



**Universidad**  
Zaragoza

# Trabajo Fin de Grado

Resolución de un problema de redistribución en  
una red urbana de bicicletas

Solving a repositioning problem in a bike-  
sharing system

Autor

Marcos Rivas García

Directora

Dra. María del Carmen Galé Pola

Escuela de Ingeniería y Arquitectura  
2018



## DECLARACIÓN DE AUTORÍA Y ORIGINALIDAD

(Este documento debe acompañar al Trabajo Fin de Grado (TFG)/Trabajo Fin de Máster (TFM) cuando sea depositado para su evaluación).

D./D<sup>a</sup>. Marcos Rivas García

con nº de DNI 46905482H en aplicación de lo dispuesto en el art.

14 (Derechos de autor) del Acuerdo de 11 de septiembre de 2014, del Consejo

de Gobierno, por el que se aprueba el Reglamento de los TFG y TFM de la

Universidad de Zaragoza,

Declaro que el presente Trabajo de Fin de (Grado/Máster)

Grado en Ing. de Tecnologías Industriales, (Título del Trabajo)

Resolución de un problema de redistribución en una red urbana de bicicletas

---

---

---

---

---

---

---

es de mi autoría y es original, no habiéndose utilizado fuente sin ser citada debidamente.

Zaragoza, 20 de Noviembre de 2018

Fdo: 

## RESUMEN

La contaminación atmosférica perjudica gravemente el medio ambiente y la salud de las personas, siendo el tráfico rodado lo que provoca una parte muy importante de las emisiones. Por ello, desde hace mucho tiempo se estudia la posibilidad de utilizar nuevos medios de transporte más sostenibles y saludables para la movilidad individual dentro de las ciudades. En este contexto, entra en juego el aumento del uso de la bicicleta como medio de transporte, siendo este vehículo idóneo en las grandes ciudades.

Dentro de este tipo de movilidad sostenible surge el sistema público de bicicletas BIZI, implantado en Zaragoza en mayo de 2008. Uno de los factores más importantes en el éxito de estos sistemas es la capacidad de satisfacer la demanda de los usuarios. Esto se traduce, por ejemplo, en la capacidad del sistema para conseguir que cuando un usuario vaya a una estación a coger una bicicleta, haya bicicletas disponibles; y si desea dejar una, haya huecos para depositarla.

En este TFG se ha recogido información sobre el funcionamiento del sistema BIZI. En particular, sobre la disponibilidad de bicicletas en horario de mañana y de noche, para conocer si existe un proceso de reposicionamiento de bicicletas. A partir de la variabilidad observada en esas franjas horarias, se concluye que no hay una situación estable al inicio de la jornada.

El problema de reposicionamiento de bicicletas supone diseñar rutas que desde un depósito recorran aquellas estaciones en las que se haya de recoger bicicletas o dejar bicicletas, y de esta forma conseguir que en cada estación haya el número de bicicletas deseado. En primer lugar, se revisan problemas clásicos de optimización, como el problema del viajante y el problema de rutas de vehículos clásico. A continuación, se plantean tres modelos de optimización en la red de estaciones BIZI. Los datos de distancia se han obtenido con la aplicación de Google MyMaps. En lugar de construir una matriz de distancias cuadrada, se han definido arcos sobre la red de posibles conexiones entre las estaciones, para reducir la complejidad computacional del problema. Con los tres modelos de optimización se han diseñado varias rutas para mostrar el potencial de los modelos construidos. La resolución de los problemas de programación entera mixta se ha realizado con el software de optimización IBM ILOG CPLEX Optimization Studio, Versión: 12.6.0.0.

# Índice general

<b>1. Introducción</b>	<b>3</b>
1.1. Objetivo . . . . .	3
1.2. Metodología . . . . .	3
1.3. Esquema . . . . .	4
<b>2. Sistemas públicos de bicicletas</b>	<b>5</b>
2.1. Introducción histórica . . . . .	5
2.2. BIZI: Sistema público de bicicletas en Zaragoza . . . . .	7
2.3. Sistemas de movilidad sostenible en Zaragoza . . . . .	9
2.4. Optimización en la gestión de bicicletas . . . . .	10
<b>3. Análisis del sistema BIZI</b>	<b>11</b>
3.1. Descripción física del sistema . . . . .	11
3.2. Dinámica del sistema . . . . .	11
<b>4. Problemas de optimización de rutas de vehículos</b>	<b>21</b>
4.1. Problema del viajante . . . . .	21
4.2. Problema de rutas de vehículos . . . . .	23
4.2.1. Problema de ruta de vehículo con capacidad . . . . .	24
4.2.2. Problema de ruta de vehículo con entrega y recogida . . . . .	24
<b>5. Problemas de reubicación en el sistema BIZI</b>	<b>27</b>
5.1. Escenario 1 . . . . .	27

5.1.1.	Formulación matemática del problema . . . . .	27
5.1.2.	Aplicación del modelo . . . . .	29
5.2.	Escenario 2 . . . . .	31
5.2.1.	Formulación matemática del problema . . . . .	31
5.2.2.	Aplicación del modelo . . . . .	32
5.3.	Escenario 3 . . . . .	34
5.3.1.	Formulacion matemática del problema . . . . .	34
5.3.2.	Aplicación del modelo . . . . .	36
<b>6.</b>	<b>Conclusiones</b>	<b>39</b>
	<b>Anexos</b>	<b>41</b>
<b>A.</b>	<b>Sistema BIZI</b>	<b>43</b>
<b>B.</b>	<b>Clear Channel</b>	<b>49</b>
<b>C.</b>	<b>Matriz de distancias del sistema BIZI</b>	<b>51</b>
C.1.	Matriz inicial . . . . .	51
C.2.	Ampliación de la matriz . . . . .	56
<b>D.</b>	<b>Implementación de algoritmos matemáticos mediante CPLEX Studio</b>	<b>59</b>
D.1.	Escenario 1 . . . . .	59
D.1.1.	Modelo . . . . .	59
D.1.2.	Datos . . . . .	61
D.2.	Escenario 2 . . . . .	61
D.2.1.	Modelo . . . . .	61
D.2.2.	Datos . . . . .	63
D.3.	Escenario 3 . . . . .	65
D.3.1.	Modelo . . . . .	65
D.3.2.	Datos . . . . .	68

# Capítulo 1

## Introducción

### 1.1. Objetivo

El objetivo de este trabajo es el modelado y resolución de un problema de redistribución en un sistema público de bicicletas. El sistema está formado por un gran número de estaciones en las que se ubican las bicicletas. Suponemos que al término de una jornada, un vehículo ha de visitar algunas de las estaciones para recoger o dejar bicicletas y así dejar cada estación con un nivel establecido para el comienzo del siguiente día. En este trabajo se va a desarrollar una aplicación que facilite la resolución del problema de rutas que se le plantea al vehículo que redistribuye las bicicletas de una estación a otra, atendiendo a diferentes criterios.

### 1.2. Metodología

La metodología utilizada en este trabajo es:

- Análisis del sistema de bicicletas en Zaragoza.
- Creación de un mapa en Google MyMaps, con la posición de las estaciones y las conexiones entre estaciones para el cálculo de las matrices de distancias.
- Programación del modelo matemático de rutas para el cálculo de la ruta del vehículo o los vehículos que realizan la redistribución de bicicletas en varios escenarios.
- Resolución del problema mediante el software de optimización IBM ILOG CPLEX Optimization Studio, Versión: 12.6.0.0.

### **1.3. Esquema**

La memoria consta de seis capítulos.

Este primer capítulo 1 introduce el objetivo del TFG, su metodología y un esquema de la memoria.

En el Capítulo 2 se introducen los sistemas públicos de bicicletas. Aquí se hace referencia a la historia de estos sistemas a lo largo de los años hasta llegar a la actualidad. Se describe el sistema público BIZI implantado y en funcionamiento en la ciudad de Zaragoza. También se citan otros sistemas de movilidad sostenible implantados en Zaragoza recientemente. Y para finalizar, se hace referencia a la importancia de la optimización en la gestión de este tipo de sistemas públicos de bicicletas.

En el Capítulo 3 se analiza brevemente el sistema público de bicicletas de Zaragoza, BIZI. Atendiendo a la descripción física del sistema y a su dinámica, se utiliza la aplicación informática Google MyMaps, como herramienta para la creación de un mapa que replique una red de estaciones de bicicletas ya existente en Zaragoza. Asimismo, se utiliza también el programa estadístico Minitab®, como herramienta de análisis de los datos recogidos sobre el funcionamiento del sistema BIZI.

En el Capítulo 4 se introducen brevemente los problemas de optimización de rutas de vehículos como el denominado problema del viajante, TSP, del inglés Traveling Salesperson Problem; y el conocido como problema de rutas de vehículo clásico VRP, del inglés, Vehicle Routine Problem, con alguna de sus variantes.

En el Capítulo 5 se detallan los modelos matemáticos aplicados a tres escenarios concretos, dando solución a diferentes ejemplos dentro de cada escenario. La herramienta informática para codificar estos modelos matemáticos es el software de optimización IBM ILOG CPLEX Optimization Studio, Versión: 12.6.0.0.

Finalmente, en el Capítulo 6 se detallan las conclusiones alcanzadas tras el análisis de los resultados obtenidos. Además, se incluyen tras la memoria, desglosada anteriormente, una serie de anexos que proporcionarán información adicional y de interés para complementar lo descrito en los capítulos anteriores. A estos anexos se hará referencia desde cada capítulo cuando se considere oportuno.

# Capítulo 2

## Sistemas públicos de bicicletas

### 2.1. Introducción histórica

La contaminación atmosférica perjudica gravemente el medio ambiente y también afecta negativamente a la salud de las personas. Las causas de esta contaminación son muy variadas, pero en las grandes ciudades muchos estudios coinciden que es el tráfico rodado lo que provoca una parte muy importante de las emisiones. Por ello, desde hace mucho tiempo se estudia la posibilidad de utilizar nuevos medios de transporte más sostenibles y saludables para la movilidad individual dentro de las ciudades. De hecho es un compromiso de las Administraciones públicas, dentro de sus competencias, el promover sistemas de transporte público y privado menos contaminantes. En este contexto, entra en juego el aumento del uso de la bicicleta como medio de transporte a lo largo de los años, siendo este vehículo un medio idóneo de transporte urbano en las grandes ciudades.

Hoy en día, son muchas las ciudades españolas que han implantado sistemas públicos de bicicletas. Son sistemas de alquiler y préstamo gratuito de bicicletas en núcleos urbanos, impulsados generalmente por la administración pública. Prestan un servicio de movilidad práctico, rápido y pensado para el uso cotidiano. Se trata de una red de estaciones con bicicletas disponibles para su recogida y devolución, distribuidas por diferentes puntos de la ciudad, para poder desplazarse individualmente a través de ella, recogiendo una bicicleta en un punto de origen y depositándola en otro diferente de destino al término del trayecto realizado.

Los sistemas públicos de bicicletas han evolucionado con el paso de los años. En el informe [1] se describe la evolución de estos sistemas, que se resume a continuación.

La primera referencia que se tiene data de 1968 en Ámsterdam (Holanda) dentro del



movimiento *Provo*. Su objetivo era protestar contra la estructura de la sociedad burguesa de una forma crítica y proponía soluciones para crear una ciudad más habitable. En aquel entonces se puso a disposición de la ciudadanía una flota de bicicletas sin puntos específicos donde recogerla o dejarla una vez realizado el desplazamiento. Se obtenía un medio de transporte no contaminante, saludable y económico que funcionaba constantemente. Sin embargo, la falta de sistemas de seguridad o seguimiento hizo que desaparecieran muchas bicicletas e impidió que el sistema progresara. Este tipo de sistemas son los llamados “abiertos” y solamente funcionan en lugares en los que haya un control de entrada y salida para que no puedan desaparecer las bicicletas, como es el caso de parques naturales o campus universitarios.

Una segunda generación de sistema público comenzó en 1995, cuando en la ciudad de Copenhague se puso en marcha un servicio de préstamo de bicicletas a gran escala llamado *Bycyklen*. Se trata de un sistema con algunas carencias: las bicicletas estaban encadenadas en aparcamientos especiales mediante cerraduras que se abrían con una moneda. Este sistema seguía siendo propenso a robos y vandalismo.

A partir del año 2001 se puede decir que comienza en Europa una tercera generación que incluye sistemas de seguridad contra el robo y el vandalismo. En este momento, el número de ciudades con sistemas públicos de bicicletas aumenta y las bicicletas públicas se consolidan como una oferta de transporte público individual.

Por último, una cuarta generación de sistemas está empezando a implementarse como integración del sistema público de bicicletas con el resto de la oferta del transporte público mediante una tarjeta de transporte público o, como en España, una tarjeta ciudadana recargable para hacer diversos pagos y gestiones. Los sistemas automáticos se gestionan de manera mucho más sencilla, aunque requieren de una mayor inversión en infraestructuras y bicicletas debido a su nivel tecnológico. Este tipo de sistemas es ideal para residentes de ciudades grandes o medianas con una demanda elevada.

En la actualidad, el informe [1] señala que en ciudades de Alemania, Holanda, Dinamarca y Noruega, el uso de la bicicleta es elevado y existe un amplio despliegue de sistemas públicos de bicicletas de diversa índole. En Francia, donde el uso de la bicicleta no era tan habitual, estos sistemas han contribuido al aumento del número de usuarios de la bicicleta y de los desplazamientos de los usuarios en las ciudades. También son relevantes los casos italiano y suizo, en los que las diversas ciudades han implantado sistemas similares.

Los primeros sistemas públicos de bicicletas en España se pusieron en marcha a principios de siglo, siendo uno de los más veteranos el de Vitoria o en el caso de sistemas automáticos, el de Córdoba. Actualmente, algunos de los sistemas más conocidos en Es-

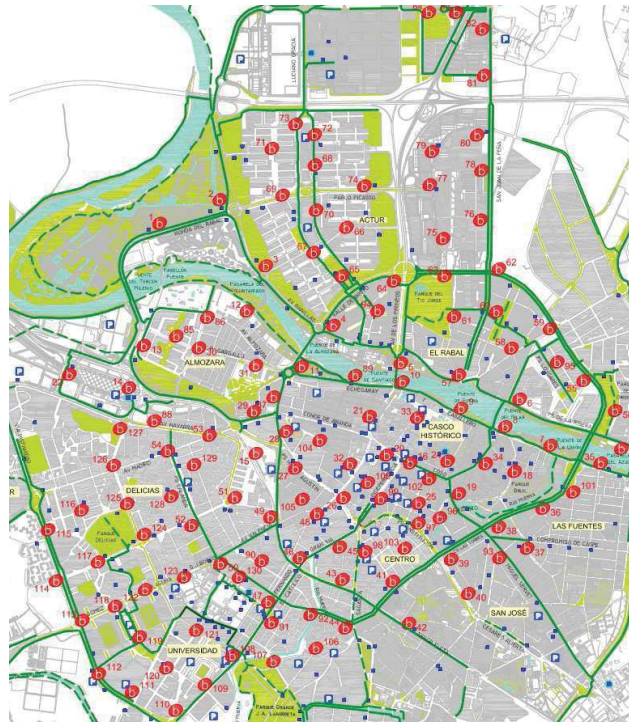


Figura 2.1: Mapa de estaciones BIZI [2]

pañá son: *Bicing* (Barcelona), *Valenbisi* (Valencia), *BIZI* (Zaragoza), *Sevici* (Sevilla) o *Bilbon BIZI* (Bilbao).

## 2.2. BIZI: Sistema público de bicicletas en Zaragoza

El sistema BIZI implantado en Zaragoza en mayo de 2008 es uno de los más conocidos a nivel nacional. Fundamentalmente, este sistema está pensado para ofrecer una alternativa de desplazamiento a los residentes de la ciudad, formando parte de una estrategia global de movilidad sostenible. Este sistema proporciona una oferta no contaminante para circular por la ciudad que, además para incentivar su uso, garantiza la complementariedad con el resto de transportes públicos. Como puede verse en la figura 2.1 el sistema está diseñado como una red de 130 estaciones distribuidas a lo largo de la ciudad, orientadas de forma radial desde la periferia hacia el centro. Cada estación está formada por barras modulares de tres bicicletas que se unen para formar la estación, que se opera y gestiona a través de una columna de información o punto de interacción con el usuario. Las bicicletas, que quedan ancladas perpendicularmente a la barra de la estación poseen sillín adaptable y



Figura 2.2: Estación BIZI [3]

portaequipajes delantero. El anclaje está situado en el manillar y la rueda posterior está parcialmente cubierta con un soporte publicitario. En la figura 2.2 puede verse un ejemplo de la disposición de una estación y el aspecto visual de dichas bicicletas.

