



Trabajo Fin de Máster

Desarrollo de un modelo constitutivo multicapa de
pared arterial y su validez mediante ensayos
experimentales de arteria aorta descendente y
abdominal

– Anexos –

Autor

Clara Díaz Barragán

Director

Estefanía Peña Baquedano

Escuela de Ingeniería y Arquitectura
Año 2019

ANEXO A: Datos geométricos y experimentales de las probetas

En este Anexo se exponen los datos geométricos y experimentales publicados en el estudio de Peña *et al.* (2015) que han servido como base para la realización de este trabajo.

En la Tabla A1 aparecen las dimensiones las probetas uniaxiales, así como la tensión y alargamiento máximos soportado por cada una de ellas, obtenidos por Peña *et al.* (2015). A partir de esos datos, se ha calculado la fuerza de reacción (Ecuación A1) y la extensión (Ecuación A2) de cada probeta uniaxial, siendo i la dirección circunferencial o longitudinal en cada caso.

$$F_i = [\sigma_i \cdot h_i \cdot e_i]/\lambda_i \quad \text{Ecuación A1}$$

$$E_i = L_i \cdot (\lambda_i - 1) \quad \text{Ecuación A2}$$

AORTA DESCENDENTE UNIAXIAL								
Circunferencial								
	Probeta	L	h	e	λ_{max}	σ_{max}	F max	E max
Completa	DTA_C	26.800	2.390	2.830	1.369	169.550	837.486	9.898
Íntima	Int_DTA_C	28.380	2.790	0.500	1.306	158.940	169.755	8.688
Media	Med_DTA_C	28.540	2.500	1.100	1.280	155.081	333.082	8.002
Adventicia	Adv_DTA_C	31.770	2.880	0.740	1.316	169.271	274.157	10.035
Longitudinal								
	Probeta	L	h	e	λ_{max}	σ_{max}	F max	E max
Completa	DTA_L	20.620	3.560	1.800	1.418	176.647	798.194	8.622
Íntima	Int_DTA_L	21.950	2.203	0.520	1.311	161.397	141.011	6.830
Media	Med_DTA_L	24.640	2.363	0.730	1.509	188.172	215.051	12.551
Adventicia	Adv_DTA_L	22.570	2.660	0.717	1.341	320.455	455.800	7.694
AORTA ABDOMINAL UNIAXIAL								
Circunferencial								
	Probeta	L	h	e	λ_{max}	σ_{max}	F max	E max
Completa	IAA_C	24.940	2.630	1.517	1.346	165.577	490.619	8.641
Íntima	Int_IAA_C	27.850	2.190	0.477	1.306	159.828	127.889	8.509
Media	Med_IAA_C	25.380	2.310	0.817	1.273	154.215	228.712	6.917
Adventicia	Adv_IAA_C	30.060	2.240	0.240	1.196	122.046	54.849	5.898
Longitudinal								
	Probeta	L	h	e	λ_{max}	σ_{max}	F max	E max
Completa	IAA_L	21.580	2.640	1.453	1.455	181.795	479.198	9.824
Íntima	Int_IAA_L	13.830	2.247	0.520	1.354	162.728	140.433	4.895
Media	Med_IAA_L	18.400	2.320	0.510	1.516	200.538	156.504	9.496
Adventicia	Adv_IAA_L	11.674	2.290	0.217	1.405	163.471	57.818	4.728

Tabla A1: Datos obtenidos en ensayos experimentales de tracción uniaxial de aorta descendente y abdominal (L: longitud en mm; h: anchura en mm; e: espesor en mm; λ_{max} : alargamiento máximo; σ_{max} : tensión de Cauchy máxima en kPa; F max: fuerza de reacción máxima en mN; E max: extensión máxima de la probeta en mm).

Para construir los modelos de probetas uniaxiales multicapa se utilizaron espesores equivalentes para cada una de las capas que las componen (Tabla A2), proporcionales a los espesores de las probetas individuales descritas en la Tabla A1 para cada uno de los espesores de capa completa.

	DTA_C	DTA_L	IAA_C	IAA_L
e _I	0.605	0.476	0.472	0.606
e _M	1.330	0.668	0.808	0.594
e _A	0.895	0.656	0.237	0.253

Tabla A2: Espesor (mm) de las capas que componen las probetas multicapa en tracción uniaxial (e_I: espesor íntima; e_M: espesor media; e_A: espesor adventicia).

En el caso del ensayo experimental de tracción biaxial, en Peña *et al.* (2015) solo se obtuvieron datos de la probeta de aorta descendente (Tabla A3). La fuerza (F) y la extensión (E) se han calculado a partir de la Ecuación A1 y Ecuación A2, respectivamente. Los espesores de cada capa (e_I, e_M, e_A) se han calculado de forma que sean proporcionales al espesor medio entre las dos direcciones de las probetas individuales uniaxiales descritas en la Tabla A1. El ensayo de tracción biaxial se realizó siguiendo tres protocolos de carga: 2:2, 1:2 y 2:1 para la dirección circunferencial y longitudinal respectivamente.

