



**Universidad**  
Zaragoza

# Trabajo Fin de Grado

Cálculo y análisis de sistemas de transmisión basados en  
mecanismos del Códice I de Leonardo da Vinci

Calculation and analysis of transmission systems based on  
mechanisms of Leonardo da Vinci Codex I

Autor/es:

Sara Gaudes Alcaine

Director/es:

Paula María Canalís Martínez

Escuela de Ingeniería y Arquitectura-Universidad de Zaragoza

2019

## Resumen

El actual proyecto consiste en el cálculo y el análisis de dos sistemas de transmisión basados en mecanismos del Códice I de Leonardo da Vinci. Dicho cálculo y análisis se realiza en máquinas actuales.

Primero se realizará un resumen sobre las distintas aportaciones de Leonardo a la ingeniería, además de una breve explicación de las maquetas expuestas en la EINA.

Se definirá la cadena de movimiento de cada máquina y se fijarán las especificaciones de salida como, por ejemplo, la velocidad lineal, la velocidad angular y la distancia recorrida. Además, se realizará el dimensionamiento del motor que sustituye actualmente a la manivela, así como su transmisión, sus uniones, sus ejes y rodamientos.

Se elegirá el motor necesario en función de las especificaciones de salida. Después, se elegirán los engranajes necesarios para las transmisiones, comprobándose tanto a flexión como a desgaste. En cuanto a los ejes, se obtendrán los esfuerzos que se producen en ellos, además de calcularlos a fatiga. A continuación, se elegirán los rodamientos necesarios según las reacciones que se produzcan en los apoyos. Por último, se comprobarán las uniones de los diferentes elementos al eje. Éstas uniones se realizarán mediante chavetas, que serán dimensionadas.

## Contenido

1. Objetivo .....	6
2. Introducción .....	7
3. Descripción de las máquinas seleccionadas.....	10
3.1. Máquina 14 o bobinadora.....	10
3.2. Máquina 11 o montacargas: .....	11
4. Cálculo y diseño de la bobinadora .....	14
4.1. Especificaciones del mecanismo .....	14
4.2. Selección del motor.....	15
4.3. Selección del conjunto corona-tornillo sin fin.....	15
4.4. Cálculos en el conjunto corona-tornillo sin fin.....	19
4.4.1. Cálculo de las velocidades.....	19
4.4.2. Cálculo del coeficiente de rozamiento.....	19
4.4.3. Cálculo del rendimiento de la transmisión .....	20
4.4.4. Cálculo de las cargas.....	20
4.4.5. Cálculo a flexión en la corona .....	21
4.4.6. Cálculo a desgaste de la corona .....	24
4.5. Cálculos en los ejes.....	25
4.5.1. Cálculo a resistencia .....	25
4.5.2. Cálculo a fatiga .....	27
4.6. Selección de los rodamientos.....	28
4.7. Selección de las chavetas .....	28
4.8. Distancia, velocidad y tiempo del recorrido de la bobina.....	29
5. Cálculo y diseño del montacargas .....	33
5.1. Especificaciones del mecanismo .....	33
5.2. Selección de la polea y del cable.....	34
5.3. Selección del piñón y de las coronas.....	36
5.4. Cálculos en el piñón y en las coronas.....	38
5.4.1. Cálculo de las cargas.....	38
5.4.2. Cálculo a flexión .....	40
5.4.3. Cálculo a desgaste .....	41
5.5. Selección del motor.....	41
5.6. Cálculos en los ejes.....	42
5.6.1. Cálculo a resistencia .....	42
5.6.2. Cálculo a fatiga .....	44

5.7. Selección de los rodamientos.....	44
5.8. Selección de las chavetas .....	45
5.9. Fuerza de desplazamiento de las coronas .....	45
6. Comparativa entre los mecanismos de Leonardo y las máquinas actuales.....	46
6.1. Bobinadora .....	46
6.2. Montacargas.....	46
7. Conclusiones.....	48
8. Bibliografía .....	49
ANEXO I Cálculos en los ejes de las máquinas (a resistencia y a fatiga) .....	50
A.1.1. Cálculos en los ejes de la bobinadora .....	50
A.1.1.1. Cálculo de las cargas en los ejes .....	50
A.1.1.2. Cálculo de la tensión normal, tensión cortante y el coeficiente de seguridad.....	56
A.1.1.3. Cálculo a fatiga.....	57
A.1.2. Cálculos en los ejes del montacargas.....	62
A.1.2.1. Cálculo de las cargas en los ejes .....	62
A.1.2.2. Cálculo de la tensión normal y de la cortante .....	68
A.1.2.3. Cálculo a fatiga.....	69
ANEXO II Cálculo de los rodamientos.....	72
A.2.1. Selección de los rodamientos de la bobinadora .....	72
A.2.1.1. Apoyos del eje del tornillo sin fin.....	72
A.2.1.2. Apoyos del eje de la corona.....	75
A.2.2. Selección de los rodamientos del montacargas .....	78
A.2.2.1. Apoyos primer eje.....	78
A.2.2.2. Apoyos segundo eje .....	79
ANEXO III Cálculo de las chavetas .....	83
A.3.1. Selección de las chavetas de la bobinadora .....	83
A.3.1.1. Unión eje-tornillo sin fin .....	83
A.3.1.2. Unión eje-corona .....	86
A.3.2. Selección de las chavetas del montacargas .....	90
A.3.2.1. Unión piñón-primer eje .....	90
A.3.2.2. Unión corona-segundo eje.....	92
A.3.2.3. Unión poleas-segundo eje .....	94
ANEXO IV Cálculos para la selección del motor del montacargas .....	98
A.4.1. Selección del motor, selección de los engranajes del reductor, cálculo de las inercias y comprobación de la validez del motor.....	98

ANEXO V Cálculo a desgaste y a flexión de los engranajes del reductor .....	107
A.5.1. Cálculo del primer engranaje .....	107
A.5.1.1. Cálculo a flexión .....	107
A.5.1.2. Cálculo a desgaste.....	108
A.5.2. Cálculo del segundo engranaje .....	109
A.5.2.1. Cálculo a flexión .....	109
A.5.2.2. Cálculo a desgaste.....	109
ANEXO VI Catálogos .....	111
A.6.1. Catálogo de materiales y tablas de flexión .....	111
A.6.2. Catálogo del conjunto corona-sin fin .....	115

## 1. Objetivo

El objetivo de este proyecto es realizar el análisis de dos sistemas de transmisión de Leonardo da Vinci recogidos en el Códice I y el dimensionamiento de máquinas actuales que utilizan ese sistema.

A partir de los sistemas de transmisión de Leonardo da Vinci recogidos en el Códice 1 de Madrid, se buscará la aplicación actual de dichos sistemas de transmisión. Se realizarán cálculos analíticos según criterios de resistencia, rigidez, desgaste y fatiga de los distintos elementos que componen el sistema. Además, se buscarán y seleccionarán elementos comerciales actuales.

Primero se seleccionará el sistema de transmisión del Códice 1. Luego, se definirá su cadena de movimiento y se fijarán las especificaciones de salida. Después, se realizará el dimensionamiento del sistema (motor, transmisión, uniones, ejes y rodamientos). A continuación, se seleccionarán elementos comerciales y se realizará el cálculo a fatiga de los ejes. Por último, se definirá la propuesta final.

Se realiza el cálculo y el diseño de dos de los quince mecanismos del Códice 1, pero en sus aplicaciones actuales.

Las máquinas seleccionadas son la once y la catorce. El sistema de transmisión de la máquina once se utilizará para el diseño de una bobinadora, y la catorce para un montacargas.

Por tanto, se definirá la cadena de movimiento de cada máquina y se fijarán las especificaciones de salida como, por ejemplo, la velocidad lineal, la velocidad angular y la distancia recorrida. Además, se realizará el dimensionamiento del motor que sustituye actualmente a la manivela, así como su transmisión, sus uniones, sus ejes y rodamientos.

Se elegirá el motor necesario en función de las especificaciones de salida. Después, se elegirán los engranajes necesarios para las transmisiones, comprobándose tanto a flexión como a desgaste.

En cuanto a los ejes, se obtendrán los esfuerzos que se producen en ellos, calculándolos tanto a resistencia como a fatiga. A continuación, se elegirán los rodamientos necesarios según las reacciones que se produzcan en los apoyos. Por último, se comprobarán las uniones de los diferentes elementos al eje. Éstas uniones se realizarán mediante chavetas, que serán dimensionadas.

La máquina once es un distribuidor de una rotación constante en dos traslaciones alternas constantes en fase. Una de sus aplicaciones es una sierra de guillotina, aunque la aplicación en este trabajo es de un montacargas.

La máquina catorce es un adaptador de rotación constante a rotación con traslación alterna. Este mecanismo se puede aplicar a una bobinadora.

## 2. Introducción

Leonardo da Vinci nació en Vinci en el año 1452. Fue, entre otras cosas, un pintor, arquitecto, ingeniero e inventor del Renacimiento italiano.

Diseñó algunas máquinas cuyo movimiento de salida se originaba a partir de otro diferente, como es el caso de las estudiadas en este trabajo de fin de grado.

Algunas de las ideas que desarrolló fueron el submarino y el helicóptero, pero muchos de sus proyectos no llegaron a construirse al no poder ser realizados. Aunque eran ideas muy adelantadas a su tiempo, la mayoría no funcionan debidamente, ya que, por ejemplo, el helicóptero habría girado sobre sí mismo.

Además, pretendía ser capaz de construir máquinas para la protección y el asedio de las ciudades. En Venecia, donde se fugó en 1499, trabajó como ingeniero y desarrolló un sistema de barreras móviles para proteger de ataques terrestres a la ciudad. Para irrigar los campos de la Toscana, hizo un proyecto para desviar el río Arno.

Sus libros tienen un gran número de inventos, donde destacan, por ejemplo, las bombas hidráulicas, los mecanismos de manivela, el submarino, el automóvil, el carro de combate y los rodamientos de bolas. Los bocetos realizados indican que varios de estos inventos los tomó prestados de predecesores inmediatos o heredados de tradiciones antiguas, aunque fue un gran innovador, ya que fue de los primeros que empezó a trabajar los metales mecánicamente, sobretodo el oro.

Uno de sus muchos diseños es el de un puente de doscientos cuarenta metros para un proyecto de ingeniería civil de Beyazid II. Éste último consideró que sería imposible su construcción, por lo que abandonó el proyecto. En 2001 se realizó en Noruega un puente basado en su concepto.

Una de las fascinaciones de Leonardo fue el vuelo, realizando varios estudios sobre el vuelo de los pájaros y varios planos de aparatos voladores. Inventó además el túnel de viento.

Quince de las máquinas que diseñó las expuso en los Códice I y II. Éstos son unos manuscritos que se encontraron en los archivos de la Biblioteca Nacional de España, en Madrid, en el año 1964. Dichos códices llegaron a España gracias a un escultor de Felipe II, llamado Pompeo Leoni. Tras pasar por varios propietarios, llegaron al Monasterio del Escorial, acabando finalmente en la Biblioteca Real, donde se extraviaron durante 150 años.

Consta de ocho volúmenes de quinientas cuarenta páginas, tratando la mecánica, la estática y la geometría. Están escritos de derecha a izquierda en italiano.

Los manuscritos son muy importantes en las obras de Leonardo da Vinci, ya que contienen aproximadamente el 15% de sus notas.

Con su muerte, los códices pasaron a ser de Francesco Melzi, amigo de da Vinci. Tras cincuenta años los adquirió Pompeo Leoni y, tras morir éste, pasaron a Juan de Espina, amigo de Francisco de Quevedo.

En la actualidad, se puede acceder gratuitamente al Códice I a través de la página web de la Biblioteca Nacional Española (BNE). A continuación, se mostrarán dos de las páginas del código a partir de la figura 1. Está disponible en español.

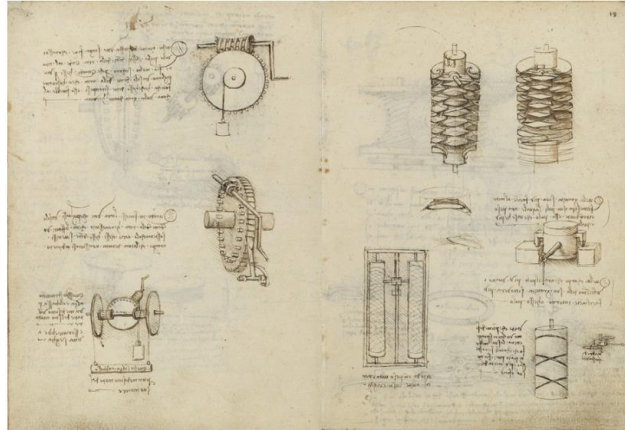


Figura 1

En el códice las páginas se nombran de la siguiente forma:

*Folio número actual de página v - folio número página siguiente r*

Actualmente, las maquetas de estas quince máquinas son expuestas en el edificio Betancourt de la EINA. Éstas maquetas fueron diseñadas bajo la dirección del catedrático Don Fernando Torres Leza en el Departamento de Ingeniería de Diseño y Fabricación de la Universidad de Zaragoza, llegando después a la EINA. En las figuras 2, 3 y 4 se muestran dos de esas maquetas, que son los dos sistemas de transmisión que se van a analizar y calcular en el actual proyecto. En la figura 2 se puede observar una transmisión para una bobinadora, y en las figuras 3 y 4 se observa la transmisión para un montacargas:



Figura 2

En la máquina de esta figura 2 se puede apreciar cómo a través de una manivela se puede hacer girar un primer eje que contiene un tornillo sin fin y una bobina en su extremo. El tornillo



engrana con una corona, a la que se ancla un brazo que, a su vez, va anclado al primer eje, aportando a la bobina un movimiento horizontal.



Figura 3



Figura 4

En la máquina representada en las figuras anteriores, se observa cómo una manivela hace que un primer eje gire. Éste eje contiene un tambor y un piñón en su extremo. El tambor subirá una carga determinada. A su vez, el piñón, que está dentado solamente por una mitad de su circunferencia, engrana con dos coronas colocadas en un segundo eje, que contiene además dos poleas en cada extremo, que serán las encargadas de subir una determinada carga. El piñón no engrana a la vez con las coronas del segundo eje, sino que lo hace alternativamente. Cuando engrane con una corona, la carga que trasladan las poleas subirá, mientras que, si engrana con la otra, la carga bajará. Todo depende del sentido en el que se gire la manivela.

El presente Trabajo Fin de Grado se basa en dichas maquetas. De hecho, se van a calcular y analizar las maquetas mostradas en las figuras 2, 3 y 4. La figura 2 muestra el sistema de transmisión de una bobinadora, que es la máquina catorce del Códice I. Las figuras 3 y 4 muestran el sistema de transmisión de un montacargas, que es la máquina once del Códice I de Madrid.

### 3. Descripción de las máquinas seleccionadas

A continuación, se define la cadena de movimiento de los mecanismos originales diseñados por Leonardo da Vinci.

#### 3.1. Máquina 14 o bobinadora

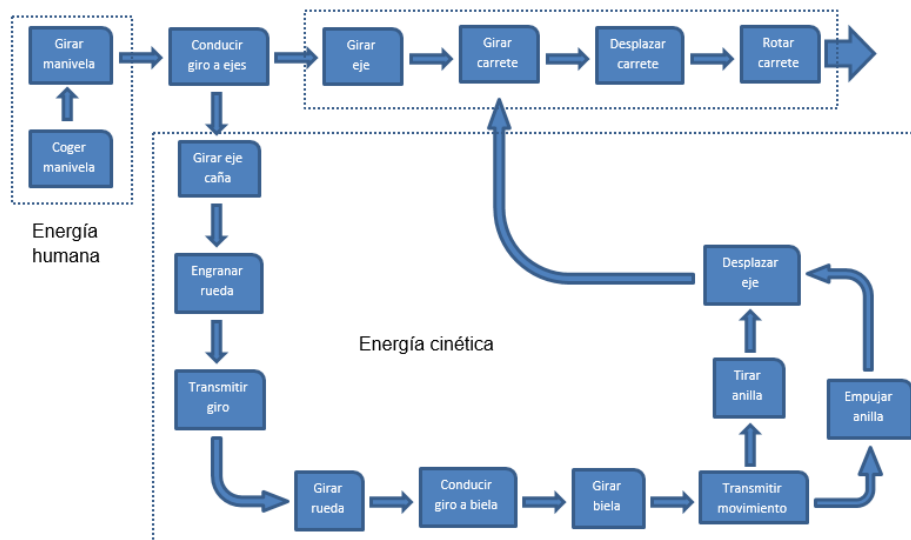
La primera máquina a calcular es la bobinadora. A continuación, se muestra la maqueta realizada para la exposición de la EINA nombrada anteriormente:



Figura 5

En esta máquina, se hace girar un tornillo sin fin mediante una manivela. En el extremo del mismo eje que incorpora tanto la manivela como el tornillo, hay una bobina a la que se le transmite la misma velocidad de giro. El tornillo engrana con una corona incorporada en un segundo eje perpendicular al eje del tornillo sin fin. A una determinada distancia radial del centro de esta corona se sujeta una barra, cuyo extremo opuesto a éste se sujeta al primer eje, cerca de la bobina. Así, el giro de la corona permite que la bobina se desplace horizontalmente.

El esquema de la cadena de movimiento es el siguiente:



Esquema 1

Dentro del manuscrito Códice I de Leonardo da Vinci, esta máquina se puede encontrar concretamente en *Códice I, folio 29v-folio 30r*. A esta máquina Leonardo la denominó “Adaptador de rotación constante a rotación con traslación alterna”. El dibujo realizado por Leonardo para este manuscrito se muestra en la figura 6:

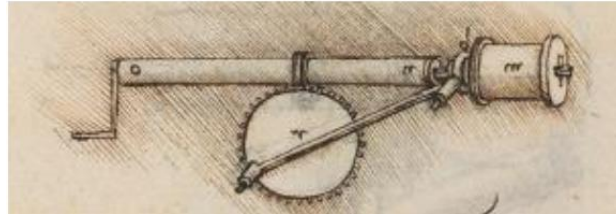


Figura 6

La explicación de Leonardo da Vinci con respecto a este mecanismo fue la siguiente:

“Este movimiento tiene la característica de que va adelante y luego vuelve, pero también da vueltas. Esto solo se refiere al carrete “m” que da vueltas dentro del anillo “b”. Este anillo se mueve hacia delante y hacia atrás gracias a la rueda “r”. El carrete está encajado en un hierro cuadrado y largo que le sirve de eje y que entra por el caño cuadrado “no” como puedes ver”.