El uso del sistema BIZI es muy fácil. Cuando se activa la tarjeta ciudadana ya se puede empezar a utilizar: se retira la bicicleta de cualquiera de las estaciones de BIZI, se usa durante el trayecto y se devuelve en la estación más cercana al destino elegido. Cuando se llega a una estación, se debe acercar la tarjeta al lector o teclear el código y contraseña de acceso (si se dispone de un abono temporal) y seguir las instrucciones que aparecen en la pantalla. Una vez el sistema proporciona un número de anclaje, puedes retirar la bicicleta. Debes comprobar el correcto estado de la bicicleta (frenos, ruedas, ajustar el sillín...). En el caso de que se detecte alguna anomalía, se vuelve a anclar la bicicleta en cualquier punto de la estación libre antes de 3 minutos y se repite la operación para que el sistema libere una nueva bicicleta. Después de utilizar una bicicleta, se debe devolver a la estación más cercana al destino elegido, no se debe dejar nunca en la calle. Hay que introducir las sujeciones delanteras dentro del anclaje libre con la luz en color verde. Hay que asegurarse que tras anclarla aparece la luz roja. Se comprueba que no se puede extraer la bicicleta del anclaje.

El servicio está operativo los 365 días del año con este horario:

- De lunes a jueves: El servicio funciona de 06:00h a 00:00h, horario a partir del cual sólo se pueden devolver bicicletas.
- Viernes y vísperas de festivos: El servicio funciona de 06:00h a 01:00h, horario a partir del cual sólo se pueden devolver bicicletas.
- Sábados: El servicio funciona de 08:00h a 01:00h, horario a partir del cual sólo se pueden devolver bicicletas.
- Domingos y festivos: El servicio funciona de 08:00h a 00:00h, horario a partir del cual sólo se pueden devolver bicicletas.

En el anexo A se ha incluido información adicional sobre las características del servicio BIZI en Zaragoza.

## 2.3. Sistemas de movilidad sostenible en Zaragoza

BIZI no es el único medio de movilidad no contaminante ofertado en la ciudad de Zaragoza. Como se cita en el artículo [4] existen otros servicios, recientemente puestos en marcha. Se mencionan a continuación de forma breve.

Uno de ellos es *Mobike*. Se trata de un sistema de alquiler de bicicletas durante las 24 horas. Existe una red de 300 bicicletas disponibles distribuidas por el centro de la ciudad. Es un sistema sin estaciones fijas por lo que para poder usar las bicicletas hay que descargarse una aplicación móvil para geolocalizarlas, reservar una de ellas y desbloquearla. Una vez terminado el recorrido pueden dejarse en cualquier lugar de la ciudad siempre y cuando se respete la legislación vigente. Las bicicletas cuentan con radios macizos y ruedas “que no se pueden pinchar”. También están equipadas con una tarjeta SIM y tecnología GPS, lo que permite analizar la velocidad de los usuarios, los trayectos más habituales y su duración media.

Existen también otros medios de movilidad motorizada para desplazarse por la ciudad no contaminantes, en la línea de los vehículos eléctricos, ampliamente referenciados en la actualidad. Uno es *Mooving*, un sistema de alquiler de motos eléctricas. El otro es *Koko*, un sistema de alquiler de patinetes eléctricos. Ambos funcionan de manera similar a *Mobike*, sin estaciones fijas y mediante aplicación móvil para localizarlos y poder hacer uso de ellos.

## 2.4. Optimización en la gestión de bicicletas

En el artículo [5] se establece que el factor más importante en el éxito de los sistemas públicos de bicicletas es la capacidad de satisfacer la demanda de los usuarios. Dada la variabilidad de la demanda, hay que realizar un análisis en busca de patrones de demanda, a lo largo de un periodo de tiempo suficientemente amplio que caracterice el comportamiento del sistema. Para que este sistema perdure y sea utilizado cada vez por más usuarios debe ser fiable. Hay que evitar o al menos minimizar al máximo situaciones en las que no tener bicicletas disponibles en la estación cuando se necesita empezar un trayecto y/o llegar a tu destino y no disponer de aparcamientos libres en dicha estación. Por ello es importante que tanto la localización de las estaciones, el dimensionamiento o número de aparcamientos en cada estación y el número de bicicletas disponibles en la misma, se tomen una vez el sistema está bien caracterizado. Asimismo, la optimización en estos sistemas es primordial.

En el trabajo [6] se establece que para ofrecer un servicio satisfactorio al usuario de manera óptima es adecuada una correcta planificación y gestión de la red. Esa gestión incluye aspectos como la localización de las estaciones, el stock de bicicletas o su redistribución entre estaciones para las diferentes franjas horarias, en función de las necesidades de los usuarios. En [6] se analiza el sistema público de bicicletas de Zaragoza. Esta gestión se había basado fundamentalmente en la experiencia adquirida. La redistribución de bicicletas entre estaciones se realizaba mediante rutas fijas estáticas diseñadas cualitativamente intentando seguir las demandas conocidas gracias a los potentes históricos que almacena el servicio. Asimismo, la localización de las estaciones se realizaba con el criterio de hacer llegar el servicio al mayor número de ciudadanos sin tener en cuenta cuantitativamente su impacto en los demás puntos de la red. Los autores del trabajo introducen un modelo de gestión que integra un motor de optimización dinámico que articula la gestión de la red de bicicletas en tiempo real con objeto tanto de incrementar el servicio ofrecido a los usuarios del servicio como la reducción del coste operativo del mismo.

# Capítulo 3

## Análisis del sistema BIZI

### 3.1. Descripción física del sistema

En primer lugar se hace un estudio geográfico en cuanto a la longitud y latitud de la posición de cada una de las estaciones situadas dentro de la ciudad de Zaragoza. Para llegar a este estudio hay que recrear el mapa de estaciones real existente en el sistema BIZI. Se decide utilizar para este cometido la aplicación Google MyMaps. Con ella, se replica estación a estación dicho mapa como puede verse en la figura 3.1. Esta herramienta permite además realizar de forma sencilla y precisa la ubicación de las estaciones, dado que su localización exacta es proporcionada en la web de BIZI.

Una vez replicado el mapa, se descargan las coordenadas geográficas, longitud y latitud a un archivo Excel. A partir de aquí, mediante el software estadístico Minitab®, se realiza un análisis Clúster atendiendo a estas dos variables geográficas. El análisis clúster consiste en clasificar observaciones en grupos de acuerdo con su similitud. En este caso se agrupan las estaciones en base a su disposición geográfica. Como resultado de este análisis se puede ver en la figura 3.2, que existen claramente cinco zonas diferenciadas, dividiendo la red de estaciones en cinco grandes sectores. Una vez situadas geográficamente todas las estaciones, la dinámica de operación del sistema se estudia en la siguiente sección.

### 3.2. Dinámica del sistema

El primer contacto para conocer con detalle el funcionamiento y gestión del sistema fue con el departamento de movilidad del Ayuntamiento de Zaragoza. BIZI está gestio-

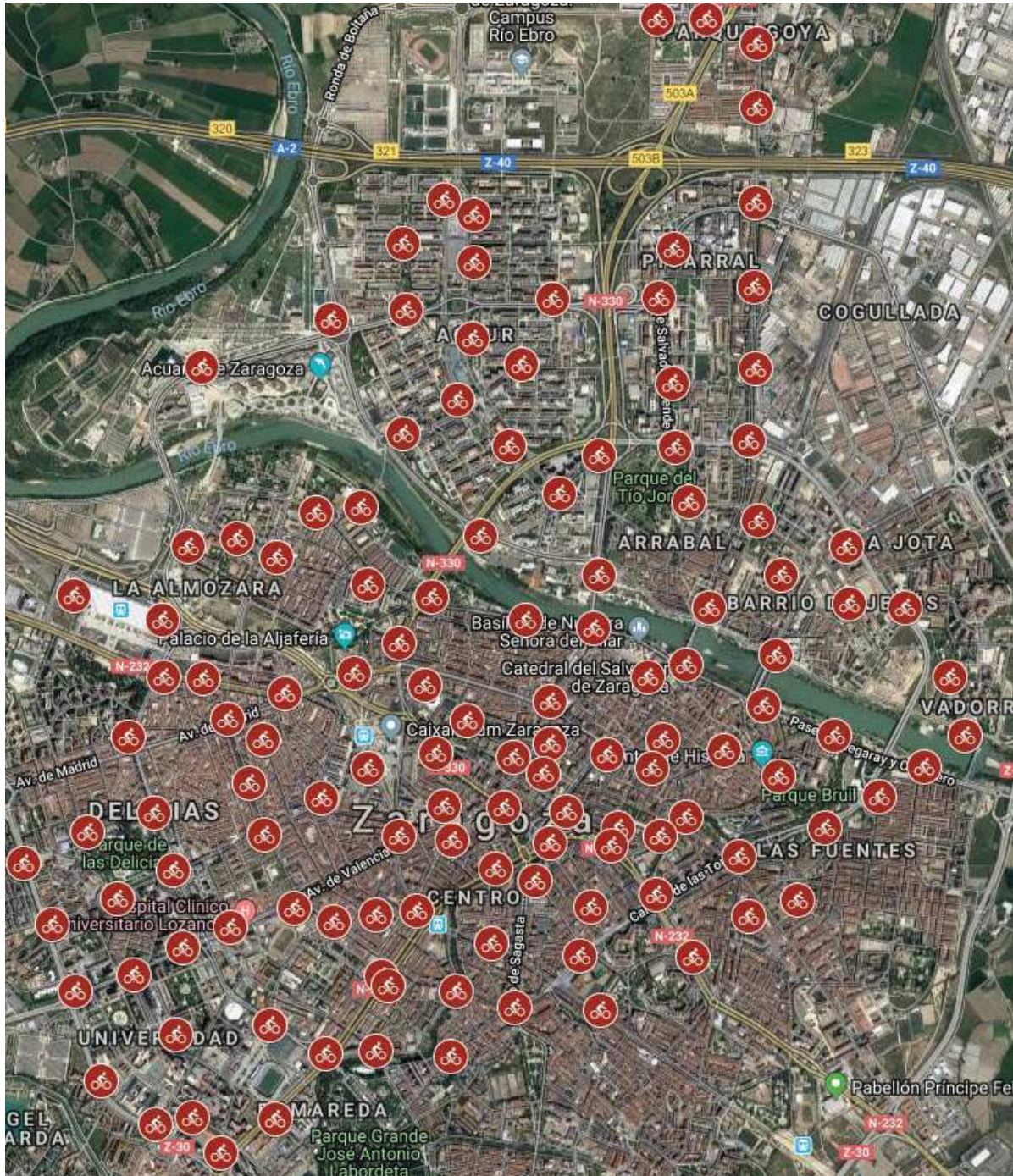


Figura 3.1: Mapa BIZI MyMaps

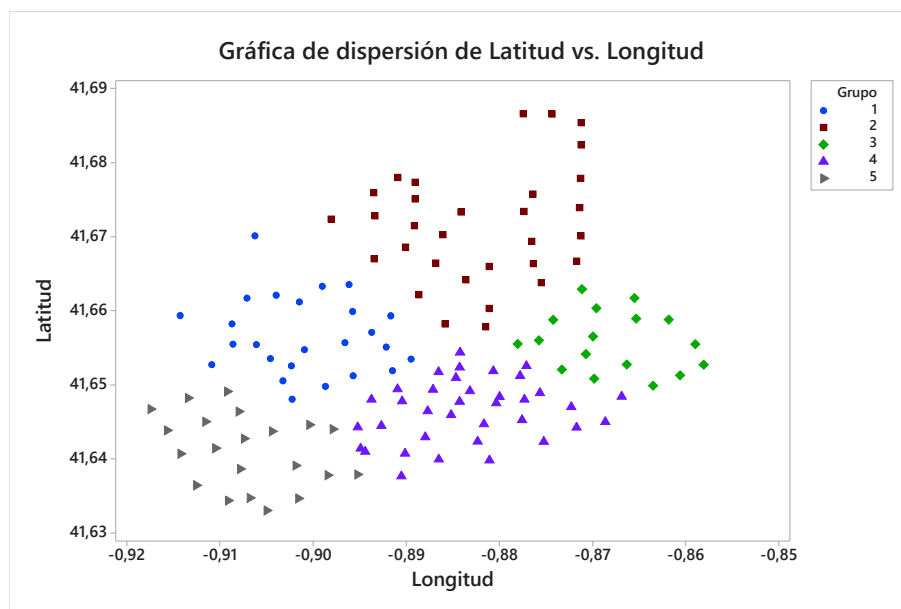


Figura 3.2: Análisis clúster de las estaciones de BIZI

nado por la empresa Clear Channel. Aunque en un principio desde el Ayuntamiento se mostró interés y se facilitó la relación con Clear Channel, la persona de contacto de esta empresa no proporcionó ningún tipo de información. En el anexo B se ha incluido el correo electrónico dirigido a la empresa y que no fue contestado.

Esta falta de información por parte de la empresa gestora modificó la forma de enfrentar el problema bajo estudio. En primer lugar, los datos para caracterizar la dinámica del sistema había que recogerlos a mano. La información necesaria que se solicitaba a la empresa era: Número de almacenes y/o estaciones desde los que salen/llegan las furgonetas de reparto, características de esa flota de vehículos (número, capacidad, operarios, etc.) y de las estaciones (capacidad, restricciones de acceso, nivel óptimo de capacidad, etc), .

En la página web de BIZI se proporciona un mapa (véase la figura 3.3) en el que se puede ver en tiempo real la situación de cada una de las 130 estaciones distribuidas por la ciudad (número de bicicletas/aparcamientos disponibles). Se puede acceder a ellas pinchando en la estación correspondiente dentro del propio mapa o introduciendo la dirección o el número de estación correspondiente.

A través de esta aplicación se recogieron datos del sistema BIZI para observar la dinámica del sistema y conocer su funcionamiento. La toma de estos datos se realizó durante un periodo de cuatro semanas durante el mes de Mayo del año 2017, de lunes



## Mapa de cicloestaciones

En el mapa se pueden visualizar las estaciones en funcionamiento y ver en tiempo real la disponibilidad de bicicletas en cada estación.

Busco una bici  
 Busco un hueco

Dirección    
 Número    
 Núm. de estación a buscar 
Buscar

b Estación con 5 o más bicis  
 b Estación sin bicis  
 b Estación con menos de 5 bicis  
 b Estación No Operativa

Google    Datos de mapas ©2018 Google, Inst. Geogr. Nacional    Términos de uso

Figura 3.3: Mapa interactivo de estaciones BIZI [2]

a jueves. Los fines de semana y festivos no se han considerado por tener horarios de apertura y cierre diferentes. El interés en este TFG, como se ha indicado, se centra en el problema de reposicionamiento de bicicletas. Por ello, la toma de datos se ha realizado en dos momentos muy puntuales de cada día. Una primera fotografía de la situación del sistema en torno a las 7.30 y una última al final del día, sobre las 23.30 aproximadamente, dando lugar a 32 conteos de la situación de cada estación durante esas cuatro semanas. Hay que señalar que hay una diferencia de 15-20 minutos aproximadamente entre la toma de datos de la primera estación y de la última puesto que ha sido un procedimiento manual de cada una de las 130 estaciones mediante el mapa interactivo 3.3. Los datos que se han recogido para cada una de las estaciones son; número de estación, número de aparcamientos disponibles, número de bicis disponibles y la fecha y la hora en la que se descargó la información.

El siguiente análisis estadístico basado en esos datos recogidos, se realiza con Minitab®. El principal interés del análisis estadístico es determinar si aparece algún patrón en el número de bicicletas que hay en cada estación por la noche y si es diferente por la mañana. Esto supondría que durante la noche se realiza un reposicionamiento de bicicletas. Lo primero es conocer cuál es la capacidad útil de cada estación, que se define como la suma del número de bicicletas disponibles y el número de aparcamientos libres existentes en cada estación.

Como puede verse en la figura 3.4, un primer análisis indica que hay 130 estaciones, de las cuales el 91 por ciento (118) tienen una capacidad total de 21 anclajes mientras que existen 5 estaciones con capacidad para 24 bicicletas y otras 5 con una capacidad de 30 bicicletas. Lo que medimos con este diagrama es el máximo de esa capacidad útil para entender así la máxima capacidad que ha existido en cada estación y tener una idea más clara de la capacidad total de todas las estaciones.

Esto tiene sentido ya que la idea generalizada que se tenía del sistema antes de tomar datos debido a la experiencia personal era que la mayoría de las estaciones tenían una capacidad de 21 bicicletas. Hay que resaltar que las dos estaciones que aparecen en el diagrama de Pareto como “otro” número de capacidad corresponde a una situación en la que a veces existe alguna estación en la que algún anclaje está estropeado, por ejemplo. En este caso, esos dos casos hacen referencia, por un lado, a la estación número 16 (Plaza España) siendo la única estación con un máximo de capacidad útil de 27 bicicletas y, por otro, a la estación número 42 (Avda. Tenor Fleta / C. Uncastillo) cuya capacidad es de 21 bicicletas pero durante las 4 semanas de recogida de datos, uno de los anclajes permaneció estropeado.