AORTA DESCENDENTE BIAXIAL							
Probeta	L Long	L Circ	e	e _I	e _M	e _A	
Bi_DTA	25.120	24.767	1.400	0.332	0.595	0.474	
Protocolo	λ Long max	λ Circ max	σ Long max	σ Circ max	F Long max	F Circ max	E Long max
2:2	1.264	1.114	75.031	70.373	2086.914	2189.805	6.548
1:2	1.162	1.163	37.716	65.393	1141.477	1950.163	4.012
2:1	1.228	1.095	70.357	22.372	2015.248	708.542	2.381
							E Circ max

Tabla A3: Datos obtenidos en ensayos experimentales de tracción biaxial de aorta descendente (Long: dirección longitudinal; Circ: dirección circunferencial; L: longitud en mm; e: espesor total en mm; e_I: espesor íntima en mm; e_M: espesor media en mm; e_A: espesor adventicia en mm; λ: alargamiento; σ: tensión de Cauchy en kPa; F: fuerza de reacción en mN; E: extensión de la probeta en mm).

Los datos disponibles en Peña *et al.* (2015) para realizar el ensayo de inflado (Tabla A4) se refieren a la geometría de las probetas, como el diámetro interno y el espesor de la pared arterial (e). El espesor de cada capa (e_I, e_M, e_A) se ha calculado de forma proporcional al espesor medio entre las dos direcciones de las probetas individuales uniaxiales descritas en la Tabla A1. También se registró la geometría de la probeta tras realizar el ensayo de apertura del ángulo (geometría abierta), dando como resultado los valores de la Tabla A5.

	Probeta	ø int	e	e _I	e _M	e _A
AORTA DESCENDENTE	Inf_DTA	9.883	2.094	0.496	0.890	0.708
AORTA ABDOMINAL	Inf_IAA	8.362	1.532	0.549	0.731	0.252

Tabla A4: Datos geométricos de las probetas utilizadas en el ensayo de inflado. Corresponden a la configuración cerrada del ensayo de apertura del ángulo (ø int: diámetro interno, e: espesor total; e_I: espesor íntima; e_M: espesor media; e_A: espesor adventicia. Todos los parámetros en mm.).

	ø	e	e _I	e _M	e _A	OA
AORTA DESCENDENTE	25.856	2.115	0.501	0.899	0.716	64.067
AORTA ABDOMINAL	15.705	1.610	0.577	0.768	0.265	104.726

Tabla A5: Datos geométricos de las probetas de inflado después de realizar el ensayo de apertura del ángulo, es decir, tras la apertura del ángulo (ø int: diámetro interno, e: espesor total; e_I: espesor íntima; e_M: espesor media; e_A: espesor adventicia, OA: ángulo de apertura en grados, resto de parámetros en mm.).

Además, al extraer las muestras de tejido para la realización de los ensayos experimentales, se tomaron las medidas correspondientes que permitieron calcular la pretensión a la que está sometida cada una de las capas, que fue utilizada posteriormente en el análisis de las probetas multicapa.

A.1 – Medición experimental de la distribución de las fibras de colágeno

Para obtener una buena caracterización de la pared arterial, es clave definir la estructura formada por las fibras de colágeno. Por ello, siguiendo el modelo de Gasser *et al.* (2006), se ha considerado a dichas fibras como un tensor estructural generalizado \bar{M} , lo que permite representar la distribución de las fibras de forma continua. El vector \mathbf{M} es un vector unitario tridimensional que se define mediante dos ángulos de Euler: $0 \leq \theta \leq \pi$ y $0 \leq \phi \leq 2\pi$ (Ecuación A3). Teniendo en cuenta que e_1, e_2, e_3 definen los ejes de un sistema de coordenadas cartesiano (Figura A1). En este trabajo, e_1 y e_2 definen el plano tangencial al cilindro circular teórico de arteria en el que e_1 representa la dirección circunferencial y e_2 la longitudinal; mientras que e_3 define la dirección radial o también llamada “fuera del plano”.

$$\mathbf{M}(\theta, \phi) = \sin\theta \cos\phi \mathbf{e}_1 + \sin\theta \sin\phi \mathbf{e}_2 + \cos\theta \mathbf{e}_3 \quad \text{Ecuación A3}$$

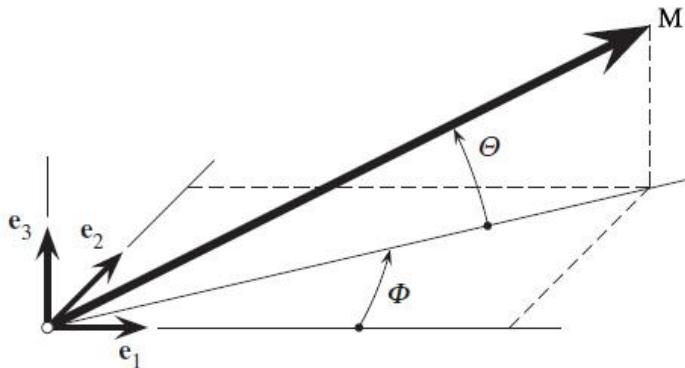


Figura A1: Caracterización de un vector direccional unitario \mathbf{M} mediante sus ángulos de Euler $\theta \in [0, \pi]$ y $\phi \in [0, 2\pi]$ en un sistema de coordenadas cartesiano $\{e_1, e_2, e_3\}$. (Holzapfel *et al.*, 2015)

La función de densidad de orientación $\rho(\mathbf{M})$ caracteriza la distribución de las fibras en la configuración de referencia respecto a la orientación \mathbf{M} . $\rho(\mathbf{M})$ se define como $\rho(\mathbf{M}(\theta, \phi))$ y representa el número de fibras con orientaciones en el rango $[(\theta, \theta + d\theta), (\phi, \phi + d\phi)]$ y se asume normalizada (Ecuación A4), donde ω es la esfera unitaria y $d\omega = \sin\theta d\theta d\phi$. El tensor estructural generalizado y simétrico que representa la distribución de fibras se define en la Ecuación A5.

