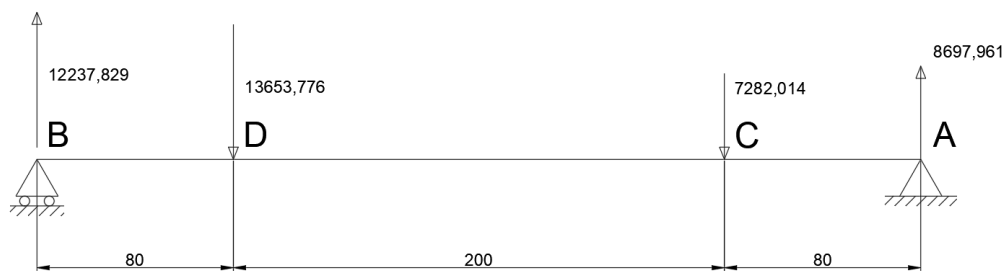


Ilustración 71. Esquema de fuerzas XZ en el eje 3.



Cortante (eje Z):

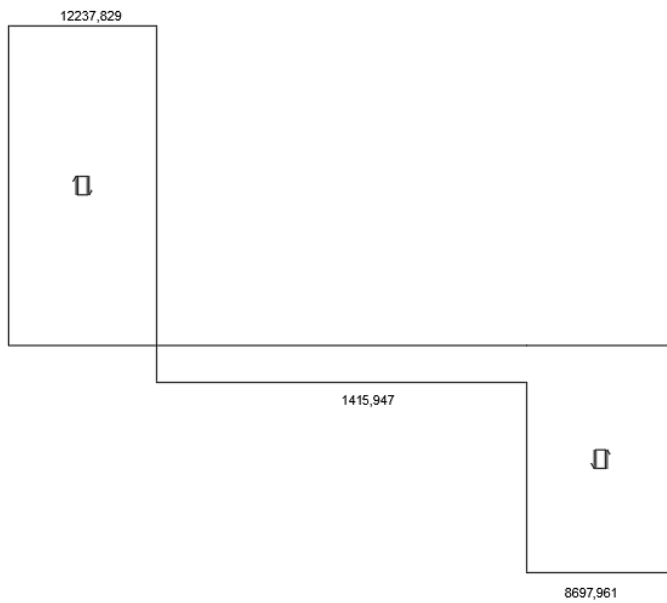


Ilustración 72. Diagrama de esfuerzos cortantes (N) en Z en el eje 3.

Flector (respecto a Y):

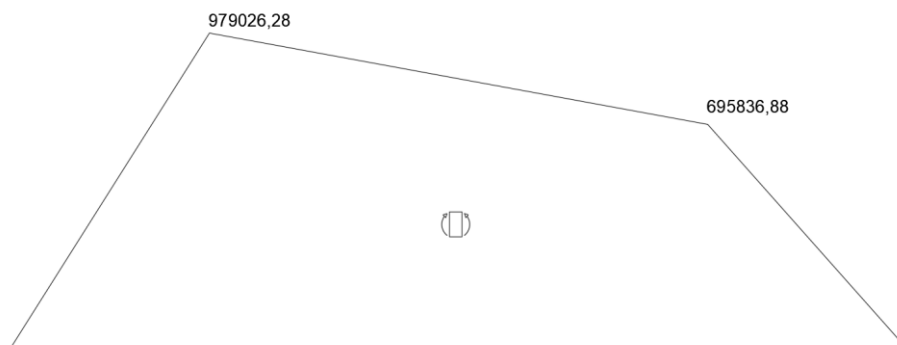


Ilustración 73. Diagrama de flectores (Nmm) respecto a Z en el eje 3.

Torsor:

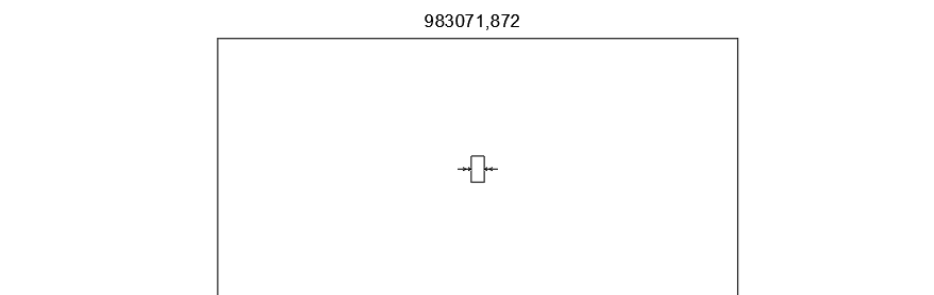


Ilustración 74. Diagrama del momento torsor (Nmm) en el eje 3.

Nuevamente el flector es el esfuerzo dominante. Vemos que los momentos flectores mayores se encuentran en los engranajes C y D, por lo que calculamos el momento resultante para ver cuál es mayor.

**Punto C:**

$$M_{Cz} = 297428,868 \text{ Nmm.}$$

$$M_{Cy} = 695836,88 \text{ Nmm.}$$

$$M_{Cr} = \sqrt{M_{Cz}^2 + M_{Cy}^2} = 756738,327 \text{ Nmm.}$$

**Punto D:**

$$M_{Dz} = 496834,712 \text{ Nmm.}$$

$$M_{Dy} = 979026,28 \text{ Nmm.}$$

$$M_{Dr} = \sqrt{M_{Dz}^2 + M_{Dy}^2} = 1097878,494 \text{ Nmm.}$$

Al tener los dos puntos sección diferente se van a estudiar ambos; el punto C cuenta con un diámetro de 45 mm, mientras que en el punto D el diámetro es 50 mm.

Módulo resistente a flexión:

- Punto C:

$$W_f = \frac{\pi \cdot 45^3}{32} = 8946,176 \text{ mm}^3$$

- Punto D:

$$W_f = \frac{\pi \cdot 50^3}{32} = 12271,846 \text{ mm}^3$$

Módulo resistente a torsión:

- Punto C:

$$W_o = 2 \cdot W_f = 17892,352 \text{ mm}^3$$

- Punto D:

$$W_o = 2 \cdot W_f = 24543,693 \text{ mm}^3$$

Área:

- Punto C:

$$A = \frac{\pi \cdot 45^2}{4} = 1590,431 \text{ mm}^2$$

- Punto D:

$$A = \frac{\pi \cdot 50^2}{4} = 1963,495 \text{ mm}^2$$

Calculamos las tensiones:

- Tensión debida a la fuerza axil:

- Punto C:

$$\sigma_{x,axil} = \frac{5378,365}{1590,431} = 3,382 \text{ MPa (Compresión)}$$

- Punto D:

$$\sigma_{x,axil} = \frac{5378,365}{1963,495} = 2,739 \text{ MPa (Compresión)}$$

- Tensión debida al momento flector:

- Punto C:

$$\sigma_{x,flector} = \frac{756738,327}{8946,176} = 84,588 \text{ MPa}$$

- Punto D:

$$\sigma_{x,flector} = \frac{1097878,494}{12271,846} = 89,463 \text{ MPa}$$

- Tensión debida al momento torsor:

- Punto C:

$$\tau_{xy} = \frac{983071,872}{17892,352} = 54,944 \text{ MPa}$$

- Punto D:

$$\tau_{xy} = \frac{983071,872}{24543,693} = 40,054 \text{ MPa}$$

Calculamos la tensión equivalente por el criterio de Von Mises:

- Punto C:

$$\sigma_x = \sigma_{x,axil} + \sigma_{x,flector} = 81,206 \text{ MPa.}$$

$$\sigma_{eqv,V.M.} = \sqrt{\sigma_x^2 + 3 \cdot \tau_{xy}^2} = 125,103 \text{ MPa.}$$

- Punto D:

$$\sigma_x = \sigma_{x,axil} + \sigma_{x,flector} = 86,724 \text{ MPa.}$$

$$\sigma_{eqv,V.M.} = \sqrt{\sigma_x^2 + 3 \cdot \tau_{xy}^2} = 111,059 \text{ MPa.}$$

Una vez obtenida la tensión de Von Mises equivalente procedemos a calcular el coeficiente de seguridad.

- **AISI 4340**

- Punto C:

$$C.S. = \frac{\sigma_F}{\sigma_{eqv,V.M.}} = \frac{740}{125,103} = 5,915$$

- Punto D:

$$C.S. = \frac{\sigma_F}{\sigma_{eqv,V.M.}} = \frac{740}{111,059} = 6,663$$

- **Maraging 300**

- Punto C:

$$C.S. = \frac{\sigma_F}{\sigma_{eqv,V.M.}} = \frac{1862}{125,103} = 14,884$$

- Punto D:

$$C.S. = \frac{\sigma_F}{\sigma_{eqv,V.M.}} = \frac{1862}{111,059} = 16,766$$

- **Cálculo a Fatiga:**

Factores correctores:

- Factor de superficie,  $K_a$ :

$$K_a = a \cdot R_m^b$$

Donde los parámetros a y b dependen del proceso de fabricación y acabado del componente, en este caso rectificado, por lo tanto:  $a = 1,58 \text{ MPa}$ ,  $b = -0,085$ .

AISI 4340:

$$K_a = 1,58 \cdot 1050^{-0,085} = 0,875$$

Maraging 300:

$$K_a = 1,58 \cdot 1930^{-0,085} = 0,831$$

- Factor de tamaño,  $K_b$ :

- Punto C:

$$K_b = 1,189 \cdot 45^{-0,097} = 0,822$$

- Punto D:

$$K_b = 1,189 \cdot 50^{-0,097} = 0,814$$

- Factor de confiabilidad,  $K_c$ :

Se ha elegido una confiabilidad del 99,99% por lo que el factor de confiabilidad es 0,702.

$$K_c = 0,702$$

- Factor de temperatura,  $K_d$ :

Se trabajan a temperaturas cercanas a la temperatura ambiente y en todo caso inferiores a 450°C, por lo que no es necesario aplicar ningún tipo de factor corrector.

$$K_d = 1$$

- Factor de carga,  $K_{car}$ :

En este caso el esfuerzo dominante se trata de flexión por lo que el factor de carga se corresponde a la unidad.

$$K_{car} = 1$$

- Factor de esfuerzos varios,  $K_e$ :

No se considera ningún esfuerzo factor externo como la corrosión o esfuerzos residuales que puedan afectar a la vida fatiga, por lo que toma valor unitario.

$$K_e = 1$$

- Concentradores de esfuerzos,  $K_f$ :

El mayor concentrador de esfuerzos es un chavetero, por lo que seleccionamos el factor corrector que se corresponde con este:

$$K_f = 2$$

Con los factores correctores volvemos a calcular las curvas S – N:

- AISI 4340

- Punto C:

$$S_{1000} = 0,702 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1 \cdot \frac{1}{2} \cdot 945 = 331,695 \text{ MPa.}$$

$$S_e = 0,875 \cdot 0,822 \cdot 0,702 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1 \cdot \frac{1}{2} \cdot 525 = 132,478 \text{ MPa.}$$

$$A = \frac{(331,695)^2}{132,478} = 830,492 \text{ MPa.}$$

$$B = \frac{\log\left(\frac{132,478}{331,695}\right)}{3} = -0,133$$

$$\sigma_a = 830,492 \cdot (2N)^{-0,133}$$

- Punto D:

$$S_{1000} = 0,702 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1 \cdot \frac{1}{2} \cdot 945 = 331,695 \text{ MPa.}$$

$$S_e = 0,875 \cdot 0,814 \cdot 0,702 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1 \cdot \frac{1}{2} \cdot 525 = 131,131 \text{ MPa.}$$

$$A = \frac{(331,695)^2}{131,131} = 839,023 \text{ MPa.}$$

$$B = \frac{\log\left(\frac{131,131}{331,695}\right)}{3} = -0,134$$

$$\sigma_a = 839,023 \cdot (2N)^{-0,134}$$

- Maraging 300

- Punto C:

$$S_{1000} = 0,702 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1 \cdot \frac{1}{2} \cdot 1737 = 609,687 \text{ MPa.}$$

$$S_e = 0,831 \cdot 0,822 \cdot 0,702 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1 \cdot \frac{1}{2} \cdot 700 = 167,73 \text{ MPa.}$$

$$A = \frac{(609,687)^2}{167,73} = 2216,173 \text{ MPa.}$$

$$B = \frac{\log\left(\frac{167,73}{609,687}\right)}{3} = -0,187$$

$$\sigma_a = 2216,173 \cdot (2N)^{-0,187}$$

- Punto C:

$$S_{1000} = 0,702 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1 \cdot \frac{1}{2} \cdot 1737 = 609,687 \text{ MPa.}$$

$$S_e = 0,831 \cdot 0,814 \cdot 0,702 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1 \cdot \frac{1}{2} \cdot 700 = 166,024 \text{ MPa.}$$

$$A = \frac{(609,687)^2}{166,024} = 2238,939 \text{ MPa.}$$

$$B = \frac{\log\left(\frac{166,024}{609,687}\right)}{3} = -0,188$$

$$\sigma_a = 2238,939 \cdot (2N)^{-0,188}$$

Calculamos la tensión admisible para cada uno de ellos para  $10^6$  ciclos:

- AISI 4340:

- Punto C:

$$\sigma_{adm} = 132,478 \text{ MPa.}$$

- Punto D:

$$\sigma_{adm} = 131,31 \text{ MPa.}$$

- Maraging 300:

- Punto C:

$$\sigma_{adm} = 167,73 \text{ MPa.}$$

- Punto D:

$$\sigma_{adm} = 166,024 \text{ MPa.}$$

Debido a que los esfuerzos de compresión favorecen a aumentar la vida a fatiga se ha recalculado la tensión equivalente, pero despreciando el esfuerzo axial de compresión:

- Punto C:

$$\sigma_{eqv,V.M.} = 127,325 \text{ MPa.}$$

- Punto D:

$$\sigma_{eqv,V.M.} = 113,211 \text{ MPa.}$$

Ahora se procede a calcular el coeficiente de seguridad para vida a fatiga. Si el valor obtenido es mayor o igual a 1, esto significará que se garantiza vida infinita en el punto estudiado, y al ser este el de mayor tensión, se garantiza vida a fatiga infinita de todo el eje.

- **AISI 4340:**

- Punto C:

$$C.S. = \frac{\sigma_{adm}}{\sigma_{eqv,V.M.}} = \frac{132,478}{127,325} = 1,040$$

- Punto D:

$$C.S. = \frac{\sigma_{adm}}{\sigma_{eqv,V.M.}} = \frac{131,131}{113,211} = 1,158$$

- **Maraging 300:**

- Punto C:

$$C.S. = \frac{\sigma_{adm}}{\sigma_{eqv,V.M.}} = \frac{167,73}{127,325} = 1,317$$



- Punto D:

$$C.S. = \frac{\sigma_{adm}}{\sigma_{eqv,V.M.}} = \frac{166,024}{113,211} = 1,467$$

Ambos materiales satisfacen la vida infinita a fatiga.

#### Eje 4:

- **Cálculo de resistencia estática:**

Esquema de fuerzas y diagramas de esfuerzos:

Fuerzas Eje XY:

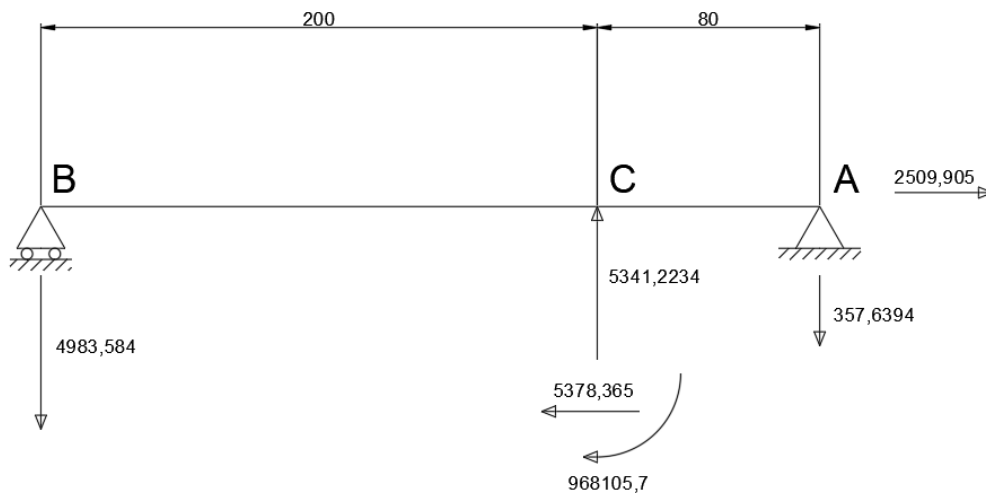


Ilustración 75. Esquema de fuerzas XY en el eje 4.

Axil:



Ilustración 76. Diagrama de esfuerzos axiales (N) en el eje 4.

Cortante (eje Y):

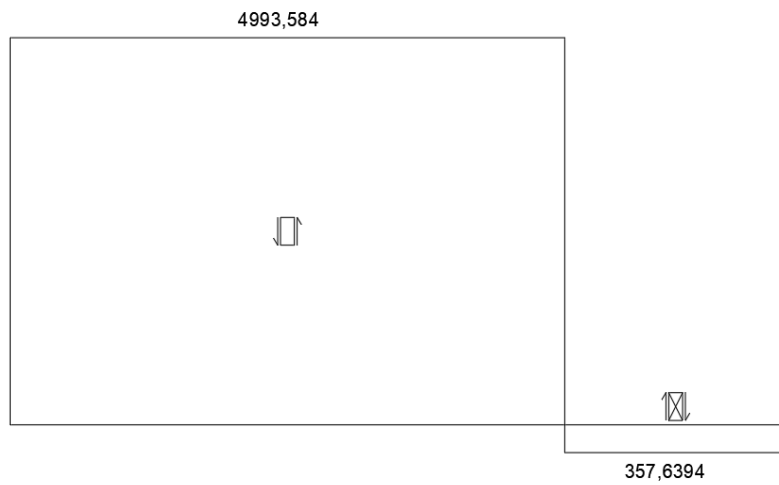


Ilustración 77. Diagrama de esfuerzos cortantes (N) en Y en el eje 4.

Flector (respecto a Z):

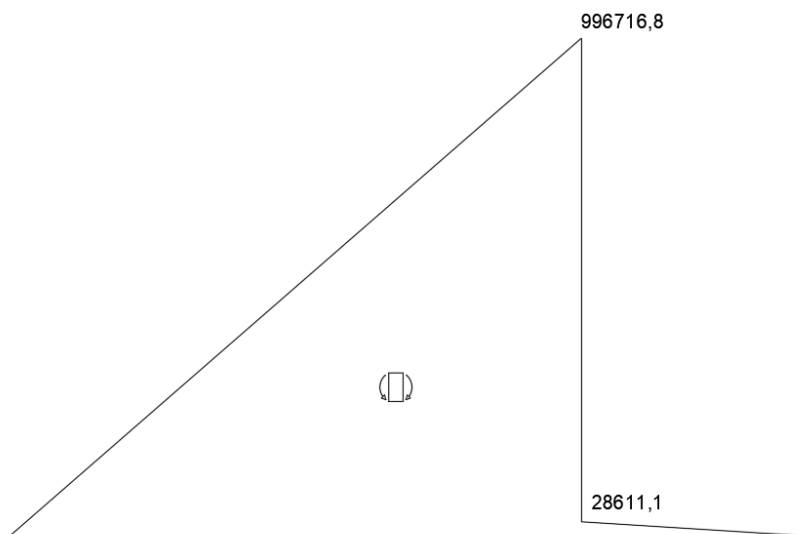


Ilustración 78. Diagrama de flectores (Nmm) respecto a Z en el eje 4.

Fuerzas Eje XZ:

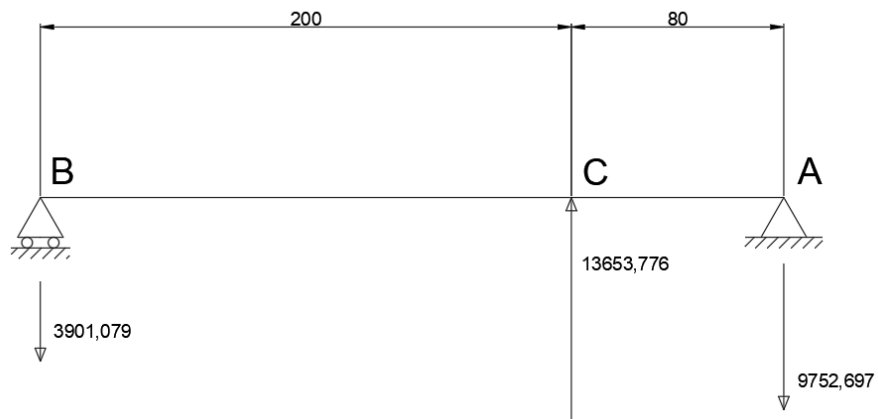


Ilustración 79. Esquema de fuerzas XZ en el eje 4.

Cortante (eje Z):

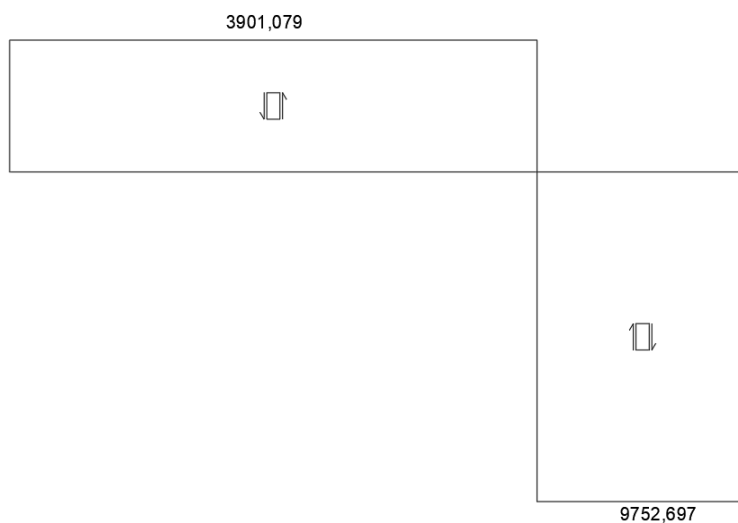


Ilustración 80. Diagrama de esfuerzos cortantes (N) en Z en el eje 4.

Flector (respecto a Y):

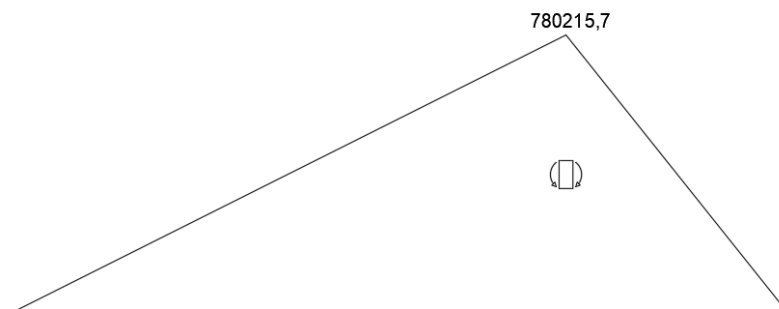


Ilustración 81. Diagrama de flectores (Nmm) respecto a Y en el eje 4.

Torsor:

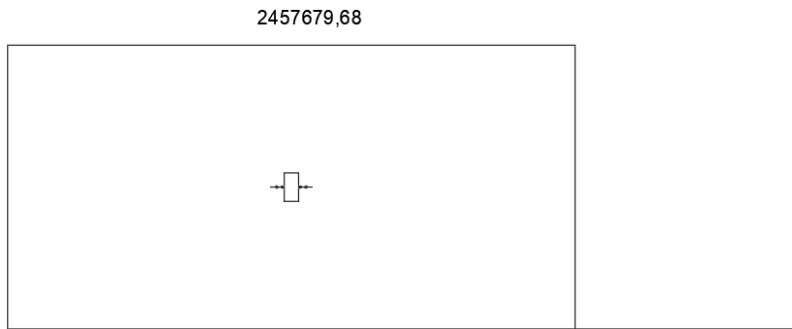


Ilustración 82. Diagrama del momento torsor (Nmm) en el eje 4.

El momento flector es el esfuerzo dominante, por lo que vamos a estudiar los puntos en los que este es mayor. Vemos que los momentos flectores mayores se encuentran en el apoyo A y en el punto del engranaje C, por lo que calculamos el momento resultante para ver cuál es mayor.

**Punto C:**

$$M_{Cz} = 996716,8 \text{ Nmm.}$$

$$M_{Cy} = 780215,7 \text{ Nmm.}$$

$$M_{Cr} = \sqrt{M_{Cz}^2 + M_{Cy}^2} = 1265772,854 \text{ Nmm.}$$

Calculamos los valores de módulo resistente a flexión, el módulo resistente a torsión y el área del eje y a continuación obtenemos las tensiones. En este caso el diámetro de todo el eje es 65 mm:

Módulo resistente a flexión:

$$W_f = \frac{\pi \cdot 65^3}{32} = 26961,246 \text{ mm}^3$$

Módulo resistente a torsión:

$$W_o = 2 \cdot W_f = 53922,493 \text{ mm}^3$$

Área:

$$A = \frac{\pi \cdot 65^2}{4} = 3318,307 \text{ mm}^2$$

Procedemos a calcular las tensiones:

- Tensión debida a la fuerza axil:

$$\sigma_{x,axil} = \frac{0}{3318,307} = 0 \text{ MPa}$$

En el punto C por el lado en que el momento flector es máximo no tenemos fuerza axil.

- Tensión debida al momento flector:

$$\sigma_{x,flector} = \frac{1265772,854}{26961,246} = 46,948 \text{ MPa}$$

- Tensión debida al momento torsor:

$$\tau_{xy} = \frac{2457679,68}{53922,493} = 45,578 \text{ MPa}$$

Se calcula la tensión equivalente de Von Mises:

$$\sigma_x = \sigma_{x,axil} + \sigma_{x,flector} = 46,948 \text{ MPa.}$$

$$\sigma_{eqv,V.M.} = \sqrt{\sigma_x^2 + 3 \cdot \tau_{xy}^2} = 91,849 \text{ MPa.}$$

Una vez obtenida la tensión de Von Mises equivalente procedemos a calcular el coeficiente de seguridad.

- **AISI 4340**

$$C.S. = \frac{740}{91,849} = 8,057$$

- **Maraging 300**

$$C.S. = \frac{1862}{91,849} = 17,62$$

- **Cálculo a Fatiga:**

Factores correctores:

- Factor de superficie,  $K_a$ :

$$K_a = a \cdot R_m^b$$

AISI 4340:

$$K_a = 1,58 \cdot 1050^{-0,085} = 0,875$$

Maraging 300:

$$K_a = 1,58 \cdot 1930^{-0,085} = 0,831$$

- Factor de tamaño,  $K_b$ :

$$K_b = 1,189 \cdot 65^{-0,097} = 0,793$$

- Factor de confiabilidad,  $K_c$ :

Se ha elegido una confiabilidad del 99,99% por lo que el factor de confiabilidad es 0,702.

$$K_c = 0,702$$

- Factor de temperatura,  $K_d$ :

Se trabajan a temperaturas cercanas a la temperatura ambiente y en todo caso inferiores a 450°C, por lo que no es necesario aplicar ningún tipo de factor corrector.

$$K_d = 1$$

- Factor de carga,  $K_{car}$ :

Se considera la carga de flexión del eje.

$$K_{car} = 1$$

- Factor de esfuerzos varios,  $K_e$ :

No se considera ningún esfuerzo factor externo como la corrosión o esfuerzos residuales que puedan afectar a la vida fatiga, por lo que toma valor unitario.

$$K_e = 1$$

- Concentradores de esfuerzos,  $K_f$ :

La mayor concentración de esfuerzos en el punto de estudio la realiza un chavetero similar al de los ejes estudiados con anterioridad.

$$K_f = 2$$

Con los factores correctores volvemos a calcular las curvas S – N:

- AISI 4340

$$S_{1000} = 0,702 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1 \cdot \frac{1}{2} \cdot 945 = 331,695 \text{ MPa.}$$

$$S_e = 0,875 \cdot 0,793 \cdot 0,702 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1 \cdot \frac{1}{2} \cdot 525 = 127,836 \text{ MPa.}$$

$$A = \frac{(331,695)^2}{127,836} = 860,649 \text{ MPa.}$$

$$B = \frac{\log\left(\frac{127,836}{331,695}\right)}{3} = -0,138$$

$$\sigma_a = 860,649 \cdot (2N)^{-0,138}$$

- Maraging 300

$$S_{1000} = 0,702 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1 \cdot \frac{1}{2} \cdot 1737 = 609,687 \text{ MPa.}$$

$$S_e = 0,831 \cdot 0,793 \cdot 0,702 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1 \cdot \frac{1}{2} \cdot 700 =$$

$$= 161,852 \text{ MPa.}$$

$$A = \frac{(609,687)^2}{161,852} = 2296,65 \text{ MPa.}$$

$$B = \frac{\log\left(\frac{161,852}{609,687}\right)}{3} = -0,192$$

$$\sigma_a = 2296,65 \cdot (2N)^{-0,192}$$

Calculamos la tensión admisible para cada uno de ellos para  $10^6$  ciclos:

- AISI 4340:

$$\sigma_{adm} = 127,836 \text{ MPa.}$$

- Maraging 300:

$$\sigma_{adm} = 161,852 \text{ MPa.}$$

Se procede al cálculo del coeficiente de seguridad para la vida a fatiga.

- AISI 4340:

$$C.S. = \frac{127,836}{91,849} = 1,392$$

- Maraging 300:

$$C.S. = \frac{161,852}{91,849} = 1,762$$

Al igual que en los casos anteriores ambos materiales cumplen el objetivo de garantizar vida a fatiga infinita.

### 9.1.5. Selección de chavetas.

Una vez que se han dimensionado los ejes y se ha comprobado que son capaces soportar los esfuerzos a los que están sometidos garantizando vida infinita a fatiga se ha procedido a seleccionar las chavetas necesarias para que se produzca la transmisión de esfuerzos de los engranajes a los ejes, debiendo comprobar para ello que son capaces de soportar las tensiones a las que se van a encontrar sometidas.

Se ha realizado el cálculo de las tensiones de aplastamiento entre el eje y la chaveta, de aplastamiento entre el cubo y la chaveta y de cortante directo a la chaveta.

Para determinar las tensiones se ha calculado la fuerza debida al momento torsor en la superficie del eje, punto cercano a la mitad de la chaveta. Aunque no es cierto que la fuerza sea constante en el espesor de la chaveta es una buena aproximación usar la fuerza media, pues la diferencia entre el punto inferior y el superior es muy pequeña.

$$F = \frac{M_t}{r}$$

Las tensiones se han calculado usando las siguientes expresiones:

$$\sigma_{aplastamiento, eje-chaveta} = \frac{F}{b \cdot L}$$

Donde b es la profundidad de la chaveta dentro del eje.



$$\sigma_{\text{aplastamiento, cubo-chaveta}} = \frac{F}{a \cdot L}$$

Donde  $a$  es la profundidad de la chaveta en el cubo (alojamiento en el engranaje).

$$\tau = \frac{F}{H \cdot L}$$

Donde  $H$  se corresponde con la anchura de la chaveta.

Se va a trabajar con chavetas DIN 6885. El material de la chaveta es Acero C45K, el fabricante nos indica que no se deberá superar bajo ningún concepto una tensión de 590 MPa para garantizar que no se produce el fallo de la chaveta. Para el cálculo de la tensión cortante no deberemos superar los 295 MPa.

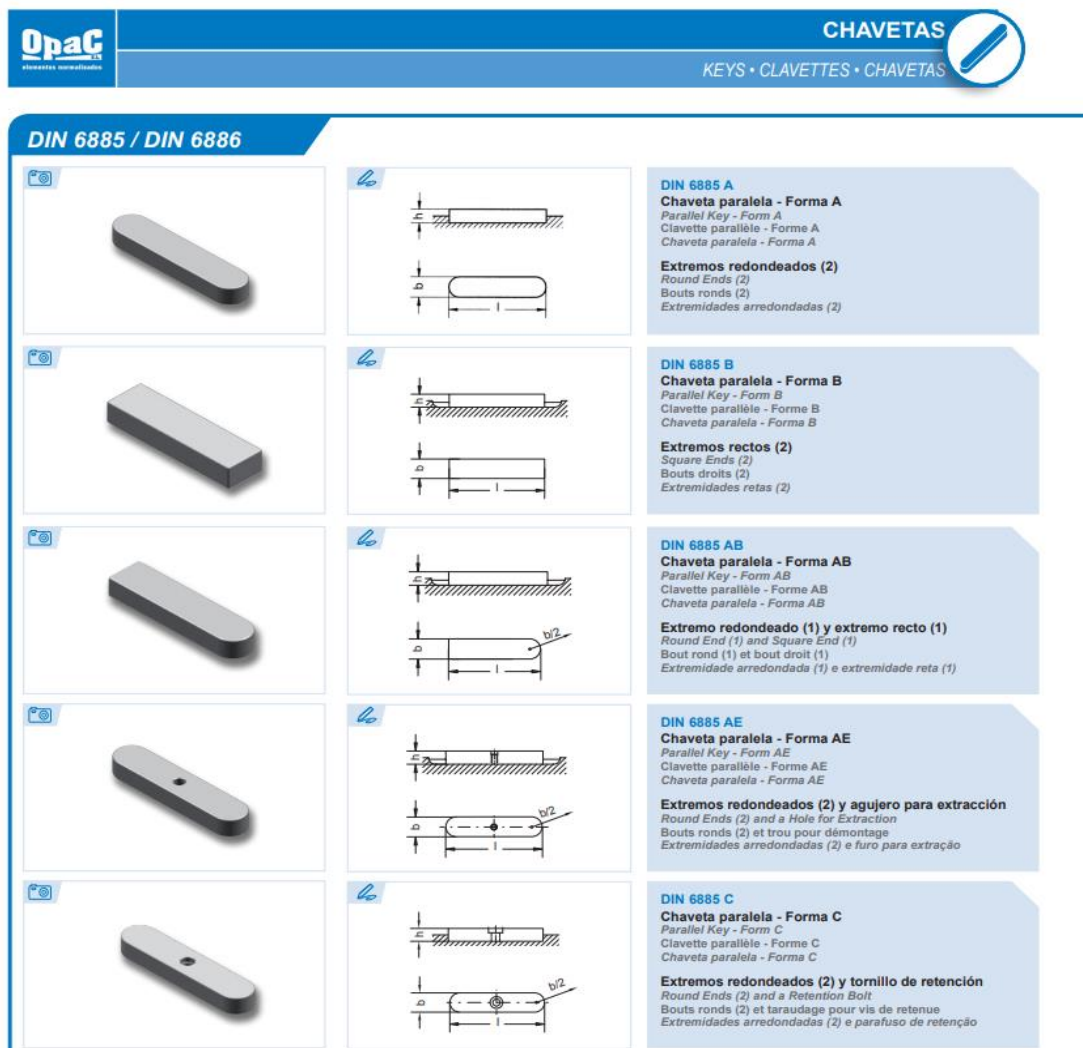
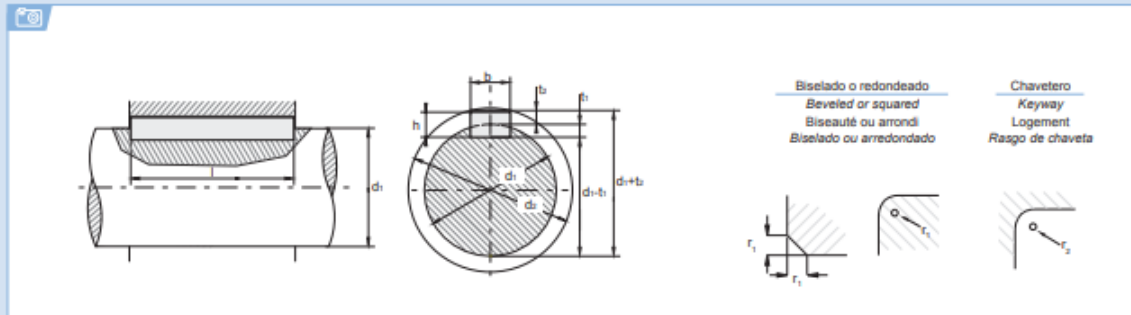


Ilustración 83. Diferentes formas para la chaveta DIN 6885.

**i Selección de la chaveta paralela DIN 6885**  
Selection criteria for parallel key DIN 6885  
Election de la clavette parallèle DIN 6885  
Seleção da chaveta paralela DIN 6885



(ES) (EN) (FR) (PT)

**Chavetero del eje**

Shaft Keyway  
Logement de l'arbre  
Rasgo de chaveta do eixo

**Chavetero del cubo**

Hub Keyway  
Logement du moyeu  
Rasgo de chaveta do cubo

**Asiento fijo**

Tight fit  
Ajustement serré  
Assento fixo

**Asiento ligero**

Loose fit  
Ajustement libre  
Assento ligeiro

**Con juego en el lomo o aprieto**

With a set in the groove or blockage  
Avec jeu dans la largeur de la rainure ou blocage  
Com folga no dorso ou aperto

**Con juego en el lomo**

With a set in the groove  
Avec jeu dans la largeur de la rainure  
Com folga no dorso

**Con aprieto**

With pressure  
Avec blocage  
Com aperto

**diff. adm.**

Diferencia admisible  
Acceptable Difference  
Écart accepté  
Diferença admissível

d1	2	3	4	5	6	8	10	12	14	16	18	20	22	25	28	32	36	40	45	50	56	63	70	80	90	100
d1	2	3	4	5	6	8	10	12	14	16	18	20	22	25	28	32	36	40	45	50	56	63	70	80	90	100
d2	2	3	4	5	6	8	10	12	14	16	18	20	22	25	28	32	36	40	45	50	56	63	70	80	90	100
b	1,2	1,8	2,5	3,5	5	7	10	14	20	28	36	45	56	70	80	100	125	160	200	250	315	400	500	630	800	1000
h	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1
r1	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1
r2	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1
d1 min.	2,5	3,5	4	5	6	8	10	12	14	16	18	20	22	25	28	32	36	40	45	50	56	63	70	80	90	100
r1 min.	0,16	0,16	0,16	0,20	0,25	0,40	0,25	0,40	0,40	0,50	0,40	0,50	0,40	0,50	0,40	0,50	0,40	0,50	0,40	0,50	0,40	0,50	0,40	0,50	0,40	0,50
r1 max.	0,25	0,25	0,25	0,30	0,40	0,50	0,40	0,50	0,60	0,70	0,60	0,70	0,80	0,80	0,80	0,80	0,80	0,80	0,80	0,80	0,80	0,80	0,80	0,80	0,80	0,80
d2 min.	0,08	0,08	0,08	0,10	0,16	0,20	0,16	0,20	0,25	0,30	0,25	0,30	0,25	0,30	0,25	0,30	0,25	0,30	0,25	0,30	0,25	0,30	0,25	0,30	0,25	0,30
r2 min.	0,08	0,08	0,08	0,10	0,16	0,20	0,16	0,20	0,25	0,30	0,25	0,30	0,25	0,30	0,25	0,30	0,25	0,30	0,25	0,30	0,25	0,30	0,25	0,30	0,25	0,30

b\* Se recomienda para anchuras de chaveteros entallados atenerse a la calidad ISA IT8 en lugar de IT9 (es decir P8 en lugar de P9, N8 en lugar de N9 y JS8 en lugar de JS9).  
b\* For carved keyway widths, adhering to quality ISA IT8 instead of IT9 (P8 instead of P9, N8 instead of N9 and JS8 instead of JS9) is the recommended practice.  
b\* Nous conseillons pour les largeurs des logements usinés d'utiliser la qualité ISA IT8 au lieu de IT9 (c'est-à-dire P8 plutôt que P9, N8 plutôt que N9 et JS8 plutôt que JS9).  
b\* Para larguras de rasgos de chaveta entalhados, recomendamos a utilização da qualidade ISA IT8 em vez de IT9 (ou seja, P8 em vez de P9, N8 em vez de N9 e JS8 em vez de JS9).

Ilustración 84. Selección de chaveta en función del diámetro de eje.

b <sup>h9</sup> xh <sup>h11</sup>	L mm																				Chavetero		
																					t <sub>1</sub>	d+t <sub>2</sub>	
3 x 3	8	10	12	14	15	16	18	20	22	25	28	30	32	35	36	40	45	50				1,8	d+1,4
4 x 4	8	10	12	14	15	16	18	20	22	25	28	30	32	35	36	40	45	50				2,5	d+1,8
5 x 5	10	12	14	15	16	18	20	22	25	28	30	32	35	36	40	45	50	55	56	60	70	3	d+2,3
6 x 6	12	14	15	16	18	20	22	25	28	30	32	35	36	40	45	50	55	56	60	70	80	3,5	d+2,8
8 x 7	18	20	22	25	28	30	32	35	36	40	45	50	55	56	60	63	70	80	90	100	110	4	d+3,3
10 x 8	20	22	25	28	30	32	35	36	40	45	50	55	56	60	63	70	80	90	100	110	120	5	d+3,3
12 x 8	25	28	30	32	35	36	40	45	50	55	56	60	63	70	80	90	100	110	120	130	140	5	d+3,3
14 x 9	35	36	40	45	50	55	56	60	63	70	80	90	100	110	120	125	130	140	150			5,5	d+3,8
16 x 10	40	45	50	55	56	60	63	70	80	90	100	110	120	125	130	140	150					6	d+4,3
18 x 11	50	55	56	60	63	70	80	90	100	110	120	125	130	140	150	160						7	d+4,4
20 x 12	50	56	60	63	70	80	90	100	110	120	125	130	140	150	160	180	200					7,5	d+4,9
22 x 14	60	63	70	80	90	100	110	120	125	130	140	150	160	180	200	220	250					9	d+5,4
24 x 14	60	63	70	80	90	100	110	120	125	130	140	150	160	180	200	220	250					9	d+5,4
25 x 14	60	63	70	80	90	100	110	120	125	130	140	150	160	180	200	220	250					9	d+5,4
28 x 16	70	80	90	100	110	120	125	130	140	150	160	180	200	220	250	280	300					10	d+6,4
32 x 18	90	100	110	120	125	130	140	150	160	180	200	220	250	280	300	360						11	d+7,4
36 x 20	90	100	110	120	125	130	140	150	160	180	200	220	250	280	300							12	d+8,4
40 x 22	90	100	110	120	125	130	140	150	160	180	200	220	250	280	300							13	d+9,4
45 x 25	100	110	120	125	130	140	150	160	180	200	220	250	280	300								15	d+10,4

Ilustración 85. Longitudes de chaveta disponibles para cada sección.

- **Engranaje 1:**

Diámetro del eje: 30 mm.

Sección de la chaveta recomendada para ese diámetro: 8 x 7 mm.

Profundidad agujero eje, t<sub>1</sub> = 4 mm.

Profundidad agujero cubo, t<sub>2</sub> = 3,3 mm.

Longitud chaveta: 60 mm.

Longitud de contacto: 50 mm.

$$F = \frac{157291,65}{15} = 10486,11 \text{ N.}$$

$$\sigma_{\text{aplastamiento,eje-chaveta}} = \frac{10486,11}{4 \cdot 50} = 52,43 \text{ MPa.}$$

$$\sigma_{\text{aplastamiento,cubo-chaveta}} = \frac{10486,11}{3 \cdot 50} = 69,9 \text{ MPa.}$$

$$\tau = \frac{10486,11}{8 \cdot 50} = 26,21 \text{ Mpa.}$$

En ningún caso se supera la tensión recomendada por el proveedor, por lo que la chaveta es válida.

Denominación de la chaveta: **DIN 6885 AB 8 X 7 X 60 C45K.**

- **Engranaje 2:**

Diámetro del eje: 35 mm.

Sección de la chaveta recomendada para ese diámetro: 10 x 8 mm.

Profundidad agujero eje,  $t_1 = 5$  mm.

Profundidad agujero cubo,  $t_2 = 3,3$  mm.

Longitud chaveta: 60 mm.

Longitud de contacto: 50 mm.

$$F = \frac{393228,756}{17,5} = 22470,21 \text{ N.}$$

$$\sigma_{\text{aplastamiento,eje-chaveta}} = \frac{22470,21}{5 \cdot 50} = 89,88 \text{ MPa.}$$

$$\sigma_{\text{aplastamiento,cubo-chaveta}} = \frac{22470,21}{3 \cdot 50} = 149,8 \text{ MPa.}$$

$$\tau = \frac{2247,21}{10 \cdot 50} = 49,44 \text{ Mpa.}$$

En ningún caso se supera la tensión recomendada por el proveedor, por lo que la chaveta es válida.

Denominación de la chaveta: **DIN 6885 A 10 X 8 X 60 C45K.**

- **Engranaje 3:**

Diámetro del eje: 40 mm.

Sección de la chaveta recomendada para ese diámetro: 12 x 6 mm.

Profundidad agujero eje,  $t_1 = 3,9$  mm.

Profundidad agujero cubo,  $t_2 = 2,2$  mm.

Longitud chaveta: 80 mm.

Longitud de contacto: 60 mm.

$$F = \frac{393228,756}{20} = 19661,43 \text{ N.}$$

$$\sigma_{\text{aplastamiento,eje-chaveta}} = \frac{19661,43}{3,9 \cdot 60} = 84,023 \text{ MPa.}$$

$$\sigma_{\text{aplastamiento,cubo-chaveta}} = \frac{19661,43}{2,1 \cdot 60} = 156,04 \text{ MPa.}$$

$$\tau = \frac{19661,43}{12 \cdot 60} = 27,3 \text{ Mpa.}$$

En ningún caso se supera la tensión recomendada por el proveedor, por lo que la chaveta es válida.

Denominación de la chaveta: **DIN 6885 A 12 X 6 X 80 C45K.**

- **Engranaje 4:**

Diámetro del eje: 45 mm.

Sección de la chaveta recomendada para ese diámetro: 14 x 9 mm.

Profundidad agujero eje,  $t_1 = 5,5$  mm.

Profundidad agujero cubo,  $t_2 = 3,8$  mm.

Longitud chaveta: 80 mm.

Longitud de contacto: 60 mm.

$$F = \frac{983071,872}{22,5} = 43692,08 \text{ N.}$$

$$\sigma_{\text{aplastamiento,eje-chaveta}} = \frac{43692,08}{5,5 \cdot 60} = 132,04 \text{ MPa.}$$

$$\sigma_{\text{aplastamiento,cubo-chaveta}} = \frac{43692,08}{3,5 \cdot 60} = 208,06 \text{ MPa.}$$

$$\tau = \frac{43692,08}{14 \cdot 60} = 52,014 \text{ Mpa.}$$

En ningún caso se supera la tensión recomendada por el proveedor, por lo que la chaveta es válida.

Denominación de la chaveta: **DIN 6885 A 14 X 9 X 80 C45K.**

- **Engranaje 5:**

Diámetro del eje: 50 mm.

Sección de la chaveta recomendada para ese diámetro: 14 x 9 mm.

Profundidad agujero eje,  $t_1 = 5,5$  mm.

Profundidad agujero cubo,  $t_2 = 3,8$  mm.

Longitud chaveta: 100 mm.

Longitud de contacto: 80 mm.

$$F = \frac{983071,872}{25} = 39322,875 \text{ N.}$$

$$\sigma_{\text{aplastamiento,eje-chaveta}} = \frac{39322,875}{5,5 \cdot 80} = 89,73 \text{ MPa.}$$

$$\sigma_{\text{aplastamiento,cubo-chaveta}} = \frac{39322,875}{3,5 \cdot 80} = 140,44 \text{ MPa.}$$

$$\tau = \frac{39322,875}{14 \cdot 80} = 35,1097 \text{ Mpa.}$$

En ningún caso se supera la tensión recomendada por el proveedor, por lo que la chaveta es válida.

Denominación de la chaveta: **DIN 6885 A 14 X 9 X 100 C45K.**

- **Engranaje 6:**

Diámetro del eje: 65 mm.

Sección de la chaveta recomendada para ese diámetro: 18 x 11 mm.

Profundidad agujero eje,  $t_1 = 7$  mm.

Profundidad agujero cubo,  $t_2 = 4,4$  mm.

Longitud chaveta: 100 mm.

Longitud de contacto: 80 mm.

$$F = \frac{2457679,68}{32,5} = 75620,91 \text{ N.}$$

$$\sigma_{\text{aplastamiento,eje-chaveta}} = \frac{75620,91}{7 \cdot 80} = 135,04 \text{ MPa.}$$

$$\sigma_{\text{aplastamiento,cubo-chaveta}} = \frac{75620,91}{4 \cdot 80} = 236,31 \text{ MPa.}$$

$$\tau = \frac{75620,91}{18 \cdot 80} = 52,51 \text{ Mpa.}$$

En ningún caso se supera la tensión recomendada por el proveedor, por lo que la chaveta es válida.

Denominación de la chaveta: **DIN 6885 A 18 X 11 X 100 C45K.**

### 9.1.6. Selección de rodamientos y lubricación.

Con los ejes completamente dimensionados y las fuerzas en los apoyos calculadas podemos proceder a la selección de los rodamientos necesarios para los apoyos. Para ello se ha utilizado la siguiente expresión:

$$L = \left( \frac{C}{P} \right)^a \rightarrow C = P \cdot \sqrt[a]{L}$$

Donde C es la capacidad de carga dinámica del rodamiento, P la carga dinámica equivalente del rodamiento, L la vida del rodamiento en millones de vueltas y a un coeficiente que toma el valor de 3 para rodamientos de bolas y de 10/3 para rodamientos de rodillos.

El valor de carga dinámica se ha determinado de la siguiente manera:

$$P = X \cdot F_r + Y \cdot F_a$$

Donde X es el coeficiente de carga radial e Y el coeficiente de carga axial, vienen determinados en los catálogos de rodamientos para cada tipo en concreto.

La vida en millones de vueltas del rodamiento se puede expresar de la siguiente forma:

$$L_h = \frac{L \cdot 10^6}{n \cdot 60} \rightarrow L = \frac{L_h \cdot n \cdot 60}{10^6}$$

Se procede a detallar la selección de rodamientos para cada apoyo:

- **Eje 1:**

Vida en horas: 5000 horas.

Velocidad de giro: 30000 R.P.M.

$$L = \frac{5000 \cdot 30000 \cdot 60}{10^6} = 9000 \text{ millones de ciclos.}$$

**Apoyo A:**

Calculamos la fuerza radial equivalente:

$$F_z = 4369,2125 \text{ N.}$$

$$F_y = 4369,2125 \text{ N.}$$

$$F_r = \sqrt{F_z^2 + F_y^2} = 4587,845 \text{ N.}$$

Fuerza axial que soporta el rodamiento:

$$A = 1376,86 \text{ N.}$$

Debido a que la transmisión se realiza mediante engranajes se deben considerar factores correctores al igual que se han considerado para cálculo del módulo necesario a flexión y a desgaste, por ello añadimos a esta carga los factores  $f_a$  y  $f_b$ .

$f_a$ : Factor de esfuerzos adicionales dependiente del engranaje, al ser un engranaje de precisión toma un valor de 1,1.

$f_b$ : Factor de esfuerzos adicionales dependiente de la máquina de trabajo, como se trata de un reductor de para una turbohélice en el que no se producen cargas de choque se ha seleccionado 1,1.

$$F'_r = 1,1 \cdot 1,1 \cdot 4587,845 = 5551,29 \text{ N.}$$

$$F'_a = 1,1 \cdot 1,1 \cdot 1376,86 = 1666 \text{ N.}$$

A continuación calculamos la relación entre fuerza axial y radial:

$$\frac{F'_a}{F'_r} = 0,30011$$

Procedemos a la selección de rodamientos:



## - Rodamiento Rígido de Bolas:

Para el valor de  $F_a/F_r$  seleccionamos los valores de los parámetros X e Y. Lo comparamos con el parámetro e de la tabla y comprobamos que nos encontramos en la zona de  $e \leq F_a/F_r$ , por lo que elegimos un valor de X de 1 y de Y de 0 para realizar la primera iteración. Si algún rodamiento soporta la carga a la que se encuentra sometido, se repetirá el cálculo, pero usando nuevos valores de X e Y teniendo en cuenta la relación  $F_a/C_o$ .

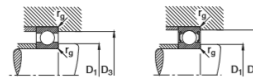
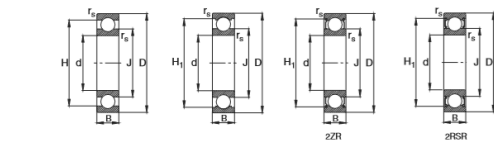
Obtenemos un valor de P de 5551,29 N.

Calculamos el valor de C:

$$C = 5551,29 \cdot \sqrt[3]{9000} = 115471,535 \text{ N} = 115,471 \text{ KN}.$$

Comprobando se observa que para el diámetro del eje seleccionado no hay ningún rodamiento capaz de satisfacer las necesidades de carga ni de velocidad, por lo que es necesario buscar otro tipo de rodamiento diferente.

Rodamientos FAG rígidos de bolas de una hilera



Los rodamientos pueden alcanzar una duración de vida limitada, si  $C_a/P_a \leq 8$ , ver Pág.41.