Atendiendo a la figura 3.5 se puede entender mejor el concepto de anclaje fallido y

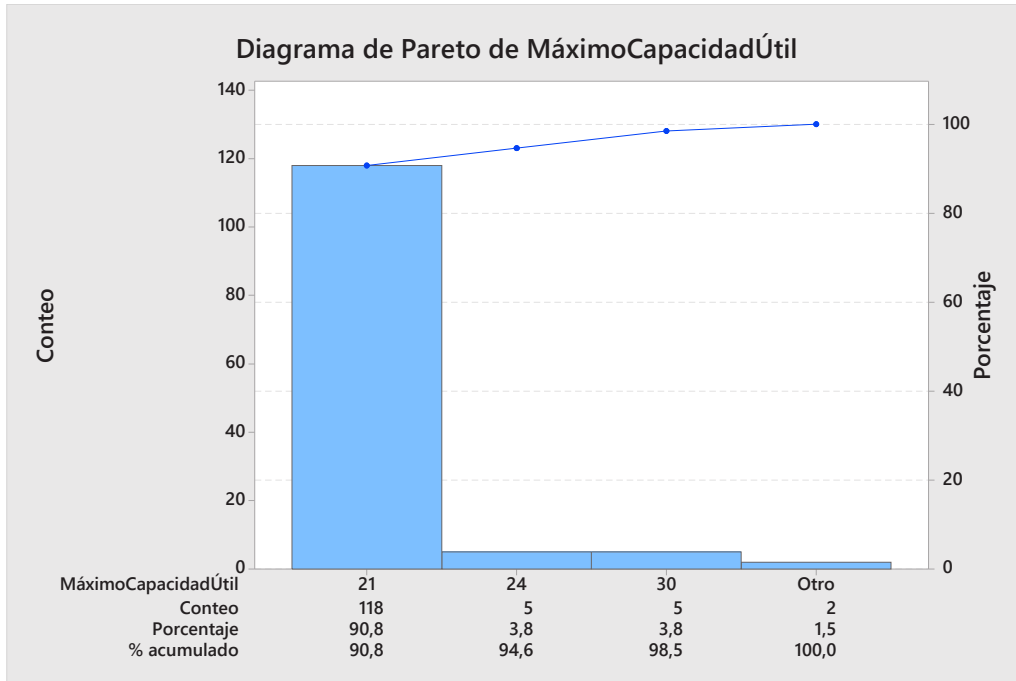


Figura 3.4: Diagrama de Pareto

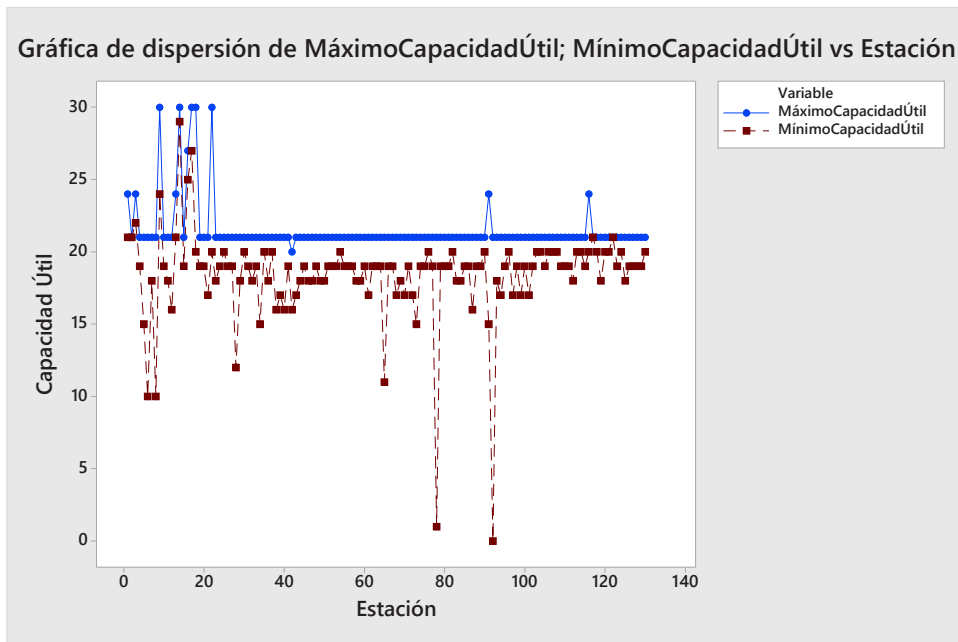


Figura 3.5: Gráfico Máximo/Mínimo Capacidad útil vs Estación

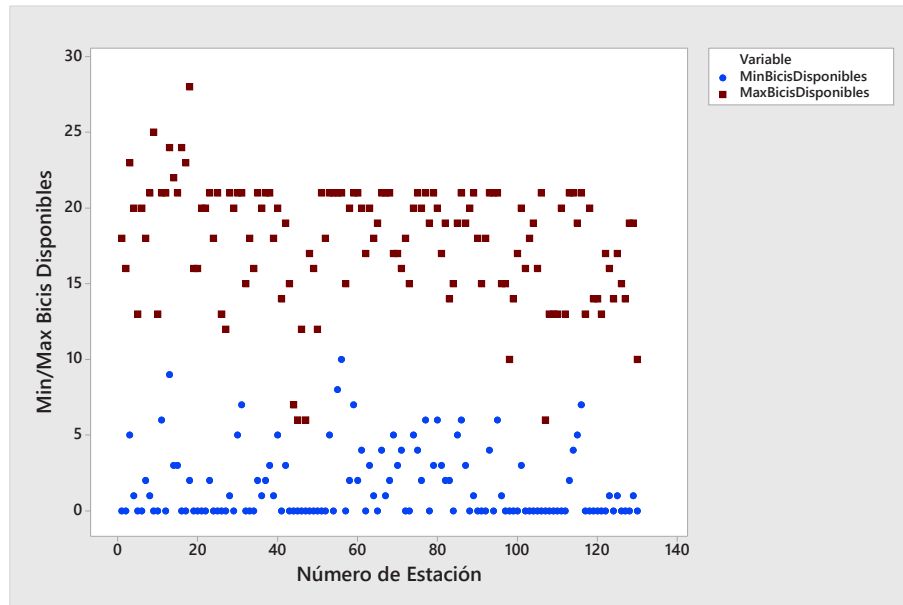


Figura 3.6: Gráfico Máximo/Mínimo bicicletas disponibles vs Estación

lo que implica. Los máximos (línea azul) indican fácilmente los dos casos anteriormente citados (capacidad útil de 20 y 27 bicicletas). Del mismo modo, si se observan los mínimos (línea roja) se puede ver que, en al menos una ocasión, la capacidad de varias estaciones estaba mermada. Esto puede ser debido al fallo en algunos de los anclajes, a una mala devolución de la bicicleta por parte del usuario y/o incluso a que la estación estaba fuera de servicio como puede deducirse del caso mostrado en dicha figura, en el que la capacidad útil es de 0 bicicletas.

A continuación, en la figura 3.6 se observan los máximos y mínimos de bicicletas para cada estación, y como queda reflejado muchas de ellas han tenido días en los que no había ninguna bicicleta disponible y otros en los que estaban todas a disposición de los usuarios. Haciendo un análisis similar se puede ver la media de aparcamientos disponibles atendiendo a los dos turnos recogidos (mañana y noche) para cada una de las estaciones durante las 4 semanas en las que se han recogido datos, como se muestra en la figura 3.7. En las figuras 3.8–3.9 se muestra el número de bicicletas en cada una de las estaciones en turno de mañana y noche para los 16 días analizados a lo largo de un mes. Se han elegido las 15 primeras estaciones de la red. Se observa que no existe un patrón determinado que pueda hacer pensar en la existencia de un reposicionamiento de bicicletas al inicio 3.8 o al final 3.9 de la jornada. Si esto fuera así no existiría tanta variabilidad en cada estación al inicio de la jornada o al final de ella. En cambio, se ve que la variabilidad tanto en una

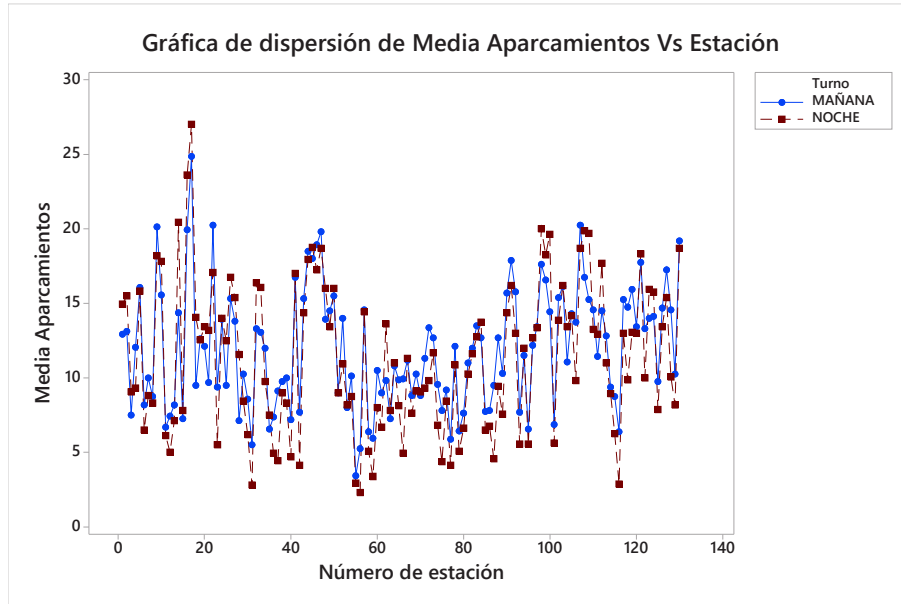


Figura 3.7: Gráfico Media aparcamientos disponibles vs Estación

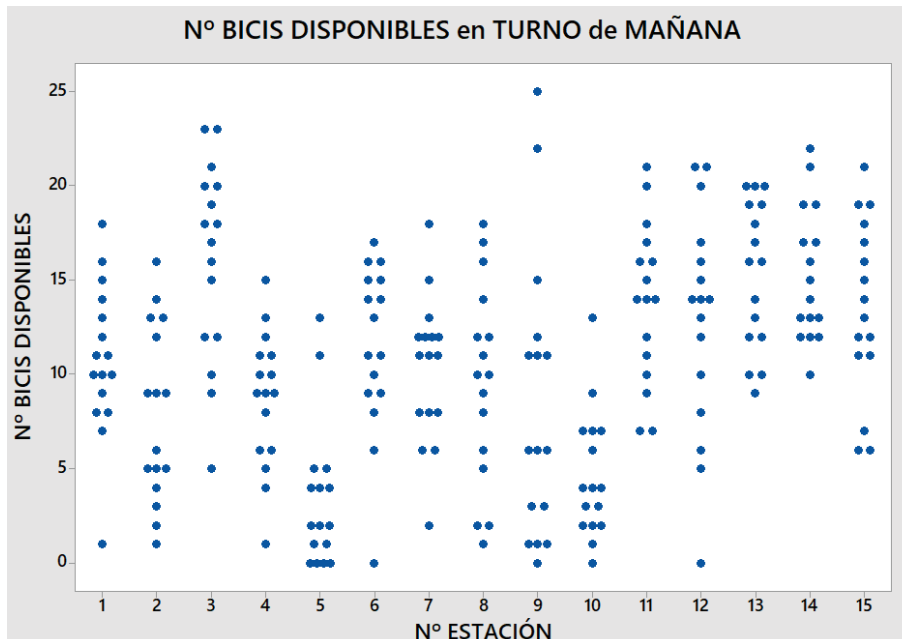


Figura 3.8: Número de bicis disponibles vs Estación en TURNO de MAÑANA

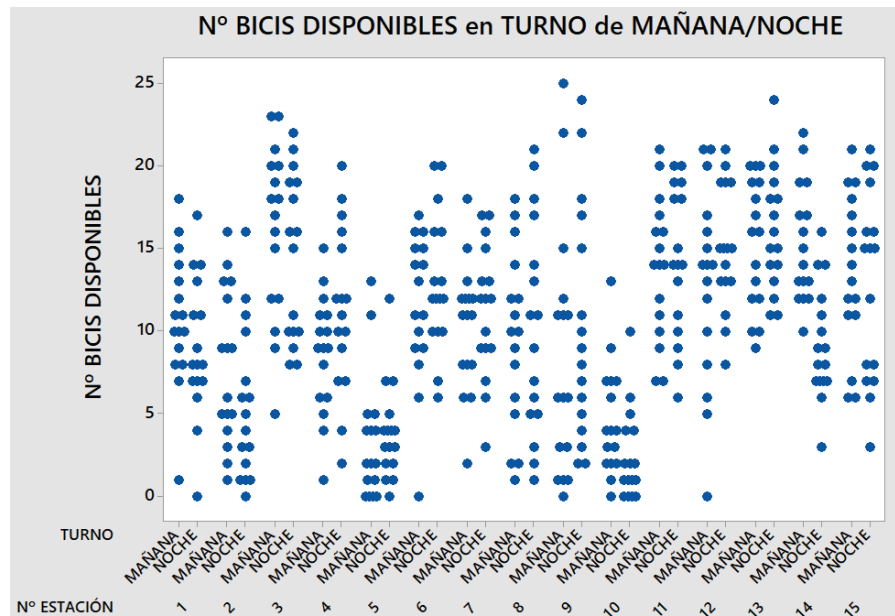


Figura 3.9: Número de bicis disponibles vs Estación en TURNO de MAÑANA/NOCHE

situación como otra es elevada.

Como se muestra en este breve análisis se ve que el sistema dispone de una amplia red de estaciones, está consolidado y en funcionamiento dentro de la ciudad. Sin embargo, los recursos disponibles en cada estación varían mucho. La capacidad del sistema para conseguir que cuando un usuario vaya a una estación a coger una bicicleta, haya bicicletas disponibles; y si desea dejar una, haya huecos para depositarla no es factible en en todos los casos. Además, se observa la inexistencia de un modelo de reposicionamiento que equilibre el número de bicicletas en las estaciones previo al inicio de la jornada, o al final de ella.



# Capítulo 4

## Problemas de optimización de rutas de vehículos

En general, este tipo de problemas constan de una función objetivo y una serie de restricciones que modelan el problema. La función objetivo depende de la tipología y características del problema. Lo más habitual es intentar minimizar el coste total de operación, el tiempo total de transporte, la distancia total recorrida o la utilización de vehículos. En algunos casos el objetivo es maximizar el beneficio o equilibrar la utilización de los recursos, entre otras.

Los elementos principales de este conjunto de problemas son la red de transporte, la flota de vehículos, los clientes y/o proveedores, el depósito central (o depósitos) si los hubiere, y los servicios a atender (demandas y/o consumo).

### 4.1. Problema del viajante

El problema del viajante, TSP, del inglés Traveling Salesman Problem, es uno de los problemas más famosos y estudiados en el campo de la optimización combinatoria computacional, ya que a pesar de la aparente sencillez de su planteamiento es uno de los más complejos de resolver. Este problema responde a la siguiente pregunta: dada una lista de ciudades y las distancias entre cada par de ellas, ¿cuál es la ruta más corta posible que visita cada ciudad exactamente una vez y al finalizar regresa a la ciudad de origen?.



La formulación matemática del problema visto en [7]:

$$\text{mín} \sum_{(i,j) \in A} c_{ij} x_{ij} \quad (4.1a)$$

$$\sum_{(i,j) \in A} x_{ij} = 1 \quad i = 1, \dots, n \quad (4.1b)$$

$$\sum_{(j,i) \in A} x_{ji} = 1 \quad i = 1, \dots, n \quad (4.1c)$$

$$u_i - u_j + nx_{ij} \leq n - 1 \quad (4.1d)$$

$$x_{ij} \in \{0, 1\} \quad (i, j) \in A \quad (4.1e)$$

La función objetivo 4.1a proporciona el valor del mínimo coste para recorrer la ruta completa. Las restricciones 4.1b y 4.1c establecen que desde cada ciudad  $1, \dots, n$  se salga exactamente hacia una ciudad. Ambas restricciones también implican que exista exactamente una salida desde la ciudad inicial. Las restricciones 4.1d eliminan soluciones que contengan “subtours” no conectados y garantizan la conectividad entre todos los nodos imponiendo que el viajante ha de pasar de cualquier conjunto de ciudades a otro. Este tipo de restricciones se denominan cut-set constraints. En la figura 4.1 se ve lo que significa este concepto. La restricción 4.1e es una restricción de signo.

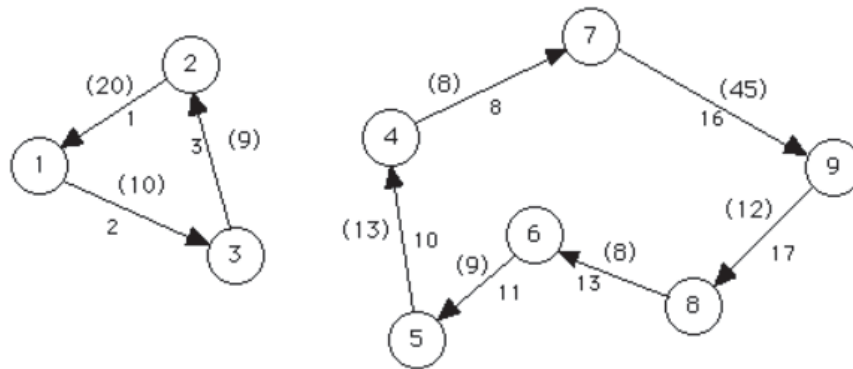


Figura 4.1: Concepto de “subtour” [8]

## 4.2. Problema de rutas de vehículos

Los problemas de rutas de vehículos, en realidad, son un amplio conjunto de variantes. En ellos, normalmente, se trata de averiguar las rutas de una flota de transporte para dar servicio a unos clientes geográficamente dispersos. Este tipo de problemas pertenece a los problemas de optimización combinatoria. En la literatura científica, Dantzig y Ramser fueron los primeros autores en 1959, cuando estudiaron la aplicación real en la distribución de gasolina para estaciones de carburante.