$$\frac{1}{4\pi} \int_{\omega} \rho(\mathbf{M}(\theta, \phi)) d\omega = 1 \quad \text{Ecuación A4}$$

$$\mathbf{H} = \frac{1}{4\pi} \int_{\omega} \rho(\mathbf{M}(\theta, \phi)) \mathbf{M}(\theta, \phi) \times \mathbf{M}(\theta, \phi) d\omega \quad \text{Ecuación A5}$$

$$\mathbf{H} = \alpha_{ij} \mathbf{e}_i \times \mathbf{e}_j \quad \alpha_{ij} = \alpha_{ji} \quad i, j = 1, 2, 3 \quad \text{Ecuación A6}$$

Utilizando la Ecuación A3, el tensor estructural generalizado se puede escribir en su forma compacta, Ecuación A6.

Particularizando en el caso de que cada capa arterial está reforzada con dos familias de fibras, en cada familia las fibras se disponen con una simetría rotacional preferente respecto a la dirección

a_0 . Cuando la dirección a_0 coincide con la dirección radial, e_3 , la función de densidad es independiente de Φ : $\rho(\Theta)$. La condición de normalización (Ecuación A4) se reduce a $\int_0^\pi \rho(\Theta) \sin \Theta d\Theta = 2$, se anulan los coeficientes $\alpha_{12} = \alpha_{23} = \alpha_{13}$ de la Ecuación A6 y los términos restantes aparecen en la Ecuación A8, donde \mathbf{I} representa al tensor identidad.

$$\alpha_{11} = \alpha_{22} = \kappa, \quad \alpha_{33} = 1 - 2\kappa, \quad \kappa = \frac{1}{4} \int_0^\pi \rho(\Theta) \sin^3 \Theta d\Theta \quad \text{Ecuación A7}$$

$$\mathbf{H} = \kappa \mathbf{I} + (1 - 3\kappa) \mathbf{a}_0 \times \mathbf{a}_0 \quad \text{Ecuación A8}$$

\mathbf{H} depende de un único parámetro de dispersión (κ) que representa la distribución de fibras y describe su grado de anisotropía. Sin embargo, se asume que las fibras de colágeno se disponen de acuerdo a una distribución de von Mises transversalmente isótropa y π -periódica. Por tanto, la distribución de von Mises se modifica para cumplir con la condición de normalización (Ecuación A4) y como resultado se obtiene una nueva función de densidad (Ecuación A9), donde $b > 0$ es el parámetro de concentración asociado a la distribución de von Mises.

$$\rho(\Theta) = 4 \sqrt{\frac{b}{2\pi}} \frac{\exp[b(\cos(2\Theta) + 1)]}{\operatorname{erfi}(\sqrt{2b})} \quad \text{Ecuación A9}$$

La relación entre el parámetro de dispersión κ y el parámetro de concentración b se ilustra en la Figura A2, calculando κ mediante integración numérica de la Ecuación A7 con la Ecuación A9.

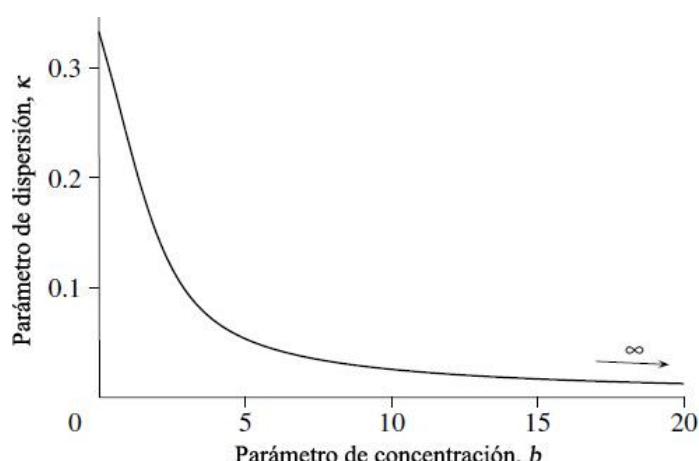


Figura A2: Relación entre el parámetro de dispersión κ y el parámetro de concentración b de la distribución de von Mises transversalmente isótropa.

Junto con la realización de los ensayos experimentales de Peña *et al.* (2015), se realizaron mediciones para conocer la dirección de las fibras de colágeno mediante microscopía de luz polarizada sobre las muestras histológicas (Figura A3) de cada uno de las capas que componen la pared arterial descendente y abdominal. En este trabajo se recopilaron dichos datos y se representaron en forma de histograma (Figura A4) para conocer la densidad de orientaciones de cada muestra de tejido.