Eje	Dimensiones							Peso kg	Capacidad de carga		Velocidad límite min <sup>-1</sup>	Velocidad de referencia	Denominación abreviada	Medidas auxiliares		
	d mm	D	B	r <sub>e</sub> mm	H mm	H <sub>1</sub> mm	J mm		d <sub>yn.</sub> kN	stat. C <sub>0</sub>				Rodamiento FAG	D <sub>1</sub> mm	D <sub>2</sub> mm
20	20	47	14	1	38,4	41	28,8	0,195	12,7	6,55	18000	19000	6204	25,6	41,4	1
	20	47	14	1	38,4	41	28,8	0,195	12,7	6,55	18000	19000	6204 W2008	25,6	41,4	1
	20	47	14	1	38,4	41	28,8	0,199	12,7	6,55	15000	19000	6204 ZZR	25,6	41,4	1
	20	47	14	1	38,4	41	28,8	0,199	12,7	6,55	10000	19000	6204 ZRSR	25,6	41,4	1
	20	47	14	1	38,4	41	28,8	0,199	12,7	6,55	10000	19000	6204 ZRSR W2008	25,6	41,4	1
	20	47	18	1	38,4	41	28,8	0,199	12,7	6,55	10000		6204 ZRSR	25,6	41,4	1
	20	52	15	1,1	41,9	44,4	30,3	0,151	16	7,8	34000	18000	6304	27	45	1
	20	52	15	1,1	41,9	44,4	30,3	0,153	16	7,8	34000	18000	6304 W2008	27	45	1
	20	52	15	1,1	41,9	44,4	30,3	0,155	16	7,8	14000	18000	6304 ZZR	27	45	1
	20	52	15	1,1	41,9	44,4	30,3	0,155	16	7,8	9000	18000	6304 ZRSR	27	45	1
	20	52	21	1,1	42,1	44,4	30,3	0,209	16	7,8	9000		6204 ZRSR	27	45	1
	20	72	19	1,1	55		37	0,415	30,5	15	26000	15000	6404	29	63	1
25	25	47	8	0,3	39,7	41,1	32,2	0,055	7,2	4,65	19000	14000	6005	27	45	0,3
	25	47	12	0,6	40,2	42,5	32	0,08	10	5,85	36000	17000	6005	28,2	43,8	0,6
	25	47	12	0,6	40,2	42,5	32	0,082	10	5,85	36000	17000	6005 W2008	28,2	43,8	0,6
	25	47	12	0,6	40,2	42,5	32	0,083	10	5,85	15000	17000	6005 ZZR	28,2	43,8	0,6
	25	47	12	0,6	40,2	42,5	32	0,084	10	5,85	10000	17000	6005 ZRSR	28,2	43,8	0,6
	25	47	12	0,6	40,2	42,5	32	0,083	10	5,85	10000	17000	6005 ZRSR W2008	28,2	43,8	0,6
	25	52	15	1	43,6	45,4	33,5	0,128	14	7,8	17000	17000	6205	30,6	46,4	1
	25	52	15	1	43,6	45,4	33,5	0,128	14	7,8	17000	17000	6205 W2008	30,6	46,4	1
	25	52	15	1	43,6	45,4	33,5	0,132	14	7,8	14000	17000	6205 ZZR	30,6	46,4	1
	25	52	15	1	43,6	45,4	33,5	0,132	14	7,8	9000	17000	6205 ZRSR	30,6	46,4	1
	25	52	15	1	43,6	45,4	33,5	0,132	14	7,8	9000	17000	6205 ZRSR W2008	30,6	46,4	1
	25	52	18	1	43,6	45,4	33,5	0,156	14	7,8	9000		6205 ZRSR	30,6	46,4	1
	25	62	17	1,1	50,2	52,5	38,4	0,234	22,4	11,4	28000	15000	6305	32	55	1
	25	62	17	1,1	50,2	52,5	38,4	0,237	22,4	11,4	28000	15000	6305 W2008	32	55	1
	25	62	17	1,1	50,2	52,5	38,4	0,24	22,4	11,4	11000	15000	6305 ZZR	32	55	1
	25	62	17	1,1	50,2	52,5	38,4	0,242	22,4	11,4	7500	15000	6305 ZRSR	32	55	1
	25	62	17	1,1	50,2	52,5	38,4	0,245	22,4	11,4	7500	15000	6305 ZRSR W2008	32	55	1
	25	62	24	1,1	50,2	52,5	38,4	0,272	22,4	11,4	7500		6205 ZRSR	32	55	1
	25	80	21	1,5	63,1		45,4	0,56	36	19,3	22000	14000	6405	36	69	1,5
30	30	55	9	0,3	47,5	48,8	37,7	0,082	11,2	7,35	16000	12000	6006	32	53	0,3
	30	55	13	1	47,2	49,2	38,3	0,122	12,7	8	32000	15000	6006	34,6	50,4	1
	30	55	13	1	47,2	49,2	38,3	0,122	12,7	8	32000	15000	6006 W2008	34,6	50,4	1
	30	55	13	1	47,2	49,2	38,3	0,125	12,7	8	15000	15000	6006 ZZR	34,6	50,4	1
	30	55	13	1	47,2	49,2	38,3	0,125	12,7	8	8500	15000	6006 ZRSR	34,6	50,4	1

Ilustración 86. Catálogo rodamiento rígido de bolas diámetro 30 mm.

## - Rodamiento de una hilera de bolas con contacto angular.

Para el valor de  $F_a/F_r$  tenemos que nos encontramos por debajo del valor e para este tipo de rodamientos, el cuál es de 1,14, por lo que la carga radial es la dominante y los valores de X e Y son 1 y 0 respectivamente.

Calculamos la capacidad de carga necesaria:

$$C = 5551,29 \cdot \sqrt[3]{9000} = 115471,535 \text{ N} = 115,471 \text{ KN}.$$

Obtenemos que no hay ningún rodamiento capaz de soportar dicha carga, pero al contrario que en el caso anterior si que son capaces de soportar la velocidad de giro al tratarse de rodamientos especiales para alta velocidad. Se trata del rodamiento ZYS 7206.

Se ha decidido colocar los rodamientos en tándem, lo que produce que la capacidad total del conjunto sea la de cada rodamiento por el número total de los mismos. Con ello calculamos el número de rodamientos necesarios:

$$i = \frac{C}{C_{rod}} = \frac{115,471}{23,4} = 4,935$$

Necesitamos 5 rodamientos.

Ahora comprobamos que cumplan con la velocidad de giro, pues al colocar los rodamientos en tándem se reduce la velocidad de giro máxima del conjunto.

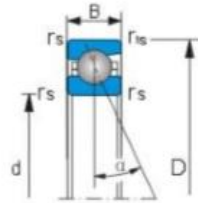
$$n_{m\acute{a}x, grupo} = 0,9 \cdot n_{m\acute{a}x, rodamiento} = 0,9 \cdot 38000 = 34200 \text{ rpm}.$$

Como podemos comprobar la velocidad de giro del conjunto es superior a la velocidad de giro del eje, por lo que es válido.

Rodamientos seleccionados: **5 X ZYS 7206**.

**ZYS 高速精密角接触球轴承**  
ZYS High-speed precision angular contact ball bearings

系列 Series
718 719
70 72



外形尺寸 Boundary dimensions						$\alpha = 15^\circ$				$\alpha = 25^\circ$				轴承代号 Bearing designations
						额定载荷 Load ratings		极限转速 Limiting speeds		额定载荷 Load ratings		极限转速 Limiting speeds		
d	D	B	r <sub>min</sub>	r <sub>max</sub>	Cr	Cor	脂 Grease	油 Oil	Cr	Cor	脂 Grease	油 Oil		
mm					kN		r/min		kN		r/min			
10	19	5	0.30	0.10	1.8	1.1	75000	120000	1.7	1.1	70000	110000	71800	
	22	6	0.30	0.10	2.9	1.8	70000	110000	2.7	1.7	67000	100000	71900	
	26	8	0.30	0.15	4.0	2.4	67000	100000	3.8	2.3	60000	90000	7000	
	30	9	0.60	0.15	6.4	3.8	56000	85000	6.3	3.7	53000	80000	7200	
12	21	5	0.30	0.10	2.0	1.4	70000	110000	1.9	1.3	63000	95000	71801	
	24	6	0.30	0.10	3.2	2.2	63000	95000	3.1	2.1	56000	85000	71901	
	28	8	0.30	0.15	5.0	3.0	60000	90000	4.8	2.8	56000	85000	7001	
	32	10	0.60	0.15	7.2	4.5	53000	80000	6.9	4.3	48000	70000	7201	
15	24	5	0.30	0.10	2.2	1.8	60000	90000	2.1	1.7	53000	80000	71802	
	28	7	0.30	0.10	4.8	3.4	53000	80000	4.6	3.2	50000	75000	71902	
	32	9	0.30	0.15	5.3	3.3	50000	75000	5.1	3.1	45000	67000	7002	
	35	11	0.60	0.15	9.1	5.8	48000	70000	8.8	5.6	43000	63000	7202	
17	26	5	0.30	0.10	2.3	1.9	53000	80000	2.1	1.8	50000	75000	71803	
	30	7	0.30	0.10	5.1	3.8	50000	75000	4.8	3.6	45000	67000	71903	
	35	10	0.30	0.15	6.7	4.9	45000	67000	6.4	4.7	40000	60000	7003	
	40	12	0.60	0.30	11.3	7.4	40000	60000	10.9	7.1	38000	56000	7203	
20	32	7	0.30	0.10	3.9	3.4	45000	67000	3.7	3.2	40000	60000	71804	
	37	9	0.30	0.15	7.4	5.8	40000	60000	7.0	5.6	38000	56000	71904	
	42	12	0.60	0.15	9.6	6.3	38000	56000	9.2	6.0	34000	50000	7004	
	47	14	1.00	0.30	13.1	9.6	34000	50000	12.6	9.2	30000	45000	7204	
25	37	7	0.30	0.15	4.2	4.1	38000	56000	3.9	3.9	34000	50000	71805	
	42	9	0.30	0.15	7.6	6.5	34000	50000	7.2	6.2	30000	45000	71905	
	47	12	0.60	0.15	12.9	8.7	34000	50000	12.3	8.3	30000	45000	7005	
	52	15	1.00	0.30	16.8	13.1	30000	45000	16.1	12.5	26000	40000	7205	
30	42	7	0.30	0.15	4.4	4.8	32000	48000	4.1	4.5	28000	43000	71806	
	47	9	0.30	0.15	8.0	7.6	30000	45000	7.6	7.2	26000	40000	71906	
	55	13	1.00	0.30	15.7	11.6	28000	43000	14.9	10.9	24000	38000	7006	
	62	16	1.00	0.30	23.4	18.8	24000	38000	22.3	18.0	20000	34000	7206	

Ilustración 87. Rodamientos con contacto angular para alta velocidad.

### Apoyo B:

Calculamos la fuerza radial equivalente:

$$F_z = 873,8425 \text{ N.}$$

$$F_y = 32,044 \text{ N.}$$

$$F_r = \sqrt{F_z^2 + F_y^2} = 874,43 \text{ N.}$$

Añadimos los factores  $f_a$  y  $f_b$ .

$$f_a: 1,1.$$

$f_b: 1,1.$

$$F'_{r'} = 1,1 \cdot 1,1 \cdot 874,43 = 1058,06 \text{ N.}$$

Procedemos a la selección de rodamientos:

#### - Rodamiento Rígido de Bolas:

Calculamos el valor de C:

$$C = 1058,06 \cdot \sqrt[3]{9000} = 22008,537 \text{ N} = 22,008 \text{ KN.}$$

Para el diámetro de eje existen rodamientos capaces de satisfacer las necesidades de carga, pero ninguno lo hace con la de velocidad.

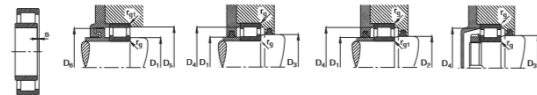
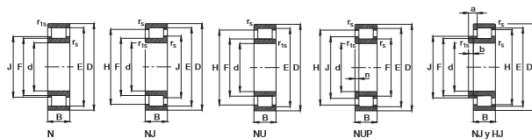
#### - Rodamiento rígido de rodillos:

Calculamos la capacidad de carga necesaria:

$$C = 1058,06 \cdot \sqrt[3]{9000} = 16247,37 \text{ N} = 16,247 \text{ KN.}$$

Al igual que con los rodamientos rígidos de bolas, aunque hay varios modelos que cumplen con las condiciones de carga ninguno lo hace con la velocidad.

Rodamientos FAG de rodillos cilíndricos  
de una hilera



Los rodamientos pueden alcanzar una duración  
de vida ilimitada, si  $C_p/P_F \geq 8$ , ver Pág.41.

Eje	Dimensiones													Peso		Capacidad de carga din. c	Velocidad estál. min <sup>-1</sup>	Velocidad de referencia	Denominación abreviada	Medidas auxiliares													
	d	D	B	r <sub>s</sub>	r <sub>min</sub>	E	F	H	J	n	a	b	s <sup>1)</sup>	Roda- miento	Anillo angular					kg	C	kN	FAG	Anillo angular FAG	D <sub>1</sub> mm	D <sub>1</sub> max	D <sub>2</sub> min	D <sub>2</sub> max	D <sub>3</sub> min	D <sub>3</sub> max	r <sub>s</sub> max	r <sub>e</sub> max	
25	25	62	24	1,1	1,1	54	34	50,6	38,1		8	4	1,9	0,356	0,027	57	56	12000	10000	NJ2206E.TVP2	HJ2206E	32	33	37	40	55		1	1				
	25	62	24	1,1	1,1	54	34	50,6	38,1				1,9	0,349		57	56	12000	10000	NJ2206E.TVP2		32	33	37	40	55		1	1				
	25	62	24	1,1	1,1	54	34	50,6	38,1	4				0,363		57	56	12000	10000	NUP205E.TVP2		32	33	37	40	55		1	1				
30	30	55	13	1	0,6	46,5	36,5	46,1					2,4	0,129		16,6	16	24000	15000	NU1006		33	35	38	40	50		1	0,6				
	30	62	16	1	0,6	55,5	37,5			41,3			1,4	0,205		39	37,5	12000	11000	N2006E.TVP2		34	37	40	44	56	57	54	1	0,6			
	30	62	16	1	0,6	55,5	37,5			52,5	41,3	7	4	1,5	0,213	0,025	39	37,5	12000	11000	N3006E.TVP2	HJ3006E	34	37	40	44	56		1	0,6			
	30	62	16	1	0,6	55,5	37,5			52,5	41,3			1,5	0,208		39	37,5	12000	11000	N2006E.TVP2		34	37	40	44	56		1	0,6			
	30	62	16	1	0,6	55,5	37,5			52,5	41,3	8			0,219		39	37,5	12000	11000	NUP205E.TVP2		34	37	40	44	56		1	0,6			
	30	62	20	1	0,6	55,5	37,5			52,5	41,3		7,5	4	1,6	0,261	0,026	49	50	12000	9500	NJ2206E.TVP2	HJ2206E	34	37	40	44	56		1	0,6		
	30	62	20	1	0,6	55,5	37,5			52,5	41,3			1,6	0,255		49	50	12000	9500	NJ2206E.TVP2		34	37	40	44	56		1	0,6			
	30	62	20	1	0,6	55,5	37,5			52,5	41,3	3,5			0,268		49	50	12000	9500	NUP205E.TVP2		34	37	40	44	56		1	0,6			
	30	72	19	1,1	1,1	62,5	40,5			45				0,6	0,366		51	48	10000	11000	N3006E.TVP2		37	40	44	48	65	64	61	1	1		
	30	72	19	1,1	1,1	62,5	40,5			59,2	45			8,5	5	1,2	0,376	0,042	51	48	10000	11000	N3006E.TVP2	HJ3006E	37	40	44	48	65		1	1	
	30	72	19	1,1	1,1	62,5	40,5			59,2	45			8,5	5	1,2	0,366		51	48	10000	11000	N3006E.TVP2		37	40	44	48	65		1	1	
	30	72	19	1,1	1,1	62,5	40,5			59,2	45	3,5			0,385		51	48	10000	11000	NUP3006E.TVP2		37	40	44	48	65		1	1			
	30	72	27	1,1	1,1	62,5	40,5			59,2	45			9,5	5	2,2	0,54	0,043	73,5	75	10000	8500	NJ2206E.TVP2	HJ2206E	37	40	44	48	65		1	1	
	30	72	27	1,1	1,1	62,5	40,5			59,2	45			9,5	5	2,2	0,539		73,5	75	10000	8500	NJ2206E.TVP2		37	40	44	48	65		1	1	
	30	72	27	1,1	1,1	62,5	40,5			59,2	45	4,5			0,551		73,5	75	10000	8500	NUP205E.TVP2		37	40	44	48	65		1	1			
	35	35	62	14	1	0,6	55	42	52,4					2,6	0,181		24,5	26	20000	11000	NU1067M1		38	41	44	45	57		1	0,6			
35		72	17	1,1	0,6	64	44			44		48		7	4	0,7	0,361		50	50	10000	9500	N207E.TVP2		39	43	46	50	65	65	63	1	0,6
35		72	17	1,1	0,6	64	44			61	48			7	4	0,7	0,360	0,034	50	50	10000	9500	N207E.TVP2	HJ207E	39	43	46	50	65		1	0,6	
35		72	17	1,1	0,6	64	44			61	48		48	8		0,7	0,363		50	50	10000	9500	NUP207E.TVP2		39	43	46	50	65		1	0,6	

Ilustración 88. Rodamientos de rodillos cilíndricos para diámetro de 30 mm

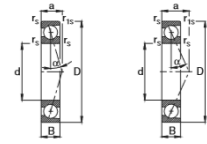
#### - Rodamiento para husillos:

Capacidad de carga necesaria:

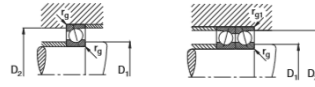
$$C = 1058,06 \cdot \sqrt[3]{9000} = 22008,537 \text{ N} = 22,008 \text{ KN.}$$

Seleccionamos el rodamiento **FAG B7206C.T.P4S.UL** que cumple tanto con las necesidades de carga como con la velocidad de giro.

#### Rodamientos FAG para husillos



B710C, B70C, B72C  
Ángulo de contacto  $\alpha = 15^\circ$   
B710E, B70E, B72E  
Ángulo de contacto  $\alpha = 25^\circ$



Los rodamientos pueden alcanzar una duración de vida ilimitada, si  $C_p/P_2 \geq 8$ , ver Pág.41.

Eje	Dimensiones			$r_{fs}$ mm	$r_{fs}$ mm	$a$ mm	Peso kg	Capacidad de carga		Velocidad razonable		Denominación abreviada	Medidas auxiliares			
	d mm	D mm	B mm					din. C	estát. C <sub>0</sub>	Grasa mm <sup>1</sup>	Cantidad mínima de aceite		D <sub>1</sub> H12 mm	D <sub>2</sub> H12 mm	$f_{s\max}$	$f_{e\max}$
25	25	52	15	1	1	13	0,13	15,6	9,3	28000	43000	B7205C.T.P4S.UL	30,5	46,5	1	1
	25	52	15	1	1	17	0,13	15	9	26000	40000	B7205E.T.P4S.UL	30,5	46,5	1	1
30	30	47	9	0,3	0,15	10	0,05	10,8	7,8	28000	43000	B7100C.T.P4S.UL	32,5	44	0,3	0,1
	30	47	9	0,3	0,15	14	0,05	10,2	7,35	26000	40000	B7100E.T.P4S.UL	32,5	44	0,3	0,1
	30	55	13	1	1	12	0,12	15	10,2	26000	40000	B7006C.T.P4S.UL	35,5	50	1	0,3
	30	55	13	1	1	17	0,12	14,3	9,8	24000	38000	B7006E.T.P4S.UL	35,5	50	1	0,3
	30	62	16	1	1	14	0,2	23,2	14,8	24000	38000	B7206C.T.P4S.UL	38,5	55,5	1	1
	30	62	16	1	1	19	0,2	22	14	22000	36000	B7206E.T.P4S.UL	38,5	55,5	1	1
	35	55	10	0,6	0,3	11	0,08	14,3	10,8	24000	38000	B7100C.T.P4S.UL	39	51,5	0,6	0,1
	35	55	10	0,6	0,3	16	0,08	13,4	10,4	22000	36000	B7100E.T.P4S.UL	39	51,5	0,6	0,1
	35	62	14	1	1	14	0,16	19	13,7	22000	36000	B7007C.T.P4S.UL	40,5	56	1	0,3
	35	62	14	1	1	16	0,16	18,3	12,9	20000	34000	B7007E.T.P4S.UL	40,5	56	1	0,3
35	35	72	17	1,1	1,1	16	0,28	30,5	20	20000	34000	B7207C.T.P4S.UL	42	64,5	1	1

Ilustración 89. Rodamientos para husillos para diámetro 30 mm.

#### • Eje 2:

Vida en horas: 5000 horas.

Velocidad de giro: 12000 R.P.M.

$$L = \frac{5000 \cdot 12000 \cdot 60}{10^6} = 3600 \text{ millones de ciclos.}$$

#### Apoyo A:

Calculamos la fuerza radial equivalente:

$$F_z = 1100,396 \text{ N.}$$

$$F_y = 1696,5285 \text{ N.}$$

$$F_r = \sqrt{F_z^2 + F_y^2} = 2022,1475 \text{ N.}$$

Fuerza axial que soporta el rodamiento:

$$A = 1491,6 \text{ N.}$$

$$f_a: 1,1.$$

$$f_b: 1,1.$$

$$F'_r = 1,1 \cdot 1,1 \cdot 2022,1475 = 2446,798 \text{ N.}$$

$$F'_a = 1,1 \cdot 1,1 \cdot 1491,6 = 1804,836 \text{ N.}$$

A continuación calculamos la relación entre fuerza axial y radial:

$$\frac{F_a}{F_r} = 0,7376$$

Procedemos a la selección de rodamientos:

### - Rodamiento Rígido de Bolas:

Para el valor de  $F_a/F_r$  seleccionamos los valores de los parámetros X e Y. Lo comparamos con el parámetro e de la tabla y comprobamos que nos encontramos en la zona de  $e > F_a/F_r$ , por lo que los valores de X e Y de 0,56 y 1,8.

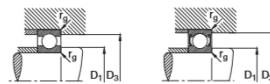
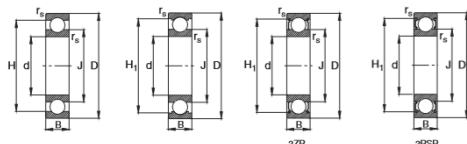
Obtenemos un valor de P de 4618,912 N.

Calculamos el valor de C:

$$C = 4618,912 \cdot \sqrt[3]{3600} = 70790,32 \text{ N} = 70,79 \text{ KN}.$$

Comprobando se observa que para el diámetro del eje seleccionado no hay ningún rodamiento capaz de satisfacer las necesidades de carga ni de velocidad, por lo que es necesario buscar otro tipo de rodamiento diferente.

Rodamientos FAG rígidos de bolas de una hilera



Los rodamientos pueden alcanzar una duración de vida ilimitada, si  $C_{90}/P_{90} \geq 8$ , ver Pág.41.

Eje	Dimensiones							Peso ~ kg	Capacidad de carga		Velocidad límite min <sup>-1</sup>	Velocidad de referencia	Denominación abreviada Rodamiento FAG	Medidas auxiliares		
	d mm	D mm	B mm	t <sub>r</sub> mm	H <sub>1</sub> mm	H <sub>2</sub> mm	J mm		dyn. C <sub>0</sub> kN	stat. C <sub>0</sub> kN				D <sub>1</sub> mm	D <sub>2</sub> mm	t <sub>r</sub> max
30	30	62	16	1	52,1	54,9	40	0,195	19,3	11,2	14000	14000	6206	35,6	56,4	1
	30	62	16	1	52,1	54,9	40	0,205	19,3	11,2	14000	14000	6206 W203B	35,6	56,4	1
	30	62	16	1	52,1	54,9	40	0,201	19,3	11,2	11000	11000	6206 ZZR	35,6	56,4	1
	30	62	16	1	52,1	54,9	40	0,201	19,3	11,2	7500	7500	6206 2RSR	35,6	56,4	1
	30	62	16	1	52,1	54,9	40	0,211	19,3	11,2	7500	7500	6206 2RSR W203B	35,6	56,4	1
	30	62	20	1	52,1	54,9	40	0,245	19,3	11,2	7500	7500	6206 2RSR	35,6	56,4	1
	30	72	19	1,1	59,6	61,6	44,6	0,355	29	16,3	24000	13000	6306	37	65	1
	30	72	19	1,1	59,6	61,6	44,6	0,355	29	16,3	24000	13000	6306 W203B	37	65	1
	30	72	19	1,1	59,6	61,6	44,6	0,363	29	16,3	9500	6300	6306 ZZR	37	65	1
	30	72	19	1,1	59,6	61,6	44,6	0,365	29	16,3	6300	6300	6306 2RSR	37	65	1
	30	72	19	1,1	59,6	61,6	44,6	0,365	29	16,3	6300	6300	6306 2RSR W203B	37	65	1
	30	72	27	1,1	59,6	61,6	44,6	0,499	29	16,3	6300	6300	6306 2RSR	37	65	1
35	35	90	23	1,5	76,1	78,1	50,1	0,76	42,5	23,2	19000	12000	6406	41	79	1,5
	35	62	9	0,3	53,5	54,8	43,7	0,105	12,2	8,8	14000	10000	6007	37	60	0,3
	35	62	14	1	53,3	55,4	43,2	0,157	16	10,2	28000	13000	6007	39,6	57,4	1
	35	62	14	1	53,3	55,4	43,2	0,157	16	10,2	28000	13000	6007 W203B	39,6	57,4	1
	35	62	14	1	53,3	55,4	43,2	0,163	16	10,2	11000	13000	6007 ZZR	39,6	57,4	1
	35	62	14	1	53,3	55,4	43,2	0,163	16	10,2	7500	7500	6007 2RSR	39,6	57,4	1
	35	62	14	1	53,3	55,4	43,2	0,163	16	10,2	7500	7500	6007 2RSR W203B	39,6	57,4	1
	35	72	17	1,1	60,7	63,3	47,2	0,291	25,5	15,3	24000	12000	6207	42	65	1
	35	72	17	1,1	60,7	63,3	47,2	0,295	25,5	15,3	24000	12000	6207 W203B	42	65	1
	35	72	17	1,1	60,7	63,3	47,2	0,299	25,5	15,3	9500	6300	6207 ZZR	42	65	1
	35	72	17	1,1	60,7	63,3	47,2	0,301	25,5	15,3	6300	6300	6207 2RSR	42	65	1
	35	72	17	1,1	60,7	63,3	47,2	0,303	25,5	15,3	6300	6300	6207 2RSR W203B	42	65	1
35	35	72	23	1,1	60,7	63,3	47,2	0,393	25,5	15,3	6300	6300	6207 2RSR	42	65	1
	35	80	21	1,5	65,5	67,6	49,3	0,471	33,5	19	20000	12000	6307	44	71	1,5
	35	80	21	1,5	65,5	67,6	49,3	0,481	33,5	19	20000	12000	6307 W203B	44	71	1,5
	35	80	21	1,5	65,5	67,6	49,3	0,483	33,5	19	8500	6300	6307 ZZR	44	71	1,5
	35	80	21	1,5	65,5	67,6	49,3	0,483	33,5	19	5600	5600	6307 2RSR	44	71	1,5
	35	80	21	1,5	65,5	67,6	49,3	0,483	33,5	19	5600	5600	6307 2RSR W203B	44	71	1,5
	35	80	31	1,5	65,5	67,6	49,3	0,687	33,5	19	5600	5600	6207 2RSR	44	71	1,5
	35	100	25	1,5	83,3	85,6	62	0,971	53	31,5	16000	11000	6407	46	89	1,5

Ilustración 90. Rodamientos rígidos de bolas para diámetros de 35 mm.

## - Rodamiento de una hilera de bolas con contacto angular:

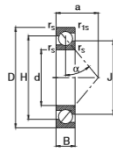
Para el valor de  $F_a/F_r$  tenemos que nos encontramos por debajo del valor  $e$  y para este tipo de rodamientos, el cuál es de 1,14, por lo que la carga radial es la dominante y los valores de  $X$  e  $Y$  son 1 y 0 respectivamente.

Calculamos la capacidad de carga necesaria:

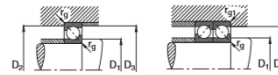
$$C = 2446,798 \cdot \sqrt[3]{3600} = 37500,09 \text{ N} = 37,5 \text{ KN}.$$

Seleccionamos el rodamiento **FAG 7307B.TPV**.

Rodamientos FAG de bolas de contacto angular  
de una hilera



B  
Ángulo de contacto  $\alpha = 40^\circ$



Los rodamientos pueden alcanzar una duración  
de vida ilimitada, si  $C_a/P_r \geq 8$ , ver Pág.41.

Eje	Dimensiones								Peso kg	Capacidad de carga		Velocidad límite min <sup>-1</sup>	Velocidad de referencias	Denominación abreviada Rodamiento FAG	Medidas auxiliares				
	d mm	D	B	r <sub>a</sub> mm	r <sub>b</sub> mm	a mm	H mm	J mm		dyn. C <sub>0</sub>	stat. C <sub>0</sub>				D <sub>1</sub> mm	D <sub>2</sub> mm	D <sub>3</sub> mm	r <sub>a</sub> mm	r <sub>b</sub> mm
10	10	30	9	0,6	0,3	13	22,1	18,2	0,032	5	2,5	32000	26000	7200B.TVP	14,2	25,8	27,6	0,6	0,3
12	12	32	10	0,6	0,3	14	24,6	19,7	0,035	6,95	3,4	28000	26000	7201B.TVP	16,2	27,6	29,6	0,6	0,3
	12	37	12	1	0,6	16	27,2	22,3	0,06	10,6	5	24000	19000	7301B.TVP	17,6	31,4	32,8	1	0,6
15	15	35	11	0,6	0,3	16	27,6	22,7	0,044	8	4,3	24000	22000	7202B.TVP	19,2	30,8	32,6	0,6	0,3
	15	42	13	1	0,6	18	31,8	25,7	0,082	12,9	6,55	20000	17000	7302B.TVP	20,6	36,4	37,8	1	0,6
17	17	40	12	0,6	0,6	18	31,2	26,4	0,065	10	5,5	20000	20000	7203B.TVP	21,2	35,6	35,8	0,6	0,6
	17	47	14	1	0,6	20	35,8	28,7	0,109	16	8,3	18000	15000	7303B.TVP	22,6	41,4	42,6	1	0,6
20	20	47	14	1	0,6	21	36,6	30,6	0,104	13,4	7,85	18000	18000	7204B.TVP	25,6	41,4	42,8	1	0,6
	20	52	15	1,1	0,6	23	38,9	32,6	0,153	19	10,4	17000	13000	7304B.TVP	27	45	47,6	1	0,6
25	25	52	15	1	0,6	24	41,6	35,4	0,127	14,6	9,3	16000	16000	7205B.TVP	30,6	46,4	47,8	1	0,6
	25	62	17	1,1	0,6	27	48,1	38,5	0,223	26	15	14000	11000	7305B.TVP	32	55	57,6	1	0,6
30	30	62	16	1	0,6	27	49,8	43,1	0,196	20,4	13,4	13000	13000	7206B.TVP	35,6	56,4	57,8	1	0,6
	30	72	19	1,1	0,6	31	56	46,8	0,341	32,5	20	11000	10000	7306B.TVP	37	65	67,8	1	0,6
35	35	72	17	1,1	0,6	31	57,8	49,8	0,282	27	18,3	11000	12000	7207B.TVP	42	65	67,8	1	0,6
	35	80	21	1,5	1	35	63,1	52,9	0,447	39	25	9500	9000	7307B.TVP	44	71	74,4	1,5	1
40	40	80	18	1,1	0,6	34	64,6	56	0,367	32	23,2	9500	10000	7208B.TVP	47	73	75,6	1	0,6

Ilustración 91. Rodamientos con contacto angular de una hilera de bolas para diámetros de 35 mm.

## Apoyo B:

Calculamos la fuerza radial equivalente:

$$F_z = 4887,04 \text{ N}.$$

$$F_y = 2519,474 \text{ N}.$$

$$F_r = \sqrt{F_z^2 + F_y^2} = 5498,2642 \text{ N}.$$

Añadimos los factores  $f_a$  y  $f_b$ .

$$f_a: 1,1.$$

$$f_b: 1,1.$$

$$F'_r = 1,1 \cdot 1,1 \cdot 5498,2642 = 6652,9 \text{ N}.$$



Procedemos a la selección de rodamientos:

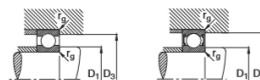
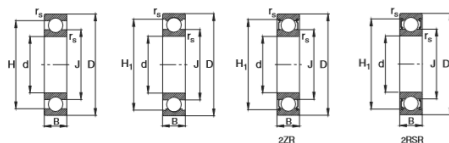
- **Rodamiento Rígido de Bolas:**

Calculamos el valor de C:

$$C = 6652,9 \cdot \sqrt[3]{3600} = 101963,596 \text{ N} = 101,964 \text{ kN}.$$

No encontramos rodamientos que sean capaces de satisfacer las condiciones ni de carga ni de velocidad.

## Rodamientos FAG rígidos de bolas de una hilera



Los rodamientos pueden alcanzar una duración de vida ilimitada, si  $C_0/P_0 \geq 8$ , ver Pág.41.

Eje	Dimensiones			22H				25HR		Peso ~ kg	Capacidad de carga dyn. C kN	Velocidad límite min <sup>-1</sup>	Velocidad de referencia	Denominación abreviada Rodamiento FAG	Medidas auxiliares		
	d	D	B	r <sub>s</sub> mm	H mm	H <sub>1</sub> mm	J mm	D <sub>1</sub> mm	D <sub>2</sub> mm						r <sub>e</sub> mm		
	mm																
40	40	80	18	1,1	67,5	70,4	53	0,371	29	18	20000	11000	6208	47	73	1	
	40	80	18	1,1	67,5	70,4	53	0,371	29	18	20000	11000	S6208 W2008	47	73	1	
	40	80	18	1,1	67,5	70,4	53	0,362	29	18	8500	11000	6206 Z2H	47	73	1	
	40	80	18	1,1	67,5	70,4	53	0,364	29	18	5600	11000	6206 Z2HR	47	73	1	
	40	80	18	1,1	67,5	70,4	53	0,364	29	18	5600	11000	S6206 Z2HR	47	73	1	
	40	80	18	1,1	67,5	70,4	53	0,364	29	18	5600	11000	S6206 Z2HR W2008	47	73	1	
	40	80	23	1,1	67,5	70,4	53	0,477	29	18	5600		6206 Z2HR	47	73	1	
	40	90	23	1,5	74,6	76,5	55,5	0,64	42,5	25	18000	11000	6308	49	81	1,5	
	40	90	23	1,5	74,6	76,5	55,5	0,641	42,5	25	18000	11000	S6308 W2008	49	81	1,5	
	40	90	23	1,5	74,6	76,5	55,5	0,64	42,5	25	5000	11000	6306 Z2H	49	81	1,5	
	40	90	23	1,5	74,6	76,5	55,5	0,654	42,5	25	5000		6306 Z2HR	49	81	1,5	
	40	90	33	1,5	74,6	76,5	55,5	0,903	42,5	25	5000		6206 Z2HR	49	81	1,5	
	40	110	27	2	91,6	95,1	68	1,12	62	38	14000	10000	6406	53	97	2	
	45	45	75	10	0,6	65,6		55	0,167	15,6	12,2	22000	8500	16000	46,2	71,8	0,6
45		75	16	1	65,5	68	54,2	0,247	20	14,3	22000	11000	6009	46,6	70,4	1	

*Ilustración 92. Rodamientos rígidos de bolas para diámetro de 40 mm.*

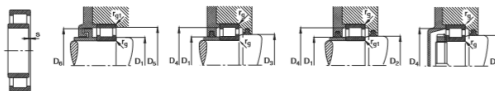
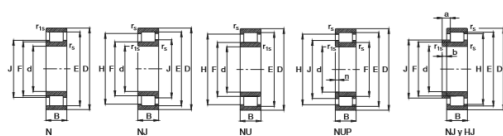
- **Rodamiento rígido de rodillos:**

Calculamos la capacidad de carga necesaria:

$$C = 6652,9 \cdot \sqrt[3]{3600} = 77607,15 \text{ N} = 77,607 \text{ KN}.$$

Aunque se satisfacen las necesidades de carga no existe ningún rodamiento que pueda trabajar a la velocidad indicada.

## Rodamientos FAG de rodillos cilíndricos de una hilera



Los rodamientos pueden alcanzar una duración de vida ilimitada, si  $C_q/P_q \geq 8$ , ver Pág.41.

Eje	Dimensiones														Peso kg	Capacidad de carga din. C	Velocidad límite min <sup>-1</sup>	Velocidad de referencia	Denominación abreviada	Medidas auxiliares												
	d		B	r <sub>1</sub>	r <sub>1a</sub>	E	F	H	J	n	a	b	s)	R- Rota- ción kg						Anillo angular	R- Rota- ción kg	Anillo angular	FAG	Anillo angular	D <sub>1</sub> min	D <sub>1</sub> max	D <sub>2</sub> min	D <sub>2</sub> max	D <sub>3</sub> min	D <sub>3</sub> max	D <sub>4</sub> min	D <sub>4</sub> max
	mm	mm																														
40	40	80	23	1,1	1,1	71,5	49,5	68,3	54		9	5	1,5	0,504	0,051	71	75	9000	7500	NU2308-TVP2	NJ2308E	47	49	52	56	73		1	1			
	40	80	23	1,1	1,1	71,5	49,5	68,3	54					0,518		71	75	9000	7500	NJ2308E		47	49	52	56	73		1	1			
	40	80	23	1,1	1,1	71,5	49,5	68,3	54	4				0,518		71	75	9000	7500	NJ2308E-TVP2		47	49	52	56	73		1	1			
	40	90	23	1,5	1,5	80	52	75,9	57,5					1,1	0,088	81,5	78	7500	8500	N308E-TVP2	N308E	49	51	55	60	81	79	1,5	1,5			
	40	90	23	1,5	1,5	80	52	75,9	57,5		11	7	1,2	0,088		81,5	78	7500	8500	N308E-TVP2		49	51	55	60	81	79	1,5	1,5			
	40	90	23	1,5	1,5	80	52	75,9	57,5					1,3	0,088	81,5	78	7500	8500	N308E-TVP2		49	51	55	60	81	79	1,5	1,5			
	40	90	23	1,5	1,5	80	52	75,9	57,5	4				0,088		81,5	78	7500	8500	N308E-TVP2		49	51	55	60	81	79	1,5	1,5			
	40	90	33	1,5	1,5	80	52	75,9	57,5		12,5	7	2,2	0,098	0,093	112	120	7500	7000	N308E-TVP2	NJ2308E	49	51	55	60	81		1,5	1,5			
	40	90	33	1,5	1,5	80	52	75,9	57,5					0,999		112	120	7500	7000	NJ2308E		49	51	55	60	81		1,5	1,5			
	40	90	33	1,5	1,5	80	52	75,9	57,5	5,5				0,999		112	120	7500	7000	NJ2308E-TVP2		49	51	55	60	81		1,5	1,5			
45	45	75	16	1	0,6	67,5	52,5	64,5					2,5	0,28		34,5	39	16000	9500	NU10091		48	52	54	56	70		1	0,6			
	45	85	19	1,1	1,1	76,5	54,5		59				1	0,434		61	63	8500	8500	N209E-TVP2		52	54	57	61	78	78	75	1			

*Ilustración 93. Rodamientos de rodillos cilíndricos para diámetro de 40 mm.*



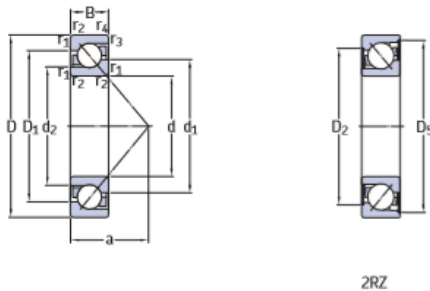
- **Rodamiento de una hilera de bolas con contacto angular:**

Capacidad de carga necesaria:

$$C = 6652,9 \cdot \sqrt[3]{3600} = 101963,596 \text{ N} = 101,964 \text{ KN}.$$

No cumple ningún rodamiento con la carga, pero si con la velocidad de giro, por lo que se elige un tándem de **2 rodamientos SKF 7308 ACCBM**, cada uno con una capacidad de carga dinámica de 56 KN, un total de 112 para el conjunto.

**3.1 Single row angular contact ball bearings**  
d 35 – 40 mm



Principal dimensions			Basic load ratings		Fatigue load limit	Speed ratings		Mass	Designations	Basic design /
d	D	B	C	C <sub>0</sub>	P <sub>u</sub>	Reference speed	Limiting speed	kg	Universally matchable bearing	sealed bearing
mm			kN		kN	r/min			–	
35	72	17	29,1	19	0,815	11 000	9 000	0,35	–	▶ 7207 BE-2RZP
	72	17	29,1	19	0,815	11 000	11 000	0,28	–	▶ 7207 BEP
	72	17	31	20,8	0,88	11 000	12 000	0,28	▶ 7207 BECBP	–
	72	17	31	20,8	0,88	11 000	15 000	0,28	▶ 7207 BECBM	–
	72	17	32,5	22,4	0,95	11 000	12 000	0,28	▶ 7207 BECBY	–
	72	17	35,5	23,2	0,98	12 000	18 000	0,28	7207 ACCBM	–
	80	21	39	24,5	1,04	11 000	8 500	0,45	–	▶ 7307 BE-2RZP
	80	21	39	24,5	1,04	11 000	10 000	0,45	–	▶ 7307 BEP
	80	21	41,5	26,5	1,14	11 000	11 000	0,45	▶ 7307 BECBP	–
	80	21	41,5	26,5	1,14	11 000	11 000	0,45	▶ 7307 BECBY	–
	80	21	41,5	26,5	1,14	11 000	11 000	0,45	7307 BEGAPH	–
	80	21	41,5	26,5	1,14	11 000	14 000	0,45	▶ 7307 BECBM	–
	80	21	46,5	30	1,27	11 000	17 000	0,45	▶ 7307 ACCBM	–
	80	18	34,5	24	1,02	10 000	8 000	0,42	–	▶ 7208 BE-2RZP
	80	18	34,5	24	1,02	10 000	10 000	0,37	–	▶ 7208 BEP
	80	18	36,5	26	1,1	10 000	11 000	0,37	▶ 7208 BECBP	–
40	80	18	36,5	26	1,1	10 000	11 000	0,37	7208 BECBPH	–
	80	18	36,5	26	1,1	10 000	13 000	0,37	▶ 7208 BECBM	–
	80	18	39	28	1,2	10 000	11 000	0,37	▶ 7208 BECBY	–
	80	18	41,5	29	1,25	11 000	16 000	0,37	7208 ACCBM	–
	90	23	46,2	30,5	1,29	9 500	7 500	0,62	–	▶ 7308 BE-2RZP
	90	23	46,2	30,5	1,29	9 500	9 000	0,62	–	▶ 7308 BEP
	90	23	50	32,5	1,37	9 500	10 000	0,62	▶ 7308 BECBP	–
	90	23	50	32,5	1,37	9 500	10 000	0,62	7308 BEGAPH	–
	90	23	50	32,5	1,37	9 500	12 000	0,68	▶ 7308 BECBM	–
	90	23	53	35,5	1,5	9 500	10 000	0,64	▶ 7308 BECBY	–
	90	23	56	36	1,53	10 000	15 000	0,68	▶ 7308 ACCBM	–

Ilustración 94. Rodamientos con contacto angular de una hilera de bolas, diámetro 40 mm.

- **Eje 3:**

Vida en horas: 5000 horas.

Velocidad de giro: 4800 R.P.M.

$$L = \frac{5000 \cdot 4800 \cdot 60}{10^6} = 1440 \text{ millones de ciclos.}$$

**Apoyo A:**

Calculamos la fuerza radial equivalente:

$F_z = 8697,961 \text{ N.}$

$F_y = 1122,6654 \text{ N.}$

$$F_r = \sqrt{F_z^2 + F_y^2} = 8770,1142 \text{ N.}$$

Fuerza axial que soporta el rodamiento:

$A = 2509,905 \text{ N.}$

$f_a: 1,1.$

$f_b: 1,1.$

$$F'_r = 1,1 \cdot 1,1 \cdot 8770,1142 = 10611,84 \text{ N.}$$

$$F'_a = 1,1 \cdot 1,1 \cdot 2509,905 = 3036,985 \text{ N.}$$

A continuación calculamos la relación entre fuerza axial y radial:

$$\frac{F'_a}{F'_r} = 0,286$$

Procedemos a la selección de rodamientos:

- **Rodamiento Rígido de Bolas:**

Para el valor de  $F_a/F_r$  seleccionamos los valores de los parámetros X e Y. Lo comparamos con el parámetro e de la tabla y comprobamos que nos encontramos en la zona de  $e \geq F_a/F_r$ , por lo que para empezar el cálculo elegimos  $X = 1$  e  $Y = 0$ .

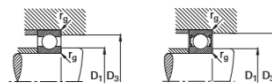
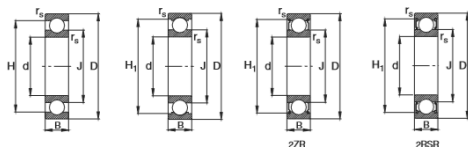
Obtenemos un valor de P de 10611,84 N.

Calculamos el valor de C:

$$C = 10611,84 \cdot \sqrt[3]{1440} = 119833,465 \text{ N} = 119,83 \text{ KN}.$$

Comprobando se observa que para el diámetro del eje seleccionado no hay ningún rodamiento capaz de satisfacer las necesidades de carga ni de velocidad, por lo que es necesario buscar otro tipo de rodamiento diferente.

Rodamientos FAG rígidos de bolas  
de una hilera



Los rodamientos pueden alcanzar una duración de vida limitada, si  $C_d/P_d \geq 1$ , ver Pág.41.

Eje	Dimensiones							Peso kg	Capacidad de carga		Velocidad límite min <sup>-1</sup>	Velocidad de referencia	Denominación abreviada Rodamiento FAG	Medidas auxiliares		
	d mm	D mm	B mm	r <sub>s</sub> mm	H mm	H <sub>1</sub> mm	J mm		dyn. C kN	stat. C <sub>0</sub>				D <sub>1</sub> mm	D <sub>2</sub> max	r <sub>e</sub> max
40	40	80	18	1,1	67,5	70,4	53	0,371	29	18	20000	11000	6208	47	73	1
	40	80	18	1,1	67,5	70,4	53	0,371	29	18	20000	11000	S6208 W203B	47	73	1
	40	80	18	1,1	67,5	70,4	53	0,382	29	18	8500	11000	6208 2ZR	47	73	1
	40	80	18	1,1	67,5	70,4	53	0,384	29	18	5600	11000	6208 2FSR	47	73	1
	40	80	18	1,1	67,5	70,4	53	0,384	29	18	5600	11000	S6208 2FSR W203B	47	73	1
	40	80	18	1,1	67,5	70,4	53	0,477	29	18	5600	11000	6208 2FSR	47	73	1
	40	90	23	1,5	74,6	78,5	55,5	0,64	42,5	25	18000	11000	6308	49	81	1,5
	40	90	23	1,5	74,6	78,5	55,5	0,641	42,5	25	18000	11000	S6308 W203B	49	81	1,5
	40	90	23	1,5	74,6	78,5	55,5	0,654	42,5	25	7500	11000	6308 2ZR	49	81	1,5
	40	90	23	1,5	74,6	78,5	55,5	0,654	42,5	25	5000	11000	6308 2FSR	49	81	1,5
	40	90	23	1,5	74,6	78,5	55,5	0,903	42,5	25	5000	11000	6208 2FSR	49	81	1,5
	40	110	27	2	91,6	95,1	66	1,12	62	38	14000	10000	6408	53	97	2
45	45	75	10	0,8	65,6	68	55	0,167	15,8	12,2	22000	8500	6000	48,2	71,8	0,6
	45	75	10	1	65,5	68	54,2	0,247	20	14,3	22000	11000	6000	48,6	70,4	1
	45	75	10	1	65,5	68	54,2	0,294	20	14,3	22000	11000	S6000 W203B	48,6	70,4	1
	45	75	10	1	65,5	68	54,2	0,293	20	14,3	9000	11000	6000 2ZR	48,6	70,4	1
	45	75	10	1	65,5	68	54,2	0,297	20	14,3	6000	11000	6000 2FSR	48,6	70,4	1
	45	75	10	1	65,5	68	54,2	0,344	20	14,3	6000	11000	S6000 2FSR W203B	48,6	70,4	1
	45	85	19	1,1	71,8	74,6	57,2	0,429	31	20,4	19000	10000	6200	52	78	1
	45	85	19	1,1	71,8	74,6	57,2	0,429	31	20,4	19000	10000	S6200 W203B	52	78	1
	45	85	19	1,1	71,8	74,6	57,2	0,441	31	20,4	8000	10000	6200 2ZR	52	78	1
	45	85	19	1,1	71,8	74,6	57,2	0,441	31	20,4	5300	10000	6200 2FSR	52	78	1
	45	85	19	1,1	71,8	74,6	57,2	0,441	31	20,4	5300	10000	S6200 2FSR W203B	52	78	1
	45	85	23	1,1	71,8	74,6	57,2	0,522	31	20,4	5300	10000	6200 2FSR	52	78	1
	45	100	25	1,5	83,3	85,6	62	0,847	53	31,5	16000	10000	6300	54	91	1,5
	45	100	25	1,5	83,3	85,6	62	0,859	53	31,5	16000	10000	S6300 W203B	54	91	1,5
	45	100	25	1,5	83,3	85,6	62	0,869	53	31,5	6700	10000	6300 2ZR	54	91	1,5
	45	100	25	1,5	83,3	85,6	62	0,867	53	31,5	4500	10000	6300 2FSR	54	91	1,5
	45	100	25	1,5	83,3	85,6	62	0,879	53	31,5	4500	10000	S6300 2FSR W203B	54	91	1,5
	45	100	30	1,5	83,3	85,6	62	1,2	53	31,5	4500	10000	6200 2FSR	54	91	1,5
	45	120	29	2	100,9	104,3	75,2	1,97	76,5	47,5	13000	9500	6400	58	107	2
50	50	80	10	0,8	70,5	73,1	60,1	0,161	16	13,2	20000	7500	6010	53,2	76,8	0,6

Ilustración 95. Rodamientos rígidos de bolas para diámetro de 45 mm.

## - Rodamiento de una hilera de bolas con contacto angular:

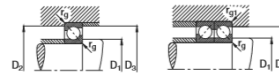
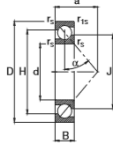
Para el valor de  $F_a/F_r$  tenemos que nos encontramos por debajo del valor e para este tipo de rodamientos, el cuál es de 1,14, por lo que la carga radial es la dominante y los valores de X e Y son 1 y 0 respectivamente.

Calculamos la capacidad de carga necesaria:

$$C = 10611,84 \cdot \sqrt[3]{1440} = 119833,465 \text{ N} = 119,83 \text{ KN}.$$

No hay ningún rodamiento que cumpla, por lo que debemos buscar otro tipo de rodamiento.

**Rodamientos FAG de bolas de contacto angular  
de una hilera**



Los rodamientos pueden alcanzar una duración de vida ilimitada, si  $C_{90}/P_e \geq 8$ , ver Pág.41.

B  
Ángulo de contacto  $\alpha = 40^\circ$

Eje	Dimensiones			$r_s$ mm	$r_{min}$ mm	a mm	H mm	J mm	Peso kg	Capacidad de carga		Velocidad límite	Velocidad de referencia	Denominación abreviada	Medidas auxiliares				
	d mm	D mm	B mm							dyn. C kN	stat. $C_0$	min <sup>-1</sup>		Rodamiento FAG	D <sub>1</sub> mm	D <sub>2</sub> mm	D <sub>3</sub> mm	$r_s$ mm	$r_{max}$ mm
10	10	30	9	0,6	0,3	13	22,1	18,2	0,032	5	2,5	32000	26000	72008.TVP	14,2	25,8	27,6	0,6	0,3
12	12	32	10	0,6	0,3	14	24,6	19,7	0,035	6,65	3,4	28000	23000	72018.TVP	16,2	27,8	29,6	0,6	0,3
	12	37	12	1	0,6	16	27,2	22,3	0,09	10,8	5	24000	19000	72018.TVP	17,6	31,2	32,8	1	0,6
15	15	35	11	0,6	0,3	16	27,6	22,7	0,044	8	4,3	24000	20000	72028.TVP	18,2	30,8	32,6	0,6	0,3
	15	42	13	1	0,6	18	31,8	26,7	0,082	12,8	6,55	20000	17000	72028.TVP	20,4	36,4	37,8	1	0,6
17	17	40	12	0,6	0,6	18	31,2	26,4	0,065	10	5,5	20000	20000	72038.TVP	21,2	35,8	35,8	0,6	0,6
	17	47	14	1	0,6	20	35,8	28,7	0,109	16	8,3	18000	15000	72038.TVP	22,6	41,4	42,8	1	0,6
20	20	47	14	1	0,6	21	36,6	30,6	0,104	13,4	7,65	18000	18000	72048.TVP	25,6	41,4	42,8	1	0,6
	20	52	15	1,1	0,6	23	39,9	32,6	0,143	19	10,4	17000	13000	72048.TVP	27	45	47,8	1	0,6
25	25	52	15	1	0,6	24	41,6	35,4	0,127	14,8	9,3	16000	16000	72058.TVP	30,6	46,4	47,8	1	0,6
	25	62	17	1,1	0,6	27	46,1	39,5	0,223	26	15	14000	11000	72058.TVP	35	52	57,8	1	0,6
30	30	62	16	1	0,6	27	49,8	43,1	0,196	20,4	13,4	13000	13000	72068.TVP	35,6	56,4	57,8	1	0,6
	30	72	19	1,1	0,6	31	56	46,8	0,341	32,5	20	11000	10000	72068.TVP	37	65	67,8	1	0,6
35	35	72	17	1,1	0,6	31	57,8	49,8	0,282	27	18,3	11000	12000	72078.TVP	42	65	67,8	1	0,6
	35	80	21	1,5	1	35	63,1	52,9	0,447	39	25	9500	9000	72078.TVP	44	71	74,4	1,5	1
40	40	80	18	1,1	0,6	34	64,6	56	0,367	32	23,2	9500	10000	72088.TVP	47	73	75,8	1	0,6
	40	90	23	1,5	1	39	71,3	59,5	0,699	50	32,5	8500	8500	72088.TVP	49	81	84,4	1,5	1
45	45	85	19	1,1	0,6	37	70	60,8	0,405	36	26,5	8500	9500	72098.TVP	52	78	80,8	1	0,6
	45	100	25	1,5	1	43	79,5	69,2	0,812	60	40	7500	7500	72098.TVP	54	91	94,4	1,5	1
50	50	90	20	1,1	0,6	39	74,4	66,5	0,458	37,5	28,5	8000	9000	72108.TVP	57	83	85,8	1	0,6
	50	110	27	2	1	47	87,6	73,1	1,05	69,5	47,5	7000	7000	72108.TVP	61	99	104,4	2	1

Ilustración 96. Rodamientos con contacto angular, de una hilera de bolas, diámetro 45 mm.