### 3.2. Máquina 11 o montacargas:

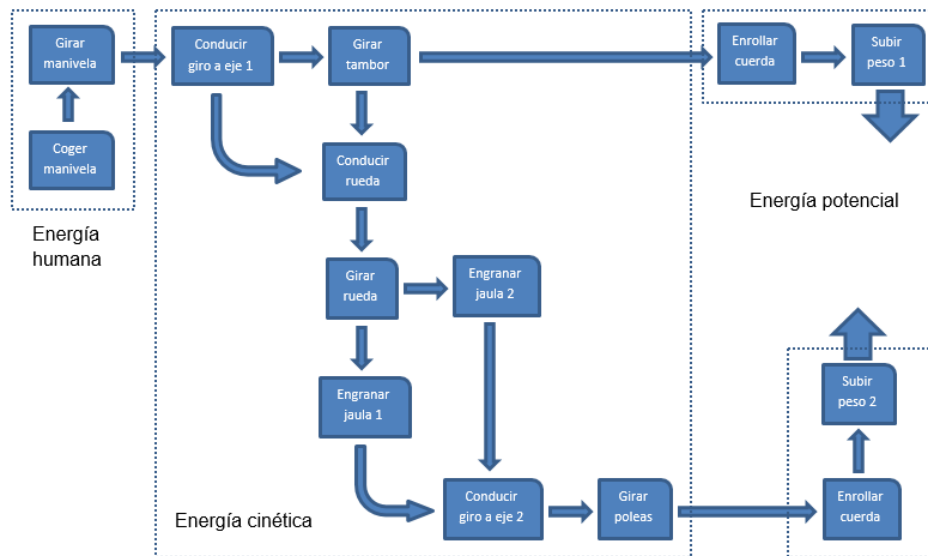
La segunda máquina que se calcula en este proyecto es el montacargas. A continuación, se muestra la maqueta realizada para la exposición de la EINA:



Figura 7

En la máquina 11 creada por Leonardo da Vinci, primero se hace girar la manivela para poder producir el giro del primer eje. Dicho eje lleva incorporado un tambor para poder levantar una carga determinada. Al otro extremo del eje hay un piñón, dentado sólo en media circunferencia, que gira solidaria a éste eje. A su vez, éste piñón puede engranar con otras dos coronas que van solidarias a un segundo eje perpendicular al primero. Nunca engranará con las dos coronas a la vez, sino que lo hará simultáneamente. Cuando engrane con una, subirá la carga; si engrana con otra, la bajará. Dicha carga cuelga de dos cables enrollados en dos poleas. Éstas están colocadas una en cada extremo del segundo eje.

El esquema de la cadena de movimiento es el siguiente:



Esquema 2

Dentro del manuscrito Códice I de Leonardo da Vinci, esta máquina se puede encontrar concretamente en *Códice I, folio 17v–folio 18r*. A esta máquina Leonardo la denominó “Distribuidor de una rotación constante en dos traslaciones alternas constantes en fase”. La siguiente figura 8 muestra el dibujo que Leonardo realizó:

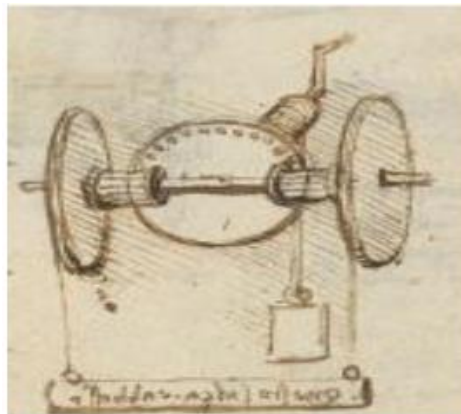


Figura 8

La explicación de Leonardo da Vinci con respecto a este mecanismo fue la siguiente:

“Este instrumento sube y baja por las mismas vueltas de su motor. Y sería útil para una sierra. Este sube y baja por el mismo movimiento de su motor”.

Actualmente hay máquinas que contienen estos sistemas de transmisión. En el caso del sistema de transmisión de la máquina 11, se utiliza en montacargas. El sistema de transmisión de la máquina 14 se utiliza en bobinadoras. Las máquinas actuales que se van a calcular tienen algunas diferencias con respecto a las que diseñó Leonardo. Dichas diferencias se comentarán al inicio de los apartados de cálculo de ambas máquinas.

Los sistemas de transmisión del Códice I, Leonardo sólo los creó para obtener un movimiento de salida a partir de otro movimiento distinto. Por ejemplo, en el sistema de transmisión de la máquina 14 se obtiene un desplazamiento horizontal a partir de un movimiento de rotación, y

en la máquina 11 se obtiene un desplazamiento vertical mediante un movimiento de giro. Sin embargo, actualmente estos sistemas de transmisión se utilizan para crear un producto o un servicio. Además, gracias a los materiales actuales y el uso de motores, este servicio o producto se puede realizar en menor tiempo que con las máquinas diseñadas por Leonardo y las máquinas tienen mayor durabilidad.

## 4. Cálculo y diseño de la bobinadora

A continuación, se diseñará y analizará el sistema de transmisión de la máquina 14 en una bobinadora actual.

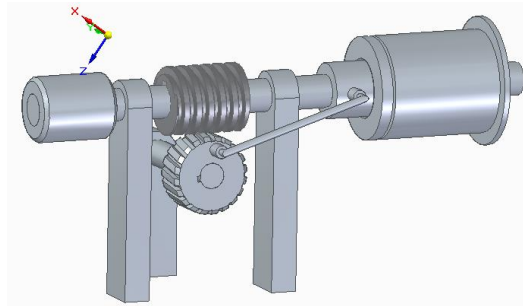


Figura 9

### 4.1. Especificaciones del mecanismo

La máquina a calcular en los siguientes apartados es una máquina actual que incorpora el mismo mecanismo que la máquina 14 de Leonardo da Vinci. La diferencia entre la de Leonardo y la que se va a analizar es que, ésta última, incorpora un motor en cuenta de una manivela para producir el giro del eje que contiene el tornillo sin fin. Además, el eje diseñado por Leonardo sobre el que se desliza la bobina es cuadrado, mientras que en el diseño a calcular y analizar en los siguientes apartados es de sección circular. La bobina se deslizará por el eje.

Las hipótesis de salida son la velocidad de giro de la bobinadora y el recorrido que realiza ésta. A partir de éstas hipótesis se obtienen el resto de parámetros.

En la figura 10 se muestra la transmisión:

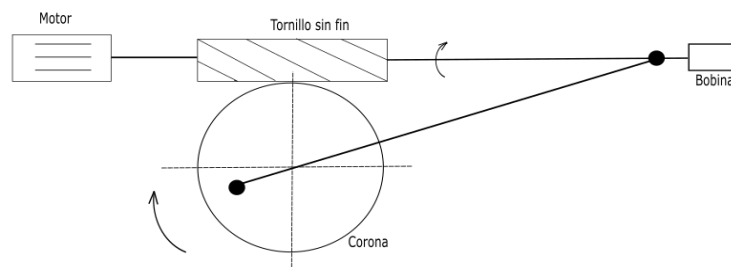


Figura 10

La sujeción del brazo al eje del tornillo se realiza mediante un casquillo con basa que no gira debido a su unión con el brazo, y un disco flotante (no tiene contacto con el eje) que va atornillado a la bobina, girando solidariamente con ella. Ésta gira con el eje debido a una chaveta cuya longitud será la longitud de la bobina más el recorrido que ésta haga. Dicha unión se muestra a continuación en la figura 11.

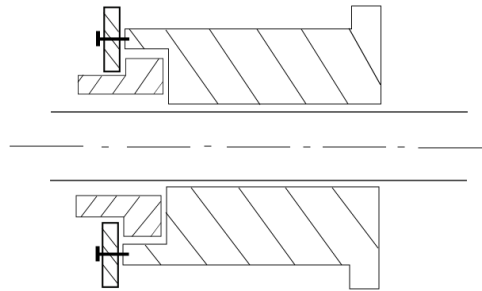


Figura 11

Se observa cómo el eje en el que está dispuesto el tornillo sin fin, aporta el movimiento de giro a la bobina y cómo la barra que une dicho eje con la corona, aporta el movimiento horizontal a dicha bobina.

#### 4.2. Selección del motor

Se fija la velocidad de giro de salida de la bobinadora,  $n_1$ , en 300 rpm, ya que es una velocidad adecuada, debido a que una velocidad menor aumentaría el tiempo de bobinado y una velocidad mayor podría ser peligroso. Se desea que la velocidad de giro de ésta sea la misma que la del motor, para que la velocidad de entrada sea igual a la de salida, como en el caso del mecanismo creado por Leonardo da Vinci.

En este caso, no se necesita un momento ni una potencia mínima para trabajar y las cargas serán muy pequeñas. Por ello, elegimos primero el motor y se trabajará a la potencia máxima que puede trabajar el motor.

Para ello se elige un motorreductor KESOTO DC 12V 10W 300RPM [1].

Por tanto, los datos del motor son:

$$n_m = 300 \text{ rpm}$$

$$P_m = 10 \text{ W}$$

$$w_m = \frac{n_m 2\pi}{60} = \frac{300 * 2\pi}{60} = 31,4159 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

$$M_m = \frac{P_m}{w_m} = \frac{10}{31.4159} = 0.3183 \text{ Nm}$$

Donde  $n_m$  y  $w_m$  son la velocidad angular del motor en rpm y rad/s respectivamente;  $P_m$  es la potencia del motor en vatios y  $M_m$  el momento que transmite el motor.

#### 4.3. Selección del conjunto corona-tornillo sin fin

Este conjunto se suele utilizar para transmitir el movimiento entre ejes que se cruzan de forma perpendicular, pero que no son concurrentes. Su relación de transmisión suele ser muy alta, por lo que se suele reducir mucho la velocidad en un solo paso. Además, es una transmisión irreversible y silenciosa.

Para realizar la elección de la corona y del tornillo, se fija como hipótesis de salida el recorrido que se desea que realiza la bobina y la distancia máxima que se quiere que ésta alcance respecto al punto central del tornillo sin fin.

La distancia que debe recorrer la bobina es de unos 55 mm y la distancia máxima desde el centro del sin fin hasta la bobina ha de ser de 140 mm, como se observa en la figura 13. Con estas hipótesis, la distancia mínima del sin fin a la bobina es de 85 mm, como se observa en la figura 12. Con estos datos, se obtiene cuál debe ser la suma del radio del tornillo y del radio de la corona. La longitud del brazo se fija en 125 mm y éste se fija a la corona a una distancia radial de 25 mm del centro de dicha corona.

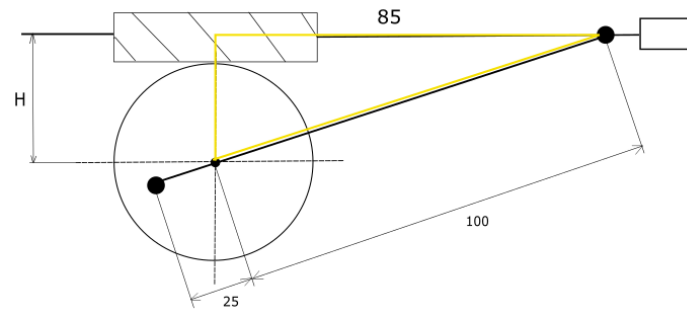


Figura 12

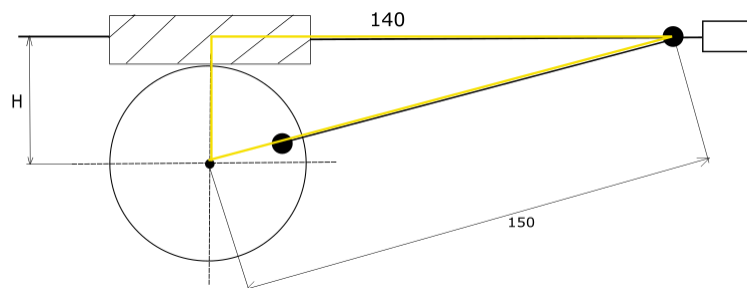


Figura 13

Se obtienen los dos valores de H de ambos triángulos amarillos resaltados en las figuras.

$$H = \sqrt{100^2 - 85^2} = 52.68 \text{ mm}$$

$$H = \sqrt{150^2 - 140^2} = 53.8 \text{ mm}$$

Para la elección de la corona y del tornillo sin fin se ha utilizado un catálogo y para obtener las características de los materiales, se han utilizado dos catálogos recogidos en el anexo VI.

A continuación, se muestran las tablas tanto de la corona como del tornillo sin fin, asignadas Tabla 1 y Tabla 2 respectivamente, sacadas de un catálogo recogido en el anexo VI:



Tabla 1

DIMENSIONES DE LA CORONA. Material: Fundición gris-perlítica.

REFERENCIA	Módulo	Número dientes	primitivo $D_p$	exterior total $D_t$	Tipo	cubo C	eje serie E	eje máx. M	llanta	Ancho diente A	Ancho cubo L	Peso Kg.	
COR-2/30	$\frac{1}{2}$	2	30	60	67	A	50	15	30	-	30	40	0,710
COR-2/40	$\frac{1}{2}$	2	40	80	87	A	60	15	36	-	30	40	1,260
COR-2/50	$\frac{1}{2}$	2	50	100	107	A	60	15	36	-	30	40	1,900
COR-2,5/30	$\frac{1}{2}$	2,5	30	75	84	A	60	15	36	-	33	45	1,250
COR-2,5/40	$\frac{1}{2}$	2,5	40	100	109	A	70	15	42	-	33	45	2,170
COR-2,5/50	$\frac{1}{2}$	2,5	50	125	134	B	70	15	42	112	33	45	2,600
COR-3/30	$\frac{1}{2}$	3	30	90	101	A	70	15	42	-	37	50	2,00
COR-3/40	$\frac{1}{2}$	3	40	120	131	B	70	15	42	108	37	45	2,350
COR-3/50	$\frac{1}{2}$	3	50	150	161	B	70	20	42	135	37	45	3,230
COR-4/30	$\frac{1}{2}$	4	30	120	134	A	80	20	48	-	45	60	4,130
COR-4/40	$\frac{1}{2}$	4	40	160	174	B	90	20	54	142	45	55	4,980

Tabla 2

DIMENSIONES DEL VIS-SIN-FIN. Material: Acero CK-45.

REFERENCIA	Módulo	Número entradas	primitivo $D_p$	cubo $C_1$	eje $E_1 H7$	Chavetero H b	Long. Diente $A_1$	Long. Cubo l	Long. Total $L_1$	Peso Kg.
VIS-2/1	2	1	48	42	25	28 8	36	12	60	0,540
VIS-2/2	2	2	48	42	25	28 8	36	12	60	0,540
VIS-2,5/1	2,5	1	52	45	25	28 8	44	12	68	0,800
VIS-2,5/2	2,5	2	52	45	25	28 8	44	12	68	0,800
VIS-3/1	3	1	57	49	30	33 8	52	15	82	1,035
VIS-3/2	3	2	57	49	30	33 8	52	15	82	1,035
VIS-4/1	4	1	68	57	35	38,4 10	70	20	110	1,955
VIS-4/2	4	2	68	57	35	38,4 10	70	20	110	1,955

Si elegimos la primera corona de la tabla y el primer tornillo sin fin, la suma de sus radios es de 54 mm, un valor muy próximo a los valores de H obtenidos anteriormente.

La corona elegida es COR2/30. Sus datos son:

$$M_n = 2 \text{ mm}$$

$$Z_n = 30 \text{ dientes}$$

$$D_{p2} = 60 \text{ mm}$$

$$D_{ext} = 67 \text{ mm}$$

*Material: fundición gris perlítica*

Donde  $M_n$  es el módulo de la corona, que va a pasar a designarse como  $M_2$ ;  $Z_n$  es el número de dientes de la corona, al que en adelante se llamará  $Z_2$ ;  $D_{p2}$  es el diámetro primitivo de la corona y  $D_{ext}$  es su diámetro exterior. La tensión admisible de la fundición gris es de 38MPa, como se puede apreciar en la tabla 3.

Tabla 3

FUNDICIONES					
Símbolo IHA	Símbolo CEN/M	Tipo de fundición	Rm daN/mm <sup>2</sup> (kp/mm <sup>2</sup> )	Dureza	$\sigma_{adm}$ daN/mm <sup>2</sup> (kp/mm <sup>2</sup> )
F-811		Gris de 14 kp/mm <sup>2</sup>	14	160 HB	3,80
F-812		Gris de 21 kp/mm <sup>2</sup>	21	175-215 HB	5,70

Así, el tornillo elegido para esta transmisión es VIS-2/2. Los datos de dicho tornillo son:

$$M_n = 2 \text{ mm}$$

$$Z_n = 2 \text{ dientes}$$

$$D_{p1} = 48 \text{ mm}$$

$$L_T = 60 \text{ mm}$$

*Material: acero CK – 45*

Donde  $M_n$  es el módulo del tornillo, que va a pasar a designarse como  $M_1$ ;  $Z_n$  es el número de dientes (o entradas) del tornillo, al que en adelante se llamará  $Z_1$ ;  $D_{p1}$  es el diámetro primitivo de dicho tornillo y  $L_T$  es su longitud total. La tensión admisible del acero al carbono normalizado es de 220MPa, como se aprecia en la tabla 4.

Tabla 4

MATERIALES PARA ENGRANAJES					
ACEROS AL CARBONO					
Símbolo IHA	Símbolo CEN/M	Tipo de acero Tratamiento	Rm daN/mm <sup>2</sup> (kp/mm <sup>2</sup> )	Dureza	$\sigma_{adm}$ daN/mm <sup>2</sup> (kp/mm <sup>2</sup> )
F-111	F-1110	Extrsuave Normalizado	38-48	110-135 HB	14
F-113	F-1130	Semi-suave Normalizado	55-62	150-170 HB	19
F-114	F-1140	Semi-duro, Normalizado	62-70	190-210 HB	22
F-114	F-1140	Semi-duro Templado y revenido	68-87	247-277 HB	26

La relación de transmisión corona-tornillo sin fin es  $i = 15$  y el ángulo de presión se fija en  $\alpha = 20^\circ$ .

A continuación, se calcula la velocidad angular de la corona durante el bobinado,  $n_2$ :

$$n_2 = \frac{n_1}{i} = \frac{300}{15} = 20 \text{ rpm}$$

Como se puede observar, el eje para el tornillo sin fin debe tener un diámetro de 25 mm, según  $E_1$ , y el de la corona puede tener un diámetro mínimo de 15 mm y un máximo de 30mm de

diámetro, según  $E$  y  $M$ , respectivamente. Por ello, para futuros cálculos, se tendrá en cuenta un diámetro del eje donde se acopla el tornillo de 25mm y un diámetro de 20mm para el eje de la corona.

#### 4.4. Cálculos en el conjunto corona-tornillo sin fin

En este apartado se obtendrán las velocidades, el rozamiento, las cargas y el rendimiento del conjunto corona-tornillo. Además, se calculará dicho conjunto tanto a desgaste como a flexión.

##### 4.4.1. Cálculo de las velocidades

Primero se obtendrán las velocidades del tornillo. El tornillo sin fin tiene una velocidad tangencial que depende de su velocidad angular y de su radio primitivo. Ésta velocidad tangencial,  $v_t$ , puede descomponerse en una velocidad de deslizamiento,  $v_d$ , y en una velocidad radial,  $v_r$ , debido al ángulo que forma el diente con la vertical,  $\mu$ , es decir, el ángulo de inclinación de la hélice. Dichos parámetros se pueden ver representados en la figura 14:

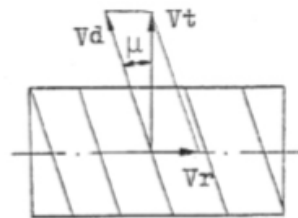


Figura 14

Las velocidades del tornillo vendrán acompañadas por un 1, mientras que las velocidades de la corona vendrán acompañadas por un 2.

Dicho ángulo se obtiene mediante los diámetros primitivos tanto del tornillo como de la corona y de la relación de transmisión:

$$tg\mu = \frac{D_{P2}}{iD_{P1}} = \frac{60}{15 * 48} \rightarrow \mu = 4.76^\circ$$

Por tanto, las distintas velocidades son:

$$v_{t1} = n_1 \left( \frac{2\pi}{60} \right) \left( \frac{D_{P1}}{2} \right) = 300 * \left( \frac{2\pi}{60} \right) * \left( \frac{48}{2} \right) = 0.75398 \text{ m/s}$$

$$v_{d1} = \frac{v_{t1}}{\cos\mu} = 0.75659 \text{ m/s}$$

$$v_{r1} = v_{t1} tg\mu = 0.06283 \text{ m/s}$$

En la corona, su velocidad de deslizamiento será la misma que en el tornillo, su velocidad tangencial será la velocidad radial del tornillo y la velocidad radial será la tangencial del tornillo sin fin.

$$v_{t1} = v_{r2} ; v_{d1} = v_{d2} ; v_{r1} = v_{t2}$$

##### 4.4.2. Cálculo del coeficiente de rozamiento

En esta transmisión es muy importante tener en cuenta el rozamiento,  $f'$ , entre tornillo y corona. Éste depende del valor de la velocidad de deslizamiento.