A continuación, se introduce la notación para la formulación de un VRP clásico [7]. Sea  $G = \{V, A\}$  un grafo, donde  $V = \{0, \dots, n\}$  es el conjunto de nodos, con el depósito ubicado en el nodo 0, y  $A$  es el conjunto de arcos que los unen. Para cada arco  $(i, j)$ ,  $i \neq j$ , existe un elemento no negativo asociado  $c_{ij}$ , que es interpretado como el coste en el que se incurre al viajar del nodo  $i$  al nodo  $j$ . Definido en estos términos, el VRP clásico es equivalente al TSP con varias rutas. El objetivo es encontrar un conjunto de rutas que minimice la distancia total recorrida:

$$\min_x \sum_{(i,j) \in A} \sum_{(k) \in K} c_{ij} x_{ij}^k \quad (4.2a)$$

Además, a todos los clientes se llega una sola vez y con un solo vehículo y se sale una vez:

$$\sum_{i=0}^n \sum_{k=1}^m x_{ij}^k = 1 \quad j = 1, \dots, n \quad (4.2b)$$

$$\sum_{i=0}^n \sum_{k=1}^m x_{ji}^k = 1 \quad j = 1, \dots, m \quad (4.2c)$$

Todos los vehículos salen del almacén, que es el nodo 0, y llegan al almacén. Además, en todos los nodos, el número de nodos que entran es igual al número de nodos que salen:

$$\sum_{j=1}^n x_{0j}^k = 1 \quad k = 1, \dots, m \quad (4.2d)$$

$$\sum_{i=1}^n x_{i0}^k = 1 \quad k = 1, \dots, m \quad (4.2e)$$

$$\sum_{i=0}^n x_{ij} - \sum_{i=0}^n x_{ji} = 0 \quad j = 1, \dots, n \quad k = 1, \dots, m \quad (4.2f)$$

Hay que evitar los “subtours”:

$$u_i - u_j + nx_{ij} \leq n - 1 \quad (i, j) \in A \quad (4.2g)$$

$$u_i \leq n \sum_{(j,i) \in A} x_{ji} \quad i \in N \quad (4.2h)$$

Las restricciones de signo e integridad:

$$x_{ij}^k \in \{0, 1\}, (i, j) \in A, k = 1, \dots, m \quad (4.2i)$$

Existen una gran variedad de tipos de problemas dependiendo de las características que presenten. A continuación se listan algunos de los más conocidos:

- CVRP: VRP con capacidad
- CVRPTW: VRP con capacidad y ventanas de tiempo.
- VRPPD: VRP con demanda y recogida.
- VRPTW: VRP con ventanas de tiempo.
- VRPHESTW: VRP con flota heterogénea de vehículos y ventanas de tiempo.
- CVRPPDTW: VRP con capacidad, demanda y recogida y ventanas de tiempo.
- MDVRP: VRP con varios depósitos.
- MDVRPTW: VRP con varios depósitos y ventanas de tiempo.

#### 4.2.1. Problema de ruta de vehículo con capacidad

Este problema es un VRP clásico en el que los vehículos de la flota tienen una capacidad determinada. El objetivo es el mismo, pero debemos añadir la restricción de la capacidad. La suma de las demandas de los nodos que se visitan en cada ruta no puede exceder la capacidad del vehículo:

$$\sum_{i=1}^n d_i^k \sum_{j=1}^n x_{ij}^k \leq Q_k z_k k = 1, \dots, m \quad (4.3)$$

#### 4.2.2. Problema de ruta de vehículo con entrega y recogida

El PDVRP (Pick and Delivery Vehicle Routine Problem, por sus siglas en inglés) es una extensión del CVRP. En este caso, a los nodos se les permite enviar y recibir cierta cantidad de mercancía entre ellos. Por lo tanto, deberán conocerse las cantidades de mercancía que

se desean enviar y recibir y el nodo de destino u origen de dicha mercancía. Se asume que en cada nodo el reparto se realiza antes que la recogida, por lo que la carga del vehículo al llegar a un cierto nodo será la carga inicial menos las demandas ya repartidas más las demandas recogidas.



# Capítulo 5

## Problemas de reubicación en el sistema BIZI

Una vez que se ha analizado la situación del sistema BIZI y después de exponer algunos de los problemas existentes sobre la optimización de rutas de vehículos, se va a proceder a aplicar variantes de esos problemas que resuelvan nuestros casos concretos. A continuación se muestran tres escenarios que pueden darse dentro del sistema BIZI, desde uno más sencillo a otro más complejo. En cualquiera de los escenarios considerados es preciso calcular el coste de desplazamiento entre cada par de estaciones recorridas para caracterizar la red. En este caso ese coste se mide como los metros totales recorridos. El conjunto de estos valores constituye la matriz de distancias del sistema. La construcción de esta matriz es una tarea muy laboriosa y el procedimiento utilizado se describe con detalle en el Anexo C. En todos los escenarios se han considerado las 130 estaciones.

### 5.1. Escenario 1

#### 5.1.1. Formulación matemática del problema

Este primer escenario es el más sencillo de los tres analizados y únicamente tiene en consideración el recorrido para la visita de estaciones, sin limitaciones de capacidad. Se ha permitido que cualquier estación pueda representar el papel de depósito. Además, se indica qué estaciones se han de visitar. El problema de optimización determina la ruta mínima que, comenzando y finalizando en el depósito establecido, visita las estaciones señaladas. Como no hay restricciones de capacidad se considera un sólo vehículo.

Antes de formular los problemas de optimización se introduce la notación que se va a utilizar.

Parámetros:

- $N$ : conjunto de estaciones.
- $A$ : conjunto de arcos de la red.
- $n$ : número de estaciones.
- $v_i$ : toma valor 1 si la ruta ha de visitar la estación  $i \in N$ , en caso contrario toma el valor 0.
- $i_0$ : estación origen y destino de la ruta.
- $d_{ij}$ : distancia en metros de la estación  $i$  a la  $j$ ,  $(i, j) \in A$ .

VARIABLES DE DECISIÓN:

- $x_{ij}$ : Variable booleana que toma valor 1 si el arco  $(i, j) \in A$  se recorre y 0 en caso contrario.
- $u_i$ : variable positiva que indica la posición que ocupa la estación  $i \in N$  en la ruta. Es 0, si la ruta no pasa por la estación.

La formulación matemática del problema:

$$\min_x \sum_{(i,j) \in A} d_{ij} x_{ij} \quad (5.1a)$$

$$\sum_{(i_0,j) \in A} x_{i_0j} = 1 \quad (5.1b)$$

$$\sum_{(j,i) \in A} x_{ji} - \sum_{(i,j) \in A} x_{ij} = 0, \quad i \in N \quad (5.1c)$$

$$\sum_{(j,i) \in A} x_{ji} \geq v_i \quad i \in N \quad (5.1d)$$

$$u_{i_0} = 1 \quad (5.1e)$$

$$u_i - u_j + n x_{ij} \leq n - 1 \quad (i, j) \in A \quad (5.1f)$$

$$u_i \leq n \sum_{(j,i) \in A} x_{ji} \quad i \in N \quad (5.1g)$$

$$x_{ij} \in \{0, 1\} \quad (i, j) \in A \quad (5.1h)$$

$$u_i \geq 0 \quad i \in N \quad (5.1i)$$

Depósito	Ruta	Distancia(m)]	Tiempo(seg.)
1	30-31- <b>29</b> -27- <b>17</b> -26-28-11-3-70-69-2	11233	1.34
106	92-46-49-15-28- <b>29</b> -27- <b>17</b> -98-43	10527	7.05
95	58-10-89-11- <b>29</b> -27- <b>17</b> -96-19-18-8-6-59	10613	11
124	52-49-27- <b>17</b> -26-28- <b>29</b> -53-88-126-125	7809	<1
79	80-77-74-67-3-11- <b>29</b> -27- <b>17</b> -16-34-9-10-5-64	16283	1655

Tabla 5.1: Ejemplo 1: Visita a las estaciones 17 y 29 desde varios depósitos

La función objetivo 5.1a proporciona el valor de la distancia en metros recorrida por la ruta. La restricción 5.1b garantiza que desde la estación elegida  $i_0$  como depósito se sale hacia alguna de las estaciones con las que está conectada. Las restricciones 5.1c, se incluye una para cada estación  $i \in N$ , son restricciones de conservación de flujo. En todas las estaciones, el número de veces que se accede a una estación coincide con el número de veces que se sale de la misma. Las restricciones 5.1d aseguran que se debe pasar por todas aquellas estaciones que se han establecido como obligatorias en la ruta. Si el valor de  $v_i = 0$ , la correspondiente restricción no restringe. La restricción 5.1e establece que el primer nodo visitado por la ruta es la estación  $i_0$ . Las restricciones 5.1f permiten evitar los “subtours” establecen el orden de visita de las estaciones en la ruta. Las restricciones 5.1g garantizan que la variable  $u_i$  tome el valor 0, si la estación  $i$  no es visitada por la ruta. En otro caso, no está restringida, ya que el valor siempre será inferior al número de estaciones  $n$ . Finalmente, las restricciones 5.1h y 5.1i son restricciones de signo.

### 5.1.2. Aplicación del modelo

#### Ejemplo 1

Para el modelo matemático visto anteriormente en 5.1. En un primer ejemplo se determina que las estaciones intermedias han de ser la 29 (C/ Avenida Madrid - Aljafería) y 17 (C/ Paseo Constitución - Plaza Aragón). El depósito se localiza en la estación número 1 (Avenida Pablo Ruiz Picasso - Torre del Agua). La ruta solución puede verse en la figura 5.1. En segundo lugar, se escoge ahora la estación 106 (C/ Arzobispo Morcillo) como punto de partida dejando las mismas estaciones intermedias 17 y 29 como pasos obligatorios. La ruta solución puede verse en la figura 5.2.

En la tabla 5.1 resumidos éstos y otros escenarios siguiendo este mismo modelo pero con una estación diferente actuando como depósito en cada uno de los casos.



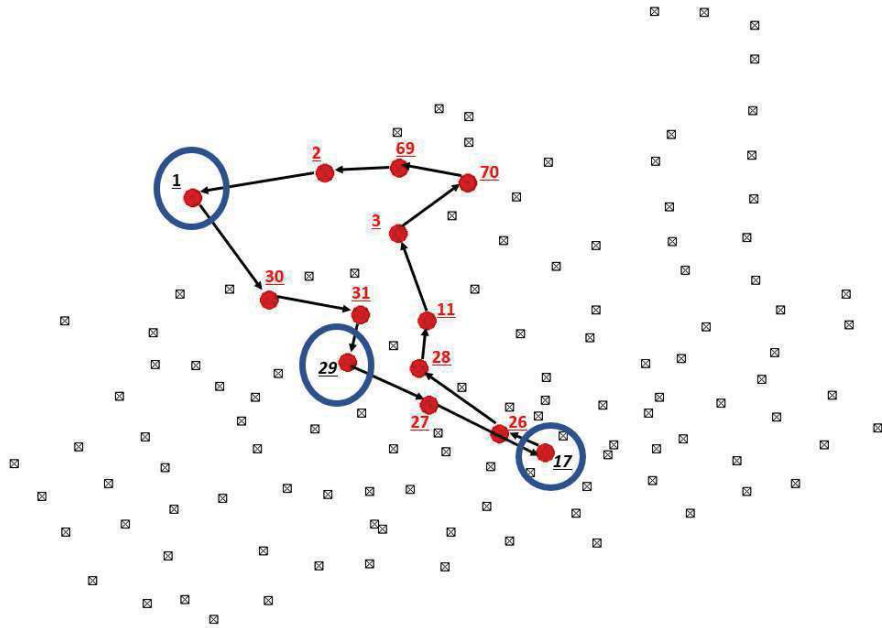


Figura 5.1: Escenario1-1

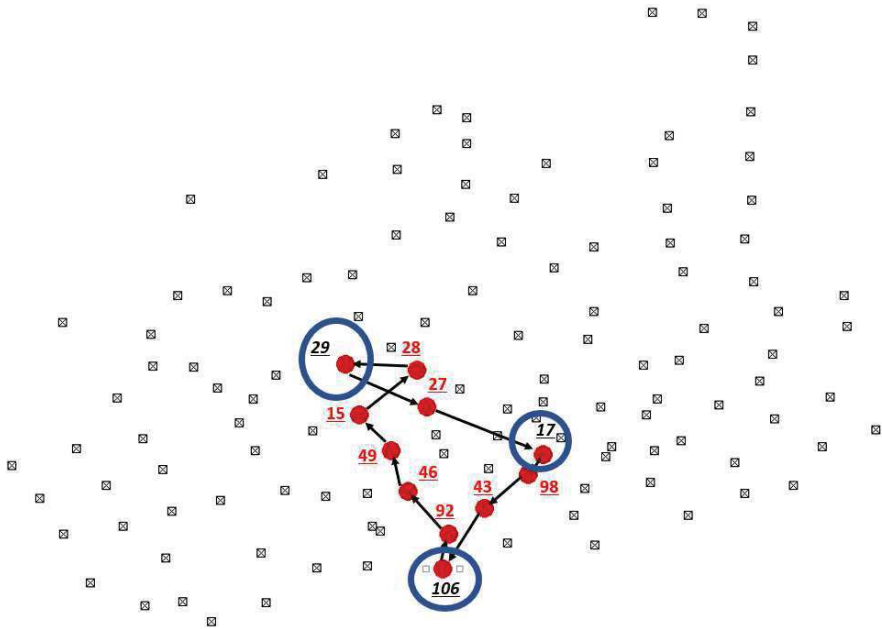


Figura 5.2: Escenario1-2

Estaciones	Ruta	Distancia(m)]	Tiempo(seg.)
17, 29	121-91-46-48- <b>17</b> -26-28- <b>29</b> -27-45-47-108-110	10843	57.72
17, 29, 21	121-91-46-48-100-32- <b>21</b> - <b>29</b> -27- <b>17</b> -45-47-108-110	11510	124.65
17, 29, 21, 87	121-91-46-48-100-32- <b>21</b> - <b>29</b> -28- <b>87</b> -99- <b>17</b> -45-47-108-110	12285	86.61
17, 29, 21, 87, 72	121-91-46-48-100-32- <b>21</b> - <b>87</b> -11-3-70-68- <b>72</b> - -73-69-2-1-30-31- <b>29</b> -27- <b>17</b> -45-47-108-110	19999	6093.46

Tabla 5.2: Ejemplo 2: Rutas desde la estación 120 como depósito

## Ejemplo 2

En un segundo ejemplo, se aplica el modelo visto anteriormente en 5.1 de una manera diferente. Esta vez se escoge como depósito fijo la estación 120 (C/ ASÍN Y PALACIOS - C/ PEDRO IV EL CEREMONIOSO). Se empieza con las mismas estaciones intermedias 17 y 29 y se va añadiendo cada vez una distinta. En la tabla 5.2 se ven los distintos casos.

## 5.2. Escenario 2

### 5.2.1. Formulación matemática del problema

En este escenario, además del conjunto de las 130 estaciones,  $I$ , se ha añadido nuevos nodos. Sea  $D$  el conjunto de depósitos o lugares desde donde pueden iniciarse y finalizar las rutas. Además, para facilitar rutas más cortas y teniendo en cuenta la distribución de las estaciones en cinco clústeres, se han añadido nuevos nodos. Estos nodos se han denominado nodos clúster e incluido en el conjunto  $C$ . Se han añadido nuevos arcos al conjunto  $A$  que unen los depósitos con las estaciones y nodos clúster, en ambos sentidos, y entre las estaciones y los nodos clúster. La idea es permitir acceder a un nodo clúster desde el depósito más rápido, sin estar forzado a pasar a través de las estaciones. En este escenario, se determina una ruta de distancia mínima que pasa a través de las estaciones que se deben visitar y tiene como origen y destino un depósito, elegido en el conjunto  $D$ .

La mayor parte de los parámetros de este modelo coinciden con los introducidos en el Escenario 1 5.1. Se ha ampliado el conjunto  $A$ , e introducido los nuevos conjuntos  $D$  y  $C$ . En la formulación matemática, la función objetivo coincide. La restricción 5.1b se

Clústeres	Ruta	Distancia(m)	Tiempo(seg.)
Sí	109-108-91-46-49-27-28-11-4- <b>94</b> -clúster	16630	127
No	109-108-107-92-41-39-96-19-18-8-9-10-5 - <b>94</b> -65-3-11-29-53-88-126-125-124-122-113	19440	2302

Tabla 5.3: Escenario 2: Ruta con y sin clúster

sustituye por la siguiente, para imponer que desde uno de los depósitos sale la ruta:

$$\sum_{i \in D} \sum_{(i,j) \in A} x_{ij} = 1 \quad (5.2a)$$

Las restricciones de balance de flujo 5.1c se extienden a todos los nodos de la red:

$$\sum_{(j,i) \in A} x_{ji} - \sum_{(i,j) \in A} nx_{ij} = 0 \quad i \in N \cup D \cup C \quad (5.2b)$$

Y se actualizan las restricciones para eliminar los “subtours” 5.1e–5.1g:

$$u_i - u_j + (n + c)x_{ij} \leq n + c - 1 \quad (i, j) \in A, i, j \in N \cup C \quad (5.2c)$$

$$u_i \leq (n + c) \sum_{(j,i) \in A} x_{ji} \quad i \in N \cup C \quad (5.2d)$$

### 5.2.2. Aplicación del modelo

Debido a la complejidad del problema, en el segundo escenario se ha añadido un único depósito, en la parte sur de la ciudad y cuatro puntos de clúster como puede verse en C.2. Teniendo en cuenta esto, se ha analizado una ruta desde dos perspectivas. Una, con los 4 nodos clúster incluidos en el conjunto  $C$  y otra sin nodos clúster, teniendo sólo en cuenta las 130 estaciones incluidas en el conjunto  $I$ . La ruta comienza en el depósito y se debe pasar por la estación 94 (C/ Avenida María Zambrano - C/ Padre Marcellán Mayayo). En la figura 5.3 se puede ver la ruta solución sin nodos clúster (línea azul) y con dichos nodos (línea verde). En la tabla 5.3 se aprecian las diferentes estaciones visitadas por cada ruta.