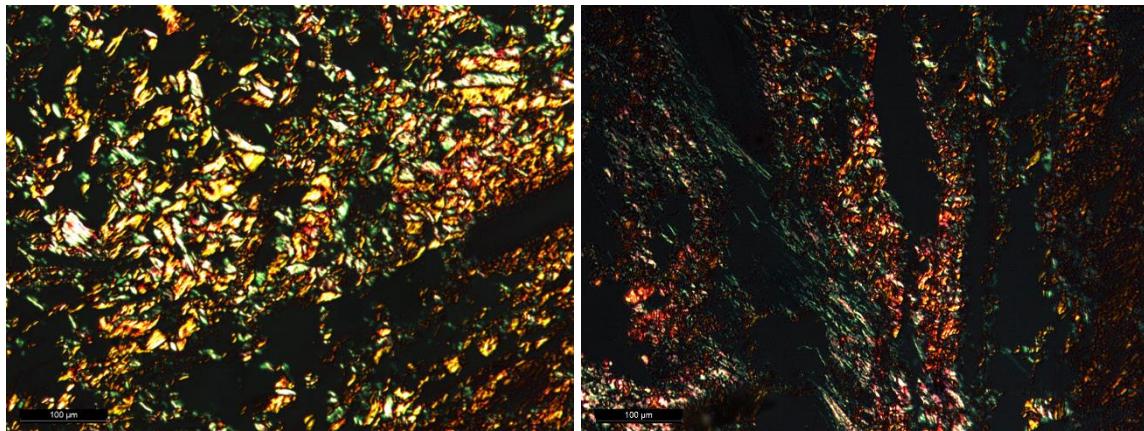


Figura A3: Imágenes con microscopio de luz polarizada de adventicia descendente en la que se distinguen fibras de colágeno.

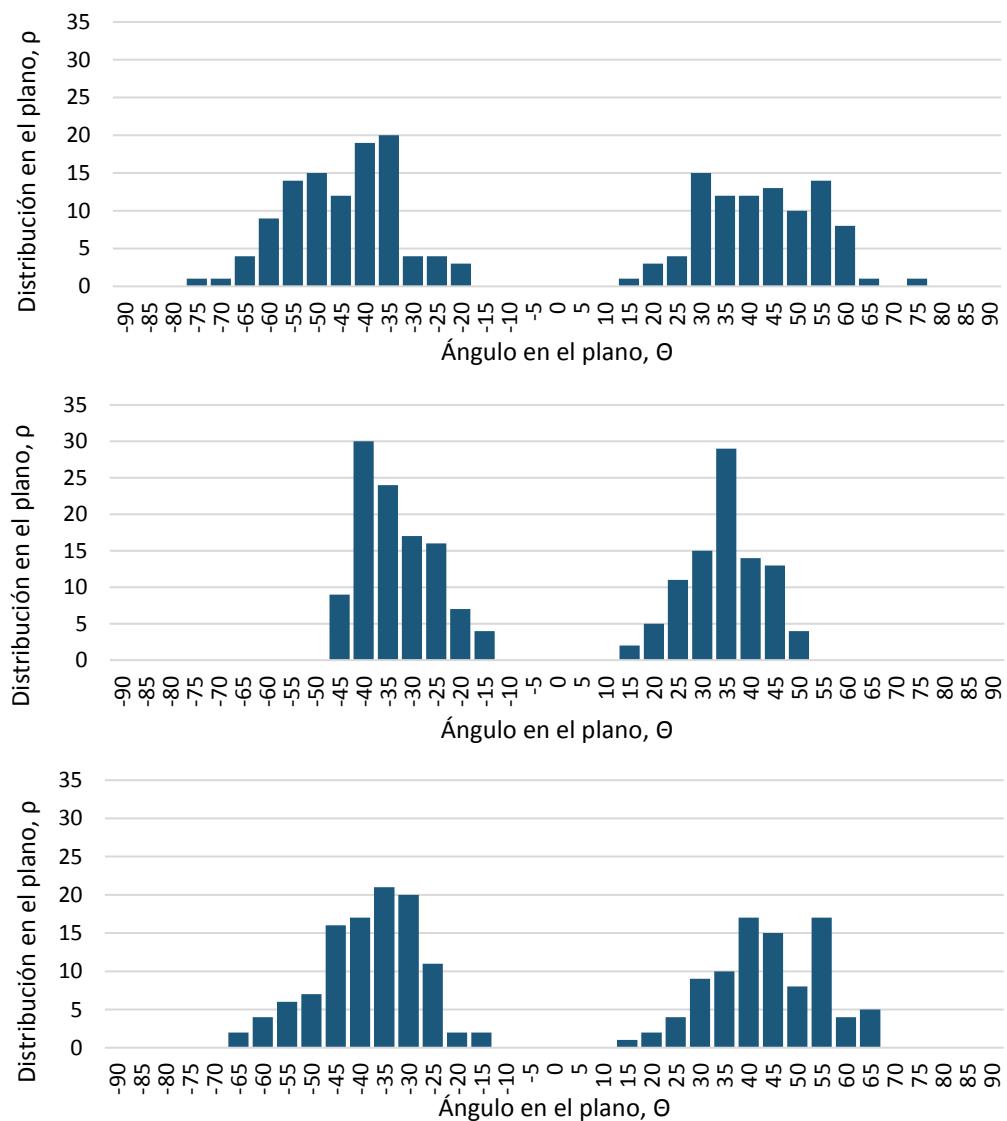


Figura A4: Ejemplo de distribución de densidades de orientación de la zona abdominal (Arriba: íntima, Centro: media, Abajo: adventicia). El ángulo en el plano Θ (grados) está referenciado al eje circunferencial. Se distinguen las dos familias de fibras en cada capa y su simetría. La íntima y la adventicia tienen mayor grado de dispersión de las fibras de colágeno, la media tiene mayor concentración.

Seguidamente, se introdujeron los datos de densidad de orientación en el software *Matlab*, donde se tiene implementada la formulación descrita anteriormente en este apartado. Como resultado,

se obtuvo el parámetro de concentración b y el ángulo α de la dirección preferente de las fibras del tejido. Después, se calculó el valor correspondiente de κ para cada caso. Estos datos se presentan en la Tabla A6 y serán utilizados como parámetros de material en el siguiente apartado.