Si la velocidad de deslizamiento está entre los valores  $0.015 - 0.35 \text{ m/s}$ , se calcula de la siguiente forma:

$$f' = \frac{0.122}{v_d^{0.2}}$$

Sin embargo, si dicha velocidad está entre los valores  $0.35 - 15 \text{ m/s}$ , entonces su cálculo se realiza de esta forma:

$$f' = \frac{0.208}{v_d^{0.36}}$$

En este caso, se debe obtener de la segunda forma. Así, el coeficiente de rozamiento es:

$$f' = \frac{0.208}{v_d^{0.36}} = f' = \frac{0.208}{0.75659^{0.36}} = 0.22997$$

Además,  $f' = \text{tg}\varphi'$ , por tanto  $\varphi' = \text{tg}^{-1}f' = 12.95117^\circ$ .

#### 4.4.3. Cálculo del rendimiento de la transmisión

El rendimiento es bajo en este tipo de transmisión, por tanto, hay que tenerlo en cuenta. Se obtiene mediante la siguiente ecuación:

$$\eta = \frac{\text{tg}\mu}{\text{tg}(\mu + \varphi')} = 26.0885\%$$

#### 4.4.4. Cálculo de las cargas

Para obtener las cargas generadas en el tornillo, se realiza el caso de tornillo motriz y corona conducida, que además coincide con este caso y es el más habitual.

Se calculará a continuación la fuerza tangencial,  $T_t$ , perpendicular al eje del tornillo; la fuerza radial,  $V_t$ , y la fuerza axial  $A_t$ .

$$T_t = \frac{9550 * 10^3 * N}{n_1 \left(\frac{D_{P1}}{2}\right)} = \frac{9550 * 10^3 * 0.01}{300 \left(\frac{48}{2}\right)} = 13.2638 \text{ N}$$

Donde N es la potencia del motor en kW.

$$V_t = T_t \left( \frac{\text{tg}\alpha}{\text{sen}\mu + \text{tg}\varphi' \cos\mu} \right) = 13.2638 \left( \frac{\text{tg}20^\circ}{\text{sen}4.76^\circ + \text{tg}12.95117^\circ \cos4.76^\circ} \right) = 15.46228 \text{ N}$$

$$A_t = \frac{T_t}{\text{tg}(\mu + \varphi')} = \frac{13.2638}{\text{tg}(4.76^\circ + 12.95117^\circ)} = 41.5242 \text{ N}$$

Además, mediante el diámetro primitivo y la fuerza tangencial, se puede obtener el momento en el tornillo:

$$M_t = T_t \left( \frac{D_{P1}}{2} \right) = 13.2638 * \left( \frac{48}{2} \right) = 318.3333 \text{ Nmm}$$

En la corona, su fuerza axial será igual a la tangencial en el tornillo, su fuerza tangencial será igual que la axial del tornillo y su fuerza radial será la misma que la del tornillo sin fin.

$$T_t = A_r$$

$$V_t = V_r$$

$$A_t = T_r$$

A continuación, en la figura 15, se muestran las direcciones y los sentidos de dichas fuerzas:

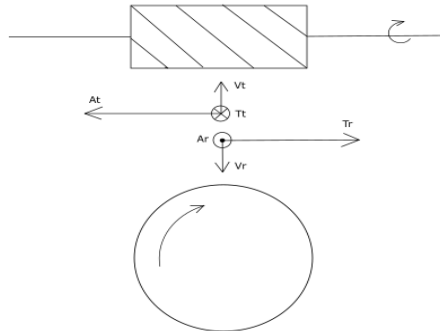


Figura 15

Tornillo:

- $T_t$ : depende del sentido de giro y de si el tornillo es o no motriz. Produce flexión y torsión.
- $A_t$ : depende de la orientación del diente y del sentido de giro. Produce tracción o compresión en el eje y flexión.
- $V_t$ : separa la corona del tornillo. Genera flexión.

Corona:

- $T_r$ : produce flexión y torsión.
- $A_r$ : produce flexión y tracción o compresión en el eje.
- $V_r$ : produce flexión.

#### 4.4.5. Cálculo a flexión en la corona

Debido a que el material con el que se fabrica la corona es más frágil que el del tornillo, el cálculo a flexión se realiza en la corona.

Las siguientes tablas se obtienen de un catálogo recogido en el anexo VI.

Se parte de las expresiones deducidas para los engranajes cilíndricos de dientes rectos, y se llega a la siguiente ecuación:

$$M_c = \frac{2M_{tsc}}{D_{p2}b_c\pi y\sigma_{adm}}$$

Donde  $M_{tsc}$  es el momento corregido en la corona,  $M_c$  es el módulo circunferencial de la corona, que debe ser igual al módulo axial del tornillo,  $b_c$  es la anchura del dentado tomada en la base del diente,  $y$  es el coeficiente de Lewis o factor de forma y  $\sigma_{adm}$  es la tensión admisible de la corona.

Primero se obtiene  $M_{ts}$ , que es el momento transmitido a la corona sin corregir. Este valor se calcula mediante el momento del motor, la relación de transmisión y el rendimiento:

$$M_{ts} = M_m i \eta = 0.3183 * 15 * 0.260885 * 1000 = 1245.5938 \text{ Nmm}$$

Después, se obtiene la anchura del diente, que depende de la distancia,  $d$ , entre centros de los engranajes. Ésta distancia, a su vez, depende de los diámetros primitivos de la corona y del tornillo:

$$d = \frac{(D_{P1} + D_{P2})}{2} = \frac{60 + 48}{2} = 54mm$$

$$b_c = \frac{d^{0.875}}{2.7} = \frac{54^{0.875}}{2.7} = 12.147mm$$

Ahora se obtendrá el coeficiente de Lewis, que depende del valor de la suma del número de dientes del conjunto.

- Si  $Z_1 + Z_2 \leq 40$ , el valor se obtiene de la tabla 5.
- Si  $Z_1 + Z_2 > 40$ , entonces se toman valores fijos que dependen del ángulo de contacto.
  - Si  $\alpha = 20^\circ$ , entonces el coeficiente de Lewis es de 0.15.
  - Si  $\alpha = 14.5^\circ$ , el coeficiente de Lewis es de 0.1.

En este caso:

$$Z_1 + Z_2 = 2 + 30 = 32 \leq 40$$

Como el valor es inferior a 40, se obtiene, interpolando, que el coeficiente es:

Tabla 5

FACTOR DE FORMA DEL DIENTE 'Y'							
Nº de dientes	Altura normal 20°	Altura normal 14.5° o 15°	Diente corto 20°	Nº de dientes	Altura normal 20°	Altura normal 14.5° o 15°	Diente corto 20°
10	0,064	0,056	0,063	25	0,108	0,097	0,133
11	0,072	0,061	0,092	27	0,111	0,099	0,136
12	0,078	0,067	0,099	30	0,114	0,101	0,139
13	0,083	0,071	0,103	34	0,118	0,104	0,142
14	0,088	0,075	0,108	38	0,122	0,106	0,145
15	0,092	0,078	0,111	43	0,126	0,108	0,147
16	0,094	0,081	0,115	50	0,130	0,110	0,151
17	0,096	0,084	0,117	60	0,134	0,113	0,154
18	0,098	0,086	0,120	75	0,138	0,115	0,158
19	0,100	0,088	0,123	100	0,142	0,117	0,161
20	0,102	0,090	0,125	150	0,146	0,119	0,165
21	0,104	0,092	0,127	300	0,150	0,122	0,170
23	0,106	0,094	0,130	Chomalon	0,154	0,124	0,175

$$\frac{32 - 30}{34 - 30} = \frac{y - 0.114}{0.118 - 0.114} \rightarrow y = 0.116$$

A continuación, se obtiene el módulo circunferencial. Como debe ser igual al módulo axial del tornillo,  $M_a$ , se calcula mediante el módulo de dicho tornillo y el ángulo de inclinación del diente.

$$M_c = M_a = \frac{M_{n1}}{\cos\mu} = \frac{2}{\cos 4.76} = 2.0069mm$$

Para corregir el momento de salida, es decir, el momento en la corona, se han de obtener dos factores de corrección,  $f_d$  y  $f_s$ . El factor de corrección  $f_d$  es el factor de esfuerzos dinámicos y tiene en cuenta la calidad del engranaje, mientras que  $f_s$  es el factor de servicio, que tiene en cuenta la influencia del tipo de máquina que se acciona.

En este caso, se supone que los engranajes están tallados por generación sin rectificar y la máquina es para cargas uniformes sin choque.

Por tanto, el factor de esfuerzos dinámicos se calculará según la tabla 6:

Tabla 6

FACTOR DE ESFUERZOS DINÁMICOS	
Tipo de montaje	Factor $f_d$
Para engranajes de la máxima precisión obtenidos por rectificado u otro procedimiento similar. Velocidad del círculo primitivo igual o menor que 1.200 m/min	$f_d = 1 + \frac{\sqrt{V}}{43}$
Para engranajes tallados por generación, sin rectificar, y con velocidades del círculo primitivo igual o menor que 1.200 m/min.	$f_d = 1 + \frac{V}{360}$
Para engranajes ordinarios fabricados con fresa de módulo o con fresa madre, de una sola pasada. Velocidad del círculo primitivo igual o inferior a 600 m/min.	$f_d = 1 + \frac{V}{180}$

Donde  $V$  es la velocidad tangencial de la corona,  $v_{t2}$ , pero en unidades  $m/min$ .

$$V = v_{t2} * 60 = 0.0628 * 60 = 3.7699 \text{ m/min}$$

Por tanto,  $f_d$  es:

$$f_d = 1 + \frac{V}{360} = 1 + \frac{3.7699}{360} = 1.01047$$

Sin embargo, cogiendo el factor más desfavorable, el valor de  $f_s$  será de 1.25 según la tabla 7:

Tabla 7

FACTOR DE SERVICIO	
Tipo de máquina	Factor $f_s$
Para cargas uniformes sin choque, como: ventiladores, maquinaria de elevación, máquinas centrífugas, transmisiones por correa, etc.	De 1,00 a 1,25
Para cargas con choque medio, como: máquinas sometidas a frecuentes arranques, compresores, máquinas alternativas, herramientas portátiles neumáticas y eléctricas, bombas alternativas, etc.	De 1,25 a 1,50
Para cargas con choque fuerte, como: trenes laminadores, machacadoras de piedra, maquinaria de dragados, punzonadoras, compresores monocilíndricos, etc.	De 1,50 a 2,00

Así, el momento de salida corregido es:

$$M_{tsc} = M_{ts} f_s f_d = 1245.5938 * 1.25 * 1.01047 = 1573.29902 \text{ Nmm}$$

Despejando y sustituyendo en la ecuación del módulo circunferencial, se obtiene una tensión admisible que no ha de superar la tensión admisible del material de la corona.

$$M_c = \frac{2M_{tsc}}{D_{P2}b_c\pi y\sigma_{adm}} \rightarrow$$

$$\rightarrow \sigma_{adm} = \frac{2M_{tsc}}{D_{P2}b_c\pi yM_c} = \frac{2 * 1573.29902}{60 * 12.147 * \pi * 0.116 * 2.0069} = 5.9234 \text{ MPa}$$

Este valor es inferior a la tensión admisible de 38 MPa que tiene la fundición gris, por tanto, no se producirá fallo a flexión.

#### 4.4.6. Cálculo a desgaste de la corona

Es el cálculo crítico de este tipo de engranajes, ya que el rozamiento es muy elevado.

Las siguientes tablas se obtienen igualmente de los apuntes facilitados en Moodle en la asignatura "Cálculo de elementos de máquinas".

Primero se parte de la siguiente fórmula para el módulo circunferencial:

$$M_c = 0.797 \sqrt{\frac{M_{tsc}}{\delta C D_{P2}}}$$

Donde  $\delta$  es la constante de rigidez y  $C$  es una constante que depende del material y de la velocidad de deslizamiento.

La constante de rigidez se puede obtener a partir de la anchura del diente y del módulo de la corona:

$$\delta = \frac{b_c}{M_{n2}} = \frac{12.147}{2} = 6.0736$$

Como los demás valores ya se han obtenido en el cálculo a flexión, sólo queda despejar y sustituir en la fórmula del módulo circunferencial para obtener  $C$ .

$$C = \frac{M_{tsc}}{\delta D_{P2} \left(\frac{M_c}{0.797}\right)^2} = \frac{1573.299}{6.0735 * 60 * \left(\frac{2.0069}{0.797}\right)^2} = 0.06808 \text{ daN/mm}^2$$

Ahora se ha de tener en cuenta la siguiente tabla, que se designará como tabla 8:

Tabla 8

CONSTANTE C		
Material rueda	Velocidad de deslizamiento $V_d$ en m/s	Constante C en daN/mm <sup>2</sup>
Bronce	Hasta 15	Hasta 1,00
Fundición gris	Hasta 2,5	Hasta 0,30
Aleación de aluminio	Hasta 15	Hasta 0,65
Aleación de cinc	Hasta 15	Hasta 0,60
Materiales sintéticos	Hasta 2,5	Hasta 0,25



En este caso, la velocidad de deslizamiento está dentro del rango  $0 - 2.5 \text{ m/s}$  y  $C$  está entre  $0 - 0.3 \text{ daN/mm}^2$ . Por ello, se podría utilizar como material de la corona fundición gris, tal y como recoge el catálogo utilizado para la elección de dicha corona.

#### 4.5. Cálculos en los ejes

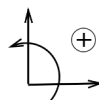
Primero se calculará el eje a resistencia. Se obtendrá el momento resultante de la zona más desfavorable de ambos ejes a partir del cálculo de las reacciones en los apoyos de los ejes. Con ello, se calculará la tensión normal y la tensión cortante, para así obtener la tensión equivalente de Von Mises y, por tanto, el coeficiente de seguridad. Después, se calculará el eje a fatiga y el número de ciclos que es capaz de soportar cada eje. Hay que tener en cuenta el material de ambos ejes, siendo éste un PA66 sin aditivos con una tensión admisible de  $84 \text{ MPa}$ .

Todos los cálculos están en el Anexo I de este proyecto.

##### 4.5.1. Cálculo a resistencia

Como se ha comentado, primero se realizará el cálculo de las cargas de los ejes. Teniendo en cuenta la dirección de las cargas tanto en el tornillo como en la corona, se obtendrán las cargas que se producen en los dos ejes. Por último, se dibujarán los diagramas de esfuerzos de ambos ejes.

Además, hay que tener en cuenta que se suponen positivos los siguientes sentidos:



Para el cálculo del eje del tornillo sin fin, se han dispuesto dos apoyos a cada lado del tornillo como se puede observar en la figura 16. Por un lado, al apoyo de la izquierda del tornillo se le llamará apoyo A y estará a una distancia  $d_1$  de  $50 \text{ mm}$  de la mitad del tornillo. Además, este apoyo soportará la carga axial. Por otro lado, al apoyo de la parte derecha del sin fin se le llamará apoyo B y estará a una distancia  $d_2$  de  $60 \text{ mm}$  del centro del sin fin.

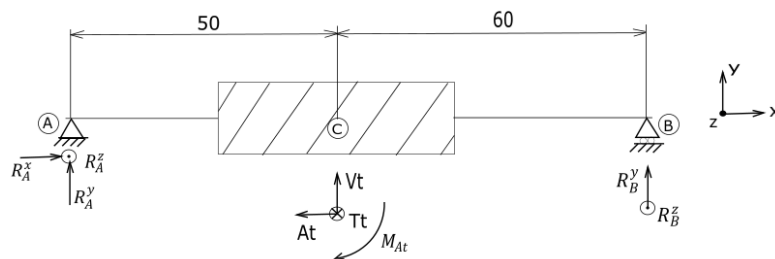


Figura 16

$M_{At}$  es el momento que produce la carga axial del tornillo,  $R_B^y$  es la reacción en el apoyo B en la dirección  $y$ ,  $R_A^y$  es la reacción en el apoyo A en la dirección  $y$ , y  $R_A^x$  es la reacción en el apoyo A en la dirección  $x$ .

$R_A^z$  es la reacción en el apoyo A en la dirección  $z$ ,  $R_B^z$  es la reacción en B en la dirección  $z$  y  $M_T$  es el momento torsor que produce  $T_t$ .

Los momentos en  $y$  y en  $z$  son:

$$M_y = 996.5806 \text{ Nmm} ; M_z = 361.7425 \text{ Nmm}$$

El momento torsor es:

$$M_T = 318.33 \text{ Nmm}$$

Para el cálculo del eje de la corona se han dispuesto dos apoyos, un apoyo A a una distancia,  $d$ , de 40 mm del centro de la corona, y otro apoyo B dispuesto a 70 mm de dicho centro de la corona y a una distancia,  $d^*$ , de 30 mm del apoyo A, como se puede ver en la figura 17. El apoyo A será el que absorba la carga axial.

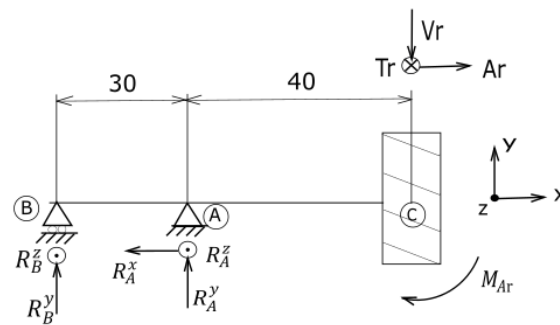


Figura 17

$M_{Ar}$  es el momento que produce la carga  $A_r$ . La nomenclatura de las reacciones es la misma que las reacciones en los apoyos del eje del tornillo.

$M_T$  es el momento torsor que produce  $T_r$ . La nomenclatura de las reacciones es la misma que las reacciones en los apoyos del eje del tornillo.

Los momentos en y en z son:

$$M_y = 1016.412 \text{ Nmm} ; M_z = 1660.968 \text{ Nmm}$$

El momento torsor es:

$$M_T = 1245.7258 \text{ Nmm}$$

Como hay cargas en los tres ejes  $x$ ,  $y$  y  $z$ , se realizará el cálculo de las cargas en los ejes en dos secciones. Estas secciones serán la sección  $x$ - $y$  y la sección  $x$ - $z$ .

En el eje del tornillo sin fin, la zona más desfavorable es la mitad del tornillo, en el punto C. Los resultados del cálculo a resistencia son:

$$M_r = 1060.2039 \text{ Nmm} ; \sigma_x = 0.7757373 \text{ MPa} ; \tau = 0.10376 \text{ MPa}$$

$$\sigma_{eq} = 0.7963 \text{ MPa} ; C_s = 105.49$$

En el eje de la corona, la zona más desfavorable se encuentra en el punto A. Los resultados del cálculo a resistencia son:

$$M_r = 1947.2798 \text{ Nmm} ; \sigma_x = 2.5216 \text{ MPa} ; \tau = 0.79305 \text{ MPa}$$

$$\sigma_{eq} = 2.8714 \text{ MPa} ; C_s = 29.2537$$

Los coeficientes de seguridad son mayores al valor estipulado de 1.5, por tanto, los diámetros de los ejes son aptos. Un coeficiente menor a 1.5 sería muy bajo.