- **Rodamiento de dos hileras de bolas con contacto angular:**

Calculamos el valor de la carga P:

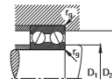
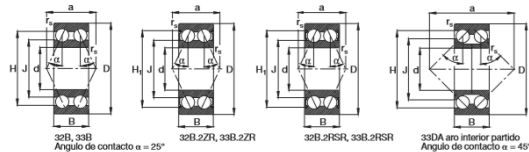
$$P = F_r + 0,47 \cdot F_a = 12039,22 \text{ N.}$$

Calculamos la capacidad de carga necesaria:

$$C = 12039,22 \cdot \sqrt[3]{1440} = 135952,09 \text{ N} = 135,952 \text{ KN.}$$

Ningún rodamiento cumple.

**Rodamientos FAG de bolas de contacto angular  
de doble hilera**



Los rodamientos pueden alcanzar una duración de vida ilimitada, si  $C_{90}/P_e \geq 8$ , ver Pág.41.

32B, 33B  
Ángulo de contacto  $\alpha = 25^\circ$

32B, 2ZR, 33B, 2ZR

32B, 2RSR, 33B, 2RSR

33DA  
aro interior partido  
Ángulo de contacto  $\alpha = 45^\circ$

Eje	Dimensiones			$r_s$ mm	a mm	H mm	H <sub>2</sub> mm	J mm	Peso kg	Capacidad de carga		Velocidad límite	Velocidad de referencia	Denominación abreviada	Medidas auxiliares				
	d mm	D mm	B mm							dyn. C kN	stat. $C_0$	min <sup>-1</sup>		Rodamiento FAG	D <sub>1</sub> mm	D <sub>2</sub> mm	D <sub>3</sub> mm	$r_s$ mm	$r_{max}$ mm
35	35	80	34,9	1,5	41	65,5	68,5	49,3	0,657	51	34,5	7500	8500	33078.TVH	44	71	71	1,5	
	35	80	34,9	1,5	41	65,5	68,5	49,3	0,667	51	34,5	5000	8500	33078.2ZR.TVH	44	71	71	1,5	
	35	80	34,9	1,5	41	65,5	68,5	49,3	0,739	51	34,5	5000	8500	33078.2RSR.TVH	44	71	71	1,5	
	35	80	34,9	1,5	75	69,6	68,5	55,2	0,889	50	41,5	7500	8500	33078.DA	44	71	71	1,5	
40	40	80	30,2	1,1	41	67,9	71,3	53	0,594	48	36,5	7500	10000	33088.TVH	47	73	73	1	
	40	80	30,2	1,1	41	67,9	71,3	53	0,604	48	36,5	5000	10000	33088.2ZR.TVH	47	73	73	1	
	40	80	30,2	1,1	41	67,9	71,3	53	0,605	48	36,5	4800	10000	33088.2RSR.TVH	47	73	73	1	
	40	90	36,5	1,5	46	74,6	77,4	55,5	0,984	62	45	6700	7500	33088.TVH	49	81	81	1,5	
	40	90	36,5	1,5	46	74,6	77,4	55,5	0,996	62	45	5000	7500	33088.2ZR.TVH	49	81	81	1,5	
	40	90	36,5	1,5	46	74,6	77,4	55,5	0,998	62	45	4500	7500	33088.2RSR.TVH	49	81	81	1,5	
	40	90	36,5	1,5	85	79,4	77,4	61,7	1,19	62	53	6300	7500	33088.DA	49	81	81	1,5	
45	45	85	30,2	1,1	43	72,9	75,5	57,2	0,627	48	37,5	6700	9000	33098.TVH	52	78	78	1	
	45	85	30,2	1,1	43	72,9	75,5	57,2	0,64	48	37,5	5000	9000	33098.2ZR.TVH	52	78	78	1	
	45	85	30,2	1,1	43	72,9	75,5	57,2	0,641	48	37,5	4500	9000	33098.2RSR.TVH	52	78	78	1	
	45	100	39,7	1,5	50	81,5	84,5	62,3	1,34	68	51	6000	7000	33098.TVH	54	91	91	1,5	
	45	100	39,7	1,5	50	81,5	84,5	62,3	1,36	68	51	4000	7000	33098.2RSR.TVH	54	91	91	1,5	
	45	100	39,7	1,5	93	86,5	84,5	70	1,57	75	64	6000	6700	33098.DA	54	91	91	1,5	
50	50	90	30,2	1,1	45	77,9	80,9	62	0,68	51	42,5	6300	8000	32108.TVH	57	83	83	1	
	50	90	30,2	1,1	45	77,9	80,9	62	0,692	51	42,5	4800	8000	32108.2ZR.TVH	57	83	83	1	
	50	90	30,2	1,1	45	77,9	80,9	62	0,693	51	42,5	4000	8000	32108.2RSR.TVH	57	83	83	1	

Ilustración 97. Rodamientos con contacto angular, de doble hilera de bolas, diámetro 45 mm.

## - Rodamiento de rodillos cónicos:

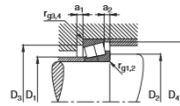
Para el valor de  $F_a/F_r$  tenemos que nos encontramos por debajo del valor e para este tipo de rodamientos, el cuál es de 1,14, por lo que la carga radial es la dominante y los valores de X e Y son 1 y 0 respectivamente.

Calculamos la capacidad de carga necesaria:

$$C = 10611,84 \cdot \sqrt[3]{1440} = 94037,13 \text{ N} = 94,037 \text{ KN.}$$

El rodamiento **FAG 30309A** es capaz de satisfacer las necesidades de carga y velocidad, por lo que es el elegido.

Rodamientos FAG de rodillos cónicos



Los rodamientos pueden alcanzar una duración de vida limitada, si  $C_p/P_{a8}$ , ver Pág.41.

Eje	Dimensiones					Peso					Capacidad - Factor de carga					Velocidad		Medidas auxiliares																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																													
	d mm	D	B	C	T	r <sub>1,2</sub> mm	r <sub>1,2</sub> mm	a	J	C <sub>0</sub>	e	Y	estático	Y <sub>0</sub>	límite	de referencia	Denominación abreviada	Medidas auxiliares																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																													
																		Rodamiento	DIN ISO 355	D <sub>1</sub> mm	D <sub>2</sub> mm	D <sub>3</sub> mm	D <sub>4</sub> mm	a <sub>1</sub> mm	a <sub>2</sub> mm	t <sub>1,2</sub> mm	t <sub>1,2</sub> mm																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																				
																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																															</

Ilustración 98. Rodamientos de rodillos cónicos para 45 mm de diámetro

## Apoyo B:

Calculamos la fuerza radial equivalente:

$$F_z = 12237,829 \text{ N.}$$

$$F_y = 1369,9055 \text{ N.}$$

$$F_r = \sqrt{F_z^2 + F_y^2} = 12314,264 \text{ N.}$$

Añadimos los factores  $f_a$  y  $f_b$ .

$$f_a: 1,1.$$

$f_b: 1,1.$

$$F'_r = 1,1 \cdot 1,1 \cdot 12314,264 = 14900,26 \text{ N.}$$

Procedemos a la selección de rodamientos:

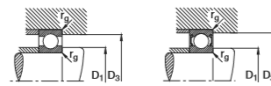
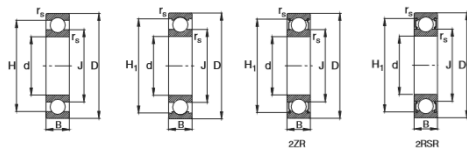
### - Rodamiento Rígido de Bolas:

Calculamos el valor de C:

$$C = 14900,26 \cdot \sqrt[3]{1440} = 168260,173 \text{ N} = 168,26 \text{ KN.}$$

No cumple ningún rodamiento.

Rodamientos FAG rígidos de bolas  
de una hilera



Los rodamientos pueden alcanzar una duración  
de vida ilimitada, si  $C_d/P_{dS} \leq 8$ , ver Pág.41.

Eje	Dimensiones							Peso		Capacidad de carga		Velocidad límite	Velocidad de referencia	Denominación abreviada	Medidas auxiliares				
	d mm	D	B	r <sub>s</sub> mm	H mm	H <sub>1</sub> mm	J mm	dyn. C	stat. C <sub>0</sub>	kN	kN				Rodamiento	FAG	D <sub>1</sub> mm	D <sub>2</sub> max	t <sub>s</sub> mm
50	50	90	20	1,1	77,9	80	62	0,466	36,5	24	18000	9500	6210	57	83	1			
	50	90	20	1,1	77,9	80	62	0,469	36,5	24	18000	9500	36210 W203B	57	83	1			
	50	90	20	1,1	77,9	80	62	0,476	36,5	24	7500	9500	6210 2ZR	57	83	1			
	50	90	20	1,1	77,9	80	62	0,48	36,5	24	4800	9500	6210 2RSR	57	83	1			
	50	90	23	1,1	77,9	80	62	0,543	36,5	24	4800	9500	62210 2RSR	57	83	1			
	50	110	27	2	91,6	95,1	68	1,1	62	38	14000	9500	6310	61	99	2			
	50	110	27	2	91,6	95,1	68	1,12	62	38	6000	9500	6310 2ZR	61	99	2			
	50	110	27	2	91,6	95,1	68	1,12	62	38	4000	9500	6310 2RSR	61	99	2			
	50	110	27	2	91,6	95,1	68	1,11	62	38	4000	9500	63210 2RSR W203B	61	99	2			
	50	110	40	2	91,6	95,1	68	1,59	62	38	4000	9500	62310 2RSR	61	99	2			
	50	130	31	2,1	108,4	113,1	81,6	1,96	81,5	52	12000	9000	6410	64	116	2,1			
55	55	90	11	0,6	78		67,1	0,266	19,3	16,3	18000	7000	16011	58,2	85,8	0,6			
	55	90	18	1,1	78,9	81,5	66,2	0,397	28,5	21,2	18000	9500	6011	61	84	1			

Ilustración 99. Rodamientos rígidos de bolas para diámetro de 50 mm.

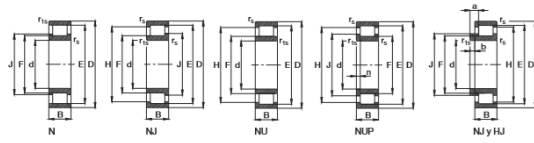
### - Rodamiento rígido de rodillos:

Calculamos la capacidad de carga necesaria:

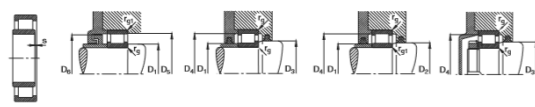
$$C = 14900,26 \cdot \sqrt[3]{1440} = 132039,108 \text{ N} = 132,039 \text{ KN.}$$

El rodamiento **FAG NU2310E.TVP2** cumple con los requisitos por lo que es el rodamiento  
seleccionado.

**Rodamientos FAG de rodillos cilíndricos de una hilera**



Los rodamientos pueden alcanzar una duración de vida limitada, si  $C_p/P_p \geq 3$ , ver Pág.41.



Eje	Dimensiones													Peso	Capacidad de carga din. kN	Velocidad límite min <sup>-1</sup>	Velocidad de referencia	Denominación abreviada	Medidas auxiliares											
	d	D	B	r <sub>s</sub>	r <sub>ts</sub>	E	F	H	J	n	a	b	s <sup>1)</sup>	Rodamiento FAG					Anillo angular FAG	Rodamiento FAG	Anillo angular FAG	D <sub>1</sub> min	D <sub>1</sub> max	D <sub>2</sub> min	D <sub>2</sub> max	D <sub>3</sub> min	D <sub>3</sub> max	r <sub>s</sub> max	r <sub>ts</sub> max	
40	40	80	23	1,1	1,1	71,5	49,5	68,3	54		9	5	1,5	0,504	0,051	71	75	9000	7500	NJ2208E.TVP2	HJ2208E	47	49	52	56	73		1	1	
	40	80	23	1,1	1,1	71,5	49,5	68,3						0,492		71	75	9000	7500	NJ2208E.TVP2		47	49	52	56	73		1	1	
	40	80	23	1,1	1,1	71,5	49,5	68,3	54	4				0,518		71	75	9000	7500	NUP2208E.TVP2		47	49	52	56	73		1	1	
	40	90	23	1,5	1,5	80	52	75,9	57,5					0,656		81,5	78	7500	8500	N308E.TVP2		49	51	55	60	81	81	79	1,5	1,5
	40	90	23	1,5	1,5	80	52	75,9	57,5		11	7	1,3	0,698	0,088	81,5	78	7500	8500	NJ308E.TVP2	HJ308E	49	51	55	60	81		1,5	1,5	
	40	90	23	1,5	1,5	80	52	75,9						0,659		81,5	78	7500	8500	NJ308E.TVP2		49	51	55	60	81		1,5	1,5	
	40	90	23	1,5	1,5	80	52	75,9	57,5	4				0,688		81,5	78	7500	8500	NUP308E.TVP2		49	51	55	60	81		1,5	1,5	
	40	90	33	1,5	1,5	80	52	75,9	57,5		12,5	7	2,7	0,978	0,093	112	120	7500	7000	NJ2308E.TVP2	HJ2308E	49	51	55	60	81		1,5	1,5	
	40	90	33	1,5	1,5	80	52	75,9						0,968		112	120	7500	7000	NJ2308E.TVP2		49	51	55	60	81		1,5	1,5	
	40	90	33	1,5	1,5	80	52	75,9	57,5	5,5				0,999		112	120	7500	7000	NUP2308E.TVP2		49	51	55	60	81		1,5	1,5	
	45	75	16	1	0,6	67,5	52,5	64,5						2,5	0,28		34,5	39	16000	9500	NU1009M1		46	52	54	56	70		1	0,6
	45	85	19	1,1	1,1	76,5	54,5		59					0,434		61	63	8500	8500	N209E.TVP2		52	54	57	61	78	78	75	1	1
45	85	19	1,1	1,1	76,5	54,5	73,3			8,5	5	1,3	0,445	0,055	61	63	8500	8500	NJ209E.TVP2	HJ209E	52	54	57	61	78		1	1		
45	85	19	1,1	1,1	76,5	54,5	73,3						0,434		61	63	8500	8500	NJ209E.TVP2		52	54	57	61	78		1	1		
45	85	19	1,1	1,1	76,5	54,5	73,3	59	3,5				0,457		61	63	8500	8500	NUP209E.TVP2		52	54	57	61	78		1	1		
45	85	23	1,1	1,1	76,5	54,5	73,3	59		9	5	1,5	0,544	0,055	73,5	81,5	8500	7000	NJ2209E.TVP2	HJ2209E	52	54	57	61	78		1	1		
45	85	23	1,1	1,1	76,5	54,5	73,3						0,532		73,5	81,5	8500	7000	NJ2209E.TVP2		52	54	57	61	78		1	1		
45	85	23	1,1	1,1	76,5	54,5	73,3	59	4				0,559		73,5	81,5	8500	7000	NUP2209E.TVP2		52	54	57	61	78		1	1		
45	100	25	1,5	1,5	88,5	58,5		64,4					0,891		98	100	6700	7500	N309E.TVP2		54	57	60	66	91	90	87	1,5	1,5	
45	100	25	1,5	1,5	88,5	58,5	84,1	64,4		11,5	7	1	0,913	0,11	100	103	6700	7500	NJ309E.TVP2	HJ309E	54	57	60	66	91		1,5	1,5		
45	100	25	1,5	1,5	88,5	58,5	84,1						0,893		100	100	6700	7500	NJ309E.TVP2		54	57	60	66	91		1,5	1,5		
45	100	25	1,5	1,5	88,5	58,5	84,1	64,5	4,5				0,934		100	103	6700	7500	NUP309E.TVP2		54	57	60	66	91		1,5	1,5		
45	100	36	1,5	1,5	88,5	58,5	84,1	64,4		13	7	2,5	1,33	0,116	137	153	6700	6300	NJ2309E.TVP2	HJ2309E	54	57	60	66	91		1,5	1,5		
45	100	36	1,5	1,5	88,5	58,5	84,1						1,36		137	153	6700	6300	NJ2309E.TVP2		54	57	60	66	91		1,5	1,5		
45	100	36	1,5	1,5	88,5	58,5	84,1	64,5	6						137	153	6700	6300	NUP2309E.TVP2		54	57	60	66	91		1,5	1,5		
50	50	80	16	1	0,6	72,5	57,5	69,5					2	0,288		38	41,5	15000	8500	NU1010M1		53	57	59	62	75		1	0,6	
	50	90	20	1,1	1,1	81,5	59,5		64					0,488		64	68	8000	8000	N210E.TVP2		57	58	62	67	83	83	80	1	1
	50	90	20	1,1	1,1	81,5	59,5	78,3	64		9	5	1,3	0,503	0,061	64	68	8000	8000	NJ210E.TVP2	HJ210E	57	58	62	67	83		1	1	
	50	90	20	1,1	1,1	81,5	59,5	78,3						0,49		64	68	8000	8000	NJ210E.TVP2		57	58	62	67	83		1	1	
	50	90	20	1,1	1,1	81,5	59,5	78,3	64	4				0,517		64	68	8000	8000	NUP210E.TVP2		57	58	62	67	83		1	1	
	50	90	23	1,1	1,1	81,5	59,5	78,3	64		9	5	1,3	0,586	0,061	78	88	8000	6300	NJ2210E.TVP2	HJ2210E	57	58	62	67	83		1	1	
	50	90	23	1,1	1,1	81,5	59,5	78,3						0,573		78	88	8000	6300	NJ2210E.TVP2		57	58	62	67	83		1	1	
	50	90	23	1,1	1,1	81,5	59,5	78,3	64	4				0,6		78	88	8000	6300	NUP2210E.TVP2		57	58	62	67	83		1	1	
	50	110	27	2	2	97	65	92,5	71,3					1,16		110	114	6300	7000	N310E.TVP2		61	63	67	73	99	98	96	2	2
	50	110	27	2	2	97	65	92,5	71,3		13	8	1,7	1,19	0,151	110	114	6300	7000	NJ310E.TVP2	HJ310E	61	63	67	73	99		2	2	
	50	110	27	2	2	97	65	92,5						1,16		110	114	6300	7000	NJ310E.TVP2		61	63	67	73	99		2	2	
	50	110	27	2	2	97	65	92,5	71,3	5				1,21		110	114	6300	7000	NUP310E.TVP2		61	63	67	73	99		2	2	
50	110	40	2	2	97	65	92,5	71,3		14,5	8	3,2	1,77	0,158	163	166	6300	6000	NJ2310E.TVP2	HJ2310E	61	63	67	73	99		2	2		
50	110	40	2	2	97	65	92,5						1,75		163	166	6300	6000	NJ2310E.TVP2		61	63	67	73	99		2	2		
50	110	40	2	2	97	65	92,5	71,3	6,5				1,82		163	166	6300	6000	NUP2310E.TVP2		61	63	67	73	99		2	2		

Ilustración 100. Rodamientos de rodillos cilíndricos, diámetro 50 mm.

• **Eje 4:**

Vida en horas: 5000 horas.

Velocidad de giro: 1920 R.P.M.

$$L = \frac{5000 \cdot 1920 \cdot 60}{10^6} = 576 \text{ millones de ciclos.}$$

**Apoyo A:**

Calculamos la fuerza radial equivalente:

$$F_z = 9752,697 \text{ N.}$$

$$F_y = 357,6394 \text{ N.}$$

$$F_r = \sqrt{F_z^2 + F_y^2} = 9759,2523 \text{ N.}$$

Fuerza axial que soporta el rodamiento:

$$A = 5378,365 \text{ N.}$$

$$f_a: 1,1.$$

$f_b: 1,1.$

$$F'_r = 1,1 \cdot 1,1 \cdot 9759,2523 = 11808,695 \text{ N.}$$

$$F'_a = 1,1 \cdot 1,1 \cdot 5378,365 = 6507,8217 \text{ N.}$$

A continuación calculamos la relación entre fuerza axial y radial:

$$\frac{F_a}{F_r} = 0,5511$$

Procedemos a la selección de rodamientos:

#### - Rodamiento Rígido de Bolas:

Para el valor de  $F_a/F_r$  seleccionamos los valores de los parámetros X e Y. Lo comparamos con el parámetro e de la tabla y comprobamos que nos encontramos en la zona de  $e > F_a/F_r$ , por lo que los valores de X e Y de 0,56 y 1,8.

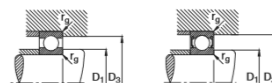
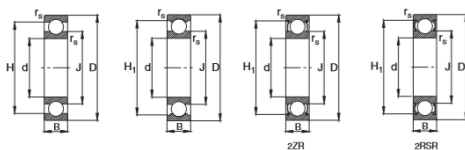
Obtenemos un valor de P de 18326,948 N.

Calculamos el valor de C:

$$C = 18326,948 \cdot \sqrt[3]{576} = 152486,35 \text{ N} = 152,486 \text{ KN.}$$

Comprobando se observa que para el diámetro del eje seleccionado no hay ningún rodamiento que cumpla con los requisitos de carga por lo que es necesario buscar otro tipo de rodamiento diferente.

Rodamientos FAG rígidos de bolas  
de una hilera



Los rodamientos pueden alcanzar una duración de vida ilimitada, si  $C_d/P_{d8}$ , ver Pág.41.

Eje	Dimensiones						Peso ~ kg	Capacidad de carga		Velocidad límite min <sup>-1</sup>	Velocidad de referencia	Denominación abreviada Rodamiento FAG	Medidas auxiliares		
	d mm	D mm	B mm	r <sub>s</sub> mm	H mm	H <sub>1</sub> mm		dyn. C kN	stat. C <sub>0</sub> kN				D <sub>1</sub> mm	D <sub>2</sub> mm	r <sub>a</sub> mm
65	85	100	11	0,6	87,8	77,1	0,382	21,2	19,8	16000	6000	6013	86,2	96,8	0,6
	85	100	18	1,1	88,8	91,5	0,446	30,5	25	15000	8000	6013	71	84	1
	85	100	18	1,1	88,8	91,5	0,463	30,5	25	6300	8000	6013.2ZR	71	84	1
	85	100	18	1,1	88,8	91,5	0,463	30,5	25	4300	8000	6013.2RSR	71	84	1
	85	120	23	1,5	103,1	106,3	0,82	60	41,5	13000	7500	6013	74	111	1,5
	85	120	23	1,5	103,1	106,3	0,82	60	41,5	2300	7500	6013.2ZR	74	111	1,5
	85	120	23	1,5	103,1	106,3	0,82	60	41,5	3600	7500	6013.2RSR	74	111	1,5
	85	140	33	2,1	117,5	122,2	0,86	93	60	11000	8000	6013	77	128	2,1
	85	140	33	2,1	117,5	122,2	0,86	93	60	4500	8000	6013.2ZR	77	128	2,1
	85	140	33	2,1	117,5	122,2	0,86	93	60	3000	8000	6013.2RSR	77	128	2,1
	85	160	37	2,1	133,2	101,7	3,48	114	76,5	9500	7500	6413	79	146	2,1
70	70	110	13	0,6	96,2	83,7	0,438	28	25	14000	6000	6014	73,2	106,8	0,6
	70	110	20	1,1	97,3	100	0,622	38	31	14000	7500	6014	76	104	1
	70	110	20	1,1	97,3	100	0,642	38	31	6000	7500	6014.2ZR	76	104	1
	70	110	20	1,1	97,3	100	0,64	38	31	4000	7500	6014.2RSR	76	104	1
	70	125	24	1,5	108	110,7	0,86	62	44	12000	7000	6014	79	118	1,5
	70	125	24	1,5	108	110,7	0,86	62	44	5000	7000	6014.2ZR	79	118	1,5
	70	125	24	1,5	108	110,7	0,86	62	44	3400	7000	6014.2RSR	79	118	1,5
	70	125	24	1,5	108	110,7	0,86	62	44	3400	7000	6014.2RSR	79	118	1,5
	70	125	24	1,5	108	110,7	0,86	62	44	3400	7000	6014.2RSR	79	118	1,5
	70	125	24	1,5	108	110,7	0,86	62	44	3400	7000	6014.2RSR	79	118	1,5
	70	125	24	1,5	108	110,7	0,86	62	44	3400	7000	6014.2RSR	79	118	1,5
	70	125	24	1,5	108	110,7	0,86	62	44	3400	7000	6014.2RSR	79	118	1,5

Ilustración 101. Rodamientos rígidos de bolas, diámetro 65 mm.



## - Rodamiento de una hilera de bolas con contacto angular:

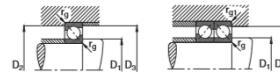
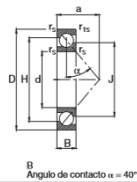
Para el valor de  $F_a/F_r$  tenemos que nos encontramos por debajo del valor e para este tipo de rodamientos, el cuál es de 1,14, por lo que la carga radial es la dominante y los valores de X e Y son 1 y 0 respectivamente.

Calculamos la capacidad de carga necesaria:

$$C = 11808,695 \cdot \sqrt[3]{576} = 98252,304 \text{ N} = 98,252 \text{ KN}.$$

Seleccionamos el rodamiento **FAG 7313B.TVP**, que satisface la carga y la velocidad a la que va a estar sometida.

Rodamientos FAG de bolas de contacto angular de una hilera



Los rodamientos pueden alcanzar una duración de vida limitada, si  $C_{90}/P_2 \geq 8$ , ver Pág.41.

Eje	Dimensiones								Peso ~ kg	Capacidad de carga		Velocidad límite min <sup>-1</sup>	Velocidad de referencias	Denominación abreviada FAG	Medidas auxiliares				
	d	D	B	r <sub>s</sub> min	r <sub>s</sub> max	a	H	J		dyn. C	stat. C <sub>0</sub>				D <sub>1</sub> min	D <sub>2</sub> max	D <sub>3</sub> max	r <sub>s</sub> max	r <sub>s</sub> max
	mm					mm				kN									
10	10	30	9	0,6	0,3	13	22,1	18,2	0,032	5	2,5	32000	26000	7200B.TVP	14,2	25,8	27,6	0,6	0,3
12	12	32	10	0,6	0,3	14	24,6	19,7	0,035	6,95	3,4	28000	26000	7201B.TVP	16,2	27,8	29,6	0,6	0,3
	12	37	12	1	0,6	16	27,2	22,3	0,06	10,6	5	24000	19000	7201B.TVP	17,6	31,4	32,8	1	0,6
15	15	35	11	0,6	0,3	16	27,6	22,7	0,044	8	4,3	24000	22000	7202B.TVP	19,2	30,8	32,6	0,6	0,3
	15	42	13	1	0,6	18	31,8	25,7	0,082	12,9	6,55	20000	17000	7202B.TVP	20,6	36,4	37,8	1	0,6
17	17	40	12	0,6	0,6	18	31,2	26,4	0,065	10	5,5	20000	20000	7203B.TVP	21,2	35,8	35,8	0,6	0,6
	17	47	14	1	0,6	20	35,6	28,7	0,109	16	8,3	18000	15000	7203B.TVP	22,6	41,4	42,8	1	0,6
20	20	47	14	1	0,6	21	36,6	30,6	0,104	13,4	7,65	18000	18000	7204B.TVP	25,6	41,4	42,8	1	0,6
	20	52	15	1,1	0,6	23	39,9	32,6	0,143	19	10,4	17000	13000	7204B.TVP	27	45	47,8	1	0,6
25	25	52	15	1	0,6	24	41,6	35,4	0,127	14,6	9,3	16000	16000	7205B.TVP	30,6	46,4	47,8	1	0,6
	25	62	17	1,1	0,6	27	48,1	39,5	0,223	26	15	14000	11000	7205B.TVP	32	55	57,8	1	0,6
30	30	62	16	1	0,6	27	49,8	43,1	0,196	20,4	13,4	13000	13000	7206B.TVP	35,6	56,4	57,8	1	0,6
	30	72	19	1,1	0,6	31	56	46,6	0,341	32,5	20	11000	10000	7206B.TVP	37	65	67,8	1	0,6
35	35	72	17	1,1	0,6	31	57,8	49,8	0,282	27	18,3	11000	12000	7207B.TVP	42	65	67,8	1	0,6
	35	80	21	1,5	1	35	63,1	52,9	0,447	39	25	9500	9000	7207B.TVP	44	71	74,4	1,5	1
40	40	80	18	1,1	0,6	34	64,6	56	0,387	32	23,2	9500	10000	7208B.TVP	47	73	75,8	1	0,6
	40	90	23	1,5	1	39	71,3	59,5	0,609	50	32,5	8500	8500	7208B.TVP	49	81	84,4	1,5	1
45	45	85	19	1,1	0,6	37	70	60,6	0,495	38	26,5	8500	9500	7209B.TVP	52	78	80,8	1	0,6
	45	100	25	1,5	1	43	79,5	66,2	0,812	60	40	7500	7500	7209B.TVP	54	87	90,4	1,5	1
50	50	90	20	1,1	0,6	39	74,4	66,5	0,458	37,5	28,5	8000	9000	7210B.TVP	57	83	85,8	1	0,6
	50	110	27	2	1	47	87,6	73,1	1,05	68,5	47,5	7000	7000	7210B.TVP	61	99	104,4	2	1
55	55	100	21	1,5	1	43	83	72,6	0,694	46,5	38	7000	8500	7211B.TVP	64	91	94,4	1,5	1
	55	120	29	2	1	51	95,3	80,3	1,38	78	56	6300	6700	7211B.TVP	66	109	114,4	2	1
60	60	110	22	1,5	1	47	91,1	79,5	0,78	54	44	6300	7500	7212B.TVP	69	101	104,4	1,5	1
	60	130	31	2,1	1,1	55	103,4	87,3	1,72	90	65,5	5600	6300	7212B.TVP	72	118	123	2,1	1
65	65	120	23	1,5	1	51	88,9	86,4	1	64	53	6000	7000	7213B.TVP	74	111	114,4	1,5	1
	65	140	33	2,1	1,1	60	111,5	94,3	2,12	102	75	5300	6000	7213B.TVP	77	128	133	2,1	1

Ilustración 102. Rodamientos con contacto angular, de una hilera de bolas, 65 mm.

### Apoyo B:

Calculamos la fuerza radial equivalente:

$$F_z = 3901,079 \text{ N}.$$

$$F_y = 4983,584 \text{ N}.$$

$$F_r = \sqrt{F_z^2 + F_y^2} = 6328,8646 \text{ N}.$$

Añadimos los factores  $f_a$  y  $f_b$ .

$f_a$ : 1,1.

$f_b$ : 1,1.

$$F'_r = 1,1 \cdot 1,1 \cdot 6328,8646 = 7657,9261 \text{ N}.$$

Procedemos a la selección de rodamientos:

- **Rodamiento Rígido de Bolas:**

Calculamos el valor de C:

$$C = 7657,9261 \cdot \sqrt[3]{576} = 63716,513 \text{ N} = 63,716 \text{ KN}.$$

Seleccionamos el rodamiento **FAG 6313.2RSR**, puesto que satisface las necesidades de carga y velocidad.

Para la selección del lubricante existen las opciones de seleccionar aceite o grasa como agentes lubricantes. Sin embargo, debido a las elevadas velocidades de giro que alcanzan algunos de los ejes del reductor los fabricantes de rodamientos recomiendan usar aceite como agente lubricante debido a que su menor viscosidad permite que los rodamientos alcancen mayor velocidad y se acerquen más a su velocidad límite fijada por diseño. Para seleccionar el aceite se ha consultado al fabricante de la turbina para saber cuál es el recomendado. El fabricante recomienda un aceite de según la norma SAE denominado: **SAE AS5780B Grade SPC**. De los distintos aceites que cumplen con este estándar se ha seleccionado el aceite de marca Shell **AeroShell Turbine Oil 560** debido a que el propio fabricante Pratt & Whitney es el que incluye en varias turbinas de su familia PT6A, entre las que se estudia el modelo estudiado. Dicho aceite se utiliza para lubricar los elementos del compresor y la turbina, por lo que la lubricación del reductor con este compuesto favorecería a que se pudiera utilizar un único circuito de circulación de aceite para la lubricación del conjunto completo de la turbohélice.

Para el mantenimiento, como recomendaciones de Shell, se deben realizar revisiones periódicas del estado del aceite, en periodos inferiores a 12 meses, sustituyéndose la totalidad del aceite cuando se observe una degradación excesiva del mismo o cuando se hayan cumplido cuatro años desde la fecha del último cambio.

## 9.2. Anexo II: Reductor planetario.

### 9.2.1. Cálculo de relaciones de transmisión, pares y factores de servicio.

Se establece la relación de transmisión total del conjunto al conocerse las velocidades de giro del eje de salida de la turbina y del eje de giro de la hélice; tomándose para la hélice una velocidad de giro de referencia de 1900 R.P.M. al tratarse el valor medio de entre los que se debe encontrar. (Rango 1850 – 1950 R.P.M.):

$$i = \frac{R.P.M. \text{ Eje turbina}}{R.P.M. \text{ Hélice}} = \frac{30000}{1900} = 15,7895$$

Se ha decidido aproximar la relación de transmisión total a 16 y dividirla en dos etapas de reducción con una relación de transmisión similar.

$$i_{unitaria} = \sqrt{i_{total}} = \sqrt{16} = 4$$

Por tanto, se ha tomado una relación de transmisión para cada etapa de 4.

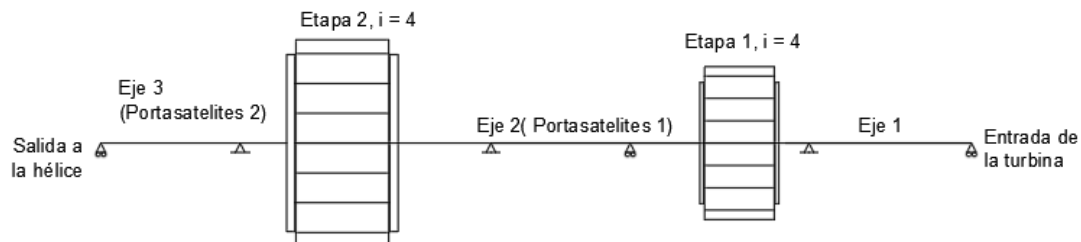


Ilustración 103. Esquema del reductor planetario que se va a diseñar.

Con la relación de transmisión hemos calculado el número de dientes necesarios en la corona y en los satélites en función del número de dientes del planeta.

$$i = 1 + \frac{\text{Dientes corona}}{\text{Dientes planeta}} \rightarrow 4 = 1 + \frac{\text{Dientes corona}}{\text{Dientes planeta}}$$

$$\rightarrow \text{Dientes corona} = 3 \cdot \text{Dientes planeta}$$

Para el planeta elegimos un número de 16 dientes, por lo que la corona deberá tener 48, los satélites por su parte deben tener el mismo número de dientes que el planeta, es decir,

16. Usando estos números de dientes para cada elemento se garantiza que no se produce interferencia entre los dientes de ningún elemento. Se selecciona el número de satélites. Para una relación de transmisión de 4 el máximo número de satélites que podremos tener es de 5, a partir de dicho número no hay suficiente espacio para introducir más. Para elegir el número se suman los dientes de planeta y corona, 64 en este caso, y se dividen por el número de satélites que queramos introducir; es aconsejable que el resultado obtenido sea el mayor número de satélites que proporcione como resultado del cociente un número entero, por tanto se han elegido 4 satélites.

$$\frac{\text{Dientes corona} + \text{dientes planeta}}{\text{Nº de Satélites}} = \text{Mayor nº. entero posible}$$

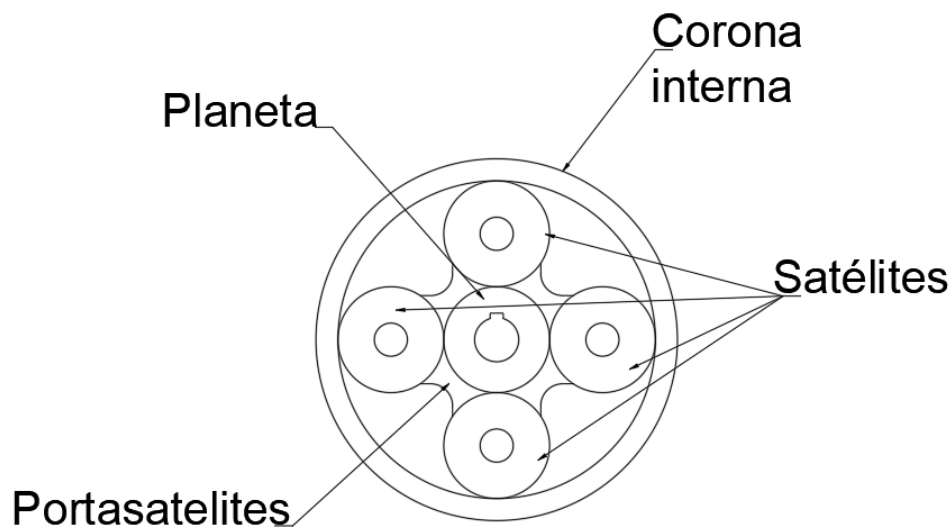


Ilustración 104. Esquema del interior de una de las etapas del reductor a calcular.

Seleccionados el número de dientes del planeta, satélites y la corona interna, y el número de satélites calculamos los pares en cada eje:

$$675 \text{ CV} \cdot \frac{735 \text{ W}}{1 \text{ CV}} = 496125 \text{ W} = 496,125 \text{ KW}.$$

$$30000 \text{ R.P.M.} = 3141,6 \text{ rad/s.}$$

Par de salida de la turbina (entrada del eje 1):

$$P = M \cdot \omega \rightarrow M = \frac{P}{\omega} = \frac{496125 \text{ W}}{3141,6 \frac{\text{rad}}{\text{s}}} = 157,9215 \text{ Nm} = 157921,5 \text{ Nmm}$$

Con el par de salida de la turbina y la relación de transmisión de cada etapa se han calculados los pares en resto de ejes.

Par del segundo eje (primer portasatelites):

$$M_2 = M_1 \cdot i_{12} = 157,921 \cdot 4 = 629,166 \text{ Nm} = 629166 \text{ Nmm}$$

Par del tercer eje (segundo portasatelites, salida a hélice):

$$M_3 = M_2 \cdot i_{23} = 629,166 \cdot 4 = 2516,664 \text{ Nm} = 2516664 \text{ Nmm}$$

Sin embargo, para el cálculo de engranajes que se llevará a cabo en el siguiente apartado se deben considerar ciertos factores correctores para adecuar las condiciones de cálculo a unas condiciones más cercanas a las del trabajo y añadir un factor de seguridad extra a los cálculos. Por tanto, se han considerado dos factores correctores diferentes:

- Factor de servicio: depende del tipo de cargas a las que se encuentre sometido el sistema. En este caso se trata de cargas uniformes y sin choque, por lo que se ha considerado un factor de servicio,  $f_s$  de 1,25.
- Factor de esfuerzos dinámicos: En este caso depende de la forma en que se han construido los engranajes y la precisión que se tiene en el engranaje. Para este caso se ha considerado que debido a que los engranajes se van a destinar para una aplicación en la cual el fallo de cualquier elemento podría ser crítico y podría acabar en un accidente fatal se trabajará con engranajes de la máxima precisión, obtenidos por rectificado u otro procedimiento similar, por lo que el factor de esfuerzos dinámicos se considerará el siguiente:

$$f_d = 1 + \frac{\sqrt{V}}{43}$$

El cual, como podemos observar depende de la velocidad,  $V$  (expresada en m/min) del círculo primitivo, por lo que será función de cada engranaje. Por tanto, se calculará en el siguiente apartado de este anexo, cuando se realice el cálculo tanto a flexión como a desgaste de cada pareja de engranajes.

Además, se calculan las velocidades de giro de cada planeta, de los satélites, del portasatelites y de la corona interior.

Etapas 1:

Velocidad de giro del planeta: 30000 R.P.M, la del eje al que pertenece.

Velocidad de giro de los satélites: 15000 R.P.M.

$$\omega_{sat} = \frac{\omega_{planeta} \cdot D_{p,planeta}}{2 \cdot D_{p,sat}}; D_{p,planeta} = D_{p,sat} \rightarrow \omega_{sat} = \frac{\omega_{planeta}}{2}$$

Velocidad de giro del portasatelites: 7500 R.P.M.

$$\omega_{porta} = \frac{\omega_{planeta} \cdot D_{p,planeta}}{2 \cdot (D_{p,sat} + D_{p,planeta})}; D_{p,planeta} = D_{p,sat} \rightarrow \omega_{porta} = \frac{\omega_{planeta}}{4}$$

Velocidad de giro de la corona interior: 0 R.P.M, esta fija para que la relación de transmisión sea de reducción.

Etapas 2:

Velocidad de giro del planeta: 7500 R.P.M, la del eje al que pertenece.

Velocidad de giro de los satélites: 3750 R.P.M.

$$\omega_{sat} = \frac{\omega_{planeta} \cdot D_{p,planeta}}{2 \cdot D_{p,sat}}; D_{p,planeta} = D_{p,sat} \rightarrow \omega_{sat} = \frac{\omega_{planeta}}{2}$$

Velocidad de giro del portasatelites: 1875 R.P.M.

$$\omega_{porta} = \frac{\omega_{planeta} \cdot D_{p,planeta}}{2 \cdot (D_{p,sat} + D_{p,planeta})}; D_{p,planeta} = D_{p,sat} \rightarrow \omega_{porta} = \frac{\omega_{planeta}}{4}$$

Velocidad de giro de la corona interior: 0 R.P.M, esta fija para que la relación de transmisión sea de reducción.

La velocidad de giro del portasatelites en este caso se corresponde con la velocidad de giro de la hélice, pues el portasatelites 2 es la salida del reductor. Por tanto, la velocidad de giro de la hélice se encuentra dentro del intervalo marcado por el fabricante.

### 9.2.2. Cálculo del módulo necesario a flexión y a desgaste.

En este apartado se va a proceder a calcular el módulo necesario para cada etapa de reducción de manera engranajes que se garantice que no se produce el fallo a flexión de los dientes de ninguno de los engranajes y que se alcanza la duración deseada antes de que se produzca el fallo por desgaste del conjunto. Se ha decidido trabajar con engranajes de dentado recto, con un ángulo de presión de 20º y dientes de altura normal. El cálculo se ha realizado seleccionando un módulo de partida y comprobando si dicho módulo es suficiente para

proporcionar la resistencia a flexión y desgaste necesaria o por el contrario se debe seleccionar un módulo mayor, siendo por tanto un proceso iterativo.

Para el cálculo a flexión la expresión utilizada ha sido la siguiente:

$$M_n = 0,86 \cdot \sqrt[3]{\frac{M_{tc}}{\delta \cdot Z \cdot y \cdot \sigma_{adm}}}$$

Para el cálculo a desgaste la expresión utilizada ha sido la siguiente:

$$M_n = \sqrt[3]{\frac{1}{\delta \cdot Z^2} \cdot \frac{4 \cdot M_{tc}}{K_r \cdot \sin(2\alpha)} \cdot \frac{1 + i}{i}}$$

Donde es necesario calcular el parámetro  $K_r$ , coeficiente de presión de rodadura:

$$K_r = 0,677 \cdot \frac{HB^2}{E \cdot W^{1/3}}$$

El cual a su vez depende del número de vueltas (en millones) del engranaje:

$$W = \frac{L_h \cdot n \cdot 60}{10^6}$$

Para ello es necesario tener en cuenta la vida en horas que se desea obtener. Esta se ha considerado igual a 5000 horas de servicio, pues se trata del tiempo máximo al que el fabricante considera que se debe realizar un mantenimiento intensivo del conjunto de reducción, sustituyendo sus componentes.

Para realizar los engranajes se ha seleccionado el acero AISI 9310, debido a que se trata de uno de los aceros más utilizados en el sector aeronáutico para la construcción de engranajes. Se utiliza tras haber recibido un tratamiento de carburación para mejorar su dureza y por tanto adaptar sus propiedades a las exigencias requeridas, sobre todo en lo que se va a referir a la duración a desgaste. A continuación, se indica su composición y sus propiedades mecánicas más relevantes para el cálculo:

- Composición:
  - Carbono: 0,08 – 0,13 %.
  - Níquel: 3,00 – 5,00 %.
  - Manganeso: 0,45 – 0,65 %.
  - Silicio: 0,15 – 0,30 %.
  - Fósforo: 0,025 % (máx.).

- Azufre: 0,025 % (máx.)
- Cromo: 1,00 – 1,40 %.
- Molibdeno: 0,08 – 0,13%.
- Propiedades Mecánicas más relevantes:
  - Resistencia a tracción: 1289 MPa.
  - Tensión máxima admisible: 386,7 MPa.
  - Dureza Rockwell C: 58 HRc.
  - Dureza Brinell: 615 HB.

Se procede ahora a detallar el proceso de cálculo llevado a cabo para cada pareja de engranajes. Debido a que el piñón es de menor tamaño que la rueda y tiene, por tanto, menor número de dientes, se calcula el módulo necesario en él; puesto que, si el piñón cumple, la rueda también cumplirá.

- **Etapas 1 del reductor:**

**1ª Iteración; Para Módulo M = 3**

- Nº Dientes del planeta,  $Z = 16$ .
- Rigidez,  $\delta = 25$  (Considerada rigidez estándar para el cálculo en reductores).
- Ángulo de presión,  $\alpha = 20^\circ$ .
- Coeficiente de Lewis,  $y = 0,094$ .
- Relación de transmisión,  $i = 4$ .
- Velocidad de giro del planeta,  $n_1 = 30000$  R.P.M.
- Vida en horas,  $L_h = 5000$ .
- Dureza del material = 615 HB.
- $\sigma_{adm} = 386,7$  MPa.
- Módulo de elasticidad del material,  $E = 210$  GPa.
- Módulo: 3 mm.
- Diámetro primitivo del planeta,  $D_{p1} = 48$  mm.
- Velocidad del círculo primitivo,  $V = 4523,89$  m/min.



$$V = \frac{n \cdot 2 \cdot \pi \cdot D_p}{2 \cdot 1000} = \frac{30000 \cdot 2 \cdot \pi \cdot 48}{2 \cdot 1000} = 4523,89 \text{ m/min}$$

- Factor de servicio,  $f_s = 1,25$ .

- Factor de esfuerzos dinámicos,  $f_d = 2,564$ .

$$f_d = 1 + \frac{\sqrt{V}}{43} = 1 + \frac{\sqrt{4523,89}}{43} = 2,564$$

- Par a transmitir,  $M_t = 157291,5 \text{ Nmm}$ .

- Par a transmitir en cada contacto,  $M_{te} = 39322,875 \text{ Nmm}$ .

- Par a transmitir corregido en cada contacto,  $M_{tec} = 126038,84 \text{ Nmm}$ .

$$M_{tec} = f_s \cdot f_d \cdot M_{te} = 1,25 \cdot 2,564 \cdot 39322,875 = 126038,84 \text{ Nmm}.$$

- **Cálculo a flexión:**

- Módulo:

$$M = 0,86 \cdot \sqrt[3]{\frac{M_{tec}}{\delta \cdot Z \cdot y \cdot \sigma_{adm}}} = 0,86 \cdot \sqrt[3]{\frac{126038,84}{25 \cdot 16 \cdot 0,094 \cdot 386,7}} = 1,7667 \text{ mm}$$

- **Cálculo a desgaste:**

- Millones de vueltas:

$$W = \frac{L_h \cdot n \cdot 60}{10^6} = \frac{5000 \cdot 30000 \cdot 60}{10^6} = 9000 \text{ Millones de vueltas}$$

- Coeficiente de presión de rodadura:

$$K_r = 0,677 \cdot \frac{HB^2}{E \cdot W^{1/3}} = 0,677 \cdot \frac{6150^2}{210000 \cdot 9000^{1/3}} = 5,862$$

- Módulo:

$$M = \sqrt[3]{\frac{1}{\delta \cdot Z^2} \cdot \frac{4 \cdot M_{tc}}{K_r \cdot \sin(2\alpha)} \cdot \frac{1+i}{i}} = \sqrt[3]{\frac{1}{25 \cdot 16^2} \cdot \frac{4 \cdot 126038,84}{5,682 \cdot \sin(2 \cdot 20)} \cdot \frac{1+4}{4}} = 2,967 \text{ mm}.$$

Comprobamos que el módulo que marca el mínimo necesario es el que hemos calculado a desgaste. Al encontrarse por debajo del módulo elegido para realizar la iteración es válido, puesto que satisface todas las exigencias.

### Espesor de la corona

A continuación, procedemos a comprobar si el espesor seleccionado para la corona es suficiente:

Seleccionamos un espesor  $h$  de 5 mm.

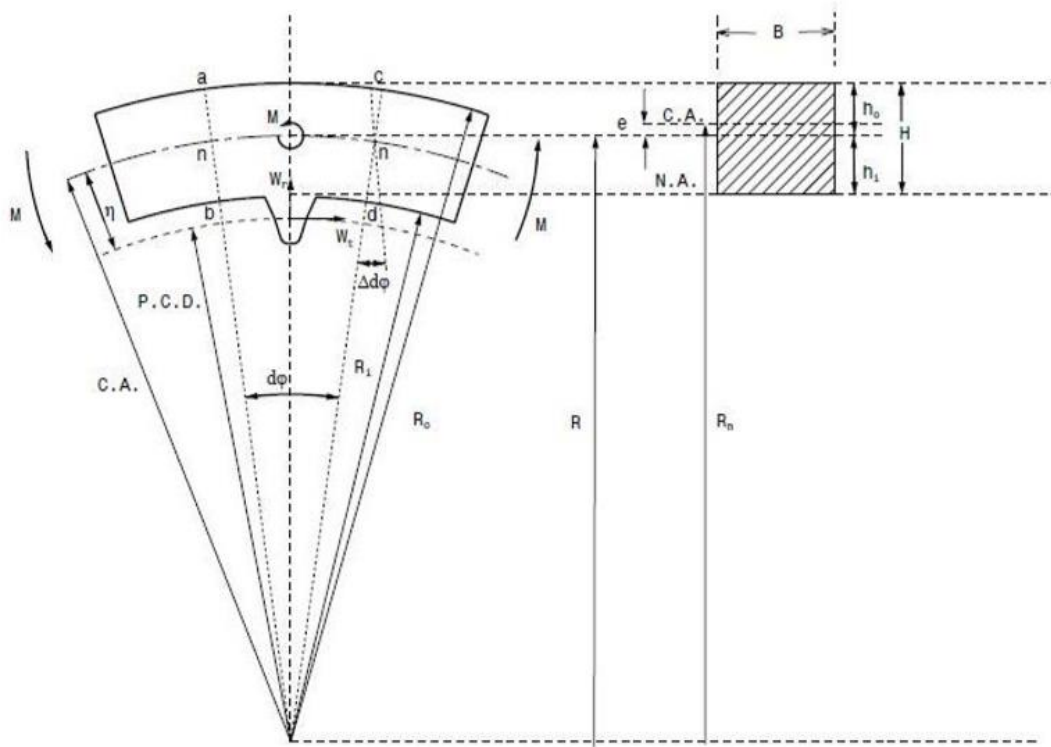


Ilustración 105. Radio primitivo, central y neutro de la corona interna.

Anchura de la corona:

Para la anchura de la corona se ha seleccionado el valor máximo recomendable por el coeficiente de rigidez para el módulo seleccionado:

$$b = \delta \cdot M = 25 \cdot 3 = 75 \text{ mm}$$

Diámetro primitivo de la corona,  $D_p$ : 144 mm

Radio interior de la corona:

$$R_i = \frac{D_p + 2,5 \cdot m}{2} = \frac{144 + 2,5 \cdot 3}{2} = 75,75 \text{ mm}$$

Radio exterior de la corona:

$$R_o = R_i + h = 75,75 + 5 = 80,75 \text{ mm}$$

Radio neutral:

$$R_N = \frac{h}{\ln\left(\frac{R_o}{R_i}\right)} = \frac{5}{\ln\left(\frac{80,75}{75,75}\right)} = 78,2233687 \text{ mm}$$

Radio central de la sección:

$$R = R_i + \frac{h}{2} = 75,75 + \frac{5}{2} = 78,25 \text{ mm}$$

Distancia del diámetro primitivo al diámetro neutral:

$$\eta = R_N - \frac{D_p}{2} = 78,2233687 - \frac{144}{2} = 6,22336868 \text{ mm}$$

Excentricidad entre el radio neutral y el radio central de la sección:

$$e = R - R_N = 78,25 - 78,2233687 = 0,02663132 \text{ mm}$$

Distancia de la fibra neutra al interior:

$$h_i = R_N - R_i = 78,2233687 - 75,75 = 2,47337 \text{ mm}$$

Distancia de la fibra neutra al exterior:

$$h_o = R_o - R_N = 80,75 - 78,2233687 = 2,52663 \text{ mm}$$

Sección transversal:

$$A = b \cdot h = 75 \cdot 5 = 375 \text{ mm}^2$$

Fuerza tangencial (Calculada mas adelante) = 1638,45 N

Momento flector en la fibra neutra:

$$M = T \cdot \eta = 1638,45 \cdot 6,22337 = 10196,7 \text{ Nmm}$$

Tensión máxima en la corona:

$$\sigma_{max} = \frac{M \cdot h_i}{A \cdot e \cdot R_i} = \frac{10196,7 \cdot 2,47337}{375 \cdot 0,02663132 \cdot 75,75} = 34,056 \text{ MPa.}$$

$$C.S. = \frac{\sigma_{adm}}{\sigma_{max}} = \frac{386,7}{34,056} = 11,3547$$

Tensión mínima en la corona:

$$\sigma_{min} = \frac{M \cdot h_o}{A \cdot e \cdot R_o} = \frac{10196,7 \cdot 2,52663}{375 \cdot 0,02663132 \cdot 80,75} = 31,274 \text{ MPa}$$

$$C.S. = \frac{\sigma_{adm}}{\sigma_{max}} = \frac{386,7}{31,274} = 12,364$$

Como se puede observar el espesor seleccionado es suficiente para hacer frente a las tensiones que aparecen en la corona interna.