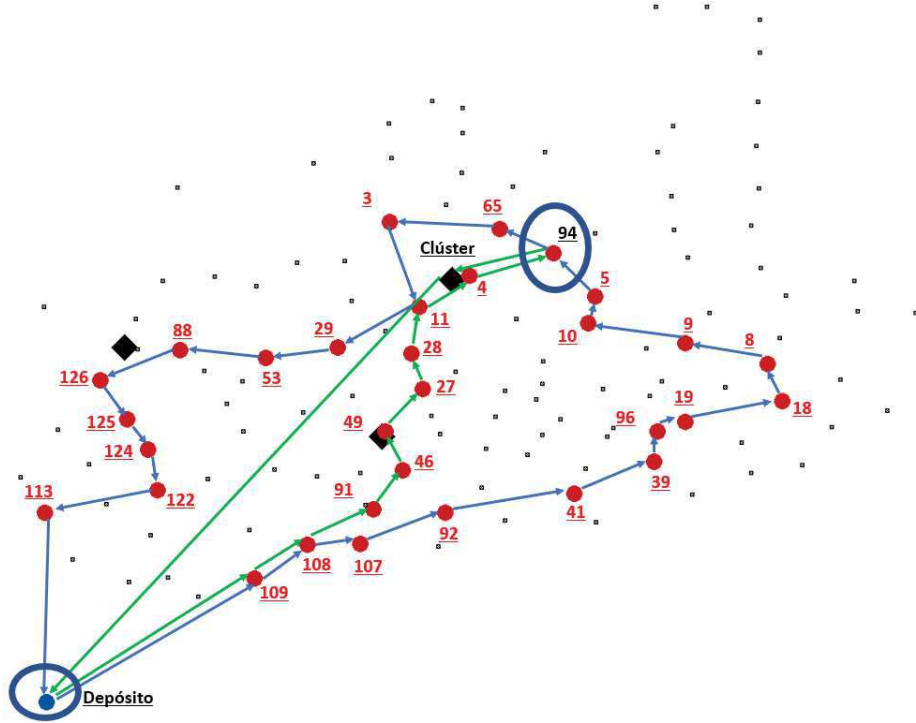


Figura 5.3: Escenario 2

Estacion	1	2	3	4	5	6	7	8
Número de bicis Inicio	2	4	5	6	8	9	4	3
Número bicis Final	1	2	3	4	9	8	7	4
$d_i$	0	0	0	0	1	0	3	1
$r_i$	1	2	2	2	0	1	0	0

Tabla 5.4: Ejemplo vectores  $d_i$ ,  $r_i$ 

### 5.3. Escenario 3

#### 5.3.1. Formulacion matemática del problema

Este escenario toma como referencia el Escenario 2 e introduce dos nuevas circunstancias que van a permitir resolver el problema de reposicionamiento de bicicletas. Se mantienen como nodos de la red, las estaciones y los puntos de clúster y se considera un único depósito. Se denota por 0 al nodo depósito. A diferencia de los escenarios previos, en lugar de obligar a la visita de una estación, cada estación va a tener asociados dos nuevos parámetros:

- $d_i$ : demanda en número de bicicletas de la estación,  $i \in N$ .
- $r_i$ : recogida de bicicletas de la estación,  $i \in N$ .

Dado que no se considera la posibilidad de tener que retirar bicicletas por estar estropeadas, se supone para cada estación  $i \in N$ , únicamente uno de los dos parámetros, demanda  $d_i$  o recogida  $r_i$ , es no nulo. En la tabla 5.4 se muestra un ejemplo de como se calcularían el vector demanda,  $d_i$ , y el vector recogida,  $r_i$ , sabiendo cuál tiene que ser el reposicionamiento de una serie de estaciones. Para el ejemplo se toma una muestra de 10 estaciones.

Dado que los vehículos utilizados para el reposicionamiento de las bicicletas tienen una capacidad finita, es necesario modificar el modelo de los escenarios anteriores para permitir el uso de más de un vehículo. Se considera una flota homogénea, esto es, todos los vehículos tienen la misma capacidad  $Q$ . Y sea  $K$  el conjunto de vehículos disponibles. La formulación matemática del nuevo modelo requiere la definición de nuevas variables de decisión. Además, la necesidad de controlar que no se excede la capacidad del vehículo en ningún momento permite eliminar del modelo las restricciones de eliminación de “subtours”.

VARIABLES DE DECISIÓN:

- $x_{ij}^k$ : Variable booleana que toma valor 1 si el vehículo  $k$  recorre el arco  $(i, j) \in A$ .
- $y_i^k$ : Variable booleana que toma valor 1 si el vehículo  $k$  accede al nodo  $i \in N \cup C$  en tránsito, esto es, sin dejar ni coger ninguna bicicleta en  $i$ .
- $z_i^k$ : Variable booleana que toma valor 1 si el vehículo  $k$  accede a la estación  $i \in N$  para recoger/dejar alguna bicicleta.
- $w_i^k$ : Número de bicicletas en el vehículo  $k$  al salir del nodo  $i \in D \cup N \cup C$ .
- $a^k$ : Variable booleana que toma valor 1 si se usa el vehículo  $k$ . 0, en caso contrario.

La formulación matemática del problema:

$$\min_x \sum_{k \in K} \sum_{(i,j) \in A} d_{ij} x_{ij}^k \quad (5.3a)$$

$$\sum_{(0,j) \in A} x_{0j}^k = a^k \quad k \in K \quad (5.3b)$$

$$\sum_{(i,j) \in A} x_{ij}^k - \sum_{(j,i) \in A} x_{ji}^k = 0 \quad k \in K, i \in N \cup \{0\} \cup C \quad (5.3c)$$

$$y_i^k \leq a^k \quad k \in K, i \in N \cup C \quad (5.3d)$$

$$\sum_{(j,i) \in A} x_{ji}^k = y_i^k \quad k \in K, i \in N \cup C \quad (5.3e)$$

$$z_i^k \leq y_i^k \quad k \in K, i \in N \quad (5.3f)$$

$$\sum_{k \in K} z_i^k = 1 \quad i \in N \text{ tal que } d_i + r_i > 0 \quad (5.3g)$$

$$\sum_{(j,i) \in A} x_{ji}^k \geq z_i^k \quad k \in K, i \in N \text{ tal que } d_i + r_i > 0 \quad (5.3h)$$

$$w_i^k \leq Q y_i^k \quad k \in K, i \in N \cup C \quad (5.3i)$$

$$w_0^k \leq Q a^k \quad k \in K \quad (5.3j)$$

$$w_i^k - M(1 - x_{ji}^k) \leq w_j^k + (d_i - r_i) z_i^k \quad i \in N, k \in K, (j, i) \in A \quad (5.3k)$$

$$w_i^k + M(1 - x_{ji}^k) \geq w_j^k + (d_i - r_i) z_i^k \quad i \in N, k \in K, (j, i) \in A \quad (5.3l)$$

$$w_0^k, w_i^k \geq 0 \quad k \in K, i \in N \cup C \quad (5.3m)$$

$$x_{ij}^k, y_i^k, z_i^k, a^k \in \{0, 1\} \quad k \in K, (i, j) \in A \quad (5.3n)$$

La función objetivo 5.3a proporciona el valor de la distancia en metros recorrida por la ruta. Las restricciones 5.3b garantizan para cada vehículo  $k$  que si el vehículo está activado, exactamente un arco desde el almacén tomará el valor 1, esto es, saldrá del almacén. En otro caso, si el vehículo no está activo, todos los arcos desde el almacén con este vehículo tomarán el valor 0. Las restricciones 5.3c son restricciones de conservación de flujo en todos los nodos de la red y para todos los vehículos. En todas las estaciones, el depósito y puntos de clúster, el número de veces que un mismo vehículo accede a una estación coincide con el número de veces que ese vehículo sale de la misma. Las restricciones 5.3d establecen que para que un vehículo pueda pasar en tránsito por una estación, dicho vehículo debe estar activado. Las restricciones 5.3e, 5.3f–5.3h establecen que para poder dejar/coger bicis el vehículo  $k$  ha de pasar por la estación correspondiente. Las restricciones 5.3i–5.3l. Finalmente, las restricciones 5.3m y 5.3n son restricciones de signo.

### 5.3.2. Aplicación del modelo

La tabla 5.5 indica varios ejemplos realizados con este último modelo 5.3. La columna *Estaciones* muestra la demanda,  $d_i$ , (+) o la recogida,  $r_i$ , (-) que cada estación necesita. La columna *Ruta* indica la ruta seguida y entre paréntesis (+) el número de bicicletas con las que sale el vehículo de cada estación. También se muestran la distancia total recorrida por cada ruta y el tiempo de ejecución que la computadora ha necesitado para llegar a la ruta solución. Como puede verse en la tabla 5.5 el primer y segundo ejemplo salen del almacén casi llenos (10) y (8) bicicletas. En los ejemplos tercero y cuarto la función objetivo 5.3a cambia por 5.4a:

$$\min_x \sum_{k \in K} \sum_{(i,j) \in \mathcal{A}} d_{ij} x_{ij}^k + \sum_{k \in K} \sum_{(i) \in \mathcal{D}} peso * w_i^k \quad (5.4a)$$

Con esta modificación 5.4a se penaliza el objetivo si el vehículo sale con un número de bicicletas elevado. Así, se minimiza el número de bicicletas con las que sale el vehículo del almacén. Como se ve en los dos últimos ejemplos de la tabla 5.5 se reduce ese número. El vehículo sale con 3 bicicletas en el tercero, e incluso se consigue salir del almacén con el vehículo vacío en el último ejemplo.

En la tabla 5.6 se consideran 2 vehículos para abastecer demandas. Las estaciones 17 y 29 necesitan 9 y 10 bicicletas respectivamente porque su oferta se ha visto mermada. Por otro lado, las estaciones 21 y 87 necesitan retirar 4 y 2 bicicletas respectivamente dado que su oferta de aparcamientos es reducida.

Estaciones	Ruta	Distancia(m)]	Tiempo(seg.)
17(6),29(-4), -21(5)	135(10)-109(10)-107(10)-92(10)- 46(10)-48(10)-100(10)-32(10)- <b>-21(5)-29(9)-27(9)-17(3)-45(3)-47(3)-108(3)</b>	15228	7.86
17(6),29(-4), 21(5),87(-8)	135(8)-109(8)-108(8)-91(8)-46(8)-48(8)- <b>17(2)-26(2)-28(2)-87(10)-</b> <b>-11(10)-21(5)-29(9)-53(9)-88(9)-131(9)</b>	16306	21.09
17(-4),29(6), 21(-8),87(5)	135(3)-109(3)-108(3)-91(3)-46(3) -48(3)- <b>17(7)-26(7)-28(7)-</b> <b>-87(2)-11(2)-21(10)-29(4)-53(4)-88(4)-131(4)</b>	16306	39.55
17(-4),29(6), 21(-8),87(5)	135(0)-109(0)-108(0)-91(0)- 46(0)-48(0)-100(0)-32(0)- <b>21(8)-87(3)-</b> <b>-99(3)-17(7)-26(7)-28(7)-29(1)-53(1)-88(1)-131(1)</b>	16920	28.49

Tabla 5.5: Reubicaciones con 1 vehículo

Se puede ver que el vehículo 1 sale del almacén con 9 bicicletas y se encarga de abastecer la demanda de la estación 17 antes de volver sin bicicletas al almacén. El vehículo 2 sale del almacén con 4 bicicletas y recoge 2 bicis de la estación 21, otras 4 de la estación 87 y finalmente deja las 10 que lleva en la estación 29, volviendo vacío al almacén de origen.

Estaciones: 17(9),29(10),21(-2),87(-4)		Tiempo: 5 horas.
Vehículo 1:	135(9)-109(9)-107(9)-92(9)-46(9)- 48(9)- <b>17(0)-45(0)-47(0)-108(0)-135(0)</b>	Distancia: 10852 m
Vehículo2:	135(4)-109(4)-108(4)-91(4)-46(4) -48(4)-100(4)-32(4)- <b>21(6)-87(10)-11(10)-29(0)-</b> <b>-53(0)-88(0)-131(0)-135(0)</b>	Distancia: 14872 m

Tabla 5.6: Reubicación con 2 vehículos

La figura 5.4 muestra las rutas recorridas por en este segundo ejemplo en el que se han considerado dos vehículos; el vehículo 1 (línea azul) y el vehículo 2 (línea verde).



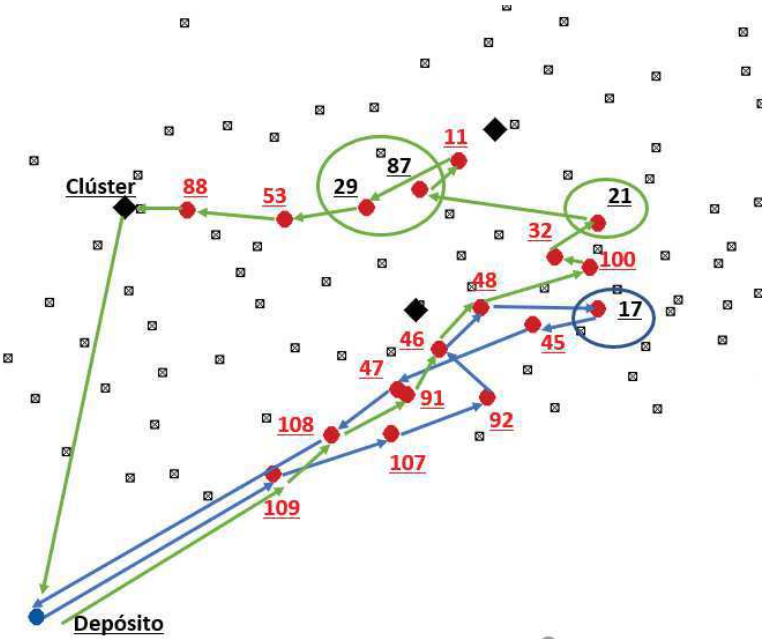


Figura 5.4: Reubicación con 2 vehículos

# Capítulo 6

## Conclusiones

Como se ha descrito en el Capítulo 2 los sistemas de bicicletas públicos son un medio de transporte no contaminante que ha sido utilizado desde hace mucho tiempo en varios lugares del mundo. Hoy en día se ha incrementado su uso en las ciudades, incluso ampliándose la demanda de este tipo de sistemas pero con vehículos distintos, motorizados (bicicletas, motos, patinetes, etc). De ahí que este TFG sea interesante en función de la demanda del servicio. Se puede decir que el sistema BIZI implantado en Zaragoza constituye una muestra de este tipo de sistemas. Como se deduce del breve análisis del Capítulo 3 se trata de una red de 130 estaciones distribuidas en forma radial desde el exterior hacia el centro. No se aprecia que exista un reposicionamiento de bicicletas entre estaciones que deje un número ideal de bicicletas en cada estación para abastecer a los usuarios durante el día.

Existen, como se ha visto en el Capítulo 4, modelos de optimización de rutas de vehículos que pueden ayudar a gestionar este tipo de sistemas de movilidad de una forma más eficaz. Con una adaptación de estos modelos a cada sistema real, como el realizado en el Capítulo 5 se pueden abordar distintos problemas aplicados al sistema de bicicletas público de Zaragoza, BIZI. En los Escenarios 1 y 2, se diseña la ruta que recorre la mínima distancia partiendo de un punto y volviendo al mismo punto de partida. Esto, en sistemas que suelen tener depósitos/almacenes en puntos muy localizados es tremendamente útil dado que los vehículos de reparto empiezan y terminan la jornada en ese mismo punto. Esta situación es aplicable a muchos otros modelos de reparto que se verían beneficiados. Si esos vehículos utilizados para el reparto son eléctricos y tienen una autonomía limitada, estos modelos permiten incorporar restricciones de la distancia de cada ruta.

Finalmente, en el Escenario 3 del Capítulo 5, si se conoce la distribución necesaria del número de bicicletas en cada una de las estaciones del sistema al inicio de una jornada,

el modelo de optimización determina la ruta del vehículo cómo se ha de realizar el reposicionamiento de las bicicletas. Esta reubicación podría realizarse durante la noche. Así, podría evitarse una aglomeración de tráfico a lo largo del día, dejando sólo las unidades mínimas por si hubiese algún problema durante la jornada.