#### 4.5.2. Cálculo a fatiga

Para el cálculo a fatiga de los ejes, hay que tener en cuenta también el límite de rotura del material del eje, que es de  $R_m = 85 \text{ MPa}$ . Se fija un porcentaje de confiabilidad del 99%. El acabado es conformado en frío. La temperatura a la que se trabaja es menor a  $450^\circ\text{C}$  y no hay discontinuidades en el eje. Hay que tener también en cuenta los diámetros de los ejes.

Primero se obtendrán todos los factores correctores del límite de fatiga debido a flexión, ya que es el caso más desfavorable. Éstos factores son:

- $K_a$ : factor de superficie. Tiene en cuenta el efecto del acabado superficial sobre la resistencia del material. Además, depende de la resistencia última del acero. A mayor resistencia, menor es este factor. En nuestro caso el acabado será conformado en frío.

$$K_a = aR_m^b$$

- $K_b$ : factor de tamaño. A mayor tamaño de la pieza, menor es su resistencia.
- $K_c$ : factor de confiabilidad. Con él se tiene una mayor probabilidad de que la resistencia real de una pieza sea mayor o igual que el valor corregido.
- $K_d$ : factor de temperatura. A mayor temperatura, menor es la resistencia del material.
- $K_{car}$ : factor de carga. El material tiene diferente resistencia a la rotura dependiendo del tipo de esfuerzo.
- $K_e$ : factor de esfuerzos varios. Cuantifica los efectos no considerados en los demás factores, como por ejemplo la corrosión, los esfuerzos residuales y los recubrimientos.
- $K_f$ : factor de concentradores de esfuerzos. Tiene en cuenta el efecto de una discontinuidad.

A partir de estos factores, del límite de fatiga de la probeta,  $S'_e$ , y de la tensión de fatiga de la probeta a 1000 ciclos,  $S'_{10^3}$ , se pueden obtener el límite de fatiga del componente  $S_e$  y la tensión de fatiga del componente a 1000 ciclos  $S_{10^3}$ .

La obtención del número de ciclos, se realiza mediante un método analítico de aproximación de la Curva S-N llamado método de ajuste lineal-logarítmico o logarítmico-logarítmico. Este último método está dentro del modelo de fallo "vida total". En este modelo sólo importa la vida total de la pieza, sin tener en cuenta el inicio de una grieta y su crecimiento. Se desea como mínimo seis millones de ciclos. En el caso de que no se alcancen estos ciclos deseados, se deberá aumentar el diámetro del eje.

Así, la representación logarítmica- logarítmica es del tipo:

$$\sigma_a = A(2N)^B$$

Donde:

$$A = \frac{(S_{10^3})^2}{S_e} \quad ; \quad B = \frac{\log\left(\frac{S_e}{S_{10^3}}\right)}{3}$$

El número de ciclos que es capaz de aguantar el eje de la corona es:

$$2N = 2.41 * 10^{20} \text{ ciclos}$$

Por último, el número de ciclos que es capaz de aguantar el eje del tornillo es:

$$2N = 5.137 * 10^{26} \text{ ciclos}$$

En los dos casos se sobrepasan los seis millones de ciclos deseados para el modelo de fallo de vida total, por tanto, no se debe cambiar el diámetro del eje.

#### 4.6. Selección de los rodamientos

En este apartado se elegirán los rodamientos que se colocarán en los cuatro apoyos mediante el catálogo de FAG. Los apoyos denominados A absorben la carga axial además de una carga radial y los apoyos B sólo absorben carga radial. Tanto en los apoyos A como en los apoyos B, se colocan rodamientos rígidos de bolas, ya que los esfuerzos obtenidos en los apoyos son pequeños y son más económicos. A partir de distintos cálculos, se comprobará si dichos rodamientos son aptos. Los rodamientos rígidos de bolas pueden operar a altas velocidades y requieren poco mantenimiento. Además, soportan cargas radiales y axiales en ambos sentidos.

Todos los cálculos están realizados en el Anexo II de este proyecto.

Para ello, se ha supuesto una duración de funcionamiento,  $L_h$ , de 200000 horas.

Primero se comprobará los apoyos A y después los apoyos B.

Para la elección de los rodamientos que se dispondrán en los apoyos, se ha de tener en cuenta la velocidad angular que lleva el eje del tornillo es de 300 rpm y el de la corona de 20 rpm. Además, el diámetro del eje del tornillo tiene un diámetro de 25 mm y el de la corona un diámetro de 20 mm.

Los rodamientos elegidos para este eje son:

- Apoyo A

Rodamiento rígidos de bolas 16005, con una  $C=7.2$  kN y una  $C_0=4.65$  kN.

- Apoyo B

Rodamiento rígido de bolas 16005, con una  $C=7.2$  kN y una  $C_0=4.65$  kN.

Para la elección de los rodamientos que se dispondrán en los apoyos del eje de la corona, se debe tener en cuenta que este eje lleva una velocidad angular de 20 rpm.

Los rodamientos elegidos para este eje son:

- Apoyo A

Rodamiento rígido de bolas 16004 con una  $C=6.95$  kN y  $C_0=4.05$  kN.

- Apoyo B

Rodamiento rígido de bolas 16004 con una  $C=6.95$  kN y  $C_0=4.05$  kN

#### 4.7. Selección de las chavetas

Tanto la corona como el tornillo sin fin deben girar solidarios a sus respectivos ejes. Para ello se unirán a ellos mediante chavetas. Los cálculos se han realizado en el Anexo III de este proyecto.

Se obtendrá la anchura y la altura de la chaveta mediante tablas en función del diámetro del eje donde se quiera colocar.

Para obtener la longitud mínima que ha de tener dicha chaveta, se estudiarán los fallos por cortadura y aplastamiento de los materiales del eje, del cubo y de la chaveta. La chaveta puede sufrir aplastamiento sobre el cubo o sobre el eje.

En el caso del tornillo, ya tiene asignada una chaveta en el catálogo recogido en el anexo VI. Por ello, se obtendrá el coeficiente de seguridad en cada caso.

Para el material de la chaveta se elegirá el mismo que el del eje, es decir, un PA66 sin aditivos, cuya tensión de fluencia es de 84 MPa. El material del tornillo sin fin es un acero C45 con una tensión de fluencia de 220 MPa y el material de la corona es una fundición gris con una tensión de fluencia de 38 MPa. Se fijará el coeficiente de seguridad de estas uniones en 3. Se recuerda que el diámetro del eje del tornillo es de 25 mm y el de la corona 20 mm.

$L$  es la longitud de la chaveta,  $b$  la anchura,  $a$  la altura y  $e$  la parte de la altura del eje dentro del eje

La chaveta elegida para la unión del tornillo con el eje tiene las siguientes dimensiones:

$$L = 60mm ; b = 8 mm ; e = 6 mm ; a = 9 mm$$

La chaveta elegida para la unión de la corona con el eje tiene las siguientes dimensiones:

$$L = 40mm ; b = 6 mm ; e = 3.5 mm ; a = 6 mm$$

Las longitudes de las chavetas son iguales a las longitudes del sin fin y de la corona.

#### 4.8. Distancia, velocidad y tiempo del recorrido de la bobina

A continuación, se procederá a calcular la distancia real que recorre la bobina. Para ello, la barra que une la corona con el primer eje se ha dimensionado, como se ha comentado anteriormente, con una longitud de 125mm, y se designará como  $L_{barra}$ . Además, dicha barra se ancla a la corona en un punto cuya distancia al centro de la corona es de 25mm. Esta distancia se designará como  $r_{anclaje}$ .

Para ello, tenemos en cuenta dos posiciones:

1. Posición de la bobina más alejada del tornillo.
2. Posición más próxima de la bobina al tornillo.

Posición más alejada:

En esta posición, se obtiene un triángulo rectángulo, mediante el cual se podrá obtener la máxima distancia desde el centro del sin fin hasta el punto de anclaje de la barra con el eje del tornillo. En este caso, los catetos son tanto la línea imaginaria que va desde el centro del tornillo hasta el centro de la corona, y la distancia a calcular del primer eje, desde el centro del sin fin hasta el punto donde se ancla la barra al eje, tal como se ha comentado antes. Su hipotenusa será dicha barra más la distancia de 25mm comentada anteriormente, como se puede observar en la figura 18 mediante el triángulo naranja.

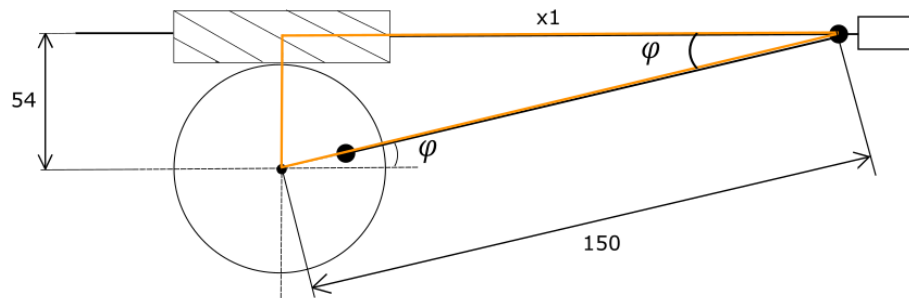


Figura 18

Por tanto, la posición más alejada de la bobina será:

$$x_1 = \sqrt{(L_{barra} + r_{anclaje})^2 - \left(\frac{D_{P2}}{2} + \frac{D_{P1}}{2}\right)^2} = \sqrt{(125 + 25)^2 - \left(\frac{48}{2} + \frac{60}{2}\right)^2} = 139.943 \text{ mm}$$

Posición más próxima:

Se procede al igual que en el caso anterior, aunque ahora la hipotenusa será la longitud de la barra menos la distancia de 25mm, como se puede ver en la figura 19 mediante el triángulo verde.

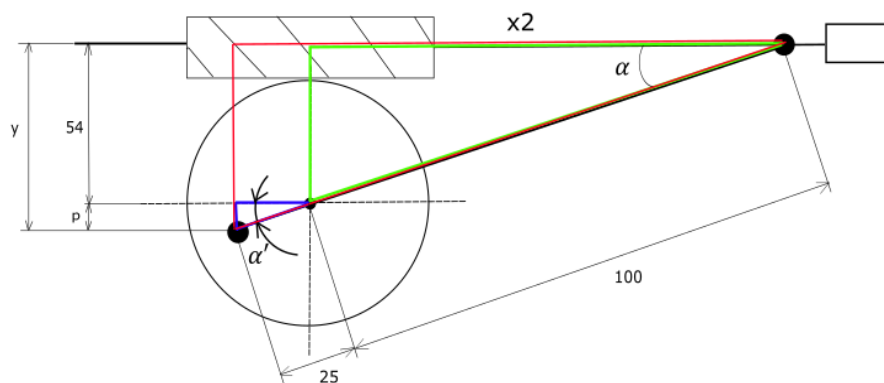


Figura 19

$$x_2 = \sqrt{(L_{barra} - r_{anclaje})^2 - \left(\frac{D_{P2}}{2} + \frac{D_{P1}}{2}\right)^2} = \sqrt{(125 - 25)^2 - \left(\frac{48}{2} + \frac{60}{2}\right)^2} = 84.166 \text{ mm}$$

Para obtener la distancia recorrida por la bobina,  $d_{recorrido}$ , se restan las distancias obtenidas:

$$d_{recorrido} = x_1 - x_2 = 139.943 - 84.166 = 55.777 \text{ mm}$$

Ahora, se obtendrán el tiempo que tarda en realizar el recorrido y la velocidad lineal a la que lo hace, tanto en el avance como en el retroceso. Primero se obtendrán los datos del avance de la bobina.

Primero se obtendrá el tiempo que tarda en segundos a partir del ángulo que gira la corona en el avance de la bobina,  $\theta$ , y de la velocidad angular de dicha corona,  $n_2$ . Ese tiempo es el mismo que tarda la bobina en recorrer la distancia calculada anteriormente en el avance.

El ángulo girado se obtiene teniendo en cuenta las dos posiciones destacadas de la bobina, mediante el ángulo que forma la barra con el eje radial horizontal imaginario de la corona. Dicho ángulo girado no tiene por qué ser de  $180^\circ$ .

Primero se obtiene el ángulo  $\alpha'$  en la posición más próxima a partir del triángulo azul imaginario que se forma en la figura 19.

Para ello, se ha de conocer la posición del punto de anclaje de la barra con la corona,  $p$ , en ese momento. Éste se puede obtener mediante el triángulo imaginario de color verde y el triángulo de color rojo de la figura 19. Primero se calculará el ángulo  $\alpha$  mediante el verde:

$$\alpha = \operatorname{tg}^{-1}\left(\frac{54}{84.166}\right) = 32.68^\circ$$

A continuación, se obtiene  $y$ , ya que los triángulos verde y rojo son equivalentes:

$$y = L_{\text{barra}} \operatorname{sen} \alpha = 125 * \operatorname{sen} 32.68 = 67.4933 \text{ mm}$$

La posición del punto de anclaje es:

$$p = y - \left(\frac{D_{P2}}{2} + \frac{D_{P1}}{2}\right) = 67.4933 - 54 = 13.4933 \text{ mm}$$

Así, el ángulo  $\alpha'$  es:

$$\alpha' = \operatorname{sen}^{-1}\left(\frac{13.4933}{25}\right) = 32.66^\circ$$

Ahora se obtendrá en la posición más alejada. El ángulo que forma en este caso la barra con el eje horizontal imaginario de la corona se designará como  $\varphi$ . Así, mediante el triángulo imaginario naranja de la figura 18 se obtiene que:

$$\varphi = \operatorname{sen}^{-1}\left(\frac{54}{150}\right) = 21.1^\circ$$

El ángulo girado es:

$$\theta = (180 - \varphi) + \alpha' = (180 - 21.1) + 32.66 = 191.56^\circ$$

Por tanto, el tiempo que tarda en realizar ese ángulo la corona, es el mismo que tarda la bobina en realizar su recorrido en el avance:

$$\theta = n_2 \left(\frac{2\pi}{60}\right) t \rightarrow t = \frac{191.56 \left(\frac{\pi}{180}\right)}{20 * \left(\frac{2\pi}{60}\right)} = 1.596 \text{ s}$$

Por último, se calcula la velocidad lineal de la bobina,  $v_{\text{bobina}}$ , a partir de la distancia que recorre ésta,  $d_{\text{recorrido}}$  y el tiempo que se acaba de obtener:

$$d_{\text{recorrido}} = v_{\text{bobina}} t \rightarrow v_{\text{bobina}} = \frac{55.777}{1.596} = 34.948 \left[\frac{\text{mm}}{\text{s}}\right] * \left(\frac{1[\text{m}]}{1000[\text{mm}]}\right) = 0.034948 \text{ m/s}$$

Se observa que la velocidad lineal de la bobina durante el avance es coherente.

El ángulo girado durante el retroceso es  $360^\circ - 191.56^\circ = 168.44^\circ$ .

Tarda en recorrerlo:

$$\theta = n_2 \left( \frac{2\pi}{60} \right) t \rightarrow t = \frac{168.44 \left( \frac{\pi}{180} \right)}{20 * \left( \frac{2\pi}{60} \right)} = 1.4037 \text{ s}$$

Que será el mismo tiempo que tardará la bobina en retroceder.

Como la distancia que recorre es la misma, la velocidad a la que retrocederá es de:

$$v_{bobina} = \frac{55.777}{1.4037} = 39.735 \left[ \frac{mm}{s} \right] * \left( \frac{1[m]}{1000[mm]} \right) = 0.039735 \text{ m/s}$$



## 5. Cálculo y diseño del montacargas

A continuación, se diseñará y analizará el sistema de transmisión de la máquina 20 en un montacargas actual.

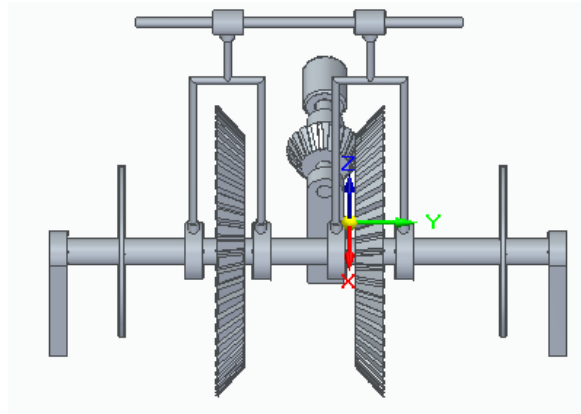


Figura 20

### 5.1. Especificaciones del mecanismo

A continuación, se va a calcular y diseñar un montacargas que utiliza el mismo sistema de transmisión que la máquina once de Leonardo. La diferencia entre la máquina de Leonardo y la actual, es que en la máquina actual no hay manivela, sino motor, y, además, no se suele incluir el tambor que incorpora Leonardo da Vinci en el primer eje. Con dicho tambor se podría subir otra carga independiente, pero en la máquina a calcular no será necesario.

En la máquina 11, el piñón engrana con una corona u otra debido a que sólo está dentado en media circunferencia, pero, en el caso a calcular, se añade un tercer eje del que salen cuatro discos que flotarán sobre el segundo eje. Dos de ellos se colocarán delante y detrás de uno de los engranajes y los otros dos se colocarán del mismo modo, pero del otro engranaje. Así, dichos discos empujarán a los engranajes, tras parar el mecanismo y mediante una palanca, para que una u otra corona engrane con el piñón.

En la máquina de Leonardo, el piñón tiene mayor diámetro que las coronas. En el caso a calcular y a analizar a continuación, el piñón es de menor tamaño que las coronas, ya que se desea un mayor momento y una menor velocidad en el segundo eje.

Al igual que en el anterior mecanismo, se han fijado unos parámetros de salida, mediante los cuales se han calculado el resto de parámetros. Dichos parámetros son la carga a subir, la velocidad a la que sube la carga y los diámetros de las poleas, que son de 200 kg, 20 m/min y 200 mm, respectivamente. Además, se fija el rendimiento,  $\eta$ , en 100%, suponiendo una buena lubricación.

Todos los cálculos se realizarán teniendo en cuenta cuando sube la carga.

La transmisión se muestra en la figura 21 y en la figura 22:

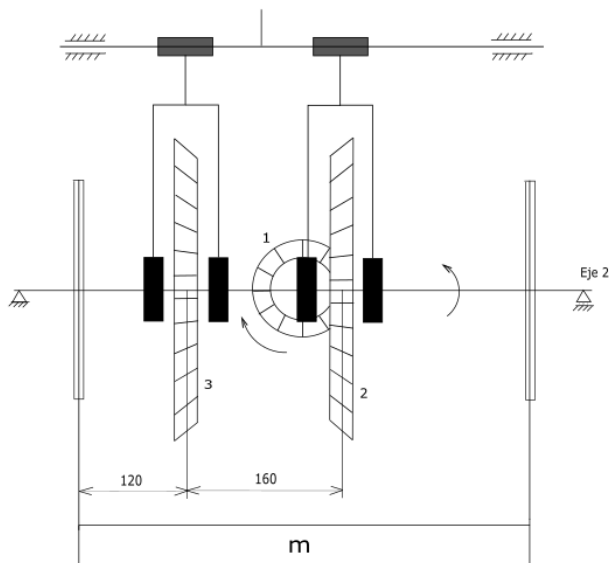


Figura 21

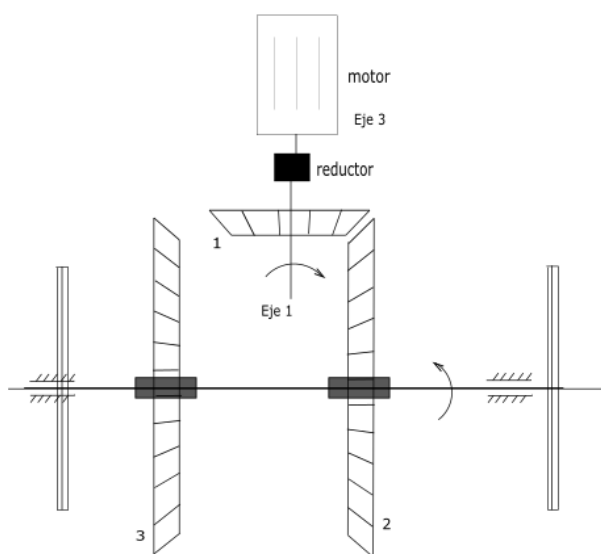


Figura 22

En el primer dibujo se representa el mecanismo en alzado, donde el engranaje con el número 1 es el piñón y  $m$  es la masa a elevar. Se puede observar que el piñón gira en el mismo sentido que las agujas del reloj. Además, se pueden ver en negro los discos que empujarán a las coronas para que el piñón engrane con una o con otra.