- **Etapla 2 del reductor:**

**1ª Iteración; Para Modulo M = 3**

- Nº Dientes del planeta,  $Z = 16$ .
- Rigidez,  $\delta = 25$  (Considerada rigidez estándar para el cálculo en reductores).
- Ángulo de presión,  $\alpha = 20^\circ$ .
- Coeficiente de Lewis,  $\gamma = 0,094$ .
- Relación de transmisión,  $i = 4$ .
- Velocidad de giro del planeta,  $n_1 = 7500$  R.P.M.
- Vida en horas,  $L_h = 5000$ .
- Dureza del material = 615 HB.
- $\sigma_{adm} = 386,7$  MPa.
- Módulo de elasticidad del material,  $E = 210$  GPa.
- Modulo: 3 mm.
- Diámetro primitivo del planeta,  $D_{p1} = 48$  mm.
- Velocidad del círculo primitivo,  $V = 1130,97$  m/min.

$$V = \frac{n \cdot 2 \cdot \pi \cdot D_p}{2 \cdot 1000} = \frac{7500 \cdot 2 \cdot \pi \cdot 48}{2 \cdot 1000} = 1130,97 \text{ m/min}$$

- Factor de servicio,  $f_s = 1,25$ .
- Factor de esfuerzos dinámicos,  $f_d = 1,782$ .

$$f_d = 1 + \frac{\sqrt{V}}{43} = 1 + \frac{\sqrt{1130,97}}{43} = 1,782$$

- Par a transmitir,  $M_t = 629166$  Nmm.
- Par a transmitir en cada contacto,  $M_{te} = 157291,5$  Nmm.

- Par a transmitir corregido en cada contacto,  $M_{tec} = 350384,865 \text{ Nmm}$ .

$$M_{tec} = f_s \cdot f_d \cdot M_{te} = 1,25 \cdot 1,782 \cdot 157291,5 = 350384,865 \text{ Nmm}.$$

- **Cálculo a flexión:**

- Módulo:

$$M = 0,86 \cdot \sqrt[3]{\frac{M_{tec}}{\delta \cdot Z \cdot y \cdot \sigma_{adm}}} = 0,86 \cdot \sqrt[3]{\frac{350384,865}{25 \cdot 16 \cdot 0,094 \cdot 386,7}} = 2,48404557 \text{ mm}$$

- **Cálculo a desgaste:**

- Millones de vueltas:

$$W = \frac{L_h \cdot n \cdot 60}{10^6} = \frac{5000 \cdot 7500 \cdot 60}{10^6} = 2250 \text{ Millones de vueltas}$$

- Coeficiente de presión de rodadura:

$$K_r = 0,677 \cdot \frac{HB^2}{E \cdot W^{1/3}} = 0,677 \cdot \frac{6150^2}{210000 \cdot 2250^{1/3}} = 9,3052$$

- Módulo:

$$M = \sqrt[3]{\frac{1}{\delta \cdot Z^2} \cdot \frac{4 \cdot M_{tc}}{K_r \cdot \sin(2\alpha)} \cdot \frac{1+i}{i}} = \sqrt[3]{\frac{1}{25 \cdot 16^2} \cdot \frac{4 \cdot 350384,865}{9,3052 \cdot \sin(2 \cdot 20)} \cdot \frac{1+4}{4}} = 3,577 \text{ mm}.$$

Observamos que el módulo a flexión es menor que el módulo propuesto, pero el módulo a desgaste obtenido es mayor al utilizado para realizar la iteración. Por tanto debemos realizar otra iteración con un módulo mayor; elegimos módulo 4 mm.

**2ª Iteración; Para Modulo M = 4**

- Nº Dientes del planeta,  $Z = 16$ .

- Rigidez,  $\delta = 25$  (Considerada rigidez estándar para el cálculo en reductores).

- Ángulo de presión,  $\alpha = 20^\circ$ .

- Coeficiente de Lewis,  $y = 0,094$ .

- Relación de transmisión,  $i = 4$ .

- Velocidad de giro del planeta,  $n_1 = 7500 \text{ R.P.M.}$

- Vida en horas,  $L_h = 5000$ .
- Dureza del material = 615 HB.
- $\sigma_{adm} = 386,7$  MPa.
- Módulo de elasticidad del material,  $E = 210$  GPa.
- Módulo: 4 mm.
- Diámetro primitivo del planeta,  $D_{p1} = 64$  mm.
- Velocidad del círculo primitivo,  $V = 1130,97$  m/min.

$$V = \frac{n \cdot 2 \cdot \pi \cdot D_p}{2 \cdot 1000} = \frac{7500 \cdot 2 \cdot \pi \cdot 64}{2 \cdot 1000} = 1507,96 \text{ m/min}$$

- Factor de servicio,  $f_s = 1,25$ .
- Factor de esfuerzos dinámicos,  $f_d = 1,903$ .

$$f_d = 1 + \frac{\sqrt{V}}{43} = 1 + \frac{\sqrt{1507,96}}{43} = 1,903$$

- Par a transmitir,  $M_t = 629166$  Nmm.
- Par a transmitir en cada contacto,  $M_{te} = 157291,5$  Nmm.
- Par a transmitir corregido en cada contacto,  $M_{tec} = 374173,243$  Nmm.

$$M_{tec} = f_s \cdot f_d \cdot M_{te} = 1,25 \cdot 1,903 \cdot 157291,5 = 374173,243 \text{ Nmm.}$$

- **Cálculo a flexión:**

- Módulo:

$$M = 0,86 \cdot \sqrt[3]{\frac{M_{tec}}{\delta \cdot Z \cdot y \cdot \sigma_{adm}}} = 0,86 \cdot \sqrt[3]{\frac{374173,243}{25 \cdot 16 \cdot 0,094 \cdot 386,7}} = 2,539035 \text{ mm}$$

- **Cálculo a desgaste:**

- Millones de vueltas:

$$W = \frac{L_h \cdot n \cdot 60}{10^6} = \frac{5000 \cdot 7500 \cdot 60}{10^6} = 2250 \text{ Millones de vueltas}$$

- Coeficiente de presión de rodadura:

$$K_r = 0,677 \cdot \frac{HB^2}{E \cdot W^{1/3}} = 0,677 \cdot \frac{6150^2}{210000 \cdot 2250^{1/3}} = 9,3052$$

- Módulo:

$$M = \sqrt[3]{\frac{1}{\delta \cdot Z^2} \cdot \frac{4 \cdot M_{tc}}{K_r \cdot \sin(2\alpha)} \cdot \frac{1+i}{i}} = \sqrt[3]{\frac{1}{25 \cdot 16^2} \cdot \frac{4 \cdot 374173,243}{9,3052 \cdot \sin(2 \cdot 20)} \cdot \frac{1+4}{4}} = 3,656 \text{ mm}$$

En este caso podemos comprobar que tanto el módulo a flexión como para el cálculo a desgaste se encuentran por debajo del valor seleccionado, por lo que es válido para la construcción de los engranajes.

### **Espesor de la corona necesario**

Comprobamos si el espesor que se ha seleccionado para la corona interna es suficiente o por el contrario se debe realizar alguna modificación.

Seleccionamos un espesor  $h$  de 10 mm.

Anchura de la corona:

Para la anchura de la corona se ha seleccionado el valor máximo recomendable por el coeficiente de rigidez para el módulo seleccionado:

$$b = \delta \cdot M = 25 \cdot 4 = 100 \text{ mm}$$

Diámetro primitivo de la corona,  $D_p$ : 192 mm

Radio interior de la corona:

$$R_i = \frac{D_p + 2,5 \cdot m}{2} = \frac{192 + 2,5 \cdot 4}{2} = 101 \text{ mm}$$

Radio exterior de la corona:

$$R_o = R_i + h = 101 + 10 = 111 \text{ mm}$$

Radio neutral:

$$R_N = \frac{h}{\ln\left(\frac{R_o}{R_i}\right)} = \frac{10}{\ln\left(\frac{111}{101}\right)} = 105,921337 \text{ mm}$$

Radio central de la sección:

$$R = R_i + \frac{h}{2} = 101 + \frac{10}{2} = 106 \text{ mm}$$

Distancia del diámetro primitivo al diámetro neutral:

$$\eta = R_N - \frac{D_p}{2} = 105,921337 - \frac{192}{2} = 9,92134 \text{ mm}$$

Excentricidad entre el radio neutral y el radio central de la sección:

$$e = R - R_N = 106 - 105,921337 = 0,07866305 \text{ mm}$$

Distancia de la fibra neutra al interior:

$$h_i = R_N - R_i = 105,921337 - 101 = 4,92133695 \text{ mm}$$

Distancia de la fibra neutra al exterior:

$$h_o = R_o - R_N = 111 - 105,921337 = 5,07866305 \text{ mm}$$

Sección transversal:

$$A = b \cdot h = 100 \cdot 10 = 1000 \text{ mm}^2$$

Fuerza tangencial (Calculada más adelante) = 4915,35938 N

Momento flector en la fibra neutra:

$$M = T \cdot \eta = 4915,35938 \cdot 9,921337 = 48766,94 \text{ Nmm}$$

Tensión máxima en la corona:

$$\sigma_{max} = \frac{M \cdot h_i}{A \cdot e \cdot R_i} = \frac{48766,94 \cdot 4,92133695}{1000 \cdot 0,07866305 \cdot 101} = 30,21 \text{ MPa.}$$

$$C.S. = \frac{\sigma_{adm}}{\sigma_{max}} = \frac{386,7}{30,21} = 12,801$$

Tensión mínima en la corona:

$$\sigma_{min} = \frac{M \cdot h_o}{A \cdot e \cdot R_o} = \frac{48766,94 \cdot 5,07866305}{1000 \cdot 0,07866305 \cdot 111} = 28,365 \text{ MPa}$$

$$C.S. = \frac{\sigma_{adm}}{\sigma_{max}} = \frac{386,7}{28,365} = 13,633$$

El espesor que se ha seleccionado para la corona interna es suficiente para que las tensiones que aparecen no supongan un problema.

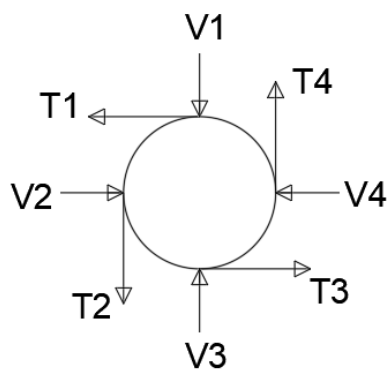


Tabla 13. Planetas, satélites y coronas interiores seleccionadas.

Resumen planetas, satélites y coronas internas elegidas						
Datos	Etapa 1			Etapa 2		
	Planeta 1	Satélite 1	Corona 1	Planeta 2	Satélite 2	Corona 2
Módulo mínimo (mm)	2,967	2,967	2,967	3,656	3,656	3,656
Nº Dientes	16	16	48	16	16	48
Modulo M (mm)	3	3	3	4	4	4
Ángulo de presión, $\alpha$ (°)	20	20	20	20	20	20
Diámetro primitivo, $D_p$ (mm)	48	48	144	64	64	192
Diámetro del eje (mm)	20	15	-	30	30	-
Anchura del engranaje, B (mm)	75	75	75	100	100	100

### 9.2.3. Dimensionamiento de los portasatelites y los ejes.

Una vez hemos dimensionado el planeta, la corona interior y los satélites procedemos a determinar las fuerzas que se generan en cada contacto entre dientes. Para ello utilizamos el planeta para realizar el cálculo. Debido a que se producen simultáneamente cuatro contactos entre el planeta y los satélites, en cada uno de los cuales se transmite una cuarta parte del par total tendremos en cada etapa cuatro fuerzas radiales y cuatro fuerzas tangenciales, las fuerzas radiales tendrán todas el mismo módulo, aunque diferente dirección y sentido; lo mismo ocurrirá con las fuerzas tangenciales. A su vez entre cada contacto entre un satélite y la corona interior tendremos las mismas fuerzas que entre el contacto de ese mismo satélite y el planeta, pero de sentido opuesto.



$$V1 = V2 = V3 = V4 = V$$

$$T1 = T2 = T3 = T4 = T$$

Ilustración 106. Sentido de las fuerzas generadas en el planeta. Sentido de giro horario.

Etapa 1:

$$M_t = T_1 \cdot \frac{D_{p1}}{2} \rightarrow T_1 = M_{t1} \cdot \frac{2}{D_{p1}} = \frac{157933,125}{4} \cdot \frac{2}{48} = 1638,453 \text{ N}$$

$$V_1 = T_1 \cdot \tan \alpha = 1638,453 \cdot \tan 20 = 596,348 \text{ N}$$

Etapa 2 (En los cálculos posteriores se usará el subíndice 2 para referirse a las fuerzas generadas en el segundo planeta):

$$T_{1_2} = M_{t2} \cdot \frac{2}{D_{p2}} = \frac{629166}{4} \cdot \frac{2}{64} = 4915,359 \text{ N}$$

$$V_{1_2} = T_{1_2} \cdot \tan \alpha = 4915,359 \cdot \tan 20 = 1789,045 \text{ N}$$

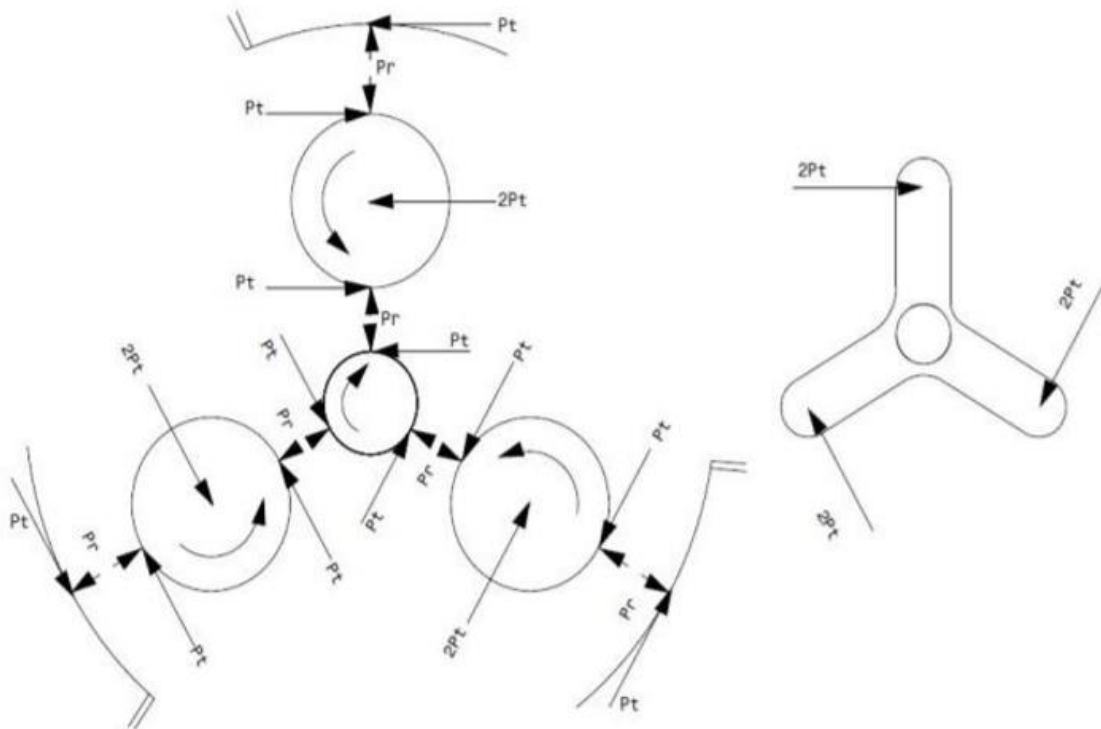


Ilustración 107. Equilibrio interno de fuerzas en un sistema planetario, en este caso de tres satélites.

Con las fuerzas que se producen en cada uno de los engranajes podemos proceder al cálculo de las fuerzas en cada uno de los apoyos. Para ello planteamos el equilibrio de fuerzas y momentos para cada uno de los ejes del conjunto de reducción.

### Eje 1:

Se considera que el apoyo A es el que absorbe el esfuerzo axial en caso de que existieran.

### Ejes XY:

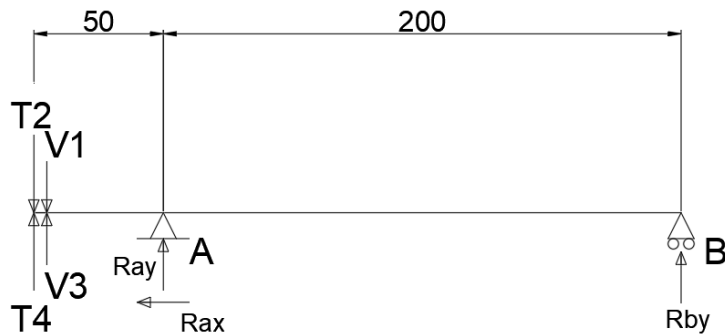


Ilustración 108. Equilibrio de fuerzas XY en el eje 1.

Sumatorio de fuerzas:

$$\sum F_x = 0 \rightarrow R_{Ax} = 0 \text{ N.}$$

$$\begin{aligned} \sum F_y = 0 &\rightarrow V_3 - V_1 + T_4 - T_2 + R_{Ay} + R_{By} = 0 \rightarrow R_{Ay} + R_{By} = 0 \rightarrow \\ &\rightarrow R_{By} = 0 \text{ N.} \end{aligned}$$

Sumatorio de momentos (respecto de B):

$$\begin{aligned} \sum M_B = 0 &\rightarrow V_1 \cdot 250 - V_3 \cdot 250 + T_2 \cdot 250 - T_4 \cdot 250 - R_{Ay} \cdot 200 = 0 \rightarrow \\ &\rightarrow 0 - R_{Ay} \cdot 200 = 0 \rightarrow \\ &\rightarrow R_{Ay} = 0 \text{ N.} \end{aligned}$$

### Ejes XZ:

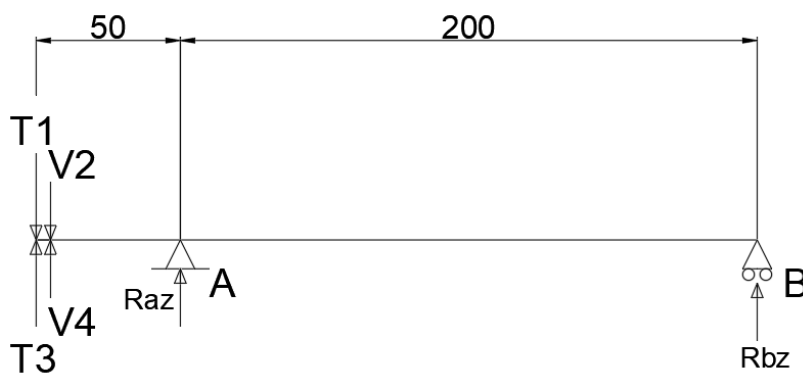


Ilustración 109. Equilibrio de fuerzas XZ en el eje 1.

Sumatorio de fuerzas:

$$\begin{aligned}\sum F_Z = 0 &\rightarrow T_3 - T_1 + V_4 - V_2 + R_{Az} + R_{Bz} = 0 \rightarrow R_{Az} + R_{Bz} = 0 \rightarrow \\ &\rightarrow R_{Bz} = 0 \text{ N.}\end{aligned}$$

Sumatorio de momentos (respecto de B):

$$\begin{aligned}\sum M_B = 0 &\rightarrow V_2 \cdot 250 - V_4 \cdot 250 - T_3 \cdot 250 + T_1 \cdot 250 - R_{Az} \cdot 200 = 0 \rightarrow \\ &\rightarrow 0 - R_{Az} \cdot 200 = 0 \rightarrow \\ &\rightarrow R_{Az} = 0 \text{ N.}\end{aligned}$$

**Eje 2:**

Se considera que el apoyo A es el que absorbe el esfuerzo axil.

**Ejes XY:**

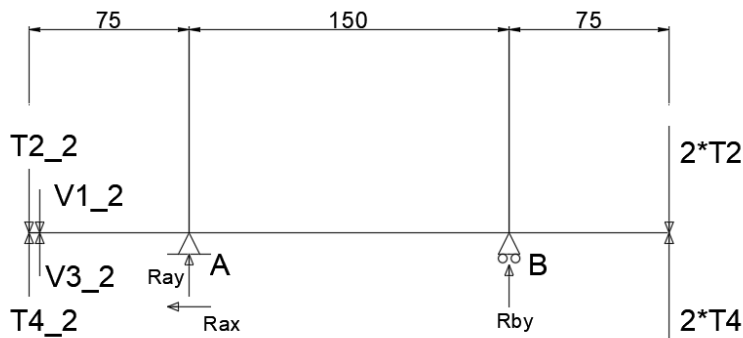


Ilustración 110. Equilibrio de fuerzas XY en el eje 2.

Sumatorio de fuerzas:

$$\begin{aligned}\sum F_x = 0 &\rightarrow R_{Ax} = 0 \text{ N.} \\ \sum F_y = 0 &\rightarrow V_{3_2} - V_{1_2} + T_{4_2} - T_{2_2} + R_{Ay} + R_{By} + 2 \cdot T_4 - 2 \cdot T_2 = 0 \rightarrow R_{Ay} + R_{By} = 0 \\ &\rightarrow R_{By} = 0 \text{ N.}\end{aligned}$$

Sumatorio de momentos (respecto de B):

$$\begin{aligned}\sum M_B = 0 &\rightarrow V_{1_2} \cdot 225 - V_{3_2} \cdot 225 + T_{2_2} \cdot 225 - T_{4_2} \cdot 225 - R_{Ay} \cdot 150 + 2 \cdot T_4 \cdot 75 - 2 \cdot T_2 \cdot 75 = 0 \\ &\rightarrow 0 - R_{Ay} \cdot 150 = 0 \rightarrow R_{Ay} = 0 \text{ N.}\end{aligned}$$

**Ejes XZ:**

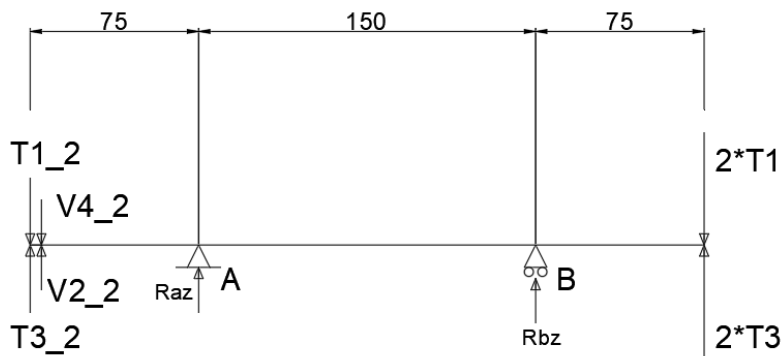


Ilustración 111. Equilibrio de fuerzas XZ en el eje 2.

Sumatorio de fuerzas:

Sumatorio de fuerzas:

$$\sum F_Z = 0 \rightarrow T_{3_2} - T_{1_2} - V_{4_2} + V_{2_2} + R_{Az} + R_{Bz} + 2 \cdot T_3 - 2 \cdot T_1 = 0 \rightarrow R_{Az} + R_{Bz} = 0$$

$$\rightarrow R_{Bz} = 0 \text{ N.}$$

Sumatorio de momentos (respecto de B):

$$\sum M_B = 0 \rightarrow -V_{2_2} \cdot 225 + V_{4_2} \cdot 225 - T_{3_2} \cdot 225 + T_{1_2} \cdot 225 - R_{Ay} \cdot 150 - 2 \cdot T_1 \cdot 75 + 2 \cdot T_3 \cdot 75 = 0$$

$$\rightarrow 0 - R_{Az} \cdot 150 = 0 \rightarrow R_{Az} = 0 \text{ N.}$$

**Eje 3:**

Se considera que el apoyo A es el que absorbe el esfuerzo axial.

**Ejes XY:**

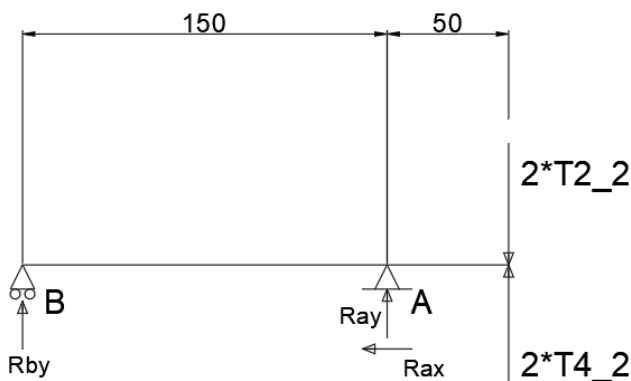


Ilustración 112. Equilibrio de fuerzas XY en el eje 2.

Sumatorio de fuerzas:

$$\sum F_x = 0 \rightarrow R_{Ax} = 0 \text{ N.}$$

$$\begin{aligned} \sum F_y = 0 &\rightarrow R_{Ay} + R_{By} + 2 \cdot T_{4_2} - 2 \cdot T_{2_2} = 0 \rightarrow R_{Ay} + R_{By} = 0 \\ &\rightarrow R_{By} = 0 \text{ N.} \end{aligned}$$

Sumatorio de momentos (respecto de B):

$$\begin{aligned} \sum M_B = 0 &\rightarrow R_{Ay} \cdot 150 - 2 \cdot T_{4_2} \cdot 200 + 2 \cdot T_{2_2} \cdot 200 = 0 \\ &\rightarrow 0 + R_{Ay} \cdot 150 = 0 \rightarrow R_{Ay} = 0 \text{ N.} \end{aligned}$$

Ejes XZ:

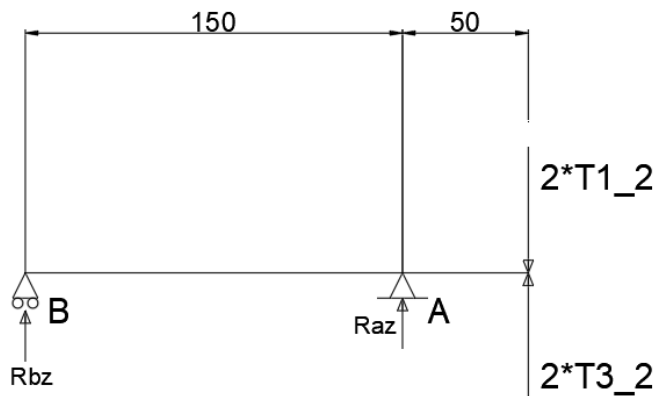


Ilustración 113. Equilibrio de fuerzas XZ en el eje 2.

Sumatorio de fuerzas:

Sumatorio de fuerzas:

$$\begin{aligned} \sum F_z = 0 &\rightarrow R_{Az} + R_{Bz} + 2 \cdot T_{3_2} - 2 \cdot T_{1_2} = 0 \rightarrow R_{Az} + R_{Bz} = 0 \\ &\rightarrow R_{Bz} = 0 \text{ N.} \end{aligned}$$

Sumatorio de momentos (respecto de B):

$$\begin{aligned} \sum M_B = 0 &\rightarrow R_{Az} \cdot 150 - 2 \cdot T_{1_2} \cdot 200 + 2 \cdot T_{3_2} \cdot 200 = 0 \\ &\rightarrow 0 + R_{Az} \cdot 150 = 0 \rightarrow R_{Az} = 0 \text{ N.} \end{aligned}$$

Una vez obtenidas las fuerzas en los apoyos en este apartado se va a proceder al cálculo de los ejes y portasatelites para comprobar si son capaces de resistir los esfuerzos a los que se someten y de garantizar vida a fatiga para el tiempo de duración del reductor. Para ello se van a obtener las tensiones en cada eje y posteriormente se van a obtener los coeficientes de

seguridad tanto para el cálculo estático como para la vida a fatiga. Para determinar el punto más desfavorable de cada eje se han obtenido los diagramas de esfuerzos, aunque en este caso solo tengamos momento torsor. Para determinar la vida a fatiga se ha obtenido la curva  $S - N$  del material, y posteriormente se ha corregido para incluir los diferentes factores que puedan disminuir la vida real a fatiga.

Se han propuesto dos aceros diferentes y una aleación de titanio para la fabricación de los ejes, el acero AISI 4340, por tratarse de un acero comúnmente utilizado para la fabricación de componentes en el sector de la aeronáutica, el acero Maraging 300, una aleación usada donde el nivel de exigencia requerida es máximo y la aleación de titanio Ti-6Al-4V, una aleación comúnmente usada en el campo de la aeronáutica y la biomedicina, que proporciona buenas características de resistencia, parecidas a las del acero AISI 4340, pero sometida a un tratamiento de nitruración por plasma y posteriormente bombardeada con partículas finas para mejorar su resistencia frente a la fatiga. Con estos materiales vamos a comparar para cada eje si todos son capaces de cumplir con las exigencias a las que están sometidos y determinar cuál es el material que se debe elegir.

Las características de cada uno de ellos de resistencia a rotura y tensión de fluencia son las siguientes:

AISI 4340:

- Resistencia a rotura,  $R_m = 1050$  MPa.
- Tensión de fluencia,  $\sigma_f = 740$  MPa.

Maraging 300:

- Resistencia a rotura,  $R_m = 1930$  MPa.
- Tensión de fluencia,  $\sigma_f = 1862$  MPa.

Titanio Ti – 6Al – 4V:

- Resistencia a rotura,  $R_m = 960$  MPa.
- Tensión de fluencia,  $\sigma_f = 860$  MPa.
- Vida infinita a fatiga de la probeta,  $\sigma_{vf} = 840$  MPa.

\*La razón por la que la tensión de fluencia del material y la vida infinita a fatiga toman valores tan cercanos es por las tensiones compresivas que se generan en la pieza con

los tratamientos a los que se ha sometido a la pieza, los cuales generan tensiones compresivas del orden de los 400 MPa.

Para cada eje se ha realizado el cálculo de resistencia estática y posteriormente el cálculo de la vida a fatiga. Para los aceros el cálculo de la vida a fatiga se ha utilizado el modelo de vida total con método de ajuste logarítmico – logarítmico. Se debe calcular las curvas S – N de cada material, para ello calculamos los factores  $S'_e$  y  $S'_{1000}$  y con ellos la curva S – N:

$$S'_{1000} = 0,9 \cdot R_m$$

$$S'_e = 0,5 \cdot R_m \text{ si } R_m \leq 1400 \text{ MPa.}$$

$$S'_e = 700 \text{ si } R_m > 1400 \text{ MPa.}$$

$$A' = \frac{(S'_{1000})^2}{S'_e}$$

$$B' = \frac{\log\left(\frac{S'_e}{S'_{1000}}\right)}{3}$$

$$\sigma_a = A \cdot (2N)^B$$

Donde 2N es la vida a fatiga en número de ciclos y  $\sigma_a$  la tensión asociada para esa vida.

En ambos aceros el suministrador indica que la vida se considera infinita si se llega a alcanzar el millón ( $10^6$ ) ciclos, por lo que para la selección de material de nuestros ejes calcularemos la tensión máxima equivalente utilizando el criterio de Von Mises y comprobaremos que se encuentre por debajo de la tensión admisible para dicho número de ciclos para garantizar vida máxima a fatiga comparando ambas directamente, ya que no tenemos un esfuerzo alternante en el tiempo sino que nos encontramos con una situación de carga constante (la turbina trabaja constantemente en el mismo punto), la cual es necesaria en el caso de nuestros ejes al superarse holgadamente dicho número de ciclos por el número de horas de funcionamiento previstas y la velocidad de giro de los ejes.

Se indican las curvas S -N de ambos materiales:

- AISI 4340

$$S'_{1000} = 0,9 \cdot R_m = 0,9 \cdot 1050 = 945 \text{ MPa.}$$

$$S'_e = 0,5 \cdot R_m = 0,5 \cdot 1050 = 525 \text{ MPa.}$$

$$A' = \frac{(945)^2}{525} = 1701 \text{ MPa.}$$



$$B' = \frac{\log\left(\frac{525}{945}\right)}{3} = -0,085$$

$$\sigma_a = 1701 \cdot (2N)^{-0,085}$$

- Maraging 300

$$S'_{1000} = 0,9 \cdot R_m = 0,9 \cdot 1930 = 1737 \text{ MPa.}$$

$$S'_e = 700 \text{ MPa.}$$

$$A' = \frac{(1737)^2}{700} = 4310,241 \text{ MPa.}$$

$$B' = \frac{\log\left(\frac{700}{1737}\right)}{3} = -0,132$$

$$\sigma_a = 4310,241 \cdot (2N)^{-0,132}$$

Estas son las curvas S – N de los aceros estudiados. Sin embargo, solamente son válidas para probetas estándar en ensayos normales, por lo que para calcularla vida a fatiga de nuestros ejes deberemos corregirlas en función del acabado, geometría, temperatura de servicio, grado de confiabilidad deseado o concentraciones de esfuerzos. Para cada eje se especificarán cuáles son esos factores correctores.

Para el Titanio se ha partido del límite de vida a fatiga y de los factores correctores para el paso de probeta a componente.

Se procede a detallar los cálculos para cada eje:

### Eje 1:

- **Cálculo de resistencia estática:**

Se han obtenido los diagramas de fuerzas y momentos con los esfuerzos que acabamos de calcular. Solamente tenemos momento torsor, pues las reacciones en los apoyos son nulas y por tanto no existen esfuerzos cortantes ni momentos flectores:

Torsor:

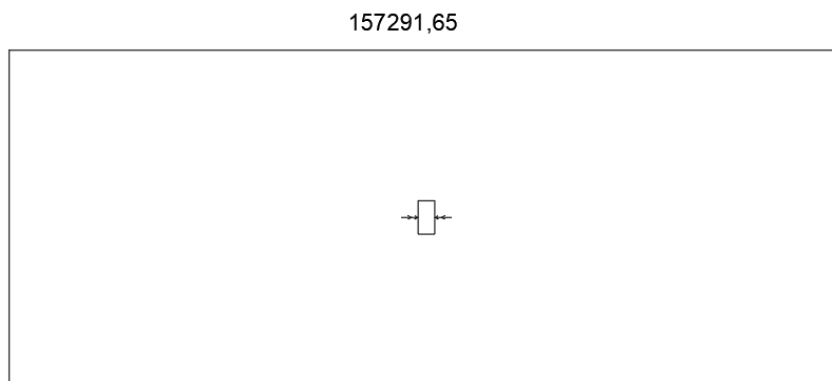


Ilustración 114. Diagrama del momento torsor en el eje 1.

Únicamente nos encontramos con el momento torsor, distribuido a lo largo de todo el eje, por lo que procedemos a calcular la tensión a la que se encuentra sometida el eje.

Calculamos los valores de módulo resistente a flexión, módulo resistente a torsión y área del eje, cuyo diámetro es de 20 mm:

Módulo resistente a flexión:

$$W_f = \frac{\pi \cdot D^3}{32} = \frac{\pi \cdot 20^3}{32} = 785,389 \text{ mm}^3$$

Módulo resistente a torsión:

$$W_o = \frac{\pi \cdot D^3}{16} = \frac{\pi \cdot 20^3}{16} = 2 \cdot W_f = 1570,796 \text{ mm}^3$$

Área:

$$A = \frac{\pi \cdot D^2}{4} = \frac{\pi \cdot 20^2}{4} = 314,159 \text{ mm}^2$$

Procedemos a calcular la tensión debida al momento torsor:

$$\tau_{xy} = \frac{M_t}{W_o} = \frac{157291,25}{1570,796} = 100,135 \text{ MPa}$$

Con ella calculamos la tensión equivalente de Von Mises:

$$\sigma_{eqv,V.M.} = \sqrt{\sigma_x^2 + 3 \cdot \tau_{xy}^2} = 173,439 \text{ MPa.}$$

Una vez obtenida la tensión de Von Mises equivalente procedemos a calcular el coeficiente de seguridad.

- **AISI 4340**

$$C.S. = \frac{\sigma_F}{\sigma_{eqv,V.M.}} = \frac{740}{174,133} = 4,267$$

- **Maraging 300**

$$C.S. = \frac{\sigma_F}{\sigma_{eqv,V.M.}} = \frac{1862}{174,133} = 10,736$$

- **Ti-6Al-4V**

$$C.S. = \frac{\sigma_F}{\sigma_{eqv,V.M.}} = \frac{860}{174,133} = 4,959$$

- **Cálculo a Fatiga:**

Factores correctores:

- Factor de superficie,  $K_a$ :

$$K_a = a \cdot R_m^b$$

Donde los parámetros a y b dependen del proceso de fabricación y acabado del componente, en este caso rectificado, por lo tanto: a = 1,58 MPa, b = -0,085.

AISI 4340:

$$K_a = 1,58 \cdot 1050^{-0,085} = 0,875$$

Maraging 300:

$$K_a = 1,58 \cdot 1930^{-0,085} = 0,831$$

Para el Titanio Ti-6Al-4V se considera un factor de superficie de 1 al encontrarse sometido a un tratamiento de nitrurado por plasma y bombardeo con partículas finas, que proporcionan una superficie libre de grietas.

- Factor de tamaño,  $K_b$ :

Como nuestros ejes se encuentran sometidos a flexión y torsión y su diámetro está dentro del intervalo de 8 a 250 mm:

$$K_b = 1,189 \cdot d_e^{-0,097}$$

Donde en este caso  $d_e$  se calcula como 0,37 veces el diámetro puesto que la pieza no se encuentra sometida a flexión giratoria.

En el caso del eje 1:

$$K_b = 1,189 \cdot (0,37 \cdot 20)^{-0,097} = 0,979$$

- Factor de confiabilidad,  $K_c$ :

Se ha elegido una confiabilidad del 99,99% por lo que el factor de confiabilidad es 0,702.

$$K_c = 0,702$$

- Factor de temperatura,  $K_d$ :

Se trabajan a temperaturas cercanas a la temperatura ambiente y en todo caso inferiores a 450°C, por lo que no es necesario aplicar ningún tipo de factor corrector.

$$K_d = 1$$

- Factor de carga,  $K_{car}$ :

El eje se encuentra sometido a torsión, por lo que el factor de carga correspondiente es el correspondiente a la torsión; 0,6.

$$K_{car} = 0,6$$

- Factor de esfuerzos varios,  $K_e$ :

No se considera ningún esfuerzo factor externo como la corrosión o esfuerzos residuales que puedan afectar a la vida fatiga, por lo que toma valor unitario.

$$K_e = 1$$

- Concentradores de esfuerzos,  $K_f$ :

El elemento que actúa como mayor concentrador de esfuerzos en el eje se trata de un chavetero. Para obtener el valor de  $K_f$  se ha consultado una tabla de los apuntes de la asignatura de Cálculo de Elementos de Máquinas, donde nos indica que para un chavetero de sección similar al existente y una acero con una dureza superior a 200 HB, cuando el esfuerzo dominante sea la torsión se utilizará un factor de concentración de esfuerzos  $K_f$  de 1,6.

$$K_f = 1,6$$

Con los factores correctores volvemos a calcular las curvas S – N de los aceros:

- AISI 4340

$$S_{1000} = K_c \cdot K_d \cdot K_{car} \cdot K_e \cdot \frac{1}{K_f} \cdot S'_{1000} = 0,702 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1 \cdot \frac{1}{1,6} \cdot 945 = 248,771 \text{ MPa.}$$

$$S_e = K_a \cdot K_b \cdot K_c \cdot K_d \cdot K_{car} \cdot K_e \cdot \frac{1}{K_f} \cdot S'_e = 0,875 \cdot 0,979 \cdot 0,702 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1 \cdot \frac{1}{1,6} \cdot 525 =$$

$$= 118,372 \text{ MPa.}$$

$$A = \frac{(248,771)^2}{118,372} = 522,818 \text{ MPa.}$$

$$B = \frac{\log\left(\frac{118,372}{248,771}\right)}{3} = -0,108$$

$$\sigma_a = 522,818 \cdot (2N)^{-0,108}$$

- Magaring 300

$$S_{1000} = K_c \cdot K_d \cdot K_{car} \cdot K_e \cdot \frac{1}{K_f} \cdot S'_{1000} = 0,702 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1 \cdot \frac{1}{1,6} \cdot 1737 = 457,265 \text{ MPa.}$$

$$S_e = K_a \cdot K_b \cdot K_c \cdot K_d \cdot K_{car} \cdot K_e \cdot \frac{1}{K_f} \cdot S'_e = 0,831 \cdot 0,979 \cdot 0,702 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1 \cdot \frac{1}{1,6} \cdot 700 =$$

$$= 149,871 \text{ MPa.}$$

$$A = \frac{(457,265)^2}{149,871} = 1395,144 \text{ MPa.}$$

$$B = \frac{\log\left(\frac{149,871}{457,265}\right)}{3} = -0,161$$

$$\sigma_a = 1395,144 \cdot (2N)^{-0,161}$$

Calculamos la tensión admisible para cada uno de ellos para  $10^6$  ciclos:

- AISI 4340:

$$\sigma_{adm} = 118,372 \text{ MPa.}$$

- Magaring 300:

$$\sigma_{adm} = 149,871 \text{ MPa.}$$

- Titanio Ti-6Al-4V:

En este caso calculamos la tensión de vida infinita. Para ello aplicamos los factores correctores sobre el límite de fatiga del material proporcionado para dicho estado de tratamiento.

$$\begin{aligned} \sigma_{adm} &= K_a \cdot K_b \cdot K_c \cdot K_d \cdot K_{car} \cdot K_e \cdot \frac{1}{K_f} \cdot \sigma_{vf} = 1 \cdot 0,979 \cdot 0,702 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1 \cdot \frac{1}{1,6} \cdot 840 = \\ &= 216,528 \text{ MPa.} \end{aligned}$$

La tensión con la que debemos comparar estas tensiones obtenidas se corresponde con la tensión de Von Mises calculada previamente:

$$\sigma_{eqv,V.M.} = 173,439 \text{ MPa.}$$

Ahora se procede a calcular el coeficiente de seguridad para vida a fatiga. Si el valor obtenido es mayor o igual a 1, esto significará que se garantiza vida infinita en el punto estudiado, y al ser este el de mayor tensión, se garantiza vida a fatiga infinita de todo el eje.

- AISI 4340:

$$C.S. = \frac{\sigma_{adm}}{\sigma_{eqv,V.M.}} = \frac{118,372}{173,439} = 0,683$$

- **Maraging:**

$$C.S. = \frac{\sigma_{adm}}{\sigma_{eqv,V.M.}} = \frac{149,871}{173,439} = 0,864$$

- **Ti-6Al-4V:**

$$C.S. = \frac{\sigma_{adm}}{\sigma_{eqv,V.M.}} = \frac{216,528}{173,439} = 1,248$$

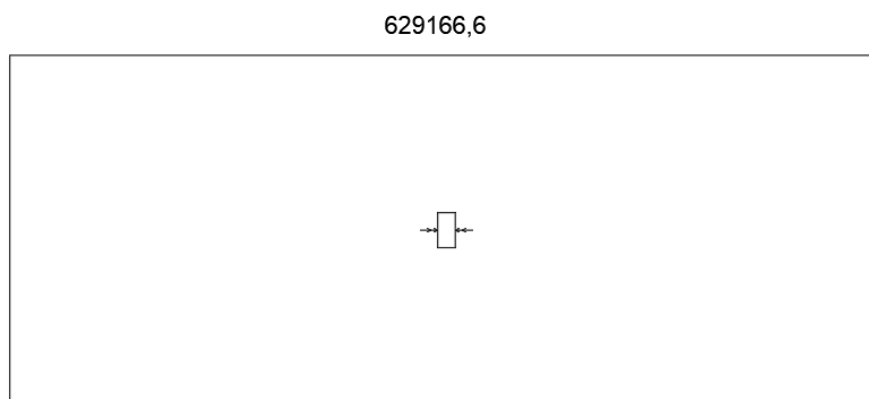
El único material que es capaz de satisfacer la vida a fatiga es la aleación de titanio.

### **Eje 2 (Portasatelites 1):**

- **Cálculo de resistencia estática:**

Se han obtenido los diagramas de fuerzas y momentos con los esfuerzos que acabamos de calcular. Solamente tenemos momento torsor, pues las reacciones en los apoyos son nulas y por tanto no existen esfuerzos cortantes ni momentos flectores:

Torsor:



*Ilustración 115. Diagrama del momento torsor en el portasatelites 1.*

Únicamente nos encontramos con el momento torsor, distribuido a lo largo de todo el eje, por lo que procedemos a calcular la tensión a la que se encuentra sometida el eje.

Calculamos los valores de módulo resistente a flexión, módulo resistente a torsión y área del eje, cuyo diámetro es de 30 mm:

Módulo resistente a flexión:

$$W_f = \frac{\pi \cdot 30^3}{32} = 2650,719 \text{ mm}^3$$

Módulo resistente a torsión:

$$W_o = 2 \cdot W_f = 5301,438 \text{ mm}^3$$

Área:

$$A = \frac{\pi \cdot 30^2}{4} = 706,858 \text{ mm}^2$$

Procedemos a calcular la tensión debida al momento torsor:

$$\tau_{xy} = \frac{M_t}{W_o} = \frac{629166}{5301,438} = 118,678 \text{ MPa}$$

Con ella calculamos la tensión equivalente de Von Mises:

$$\sigma_{eqv,V.M.} = \sqrt{\sigma_x^2 + 3 \cdot \tau_{xy}^2} = 205,557 \text{ MPa.}$$

Una vez obtenida la tensión de Von Mises equivalente procedemos a calcular el coeficiente de seguridad.

- **AISI 4340**

$$C.S. = \frac{\sigma_F}{\sigma_{eqv,V.M.}} = \frac{740}{174,133} = 3,6$$

- **Maraging 300**

$$C.S. = \frac{\sigma_F}{\sigma_{eqv,V.M.}} = \frac{1862}{174,133} = 9,058$$

- **Ti-6Al-4V**

$$C.S. = \frac{\sigma_F}{\sigma_{eqv,V.M.}} = \frac{860}{174,133} = 4,184$$



- **Cálculo a Fatiga:**

Factores correctores:

- Factor de superficie,  $K_a$ :

$$K_a = a \cdot R_m^b$$

Donde los parámetros  $a$  y  $b$  dependen del proceso de fabricación y acabado del componente, en este caso rectificado, por lo tanto:  $a = 1,58 \text{ MPa}$ ,  $b = -0,085$ .

AISI 4340:

$$K_a = 1,58 \cdot 1050^{-0,085} = 0,875$$

Maraging 300:

$$K_a = 1,58 \cdot 1930^{-0,085} = 0,831$$

Para el Titanio Ti-6Al-4V se considera un factor de superficie de 1 al encontrarse sometido a un tratamiento de nitrurado por plasma y bombardeo con partículas finas, que proporcionan una superficie libre de grietas.

- Factor de tamaño,  $K_b$ :

Como nuestros ejes se encuentran sometidos a flexión y torsión y su diámetro está dentro del intervalo de 8 a 250 mm:

$$K_b = 1,189 \cdot d_e^{-0,097}$$

Donde en este caso  $d_e$  se calcula como 0,37 veces el diámetro puesto que la pieza no se encuentra sometida a flexión giratoria.

En el caso del eje 1:

$$K_b = 1,189 \cdot (0,37 \cdot 30)^{-0,097} = 0,941$$

- Factor de confiabilidad,  $K_c$ :

Se ha elegido una confiabilidad del 99,99% por lo que el factor de confiabilidad es 0,702.

$$K_c = 0,702$$

- Factor de temperatura,  $K_d$ :

Se trabajan a temperaturas cercanas a la temperatura ambiente y en todo caso inferiores a 450°C, por lo que no es necesario aplicar ningún tipo de factor corrector.

$$K_d = 1$$

- Factor de carga,  $K_{car}$ :

El eje se encuentra sometido a torsión, por lo que el factor de carga correspondiente es el correspondiente a la torsión; 0,6.

$$K_{car} = 0,6$$

- Factor de esfuerzos varios,  $K_e$ :

No se considera ningún esfuerzo factor externo como la corrosión o esfuerzos residuales que puedan afectar a la vida fatiga, por lo que toma valor unitario.

$$K_e = 1$$

- Concentradores de esfuerzos,  $K_f$ :

El elemento que actúa como mayor concentrador de esfuerzos en el eje se trata de un chavetero. Para obtener el valor de  $K_f$  se ha consultado una tabla de los apuntes de la asignatura de Cálculo de Elementos de Máquinas, donde nos indica que para un chavetero de sección similar al existente y una acero con una dureza superior a 200 HB, cuando el esfuerzo dominante sea la torsión se utilizará un factor de concentración de esfuerzos  $K_f$  de 1,6.

$$K_f = 1,6$$

Con los factores correctores volvemos a calcular las curvas S – N de los aceros:

- AISI 4340

$$S_{1000} = 0,702 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1 \cdot \frac{1}{1,6} \cdot 945 = 248,771 \text{ MPa.}$$

$$S_e = 0,875 \cdot 0,941 \cdot 0,702 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1 \cdot \frac{1}{1,6} \cdot 525 =$$

$$= 113,807 \text{ MPa.}$$

$$A = \frac{(248,771)^2}{113,807} = 543,79 \text{ MPa.}$$

$$B = \frac{\log\left(\frac{113,807}{248,771}\right)}{3} = -0,113$$

$$\sigma_a = 543,79 \cdot (2N)^{-0,113}$$

- Magaring 300

$$S_{1000} = 0,702 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1 \cdot \frac{1}{1,6} \cdot 1737 = 457,265 \text{ MPa.}$$

$$S_e = 0,831 \cdot 0,941 \cdot 0,702 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1 \cdot \frac{1}{1,6} \cdot 700 =$$

$$= 144,091 \text{ MPa.}$$

$$A = \frac{(457,265)^2}{144,091} = 1451,108 \text{ MPa.}$$

$$B = \frac{\log\left(\frac{144,091}{457,265}\right)}{3} = -0,167$$

$$\sigma_a = 1451,108 \cdot (2N)^{-0,167}$$

Calculamos la tensión admisible para cada uno de ellos para  $10^6$  ciclos:

- AISI 4340:

$$\sigma_{adm} = 113,807 \text{ MPa.}$$

- Maraging 300:

$$\sigma_{adm} = 144,091 \text{ MPa.}$$

- Titanio Ti-6Al-4V:

En este caso calculamos la tensión de vida infinita. Para ello aplicamos los factores correctores sobre el límite de fatiga del material proporcionado para dicho estado de tratamiento.

$$\sigma_{adm} = 1 \cdot 0,941 \cdot 0,702 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1 \cdot \frac{1}{1,6} \cdot 840 =$$

$$= 208,177 \text{ MPa.}$$

La tensión con la que debemos comparar estas tensiones obtenidas se corresponde con la tensión de Von Mises calculada previamente:

$$\sigma_{eqv,V.M.} = 205,557 \text{ MPa.}$$

Ahora se procede a calcular el coeficiente de seguridad para vida a fatiga. Si el valor obtenido es mayor o igual a 1, esto significará que se garantiza vida infinita en el punto estudiado, y al ser este el de mayor tensión, se garantiza vida a fatiga infinita de todo el eje.

- **AISI 4340:**

$$C.S. = \frac{\sigma_{adm}}{\sigma_{eqv,V.M.}} = \frac{113,807}{205,557} = 0,554$$

- **Maraging:**

$$C.S. = \frac{\sigma_{adm}}{\sigma_{eqv,V.M.}} = \frac{144,091}{205,557} = 0,701$$

- **Ti-6Al-4V:**

$$C.S. = \frac{\sigma_{adm}}{\sigma_{eqv,V.M.}} = \frac{208,177}{205,557} = 1,013$$

Nuevamente el único material que es capaz de satisfacer la vida a fatiga es la aleación de titanio, por lo que será el material elegido para el portasatelites 1.

- **Cálculo del portasatelites:**

Con el material ya seleccionado realizamos el cálculo del espesor y la anchura que deberá tener nuestro portasatelites para garantizar que no se produzca el fallo por aplastamiento ni por flexión del mismo, en el punto donde hace contacto el eje del satélite.

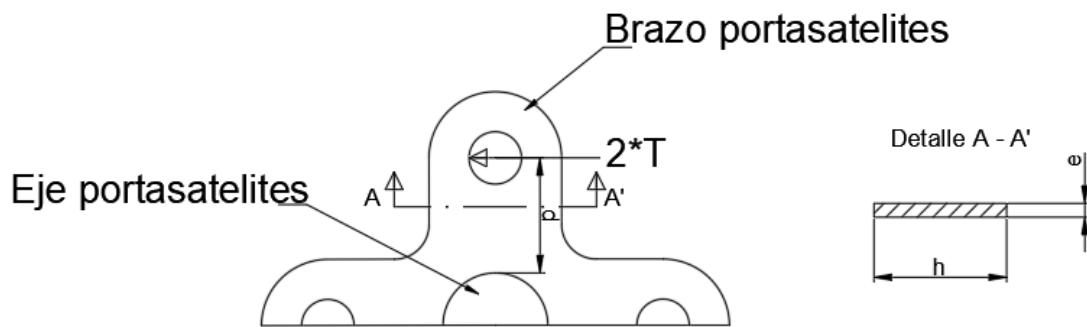


Ilustración 116. Vista del portasatelites.

**Espesor del brazo del portasatelites, fallo por aplastamiento:**

Fuerza tangencial en el punto: 3276,9 N (El doble que la fuerza tangencial)

Tensión de fluencia del material,  $\sigma_f = 860$  MPa.

Coefficiente de seguridad elegido: C.S. = 5.

Diámetro del eje: 15 mm

$\tau_{\text{máx,adm}} = 86$  MPa.