	AORTA DESCENDENTE			AORTA ABDOMINAL		
	α	b	K	α	b	K
Completa	39.924	0.840	0.2482	39.294	1.053	0.2251
Intima	42.858	0.870	0.2465	42.516	1.020	0.2288
Media	35.010	1.085	0.2244	34.038	1.272	0.2042
Adventicia	42.786	0.849	0.2754	38.214	1.101	0.2316

Tabla A6: Valores obtenidos a partir de la medición de la distribución de las fibras de colágeno de cada capa de tejido (α en grados, b y K son adimensionales).

ANEXO B: Gráficas de ajuste de parámetros

En este Anexo se exponen las gráficas de ajuste de cada material, en las que se puede comprobar que todos y cada uno de ellos cumplen la función de ajuste del modelo de Gasser et al. (2006) y reproducen el comportamiento experimental. En la Figura B1 se adjuntan las gráficas de ajuste de los parámetros iniciales de los materiales con propiedades fenomenológicas, en la Figura B2 se encuentran las gráficas de ajuste de los parámetros de materiales de propiedades microestructurales y en la Figura B3, B4 y B5 se muestran las gráficas de ajuste de los materiales de propiedades fenomenológicas que tuvieron que ser reajustados.

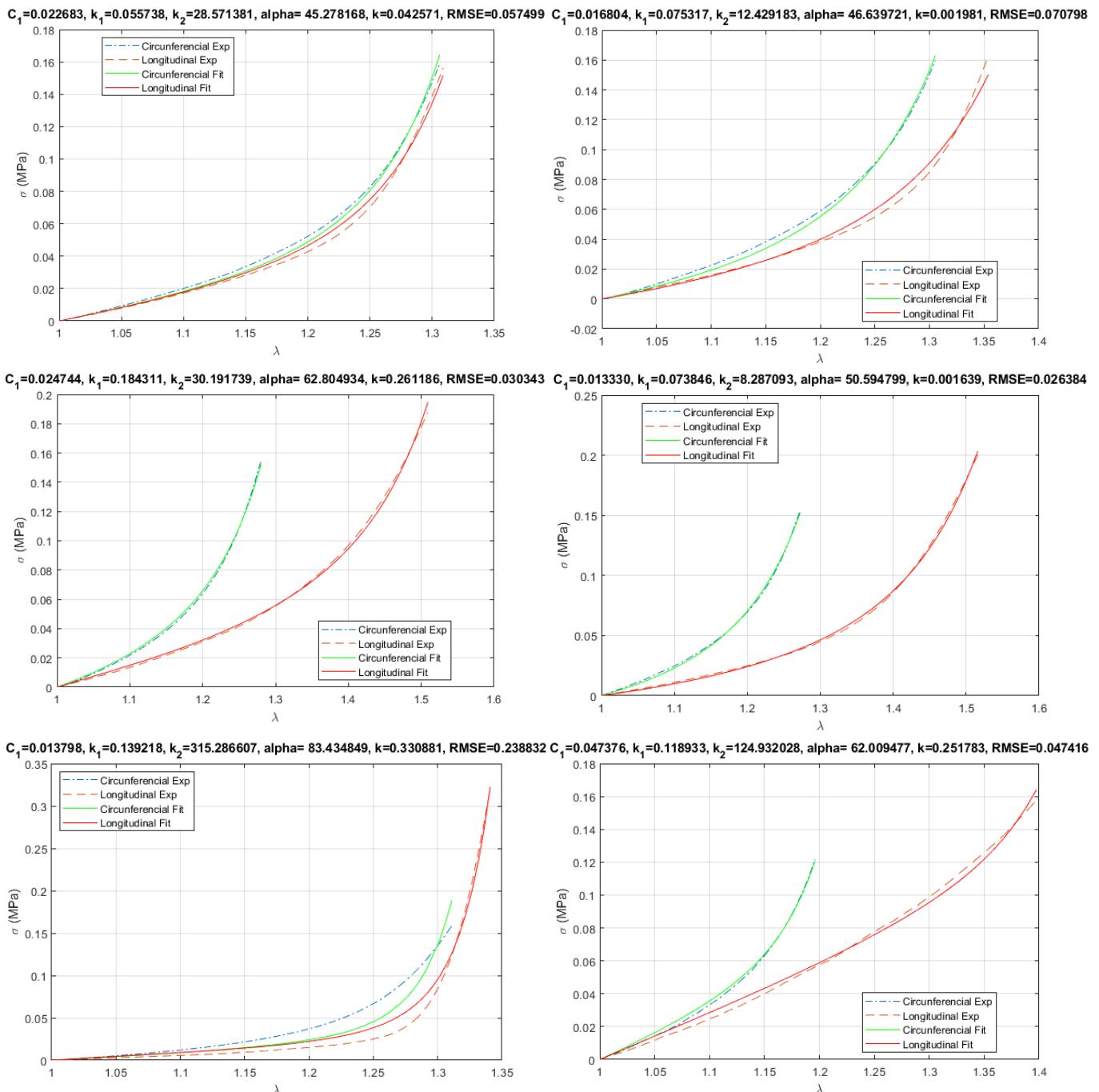


Figura B1: Resultado del ajuste inicial de parámetros con propiedades fenomenológicas, con el modelo de Gasser et al. (2006) en probetas individuales descendentes (izquierda) y abdominales (derecha). Arriba: íntima, Centro: media, Abajo: adventicia (C_1 y k_1 en MPa, α en grados, el resto de parámetros son adimensionales).