En el segundo dibujo se representa el mismo mecanismo en alzado, donde se puede ver el motor. Más adelante se podrá comprobar que se añade un reductor justo después del motor.

## 5.2. Selección de la polea y del cable

El diámetro de las dos poleas es de  $\Phi_{poleas} = 200 \text{ mm}$  y la carga a subir es de  $m = 200 \text{ kg}$ , aguantando cada polea 980 N. La polea se escogerá a partir de la siguiente tabla 9:

Tabla 9

dw	Grooves Gorges Canales	Fig.	N°	D		L	b2	H	J	N	m kg (2)
				min	max						
150	1	3	40	14	40	36	18	57	125	78	2,2
	2	3	50	19	50	45	28	72	125	97	3,7
	3	1	56	22	56	50	40	78	-	104	5
160	1	3	32	12	32	29	16	47	135	81	2
	2	3	40	14	40	36	28	57	135	78	2,7
	3	3	50	19	50	45	40	72	135	97	4,4
	4	1	50	19	50	45	52	72	-	97	5,5
	5	1	50	19	50	45	64	72	-	97	8,5
180	1	5	32	12	32	29	18	47	155	81	1,85
	2	3	40	14	40	36	28	57	155	78	3,2
	3	3	50	19	50	45	40	72	155	97	4,9
	4	3	50	19	50	45	52	72	155	97	5,5
	5	1	63	24	63	57	64	91	-	119	9,5
200	1	5	32	12	32	29	18	47	175	81	1,85
	2	5	40	14	40	36	28	57	175	78	2,9
	3	3	50	19	50	45	40	72	175	97	5,5
	4	3	50	19	50	45	52	72	175	97	8,5
	5	3	63	24	63	57	64	91	175	119	9
224	1	5	40	14	40	36	18	57	199	78	2,5
	2	5	40	14	40	36	28	57	199	78	3,1
	3	5	50	19	50	45	40	72	199	97	5
	4	5	50	19	50	45	52	72	199	97	7
	5	3	63	24	63	57	64	91	199	119	10

La sección de la polea será SPZ y su masa de  $m_p = 1.85 \text{ kg}$ . El material será fundición GG-20, con una resistencia a la torsión de 200 MPa.

Se comprobará a continuación que el material aguanta la torsión que produce la masa. Primero se obtiene la tensión cortante que se produce mediante el momento torsor y el módulo resistente a torsión.

$$\tau = \frac{980 * 100 * 16}{\frac{\pi * (200^4 - 175^4)}{200}} = 0.15076 \text{ MPa}$$

La tensión equivalente mediante Von Mises es:

$$\sigma_{eq} = \sqrt{3\tau^2} = 0.26113 \text{ MPa}$$

Su coeficiente de seguridad es:

$$C_s = \frac{\sigma_f}{\sigma_{eq}} = 765.9$$

Para escoger el cable del que colgará la masa, hay que tener en cuenta la relación mínima entre el diámetro de la polea y el del cable, según la siguiente tabla 10. La construcción del cable escogida es de 6x19 S:

Tabla 10

**RELACIÓN DIÁMETRO POLEA/DIÁMETRO CABLE**

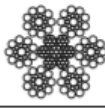
Construcción del cable	Relación sugerida	Relación mínima
	D/d	D/d
6x7	72	42
19x7	51	34
18x7	51	34
6x19 S	51	34
6x21 F	45	30
6x26 WS	45	30
6x25 F	39	26
6x31 WS	39	26
6x36 WS	35	23
6x43 FS	35	23
6x41 WS	32	21
6x41 SF	32	21
6x49 SWS	28	19
6x46 SF	28	18
6x46 WS	28	18
8x19 S	41	27
8x25 F	32	21

Según esta tabla, la relación mínima ha de ser de 34. Por tanto, el diámetro del cable debe ser como máximo de  $\frac{200}{34} = 5.8823 \text{ mm}$ .

El cable se escoge mediante la siguiente tabla 11:

Tabla 11

**CÓNDOR**  
**CLASE 6 X 19**  
Alma de Acero (AA)



Diámetro		Peso Aprox.	Resist. ruptura ton. métrica	
mm	pulg	kg/m	A.M.	A.E.M.
3.18	1/8	0.041	0.69	0.79
4.76	3/16	0.109	1.43	1.64
6.35	1/4	0.170	2.67	3.08
7.94	5/16	0.270	4.16	4.78
9.53	3/8	0.390	5.95	6.85
11.11	7/16	0.520	8.07	9.25
12.70	1/2	0.680	10.40	12.10
14.29	9/16	0.880	13.20	15.20
15.88	5/8	1.070	16.20	18.70
19.05	3/4	1.550	23.20	26.70

Por tanto, el cable escogido es un CÓNDOR clase 6x19 de diámetro  $d_{cable} = 4.76 \text{ mm}$ . Su resistencia a la rotura es de 1.43 Tn, que son 14.3 KN. El cable está sometido a una tracción de  $200 * 9.8 = 1.96 \text{ kN}$ , por tanto, el cable no romperá.

### 5.3. Selección del piñón y de las coronas

Los engranajes a utilizar serán cónicos de dientes rectos, ya que estos se emplean para la transmisión de potencia entre ejes que se cortan formando  $90^\circ$ . No son intercambiables, por lo que se eligen por parejas. La velocidad está limitada a  $2.5 \text{ m/s}$ , ya que, a partir de esa velocidad, son ruidosos.

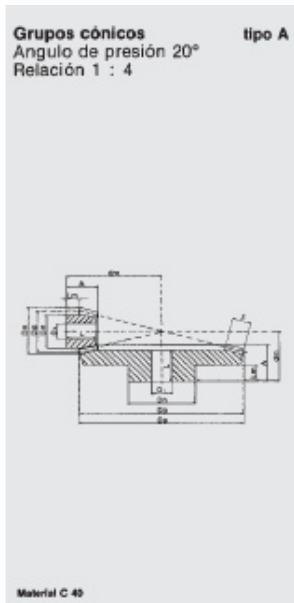
Antes de elegir los engranajes, se fija la carga a subir, que será  $m = 200 \text{ kg}$  y la velocidad a la que lo hará, de  $v = 20 \text{ m/min}$ , siendo valores coherentes. El diámetro de las dos poleas es de

$\Phi_{poleas} = 200 \text{ mm}$ . Además, se fija el rendimiento,  $\eta$ , en 100%, suponiendo una buena lubricación.

Para la transmisión se utilizarán engranajes cónicos de dientes rectos. La relación de transmisión se fijará en  $i = 4$ , teniendo en cuenta que  $i = \frac{Z_2}{Z_1}$ , para que la velocidad en el primer eje no sea demasiado baja. Por tanto, los engranajes se elegirán por parejas en la siguiente tabla 12:

Tabla 12

M	Z	$D_a$	$D_p$	A	F	$D_n$	$D_1$	$d_m$	L	$L_m$
1,5	16	26,9	24	25	12	18	10	61,1	24	12,2
	64	96,7	96	25	12	60	15	33	22	13
2	16	35,9	32	24	15	25	12	73,1	23	8,5
	64	129,0	128	28	15	70	20	38,9	24	14
2,5	16	44,9	40	30,5	18	34	15	92,6	29	11,7
	64	161,2	160	35	18	80	20	48,8	30	16
3	16	53,8	48	32	20	40	15	108	30	11,1
	64	193,5	192	42	20	90	20	58,8	36	22
3,5	16	62,8	58	40	25	45	15	127,1	38	14
	64	225,7	224	50	25	100	25	68,3	43	22
4	16	71,7	64	50	30	50	20	148,2	46	16,5
	64	257,8	256	60	30	110	28	81,8	52	30
4,5	16	80,7	72	55	32	60	20	167,1	53	21,6
	64	290,1	288	65	32	120	30	89,8	57	35
5	16	89,7	80	60	35	65	20	185,1	58	23,2
	64	322,4	320	70	35	120	30	97,7	61	42



Los tres engranajes cónicos se realizarán en un acero al carbono C45, en vez de C40 que marca el catálogo.

Donde los datos del piñón son:

$$M_1 = 5 \text{ mm}$$

$$Z_1 = 16 \text{ dientes}$$

$$D_{p1} = 80 \text{ mm}$$

$$\alpha_1 = \arctg\left(\frac{1}{4}\right) = 14.036^\circ$$

$$b_1 = 35 \text{ mm}$$

$$m_{\text{piñón}} = 1.62 \text{ kg}$$

Material: acero al carbono C45 (F114)

Los datos de ambas coronas son:

$$M_2 = M_3 = 5 \text{ mm}$$

$$Z_2 = Z_3 = 64 \text{ dientes}$$

$$D_{p2} = D_{p3} = 320 \text{ mm}$$

$$\alpha_2 = 90 - \alpha_1 = 75.964^\circ$$

$$b_2 = b_3 = 35$$

$$m_{corona2} = m_{corona3} = 20.99 \text{ kg}$$

*Material: acero al carbono C45 (F114)*

Donde  $\alpha_1$  y  $\alpha_2$  son el ángulo de inclinación de los dientes. Hay que tener en cuenta que  $\alpha_1 + \alpha_2 = 90^\circ$ . El ángulo de presión,  $\alpha$ , es de  $20^\circ$ . Las masas están calculadas en el anexo IV.

El material de los engranajes será un C45, cuya tensión admisible es de 220 MPa y su resistencia mecánica de 620 MPa. Se puede observar además que el primer eje ha de tener un diámetro de 20 mm y el segundo eje un diámetro de 30 mm, según los diámetros interiores marcados en la tabla 12.

#### 5.4. Cálculos en el piñón y en las coronas

En este apartado se calcularán las cargas en el piñón y las coronas, además de su cálculo a desgaste y flexión. Todos los cálculos se realizan en el piñón, ya que es más desfavorable. Se supone un 15% de pérdidas en el reductor, que se tendrá en cuenta para la selección del motor.

##### 5.4.1. Cálculo de las cargas

Para poder obtener las cargas en los engranajes, primero se deben obtener el módulo medio,  $M_m$ , y el diámetro primitivo medio  $D_{pm}$ , que es punto medio de la longitud del diente.

$$D_{p1} = D_{pm} + 2 \left( \frac{b}{2} \operatorname{sen} \alpha_1 \right) \rightarrow$$

$$\rightarrow D_{pm} = D_{p1} - 2 \left( \frac{b}{2} \operatorname{sen} \alpha_1 \right) = 80 - 2 \left( \frac{35}{2} \operatorname{sen} 14.036^\circ \right) = 71.511 \text{ mm}$$

$$M_m = \frac{D_{pm}}{Z_1} = \frac{71.511}{16} = 4.47 \text{ mm}$$

Hay tres tipos de cargas. Éstas son las tangenciales, que dependen del momento producido  $M_t$ , las axiales y las radiales. El subíndice p se refiere al piñón y el subíndice r a la rueda, es decir, la corona.

Antes de obtener  $M_t$ , hay que saber la potencia necesaria. Por tanto, hay que saber el momento que se necesita en el primer eje,  $M_{u,1}$ . Para ello, primero se obtendrá el momento que se realiza en el segundo eje mediante la carga y el diámetro de la patea.

$$M_{u,2} = m * g * \left( \frac{\Phi_{poleas}}{2} \right) = 200 * 9.8 * \left( \frac{0.2}{2} \right) = 196 \text{ Nm}$$

Mediante la relación de transmisión, se obtiene que en el primer eje se produce un momento de:

$$M_{u,1} = \frac{M_{u,2}}{i} = \frac{196}{4} = 49 \text{ Nm}$$

Como el rendimiento se supone que es del 100%, el momento necesario en el motor es de:

$$M_m = \frac{M_{u,1}}{\eta} = \frac{49}{1} = 49 \text{ Nm}$$

Así, la velocidad angular del segundo eje es:

$$w_2 = \frac{v}{\left(\frac{\Phi_{poleas}}{2}\right) 2\pi} = \frac{20}{\left(\frac{0.2}{2}\right) 2\pi} = 31.83098 \text{ rpm}$$

Por tanto, la velocidad angular del primer eje es:

$$w_1 = w_2 i = 31.83098 * 4 = 127.324 \text{ rpm}$$

Así, la potencia necesaria es:

$$N = \frac{M_{u,1} w_1 \left(\frac{2\pi}{60}\right)}{1000} = 0.7686 \text{ kW}$$

$$M_t = \frac{9550 * 10^3 * N}{w_1} = \frac{9550 * 10^3 * 0.7686 * 0.85}{127.324} = 49003.61 \text{ Nmm}$$

Se tiene en cuenta las pérdidas del reductor, aunque si no se tuviesen en cuenta,  $M_t$  tendría el mismo valor.

Se procede a calcular las cargas:

$$T_p = \frac{2M_t}{D_{pm}} = 2 * \frac{49003.61}{71.511} = 1370.511868 \text{ N}$$

$$A_p = T_p \operatorname{tg} \alpha * \operatorname{sen} \alpha_1 = 1370.511868 * \operatorname{tg} 20^\circ * \operatorname{sen} 14.036^\circ = 120.9809042 \text{ N}$$

$$V_p = T_p \operatorname{tg} \alpha * \operatorname{cos} \alpha_1 = 1370.511868 * \operatorname{tg} 20^\circ * \operatorname{cos} 14.036^\circ = 483.9323565 \text{ N}$$

En la rueda, la fuerza tangencial será la calculada anteriormente en el piñón, la axial será la radial obtenida en el piñón, y la fuerza radial en la rueda es la fuerza axial en el piñón.

$$T_p = T_r ; A_p = V_r ; V_p = A_r$$

Las direcciones y los sentidos de las cargas en cada eje se muestran en la figura 23:

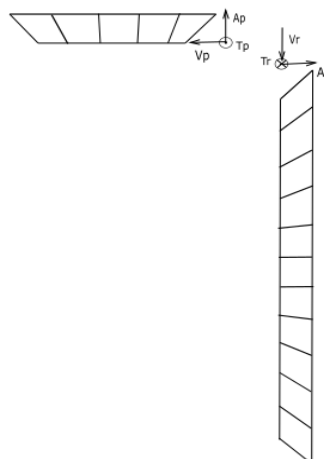


Figura 23

- T: depende del sentido de giro del engranaje o de si el piñón es motriz o no. Produce torsión y flexión en el eje.
- V: su resultante tiende a separar los dos engranajes. Produce flexión en el eje.

- A: al igual que V, tiende a separar los engranajes. Produce flexión y tracción o compresión en el eje.

#### 5.4.2. Cálculo a flexión

Su cálculo se realiza a partir de una aproximación realizada para engranajes cilíndricos, pero utilizando la sección media en la longitud del diente. Así, la ecuación es:

$$M_m = 0.86 \sqrt[3]{\frac{M_{tc}}{\delta Z_1 y \sigma_{adm}}}$$

Donde  $y$  es el coeficiente de Lewis o factor de forma,  $\sigma_{adm}$  es la tensión admisible de la corona,  $M_{tc}$  es el momento en el piñón corregido y  $\delta$  es la constante de rigidez.

La constante de rigidez se puede obtener a partir de la anchura del diente y del módulo medio del piñón:

$$\delta = \frac{b}{M_m} = \frac{35}{4.47} = 7.831$$

Para corregir el momento del piñón hay que obtener los factores de corrección  $f_s$  y  $f_d$ .

Según la anterior tabla 7, como es para cargas sin choque, su valor es  $f_s = 1.25$ .

En este caso se suponen engranajes tallados por generación sin rectificar, por tanto, según la anterior tabla 6 se obtiene de la siguiente forma:

$$f_d = 1 + \frac{V}{360}$$

Donde  $V$  es la velocidad tangencial del piñón, pero en unidades  $m/min$ . Así:

$$f_d = 1 + \frac{V}{360} = 1 + \frac{\left(\frac{w_1 2\pi D_{p1}}{2}\right)}{360} = 1 + \frac{\left(\frac{127.324 * 2\pi * 0.08}{2}\right)}{360} = 1.0889$$

Por tanto, el momento corregido es:

$$M_{tc} = M_t f_d f_s = 49003.61 * 1.0889 * 1.25 = 66699.35725 \text{ Nmm}$$

Para poder obtener el coeficiente de Lewis, se necesita saber en este caso el número de dientes ficticios,  $Z'$ , del piñón:

$$Z'_1 = \frac{Z_1}{\cos \alpha_1} = \frac{16}{\cos 14.036^\circ} = 16.5 \text{ dientes}$$

A partir de la anterior tabla 5 e interpolando, obtenemos el coeficiente de Lewis:

$$y = \left( \left( \frac{16.5 - 16}{17 - 16} \right) * (0.096 - 0.094) \right) + 0.094 = 0.095$$

A partir de la primera ecuación, sustituyendo y despejando, obtenemos la tensión admisible:

$$M_m = 0.86 \sqrt[3]{\frac{M_{tc}}{\delta Z_1 y \sigma_{adm}}} \rightarrow 4.47 = 0.86 \sqrt[3]{\frac{66699.35725}{7.831 * 16 * 0.095 * \sigma_{adm}}} \rightarrow$$



$$\rightarrow \sigma_{adm} = 39.9267 MPa$$

Como la tensión admisible obtenida es menor a la del material C45, que es de 220 MPa, no fallará a flexión.

#### 5.4.3. Cálculo a desgaste

Para su cálculo, se supone que esta transmisión durará  $L_h = 20000$  horas.

Además, hay que tener en cuenta que, según la tabla 4, el acero al carbono C45 (F114) tiene una dureza HB de 190-210. Como módulo de Young,  $E$ , se ha tenido en cuenta el del acero, que es de  $21 * 10^{10} N/m^2$ .