Utilizando el criterio de cortante máximo:

$$\tau_{\text{max,adm}} = \frac{\sigma_f}{2 \cdot \text{C.S.}} = \frac{860}{2 \cdot 5} = 86$$

Obtenemos el espesor mínimo necesario:

$$\sigma = \frac{F}{e \cdot d}; \tau_{\text{max}} = \frac{\sigma}{2} \rightarrow e = \frac{F}{2 \cdot \tau_{\text{max}} \cdot D} \rightarrow e = \frac{3276,9}{2 \cdot 86 \cdot 15} = 1,27 \text{ mm}$$

El espesor mínimo necesario es de 1,27 mm, sin embargo, se escoge un espesor de 4 mm para el portasatelites.

### **Anchura del portasatelites, fallo por flexión:**

Fuerza Tangencial: 3276,9 N (El doble que la fuerza tangencial del engranaje)

Distancia del eje del portasatelites al punto del eje, d: 33 mm

Momento flector sobre el brazo del portasatelites:

$$M = F \cdot d = 3276,9 \cdot 33 = 108137,906 \text{ Nmm}$$

Tensión de fluencia del material,  $\sigma_f = 860 \text{ MPa}$ .

Coefficiente de seguridad elegido: C.S. = 3.

Diámetro del eje: 15 mm

$$\tau_{\text{máx,adm}} = 143,334 \text{ MPa.}$$

Utilizando el criterio de cortante máximo:

$$\tau_{\text{max,adm}} = \frac{\sigma_f}{2 \cdot \text{C.S.}} = \frac{860}{2 \cdot 3} = 143,334$$

Procedemos a calcular la anchura necesaria:

$$\begin{aligned} \sigma = \frac{M_z}{I_z} \cdot y_{\text{max}} &= \frac{M_z}{\frac{1}{12} \cdot b \cdot h^3} \cdot \frac{h}{2} = \frac{M_z}{\frac{1}{12} \cdot b \cdot h^2} \rightarrow h = \sqrt{\frac{M_z}{\frac{1}{12} \cdot b \cdot \sigma}} = \sqrt{\frac{M_z}{\frac{1}{12} \cdot b \cdot 2 \cdot \tau_{\text{max,adm}}}} = \\ &= \sqrt{\frac{108137,906}{\frac{1}{12} \cdot 4 \cdot 2 \cdot 143,33}} = 23,79 \text{ mm} \end{aligned}$$

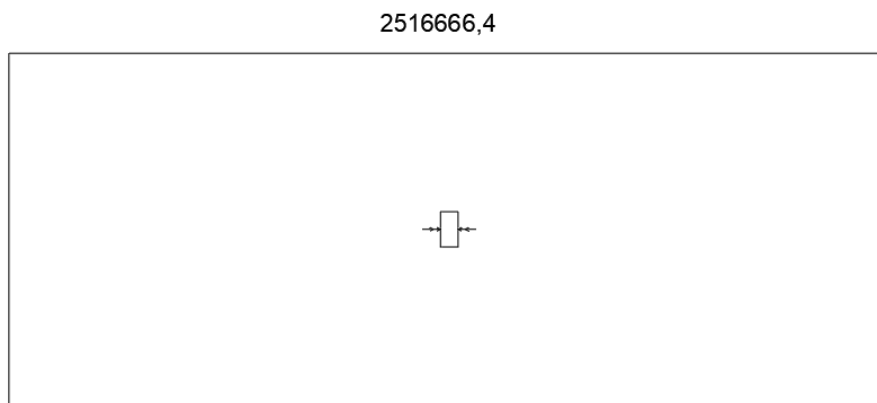
La anchura mínima que debe tener el brazo del portasatelites es de 23,79 mm. Puesto que se ha seleccionado una anchura de 38 mm la anchura del brazo no presentará ningún problema a la hora de soportar los esfuerzos a los que se encontrará sometida

### Eje 3 (Portasatelites 2):

- **Cálculo de resistencia estática:**

Se han obtenido los diagramas de fuerzas y momentos con los esfuerzos que acabamos de calcular. Solamente tenemos momento torsor, pues las reacciones en los apoyos son nulas y por tanto no existen esfuerzos cortantes ni momentos flectores:

Torsor:



*Ilustración 117. Diagrama del momento torsor en el portasatelites 2.*

Únicamente nos encontramos con el momento torsor, distribuido a lo largo de todo el eje, por lo que procedemos a calcular la tensión a la que se encuentra sometida el eje.

Calculamos los valores de módulo resistente a flexión, módulo resistente a torsión y área del eje, cuyo diámetro es de 30 mm:

Módulo resistente a flexión:

$$W_f = \frac{\pi \cdot 55^3}{32} = 16333,827 \text{ mm}^3$$

Módulo resistente a torsión:

$$W_o = 2 \cdot W_f = 32667,655 \text{ mm}^3$$

Área:

$$A = \frac{\pi \cdot 55^2}{4} = 2375,829 \text{ mm}^2$$

Procedemos a calcular la tensión debida al momento torsor:

$$\tau_{xy} = \frac{M_t}{W_o} = \frac{2516664}{32667,655} = 77,038 \text{ MPa}$$

Con ella calculamos la tensión equivalente de Von Mises:

$$\sigma_{eqv,V.M.} = \sqrt{\sigma_x^2 + 3 \cdot \tau_{xy}^2} = 133,434 \text{ MPa.}$$

Una vez obtenida la tensión de Von Mises equivalente procedemos a calcular el coeficiente de seguridad.

- **AISI 4340**

$$C.S. = \frac{\sigma_F}{\sigma_{eqv,V.M.}} = \frac{740}{133,434} = 5,546$$

- **Maraging 300**

$$C.S. = \frac{\sigma_F}{\sigma_{eqv,V.M.}} = \frac{1862}{133,434} = 13,954$$

- **Ti-6Al-4V**

$$C.S. = \frac{\sigma_F}{\sigma_{eqv,V.M.}} = \frac{860}{133,434} = 6,445$$

- **Cálculo a Fatiga:**

Factores correctores:

- Factor de superficie,  $K_a$ :

$$K_a = a \cdot R_m^b$$

Donde los parámetros a y b dependen del proceso de fabricación y acabado del componente, en este caso rectificado, por lo tanto: a = 1,58 MPa, b = -0,085.

AISI 4340:

$$K_a = 1,58 \cdot 1050^{-0,085} = 0,875$$

Maraging 300:

$$K_a = 1,58 \cdot 1930^{-0,085} = 0,831$$



Para el Titanio Ti-6Al-4V se considera un factor de superficie de 1 al encontrarse sometido a un tratamiento de nitrurado por plasma y bombardeo con partículas finas, que proporcionan una superficie libre de grietas.

- Factor de tamaño,  $K_b$ :

Como nuestros ejes se encuentran sometidos a flexión y torsión y su diámetro está dentro del intervalo de 8 a 250 mm:

$$K_b = 1,189 \cdot d_e^{-0,097}$$

Donde en este caso  $d_e$  se calcula como 0,37 veces el diámetro puesto que la pieza no se encuentra sometida a flexión giratoria.

En el caso del eje 1:

$$K_b = 1,189 \cdot (0,37 \cdot 55)^{-0,097} = 0,888$$

- Factor de confiabilidad,  $K_c$ :

Se ha elegido una confiabilidad del 99,99% por lo que el factor de confiabilidad es 0,702.

$$K_c = 0,702$$

- Factor de temperatura,  $K_d$ :

Se trabajan a temperaturas cercanas a la temperatura ambiente y en todo caso inferiores a 450°C, por lo que no es necesario aplicar ningún tipo de factor corrector.

$$K_d = 1$$

- Factor de carga,  $K_{car}$ :

El eje se encuentra sometido a torsión, por lo que el factor de carga correspondiente es el correspondiente a la torsión; 0,6.

$$K_{car} = 0,6$$

- Factor de esfuerzos varios,  $K_e$ :

No se considera ningún esfuerzo factor externo como la corrosión o esfuerzos residuales que puedan afectar a la vida fatiga, por lo que toma valor unitario.

$$K_e = 1$$

- Concentradores de esfuerzos,  $K_f$ :

El elemento que actúa como mayor concentrador de esfuerzos en el eje se trata de un chavetero. Para obtener el valor de  $K_f$  se ha consultado una tabla de los apuntes de la asignatura de Cálculo de Elementos de Máquinas, donde nos indica que para un chavetero de sección similar al existente y una acero con una dureza superior a 200 HB, cuando el esfuerzo dominante sea la torsión se utilizará un factor de concentración de esfuerzos  $K_f$  de 1,6.

$$K_f = 1,6$$

Con los factores correctores volvemos a calcular las curvas S – N de los aceros:

- AISI 4340

$$S_{1000} = 0,702 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1 \cdot \frac{1}{1,6} \cdot 945 = 248,771 \text{ MPa.}$$

$$S_e = 0,875 \cdot 0,888 \cdot 0,702 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1 \cdot \frac{1}{1,6} \cdot 525 =$$

$$= 107,309 \text{ MPa.}$$

$$A = \frac{(248,771)^2}{107,309} = 576,721 \text{ MPa.}$$

$$B = \frac{\log\left(\frac{107,309}{248,771}\right)}{3} = -0,122$$

$$\sigma_a = 576,721 \cdot (2N)^{-0,122}$$

- Maraging 300

$$S_{1000} = 0,702 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1 \cdot \frac{1}{1,6} \cdot 1737 = 457,265 \text{ MPa.}$$

$$S_e = 0,831 \cdot 0,888 \cdot 0,702 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1 \cdot \frac{1}{1,6} \cdot 700 =$$

$$= 135,863 \text{ MPa.}$$

$$A = \frac{(457,265)^2}{135,863} = 1538,984 \text{ MPa.}$$

$$B = \frac{\log\left(\frac{135,863}{457,265}\right)}{3} = -0,176$$

$$\sigma_a = 1538,984 \cdot (2N)^{-0,176}$$

Calculamos la tensión admisible para cada uno de ellos para  $10^6$  ciclos:

- AISI 4340:

$$\sigma_{adm} = 107,309 \text{ MPa.}$$

- Maraging 300:

$$\sigma_{adm} = 135,863 \text{ MPa.}$$

- Titanio Ti-6Al-4V:

En este caso calculamos la tensión de vida infinita. Para ello aplicamos los factores correctores sobre el límite de fatiga del material proporcionado para dicho estado de tratamiento.

$$\begin{aligned}\sigma_{adm} &= 1 \cdot 0,888 \cdot 0,702 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1 \cdot \frac{1}{1,6} \cdot 840 = \\ &= 196,29 \text{ MPa.}\end{aligned}$$

La tensión con la que debemos comparar estas tensiones obtenidas se corresponde con la tensión de Von Mises calculada previamente:

$$\sigma_{eqv,V.M.} = 133,434 \text{ MPa.}$$

Ahora se procede a calcular el coeficiente de seguridad para vida a fatiga. Si el valor obtenido es mayor o igual a 1, esto significará que se garantiza vida infinita en el punto estudiado, y al ser este el de mayor tensión, se garantiza vida a fatiga infinita de todo el eje.

- **AISI 4340:**

$$C.S. = \frac{\sigma_{adm}}{\sigma_{eqv,V.M.}} = \frac{107,309}{133,434} = 0,804$$

- **Maraging:**

$$C.S. = \frac{\sigma_{adm}}{\sigma_{eqv,V.M.}} = \frac{135,863}{133,434} = 1,018$$

- **Ti-6Al-4V:**

$$C.S. = \frac{\sigma_{adm}}{\sigma_{eqv,V.M.}} = \frac{196,290}{133,434} = 1,471$$

Tanto el acero Maraging 300 como la aleación de titanio son capaces de satisfacer las condiciones de carga, pero se elige el titanio frente al acero debido a que proporciona mayor coeficiente de seguridad frente a la vida a fatiga y tanto el eje 1 como el portasatelites 1 se deben ejecutar en este material.

- **Cálculo del portasatelites:**

Con el material ya seleccionado realizamos el cálculo del espesor y la anchura que deberá tener nuestro portasatelites para garantizar que no se produzca el fallo por aplastamiento ni por flexión del mismo en el punto donde hace contacto el eje del satélite.

**Espesor del brazo del portasatelites, fallo por aplastamiento:**

Fuerza tangencial en el punto: 9830,72 N (El doble que la fuerza tangencial)

Tensión de fluencia del material,  $\sigma_f = 860$  MPa.

Coeficiente de seguridad elegido: C.S. = 5.

Diámetro del eje, D: 30 mm

$\tau_{m\acute{a}x,adm} = 86$  MPa.

Utilizando el criterio de cortante máximo:

$$\tau_{max,adm} = \frac{\sigma_f}{2 \cdot C.S.} = \frac{860}{2 \cdot 5} = 86$$

Obtenemos el espesor mínimo necesario:

$$\sigma = \frac{F}{e \cdot d}; \tau_{max} = \frac{\sigma}{2} \rightarrow e = \frac{F}{2 \cdot \tau_{max} \cdot D} \rightarrow e = \frac{9830,72}{2 \cdot 86 \cdot 30} = 1,9052 \text{ mm}$$

El espesor mínimo necesario es de 1,9052 mm, menor que los 5 mm que se han escogido, por lo que el brazo del portasatelites no fallará por aplastamiento.

**Anchura del portasatelites, fallo por flexión:**

Fuerza Tangencial: 9830,72 N (El doble que la fuerza tangencial del engranaje)

Distancia del eje del portasatelites al punto del eje, d: 36,5 mm

Momento flector sobre el brazo del portasatelites:

$$M = F \cdot d = 9830,72 \cdot 36,5 = 358821,234 \text{ Nmm}$$

Tensión de fluencia del material,  $\sigma_f = 860$  MPa.

Coeficiente de seguridad elegido: C.S. = 3.

Diámetro del eje: 30 mm

$\tau_{\max,adm} = 143,334 \text{ MPa}$ .

Utilizando el criterio de cortante máximo:

$$\tau_{\max,adm} = \frac{\sigma_f}{2 \cdot C.S.} = \frac{860}{2 \cdot 3} = 143,334$$

Procedemos a calcular la anchura necesaria:

$$\begin{aligned} \sigma = \frac{M_z}{I_z} \cdot y_{\max} &= \frac{M_z}{\frac{1}{12} \cdot b \cdot h^3} \cdot \frac{h}{2} = \frac{M_z}{\frac{1}{12} \cdot b \cdot h^2} \rightarrow h = \sqrt{\frac{M_z}{\frac{1}{12} \cdot b \cdot \sigma}} = \sqrt{\frac{M_z}{\frac{1}{12} \cdot b \cdot 2 \cdot \tau_{\max,adm}}} = \\ &= \sqrt{\frac{358821,234}{\frac{1}{12} \cdot 5 \cdot 2 \cdot 143,33}} = 38,757 \text{ mm} \end{aligned}$$

La anchura mínima que debe tener el brazo del portasatelites es de 38,76 mm. La anchura seleccionada es de 50 mm, por lo que con las condiciones de carga que se han calculado para él no se producirá el fallo por flexión.

## 9.2.4. Selección de chavetas.

Con los ejes dimensionados se procede a seleccionar las chavetas que necesitamos entre cada uno de los dos planetas y los ejes para garantizar que es capaz de garantizarse la transmisión de esfuerzos. Para ello comprobamos que soportarán las tensiones a las que se van a encontrar sometidas.

Se ha realizado el cálculo de las tensiones de aplastamiento entre el eje y la chaveta, de aplastamiento entre el cubo y la chaveta y la tensión de cortante directo sobre la chaveta.

Al igual que hemos hecho en el caso anterior, para determinar las tensiones se ha calculado la fuerza debida al momento torsor en la superficie del eje, punto cercano a la mitad de la chaveta. La fuerza no es constante a lo largo del espesor de la chaveta, pero es una buena aproximación usar la fuerza media, pues la diferencia entre el punto inferior y el superior es pequeña.

$$F = \frac{M_t}{r}$$

Las tensiones se han calculado usando las siguientes expresiones:

$$\sigma_{\text{aplastamiento, eje-chaveta}} = \frac{F}{b \cdot L}$$

Donde b es la profundidad de la chaveta dentro del eje.

$$\sigma_{\text{aplastamiento, cubo-chaveta}} = \frac{F}{a \cdot L}$$

Donde a es la profundidad de la chaveta en el cubo (alojamiento en el engranaje).

$$\tau = \frac{F}{H \cdot L}$$

Donde H se corresponde con la anchura de la chaveta.

Se va a trabajar con chavetas DIN 6885. El material de la chaveta es Acero C45K, el fabricante nos indica que no se deberá superar bajo ningún concepto una tensión de 590 MPa para garantizar que no se produce el fallo de la chaveta. Para el cálculo de la tensión cortante no deberemos superar los 295 MPa.

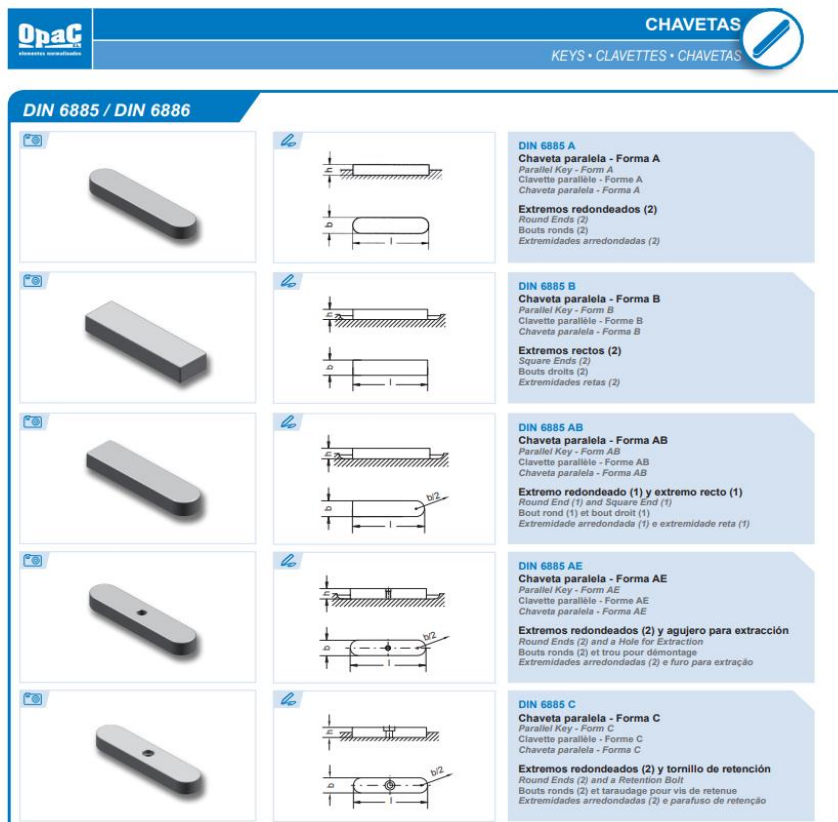
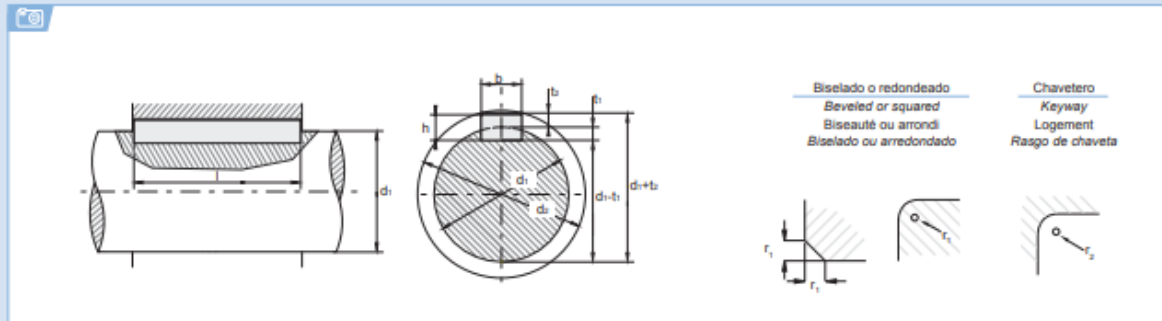


Ilustración 118. Diferentes formas para la chaveta DIN 6885.



**i** Selección de la chaveta paralela DIN 6885  
Selection criteria for parallel key DIN 6885  
Élection de la clavette parallèle DIN 6885  
Seleção da chaveta paralela DIN 6885



(ES) (EN) (FR) (PT)

**Chavetero del eje**

Shaft Keyway  
Logement de l'arbre  
Rasgo de chaveta do eixo

**Chavetero del cubo**

Hub Keyway  
Logement du moyeu  
Rasgo de chaveta do cubo

**Asiento fijo**

Tight fit  
Ajustement serré  
Assento fixo

**Asiento ligero**

Loose fit  
Ajustement libre  
Assento ligeiro

**Con juego en el lomo o aprieto**

With a set in the groove or blockage  
Avec jeu dans la largeur de la rainure ou blocage  
Com folga no dorso ou aperto

**Con juego en el lomo**

With a set in the groove  
Avec jeu dans la largeur de la rainure  
Com folga no dorso

**Con aprieto**

With pressure  
Avec blocage  
Com aperto

**dif. adm.** Diferencia admisible  
Acceptable Difference  
Écart accepté  
Diferença admissível

s		2	3	4	5	6	8	10	12	14	16	18	20	22	25	28	32	36	40	45	50	56	63	70	80	90	100																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																						
S		2	3	4	5	6	8	10	12	14	16	18	20	22	25	28	32	36	40	45	50	56	63	70	80	90	100																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																						
d1	>	6	8	10	12	17	22	30	38	44	50	58	65	75	85	95	110	130	150	170	200	230	260	290	330	380	440																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																						
	≤	8	10	12	17	22	32	40	50	60	70	80	90	100	110	120	130	150	170	200	230	260	290	330	380	440	500																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																						
Chavetero de eje	b*	asiento tipo	P9	2	3	4	5	6	8	8	10	10	12	12	14	14	16	16	18	18	20	20	22	22	25	25	28	28	32	32	36	36	40	45	50	56	63	70	80	90	100																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																								
	b*	asiento ligero	N6	2	3	4	5	5	6	8	8	8	10	10	12	12	14	14	16	16	18	18	20	20	22	22	25	25	28	28	32	32	36	36	40	45	50	56	63	70	80	90	100																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																						
	in	con juego en el lomo o aprieto		1,2	1,8	2,5	3,1	3,5	4,0	4,5	5,0	5,5	6,0	6,5	7,0	7,5	8,0	9,0	10,0	11,0	12,0	13,0	14,0	15,0	16,0	17,0	18,0	19,0	20,0	22,0	25,0	28,0	32,0	36,0	40,0	45,0	50,0	56,0	63,0	70,0	80,0	90,0	100,0																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																						
		dif. adm.		+0,1	+0,1	+0,1	+0,1	+0,1	+0,1	+0,1	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2	+0,2

b\* Se recomienda para anchuras de chaveteros entallados atenerse a la calidad ISA IT8 en lugar de IT9 (es decir P8 en lugar de P9, N8 en lugar de N9 y JS8 en lugar de JS9).

b\* For carved keyway widths, adhering to quality ISA IT8 instead of IT9 (P8 instead of P9, N8 instead of N9 and JS8 instead of JS9) is the recommended practice.

b\* Nous conseillons pour les largeurs des logements usinés d'utiliser la qualité ISA IT8 au lieu de IT9 (c'est-à-dire P8 plutôt que P9, N8 plutôt que N9 et JS8 plutôt que JS9).

b\* Para larguras de rasgos de chavetas entallados, recomendamos a utilização da qualidade ISA IT8 em vez de IT9 (ou seja, P8 em vez de P9, N8 em vez de N9 e JS8 em vez de JS9).

Ilustración 119. Selección de chaveta en función del diámetro de eje.

b <sup>h9</sup> xh <sup>h11</sup>	L mm																				Chavetero		
																					t <sub>1</sub>	d+t <sub>2</sub>	
3 x 3	8	10	12	14	15	16	18	20	22	25	28	30	32	35	36	40	45	50				1,8	d+1,4
4 x 4	8	10	12	14	15	16	18	20	22	25	28	30	32	35	36	40	45	50				2,5	d+1,8
5 x 5	10	12	14	15	16	18	20	22	25	28	30	32	35	36	40	45	50	55	56	60	70	3	d+2,3
6 x 6	12	14	15	16	18	20	22	25	28	30	32	35	36	40	45	50	55	56	60	70	80	3,5	d+2,8
8 x 7	18	20	22	25	28	30	32	35	36	40	45	50	55	56	60	63	70	80	90	100	110	4	d+3,3
10 x 8	20	22	25	28	30	32	35	36	40	45	50	55	56	60	63	70	80	90	100	110	120	5	d+3,3
12 x 8	25	28	30	32	35	36	40	45	50	55	56	60	63	70	80	90	100	110	120	130	140	5	d+3,3
14 x 9	35	36	40	45	50	55	56	60	63	70	80	90	100	110	120	125	130	140	150			5,5	d+3,8
16 x 10	40	45	50	55	56	60	63	70	80	90	100	110	120	125	130	140	150					6	d+4,3
18 x 11	50	55	56	60	63	70	80	90	100	110	120	125	130	140	150	160						7	d+4,4
20 x 12	50	56	60	63	70	80	90	100	110	120	125	130	140	150	160	180	200					7,5	d+4,9
22 x 14	60	63	70	80	90	100	110	120	125	130	140	150	160	180	200	220	250					9	d+5,4
24 x 14	60	63	70	80	90	100	110	120	125	130	140	150	160	180	200	220	250					9	d+5,4
25 x 14	60	63	70	80	90	100	110	120	125	130	140	150	160	180	200	220	250					9	d+5,4
28 x 16	70	80	90	100	110	120	125	130	140	150	160	180	200	220	250	280	300					10	d+6,4
32 x 18	90	100	110	120	125	130	140	150	160	180	200	220	250	280	300	360						11	d+7,4
36 x 20	90	100	110	120	125	130	140	150	160	180	200	220	250	280	300							12	d+8,4
40 x 22	90	100	110	120	125	130	140	150	160	180	200	220	250	280	300							13	d+9,4
45 x 25	100	110	120	125	130	140	150	160	180	200	220	250	280	300								15	d+10,4

Ilustración 120. Longitudes de chaveta disponibles para cada sección.

- **Planeta 1:**

Diámetro del eje: 20 mm.

Sección de la chaveta recomendada para ese diámetro: 6 x 6 mm.

Profundidad agujero eje, t<sub>1</sub> = 3,5 mm.

Profundidad agujero cubo, t<sub>2</sub> = 2,8 mm.

Longitud chaveta: 80 mm.

Longitud de contacto: 75 mm.

$$F = \frac{157291,65}{10} = 15729,1 \text{ N.}$$

$$\sigma_{\text{aplastamiento,eje-chaveta}} = \frac{15729,1}{3,5 \cdot 75} = 59,92 \text{ MPa.}$$

$$\sigma_{\text{aplastamiento,cubo-chaveta}} = \frac{15729,1}{2,5 \cdot 75} = 83,89 \text{ MPa.}$$



$$\tau = \frac{15729,1}{6 \cdot 75} = 34,95 \text{ Mpa.}$$

En ningún caso se supera la tensión recomendada por el proveedor, por lo que la chaveta es válida.

Denominación de la chaveta: **DIN 6885 AB 6 X 6 X 75 C45K.**

- **Planeta 2:**

Diámetro del eje: 30 mm.

Sección de la chaveta recomendada para ese diámetro: 10 x 8 mm.

Profundidad agujero eje,  $t_1 = 5$  mm.

Profundidad agujero cubo,  $t_2 = 3,3$  mm.

Longitud chaveta: 110 mm.

Longitud de contacto: 100 mm.

$$F = \frac{629166}{15} = 41944,4 \text{ N.}$$

$$\sigma_{\text{aplastamiento,eje-chaveta}} = \frac{41944,4}{5 \cdot 100} = 83,889 \text{ MPa.}$$

$$\sigma_{\text{aplastamiento,cubo-chaveta}} = \frac{41944,4}{3 \cdot 100} = 139,81 \text{ MPa.}$$

$$\tau = \frac{41944,4}{10 \cdot 100} = 41,944 \text{ Mpa.}$$

En ningún caso se supera la tensión recomendada por el proveedor, por lo que la chaveta es válida.

Denominación de la chaveta: **DIN 6885 AB 10 X 8 X 110 C45K.**

### 9.2.5. Selección de rodamientos y lubricación.

Con los ejes completamente dimensionados y las fuerzas en los apoyos calculadas podemos proceder a la selección de los rodamientos necesarios para los apoyos. Para ello se ha utilizado la siguiente expresión:

$$L = \left(\frac{C}{P}\right)^a \rightarrow C = P \cdot \sqrt[a]{L}$$

Donde C es la capacidad de carga dinámica del rodamiento, P la carga dinámica equivalente del rodamiento, L la vida del rodamiento en millones de vueltas y a un coeficiente que toma el valor de 3 para rodamientos de bolas y de 10/3 para rodamientos de rodillos.

El valor de carga dinámica se ha determinado de la siguiente manera:

$$P = X \cdot F_r + Y \cdot F_a$$

Donde X es el coeficiente de carga radial e Y el coeficiente de carga axial, vienen determinados en los catálogos de rodamientos para cada tipo en concreto.

La vida en millones de vueltas del rodamiento se puede expresar de la siguiente forma:

$$L_h = \frac{L \cdot 10^6}{n \cdot 60} \rightarrow L = \frac{L_h \cdot n \cdot 60}{10^6}$$

Debido a que las cargas obtenidas en los apoyos son nulas para determinar el valor se ha decidido tener en cuenta el peso propio de cada eje, para ello se ha obtenido de las piezas modeladas en el programa INVENTOR la masa y se ha considerado como una carga uniformemente distribuida sobre el eje. Se detallan a continuación los valores obtenidos:

Tabla 14. Fuerzas en los apoyos considerando el peso propio.

Fuerzas en los apoyos considerando peso propio (N)		
Eje	Apoyo A	Apoyo B
Eje 1	2,69	1,053
Portasatelites 1	7,534	3,7665
Portasatelites 2	7,88	15,7584

Siendo todas las cargas verticales.

Se procede a detallar la selección de rodamientos para cada apoyo:

- **Eje 1:**

Vida en horas: 5000 horas.

Velocidad de giro: 30000 R.P.M.

$$L = \frac{5000 \cdot 30000 \cdot 60}{10^6} = 9000 \text{ millones de ciclos.}$$

**Apoyo A:**

Calculamos la fuerza radial equivalente:

$$F_z = 0 \text{ N.}$$

$$F_y = 2,69 \text{ N.}$$

$$F_r = \sqrt{F_z^2 + F_y^2} = 2,69 \text{ N.}$$

Fuerza axial que soporta el rodamiento:

$$A = 0 \text{ N.}$$

Debido a que la transmisión se realiza mediante engranajes se deben considerar factores correctores al igual que se han considerado para cálculo del módulo necesario a flexión y a desgaste, por ello añadimos a esta carga los factores  $f_a$  y  $f_b$ .

$f_a$ : Factor de esfuerzos adicionales dependiente del engranaje, al ser un engranaje de precisión toma un valor de 1,1.

$f_b$ : Factor de esfuerzos adicionales dependiente de la máquina de trabajo, como se trata de un reductor de para una turbohélice en el que no se producen cargas de choque se ha seleccionado 1,1.

$$F'_r = 1,1 \cdot 1,1 \cdot 2,69 = 3,256 \text{ N.}$$

A continuación calculamos la relación entre fuerza axial y radial:

$$\frac{F_a}{F_r} = 0$$

Procedemos a la selección de rodamientos:

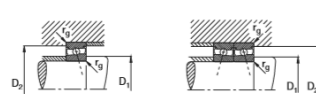
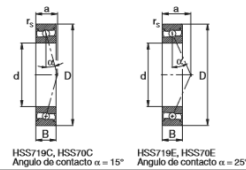
- **Rodamiento para husillos:**

Capacidad de carga necesaria:

$$C = 3,256 \cdot \sqrt[3]{9000} = 67,722 \text{ N} = 0,06772 \text{ KN.}$$

Seleccionamos el rodamiento **FAG HSS7004E.T.P4S.EL** que cumple tanto con las necesidades de carga como con la velocidad de giro.

Rodamientos FAG para husillos



Los rodamientos pueden alcanzar una duración de vida ilimitada, si  $C_0/P_0 \geq 8$ , ver Pág.41.

Eje	Dimensiones					Peso ~ kg	Capacidad de carga		Velocidad alcanzable Grasa min <sup>-1</sup>	Denominación abreviada Rodamiento FAG	Medidas auxiliares		
	d mm	D	B	r <sub>1</sub> mm	a mm		din. C	estát. C <sub>0</sub>			D <sub>1</sub> h12 mm	D <sub>2</sub> H12	r <sub>12</sub> max
10	10	22	6	0,3	5	0,01	1,96	1,1	90000	HSS71900C.T.P4S.UL	13,5	18	0,3
	10	22	6	0,3	7	0,01	1,86	1,04	75000	HSS71900E.T.P4S.UL	13,5	18	0,3
	10	26	8	0,3	6	0,02	2,75	1,6	80000	HSS7000C.T.P4S.UL	15	20,5	0,3
	10	26	8	0,3	8	0,02	2,5	1,5	67500	HSS7000E.T.P4S.UL	15	20,5	0,3
12	12	24	6	0,3	5	0,01	2,04	1,2	80000	HSS71901C.T.P4S.UL	15,5	20	0,3
	12	24	6	0,3	7	0,01	1,93	1,14	67000	HSS71901E.T.P4S.UL	15,5	20	0,3
	12	28	8	0,3	7	0,02	2,7	1,63	70000	HSS7001C.T.P4S.UL	17	22,5	0,3
	12	28	8	0,3	9	0,02	2,55	1,53	60000	HSS7001E.T.P4S.UL	17	22,5	0,3
15	15	28	7	0,3	6	0,01	2,8	1,76	67000	HSS71902C.T.P4S.UL	18,5	24	0,3
	15	28	7	0,3	9	0,01	2,65	1,66	56000	HSS71902E.T.P4S.UL	18,5	24	0,3
	15	32	9	0,3	8	0,03	3,75	2,45	60000	HSS7002C.T.P4S.UL	20	26,5	0,3
	15	32	9	0,3	10	0,03	3,55	2,32	50000	HSS7002E.T.P4S.UL	20	26,5	0,3
17	17	30	7	0,3	7	0,02	2,9	1,9	60000	HSS71903C.T.P4S.UL	20,5	26	0,3
	17	30	7	0,3	9	0,02	2,7	1,8	50000	HSS71903E.T.P4S.UL	20,5	26	0,3
	17	35	10	0,3	9	0,04	3,8	2,65	53000	HSS7003C.T.P4S.UL	22,5	29	0,3
	17	35	10	0,3	11	0,04	3,65	2,5	45000	HSS7003E.T.P4S.UL	22,5	29	0,3
20	20	37	9	0,3	8	0,04	3,9	2,85	50000	HSS71904C.T.P4S.UL	25	31,5	0,3
	20	37	9	0,3	11	0,04	3,75	2,7	43000	HSS71904E.T.P4S.UL	25	31,5	0,3
	20	42	12	0,6	10	0,07	6,2	4,55	45000	HSS7004C.T.P4S.UL	27	34,5	0,6
	20	42	12	0,6	13	0,07	5,85	4,3	38000	HSS7004E.T.P4S.UL	27	34,5	0,6
25	25	42	9	0,3	9	0,05	4,25	3,35	43000	HSS71905C.T.P4S.UL	30	36,5	0,3
	25	42	9	0,3	12	0,05	4	3,15	36000	HSS71905E.T.P4S.UL	30	36,5	0,3

Ilustración 121. Rodamientos para husillos, eje 20 mm.

**Apoyo B:**

Calculamos la fuerza radial equivalente:

$$F_z = 0 \text{ N.}$$

$$F_y = 1,053 \text{ N.}$$

$$F_r = \sqrt{F_z^2 + F_y^2} = 1,053 \text{ N.}$$

Añadimos los factores  $f_a$  y  $f_b$ .

$$f_a: 1,1.$$

$$f_b: 1,1.$$

$$F'_r = 1,1 \cdot 1,1 \cdot 1,053 = 1,274 \text{ N.}$$

Procedemos a la selección de rodamientos:

- **Rodamiento para husillos:**

Capacidad de carga necesaria:

$$C = 1,274 \cdot \sqrt[3]{9000} = 26,5 \text{ N} = 0,0265 \text{ KN}.$$

Seleccionamos el rodamiento **FAG HSS7004E.T.P4S.EL** que cumple tanto con las necesidades de carga como con la velocidad de giro.

• **Portasatelites 1:**

Vida en horas: 5000 horas.

Velocidad de giro: 7500 R.P.M.

$$L = \frac{5000 \cdot 7500 \cdot 60}{10^6} = 2250 \text{ millones de ciclos}.$$

**Apoyo A:**

Calculamos la fuerza radial equivalente:

$F_z = 0 \text{ N}.$

$F_y = 7,533 \text{ N}.$

$$F_r = \sqrt{F_z^2 + F_y^2} = 7,533 \text{ N}.$$

Fuerza axial que soporta el rodamiento:

$A = 0 \text{ N}.$

$f_a: 1,1.$

$f_b: 1,1.$

$$F'_r = 1,1 \cdot 1,1 \cdot 7,533 = 9,115 \text{ N}.$$

A continuación calculamos la relación entre fuerza axial y radial:

$$\frac{F_a}{F_r} = 0$$

Procedemos a la selección de rodamientos:

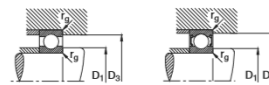
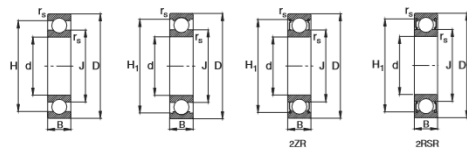
### - Rodamiento Rígido de Bolas:

Calculamos el valor de C:

$$C = 9,115 \cdot \sqrt[3]{2250} = 119,44 \text{ N} = 0,11944 \text{ KN.}$$

Elegimos el rodamiento **FAG16006**, pues es capaz de soportar la carga y la velocidad de giro del eje.

Rodamientos FAG rígidos de bolas de una hilera



Los rodamientos pueden alcanzar una duración de vida limitada, si  $C_d/P_d \leq 1$ , ver Pág. 61.

Eje	Dimensiones							Peso		Capacidad de carga		Velocidad límite	Velocidad de referencia	Denominación abreviada	Medidas auxiliares		
	d	D	B	r <sub>s</sub>	H	H <sub>1</sub>	J	kg		dyn. C	stat. C <sub>0</sub>	min <sup>-1</sup>		Rodamiento FAG	D <sub>1</sub>	D <sub>2</sub>	r <sub>max</sub>
20	20	47	14	1	38,4	41	28,8	0,105		12,7	6,55	18000	18000	6204	25,6	41,4	1
	20	47	14	1	38,4	41	28,8	0,105		12,7	6,55	18000	18000	6204 W203B	25,6	41,4	1
	20	47	14	1	38,4	41	28,8	0,109		12,7	6,55	15000	15000	6204 Z2R	25,6	41,4	1
	20	47	14	1	38,4	41	28,8	0,109		12,7	6,55	10000	10000	6204 2RSR	25,6	41,4	1
	20	47	14	1	38,4	41	28,8	0,109		12,7	6,55	10000	10000	6204 2RSR W203B	25,6	41,4	1
	20	47	18	1	38,4	41	28,8	0,139		12,7	6,55	10000	10000	62204 2RSR	25,6	41,4	1
	20	52	15	1,1	41,9	44,4	30,3	0,151		16	7,8	34000	18000	6304	27	45	1
	20	52	15	1,1	41,9	44,4	30,3	0,151		16	7,8	34000	18000	6304 W203B	27	45	1
	20	52	15	1,1	41,9	44,4	30,3	0,155		16	7,8	14000	18000	6304 Z2R	27	45	1
	20	52	15	1,1	41,9	44,4	30,3	0,155		16	7,8	9500	18000	6304 2RSR	27	45	1
	20	52	21	1,1	42,1	44,4	30,3	0,209		16	7,8	9500		62304 2RSR	27	45	1
	20	72	19	1,1	55		37	0,415		30,5	15	26000	15000	6404	29	63	1
25	25	47	8	0,3	39,7	41,1	32,2	0,055		7,2	4,65	19000	14000	6005	27	45	0,3
	25	47	12	0,6	40,2	42,5	32	0,08		10	5,85	36000	17000	6005	28,2	43,8	0,6
	25	47	12	0,6	40,2	42,5	32	0,082		10	5,85	36000	17000	6005 W203B	28,2	43,8	0,6
	25	47	12	0,6	40,2	42,5	32	0,083		10	5,85	15000	17000	6005 Z2R	28,2	43,8	0,6
	25	47	12	0,6	40,2	42,5	32	0,084		10	5,85	10000		6005 2RSR	28,2	43,8	0,6
	25	47	12	0,6	40,2	42,5	32	0,083		10	5,85	10000		6005 2RSR W203B	28,2	43,8	0,6
	25	52	15	1	43,6	45,4	33,5	0,126		14	7,8	17000	17000	6205	30,6	46,4	1
	25	52	15	1	43,6	45,4	33,5	0,128		14	7,8	17000	17000	6205 W203B	30,6	46,4	1
	25	52	15	1	43,6	45,4	33,5	0,132		14	7,8	14000	17000	6205 Z2R	30,6	46,4	1
	25	52	15	1	43,6	45,4	33,5	0,132		14	7,8	9000		6205 2RSR	30,6	46,4	1
	25	52	15	1	43,6	45,4	33,5	0,132		14	7,8	9000		6205 2RSR W203B	30,6	46,4	1
	25	52	18	1	43,6	45,4	33,5	0,156		14	7,8	9000		62205 2RSR	30,6	46,4	1
	25	62	17	1,1	50,2	52,5	36,4	0,234		22,4	11,4	28000	15000	6305	32	55	1
	25	62	17	1,1	50,2	52,5	36,4	0,237		22,4	11,4	28000	15000	6305 W203B	32	55	1
	25	62	17	1,1	50,2	52,5	36,4	0,24		22,4	11,4	11000	15000	6305 Z2R	32	55	1
	25	62	17	1,1	50,2	52,5	36,4	0,242		22,4	11,4	7500		6305 2RSR	32	55	1
	25	62	17	1,1	50,2	52,5	36,4	0,245		22,4	11,4	7500		6305 2RSR W203B	32	55	1
	25	62	24	1,1	50,2	52,5	36,4	0,272		22,4	11,4	7500		62305 2RSR	32	55	1
	25	80	21	1,5	63,1		45,4	0,56		36	19,3	22000	14000	6405	36	69	1,5
30	30	55	9	0,3	47,5	48,8	37,7	0,062		11,2	7,35	16000	12000	6006	32	53	0,3
	30	55	13	1	47,5	49,2	38,3	0,122		12,7	8	32000	15000	6006	34,6	50,4	1
	30	55	13	1	47,5	49,2	38,3	0,130		12,7	8	32000	15000	6006 W203B	34,6	50,4	1
	30	55	13	1	47,5	49,2	38,3	0,125		12,7	8	13000	15000	6006 Z2R	34,6	50,4	1
	30	55	13	1	47,5	49,2	38,3	0,125		12,7	8	6500		6006 2RSR	34,6	50,4	1

Ilustración 122. Rodamientos rígidos de bolas para 30 mm de diámetro.

### Apoyo B:

Calculamos la fuerza radial equivalente:

$$F_z = 0 \text{ N.}$$

$$F_y = 3,7665 \text{ N.}$$

$$F_r = \sqrt{F_z^2 + F_y^2} = 3,7665 \text{ N.}$$

Añadimos los factores  $f_a$  y  $f_b$ .

$$f_a: 1,1.$$

$f_b: 1,1.$

$$F'_{r'} = 1,1 \cdot 1,1 \cdot 3,7665 = 4,557 \text{ N.}$$

Procedemos a la selección de rodamientos:

- **Rodamiento Rígido de Bolas:**

Calculamos el valor de C:

$$C = 4,557 \cdot \sqrt[3]{2250} = 59,72 \text{ N} = 0,05972 \text{ KN.}$$

Al igual que en apoyo A elegimos el rodamiento FAG16006, pues es capaz de soportar la carga y la velocidad de giro del eje.

• **Portasatelites 2:**

Vida en horas: 5000 horas.

Velocidad de giro: 1875 R.P.M.

$$L = \frac{5000 \cdot 1875 \cdot 60}{10^6} = 562,5 \text{ millones de ciclos.}$$

**Apoyo A:**

Calculamos la fuerza radial equivalente:

$F_z = 0 \text{ N.}$

$F_y = 7,88 \text{ N.}$

$$F_r = \sqrt{F_z^2 + F_y^2} = 7,88 \text{ N.}$$

Fuerza axial que soporta el rodamiento:

$A = 0 \text{ N.}$

$f_a: 1,1.$

$f_b: 1,1.$

$$F'_{r'} = 1,1 \cdot 1,1 \cdot 7,88 = 9,534 \text{ N.}$$

A continuación calculamos la relación entre fuerza axial y radial:

$$\frac{F_a}{F_r} = 0$$

Procedemos a la selección de rodamientos:

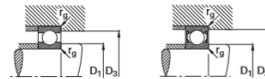
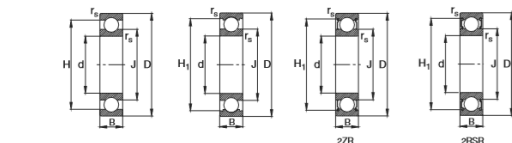
### - Rodamiento Rígido de Bolas:

Calculamos el valor de C:

$$C = 9,534 \cdot \sqrt[3]{562,5} = 78,7 \text{ N} = 0,0787 \text{ KN}.$$

Elegimos el rodamiento **FAG 16011**, al soportar las condiciones de carga y velocidad de giro.

Rodamientos FAG rígidos de bolas  
de una hilera



Los rodamientos pueden alcanzar una duración  
de vida limitada, si  $C_p/P_{a8}$ , ver Pág.41.

Eje	Dimensiones							Peso kg	Capacidad de carga		Velocidad límite min <sup>-1</sup>	Velocidad de referencia	Denominación abreviada	Medidas auxiliares		
	d mm	D	B	r <sub>s</sub> mm	H	H <sub>s</sub>	J		dyn. C	stat. C <sub>0</sub>				Rodamiento FAG	D <sub>1</sub> mm	D <sub>2</sub> max
50	50	90	20	1,1	77,9	80	62	0,466	36,5	24	18000	9500	6210	57	83	1
	50	90	20	1,1	77,9	80	62	0,466	36,5	24	18000	9500	6210 W2038	57	83	1
	50	90	20	1,1	77,9	80	62	0,478	36,5	24	7500	9500	6210 ZZR	57	83	1
	50	90	20	1,1	77,9	80	62	0,48	36,5	24	4600	9500	6210 ZSR	57	83	1
	50	90	23	1,1	77,9	80	62	0,543	36,5	24	4600	9500	62210 ZSR	57	83	1
	50	110	27	2	91,6	95,1	68	1,1	62	38	14000	9500	6310	61	99	2
	50	110	27	2	91,6	95,1	68	1,1	62	38	5000	9500	6310 ZZR	61	99	2
	50	110	27	2	91,6	95,1	68	1,12	62	38	4000	9500	6310 ZSR	61	99	2
	50	110	27	2	91,6	95,1	68	1,11	62	38	4000	9500	6310 ZSR W2038	61	99	2
	50	110	40	2	91,6	95,1	68	1,59	62	38	4000	9500	62210 ZSR	61	99	2
	50	130	31	2,1	108,4	113,1	81,6	1,96	61,5	52	12000	9000	6410	64	116	2,1
55	55	90	11	0,6	78		67,1	0,266	19,3	16,3	18000	7000	16011	58,2	86,8	0,6
	55	90	18	1,1	78,9	81,5	66,2	0,397	28,5	21,2	18000	9500	6011	61	84	1
	55	90	18	1,1	78,9	81,5	66,2	0,403	28,5	21,2	18000	9500	6011 W2038	61	84	1
	55	90	18	1,1	78,9	81,5	66,2	0,406	28,5	21,2	7500	9500	6011 ZZR	61	84	1
	55	90	18	1,1	78,9	81,5	66,2	0,41	28,5	21,2	5000	9500	6011 ZSR	61	84	1
	55	100	21	1,5	86,1	88,2	68,7	0,616	43	29	16000	8500	6211	64	91	1,5
	55	100	21	1,5	86,1	88,2	68,7	0,617	43	29	16000	8500	6211 W2038	64	91	1,5
	55	100	21	1,5	86,1	88,2	68,7	0,632	43	29	6700	8500	6211 ZZR	64	91	1,5
	55	100	21	1,5	86,1	88,2	68,7	0,632	43	29	4300	8500	6211 ZSR	64	91	1,5
	55	120	29	2	100,9	104,3	75,2	1,39	76,5	47,5	13000	9000	6311	66	109	2
	55	120	29	2	100,9	104,3	75,2	1,43	76,5	47,5	5300	9000	6311 ZZR	66	109	2
	55	120	29	2	100,9	104,3	75,2	1,43	76,5	47,5	3600	9000	6311 ZSR	66	109	2
60	60	95	33	2,1	117,5	122,2	88,6	1,38	93	66	11000	8500	6411	69	128	2,1
	60	95	11	0,6	82,9		72,1	0,283	20	17,6	17000	6300	16012	63,2	91,8	0,6

Ilustración 123. Rodamientos rígidos de bolas para 55 mm de diámetro.

### Apoyo B:

Calculamos la fuerza radial equivalente:

$$F_z = 0 \text{ N}.$$

$$F_y = 15,7584 \text{ N}.$$

$$F_r = \sqrt{F_z^2 + F_y^2} = 15,7584 \text{ N}.$$

Añadimos los factores  $f_a$  y  $f_b$ .

$$f_a: 1,1.$$



$f_b: 1,1$ .

$$F'_{r'} = 1,1 \cdot 1,1 \cdot 15,7584 = 19,068 \text{ N}.$$

Procedemos a la selección de rodamientos:

- **Rodamiento Rígido de Bolas:**

Calculamos el valor de C:

$$C = 19,068 \cdot \sqrt[3]{562,5} = 157,4 \text{ N} = 0,1574 \text{ KN}.$$

Elegimos el rodamiento **FAG 16011**, al igual que en el apoyo A.

Al igual que en el caso del reductor de engranajes de dentado helicoidal para la selección del lubricante existen las opciones de seleccionar aceite o grasa como agentes lubricantes. Sin embargo, debido a las elevadas velocidades de giro que alcanzan algunos de los ejes del reductor los fabricantes de rodamientos recomiendan usar aceite como agente lubricante debido a que su menor viscosidad permite que los rodamientos alcancen mayor velocidad y se acerquen más a su velocidad límite fijada por diseño. Para seleccionar el aceite se ha consultado al fabricante de la turbina para saber cuál es el recomendado. El fabricante recomienda un aceite de según la norma SAE denominado: **SAE AS5780B Grade SPC**. De los distintos aceites que cumplen con este estándar se ha seleccionado el aceite de marca Shell **AeroShell Turbine Oil 560** debido a que el propio fabricante Pratt & Whitney es el que incluye en varias turbinas de su familia PT6A, entre las que se estudia el modelo estudiado. Dicho aceite se utiliza para lubricar los elementos del compresor y la turbina, por lo que la lubricación del reductor con este compuesto favorecería a que se pudiera utilizar un único circuito de circulación de aceite para la lubricación del conjunto completo de la turbohélice.

Para el mantenimiento, como recomendaciones de Shell, se deben realizar revisiones periódicas del estado del aceite, en periodos inferiores a 12 meses, sustituyéndose la totalidad del aceite cuando se observe una degradación excesiva del mismo o cuando se hayan cumplido cuatro años desde la fecha del último cambio.

### 9.3. Anexo III: Modelos 3D.

Una vez se han realizado todos los cálculos de dimensionamiento de engranajes y ejes de ambos conjuntos se ha procedido a realizar el diseño aproximado de los mismos con el fin de hacerse a la idea de forma y tamaño real. Para ello se ha empleado el programa AutoDesk Inventor Professional 2019, habiéndose modelado los siguientes componentes:

- **Reductor de engranajes helicoidales:**

- Engranaje 1.
- Engranaje 2.
- Engranaje 3.
- Engranaje 4.
- Engranaje 5.
- Engranaje 6.
- Eje 1.
- Eje 2.
- Eje 3.
- Eje 4.

- **Reductor planetario:**

- Planeta 1.
- Satélite 1.
- Corona interior 1.
- Eje 1.
- Eje satélite 1.
- Portasatelites 1.
- Tapa portasatelites 1.
- Planeta 2.
- Satélite 2.
- Corona interior 2.
- Eje satélite 2.
- Portasatelites 2.
- Tapa portasatelites 2.

Para obtener los ejes se ha dibujado el perfil y después se ha realizado la revolución de este en torno al eje central mientras que los portasatelites y sus tapas se han modelado mediante la extrusión de las secciones que lo componen, posteriormente se han añadido los chaveteros mediante extrusión, usando planos auxiliares. Para obtener los modelos de los engranajes, satélites, planetas y coronas interiores se ha usado el módulo de diseño para ensamblajes del programa, introduciendo los datos de módulo, número de dientes, ángulo de hélice, anchura, relación de transmisión y si el engranaje es interno o externo. Una vez se ha obtenido el cuerpo del engranaje se ha realizado el agujero para el eje y la chaveta mediante una extrusión pasante en una de las caras del engranaje.

Una vez realizados los modelados se han podido obtener las masas de cada componente para comparar los dos reductores asignando material a cada uno de ellos y comprobando posteriormente en el apartado de propiedades y dentro de propiedades físicas la masa de cada uno.

Los modelos se han utilizado para la impresión en 3D de cada componente, de forma que sea más sencillo visualizar de forma física las diferencias entre ambos conjuntos; la impresión se ha llevado a cabo a escala 1:2.

Por último, se han obtenido los planos de cada pieza, realizándose la acotación de estos. Dichos planos se encuentran en el siguiente anexo, Anexo IV: 9.4. Planos.