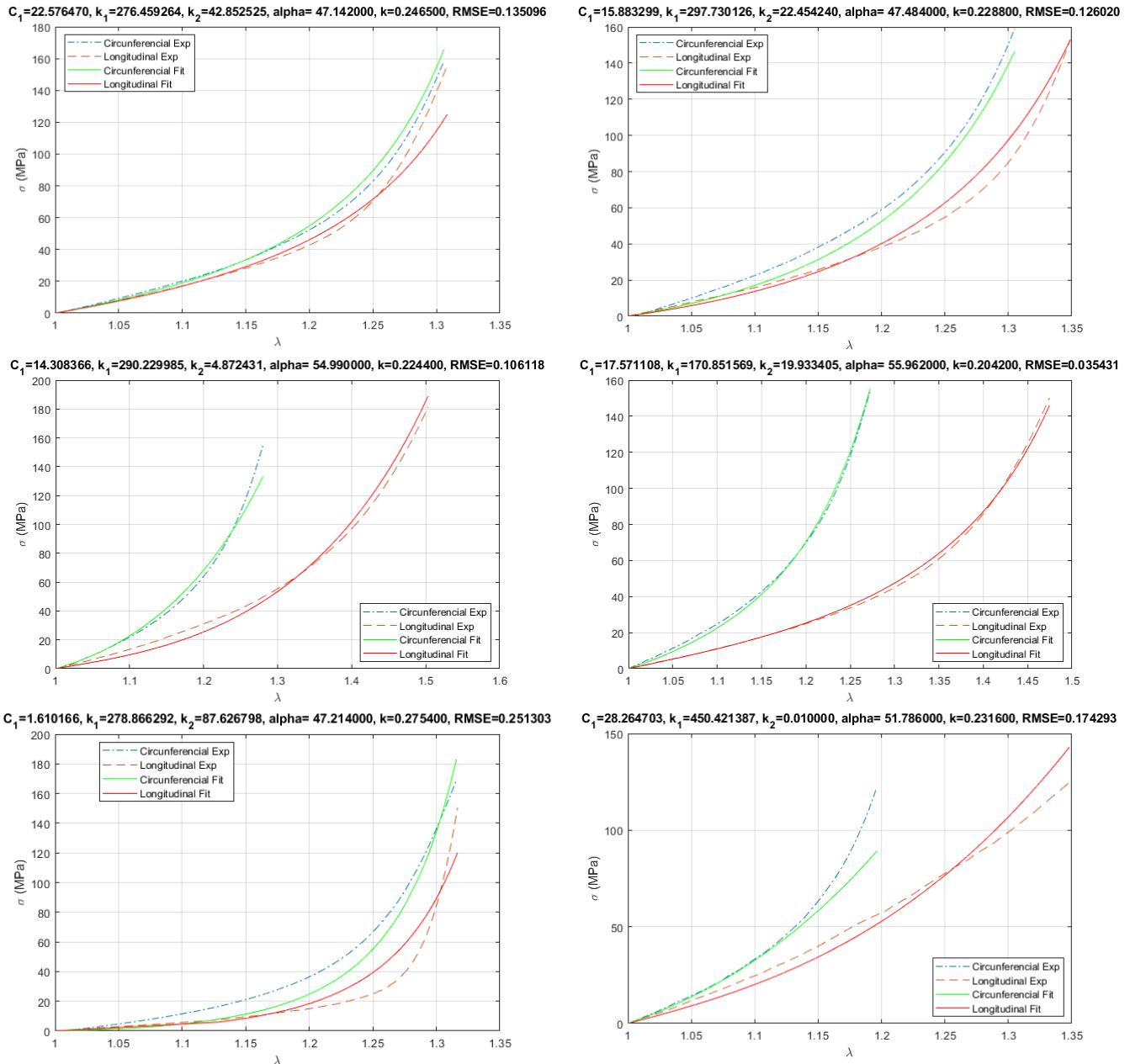


Figura B2: Resultado del ajuste de parámetros con propiedades microestructurales, con el modelo de Gasser et al. (2006) en probetas individuales descendentes (izquierda) y abdominales (derecha). Arriba: íntima, Centro: media, Abajo: adventicia (C_1 y K_1 en MPa, α en grados, el resto de parámetros son adimensionales).

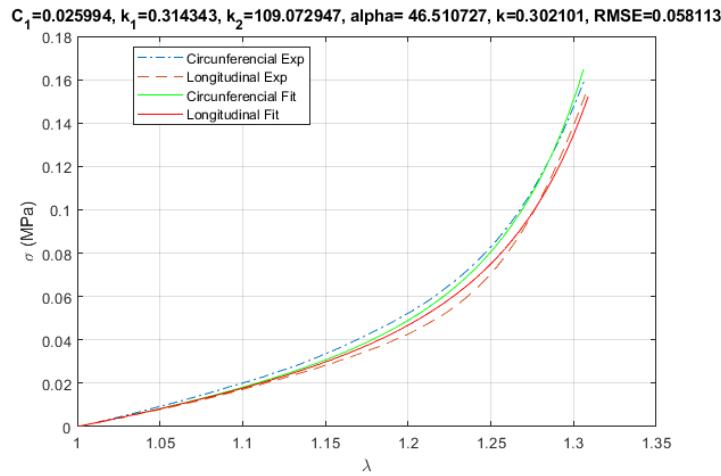


Figura B3: Resultado del reajuste de parámetros de material con propiedades fenomenológicas con el modelo de Gasser et al. (2006) para íntima descendente. El valor mínimo de κ propuesto fue 0.3 (C_1 y K_1 en MPa, α en grados, el resto de parámetros son adimensionales).