Mediante la fórmula del módulo medio para que no falle a desgaste se obtendrá el coeficiente de presión de rodadura,  $K_r$ :

$$M_m = \sqrt[3]{\frac{1}{\delta Z^2} \left( \frac{4M_{tc}}{K_r \text{sen}(2\alpha)} \right) \sqrt{\frac{1+i^2}{i^2}}}$$

Despejando y sustituyendo:

$$M_m = \sqrt[3]{\frac{1}{\delta Z^2} \left( \frac{4M_{tc}}{K_r \text{sen}(2\alpha)} \right) \sqrt{\frac{1+i^2}{i^2}}} \rightarrow 4.47 = \sqrt[3]{\frac{1}{7.833 * 16^2} \left( \frac{4 * 66699.35725}{K_r \text{sen}(2 * 20^\circ)} \right) \sqrt{\frac{1+4^2}{4^2}}} \rightarrow$$

$$\rightarrow K_r = 2.39034 MPa$$

Este coeficiente de rodadura se puede obtener también mediante la dureza y el módulo elástico o módulo de Young, así como del número de millones de vueltas que ha de durar el engranaje antes de que falle a desgaste. Mediante esta fórmula se obtendrá la dureza necesaria, y si es menor a la dureza del material, no fallará a desgaste.

$$K_r = \frac{0.677(HB)^2}{EW^{\frac{1}{3}}}$$

Primero se obtendrá el número de millones de vueltas,  $W$ :

$$W = \frac{L_h w_1 60}{10^6} = \frac{20000 * 127.324 * 60}{10^6} = 152.78 \text{ millones de vueltas}$$

Por tanto, la dureza es de:

$$K_r = \frac{0.677(HB)^2}{EW^{\frac{1}{3}}} \rightarrow 2.39034 = \frac{0.677(HB)^2}{210 * 10^3 * 152.78^{\frac{1}{3}}} \rightarrow HB = 1990.93 MPa \approx 199 HB$$

La dureza está entre los valores que puede tener el material, por tanto, escogiendo ese material con una dureza de 200 HB, no fallará a desgaste.

#### 5.5. Selección del motor

A partir del momento necesario en el primer eje, se ha seleccionado el motor, teniendo en cuenta el reductor colocado después de éste. Todos los cálculos necesarios se han recogido en el anexo IV.

Después, mediante la inercia equivalente, se ha obtenido la aceleración angular y el tiempo de arranque del motor para comprobar que el motor escogido es válido.

El motor elegido es el M3AA100LB, cuyas características son:

$$P_m = 1.1 \text{ kW} ; M_{nominal} = 15.1 \text{ Nm} ; \frac{M_a}{M_{nominal}} = 1.7$$

$$I_{motor} = 0.0082 \text{ kgm}^2 ; w_{motor} = 695 \text{ rpm}$$

Con los datos del motor se han obtenido las velocidades reales de giro de los ejes y la velocidad real de subir de la carga, que son:

$$w_{1nueva} = 115.833 \text{ rpm} ; w_{2nueva} = 28.9583 \text{ rpm} ; v_{nueva} = 18.195 \text{ m/min}$$

Si con las velocidades supuestas al inicio el piñón y la corona son capaces de aguantar, con las reales, que son menores, aguantarán más.

De hecho, la potencia necesaria sería de 0.69926 kW, aunque  $M_t$  sería la misma.

Calculando a flexión y a desgaste con los nuevos datos, se obtiene que se necesita un material con una tensión admisible de 39.6326 MPa y una dureza de 195 HB.

## 5.6. Cálculos en los ejes

Se procede de la misma manera que en la bobinadora, suponiendo positivos los mismos sentidos de las cargas. Hay que tener en cuenta el material de ambos ejes, siendo éste un acero al carbono C45 con una tensión admisible de 220 MPa.

Los cálculos se recogen en el Anexo I de este proyecto.

### 5.6.1. Cálculo a resistencia

Para el cálculo de las cargas del primer eje, se han dispuesto dos apoyos a cada lado del piñón. Por un lado, al apoyo de la izquierda del piñón se le llamará apoyo A y soportará la carga axial. Por otro lado, al apoyo de la parte derecha del piñón se le llamará apoyo B. La distancia de cada apoyo al piñón,  $d$ , es de 50 mm como se puede observar en la figura 24.

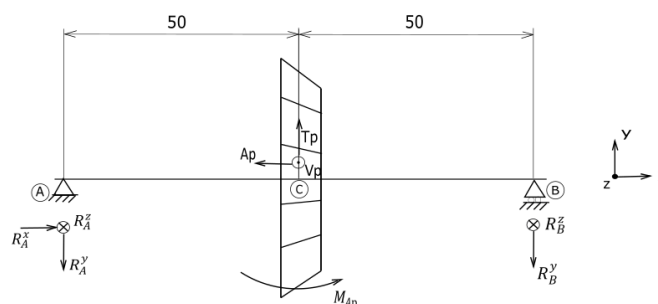


Figura 24

Como hay cargas en los tres ejes  $x, y$  y  $z$ , se realizará el cálculo de las cargas en el eje en dos secciones. Estas secciones serán la sección  $x-y$  y la sección  $x-z$ .

$R_B^y$  es la reacción en el apoyo B en la dirección  $y$ ,  $R_A^y$  es la reacción en el apoyo A en la dirección  $y$ , y  $R_A^x$  es la reacción en el apoyo A en la dirección  $x$ .

$M_{AP}$  es el momento que produce la carga axial del piñón,  $R_A^z$  es la reacción en el apoyo A en la dirección z,  $R_B^z$  es la reacción en B en la dirección z y  $M_T$  es el momento torsor que produce  $T_p$ .

Los momentos en y y en z son:

$$M_y = 34262.797 \text{ Nmm} ; M_z = 14517.927 \text{ Nmm}$$

El momento torsor es:

$$M_T = 54820.4747 \text{ Nmm}$$

Para el cálculo de las cargas del segundo eje, se disponen los apoyos a los extremos del eje. Al igual que en el caso anterior, el apoyo izquierdo es el apoyo A y es el que aguanta la carga axial, y el apoyo de la derecha es el apoyo B. En la figura 25 se pueden observar las diferentes distancias:

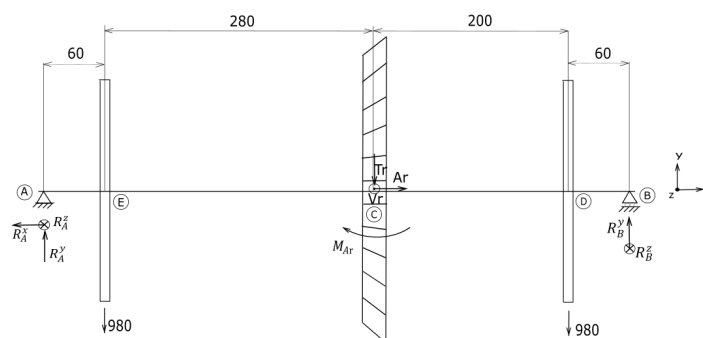


Figura 25

$R_B^y$  es la reacción en el apoyo B en la dirección y,  $R_A^y$  es la reacción en el apoyo A en la dirección y, y  $R_A^x$  es la reacción en el apoyo A en la dirección x.

$M_{Ar}$  es el momento que produce la carga axial de la corona,  $R_A^z$  es la reacción en el apoyo A en la dirección z,  $R_B^z$  es la reacción en B en la dirección z y  $M_T$  es el momento torsor que produce  $T_r$ .

Los momentos en y y en z son:

$$M_y = 260722.0818 \text{ Nmm} ; M_z = 77429.17705 \text{ Nmm}$$

El mayor momento torsor es:

$$M_T = 219281.8988 \text{ Nmm}$$

En el primer eje, la sección más desfavorable se da en el punto C, es decir, en el medio del piñón, ya que es donde se produce mayor flexión. Los resultados del cálculo a resistencia son:

$$M_r = 37211.6842 \text{ Nmm} ; \sigma_x = 47.76448 \text{ MPa} ; \tau = 34.8998 \text{ MPa}$$

$$\sigma_{eq} = 77.04176 \text{ MPa} ; C_s = 2.8556$$

La sección más desfavorable en el segundo eje se da en el punto C, es decir, en el medio de la corona, ya que es donde se produce mayor flexión. Los resultados del cálculo a resistencia son:

$$M_r = 271976.6192 \text{ Nmm} ; \sigma_x = 103.28948 \text{ MPa} ; \tau = 41.3627 \text{ MPa}$$

$$\sigma_{eq} = 125.7034 \text{ MPa} ; C_s = 1.75$$

Los coeficientes de seguridad son mayores al valor estipulado de 1.5, por tanto, los diámetros de los ejes son aptos. Un coeficiente menor a 1.5 sería muy bajo.

### 5.6.2. Cálculo a fatiga

Para el cálculo a fatiga, el límite de rotura del material del eje es de  $R_m = 620 \text{ MPa}$ . Se fija también un porcentaje de confiabilidad del 99%.

Como en el caso de la bobinadora, primero se obtendrán todos los factores correctores del límite de fatiga debido a flexión, ya que es el caso más desfavorable. Se calcularán, además, en el mismo orden. El acabado es conformado en frío. La temperatura a la que se trabaja es menor a  $450^\circ\text{C}$  y no hay discontinuidades.

Por tanto, el número de ciclos que es capaz de aguantar el primer eje es:

$$2N = 1.11427 * 10^{11} \text{ ciclos}$$

Por último, el número de ciclos que es capaz de aguantar el segundo eje es:

$$2N = 173845558.3 \text{ ciclos}$$

En los dos casos se sobrepasan los seis millones de ciclos deseados para el modelo de fallo de vida total utilizado, por tanto, no se debe cambiar el diámetro del eje.

### 5.7. Selección de los rodamientos

En este apartado se elegirán los rodamientos que se colocarán en los cuatro apoyos mediante el catálogo FAG. En los dos apoyos, a los que se le han denominado A y B, se colocarán rodamientos rígidos de bolas, ya que para el valor de las cargas obtenidas sirven y son más económicos. El apoyo A absorbe la carga axial además de la carga radial y el apoyo B absorbe carga radial. A partir de distintos cálculos, se comprobará si dichos rodamientos son aptos.

Los cálculos se recogen en el Anexo II de este proyecto.

En este caso se ha supuesto una duración de funcionamiento,  $L_h$ , de 20000 horas.

Para su elección, se ha de tener en cuenta la velocidad angular que lleva el primer eje es de 115.834 rpm y el segundo eje de 28.9583 rpm. Además, el diámetro del primer eje es de 20 mm y el del segundo eje es de 30 mm.

Primero se comprobará el apoyo A y después el apoyo B.

Los rodamientos elegidos para los apoyos del primer eje son:

- Apoyo A:

Rodamiento rígido de bolas 16004, con una  $C=6.95 \text{ kN}$  y una  $C_0=4.05 \text{ kN}$ .

- Apoyo B:

Rodamiento rígido de bolas 16004, con una  $C=6.95 \text{ kN}$  y una  $C_0=4.05 \text{ kN}$ .

Los rodamientos elegidos para los apoyos del segundo eje:

- Apoyo A:

Rodamiento rígido de bolas 16006 con una  $C=11.2$  kN y  $C_0=7.35$  kN

- Apoyo B:

Rodamiento rígido de bolas 16006 con una  $C=11.2$  kN y  $C_0=7.35$  kN

### 5.8. Selección de las chavetas

Los tres engranajes y las dos poleas deben girar solidarios a sus respectivos ejes. Para ello se unirán a ellos mediante chavetas. Los cálculos se pueden consultar en el Anexo III de este proyecto.

Se obtendrá la anchura y la altura de la chaveta mediante tablas en función del diámetro del eje donde se quiera colocar.

Para obtener la longitud mínima que ha de tener dicha chaveta, se estudiarán los fallos por cortadura y aplastamiento de los materiales del eje, del cubo y de la chaveta. La chaveta puede sufrir aplastamiento sobre el cubo o sobre el eje.

Para el material de la chaveta se elegirá el mismo que se ha utilizado para el eje y los engranajes, es decir, un acero al carbono C45, cuya tensión de fluencia es de 220 MPa. El material de las poleas es una fundición con una tensión de fluencia de 200 MPa. Se fijará el coeficiente de seguridad de estas uniones en 3. Se recuerda que el diámetro del primer eje es de 20 mm y el del segundo eje de 30 mm.

$L$  es la longitud de la chaveta,  $b$  la anchura,  $a$  la altura y  $e$  la parte de la altura del eje dentro del eje.

Las dimensiones de la chaveta para la unión del piñón con el primer eje son:

$$L = 60 \text{ mm} ; a = 6 \text{ mm} ; b = 6 \text{ mm} ; e = 3.5 \text{ mm}$$

Las dimensiones de la chaveta para la unión de las coronas con el segundo eje son:

$$L = 150 \text{ mm} ; a = 8 \text{ mm} ; b = 10 \text{ mm} ; e = 4.5 \text{ mm}$$

Las poleas se unirán al eje mediante un ajuste a presión.

### 5.9. Fuerza de desplazamiento de las coronas

Por último, se obtendrá la fuerza que hay que realizar para desplazar las coronas. Dicha fuerza debe ser superior a la fuerza de rozamiento que se produce en las coronas al desplazarlas. Por ello, debemos de tener en cuenta la fuerza vertical del engranaje sobre el eje y el coeficiente de rozamiento por deslizamiento. En el caso del deslizamiento de acero entre acero, el coeficiente de rozamiento es de  $\mu = 0.18$  y la fuerza vertical o normal es de  $T_r = 1370.511$  N. Así, la fuerza de rozamiento y, por tanto, la fuerza mínima que se debe hacer es de:

$$F_r = 1370.511 * 0.18 = 246.7 \text{ N} = 25.17 \text{ kg}$$

Para desplazar las coronas no se realizará mediante acción humana, sino que se automatizará debido a que la fuerza que se necesita realizar para su desplazamiento es bastante alta.

## 6. Comparativa entre los mecanismos de Leonardo y las máquinas actuales

Por último, se nombrarán las diferencias entre los mecanismos que Leonardo da Vinci diseñó y las máquinas actuales que se han calculado y diseñado en este proyecto.

### 6.1. Bobinadora

Una de las diferencias entre la máquina actual y la de Leonardo es el uso de un motor en cuenta de una manivela. Esto hace que el eje del tornillo sin fin pueda girar a mayor velocidad y que, por tanto, el bobinado se realice antes.

La otra diferencia son los materiales a utilizar. En la época de Leonardo, no había apenas materiales para poder realizar el mecanismo. Hoy en día, existen materiales con alta dureza y alta resistencia a la rotura, por ejemplo, que hacen que los sistemas de transmisión tengan una mayor durabilidad. Por ejemplo, el sistema de transmisión de la maqueta realizada con madera aguantará mucho menos que el de la máquina actual, realizada en este proyecto de acero y fundición:

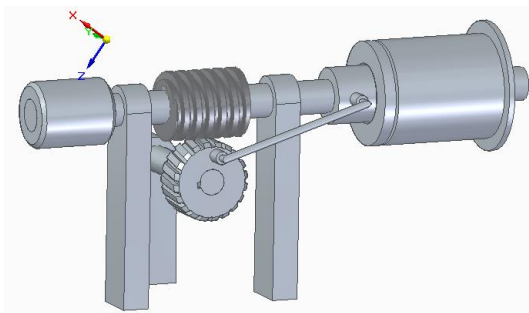


Figura 26



Figura 27

### 6.2. Montacargas

Al igual que en la bobinadora, una de las diferencias es el uso de un motor en cuenta de una manivela. Así, en este caso, la carga podrá subirse a mayor velocidad.

Otra de las diferencias es el tambor en el primer eje que se añade en el diseño de Leonardo. En las máquinas actuales este tambor no se suele añadir, ya que no es necesario.

Una tercera diferencia es el tercer eje incluido en la máquina diseñada en este proyecto. De él salen cuatro discos que serán los encargados de desplazar las coronas cuando el motor está apagado para que sólo una de ellas engrane con el piñón. En este caso, debido al sentido de giro del primer eje, cuando engrane con la corona derecha la carga ascenderá, y cuando engrane con la izquierda la carga descenderá. En el mecanismo de Leonardo esto se resuelve dentando solamente una mitad de la circunferencia del piñón. Se ha buscado trabajar con elementos comerciales y un engranaje dentado sólo por una mitad no lo es. Se podría pensar en mecanizarlo. Además, si se hace girar el eje en un solo sentido, de esta manera hay que

esperar a que el piñón de la vuelta entera o, lo que es lo mismo, esperar a que la carga baje o suba del todo, para poder realizar la acción contraria. Si Leonardo lo hubiese pensado para que el primer eje girase en los dos sentidos, con una sola corona valdría y el piñón podría estar completamente dentado.

Por último, la otra diferencia es el material empleado. Como se ha comentado anteriormente, los materiales actuales permiten una mayor durabilidad.

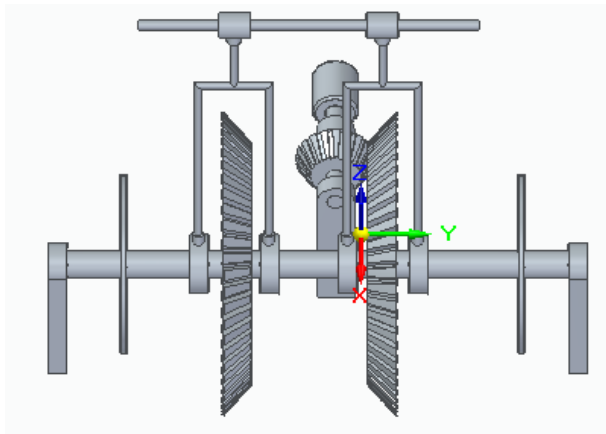


Figura 28



Figura 29

Como se puede observar en el cálculo de la bobinadora, las cargas que se producen son muy pequeñas, lo que hace que todo esté sobredimensionado y salgan coeficientes muy altos. Se podría hacer de plástico para que fuese más ligero, pero se va a realizar en acero para aumentar la durabilidad. El uso de un motor eléctrico en vez de utilizar una manivela manual, permite que la velocidad del giro de la bobina sea mayor, por lo tanto, el bobinado será más rápido que con la diseñada por Leonardo da Vinci.

Con respecto al montacargas, gracias a los materiales que hay actualmente, se puede elevar cargas mayores con las máquinas actuales que con la diseñada por Leonardo da Vinci. Además, gracias al motor, se puede subir la carga a mayor velocidad.

## 7. Conclusiones

Se ha realizado el cálculo y el análisis de dos máquinas actuales basadas en sistemas de transmisión diseñadas por Leonardo da Vinci recogidos en el Códice I.

Primero, se ha elegido el motor necesario en función de las especificaciones de salida. Después, se ha escogido los engranajes necesarios para las transmisiones, comprobándose tanto a flexión como a desgaste.

En cuanto a los ejes, se han obtenido los esfuerzos que se producen en ellos, calculándolos tanto a resistencia como a fatiga. A continuación, se han seleccionado los rodamientos necesarios según las reacciones que se han obtenido en los apoyos. Por último, se han comprobado las uniones de los diferentes elementos al eje. Éstas uniones se han realizado mediante chavetas, siendo dimensionadas.

Hoy en día, se utilizan muchos sistemas de transmisión diseñados por Leonardo da Vinci en máquinas actuales. Éstas máquinas actuales contienen mejoras con respecto a las de Leonardo, aumentando la durabilidad y disminuyendo el tiempo de realización del producto o servicio que se desee obtener mediante dichas máquinas.



## 8. Bibliografía

Para la realización de este proyecto se han utilizado los siguientes apuntes, catálogos y páginas web:

Apuntes y trabajos de la asignatura “Cálculo y selección de elementos de máquinas”, Grado en Ingeniería Mecánica, Universidad de Zaragoza.

Apuntes de la asignatura “Criterios de diseño de máquinas”, Grado en Ingeniería Mecánica, Universidad de Zaragoza.

Royo Blesa, David: “Análisis de máquinas de Leonardo da Vinci contenidas en el Códice Madrid I para documentación de un museo tecnológico”. Universidad de Zaragoza.

Catálogo de cables de acero Deacero.

Catálogo “Engranajes, tuercas, ejes, cremalleras y barras”, Transmisiones Zaragoza, S.L.

Catálogo “Baja presión. Motores para aplicaciones industriales”, ABB LV Motors.

Catálogo “Magic-Grip. Poleas con moyú intercambiable M.G. para correas trapeciales”, Sociedad Industrial de Transmisiones, S.A.