A continuación se adjunta una captura de pantalla del programa Inventor para cada una de las piezas:

### 9.3.1. Reductor de engranajes helicoidales.

- Engranaje 1:

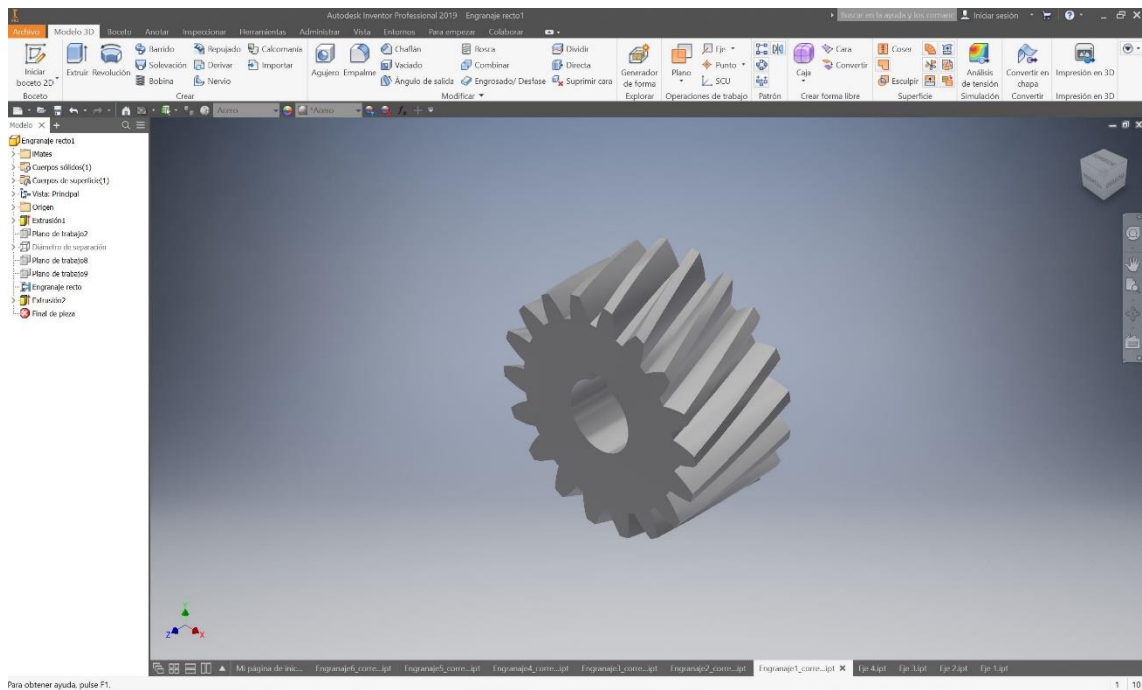


Ilustración 124. Modelo 3D del engranaje 1.

- Engranaje 2:

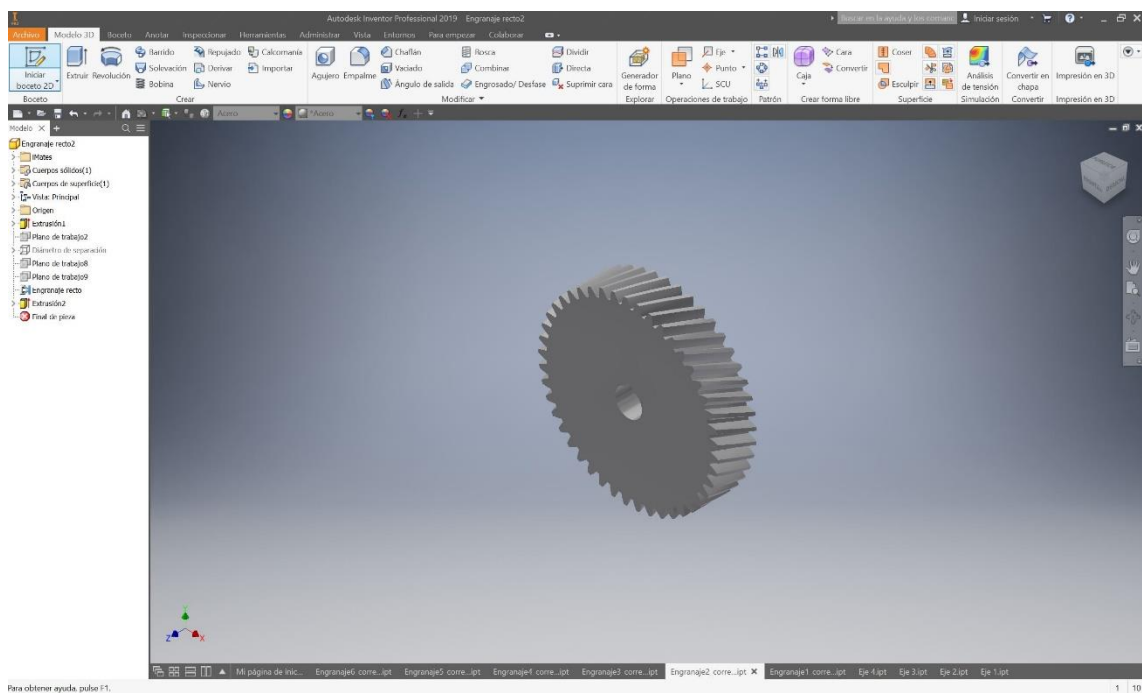


Ilustración 125. Modelo 3D del engranaje 2.

- Engranaje 3:

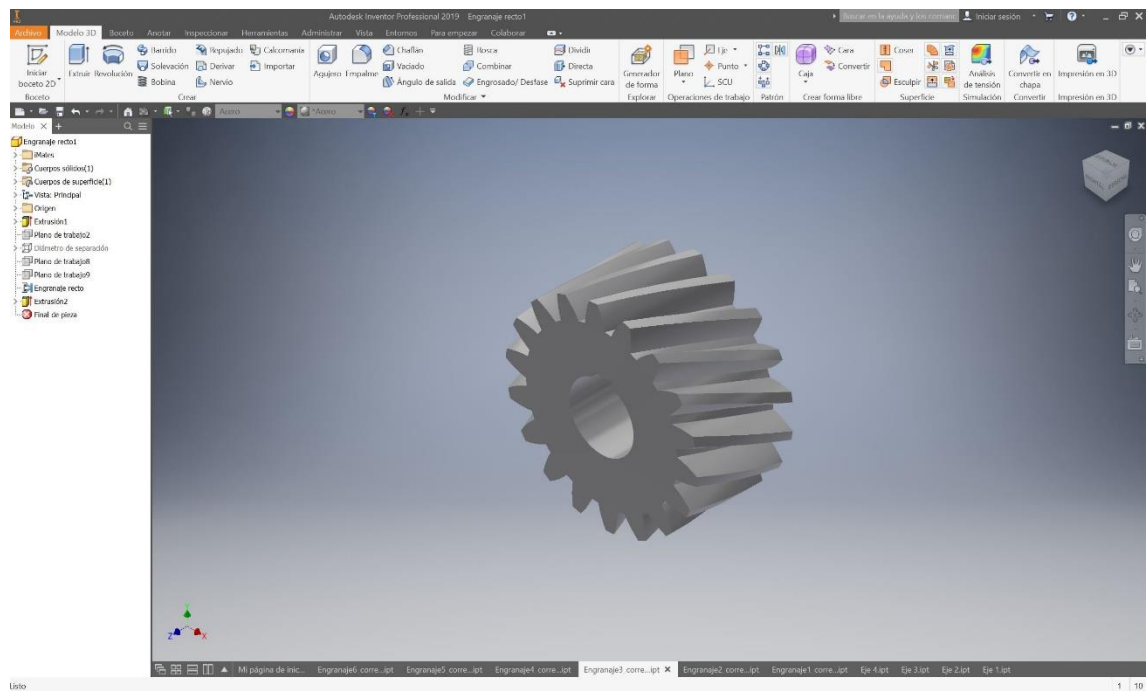


Ilustración 126. Modelo 3D del engranaje 3.

- Engranaje 4:

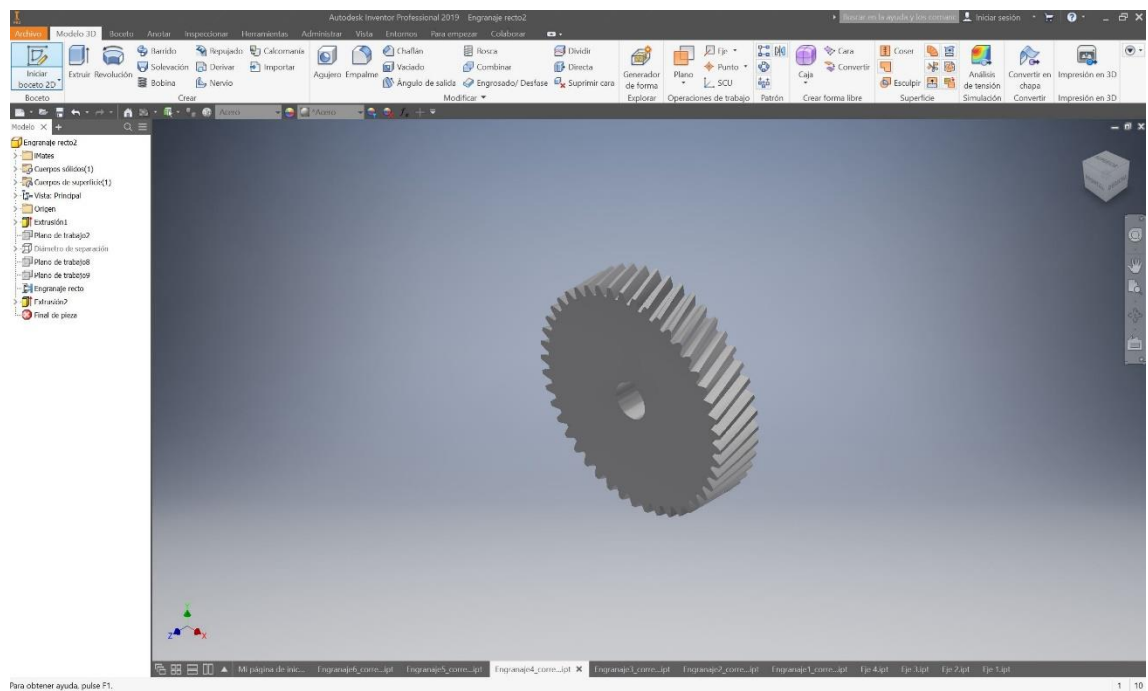
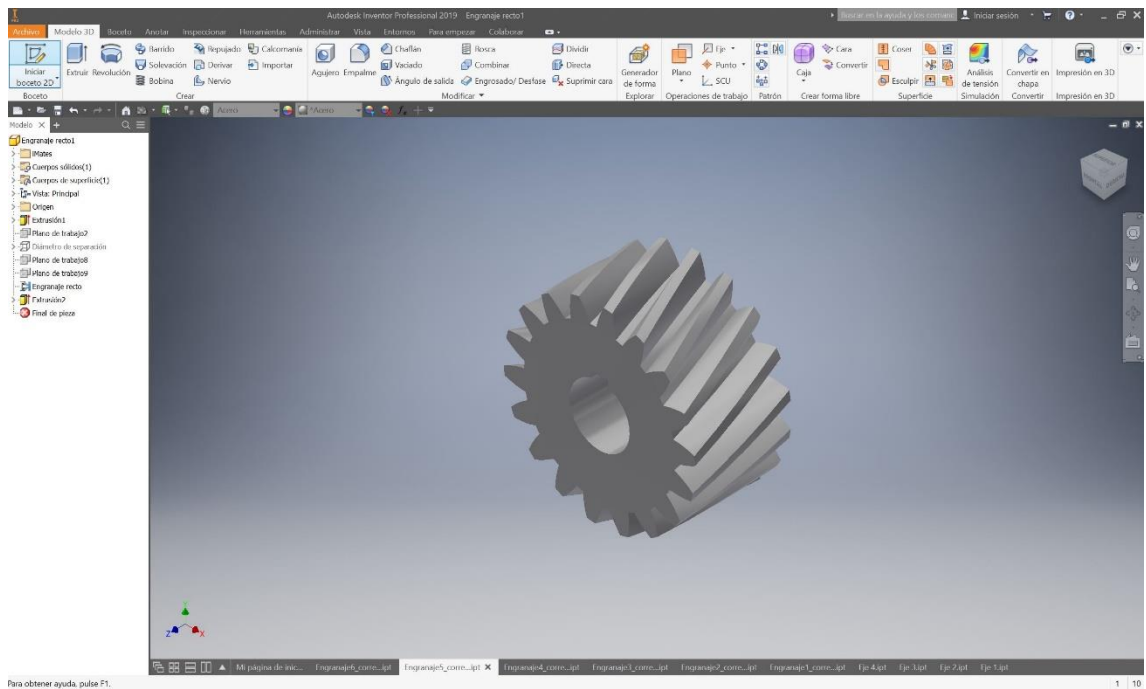


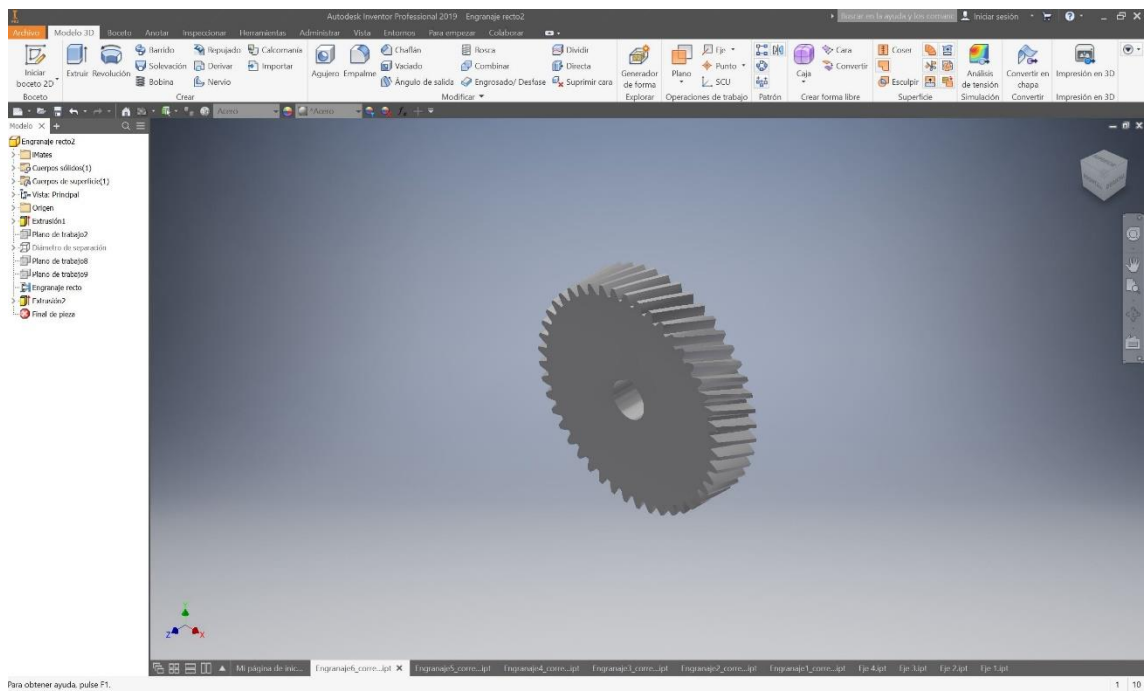
Ilustración 127. Modelo 3D del engranaje 4.

- Engranaje 5:



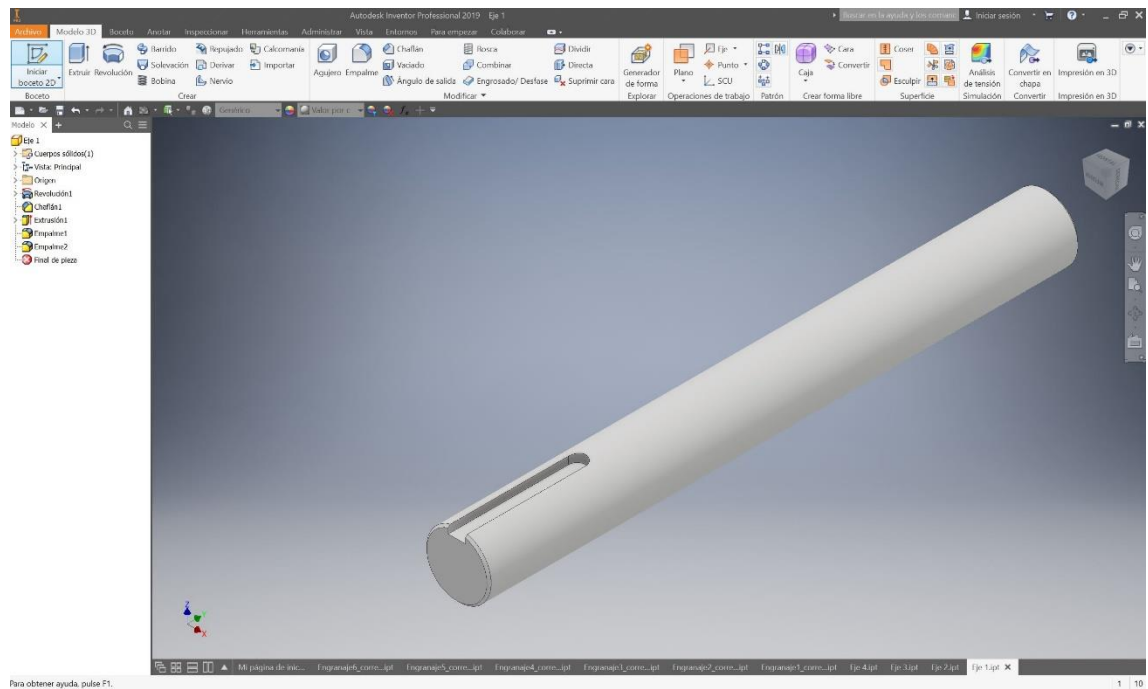
*Ilustración 128. Modelo 3D del engranaje 5.*

- Engranaje 6:



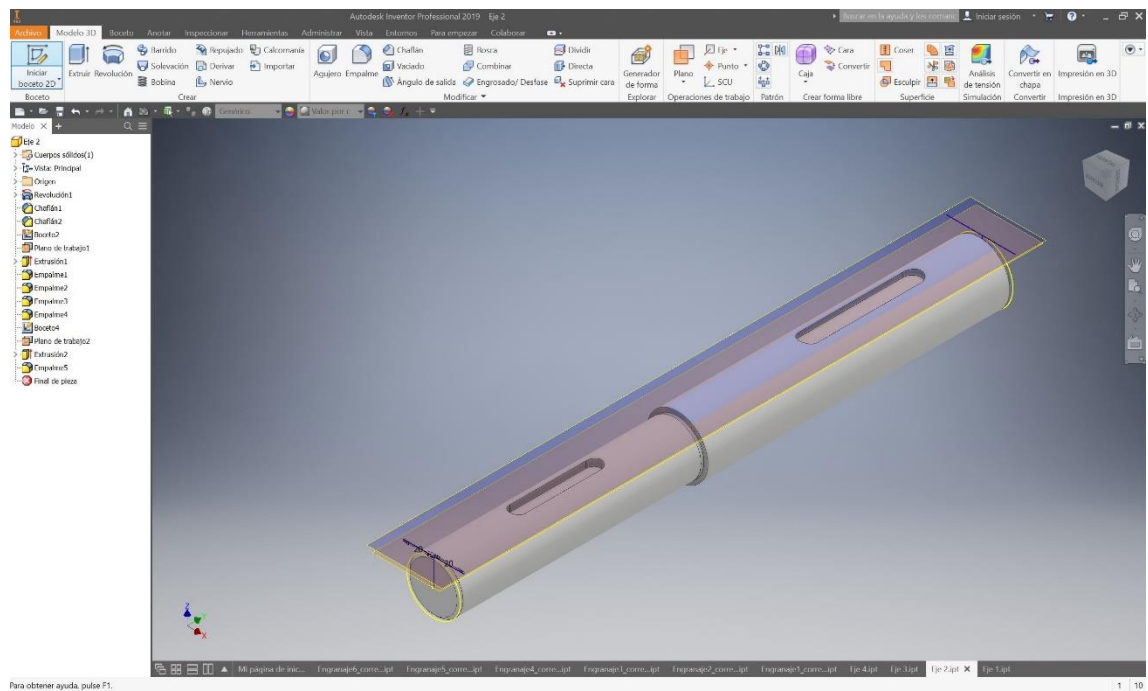
*Ilustración 129. Modelo 3D del engranaje 6.*

- Eje 1:



*Ilustración 130. Modelo 3D del eje 1.*

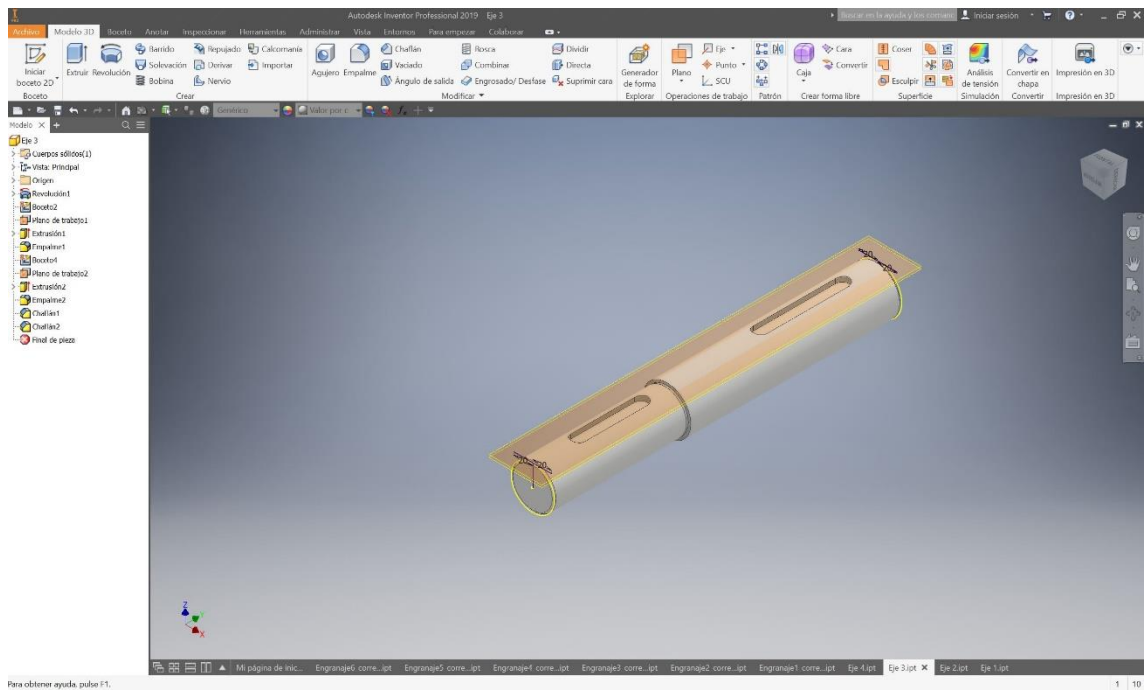
- Eje 2:



*Ilustración 131. Modelo 3D del eje 2. Se pueden observar los planos de trabajo auxiliares utilizados para crear los chaveteros.*

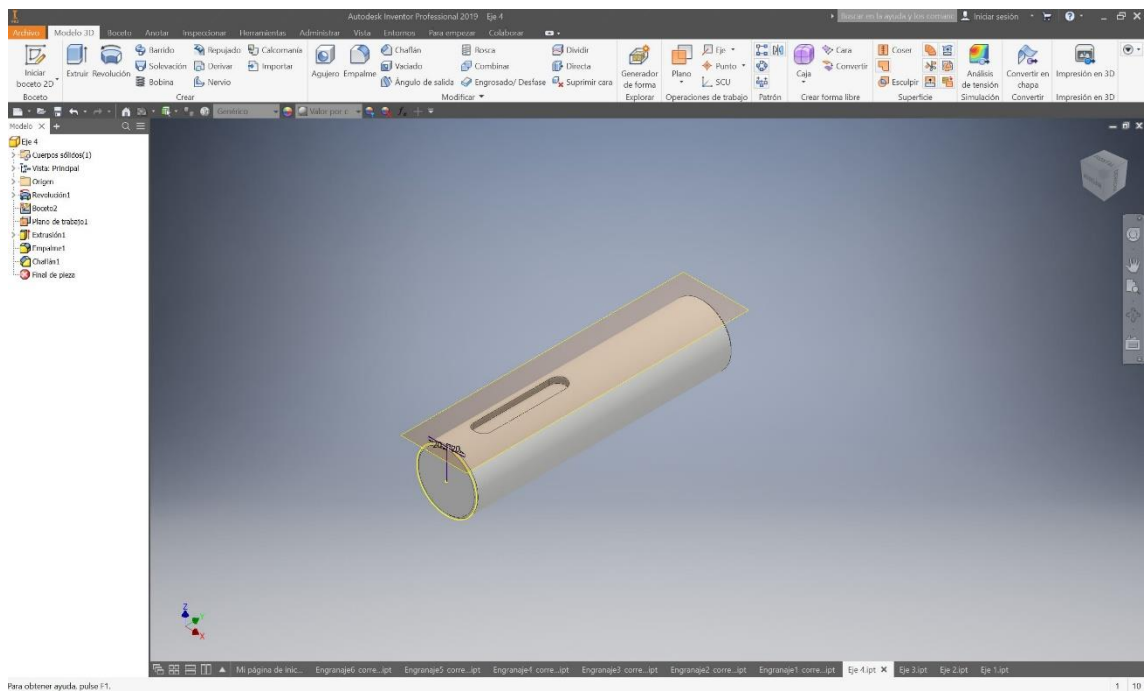


- Eje 3:



*Ilustración 132. Modelo 3D del eje 3. Al igual que en caso anterior se observan los planos auxiliares a través de los cuales se han generado los chaveteros.*

- Eje 4:

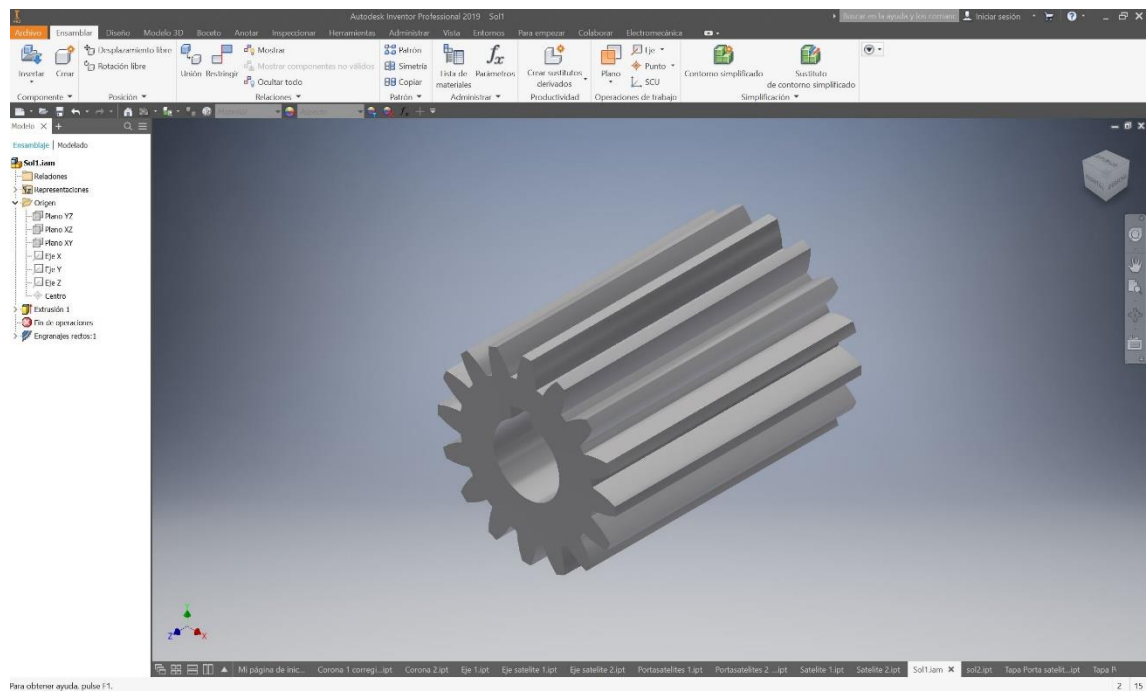


*Ilustración 133. Modelo 3D del eje 4. Nuevamente se observa el plano de trabajo a través del que se ha obtenido el chavetero.*



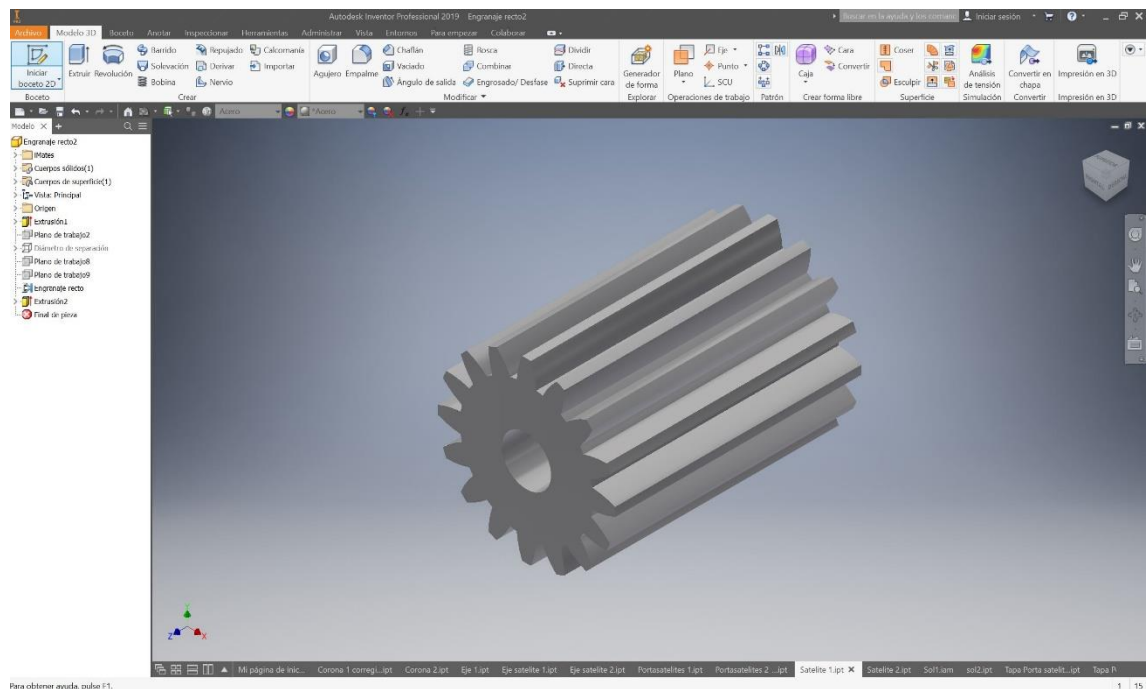
### 9.3.2. Reductor planetario.

- Planeta 1:



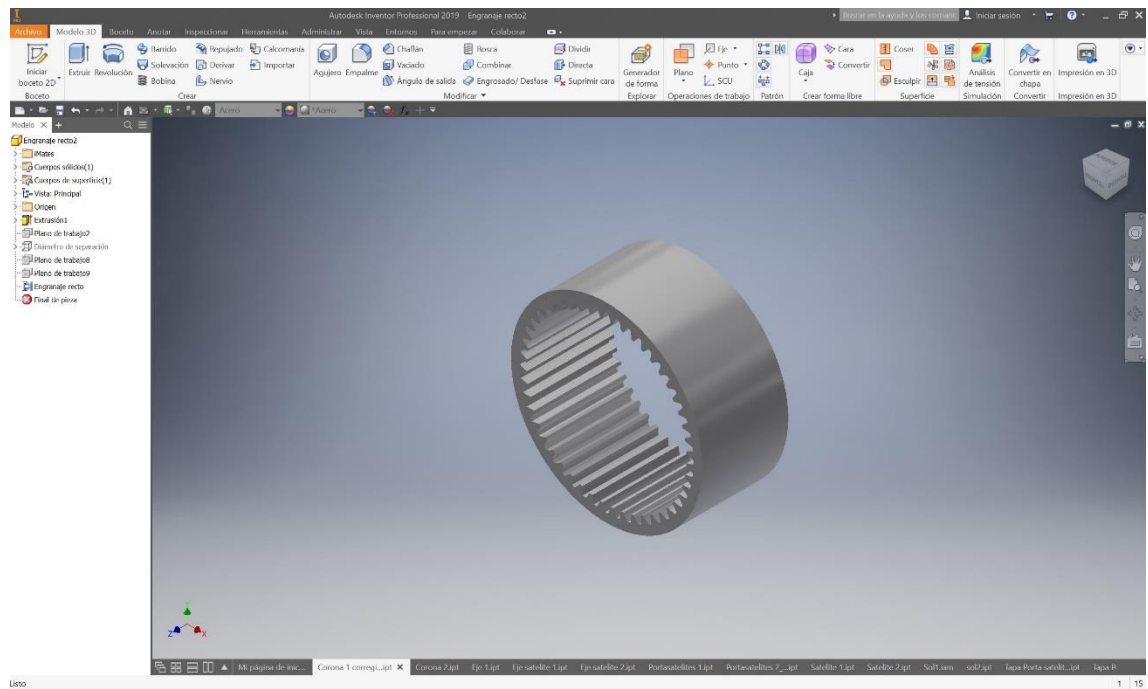
*Ilustración 134. Modelo 3D del planeta 1.*

- Satellite 1:



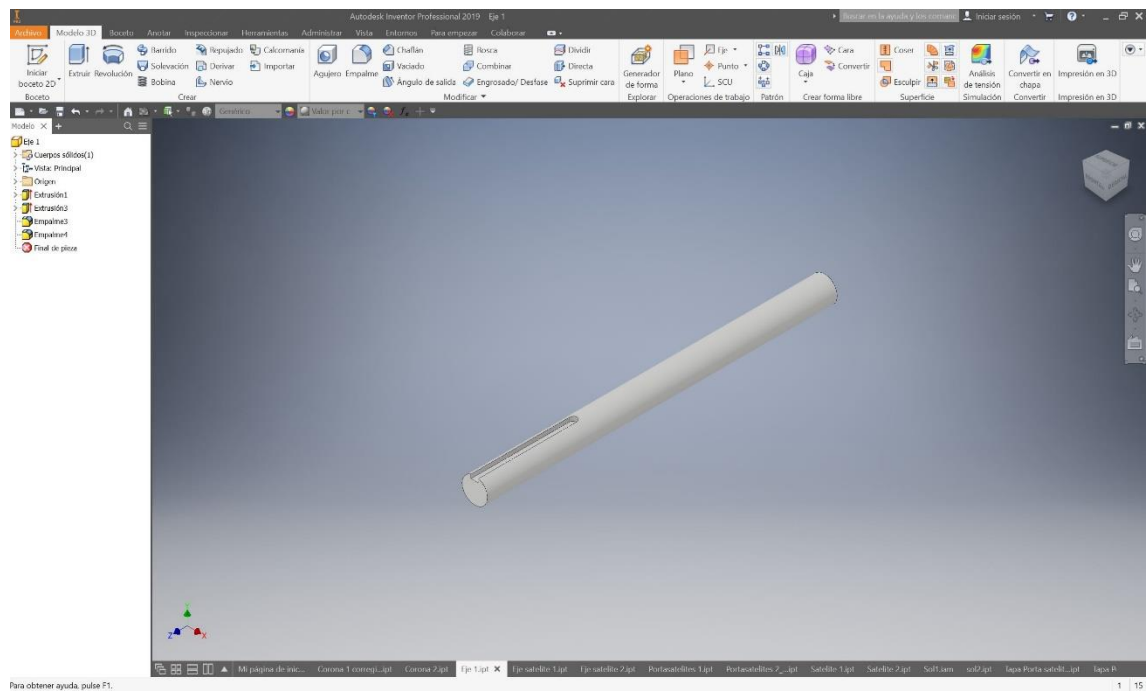
*Ilustración 135. Modelo 3D del satélite 1.*

- Corona interior 1:



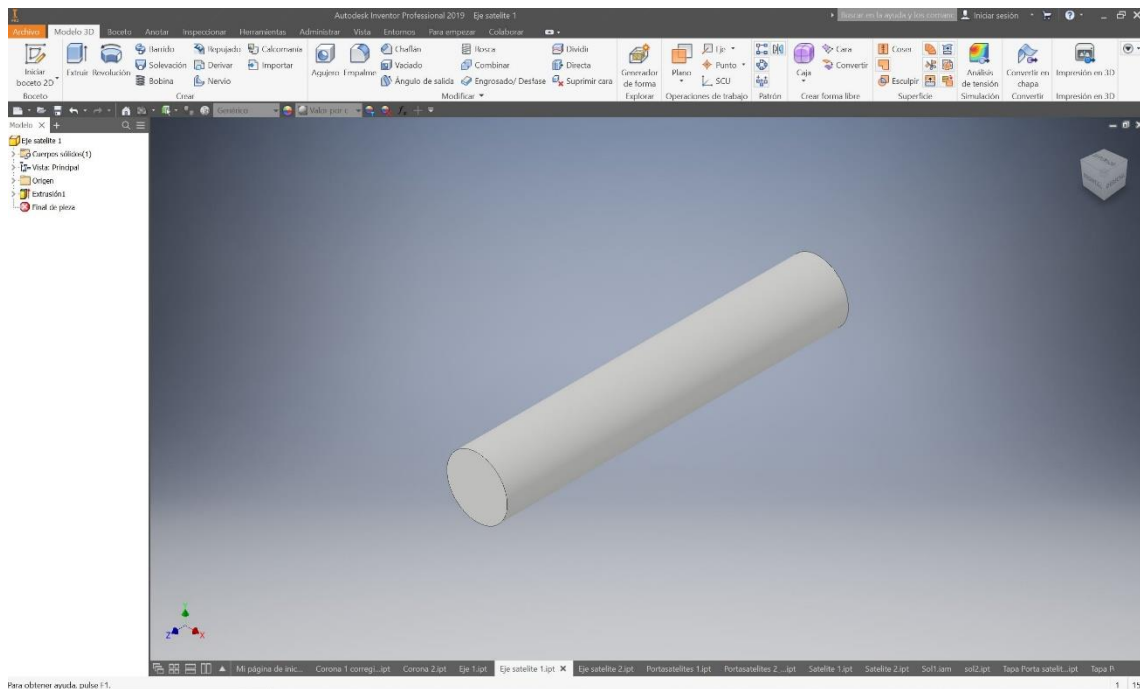
*Ilustración 136. Modelo 3D de la corona interior 1.*

- Eje 1:



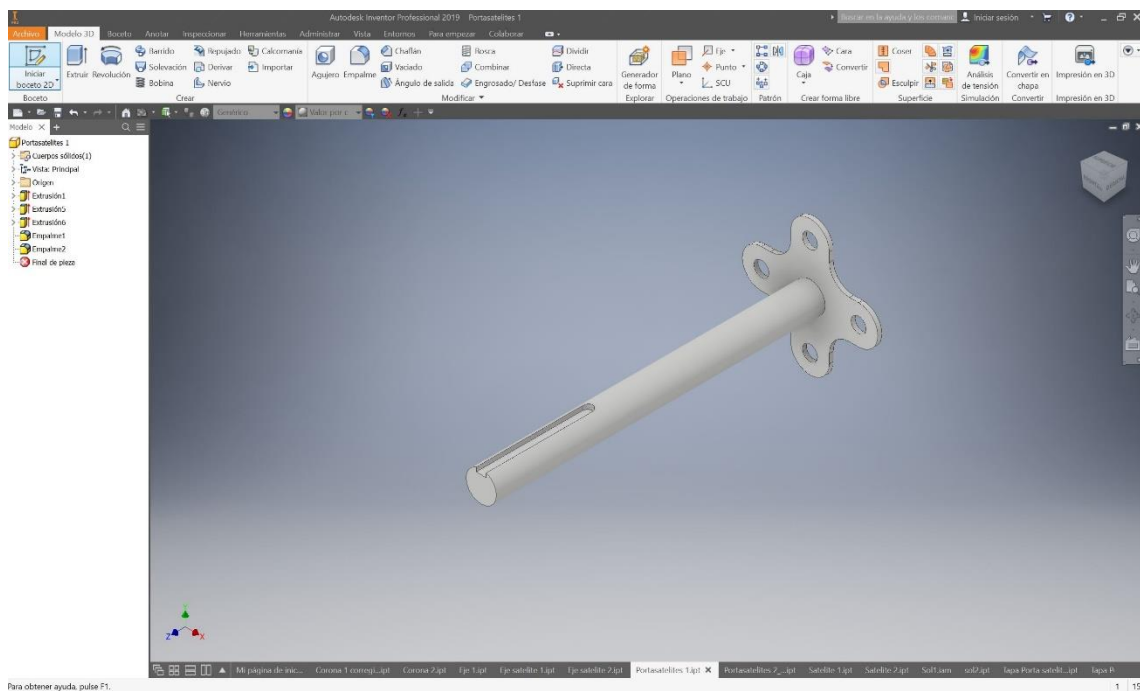
*Ilustración 137. Modelo 3D del eje 1.*

- Eje satélite 1:



*Ilustración 138. Modelo 3D de los ejes para los satélites de la primera etapa.*

- Portasatelites 1.



*Ilustración 139. Modelo 3D del portasatelites 1.*

- Tapa portasatelites 1.

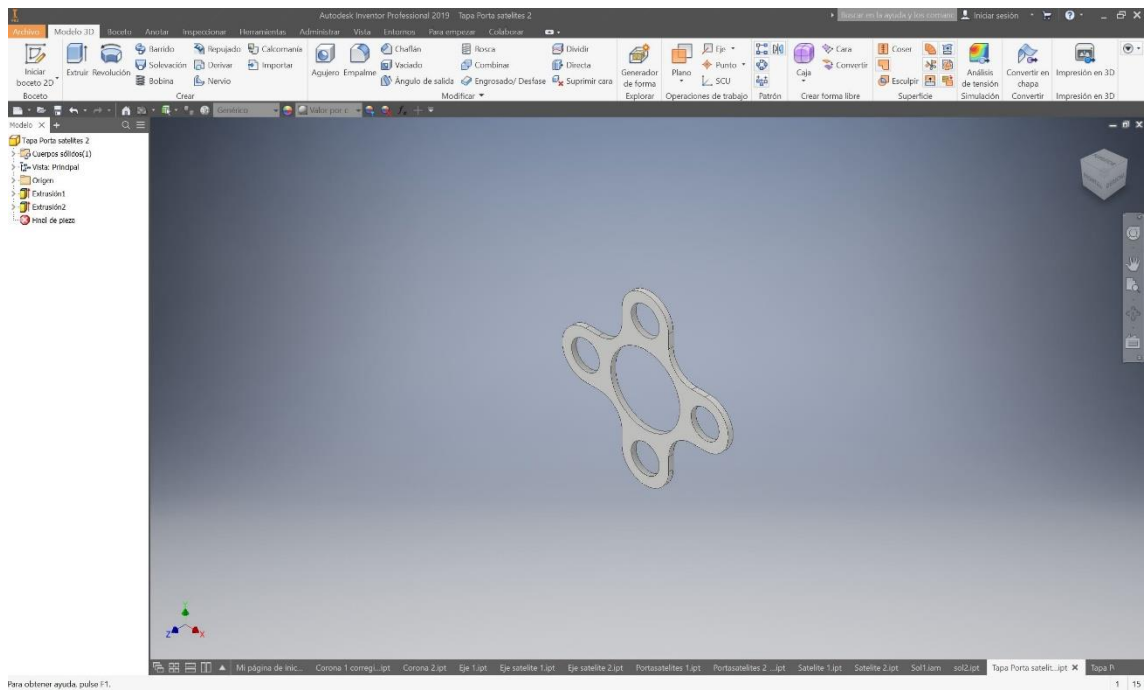


Ilustración 140. Modelo 3D de la tapa del portasatelites 1.

- Planeta 2:

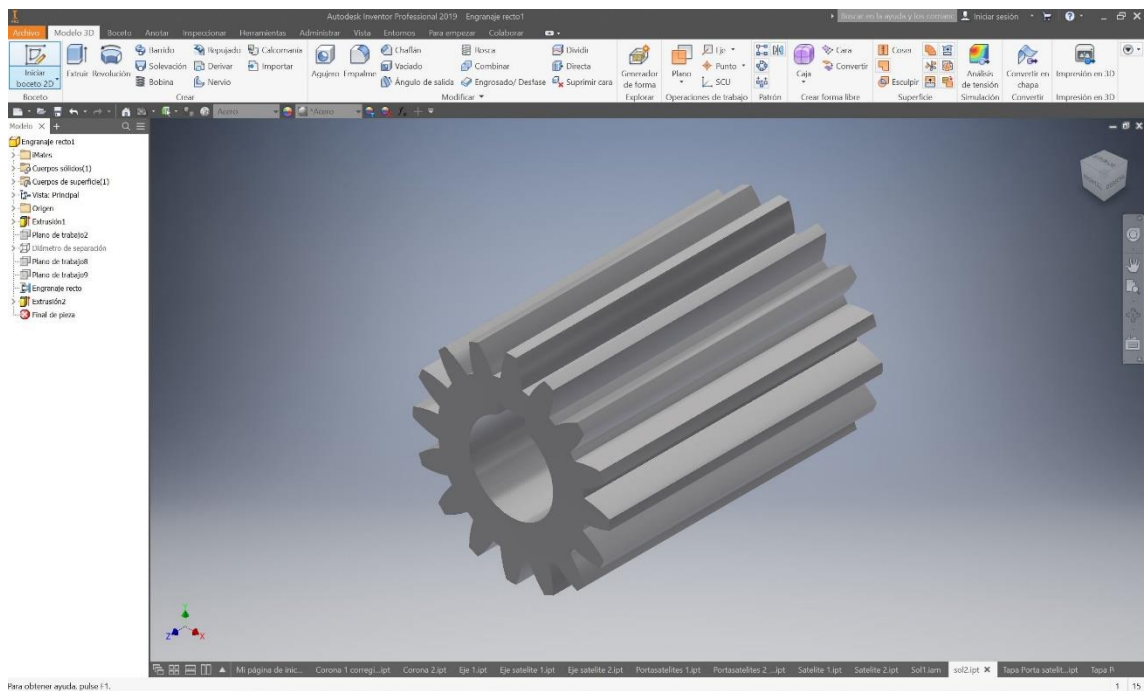
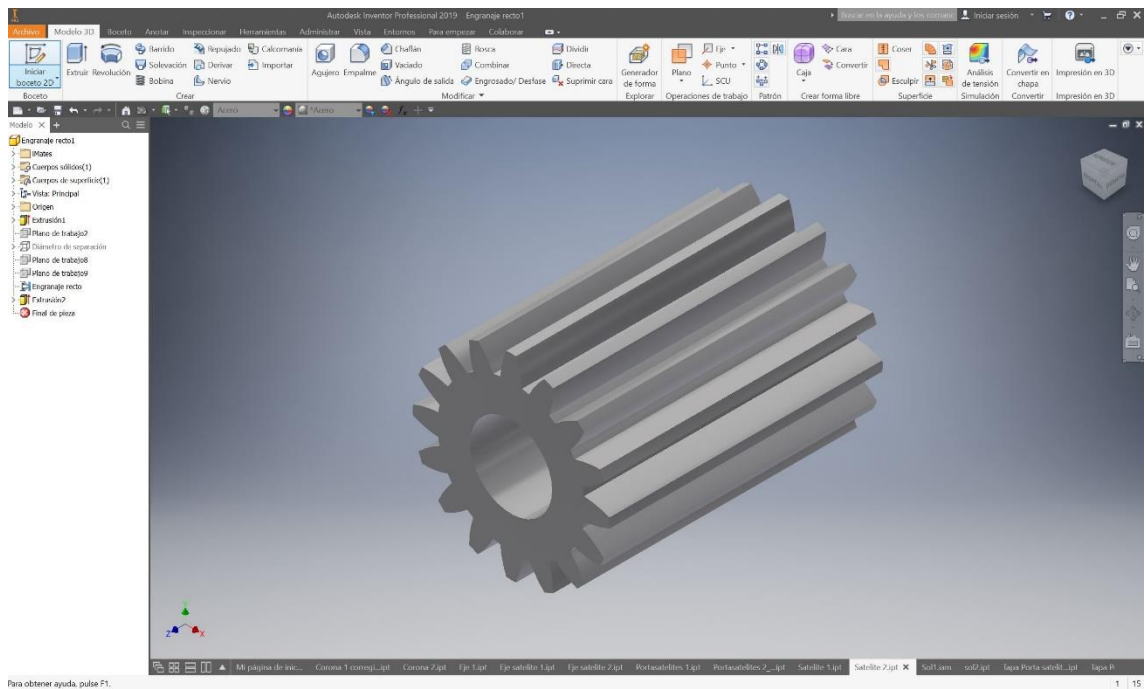


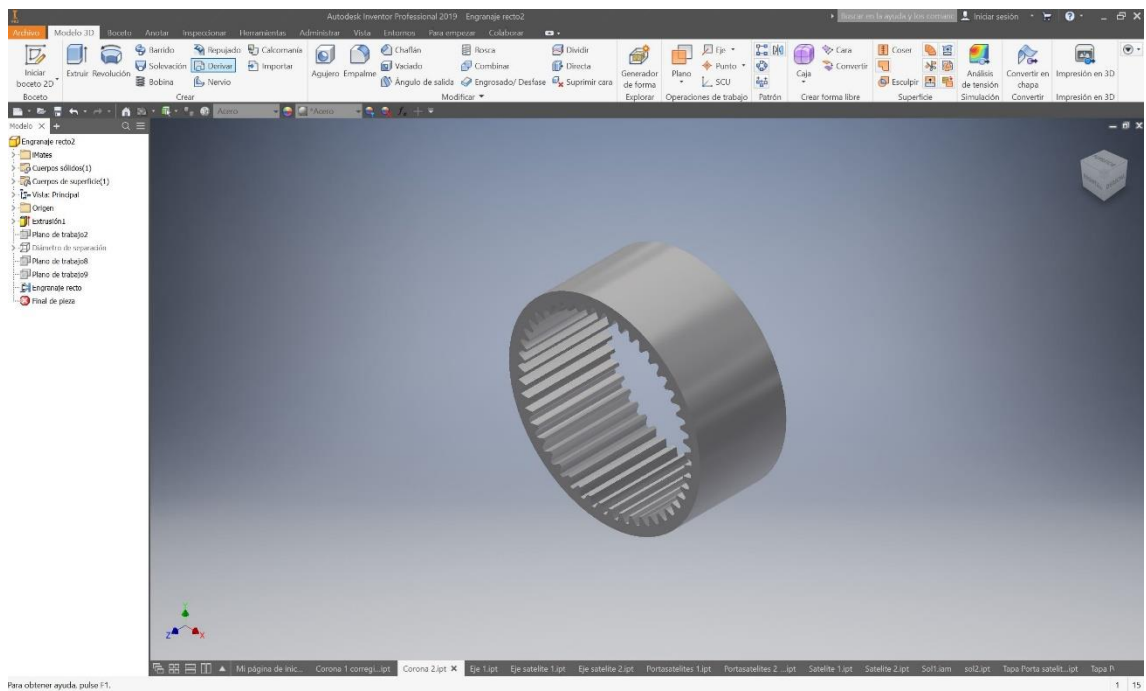
Ilustración 141. Modelo 3D del planeta 2.