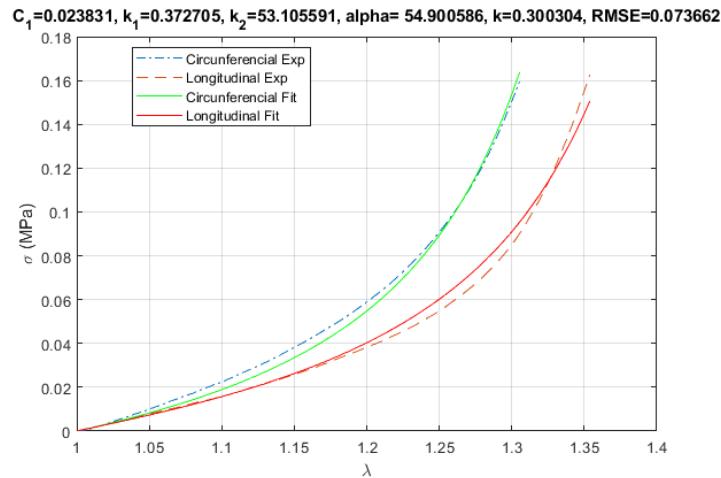


Figura B4: Resultado del reajuste de parámetros de material con propiedades fenomenológicas con el modelo de Gasser et al. (2006) para íntima abdominal. El valor mínimo de κ propuesto fue 0.25 (C_1 y K_1 en MPa, α en grados, el resto de parámetros son adimensionales).

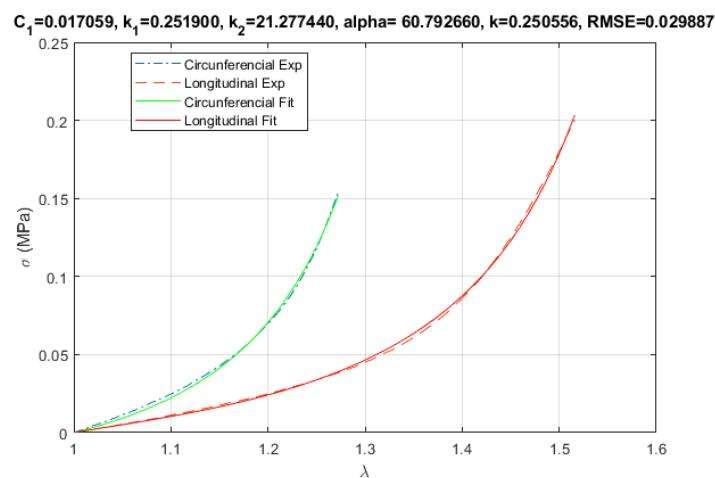


Figura B5: Resultado del reajuste de parámetros de material con propiedades fenomenológicas con el modelo de Gasser et al. (2006) para media abdominal. El valor mínimo de κ propuesto fue 0.3 (C_1 y K_1 en MPa, α en grados, el resto de parámetros son adimensionales).

ANEXO C: Resultados del modelo in situ de la zona descendente

En las probetas descendentes solamente pudieron calcularse las hipótesis de material completo y de material multicapa con pretensión general (*Multi*). La probeta con pretensión aplicada en las tres direcciones principales presentó fallos de cálculo en los primeros instantes del mismo, por lo que no pudieron obtenerse resultados válidos. En este Anexo se muestran los resultados obtenidos en aorta descendente.