# Anexos



# Anexo A

## Sistema BIZI

Existe un amplio desarrollo web paralelo al sistema que te facilita su uso. En la página web del servicio *www.bizizaragoza.com*, en el apartado contacto se dispone de acceso al buzón de incidencias y de la dirección del correo electrónico para dejar constancia de una incidencia. Así mismo se tiene a disposición la aplicación app para teléfonos móviles y tablets, tanto con sistema Android como los iOS de Apple. BIZI, permite reportar de manera inmediata posibles incidencias con el anclaje de una bicicleta en uso. Además, ofrece información en tiempo real del estado de las estaciones como puede verse en la figura A.1 Existen 4 estados diferentes en los que puede estar una estación; estación con 5 o más bicis, estación sin bicis, estación con menos de 5 bicis o estación no operativa. Este es un código de colores para visualizar, en primera instancia, el mapa. Además, para cada estación se establece el número de bicicletas disponibles o aparcamientos libres existentes. De manera que el usuario puede obtener información tanto de la estación origen como de la estación destino de su recorrido para saber en qué situación se encuentran y si va a poder realizar el trayecto sin sorpresas a la hora de recoger o depositar la bicicleta.

En la web de BIZI existe también un listado como se puede ver en la figura A.2 con cada una de las estaciones existentes, su dirección y su número de estación asignado.

Las bicicletas del sistema BIZI destacan por su comodidad y diseño ergonómico. Además, disponen de:

- Manillar ancho y ergonómico
- Sillín regulable en altura
- Cambio de marchas de 3 velocidades
- Pie de sujeción en posición de reposo
- Sistema automático de iluminación nocturna

## Mapa de cicloestaciones

En el mapa se pueden visualizar las estaciones en funcionamiento y ver en tiempo real la disponibilidad de bicicletas en cada estación.

Busco una bici  
 Busco un hueco

Dirección     Número     Núm. de estación a buscar     **Buscar**

Estación con 5 o más bicis   
  Estación sin bicis   
  Estación con menos de 5 bicis   
  Estación No Operativa

127 - Avda. Navarra - C/ Rioja ✕  
 Aparcamientos: 10  
 Bicis disponibles: 11

Google    Datos de mapas ©2018 Google, Inst. Geogr. Nacional    Términos de uso

Figura A.1: Mapa interactivo de estaciones Bizi [2]

## Listado de estaciones

[Mostrar todas](#)

Total estaciones activas: 130

<a href="#">1 - AVDA. PABLO RUIZ PICASSO - TORRE DEL AGUA</a>	<a href="#">45 - C/ GRAN VÍA - FACULTAD ECONÓMICAS</a>	<a href="#">88 - AVDA. NAVARRA - C/ ALAGÓN</a>
<a href="#">2 - AVDA. RANILLAS - AVDA. PABLO RUIZ PICASSO</a>	<a href="#">46 - AVDA. GOYA - C/ BALTASAR GRACIÁN</a>	<a href="#">89 - Pº ECHEGARAY Y CABALLERO - C/ POSTIGO DEL EBRO</a>
<a href="#">3 - PASARELA DEL VOLUNTARIADO - AVDA. RANILLAS</a>	<a href="#">47 - PLAZA SAN FRANCISCO - UNIVERSIDAD</a>	<a href="#">90 - C/ BRETÓN - C/ SAN ANTONIO Mº CLARET</a>
<a href="#">4 - AVDA. RANILLAS - PUENTE DE LA ALMOZARA</a>	<a href="#">48 - PLAZA MARIANO ARREGUI</a>	<a href="#">91 - PLAZA SAN FRANCISCO - LA SALLE</a>
<a href="#">5 - Pº DE LA RIBERA - PUENTE DE SANTIAGO</a>	<a href="#">49 - AVDA. GOYA - AVDA. ANSELMO CLAVÉ</a>	<a href="#">92 - C/ SAN JUAN DE LA CRUZ - C/ MANUEL LASALA</a>
<a href="#">6 - Pº DE LA RIBERA - PUENTE DEL PILAR</a>	<a href="#">50 - AVDA. SAN JUAN BOSCO - C/ MENÉNDEZ PELAYO</a>	<a href="#">93 - C/ MONASTERIO DE SAMOS - C/ MONASTERIO DE POBLET</a>
<a href="#">7 - Pº ECHEGARAY Y CABALLERO - PASARELA DEL HUERVA</a>	<a href="#">51 - PLAZA ROMA</a>	<a href="#">94 - AVDA. Mº ZAMBRANO - C/ PADRE MARCELLÁN MAYAYO</a>
<a href="#">8 - Pº ECHEGARAY Y CABALLERO - PUENTE DEL PILAR</a>	<a href="#">52 - AVDA. DUQUESA VILLAHERMOSA - C/ FRANCO Y LÓPEZ</a>	<a href="#">95 - Pº LONGARES - C/ FUENDEJALÓN</a>
<a href="#">9 - Pº ECHEGARAY Y CABALLERO - PUENTE DE PIEDRA</a>	<a href="#">53 - AVDA. MADRID - AVDA. NAVARRA</a>	<a href="#">96 - Pº DE LA MINA - C/ POMARÓN</a>
<a href="#">10 - Pº ECHEGARAY Y CABALLERO - PUENTE DE SANTIAGO</a>	<a href="#">54 - AVDA. MADRID - Pº CALANDA</a>	<a href="#">97 - Pº CONSTITUCIÓN - C/ MEFISTO</a>
<a href="#">11 - Pº ECHEGARAY Y CABALLERO - PUENTE DE LA ALMOZARA</a>	<a href="#">55 - AVDA. MARQUÉS DE LA CADENA - C/ MIGUEL ASSO</a>	<a href="#">98 - GLORIETA SASERA - Pº DAMAS</a>
<a href="#">12 - PASARELA DEL VOLUNTARIADO - AVDA. ALMOZARA</a>	<a href="#">56 - C/ BALBINO ORENSANZ - C/ CARMELO BETORÉ BERGUA</a>	<a href="#">99 - PLAZA DE SANTA ENGRACIA</a>
<a href="#">13 - C/ FRANCIA - PABELLÓN PUENTE</a>	<a href="#">57 - Pº DE LA RIBERA - C/ SOBRARBE</a>	<a href="#">100 - PLAZA DEL CARMEN</a>
<a href="#">14 - ESTACIÓN INTERMODAL DELICIAS (SALIDAS)</a>	<a href="#">58 - AVDA. VALLE DE ZURIZA - AVDA. CATALUÑA</a>	<a href="#">101 - C/ DOCTOR IRANZO - C/ ESCULTOR BENLLIURE</a>
<a href="#">15 - ESTACIÓN DE CERCAÑAS EL PORTILLO</a>	<a href="#">59 - PLAZA MOZART</a>	<a href="#">102 - C/ PEDRO JOAQUÍN SOLER - COSO</a>
<a href="#">16 - PLAZA ESPAÑA</a>	<a href="#">60 - C/ SANGUESA CASTAÑOSA - C/ F. OLIVÁN BAYLE</a>	<a href="#">103 - C/ LACARRA DE MIGUEL - C/ SAN VICENTE MARTIR</a>
<a href="#">17 - Pº CONSTITUCIÓN - PLAZA ARAGÓN</a>	<a href="#">61 - C/ SIXTO CELORRIO - C/ PEÑA OROEL</a>	<a href="#">104 - C/ MADRE RAFOLS - ESQUINA D.G.A.</a>
<a href="#">18 - C/ ASALTO - EDIFICIO TROVADOR</a>	<a href="#">62 - AVDA. MARQUÉS DE LA CADENA - AVDA. SAN JUAN DE LA</a>	<a href="#">105 - C/ DOCTOR HORNO - C/ MADRE SACRAMENTO</a>
<a href="#">19 - C/ ASALTO - C/ MIGUEL SERVET</a>	<a href="#">63 - AVDA. VALLE DE BROTO - PARQUE TÍO JORGE</a>	<a href="#">106 - C/ ARZOBISPO MORCILLO - C/ FERNANDO DE ANTEQUERA</a>
<a href="#">20 - PLAZA SALAMERO, 14</a>	<a href="#">64 - AVDA. VALLE DE BROTO - AVDA. PIRINEOS</a>	<a href="#">107 - C/ LUIS VIVES - C/ MANUEL LASALA</a>
<a href="#">21 - AVDA. CÉSAR AUGUSTO - AVDA. CONDE ARANDA</a>	<a href="#">65 - AVDA. G. GÓMEZ DE AVELLANEDA - INTERCAMBIADOR</a>	<a href="#">108 - PLAZA EMPERADOR CARLOS V</a>
<a href="#">22 - ESTACIÓN INTERMODAL DELICIAS (LLEGADAS)</a>	<a href="#">66 - C/ PABLO NERUDA - C/ AVERROES</a>	<a href="#">109 - Pº ISABEL LA CATÓLICA - C/ GONZALO CALAMITA</a>
<a href="#">23 - Pº DE LA RIBERA - PASARELA AZUD</a>	<a href="#">67 - AVDA. G. GÓMEZ DE AVELLANEDA - C/ CLARA CAMPOAMOR</a>	<a href="#">110 - Pº ISABEL LA CATÓLICA - VÍA HISPANIDAD</a>
<a href="#">24 - PLAZA SAN PEDRO NOLASCO</a>	<a href="#">68 - AVDA. Mº ZAMBRANO - C/ JULIO GARCÍA CONDOY</a>	<a href="#">111 - C/ CONDES DE ARAGÓN - VÍA HISPANIDAD</a>
<a href="#">25 - PLAZA DE LOS SITIOS</a>	<a href="#">69 - AVDA. PABLO RUIZ PICASSO - C/ MÚJICA LAINEZ</a>	<a href="#">112 - VÍA HISPANIDAD - AVDA. SAINZ DE VARANDA</a>
<a href="#">26 - Pº PAMPLONA - PUERTA DEL CARMEN</a>	<a href="#">70 - AVDA. Mº ZAMBRANO - C/ ILDEFONSO MANUEL GIL</a>	<a href="#">113 - VÍA HISPANIDAD - AVDA. GÓMEZ LAGUNA</a>
<a href="#">27 - Pº Mº AGUSTIN - COLEGIO JOAQUIN COSTA</a>	<a href="#">71 - C/ LUIS LEGAZ LACAMBRA - C/ OCTAVIO PAZ</a>	<a href="#">114 - VÍA HISPANIDAD - AVDA. DUQUESA VILLAHERMOSA</a>
<a href="#">28 - PLAZA DEL PORTILLO - PLAZA DE TOROS</a>	<a href="#">72 - AVDA. Mº ZAMBRANO - C/ PABLO IGLESIAS</a>	<a href="#">115 - VÍA HISPANIDAD - C/ OCÉANO ATLÁNTICO</a>
<a href="#">29 - AVDA. MADRID - ALJAFERÍA</a>	<a href="#">73 - C/ MARGARITA XIRGU - AVDA. G. GÓMEZ DE AVELLANEDA</a>	<a href="#">116 - C/ CIUDADELA - C/ ANDRÉS VICENTE</a>
<a href="#">30 - AVDA. PABLO GARGALLO - AVDA. PUERTA SANCHO</a>	<a href="#">74 - AVDA. PABLO RUIZ PICASSO - C/ PINTOR LUIS CERNUDA</a>	<a href="#">117 - AVDA. DUQUESA VILLAHERMOSA - AVDA. JUAN CARLOS I</a>
<a href="#">31 - AVDA. PABLO GARGALLO - C/ IGNACIO MENAYA</a>	<a href="#">75 - AVDA. SALVADOR ALLENDE - C/ RUBIO DE FRANCIA</a>	<a href="#">118 - AVDA. JUAN PABLO II - AVDA. GÓMEZ LAGUNA</a>
<a href="#">32 - C/ RAMÓN Y CAJAL - C/ MADRE RAFOLS</a>	<a href="#">76 - AVDA. SAN JUAN DE LA PEÑA - C/ JUSLIBOL</a>	<a href="#">119 - AVDA. JUAN CARLOS I - C/ RAMÓN SAINZ DE VARANDA</a>
<a href="#">33 - PLAZA DEL PILAR - EDIFICIO TURISMO</a>	<a href="#">77 - AVDA. SALVADOR ALLENDE - AVDA. PABLO RUIZ PICASSO</a>	<a href="#">120 - C/ ASIN Y PALACIOS - C/ PEDRO IV EL CEREMONIOSO</a>
<a href="#">34 - PLAZA MAGDALENA</a>	<a href="#">78 - AVDA. SAN JUAN DE LA PEÑA - C/ SOMPORT</a>	<a href="#">121 - C/ EDUARDO IBARRA - C/ VIOLANTE DE HUNGRÍA</a>
<a href="#">35 - Pº ECHEGARAY Y CABALLERO - C/ SALVADOR MINGUIJÓN</a>	<a href="#">79 - AVDA. SALVADOR ALLENDE - C/ MATÍAS PASTOR SANCHO</a>	<a href="#">122 - AVDA. GÓMEZ LAGUNA Nº 6</a>
<a href="#">36 - CNO. DE LAS TORRES - C/ SILVESTRE PÉREZ</a>	<a href="#">80 - AVDA. ACADEMIA GRAL. MILITAR - AVDA. SALVADOR ALLE</a>	<a href="#">123 - AVDA. SAN JUAN BOSCO - C/ LA MILAGROSA</a>
<a href="#">37 - C/ FLORENTINO BALLESTEROS - C/ MATADERO</a>	<a href="#">81 - PLAZA TAUROMAQUIA - AVDA. ACADEMIA GRAL. MILITAR</a>	<a href="#">124 - VÍA UNIVERSITAT - AVDA. DUQUESA VILLAHERMOSA</a>
<a href="#">38 - CNO. DE LAS TORRES - C/ ROGER DE TUR</a>	<a href="#">82 - C/ LOS LEÑADORES - AVDA. ACADEMIA GRAL. MILITAR</a>	<a href="#">125 - VÍA UNIVERSITAT - C/ HERMANOS GAMBRA</a>
<a href="#">39 - CNO. DE LAS TORRES - AVDA. CESÁREO ALIERTA</a>	<a href="#">83 - AVDA. MAJAS DE GOYA - EROSKI</a>	<a href="#">126 - C/ JULIÁN SÁNZ IBÁÑEZ - C/ RIOJA</a>
<a href="#">40 - AVDA. CESÁREO ALIERTA - C/ FÉLIX BURRIEL</a>	<a href="#">84 - AVDA. MAJAS DE GOYA - C/ LA FRAGUA</a>	<a href="#">127 - AVDA. NAVARRA - C/ RIOJA</a>
<a href="#">41 - PLAZA SCHWEITZER</a>	<a href="#">85 - C/ PABLO GARGALLO - C/ JARDINES DE ATENAS</a>	<a href="#">128 - C/ BOLIVIA - Pº CALANDA</a>
<a href="#">42 - AVDA. TENOR FLETA - C/ UNCASTILLO</a>	<a href="#">86 - AVDA. ALMOZARA - CDM ALMOZARA</a>	<a href="#">129 - C/ GRAUS - C/ UNCETA</a>
<a href="#">43 - AVDA. GOYA - C/ ARZOBISPO DOMENECH</a>	<a href="#">87 - Pº Mº AGUSTIN - C/ DE LA ALJAFERÍA</a>	<a href="#">130 - C/ CORONA DE ARAGÓN - C/ LORENTE</a>
<a href="#">44 - Pº SAGASTA - CNO. DE LAS TORRES</a>		

Figura A.2: Listado estaciones Bizi [2]



- Pedales antideslizantes
- Portaequipaje delantero

BIZI se entiende como un medio de transporte para desplazarse de un punto a otro. Por esta razón, los primeros treinta minutos de cada trayecto están incluidos en la tarifa de abonado. A partir de ahí, se paga según el tiempo que utilices la bicicleta, con un máximo de dos horas por trayecto.

Es importante tener en cuenta los siguientes aspectos a la hora de utilizar BIZI. Hay que hacer un buen uso del sistema. La página web proporciona una serie de indicaciones para que esto se cumpla:

- Utilizar siempre que sea posible los carriles bici o zonas habilitadas para la circulación de bicicletas para realizar los trayectos.
- Tanto la tarjeta anual como el código temporal son personales e intransferibles.
- No se puede llevar a nadie en la bicicleta, la única persona autorizada es el titular del abono.
- Cuando se circule con la bicicleta hay que tener especial atención con los ángulos muertos de visión de los demás vehículos, en especial los coches, las furgonetas y sobre todo los camiones, que tienen una visibilidad muy limitada desde su posición elevada. Son el principal motivo de los accidentes en bicicleta, así que se debe tener cuidado e intentar estar siempre en el ángulo de visión de los demás vehículos.
- El abonado/a se hace totalmente responsable de la bicicleta desde el momento en que la retira de una estación hasta que la devuelve correctamente en la misma o en otra estación.
- La bicicleta no se puede atar a árboles, semáforos, bancos o papeleras, ni aparcar delante de las zonas de carga y descarga o de estacionamiento para personas con discapacidad.
- Se debe respetar la normativa vigente referente a la circulación de bicicletas.
- Este servicio está prohibido a los menores de 16 años. Las personas que tengan entre 16 y 18 años necesitarán una autorización firmada por su padre/madre o tutor legal que deberán entregar en la Oficina de Atención al Abonado para poder abonarse al servicio.