- **Satélite 2:**



*Ilustración 142. Modelo 3D del satélite 2.*

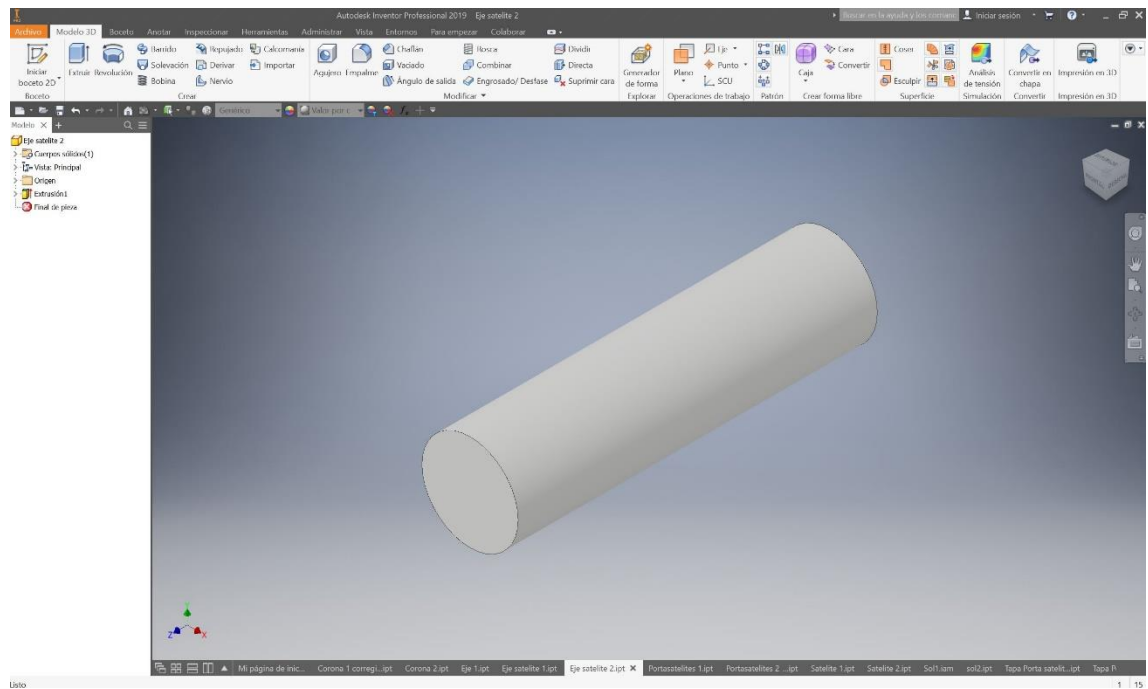
- **Corona interior 2:**



*Ilustración 143. Modelo 3D de la corona interior 2.*

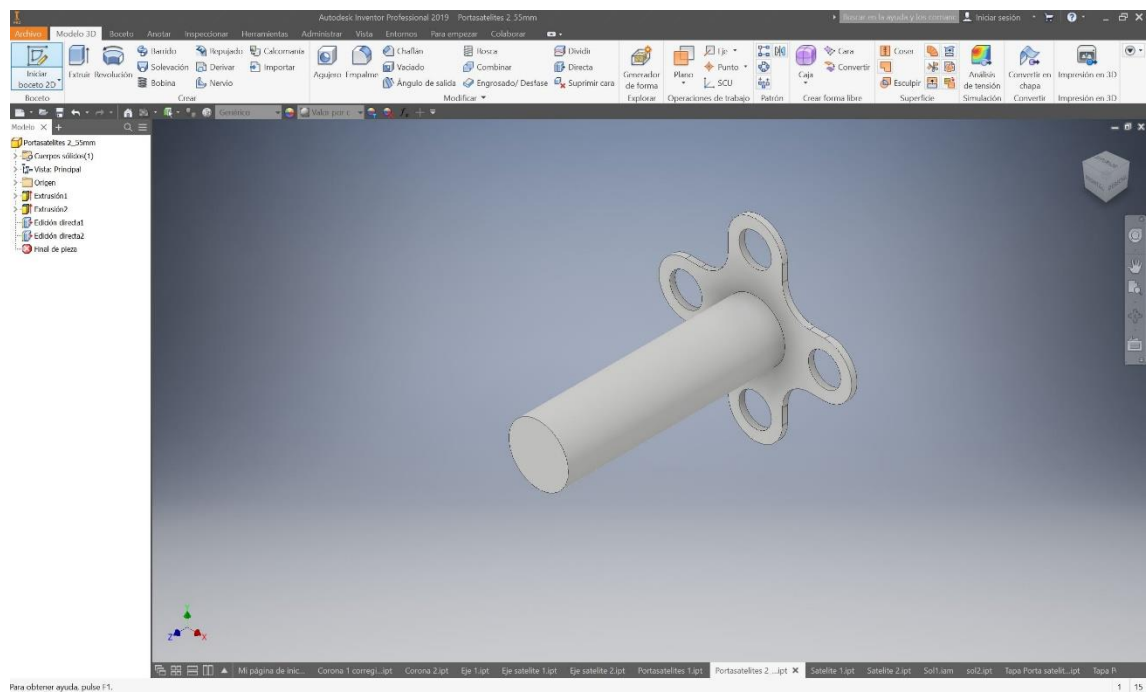


- Eje satélite 2:



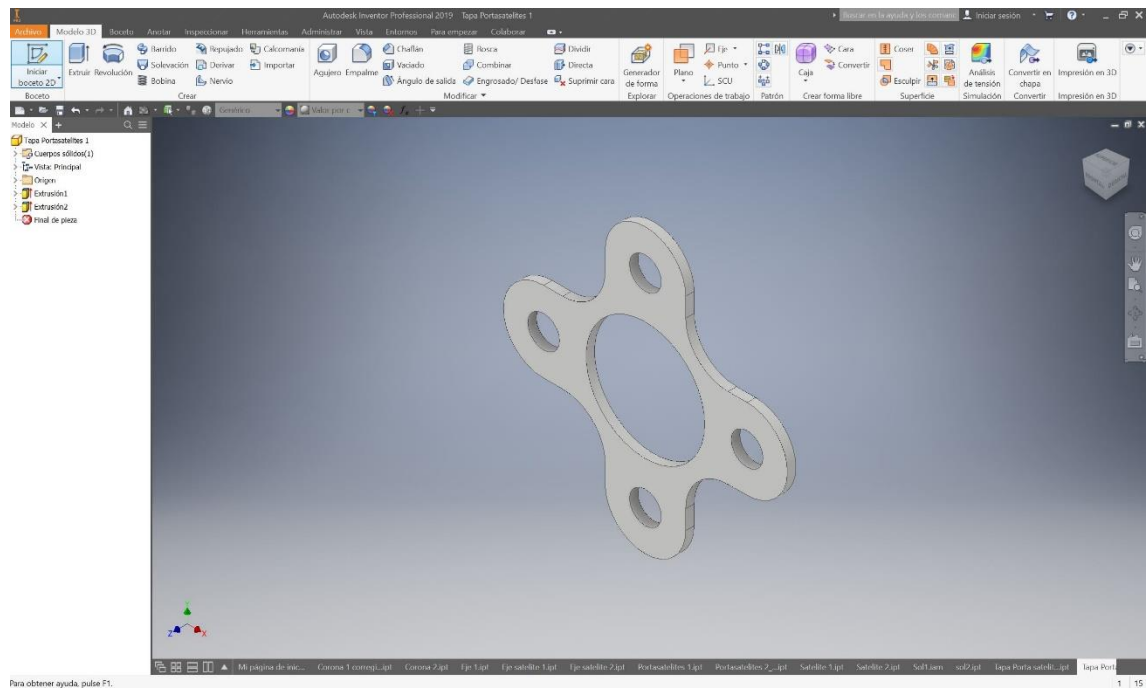
*Ilustración 144. Modelo 3D de los ejes de los satélites de la segunda etapa.*

- Portasatelites 2:



*Ilustración 145. Modelo 3D del portasatelites 2.*

- Tapa portasatelites 2:



*Ilustración 146. Modelo 3D de la tapa del portasatelites 2.*


## 9.4. Anexo IV: Planos

Como se ha indicado en el apartado anterior, con los modelos 3D se han obtenido las vistas de cada componente en el programa AutoDesk Inventor, para posteriormente realizar su acotación mediante AutoCAD. El reductor de engranajes de dentado helicoidal se ha representado en escala 1:2, mientras que el reductor planetario se ha representado en escala 1:1.



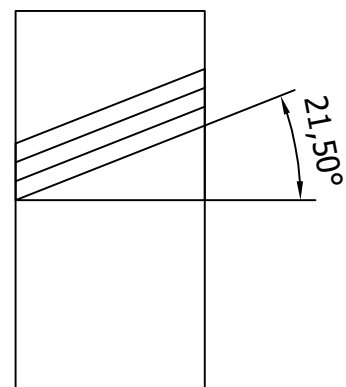
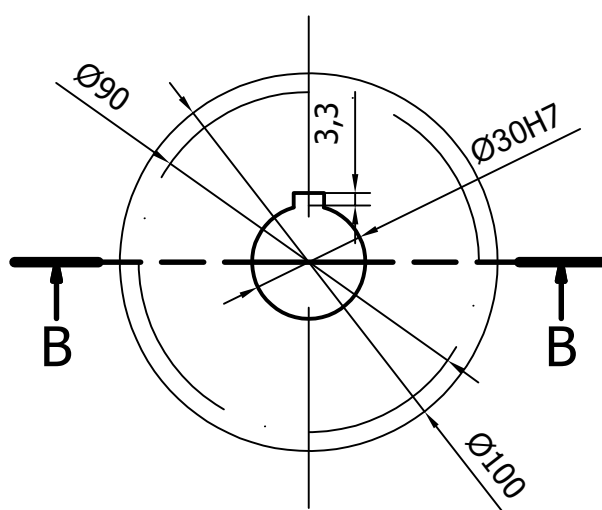
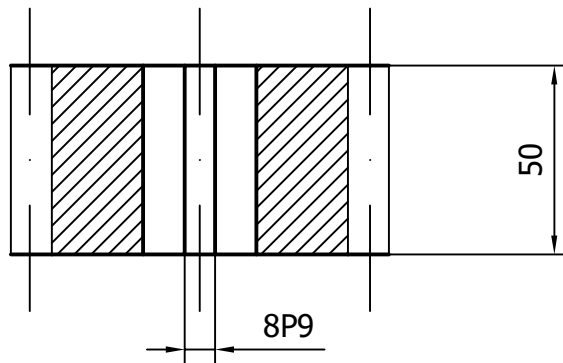
CREADO CON UNA VERSION PARA ESTUDIANTES DE AUTODESK

CREADO CON UNA VERSION PARA ESTUDIANTES DE AUTODESK

1		2		3		4		
A							A	
B							B	
C							C	
D							D	
E	Eje 4			1.010			E	
	Eje 3			1.009				
	Eje 2			1.008				
	Eje 1			1.007				
	Engranaje 6			1.006				
	Engranaje 5			1.005				
	Engranaje 4			1.004				
	Engranaje 3			1.003				
	Engranaje 2			1.002				
	Engranaje 1			1.001				
	Nombre del plano			Nº de plano				
	Nombre			<div><div>Escuela de Ingeniería y Arquitectura Universidad Zaragoza</div></div>				
Dibujado	Carlos Bermejo Barbanoj							
F	Escala	Titulo			Nº Alumno		700296	F
	Índice de planos helicoidal			Curso		2018 - 2019		
				Plano Nº		1.000		
1		2		3		A4		




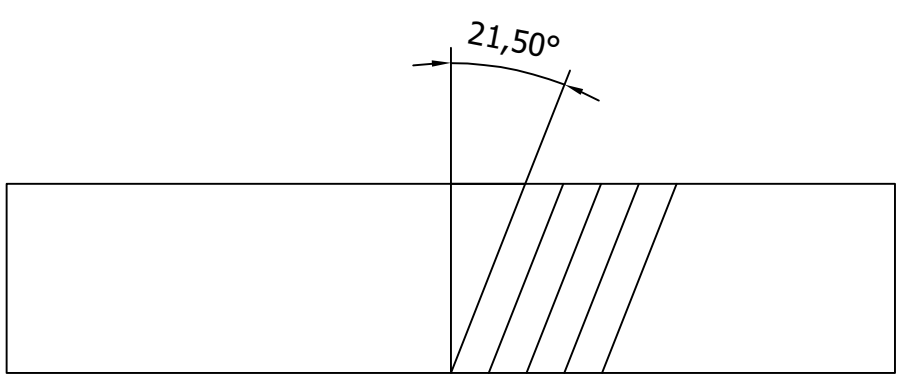
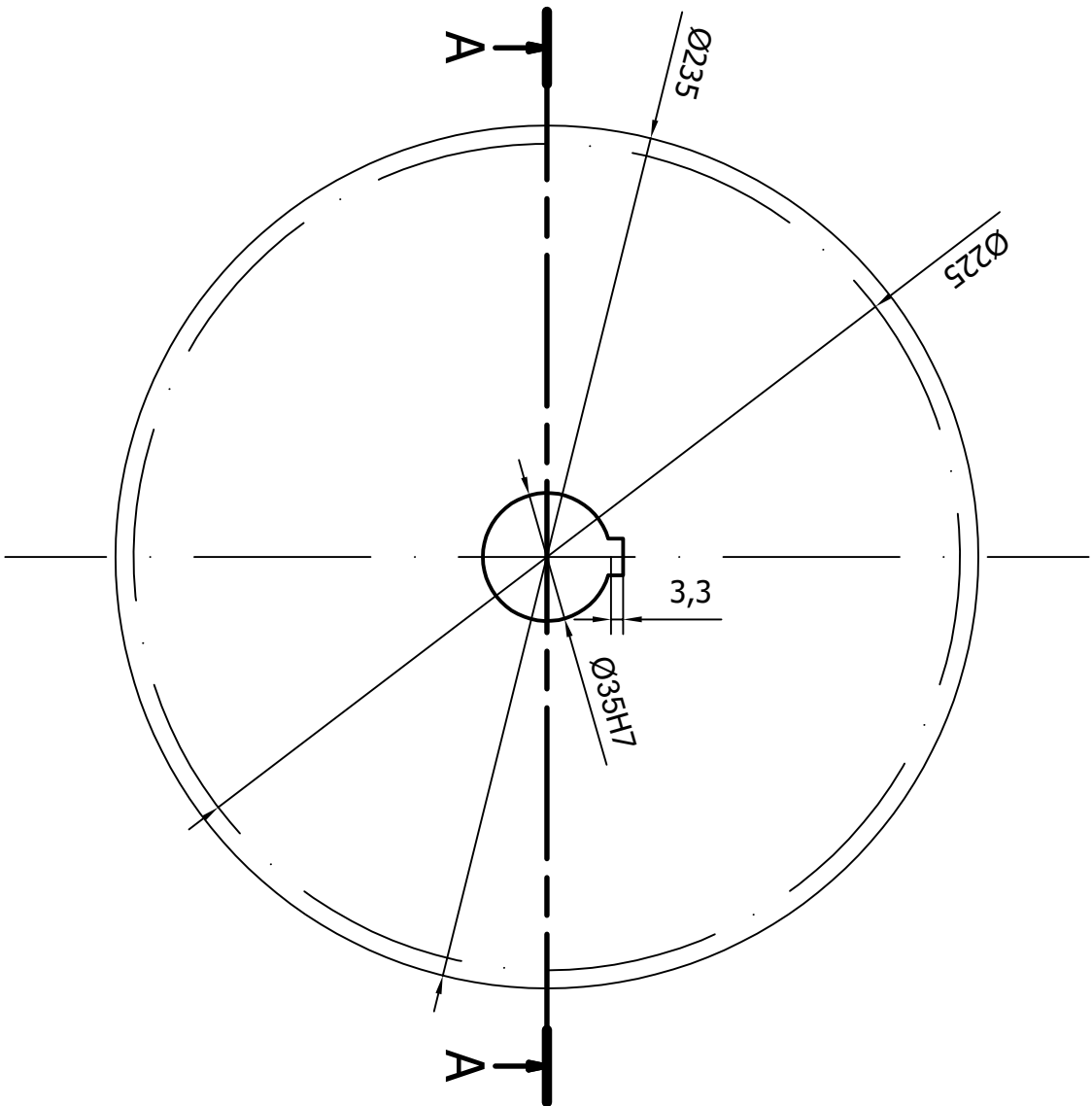
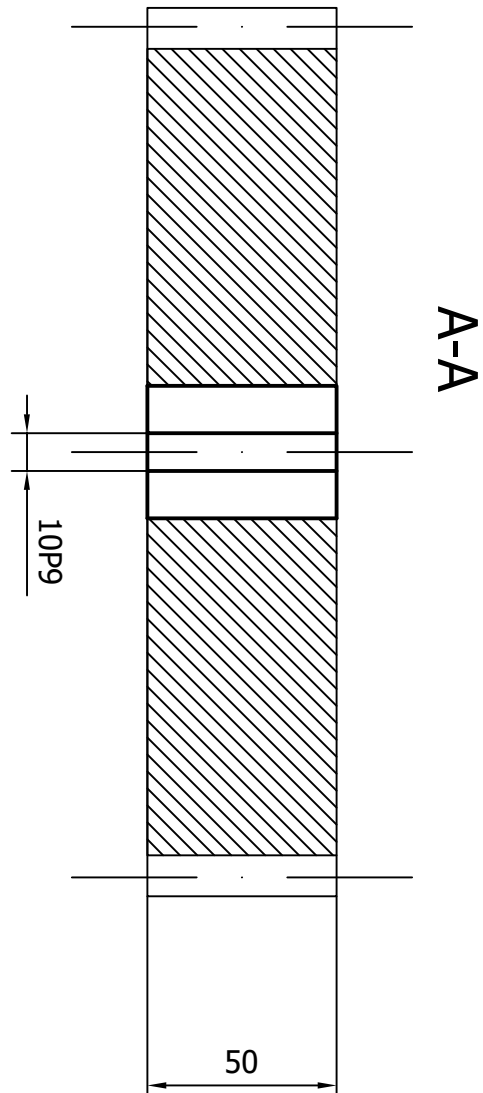
B-B



$$M = 5$$

$$Z = 18$$

	Nombre	 <b>Escuela de Ingeniería y Arquitectura</b> <b>Universidad Zaragoza</b>
Dibujado	Carlos Bermejo Barbanoj	
Escala	Título	Nº Alumno 700296
1:2	Engranaje 1	Curso 2018 - 2019
		Plano Nº 1.001

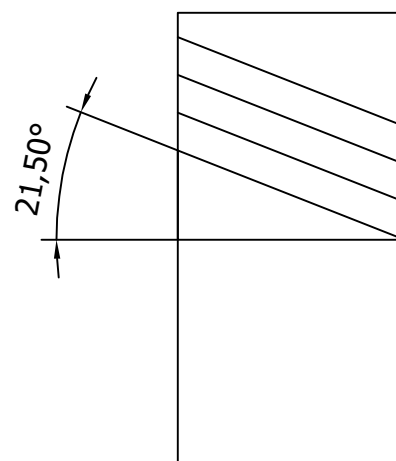
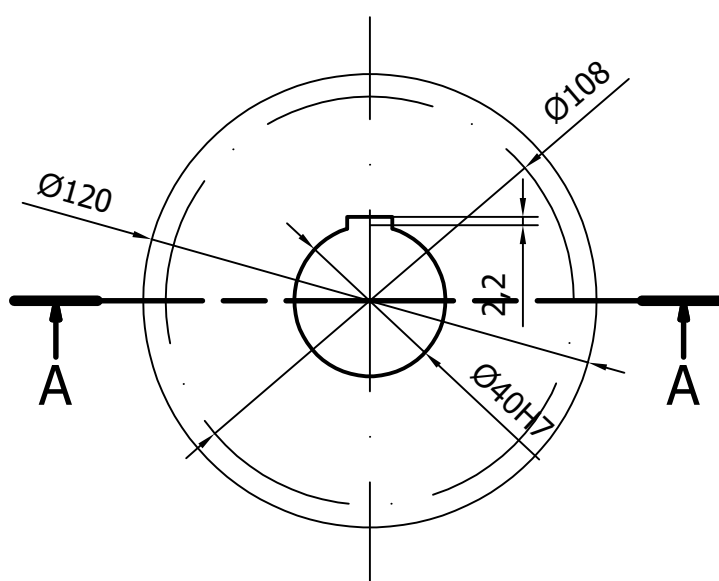
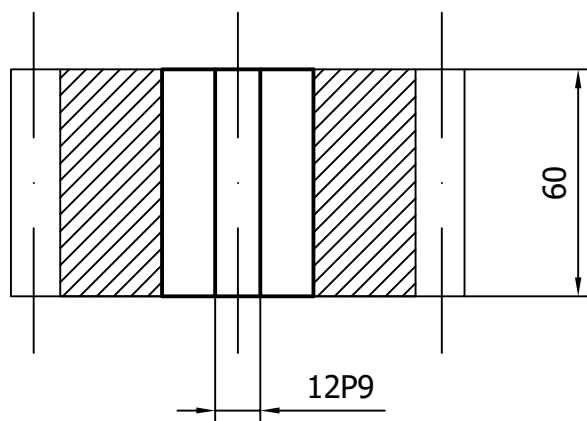


$M = 5$   
 $Z = 45$


Nombre		Escuela de Ingeniería y Arquitectura	
Dibujado		Carlos Bermejo Barbanj	
Escala		Nº Alumno 700296	
1:2		Curso 2018 - 2019	
		Plano Nº 1.002	
Título		Universidad Zaragoza	
Engranaje 2			

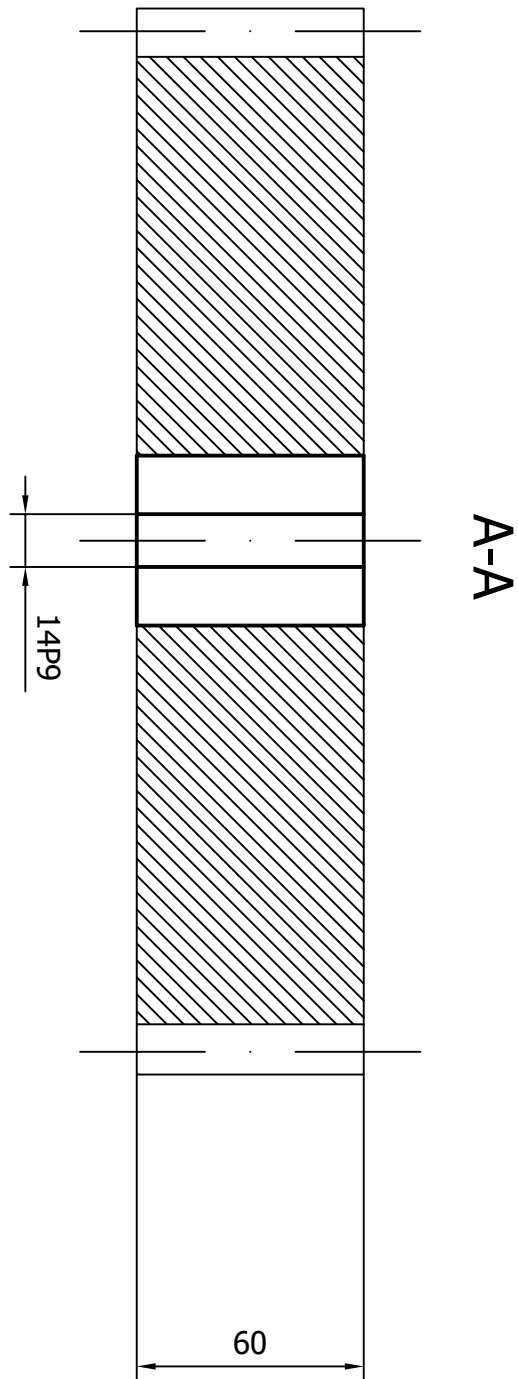


A-A

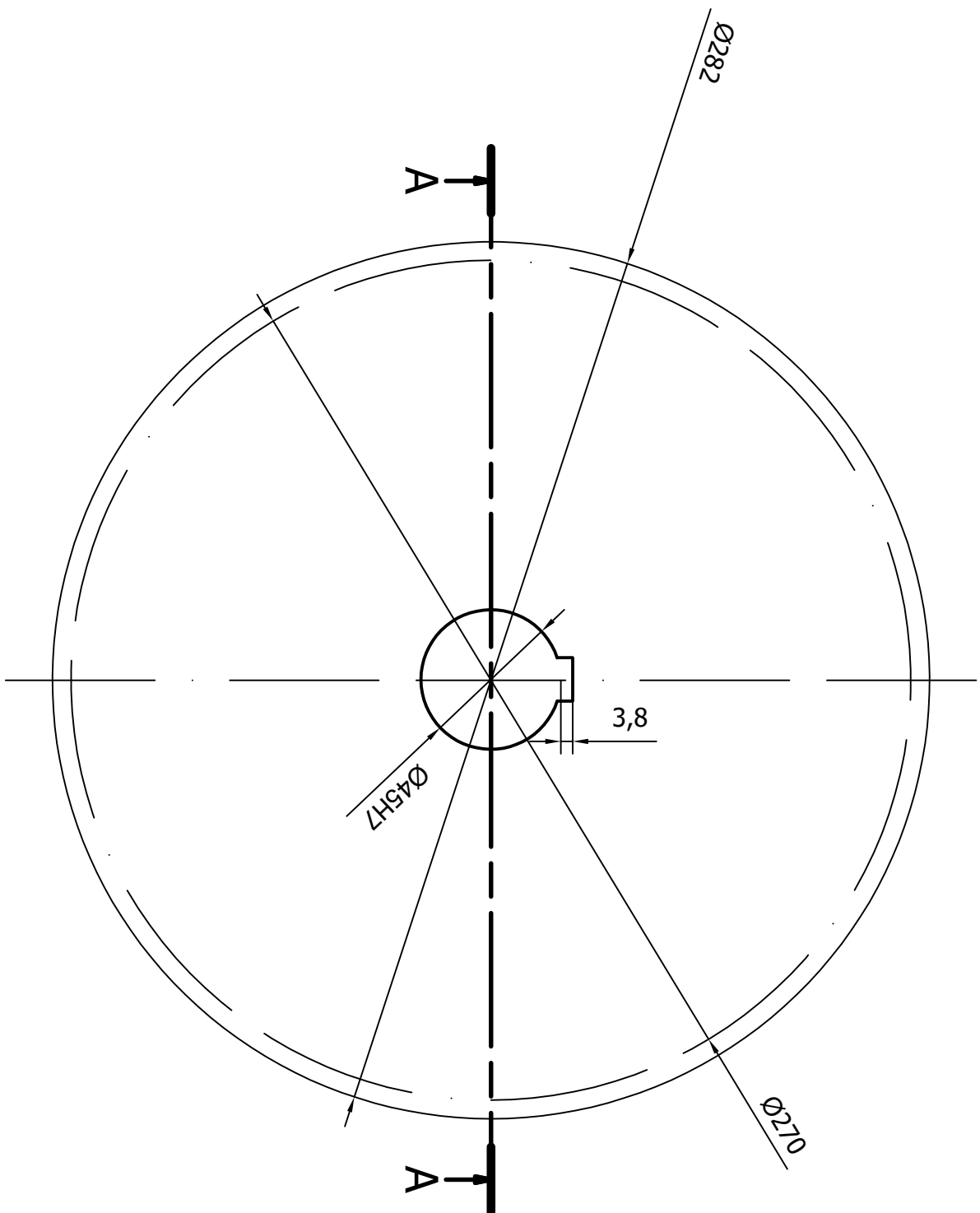
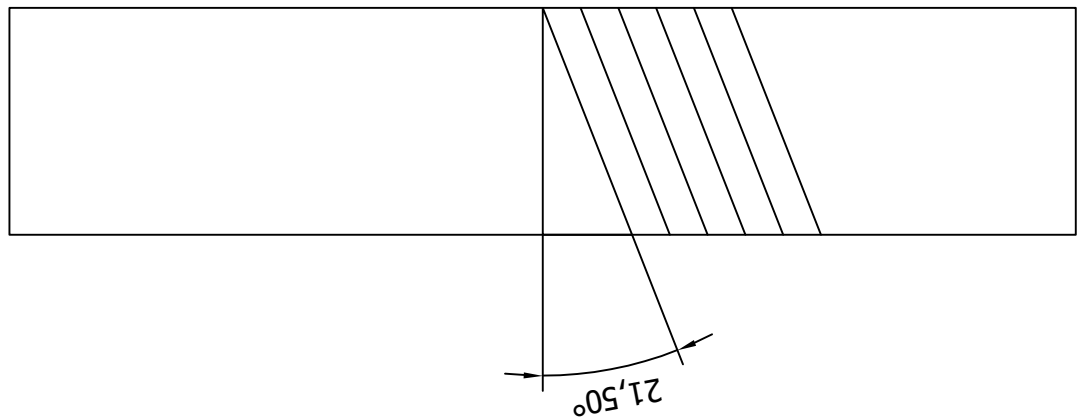


$$M = 6$$
$$Z = 18$$


	Nombre	 Escuela de Ingeniería y Arquitectura <b>Universidad Zaragoza</b>
Dibujado	Carlos Bermejo Barbanoj	
Escala	Título	Nº Alumno 700296
1:2	Engranaje 3	Curso 2018 - 2019
		Plano Nº 1.003

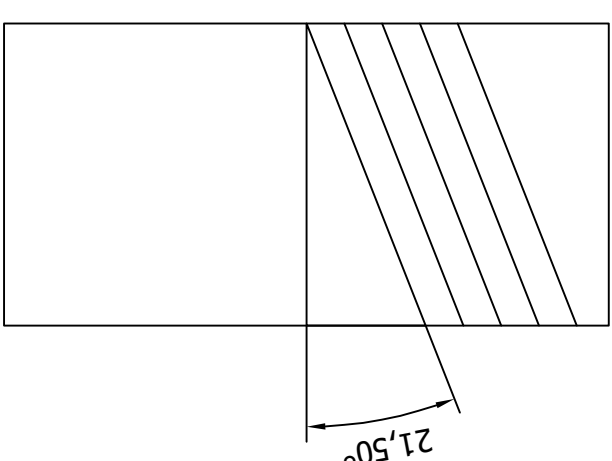
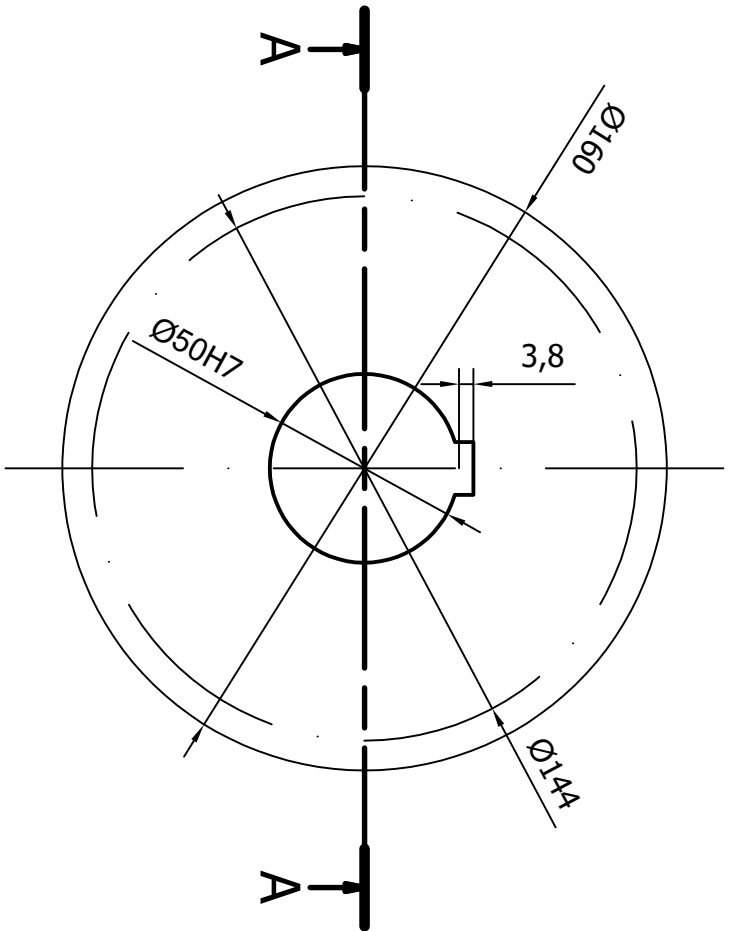
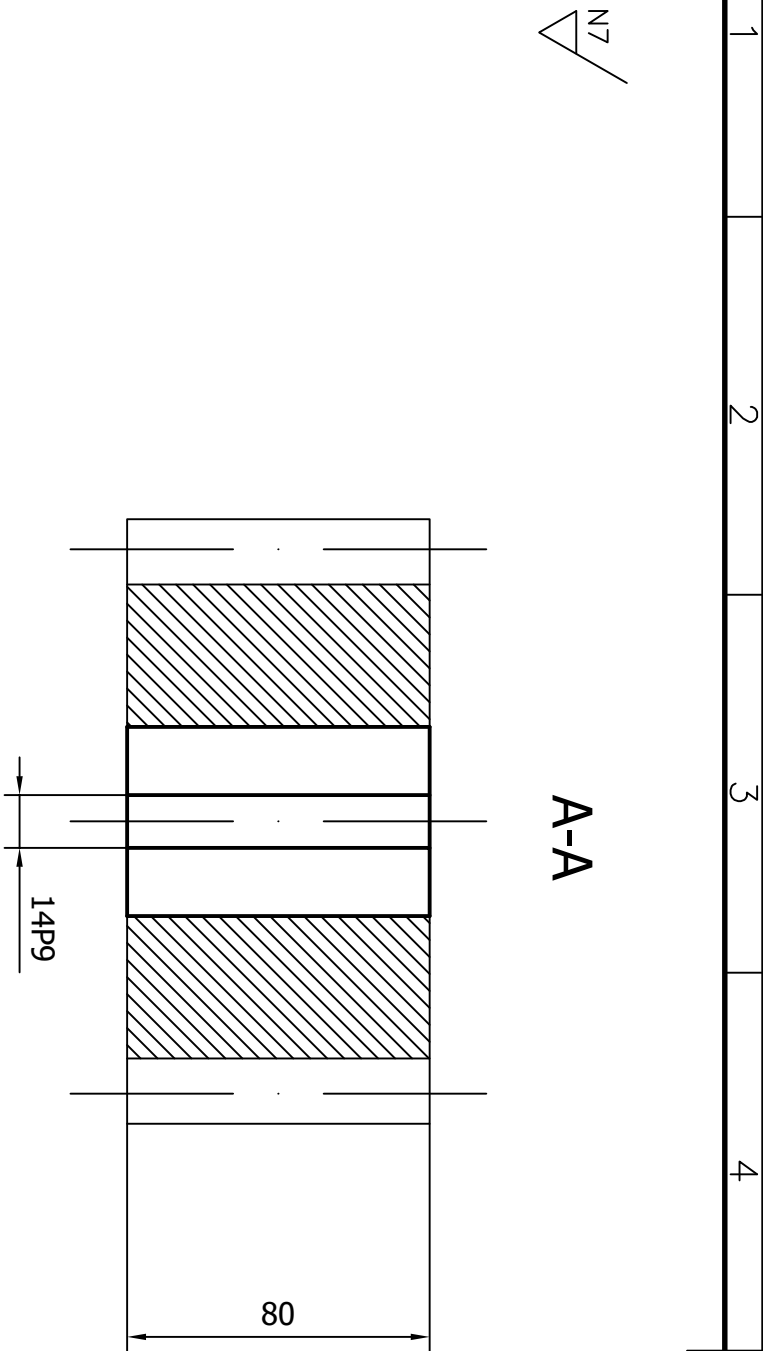


Ángulo e inclinación de la hélice



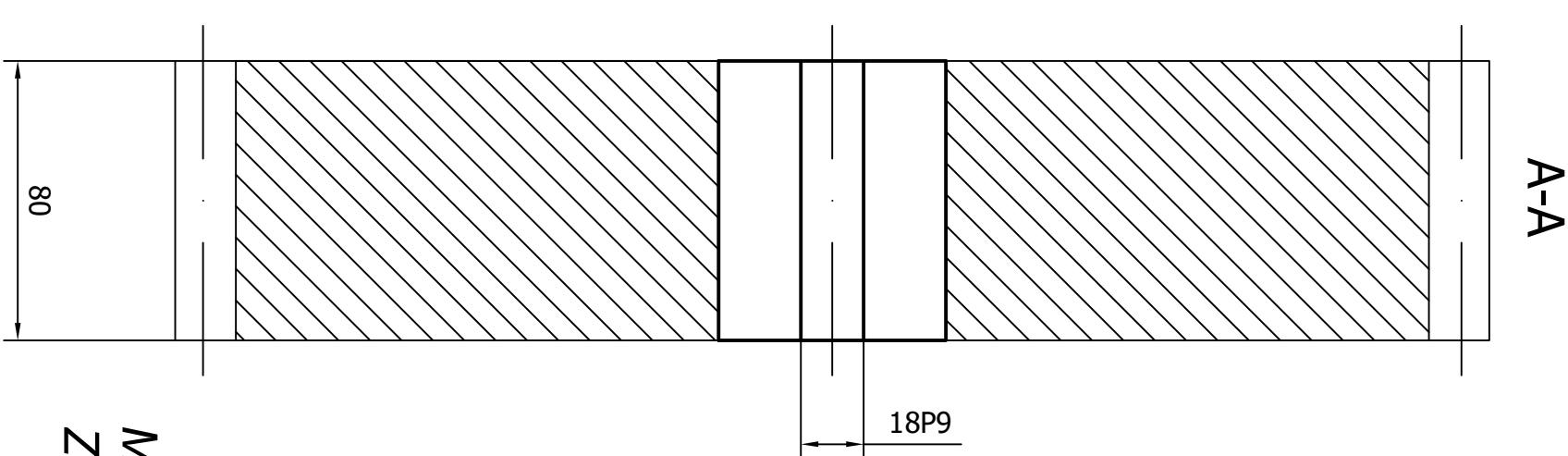
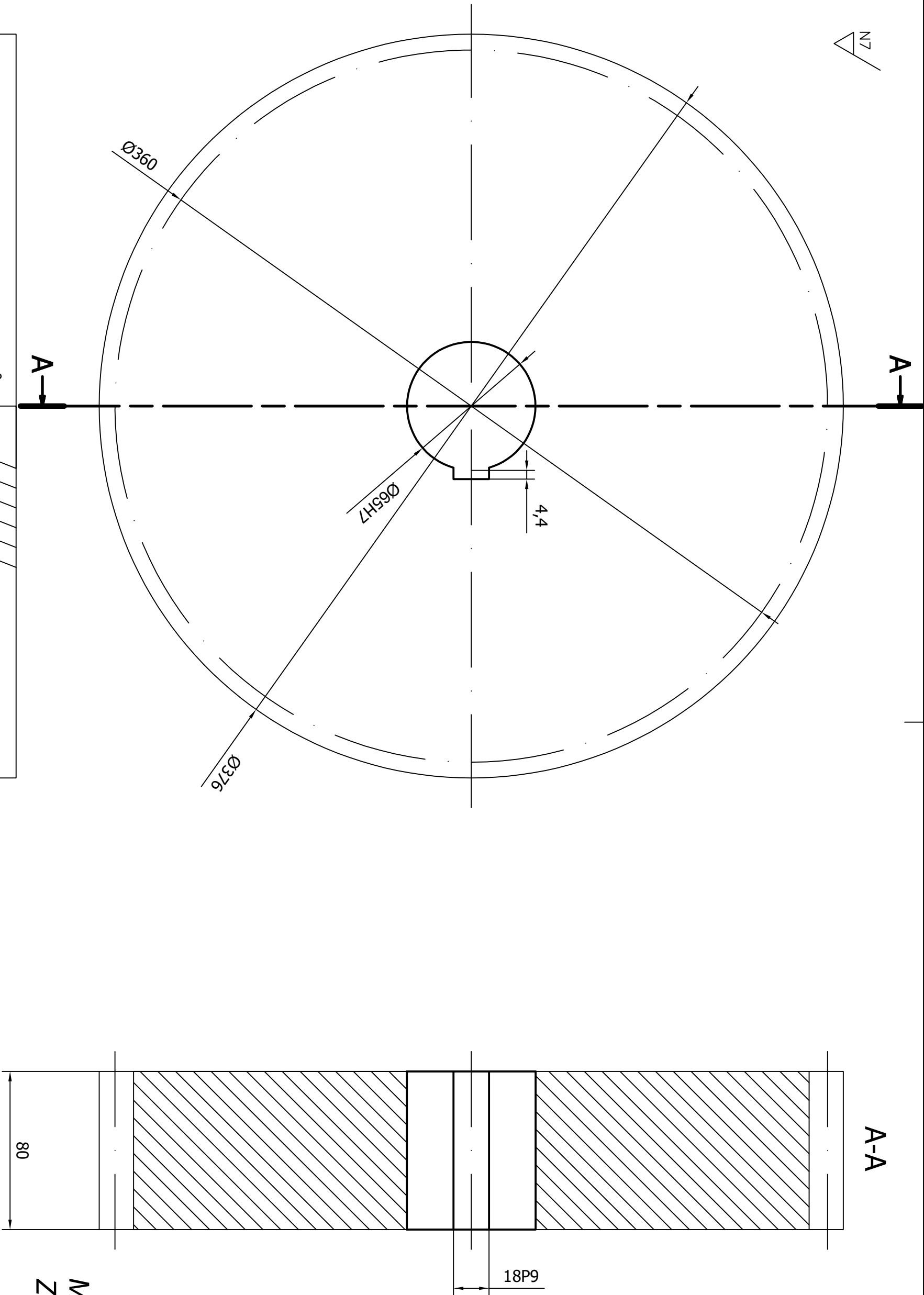
M = 6  
Z = 45

Nombre		 Escuela de Ingeniería y Arquitectura <b>Universidad Zaragoza</b>
Dibujado	Carlos Bermejo Barbanj	
Escala	Título	
1:2	Engranaje 4	
Nº Alumno 700296		
Curso 2018 - 2019		
Plano Nº 1.004		

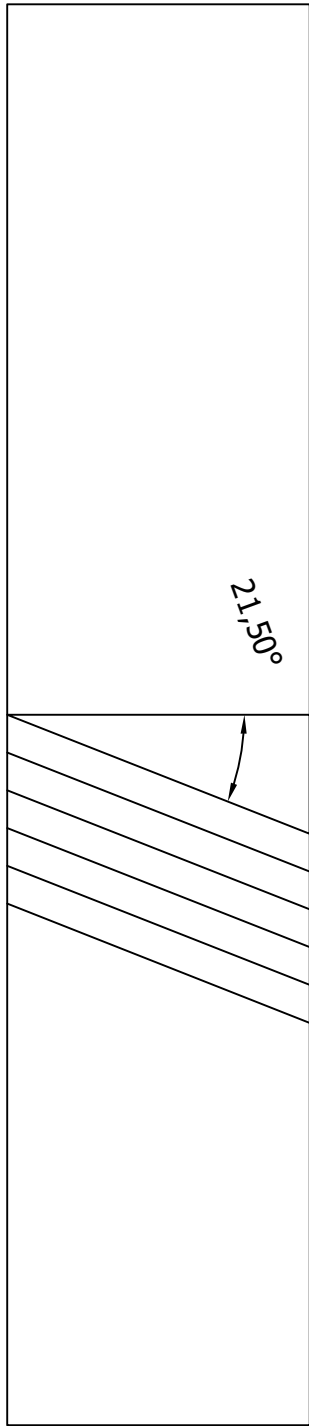


M = 6  
Z = 18

Nombre		Escuela de Ingenieria y Arquitectura	
Dibujado		Universidad Zaragoza	
Carlos Bermejo Barbanj		1542	
Titulo		Nº Alumno 700296	
Engranaje 5		Curso 2018 - 2019	
Escala 1:2		Plano Nº 1.005	



$M = 8$   
 $Z = 45$



Nombre	
Dibujado	Carlos Bermejo Barbanoj
Escala	Título
1:2	Engranaje 6
Escuela de Ingeniería y Arquitectura	
Universidad Zaragoza	
Nº Alumno 700296	
Curso 2018 - 2019	
Plano Nº 1.006	

1 2 3 4

A



A

B

B

C

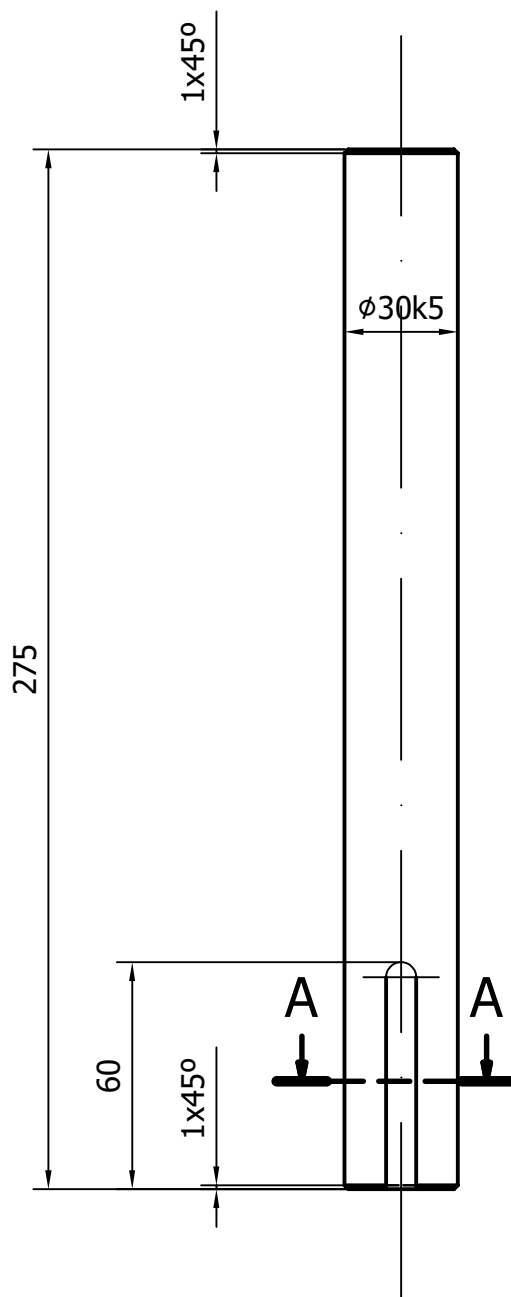
C

D

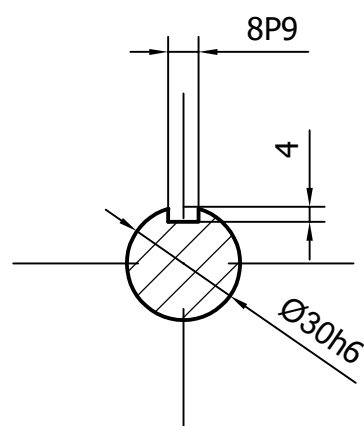
D

E


E



A-A

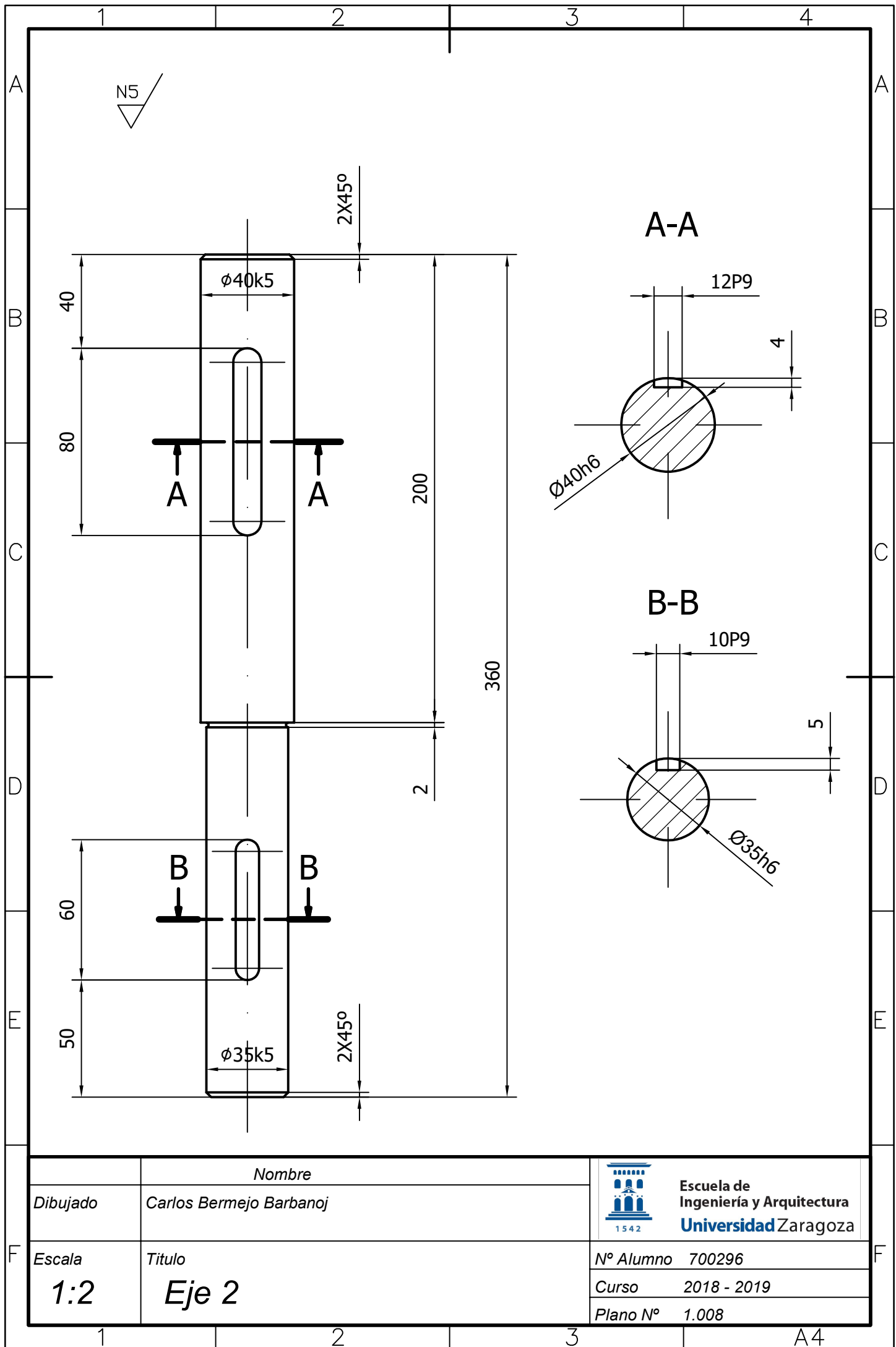



F

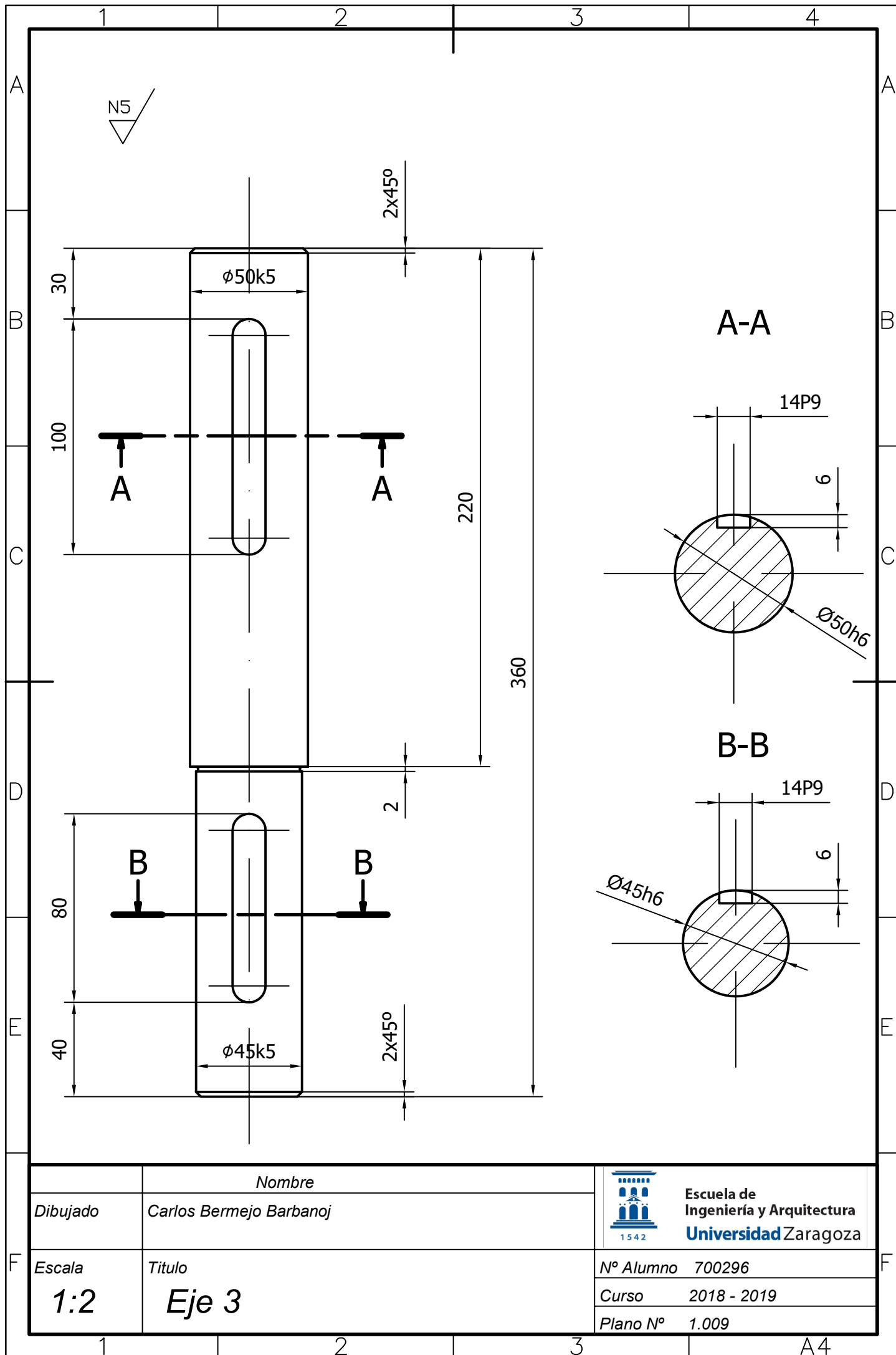
	Nombre	 <b>Escuela de Ingeniería y Arquitectura</b> <b>Universidad Zaragoza</b>
Dibujado	Carlos Bermejo Barbanoj	
Escala	Título	Nº Alumno 700296
1:2	Eje 1	Curso 2018 - 2019
		Plano Nº 1.007