Hoja de información de materiales “TECAMID 66 natural- División de semielaborados”, Ensinger.

Catálogo “Rodamientos de bolas. Rodamientos de rodillos. Soportes. Accesorios.”, Rodamientos FAG.

Wikipedia.

[1]<https://spanish.alibaba.com/product-detail/12v-dc-gear-motor-50kg-cm-30rpm-5-rpm-60723116235.html?spm=a2700.8699010.normalList.7.ea01205bXWGuZq&s=p>

[2]<file:///C:/Users/Sara%20Gaudes%20Alcaine/OneDrive/TFG/tiempo%20maximo%20de%20arranque.pdf>

## ANEXO I Cálculos en los ejes de las máquinas (a resistencia y a fatiga)

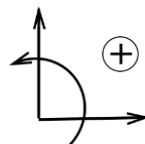
### A.1.1. Cálculos en los ejes de la bobinadora

Primero, se obtendrá el momento resultante de la zona más desfavorable de ambos ejes a partir del cálculo de las reacciones en los apoyos de los ejes. Con ello, se calculará la tensión normal y la tensión cortante, para así obtener la tensión equivalente de Von Mises y por tanto el coeficiente de seguridad. Después, se calculará el eje a fatiga y el número de ciclos que es capaz de soportar cada eje. Hay que tener en cuenta el material de ambos ejes, siendo éste un PA66 sin aditivos con una tensión admisible de 84 MPa.

#### A.1.1.1. Cálculo de las cargas en los ejes

Teniendo en cuenta la dirección de las cargas tanto en el tornillo como en la corona, se obtendrán las cargas que se producen en los dos ejes. Por último, se dibujarán los diagramas de esfuerzos de ambos ejes.

Además, hay que tener en cuenta que se suponen positivos los siguientes sentidos:



##### A.1.1.1.1. Eje del tornillo sin fin

Para su cálculo, se han dispuesto dos apoyos a cada lado del tornillo como se puede observar en la figura 30. Por un lado, al apoyo de la izquierda del tornillo se le llamará apoyo A y estará a una distancia  $d_1$  de 50mm de la mitad del tornillo. Además, este apoyo soportará la carga axial. Por otro lado, al apoyo de la parte derecha del sin fin se le llamará apoyo B y estará a una distancia  $d_2$  de 60mm del centro del sin fin.

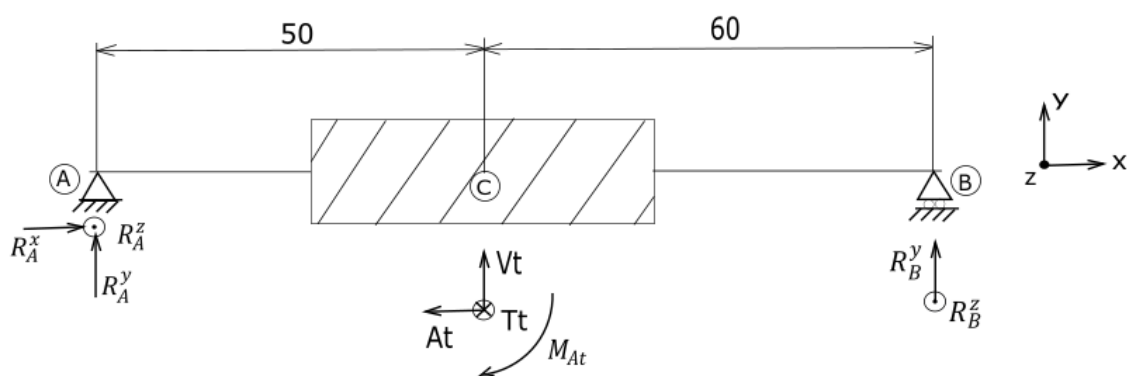


Figura 30

Como hay cargas en los tres ejes  $x$ ,  $y$  y  $z$ , se realizará el cálculo de las cargas en el eje en dos secciones. Estas secciones serán la sección  $x$ - $y$  y la sección  $x$ - $z$ .

A.1.1.1.1.1. Sección x-y

$M_{At}$  es el momento que produce la carga axial del tornillo,  $R_B^y$  es la reacción en el apoyo B en la dirección y,  $R_A^y$  es la reacción en el apoyo A en la dirección y, y  $R_A^x$  es la reacción en el apoyo A en la dirección x. Así, dicho momento y dichas reacciones son:

$$\sum F_x = 0 \rightarrow A_t = R_A^x = 41.5242 \text{ N}$$

$$M_{At} = \frac{A_t D_{P1}}{2} = 41.5242 * \frac{48}{2} = 996.5806 \text{ Nmm}$$

$$\sum M_A = 0 \rightarrow -M_{At} + V_t d_1 + R_B^y (d_1 + d_2) = 0 \rightarrow$$

$$\rightarrow R_B^y = \frac{M_{At} - V_t d_1}{d_1 + d_2} = \frac{996.5806 - 15.46228 * 50}{50 + 60} = 2.0315 \text{ N}$$

$$\sum F_y = 0 \rightarrow V_t + R_A^y + R_B^y = 0 \rightarrow R_{Ay} = -R_B^y - V_t = -2.0315 - 15.46228 = -17.4938 \text{ N}$$

Este signo negativo indica que su sentido será el contrario al marcado en la figura 30.

Sus diagramas de esfuerzos son:

Esfuerzo axial:

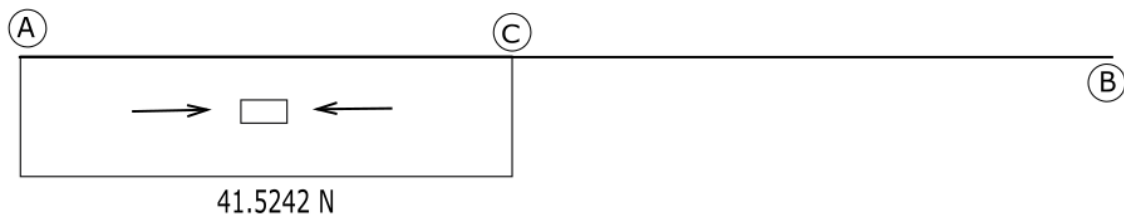


Figura 31

Esfuerzo cortante:

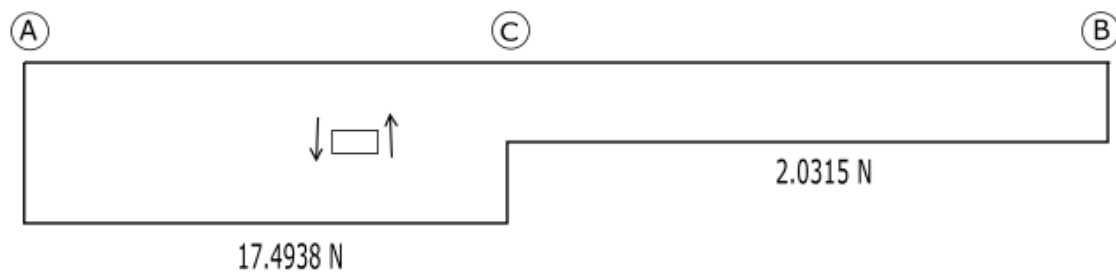


Figura 32

Momento flector:

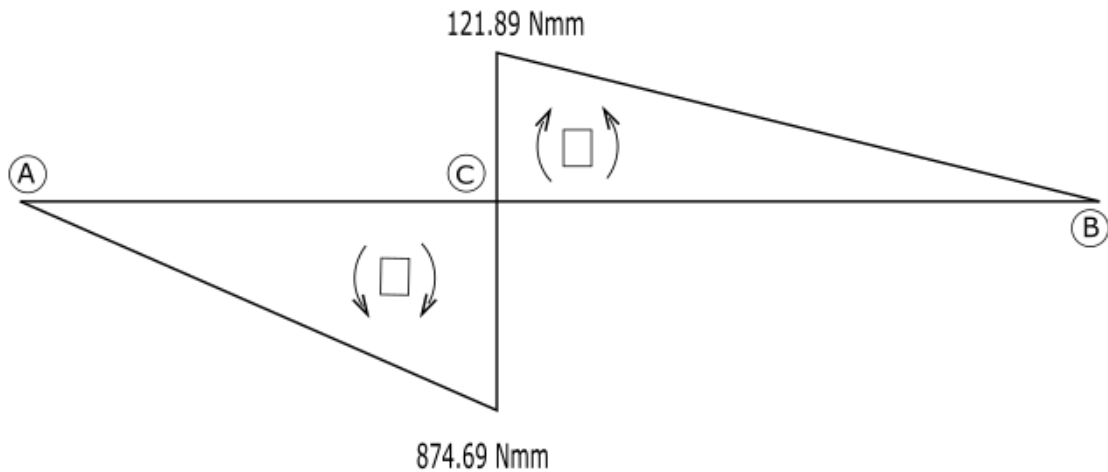


Figura 33

El momento en y es:

$$M_y = 996.5806 \text{ Nmm}$$

A.1.1.1.1.2. Sección x-z

$R_A^z$  es la reacción en el apoyo A en la dirección z,  $R_B^z$  es la reacción en B en la dirección z y  $M_T$  es el momento torsor que produce  $T_t$ . Así:

$$\sum M_A = 0 \rightarrow -T_t d_1 + R_B^z (d_1 + d_2) = 0 \rightarrow R_B^z = \frac{T_t d_1}{d_2 + d_2} = \frac{13.264 * 50}{50 + 60} = 6.029 \text{ N}$$

$$\sum F_z = 0 \rightarrow -T_t + R_B^z + R_A^z = 0 \rightarrow R_A^z = T_t - R_B^z = 13.264 - 6.029 = 7.23485 \text{ N}$$

$$M_T = \frac{T_t D_{P1}}{2} = 13.264 * \frac{48}{2} = 318.3333 \text{ N}$$

Sus diagramas de esfuerzos son:

Esfuerzos cortantes:

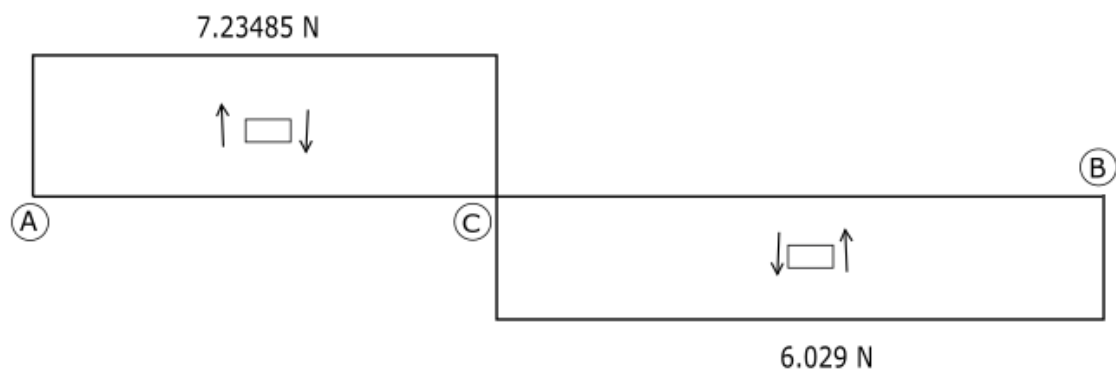


Figura 34

Momento flector:

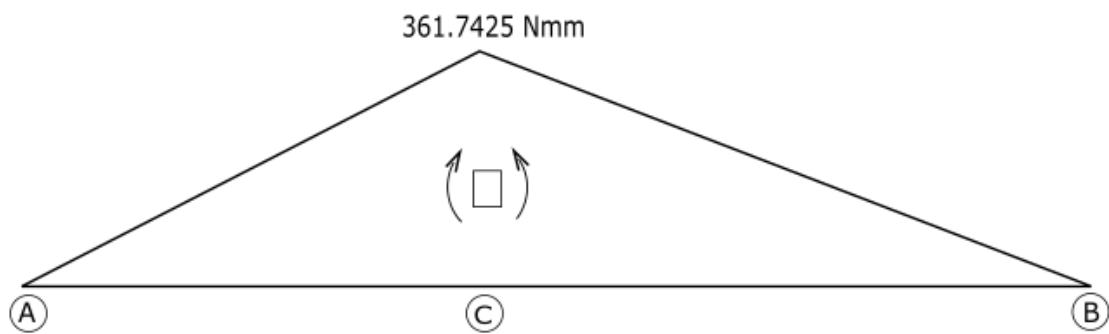


Figura 35

Momento torsor:

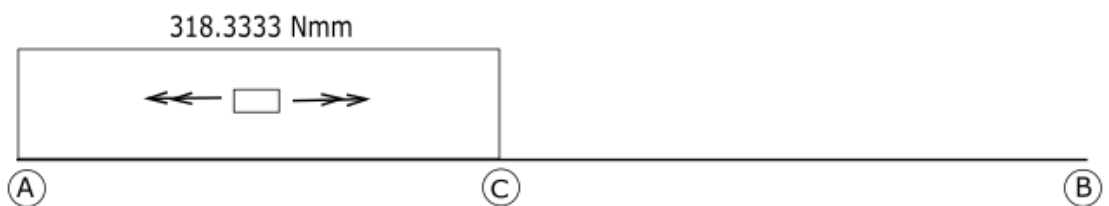


Figura 36

El momento en z es:

$$M_z = 361.7425 \text{ Nmm}$$

#### A.1.1.1.2. Eje de la corona

En este caso se ha dispuesto dos apoyos, un apoyo A a una distancia,  $d$ , de 40 mm del centro de la corona, y otro apoyo B dispuesto a 70 mm de dicho centro de la corona y a una distancia,  $d^*$ , de 30 mm del apoyo A, como se puede ver en la figura 37. El apoyo A será el que absorba la carga axial.

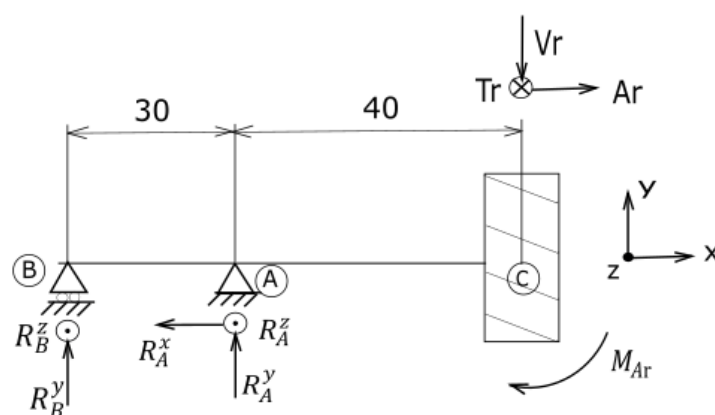


Figura 37

En este caso también se realizará el cálculo de las cargas en las secciones x-y y x-z.

A.1.1.1.2.1. Sección x-y

$M_{Ar}$  es el momento que produce la carga  $A_r$ . La nomenclatura de las reacciones es la misma que las reacciones en los apoyos del eje del tornillo. Así:

$$\sum F_x = 0 \rightarrow A_r = R_A^x = 13.264 \text{ N}$$

$$M_{Ar} = \frac{A_r D P_2}{2} = 13.264 * \frac{60}{2} = 397.92 \text{ Nmm}$$

$$\sum M_A = 0 \rightarrow -M_{Ar} - V_r d - R_B^y d^* = 0 \rightarrow R_B^y = -33.88 \text{ N}$$

$$\sum F_y = 0 \rightarrow -V_r - R_B^y + R_A^y = 0 \rightarrow R_A^y = 49.34228 \text{ N}$$

Este signo negativo del resultado significa que el momento obtenido tiene un sentido contrario al representado en la figura 37.

Sus diagramas de esfuerzos son:

Esfuerzo axial:

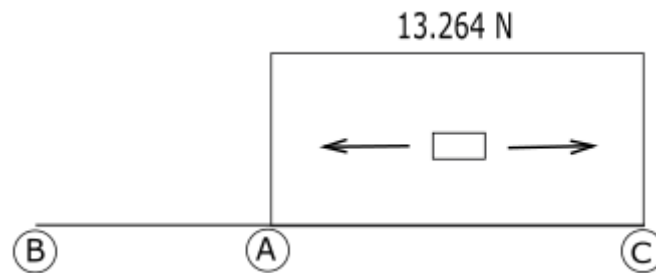


Figura 38

Esfuerzo cortante:

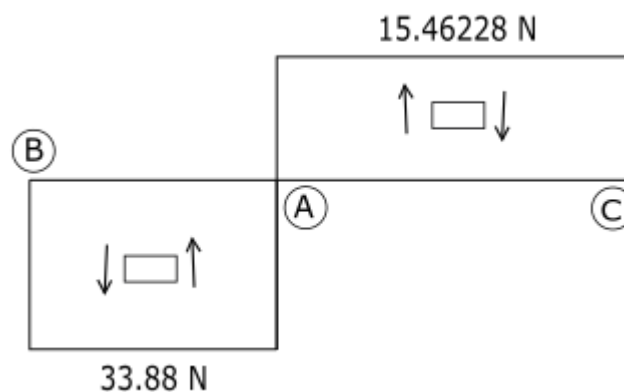


Figura 39

Momento flector:

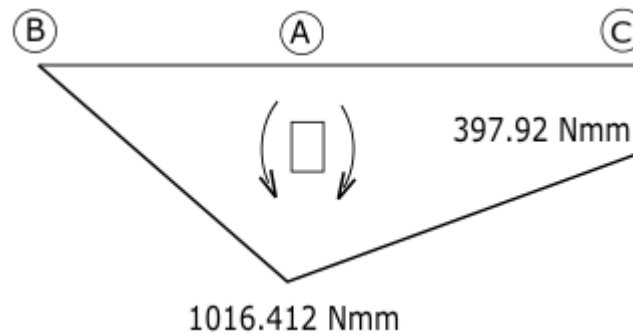


Figura 40

El momento en y es:

$$M_y = 1016.412 \text{ Nmm}$$

#### A.1.1.1.2.2. Sección x-z

$M_T$  es el momento torsor que produce  $T_r$ . La nomenclatura de las reacciones es la misma que las reacciones en los apoyos del eje del tornillo. Así:

$$M_T = \frac{T_r D_{P2}}{2} = 41.5242 * \frac{60}{2} = 1245.7258 \text{ Nmm}$$

$$\sum M_A = 0 \rightarrow -T_r d - R_B^z d^* = 0 \rightarrow R_B^z = -55.3656 \text{ N}$$

$$\sum F_z = 0 \rightarrow -T_r - R_B^z + R_A^z = 0 \rightarrow R_A^z = 99.8898 \text{ N}$$

Sus diagramas de esfuerzos son:

Esfuerzo cortante:

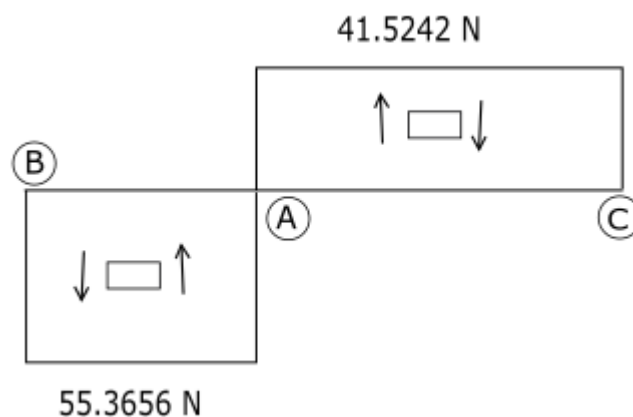


Figura 41

Momento flector:

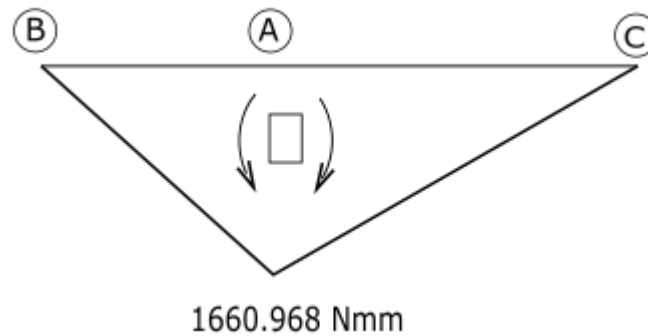


Figura 42

Momento torsor:

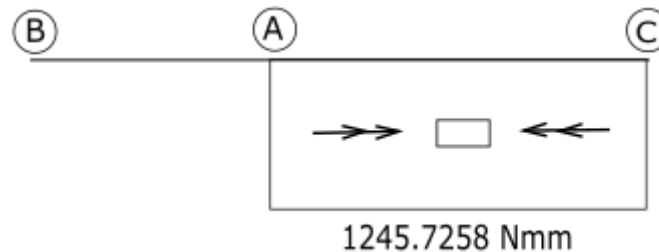


Figura 43

El momento en z es:

$$M_z = 1660.968 \text{ Nmm}$$

A.1.1.2. Cálculo de la tensión normal, tensión cortante y el coeficiente de seguridad  
Primero se calculará en el eje solidario al tornillo y a continuación en el eje solidario a la corona.