- Las bicicletas del sistema BIZI no pueden ser usadas/transportadas en el resto de transportes públicos como el autobús, el tranvía o el tren.
- Las bicicletas no pueden circular por los carriles bus.
- Cuando la bicicleta circule por la calzada, debe respetar las normas de tráfico vigentes como cualquier otro vehículo.
- Hacer caso de los semáforos y respetar los pasos de peatones.
- Respetar siempre la preferencia de quienes van a pie.
- Indicar con anterioridad las maniobras de adelantamiento o cambio de dirección.
- Si al querer retirar una bicicleta, se encuentra con la estación vacía, se pasa la tarjeta por el lector, o se teclea el código y contraseña de acceso si se dispone de un abono temporal y la pantalla de la estación indicará las estaciones cercanas con bicicletas disponibles.
- Cada vez que se coge una bicicleta, la primera media hora es gratuita. Sobrepasado este tiempo de uso, se aplicaran los cargos correspondientes en fracciones de 30 minutos hasta las 2 horas de uso.
- Si se dispone de abono anual, tras exceder las 2 horas de uso continuado, se aplicará, además de los cargos correspondientes, una penalización. Tras acumular tres penalizaciones por usos de más de 2 horas, se procederá al bloqueo del abono.
- Si se dispone de un abono temporal, basta con excederse una sola vez de las dos horas de uso continuo para proceder a la baja definitiva del servicio.
- Además de la penalización, se aplica un recargo de 200 euros en la tarjeta de crédito/débito del abonado que no devuelva la bicicleta en 24h después de haberla retirado de una estación.
- Si la estación de destino está llena de bicicletas hay que pasar la tarjeta por el lector o teclear el código y contraseña de acceso si se dispone de abono temporal y se obtendrán 10 minutos extras de uso, así como información de las estaciones cercanas donde poder devolver la bicicleta.



# Anexo B

## Clear Channel

Una vez se supo de la temática a tratar en el trabajo final de Grado, y dada la existencia de un sistema público de bicicletas en funcionamiento en la ciudad de Zaragoza, se intentó entrar en contacto con la empresa que lo gestiona para conseguir toda la información posible para conocer de primera mano el funcionamiento del sistema; número de vehículos para reposicionamiento de bicicletas, número de almacenes, etc.

La empresa encargada de la gestión del sistema de bicicletas público, BIZI, es Clear Channel. A través de una persona de confianza se consiguió quedar con el responsable de movilidad del ayuntamiento de Zaragoza, quién amablemente facilitó el correo electrónico de la persona encargada de gestionar dicho sistema a través de la empresa Clear Channel.

Se mandó un correo electrónico al responsable de la empresa Clear Channel explicando la situación y que es lo que se quería conseguir. A continuación se muestra el correo electrónico enviado a la persona en cuestión:

"Buenos días,

soy Marcos Rivas, estudiante de último curso del Grado en Ingeniería de Tecnologías Industriales en la Universidad de Zaragoza y he elegido como tema en el trabajo fin de grado un problema relacionado con el servicio de bicicletas públicas en ciudades.

Me pongo en contacto con usted después de una reunión con el técnico de movilidad del ayuntamiento de Zaragoza, en la que me ha proporcionado su correo electrónico.

En el TFG queremos abordar el problema de reposicionamiento de bicicletas en el sistema BIZI. Dada la complejidad del sistema, el

interés se va a centrar únicamente en la redistribución de bicicletas entre las estaciones. Esto es, conocido el número de bicicletas que hay en cada estación al término del día, cuando el sistema deja de funcionar (suponemos que se cierra por la noche), se trataría de calcular las rutas óptimas a realizar por las furgonetas o camiones para conseguir que en cada estación estén las bicicletas necesarias para comenzar a funcionar el sistema por la mañana. Además, se implementaría una aplicación informática que a partir de un estado del sistema (número de bicicletas en cada estación) se calculen las rutas para llegar a otro estado.

En la realización del trabajo necesitamos como punto de partida la información que nos pudiera proporcionar para tener una visión del sistema real y su funcionamiento:

- Número de almacenes y/o estaciones desde la que salen/llegan las furgonetas que mueven las bicicletas de una estación a otra y/o trasladan las bicicletas estropeadas a ese almacén y/o otro taller.
- Características de la flota de vehículos que mueven las bicicletas: número de vehículos, capacidad, número de operarios asignados a cada vehículo, tiempos de carga y descarga de cada bicicleta, restricciones de acceso a las estaciones según las características del vehículo, tiempos entre estaciones, etc.
- Características de las estaciones: capacidad, restricciones de acceso, número de bicicletas con las que se tiene que comenzar cada día (nivel "ideal" de la estación al inicio del día).

Es muy importante para mi poder trabajar sobre un sistema real, que funciona en la actualidad, para aportar "calidad" al trabajo. Para ello tengo que conocer lo mejor posible el funcionamiento del sistema.

Quedo a su disposición para cualquier aclaración, y si lo considera necesario, fijar una cita para reunirnos.

Muchas gracias por su atención, le saluda atentamente,  
Marcos Rivas."

# Anexo C

## Matriz de distancias del sistema BIZI

### C.1. Matriz inicial

Uno de los puntos clave en los problemas de optimización de rutas de vehículos es la correcta definición de una matriz de distancias que sea suficientemente representativa del sistema a estudiar.

Con ese objetivo, se ha creado manualmente un mapa de estaciones mediante la herramienta MyMaps ofrecida por Google replicando de manera fidedigna la imagen vista en 2.4. Se puede ver este mapa en la figura C.1. Se trata de una réplica manual, estación a estación para llegar a tener una red de 130 estaciones idéntica a la real. Una vez definida la red de estaciones, el siguiente paso es calcular la matriz de distancias. Gracias a la posibilidad de medición entre dos puntos cualesquiera con la herramienta MyMaps, se puede medir la distancia en metros que necesita un vehículo para recorrer un camino determinado entre dos estaciones cualesquiera.

Debido al excesivo tamaño de una matriz de 130 estaciones (130x130) se ha decidido no realizar una matriz completa de 130x130 estaciones. En vez de considerar que se puede recorrer indistintamente un arco entre dos estaciones cualesquiera, se determina que, entre estaciones vecinas, si están en la misma dirección para ir del punto inicial al punto final se recorrerán todas aquellas que estén accesibles entre ellas. De esta manera los elementos no nulos de la matriz se reducen considerablemente haciendo mucho más fácil el cálculo puesto que se trata de un procedimiento manual. De manera intuitiva, atendiendo a la disposición de las estaciones se escogen para cada una de las estaciones existentes, un rango



Figura C.1: Mapa Bizi MyMaps

de 5-10 estaciones vecinas y se calcula la distancia entre la estación objeto y cada una de ellas. Para decidir ese rango de estaciones vecinas se ha utilizado, en primera instancia, el mapa de Voronoi en el que podemos ver de una manera clara todas las estaciones y sus vecinas más próximas. Véase la figura C.2 Así, se va creando una red en la que cada estación es sucesora de la anterior y a su vez es predecesora de la siguiente.

La aplicación MyMaps proporciona la distancia en metros entre cada dos estaciones cualesquiera para ir desde un punto A a otro B con un vehículo como se puede ver en la figura C.3. Como se ha mencionado anteriormente ante la gran magnitud de una matriz 130x130, se han tomado una serie de medidas para crear una matriz con menor número de elementos no nulos pero igualmente representativa del sistema. Para ello se ha medido una por una, desde la estación número 1 hasta la número 130, la distancia entre cada una de ellas y sus respectivas estaciones vecinas más cercanas siguiendo la cercanía vista en el mencionado mapa de Voronoi. Al tratarse de un proceso manual, estación a estación, se ha seguido un procedimiento basado en dos reglas básicas que detallamos a continuación.

Primero, el camino o arco establecido por Google MyMaps sólo se valida si el arco que une A con B puede recorrerse en vehículo en la dirección correcta del tráfico empezando y acabando dicho arco en el lado adecuado de la acera en el que están ubicadas las estaciones. Esta regla se ha cumplido dado que al ampliar el arco establecido por Google MyMaps puede verse la dirección del tráfico y la ubicación exacta de las estaciones a una margen u otra de la carretera.

Segundo, si al ir de una estación A a otra B se encuentra por el camino recorrido entre las dos una tercera estación C, las distancias recogidas serán la distancia (AC) y la distancia (CB). Así, la distancia (AB) será la suma de las dos anteriores. Si se tratase de un camino en el que hay varias estaciones ubicadas entre la inicial y la final que se quieren medir el procedimiento es medir siempre la distancia entre la última más cercana y la estación final. De esta manera siempre se asegura que se recorren todas las estaciones ubicadas en la misma ruta entre dos estaciones cualesquiera. Esta regla es fácil de seguir puesto que si están en el mismo recorrido son fácilmente identificables aquellas estaciones por las que previamente ha de pasar el vehículo antes de llegar a la estación destino.

Una vez seguido este procedimiento, para depurar la matriz hay que asegurar que a cada estación se llega por un arco y se sale por otro distinto para poder asegurar que se puede salir y llegar a todas las estaciones sin quedar ninguna aislada. Y además, cada arco considerado debe tener su medición correspondiente.



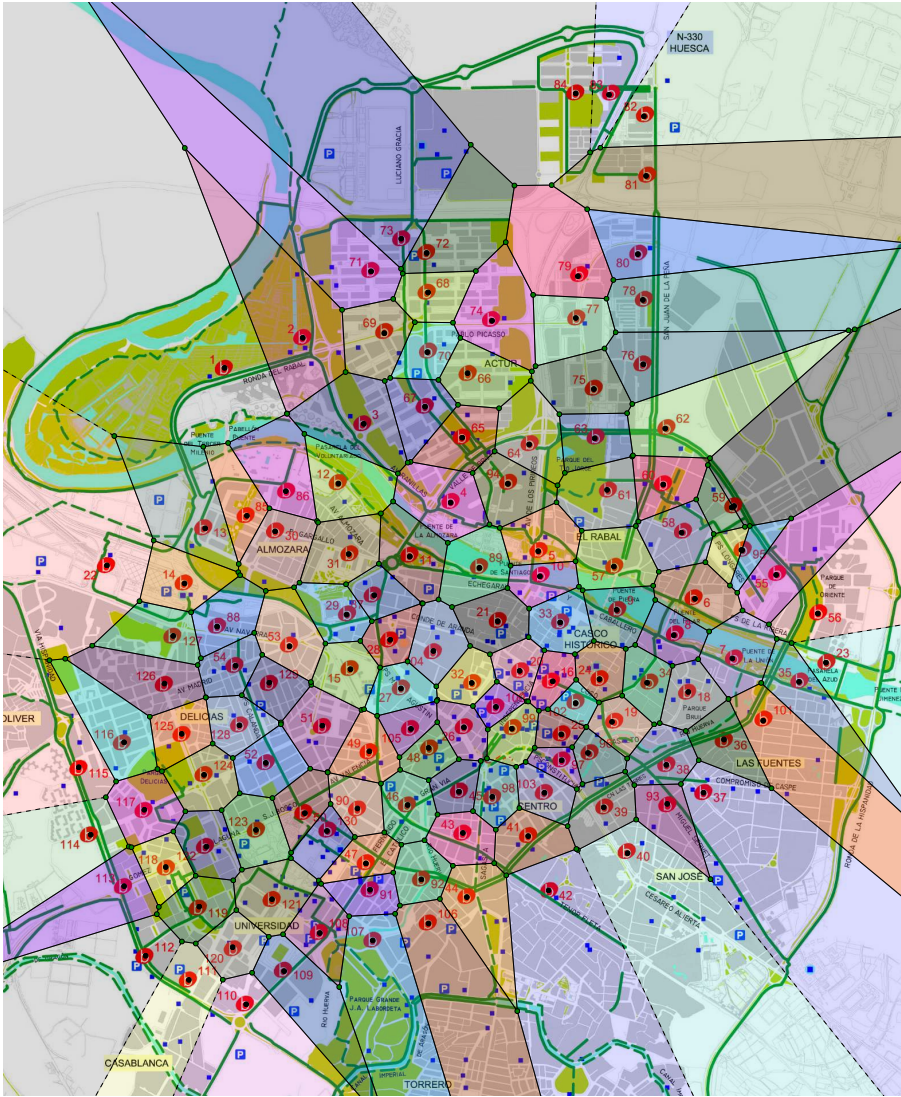


Figura C.2: Mapa voronoi

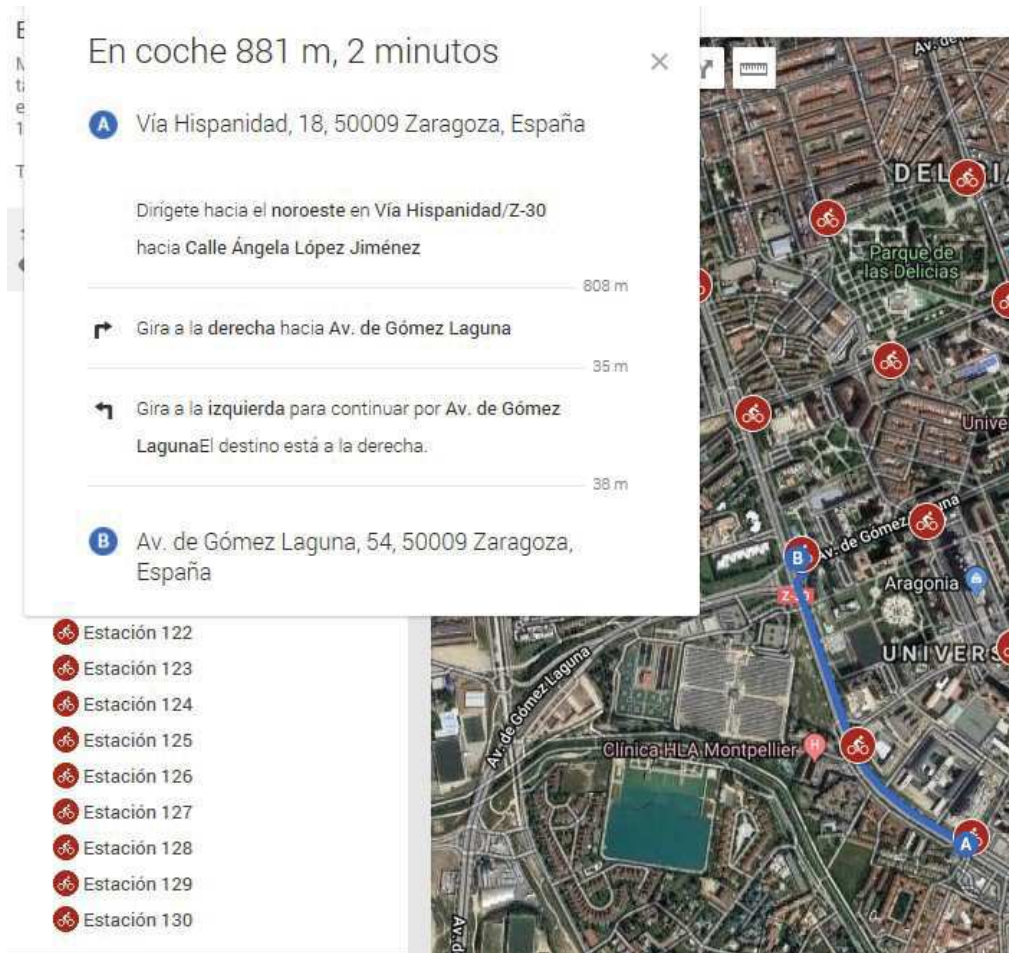


Figura C.3: Medición de distancia entre estaciones

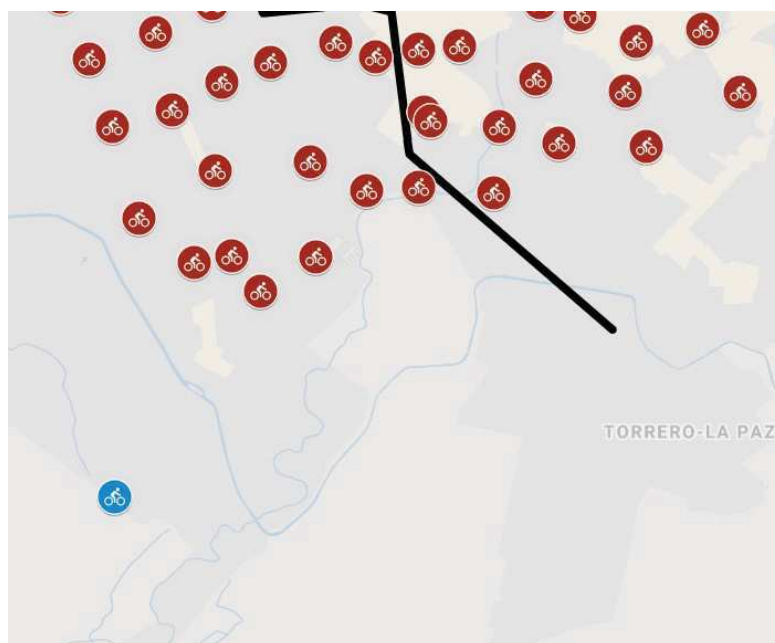


Figura C.4: Almacén de bicis

## C.2. Ampliación de la matriz

Para los escenarios 2 y 3 establecidos en el Capítulo 5 de este trabajo se utiliza una matriz ampliada respecto de la inicial añadiendo varios nodos nuevos. En primer lugar, se añade un almacén al sur del mapa haciéndolo coincidir con un almacén real dónde se almacenan los diferentes vagones del tranvía, situado en los alrededores del barrio Casablanca. Se muestra en la figura C.4 en color azul. En segundo lugar y para hacer posible accesos directos comunicando dicho almacén, recientemente añadido, hacia los distintos clústeres del sistema, también se crean 4 accesos directos situados en las inmediaciones de cada clúster. De esta manera se puede ir directamente desde el almacén a estos puntos clúster, facilitando la rapidez de la ruta si así se requiriese. Véase la figura C.5