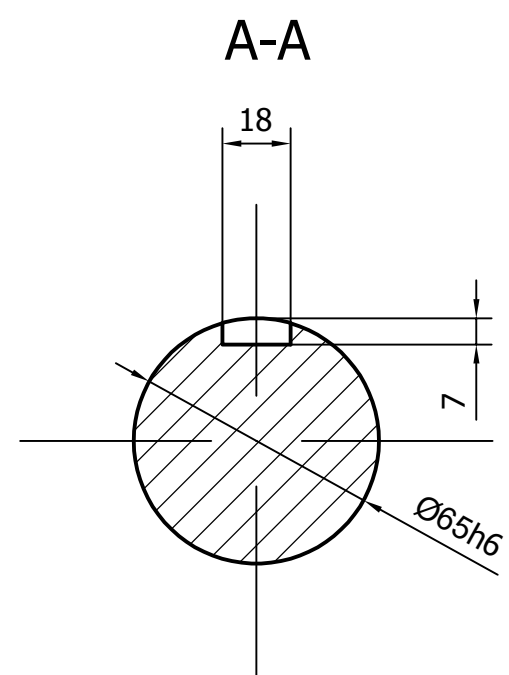
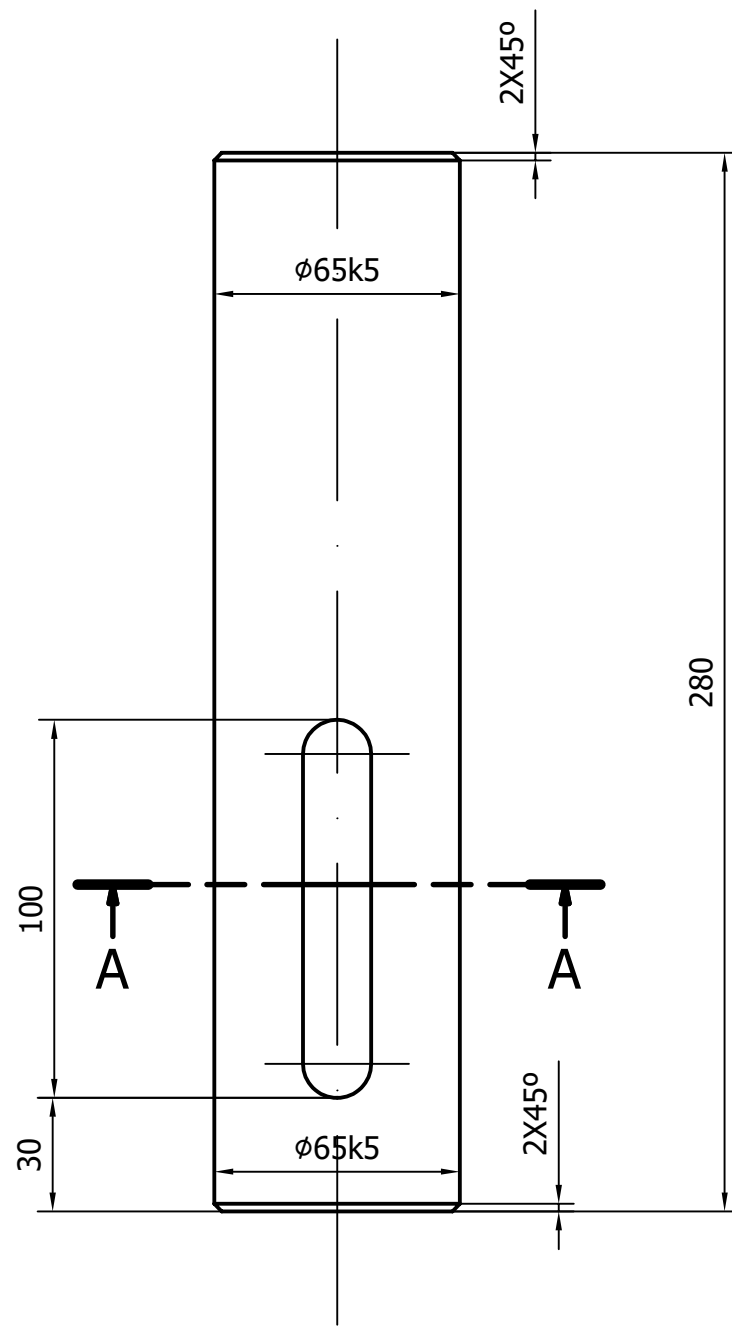
1 2 3 A4







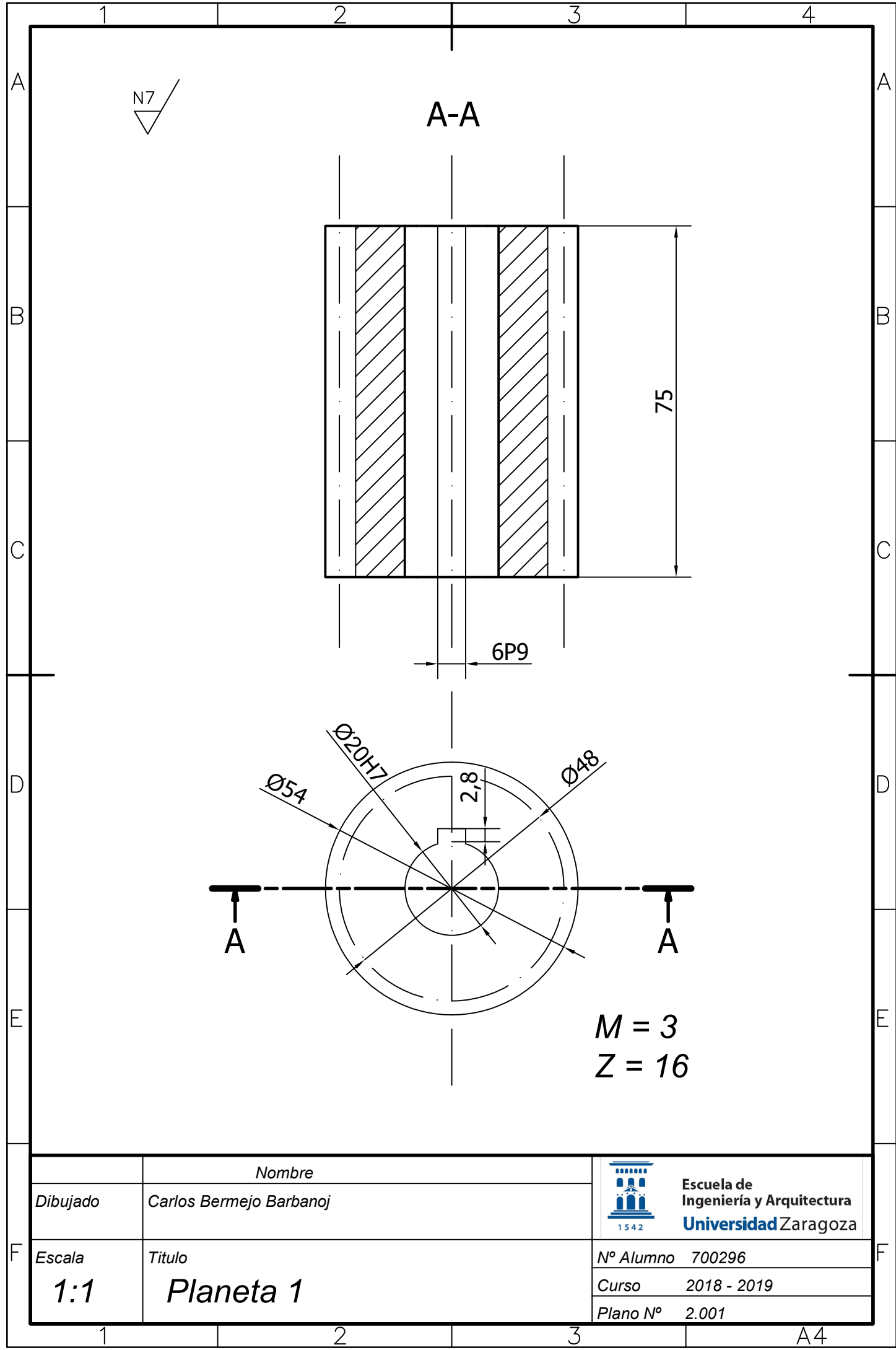
	Nombre	 Escuela de Ingeniería y Arquitectura Universidad Zaragoza
Dibujado	Carlos Bermejo Barbanoj	
Escala	Título	Nº Alumno 700296
1:2	Eje 2	Curso 2018 - 2019
		Plano Nº 1.008




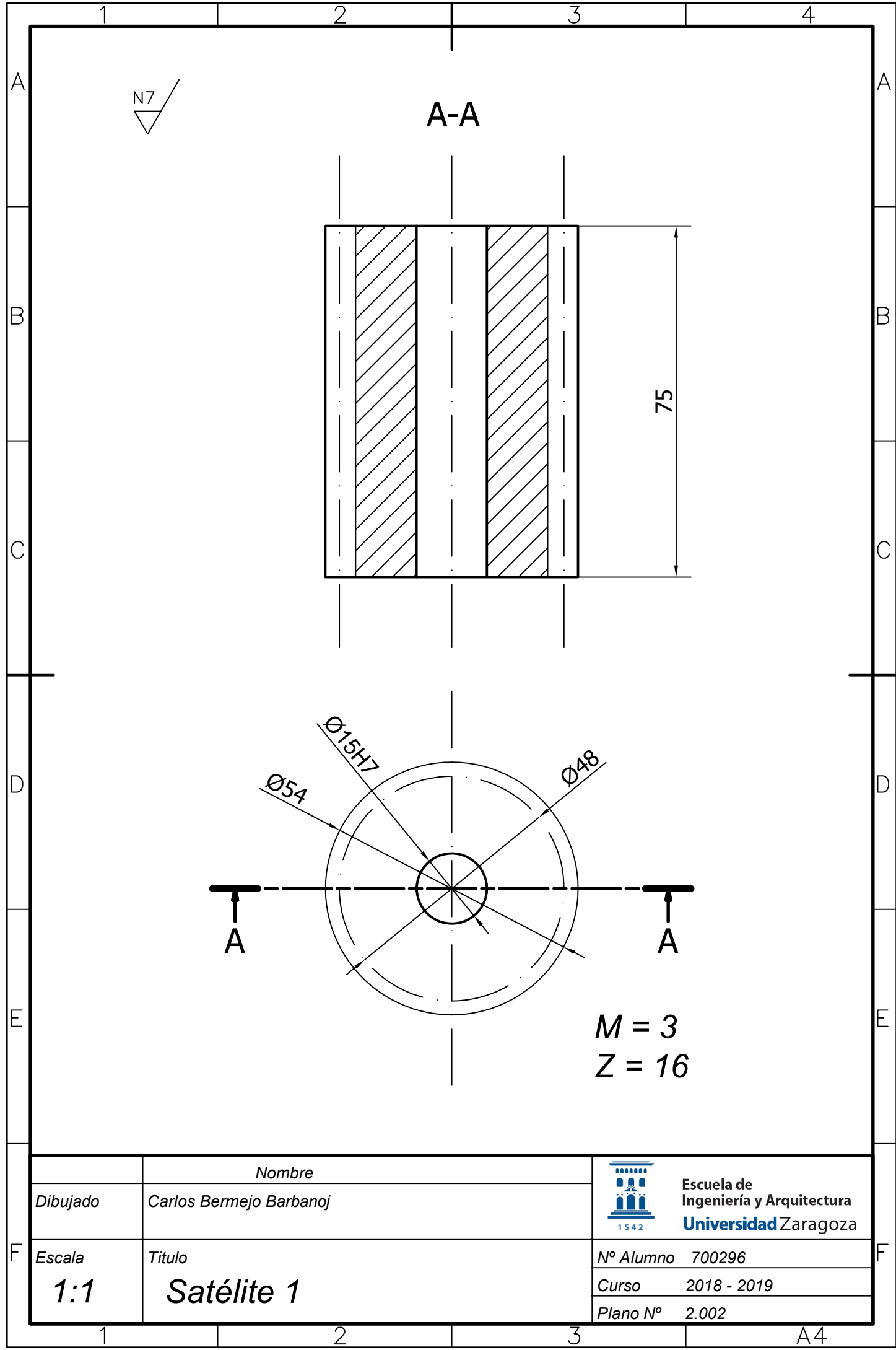



Nombre		 Escuela de Ingeniería y Arquitectura Universidad Zaragoza
Dibujado	Carlos Bermejo Barbanoj	
Escala 1:2	Titulo Eje 4	Nº Alumno 700296
		Curso 2018 - 2019
		Plano Nº 1.010

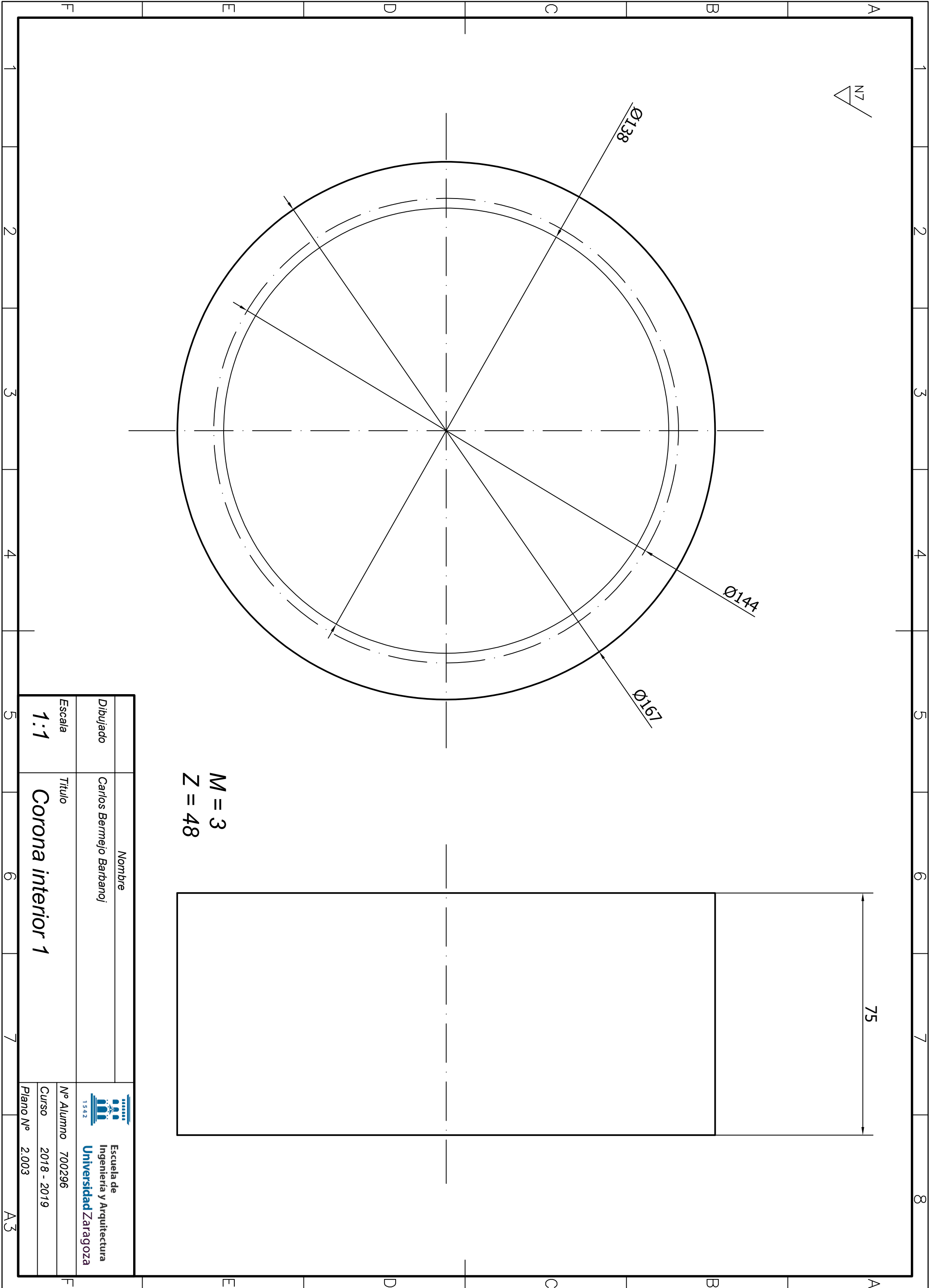
	1	2	3	4
A				
B				
C				
D	Tapa portasatelites 2		2.013	
	Portasatelites 2		2.012	
	Eje satélite 2		2.011	
	Corona interior 2		2.010	
	Satélite 2		2.009	
	Planeta 2		2.008	
E	Tapa portasatelites 1		2.007	
	Portasatelites 1		2.006	
	Eje satélite 1		2.005	
	Eje 1		2.004	
	Corona interior 1		2.003	
	Satélite 1		2.002	
	Planeta 1		2.001	
	Nombre del plano		Nº de plano	
F	Nombre		 Escuela de Ingeniería y Arquitectura Universidad Zaragoza	
	Dibujado	Carlos Bermejo Barbanoj		
	Escala	Titulo		
	Índice de planos planetario		Nº Alumno 700296	
			Curso 2018 - 2019	
			Plano Nº 2.000	
	1	2	3	A4




	Nombre	 Escuela de Ingeniería y Arquitectura Universidad Zaragoza
Dibujado	Carlos Bermejo Barbanoj	
Escala	Título	Nº Alumno 700296
1:1	Planeta 1	Curso 2018 - 2019
		Plano Nº 2.001

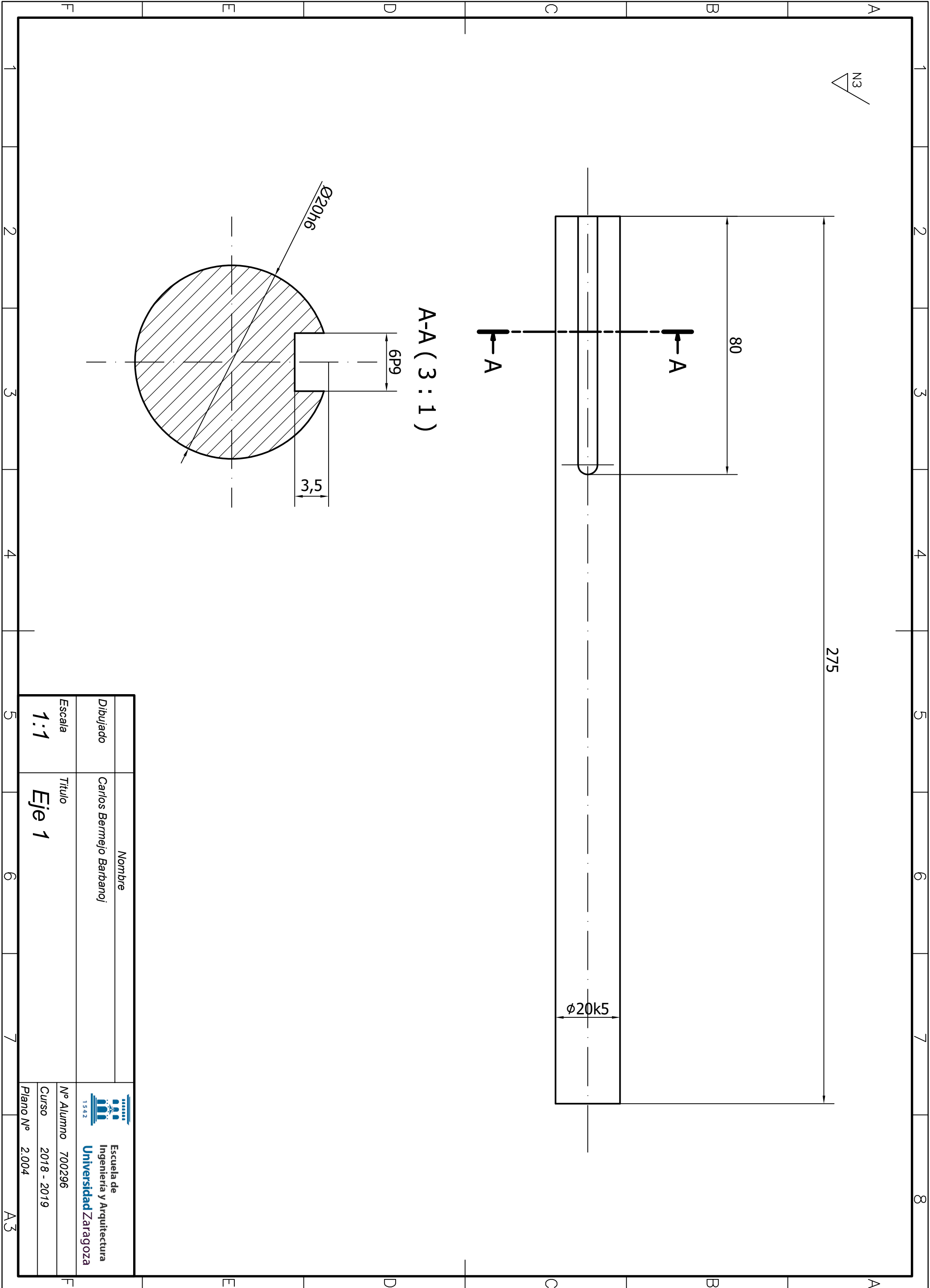



	Nombre	 Escuela de Ingeniería y Arquitectura Universidad Zaragoza
Dibujado	Carlos Bermejo Barbanoj	
Escala	Titulo	Nº Alumno 700296
1:1	Satélite 1	Curso 2018 - 2019
		Plano Nº 2.002



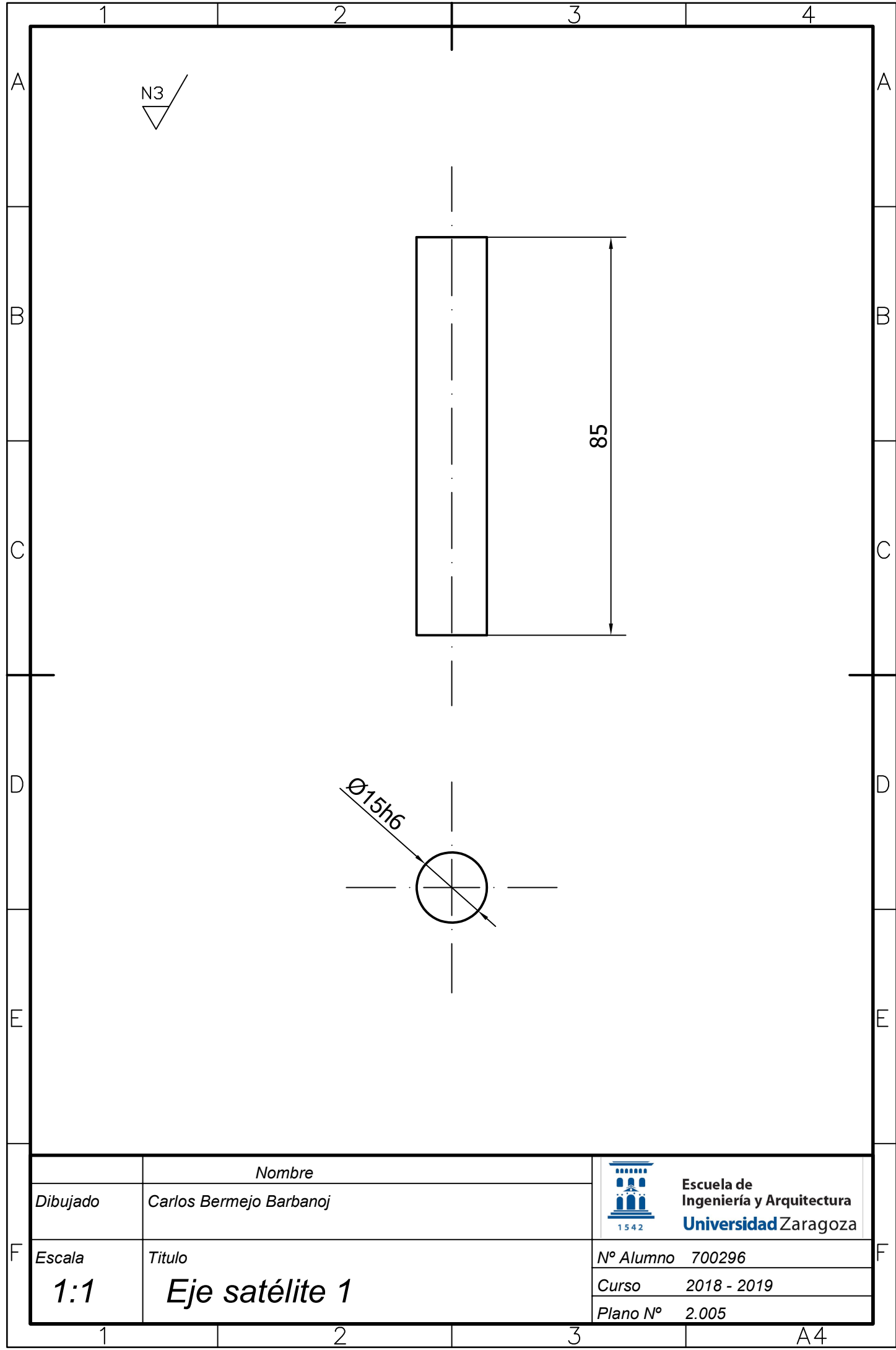
$M = 3$   
 $Z = 48$


		<div>Nombre</div>		<div><div>Escuela de Ingeniería y Arquitectura <b>Universidad Zaragoza</b></div></div>
Dibujado		Carlos Bermejo Barbanj		
Escala		Título		Nº Alumno 700296
1:1		Corona interior 1		Curso 2018 - 2019
				Plano Nº 2.003

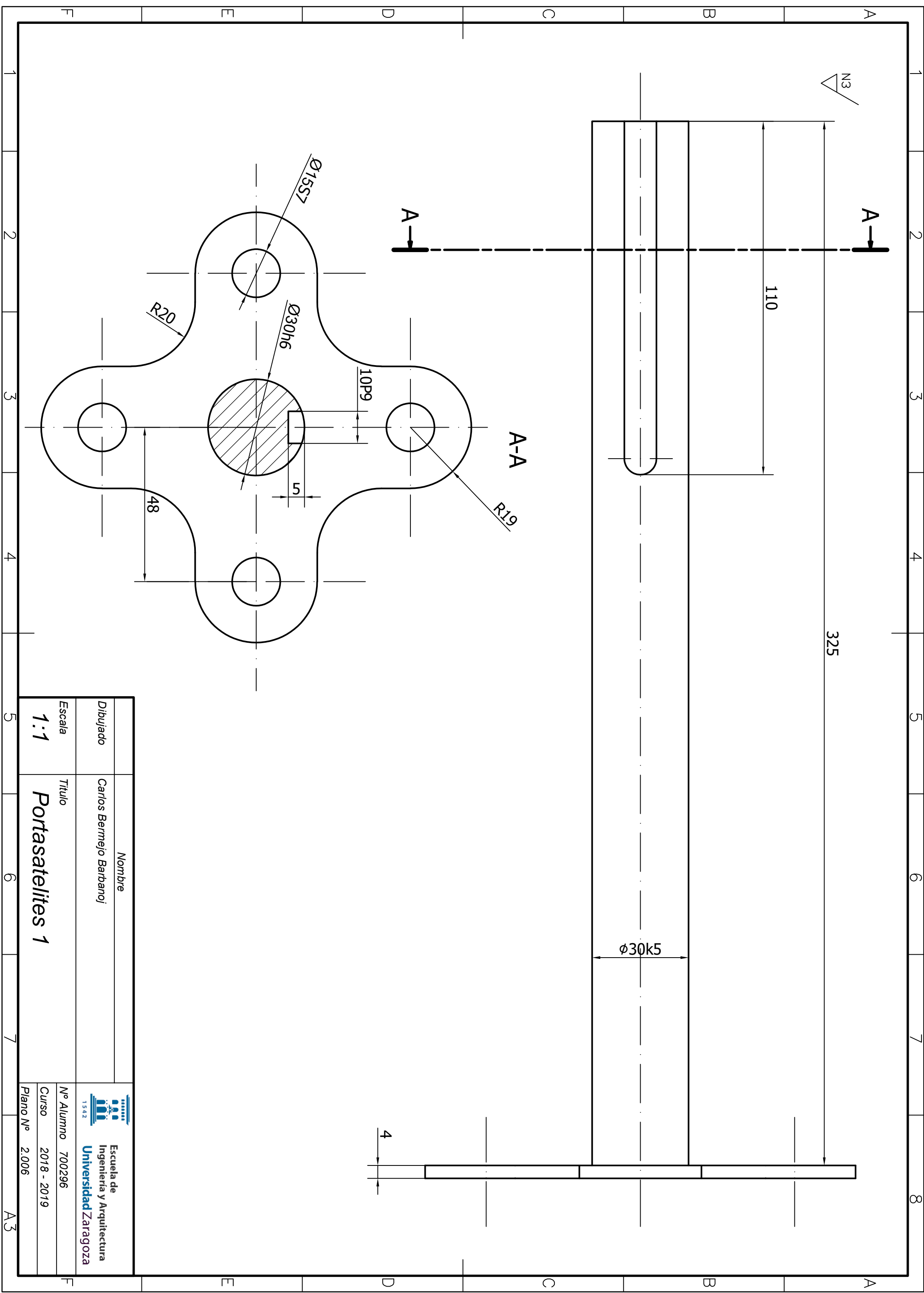


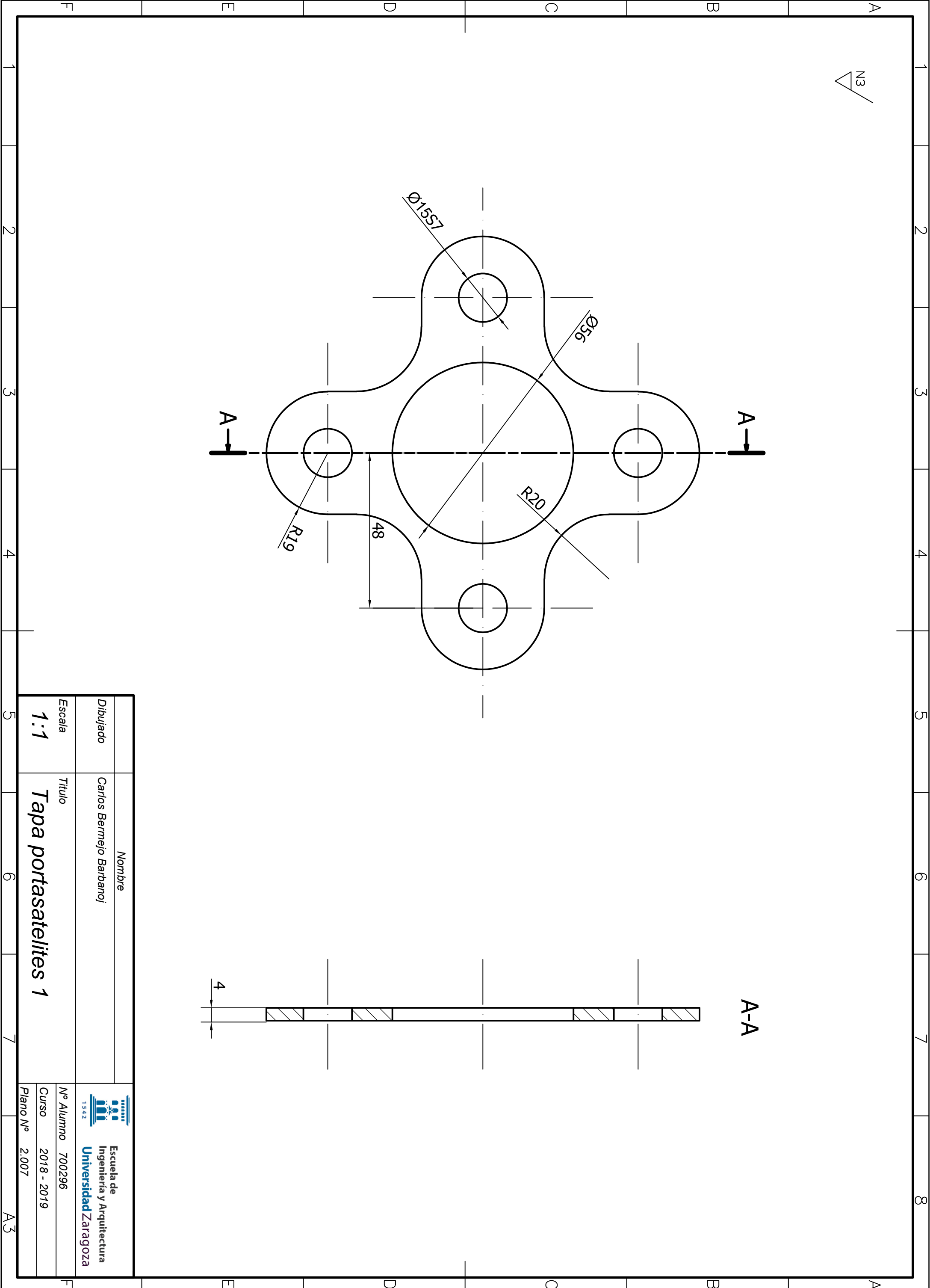
		Nombre		 <div>Escuela de Ingeniería y Arquitectura Universidad Zaragoza</div>
		Dibujado		
		Carlos Bermejo Barbanj		
Escala		Título		
1:1		Eje 1		Nº Alumno 700296
				Curso 2018 - 2019
				Plano Nº 2.004



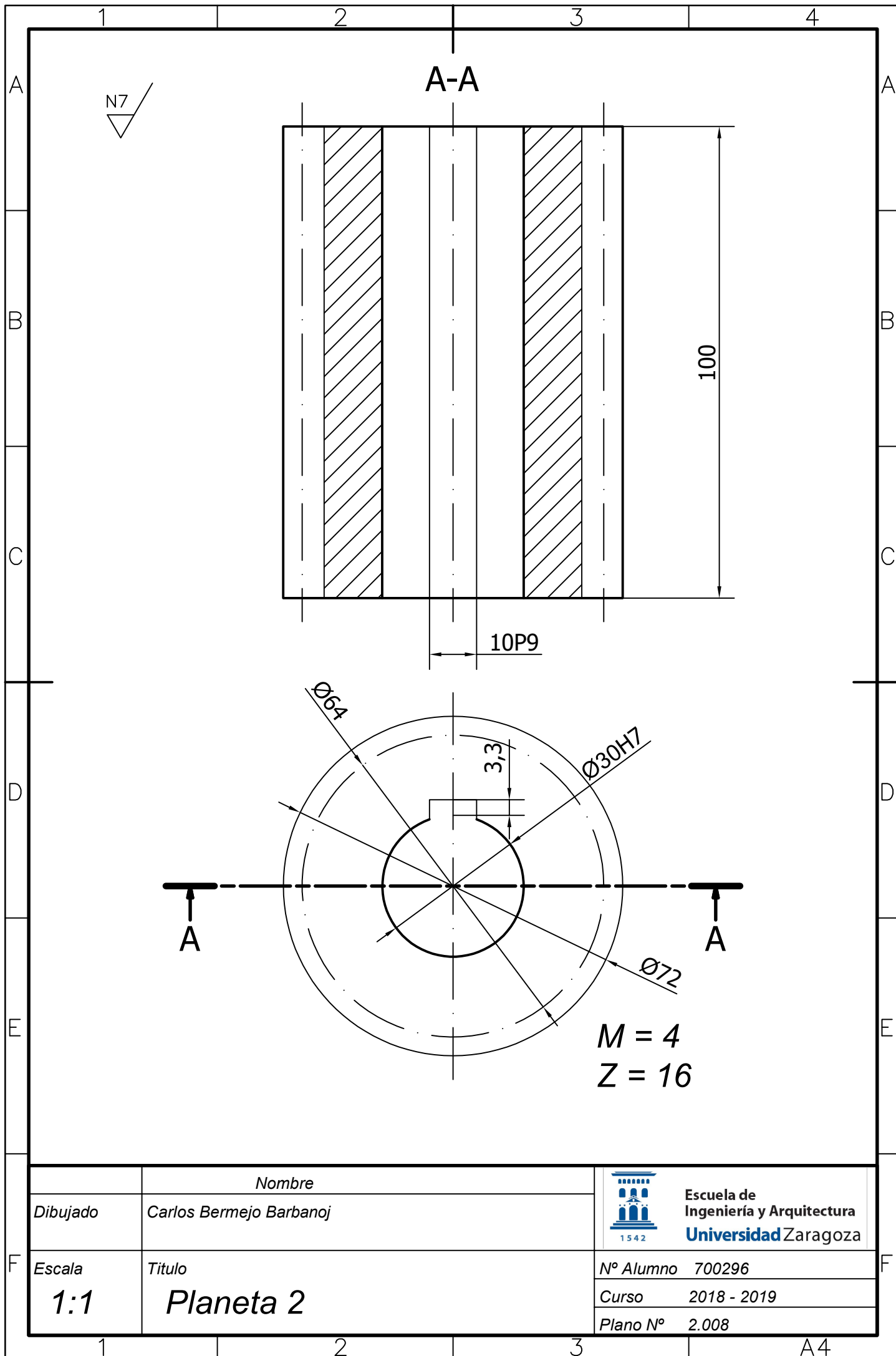


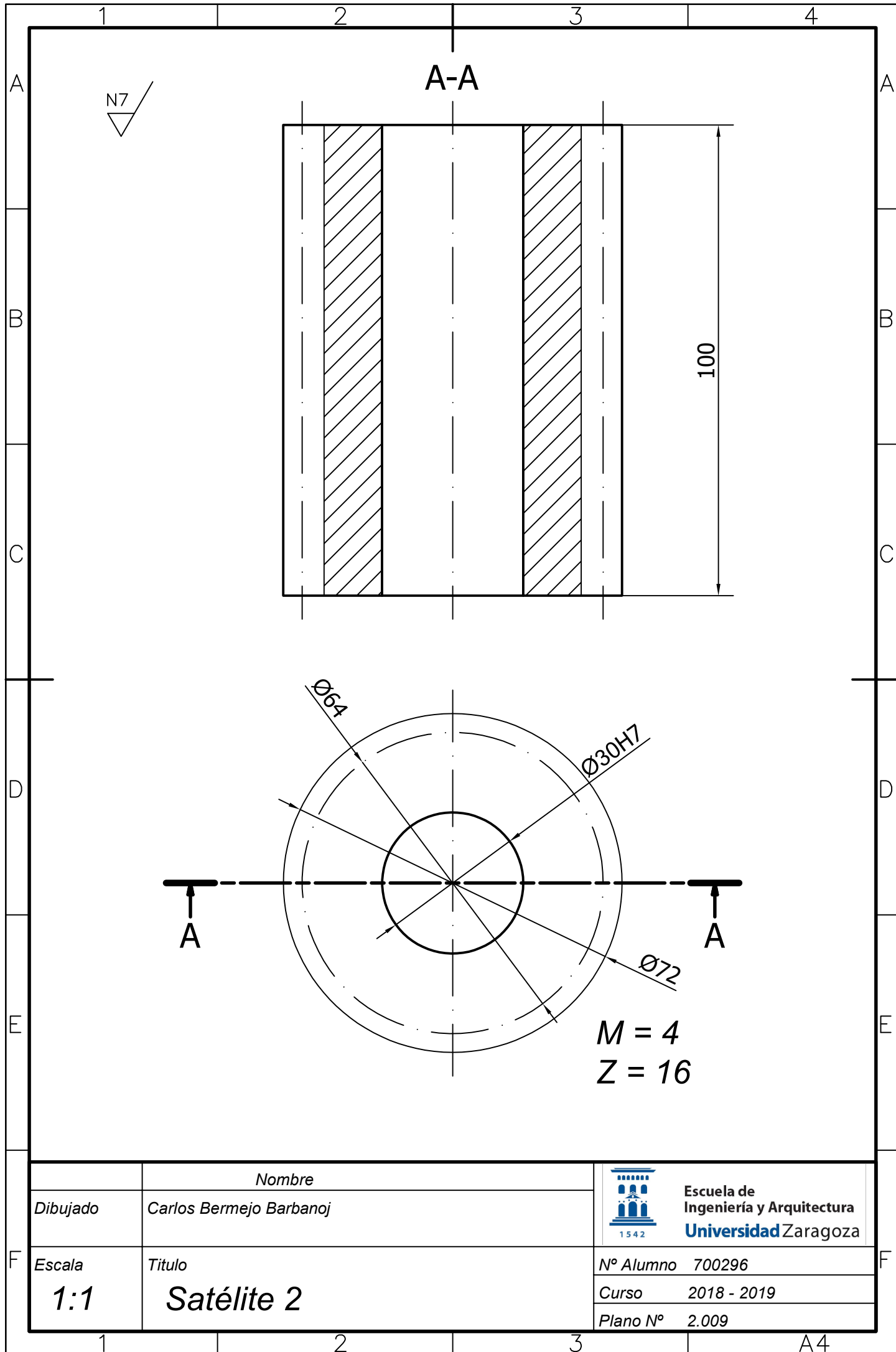
	Nombre	 Escuela de Ingeniería y Arquitectura Universidad Zaragoza
Dibujado	Carlos Bermejo Barbanoj	
Escala	Título	Nº Alumno 700296
1:1	Eje satélite 1	Curso 2018 - 2019
		Plano Nº 2.005




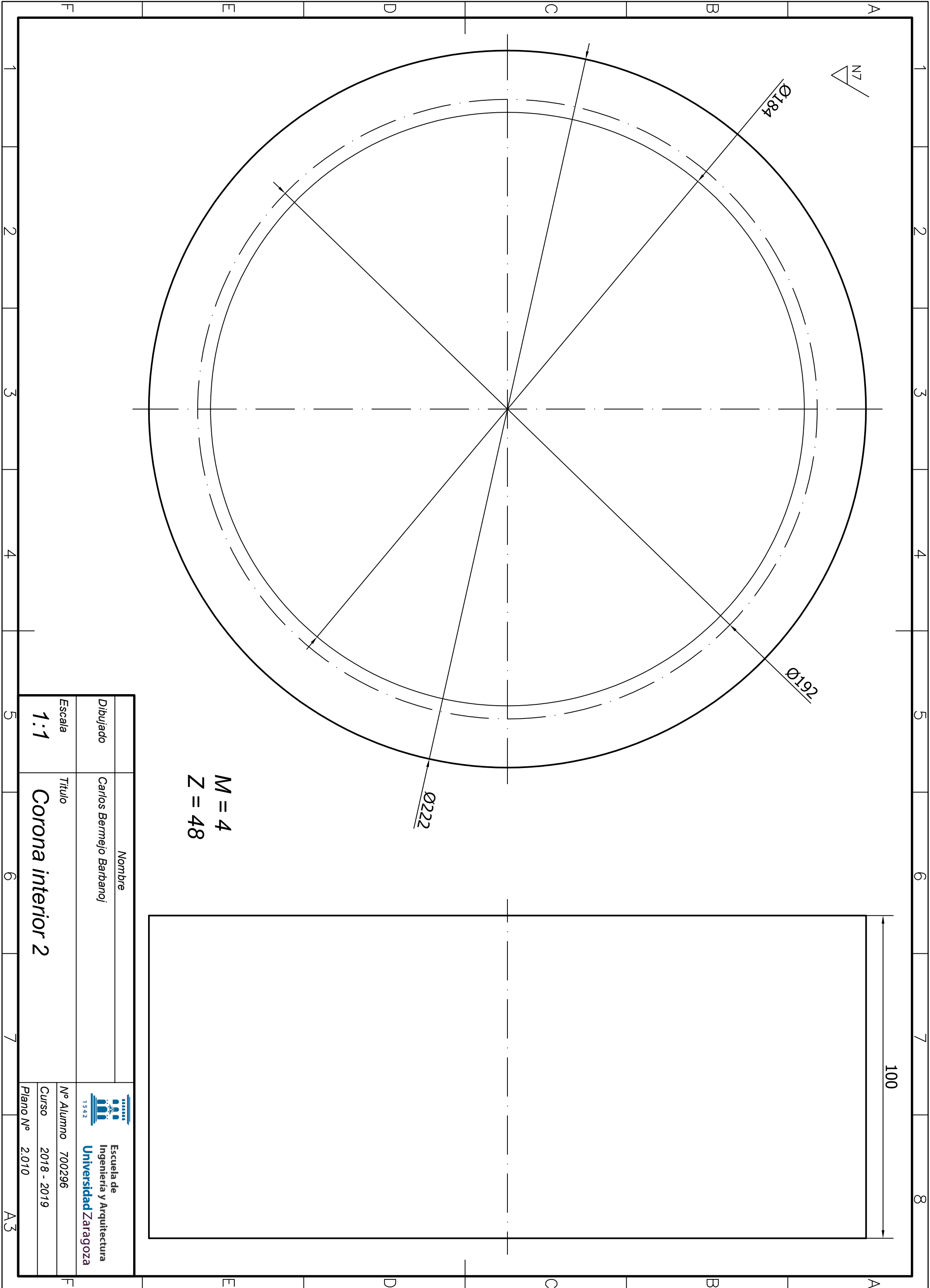


Nombre		Escuela de Ingenieria y Arquitectura	
Dibujado		Carlos Bermejo Barbanoj	
Escala		Nº Alumno 700296	
1:1		Curso 2018 - 2019	
Tapa portasatelites 1		Plano Nº 2.007	



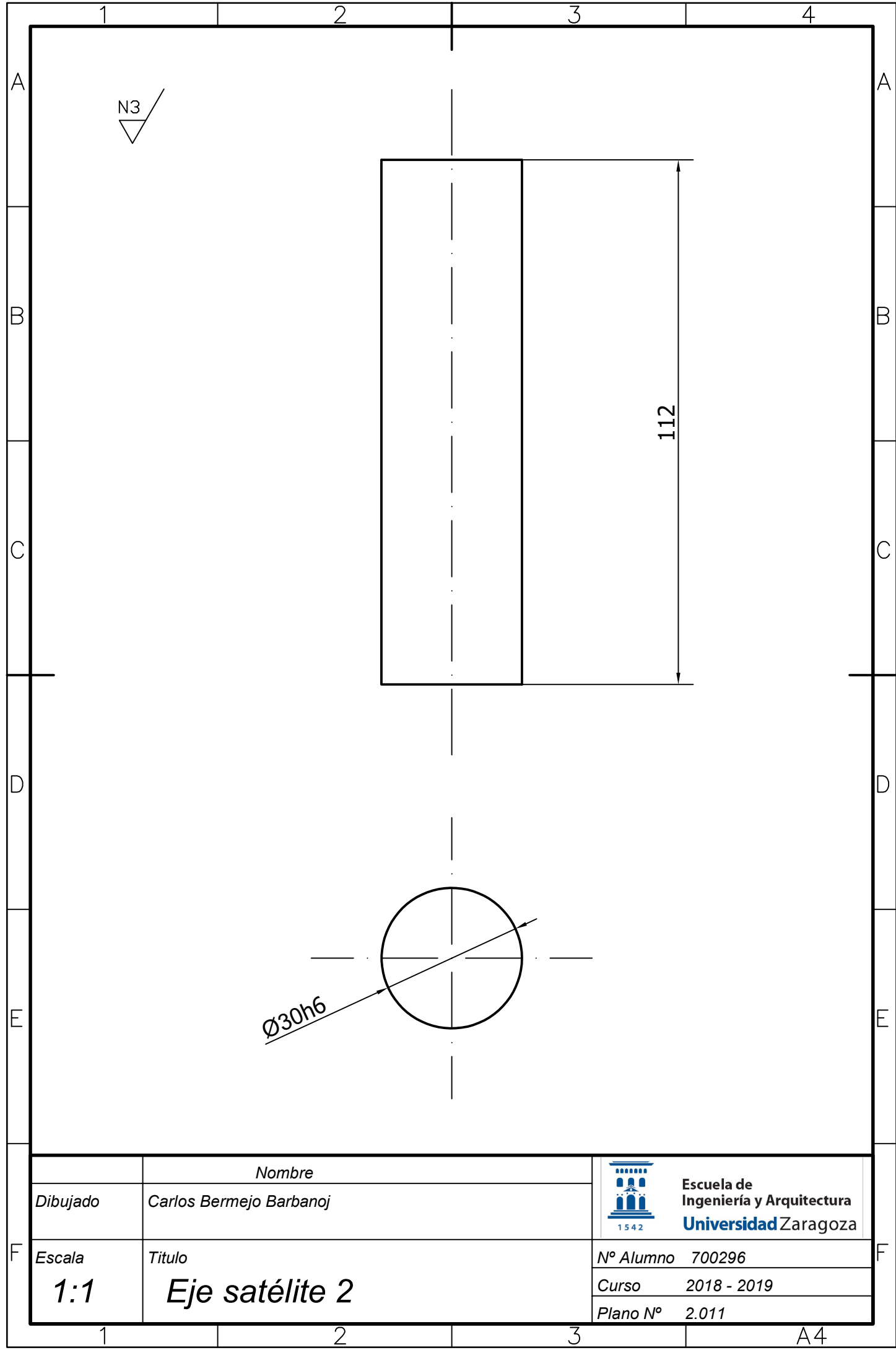



	Nombre	 Escuela de Ingeniería y Arquitectura Universidad Zaragoza
Dibujado	Carlos Bermejo Barbanoj	
Escala	Título	Nº Alumno 700296
1:1	Satélite 2	Curso 2018 - 2019
		Plano Nº 2.009

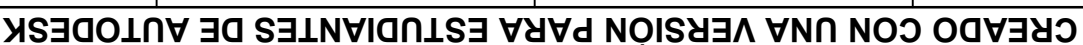



M = 4  
Z = 48

Nombre		Escuela de Ingenieria y Arquitectura Universidad Zaragoza	
Dibujado		Carlos Bermejo Barbanoj	
Escala		Nº Alumno 700296	
1:1		Curso 2018 - 2019	
Corona interior 2		Plano Nº 2.010	

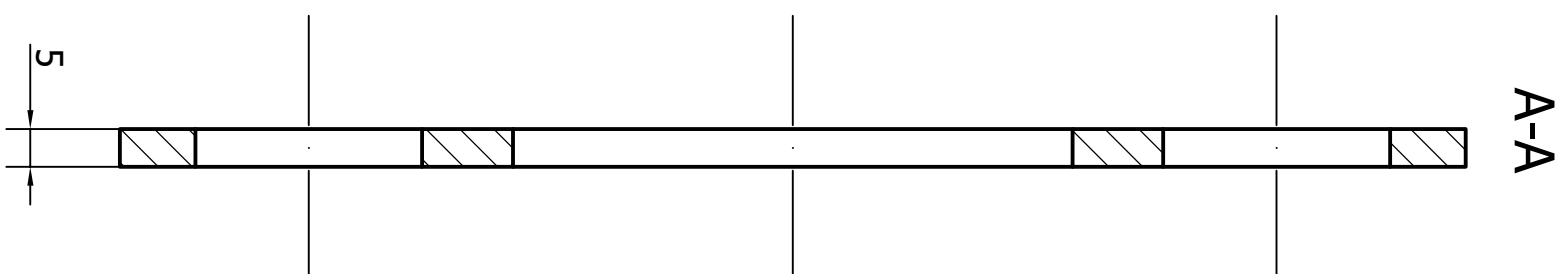
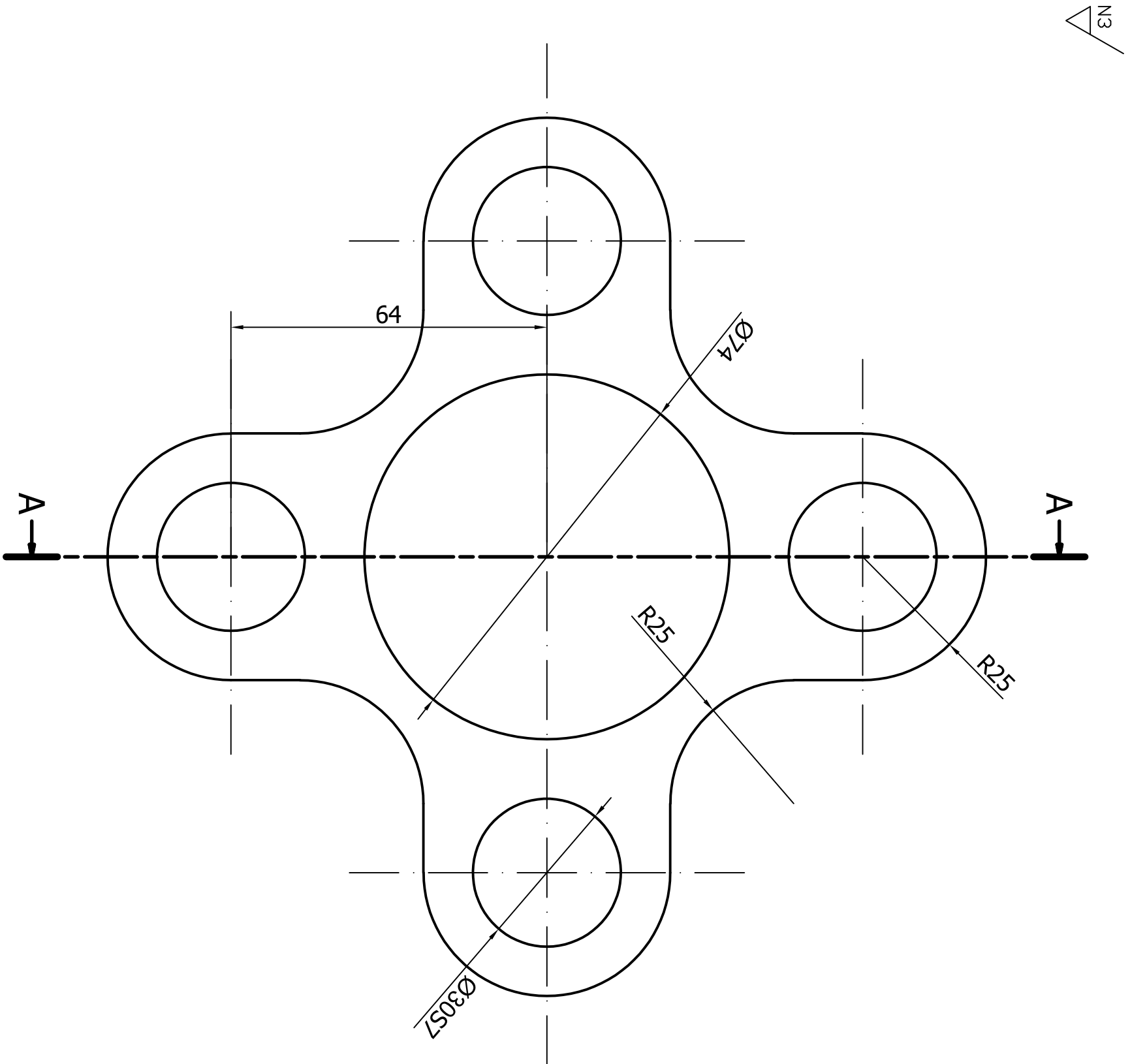


	Nombre	 <div>Escuela de Ingeniería y Arquitectura Universidad Zaragoza</div>
Dibujado	Carlos Bermejo Barbanoj	
Escala	Título	Nº Alumno 700296
1:1	Eje satélite 2	Curso 2018 - 2019
		Plano Nº 2.011



		 <b>Escuela de Ingeniería y Arquitectura</b> <b>Universidad Zaragoza</b>	
	Nombre		
Dibujado	Carlos Bermejo Barbanj		
Escala	Título	Nº Alumno 700296 Curso 2018 - 2019 Plano Nº 2.012	
1:1	Portasatelites 2		





Nombre		Carlos Bermejo Barbanj	
Dibujado		Título	
Escala		1:1	
Escuela de Ingeniería y Arquitectura		Universidad Zaragoza	
Nº Alumno		700296	
Curso		2018 - 2019	
Plano Nº		2.013	