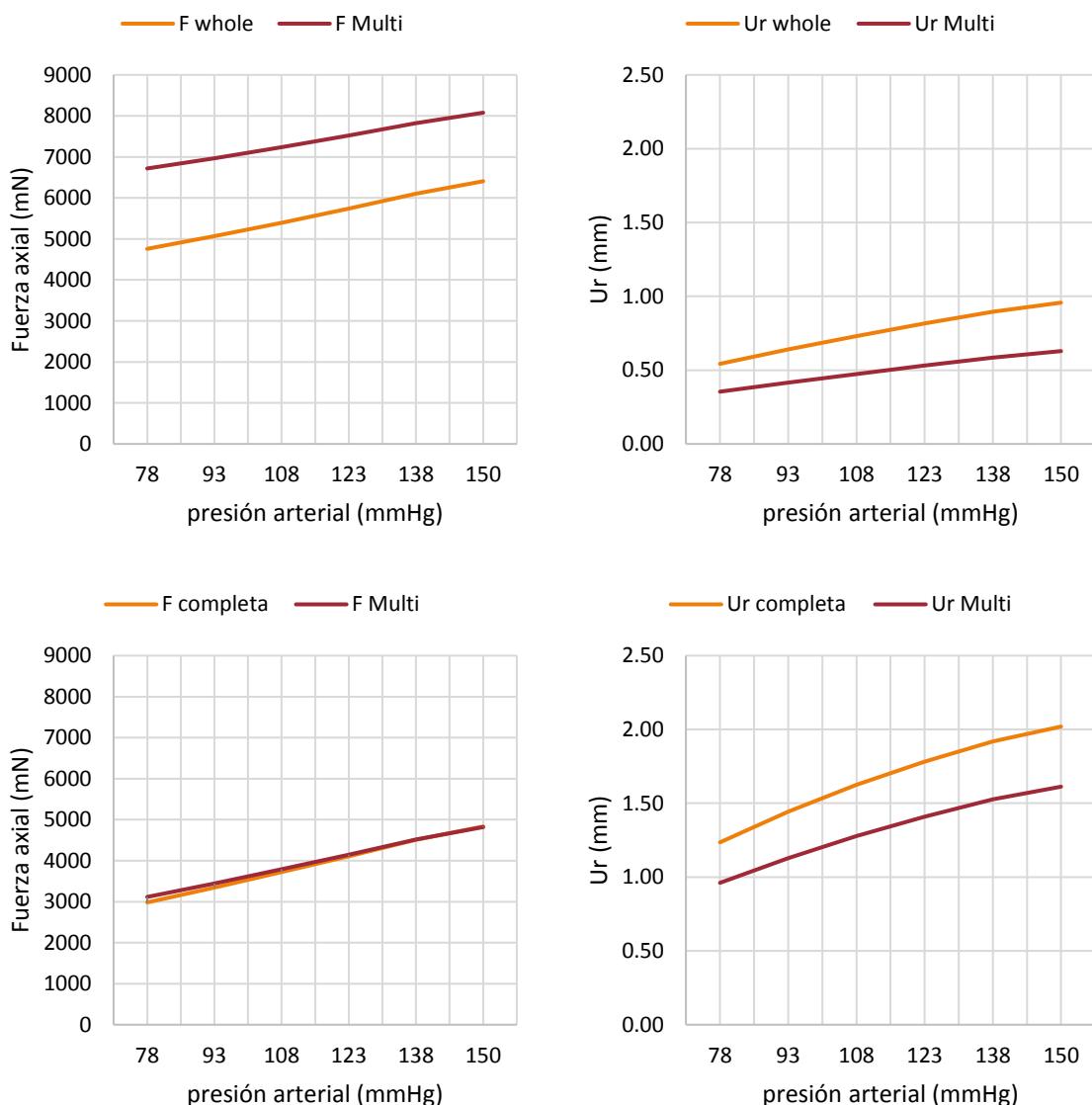


Figura C1: Fuerza longitudinal (izda.) y variación del radio interno (dcha.) en función de la presión interna en las probetas de inflado abdominal con materiales de propiedades fenomenológicas (arriba) y microestructurales (abajo) (Hipertensión: 150 mmHg; Sistole: 120 mmHg; Diástole: 80 mmHg)

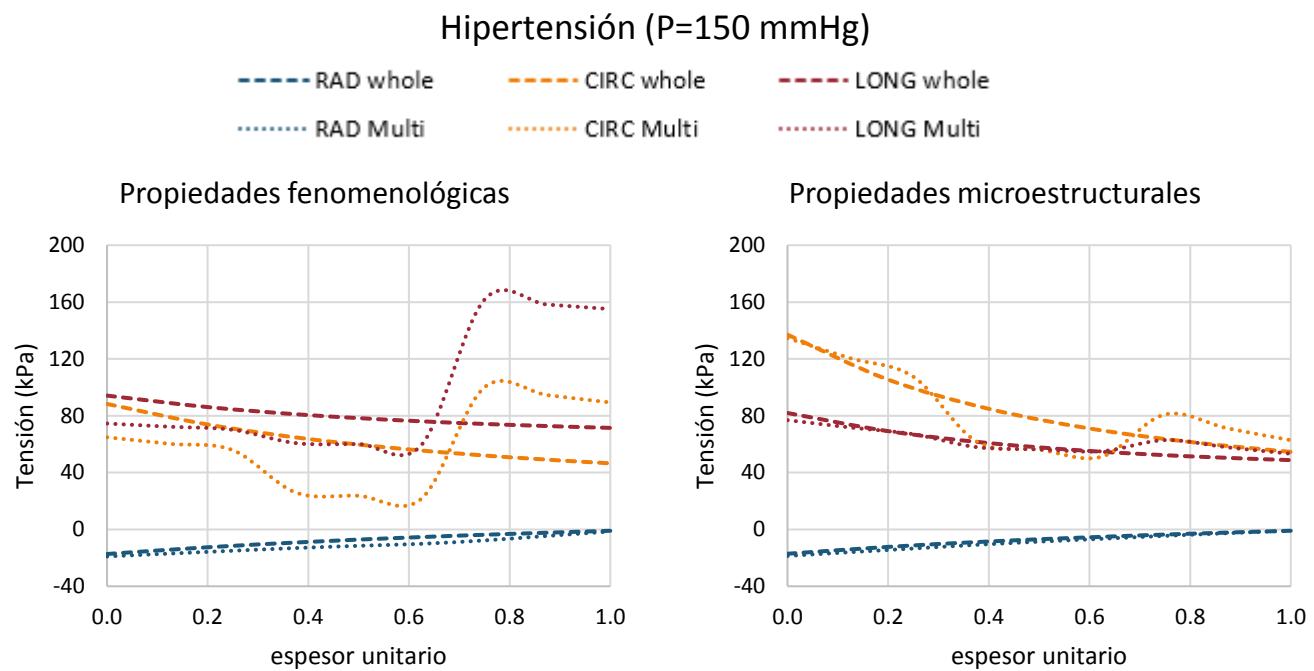


Figura C2: Comparación de tensiones en hipertensión ($P = 150$ mmHg) para la aorta descendente con material de propiedades fenomenológicas (izquierda) y microestructurales (derecha).