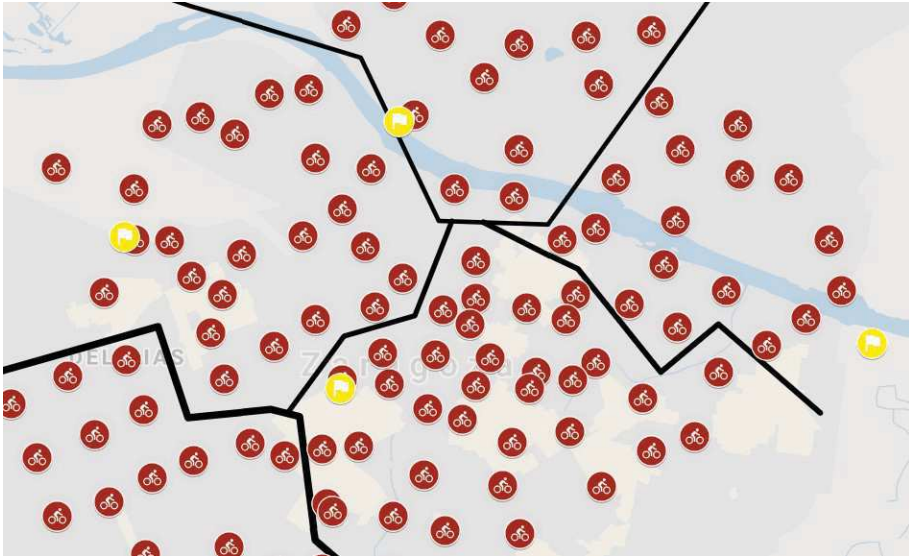


Figura C.5: Accesos directos a diferentes clústeres



# Anexo D

## Implementación de algoritmos matemáticos mediante CPLEX Studio

### D.1. Escenario 1

#### D.1.1. Modelo

```
/******  
* OPL 12.6.0.0 Model  
* Author: Marcos Rivas  
* Creation Date: 29/09/2018 at 15:23:12  
*****/  
  
int n=...;  
range estacion = 1..n; //n estaciones consideradas  
int visita[estacion]=...; //indicador de visita estacion  
int deposito=1; //indica en que estación está el almacén  
  
tuple AllocationDat{  
int origen;  
int destino;  
int distancia;
```

```

}

{AllocationDat} arcos=...; // Cada tupla recoge un arco recorrido entre
dos estaciones ij
y la distancia entre ambas.

//Var. Decisión
dvar boolean x[arcos]; // 1 si se recorre el arco ij
dvar float+ u[estacion]; // variable para la restricción de
eliminación de subtours.

//F. Objetivo

//Minimizar la distancia recorrida

minimize sum(a in arcos) a.distancia*x[a];

subject to{

//La ruta sale del depósito.
sum(a in arcos : a.origen==deposito) x[a] == 1;

//En todos los nodos el flujo que entra es igual al que sale.
forall ( i in estacion)
sum (a in arcos :a.destino==i) x[a]-sum (a in arcos :a.origen==i) x[a]== 0;

//Se pasa por las estaciones que hay que visitar
forall(i in estacion)
sum (a in arcos: a.destino==i) x[a] >= visita[i];

//eliminacion de subtours
u[deposito]==1;//Se coloca en la posicion 1 el depósito

//se elimina el depósito como final
forall(a in arcos : a.destino != deposito)
u[a.origen]- u[a.destino] + n*x[a] <= n-1; // Evita subtours.

```

```
//Como una ruta no pasa por todos clientes (diferencia del TSP)
forall(i in estacion)
u[i]<=n*sum(a in arcos: a.destino== i)x[a];
}
```

## D.1.2. Datos

```
/******
* OPL 12.6.0.0 Data
* Author: Marcos Rivas
* Creation Date: 29/09/2018 at 15:23:12
*****/
n=130;
// vector visita

visita=[0 0 0 0 0 0 0 0 0 0....
... 1 0 0 0 0 0 0 0 0 0]; // 1 en la posición en la que se obliga a pasar.

// matriz de distancias

arcos={
<1,13,1199>, <1,14,1531>, <1,22,2121>, <1,30,1546>, <2,1,768>, <2,3,872>,
<2,66,1729>, <2,69,1266>, <2,70,1804>, <2,71,1125>, <2,86,2498>,...,
<130,46,663>, <130,47,472>, <130,49,1133>, <130,90,583>, <130,92,761>};
```

## D.2. Escenario 2

### D.2.1. Modelo

```
/******
* OPL 12.6.0.0 Model
* Author: Marcos Rivas
* Creation Date: 29/09/2018 at 15:29:43
*****/
int nestacion=...;//número de estaciones
range estacion = 1..nestacion; // n estaciones consideradas
```



```

int visita[estacion]=...; //indicador de visita estación

int ncluster=...;//número de puntos de cluster
range cluster=nestacion+1.. nestacion+ncluster;

int ndeposito=...;//número de depósitos
range deposito=nestacion+ncluster+1..nestacion+ncluster+ndeposito;

range nodos=1..nestacion+ncluster;

tuple AllocationDat{
int origen;
int destino;
int distancia;
}

{AllocationDat} arcos=...;

//Var. Decisión
dvar boolean x[arcos]; // 1 si se recorre
dvar float+ u[nodos]; // variable para la restricción de eliminación de subtours.

//F. Objetivo
//Minimizar la distancia recorrida
minimize sum(a in arcos ) a.distancia*x[a];
subject to{
//La ruta sale del único depósito. Pero ya se escribe con el conjunto
sum(a in arcos : a.origen in deposito) x[a] == 1;

//En todos los nodos el flujo que entra es igual al que sale.
forall ( i in estacion)
sum (a in arcos :a.destino==i) x[a]-sum (a in arcos :a.origen==i) x[a]== 0;

forall (i in cluster)
sum (a in arcos :a.destino==i) x[a]-sum (a in arcos :a.origen==i) x[a]== 0;

//Se pasa por las estaciones que hay que visitar

```

```
forall(i in estacion)
sum (a in arcos: a.destino==i) x[a] >= visita[i];

//eliminacion de subtours
//Como una ruta no pasa por todos los nodos (diferencia del TSP)
forall(i in estacion)
u[i]<=(nestacion+ncluster)*sum(a in arcos: a.destino== i)x[a];

forall(i in cluster)
u[i]<=(nestacion+ncluster)*sum(a in arcos: a.destino==i)x[a];

//se elimina el depósito como final
forall(a in arcos : a.destino not in deposito && a.origen not in deposito)
u[a.origen]- u[a.destino] + (nestacion+ncluster)*x[a] <= (nestacion+ncluster)-1;
// Evita subtours.
}
```

## D.2.2. Datos

### Con nodos clúster

```
/******
* OPL 12.6.0.0 Data
* Author: Marcos
* Creation Date: 16/11/2018 at 18:50:13
*****/
nestacion=130;
ndeposito=1;
ncluster=4;
// vector visita
visita=[0 0 0 0 0 0 0 0 0 0...
... 0 0 0 0];

arcos={
<1,13,1199>, <1,14,1531>, <1,22,2121>, <1,30,1546>,...
..<130,46,663>, <130,47,472>, <130,49,1133>, <130,90,583>, <130,92,761>,
//Acceso 1
```

```

<131,22,1086>, ..., <54,131,1081>,
//Acceso 2
<132,12,1320>, ..., <31,132,737>,
//Acceso 3
<133,37,2060>, ..., <93,133,3758>,
//Acceso 4
<134,52,1668>, ..., <49,134,180>,

//Relación entre accesos

<131,132,2126>, <131,133,4966>, <131,134,2069>,
<132,131,2432>, <132,133,3432>, <132,134,1913>,
<133,131,5150>, <133,132,3596>, <133,134,4138>,
<134,131,2706>, <134,132,2678>, <134,133,4468>,

//Depósito Sur

<135,131,5673>, <135,132,6629>, <135,133,7590>, <135,134,5044>,
<131,135,4438>, <132,135,5977>, <133,135,11624>, <134,135,4149>,
<135,113,3186>, ..., <106,135,5063>};

```

### Sin nodos clúster

```

/*****
* OPL 12.6.0.0 Data
* Author: marco
* Creation Date: 16/11/2018 at 18:56:26
*****/
nestacion=130;
ndeposito=1;
ncluster=0;
// vector visita
visita=[0 0 0 0 0 0 0 0 0 0...
...1 0 0 0 0 0];

arcos={
<1,13,1199>, <1,14,1531>, <1,22,2121>, <1,30,1546>, ...,

```

<130,46,663>, <130,47,472>, <130,49,1133>, <130,90,583>, <130,92,761>  
<135,113,3186>, <135,110,1709>,<135,109,1821>, <135,118,3473>, <115,135,3440>,  
<114,135,3261>, <113,135,2746>, <108,135,3296>, <106,135,5063>}];

## D.3. Escenario 3

### D.3.1. Modelo

```
/*  
* OPL 12.6.0.0 Model  
* Author: marco  
* Creation Date: 29/09/2018 at 15:29:43  
***/  
int nestacion=...; // número de estaciones  
range estacion = 1..nestacion; // n estaciones consideradas  
int demanda[estacion]=...; // demanda de bicis  
int recogida[estacion]=...; // recogida de bicis  
  
int ncluster=...; // número de puntos de cluster  
range cluster=nestacion+1..nestacion+ncluster;  
  
int ndeposito=...; // número de depósitos  
range deposito=nestacion+ncluster+1..nestacion+ncluster+ndeposito;  
  
range nodo=1..nestacion+ncluster;  
range nododeposito=1..nestacion+ncluster+ndeposito;  
  
int nvehiculo=...;  
range vehiculo=1..nvehiculo;  
int Q=...;  
int M=2*Q;  
int peso=0;  
  
tuple AllocationDat{  
int origen;  
int destino;
```

```

int distancia;
}

{AllocationDat} arcos=...;

//Var. Decisión
dvar boolean x[arcos][vehiculo]; // 1 si vehiculo recorre el arco
dvar boolean y[nodo][vehiculo]; // 1 si vehiculo visita al nodo de transito
dvar boolean z[estacion][vehiculo]; // 1 si vehiculo visita a la estacion deja/coge
dvar boolean activo[vehiculo]; // 1 si el vehiculo está activado
dvar float+ w[nododeposito][vehiculo]; // bisis en el vehiculo al salir de nododeposito
dvar float+ distanciarecorrida[vehiculo];
dvar float+ u[nododeposito][vehiculo]; // variable para la restricción de
eliminación de subtours.

//F. Objetivo
//Minimizar la distancia recorrida
minimize sum(k in vehiculo, i in deposito) peso*w[i][k]
+sum(a in arcos, k in vehiculo) a.distancia*x[a][k];

subject to{
//Los vehiculos activados salen del almacen
forall(k in vehiculo){
sum(a in arcos : a.origen in deposito) x[a][k] >= activo[k];
sum(a in arcos) a.distancia*x[a][k] <= 20000;
activo[k] == 1; //directamente activo todos vehículos
}
//En todos los nodos el flujo que entra es igual al que sale.
forall ( i in nododeposito, k in vehiculo)
sum (a in arcos : a.destino==i) x[a][k] - sum (a in arcos : a.origen==i) x[a][k] == 0;
//Si un vehiculo llega a un nodo, la variable visita es 1
forall (i in nodo, k in vehiculo)
sum (a in arcos : a.destino==i) x[a][k] <= y[i][k];
//Si a un nodo no se llega la variable visita vale 0
forall(i in nodo, k in vehiculo)
y[i][k] <= sum(a in arcos : a.destino==i) x[a][k];
//Si en un nodo se deja/coge bici se ha de visitar

```

```

forall (i in estacion, k in vehiculo)
z[i][k] <= y[i][k];
forall (i in nodo, k in vehiculo)
y[i][k] <= activo[k];
forall (i in estacion: demanda[i] + recogida[i] > 0)
{
sum(k in vehiculo) z[i][k] == 1;
}
forall (i in estacion: demanda[i] + recogida[i] > 0, k in vehiculo)
sum(a in arcos: a.destino == i) x[a][k] >= z[i][k];
//la w está acotada
forall (i in nodo, k in vehiculo)
w[i][k] <= Q * y[i][k];
forall (i in deposito, k in vehiculo)
w[i][k] <= Q * activo[k];
//conservacion de bicis en estaciones
forall(i in estacion, k in vehiculo){
forall (a in arcos: a.destino == i){
w[i][k] - M * (1 - x[a][k]) <= w[a.origen][k] + (recogida[i] - demanda[i]) * z[i][k];
w[i][k] + M * (1 - x[a][k]) >= w[a.origen][k] + (recogida[i] - demanda[i]) * z[i][k];
}
}
//conservacion de bicis en cluster
forall(i in cluster, k in vehiculo){
forall (a in arcos: a.destino == i){
w[i][k] - M * (1 - x[a][k]) <= w[a.origen][k];
w[i][k] + M * (1 - x[a][k]) >= w[a.origen][k];
}}
forall(k in vehiculo)
distanciarecorrida[k] == sum(a in arcos) a.distancia * x[a][k];
//eliminacion de subtours
//Como una ruta no pasa por todos los nodos (diferencia del TSP)
forall(i in nodo, k in vehiculo)
u[i][k] <= (n_estacion + n_cluster + n_deposito) * y[i][k];
forall(i in deposito, k in vehiculo)
u[i][k] == activo[k];
//se elimina el depósito como final

```

```
forall(a in arcos : a.destino not in deposito && a.origen not in deposito,k in vehiculo)
u[a.origen][k]- u[a.destino][k] + (nestacion+ncluster)*x[a][k] <= (nestacion+ncluster)-1
// Evita subtours.
}
```

### D.3.2. Datos

```

/*****
* OPL 12.6.0.0 Data
* Author: Marcos Rivas
* Creation Date: 29/09/2018 at 15:29:43
*****/
nestacion=130;
ndeposito=1;
ncluster=4;
nvehiculo=1;
Q=10;

demanda=[3 4 5 0 0 0 0 0 0 0...
...0 0 0 0 0 0 0 0 0 0]; \\ Aquí se dan valores según la demanda de cada estación.
Si no existe demanda, 0.

recogida=[0 0 0 1 2 3 0 0 0 0...
...0 0 0 0 0 0 0 0 0 0]; \\ Aquí se dan valores según la recogida de cada estación.
Si no existe recogida, 0.

arcos={
<1,13,1199>, <1,14,1531>, <1,22,2121>, <1,30,1546>,...,
<135,113,3186>, <135,110,1709>,<135,109,1821>, <135,118,3473>,
<115,135,3440>, <114,135,3261>, <113,135,2746>, <108,135,3296>, <106,135,5063>};

```

# Bibliografía

- [1] IDAE: Instituto para la Diversificación y Ahorro de la Energía. Guía metodológica para la implantación de sistemas de bicicletas públicas en España. (2007).
- [2] Imagen recopilada en Internet. Fuente: (<https://www.bizizaragoza.com>).
- [3] Imagen recopilada en Internet. Fuente: (<http://www.esacademic.com/dic.nsf/eswiki/171001>).
- [4] Lisbona, J. Bicicletas compartidas, Zaragoza: ¿cuánto cuesta el nuevo servicio de alquiler de bicis y cuántas hay? (2018). Heraldo de Aragón. (<https://www.heraldo.es/noticias/aragon/zaragoza-provincia/zaragoza/2018/09/25/cuanto-cuesta-nuevo-servicio-alquiler-bicis-cuantas-hay-1268341-301.html>)
- [5] R. Alvarez-Valdes, J.M. Belenguer, E. Benavent, J.D. Bermudez, F. Muñoz, E. Vercher, F. Verdejo. (2016) Optimizing the level of service quality of a bike-sharing system. *Omega* 62, 163—175.
- [6] C. Millán, L. Polo, D. Escuín, D. Ciprés. (2010) Modelo de gestión adaptativo para una red urbana de bicicletas. IX Congreso de Ingeniería del Transporte (CIT), Madrid, 7-9 de julio de 2010.
- [7] Galé, C. Apuntes de Programación matemática en la gestión de la cadena de suministro. Máster en modelización matemática, estadística y computación.
- [8] Imagen recopilada en Internet. Fuente: (<http://www.me.utexas.edu/jensen/problems/netprob/intprob/answer.html>).