*A.1.1.2.1. Eje del tornillo sin fin*

La zona más desfavorable es la mitad del tornillo, en el punto C. El momento resultante es el siguiente:

$$M_r = \sqrt{M_y^2 + M_z^2} = \sqrt{996.5806^2 + 361.7425^2} = 1060.2039 \text{ Nmm}$$

La tensión normal depende del momento resultante y del axil:

$$\sigma_x = \frac{M_r}{W_f} + \frac{N}{A}$$

Donde A es la sección del eje y  $W_f$  el módulo resistente a flexión de la sección transversal. Por tanto, la tensión normal máxima que se produce en el eje es de:

$$\sigma_x = \frac{M_r}{W_f} + \frac{N}{A} = \frac{M_r}{\frac{\pi d_{eje}^3}{32}} + \frac{N}{\frac{\pi d_{eje}^2}{4}} = \frac{1060.2039}{\frac{\pi 25^3}{32}} + \frac{41.5242}{\frac{\pi 25^2}{4}} = 0.7757373 \text{ MPa}$$



Siendo  $d_{eje}$  el diámetro del eje.

La tensión cortante depende del momento torsor y del módulo resistente a torsión  $W_0$ .

$$\tau = \frac{M_T}{W_0} = \frac{M_T}{\frac{\pi d_{eje}^3}{16}} = \frac{318.3333}{\frac{\pi 25^3}{16}} = 0.10376 \text{ MPa}$$

La tensión equivalente de Von Mises es:

$$\sigma_{eq} = \sqrt{\sigma_x^2 + 3\tau^2} = 0.7963 \text{ MPa}$$

EL coeficiente de seguridad del eje depende de la tensión equivalente y de la tensión admisible del material del eje.

$$C_s = \frac{\sigma_f}{\sigma_{eq}} = \frac{84}{0.7963} = 105.49$$

Los dos coeficientes de seguridad son mayores al valor de 1.5 estipulado.

#### A.1.1.2.2. Eje de la corona

Se procede de la misma forma que en el eje del tornillo sin fin.

En este caso el momento resultante de la zona más desfavorable se encuentra en el punto A.

$$M_r = \sqrt{M_y^2 + M_z^2} = 1947.2798 \text{ Nmm}$$

La tensión normal máxima producida en el eje es:

$$\sigma_x = \frac{M_r}{W_f} + \frac{N}{A} = \frac{M_r}{\frac{\pi d_{eje}^3}{32}} + \frac{N}{\frac{\pi d_{eje}^2}{4}} = 2.5216 \text{ MPa}$$

La tensión cortante es:

$$\tau = \frac{M_T}{W_0} = \frac{M_T}{\frac{\pi d_{eje}^3}{16}} = \frac{318.3333}{\frac{\pi 20^3}{16}} = 0.79305 \text{ MPa}$$

La tensión equivalente tiene el siguiente valor:

$$\sigma_{eq} = \sqrt{\sigma_x^2 + 3\tau^2} = 2.8714 \text{ MPa}$$

Por último, el coeficiente de seguridad es:

$$C_s = \frac{\sigma_f}{\sigma_{eq}} = \frac{84}{2.52511} = 29.2537$$

#### A.1.1.3. Cálculo a fatiga

Para ello hay que tener en cuenta también el límite de rotura del material del eje, que es de  $R_m = 85 \text{ MPa}$ . Se fija un porcentaje de confiabilidad del 99%.

Las siguientes tablas utilizadas, se obtienen de los apuntes facilitados en Moodle en la asignatura “Cálculo de elementos de máquinas”.

Primero se obtendrán todos los factores correctores del límite de fatiga debido a flexión, ya que es el caso más desfavorable. Estos factores son:

- $K_a$ : factor de superficie. Tiene en cuenta el efecto del acabado superficial sobre la resistencia del material. Además, depende de la resistencia última del acero, a mayor resistencia menor es este factor. En nuestro caso el acabado será conformado en frío.

$$K_a = aR_m^b$$

- $K_b$ : factor de tamaño. A mayor tamaño de la pieza menor es su resistencia.
- $K_c$ : factor de confiabilidad. Con él se tiene una mayor probabilidad de que la resistencia real de una pieza sea mayor o igual que el valor corregido.
- $K_d$ : factor de temperatura. A mayor temperatura menor es la resistencia del material.
- $K_{car}$ : factor de carga. El material tiene diferente resistencia a la rotura dependiendo del tipo de esfuerzo.
- $K_e$ : factor de esfuerzos varios. Cuantifica los efectos no considerados en los demás factores, como por ejemplo la corrosión, los esfuerzos residuales y los recubrimientos.
- $K_f$ : factor de concentradores de esfuerzos. Tiene en cuenta el efecto de una discontinuidad.

En este caso, el factor  $K_a$  es, según la tabla 13:

Tabla 13

ACABADO SUPERFICIAL	Factor a (MPa)	Exponente b
Rectificado	1.58	-0.085
Mecanizado o laminado en frío	4.51	-0.265
Laminado en caliente	57.70	-0.718
Forjado	272.00	-0.995

$$K_a = aR_m^b = 4.51R_m^{-0.265} = 4.51 * 85^{-0.265} = 1.3896$$

Este valor de  $K_a$  es igual para ambos ejes.

El factor  $K_b$  depende del diámetro de la probeta sometida a flexión giratoria. Éste se calcula como:

$$d_e = 0.37d_{eje}$$

Según el valor de este diámetro, se obtiene el valor de  $K_b$  como recoge la figura 44:

$$\begin{aligned}
 K_b &= 1, & \text{si } d_e \leq 8 \text{ mm (0.3in)} \\
 K_b &= 1.189d_e^{-0.097}, & \text{si } 8 \text{ mm} < d_e \leq 250 \text{ mm} \\
 (K_b &= 0.869d_e^{-0.097}, & \text{si } 0.3 \text{ in} < d_e \leq 10 \text{ in}) \\
 K_b &= 0.6, & \text{si } d_e > 250 \text{ mm (10in)},
 \end{aligned}$$

Figura 44

Hay dos ejes con diferentes diámetros, por lo que se ha de calcular para ambos ejes:

- Eje corona:

$$d_e = 0.37d_{eje} = 0.37 * 20 = 7.4 \text{ mm}$$

$$K_b = 1$$

- Eje tornillo:

$$d_e = 0.37d_{eje} = 0.37 * 25 = 9.25 \text{ mm}$$

$$K_b = 1.189d_e^{-0.097} = 0.9582$$

La confiabilidad de ambos ejes es del 99%, por ello, según la tabla 14:

Tabla 14

Confiabilidad (%)	50	90	99	99.9	99.99	99.999
$K_c$	1	0.897	0.814	0.753	0.702	0.659

$$K_c = 0.814$$

Para saber el valor de  $K_d$  se ha de tener en cuenta la temperatura a la que se pone en marcha el mecanismo:

- Si la temperatura es menor a 450°C, entonces  $K_d = 1$ .
- Si la temperatura está entre 450-550°C, entonces el valor de  $K_d$  se obtiene mediante la siguiente fórmula:

$$K_d = 1 - (0.0058/^\circ\text{C})(T_{emp} - 450^\circ\text{C})$$

Donde  $T_{emp}$  es la temperatura a la que trabaja.

En este caso se trabaja a una temperatura ambiente, por ello  $K_d = 1$ .

El factor de carga  $K_{car}$  tiene diferente valor dependiendo del tipo de carga. Por tanto:

- Si se produce flexión, este factor es 1.
- Si se produce torsión y cortante, obtiene el valor de 0.577.

Ambos ejes de este mecanismo sufren los tres tipos de carga, pero la más desfavorable es la flexión. Así, este factor es  $K_{car} = 1$ .

Al factor de esfuerzos varios se le da un valor de  $K_e = 1$ .

Como no hay discontinuidades en ninguno de los dos ejes,  $K_f = 1$ .

Para saber cómo se comporta una probeta bajo sollicitaciones de fatiga, se va variando la tensión que se aplica a la probeta hasta que ésta rompe. Así, se conoce el número de ciclos que aguanta. Este comportamiento se representa en una gráfica S-N.

Así, el límite de fatiga de la probeta es  $S'_e$ , y la tensión de fatiga de la probeta a 1000 ciclos es  $S'_{10^3}$ . Se aproximan de la siguiente manera:

$$S'_{10^3} = 0.9R_m = 0.9 * 85 = 76.5 \text{ MPa}$$

$$S'_e = 0.5R_m = 0.5 * 85 = 42.5 \text{ MPa}$$

A continuación, mediante los anteriores factores correctores y las aproximaciones de la probeta, se obtienen el límite de fatiga del componente  $S_e$  y la tensión de fatiga del componente a 1000 ciclos  $S_{10^3}$  para poder obtener la curva real del eje. Sus valores serán distintos para ambos ejes. Al límite de fatiga del eje de la corona se le llamará  $S_{e_c}$  y al del tornillo  $S_{e_t}$ . Procediendo de la misma manera, a la tensión de fatiga del eje de la corona se le designará  $S_{10^3_c}$  y al del tornillo  $S_{10^3_t}$ .

- Eje corona

$$S_{e_c} = K_a K_b K_c K_e K_{car} \left( \frac{S'_e}{K_f} \right) = 1.3896 * 1 * 0.814 * 1 * 1 * 1 * \left( \frac{42.5}{1} \right) = 48.07218 \text{ MPa}$$

$$S_{10^3_c} = K_a K_b K_c K_e K_{car} \left( \frac{S'_{10^3}}{K_f} \right) = 1.3896 * 1 * 0.814 * 1 * 1 * 1 * \left( \frac{76.5}{1} \right) = 86.5299 \text{ MPa}$$

- Eje tornillo

$$S_{e_t} = K_a K_b K_c K_e K_{car} \left( \frac{S'_e}{K_f} \right) = 1.3896 * 0.9582 * 0.814 * 1 * 1 * 1 * \left( \frac{42.5}{1} \right) = 46.0638 \text{ MPa}$$

$$\begin{aligned} S_{10^3_t} &= K_a K_b K_c K_e K_{car} \left( \frac{S'_{10^3}}{K_f} \right) = \\ &= 1.3896 * 0.9582 * 0.814 * 1 * 1 * 1 * \left( \frac{76.5}{1} \right) = 82.9148 \text{ MPa} \end{aligned}$$

La obtención del número de ciclos, se realiza mediante un método analítico de aproximación de la Curva S-N llamado método de ajuste lineal-logarítmico o logarítmico-logarítmico. Este último método está dentro del modelo de fallo "vida total". En este modelo sólo importa la vida total de la pieza, sin tener en cuenta el inicio de una grieta y su crecimiento. Se desea como mínimo seis millones de ciclos. En el caso de que no se alcancen estos ciclos deseados, se deberá aumentar el diámetro del eje.

Así, la representación logarítmica- logarítmica es del tipo:

$$\sigma_a = A(2N)^B$$

Donde  $2N$  es el número de ciclos y  $\sigma_a$  es la tensión equivalente de Von Mises. A y B se obtienen mediante las siguientes transformaciones:

$$A = \frac{(S_{10^3})^2}{S_e}$$

$$B = \frac{\log\left(\frac{S_e}{S_{10^3}}\right)}{3}$$

Para la obtención del eje de la corona, se les designará como  $A_c$  y  $B_c$ . De la misma manera. Para obtener el eje del tornillo se les designará como  $A_t$  y  $B_t$ .

$$A_c = \frac{86.5299^2}{48.07218} = 155.7539$$

$$B_c = \frac{\log\left(\frac{48.07218}{86.5299}\right)}{3} = -0.0851$$

$$A_t = \frac{82.9148^2}{46.0638} = 149.2467$$

$$B_t = \frac{\log\left(\frac{46.0638}{82.9148}\right)}{3} = -0.0851$$

Por tanto, el número de ciclos que es capaz de aguantar el eje de la corona es:

$$\sigma_a = A(2N)^B \rightarrow 2N = \left(\frac{\sigma_a}{A_c}\right)^{\frac{1}{B_c}} = \left(\frac{2.8714}{155.7539}\right)^{-\frac{1}{0.0851}} = 2.41 * 10^{20} \text{ ciclos}$$

Por último, el número de ciclos que es capaz de aguantar el eje del tornillo es:

$$\sigma_a = A(2N)^B \rightarrow 2N = \left(\frac{\sigma_a}{A_t}\right)^{\frac{1}{B_t}} = \left(\frac{0.7963}{149.2467}\right)^{-\frac{1}{0.0851}} = 5.137 * 10^{26} \text{ ciclos}$$

En los dos casos se sobrepasan los seis millones de ciclos deseados para el modelo de fallo de vida total, por tanto, no se debe cambiar el diámetro del eje.

### A.1.2. Cálculos en los ejes del montacargas

Se procede de la misma manera que en la bobinadora. Primero, se obtendrá el momento resultante de la zona más desfavorable de ambos ejes a partir de la obtención de las reacciones en los apoyos. Con ello, se calculará la tensión normal y la tensión cortante, para así obtener la tensión equivalente de Von Mises y por tanto el coeficiente de seguridad. Después, se calculará el eje a fatiga y el número de ciclos que es capaz de soportar cada eje. Hay que tener en cuenta el material de ambos ejes, siendo éste un acero al carbono C45 con una tensión admisible de 220 MPa.

#### A.1.2.1. Cálculo de las cargas en los ejes

Teniendo en cuenta la dirección de las cargas tanto en el piñón como en la rueda o corona, se obtendrán las cargas que se producen en los dos ejes. Por último, se dibujarán los diagramas de esfuerzos de ambos ejes.

Además, hay que tener en cuenta que se suponen positivos los siguientes sentidos:



##### A.1.2.1.1 Primer eje

Para su cálculo, se han dispuesto dos apoyos a cada lado del piñón. Por un lado, al apoyo de la izquierda del piñón se le llamará apoyo A y soportará la carga axial. Por otro lado, al apoyo de la parte derecha del piñón se le llamará apoyo B. La distancia de cada apoyo al piñón,  $d$ , es de 50 mm como se puede observar en la figura 45.

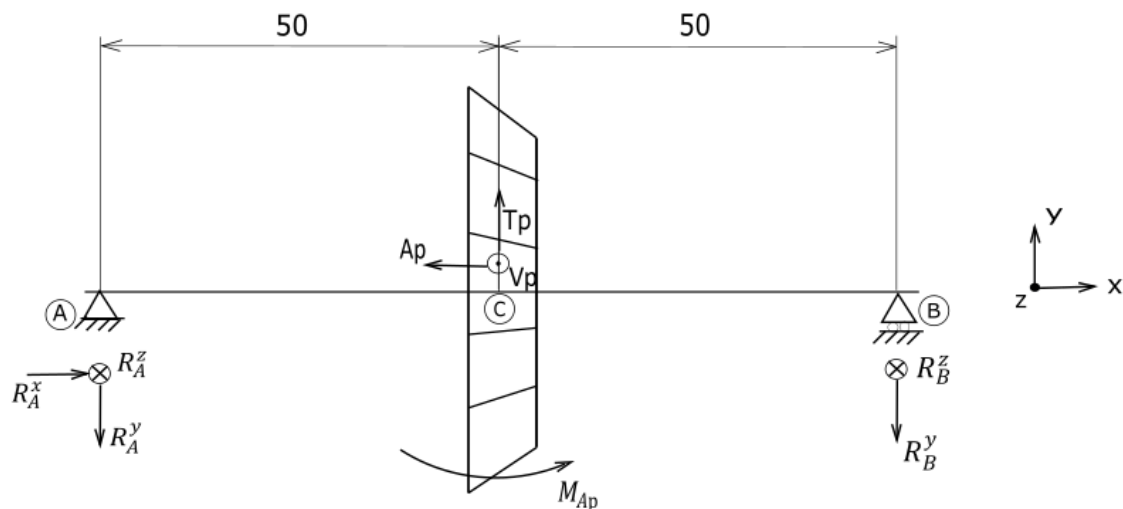


Figura 45

Como hay cargas en los tres ejes  $x$ ,  $y$  y  $z$ , se realizará el cálculo de las cargas en el eje en dos secciones. Estas secciones serán la sección  $x$ - $y$  y la sección  $x$ - $z$ .

##### A.1.2.1.1.1 Sección $x$ - $y$

$R_B^y$  es la reacción en el apoyo B en la dirección  $y$ ,  $R_A^y$  es la reacción en el apoyo A en la dirección  $y$ , y  $R_A^x$  es la reacción en el apoyo A en la dirección  $x$ . Así, dichas reacciones son:

$$\sum F_x = 0 \rightarrow A_p = R_A^x = 120.981 \text{ N}$$

$$\sum M_A = 0 \rightarrow T_p d - R_B^y 2d = 0 \rightarrow 1370.5118 * 50 - R_B^y * 100 = 0 \rightarrow R_B^y = 685.256 \text{ N}$$

$$\sum F_y = 0 \rightarrow T_p - R_A^y - R_B^y = 0 \rightarrow 1370.5118 - R_A^y - 685.256 = 0 \rightarrow R_A^y = 685.256 \text{ N}$$

Sus diagramas de esfuerzos son:

Esfuerzos axiales:

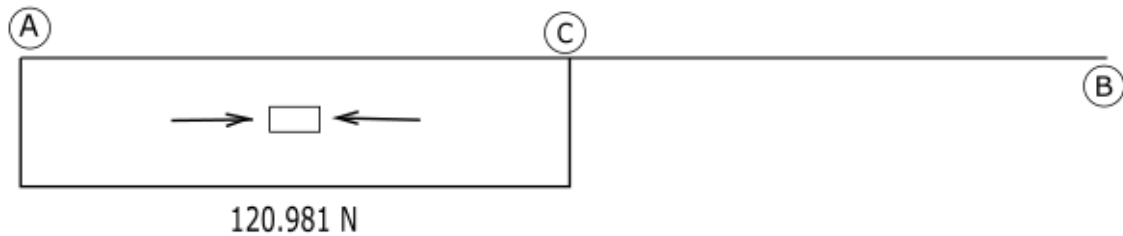


Figura 46

Esfuerzos cortantes:

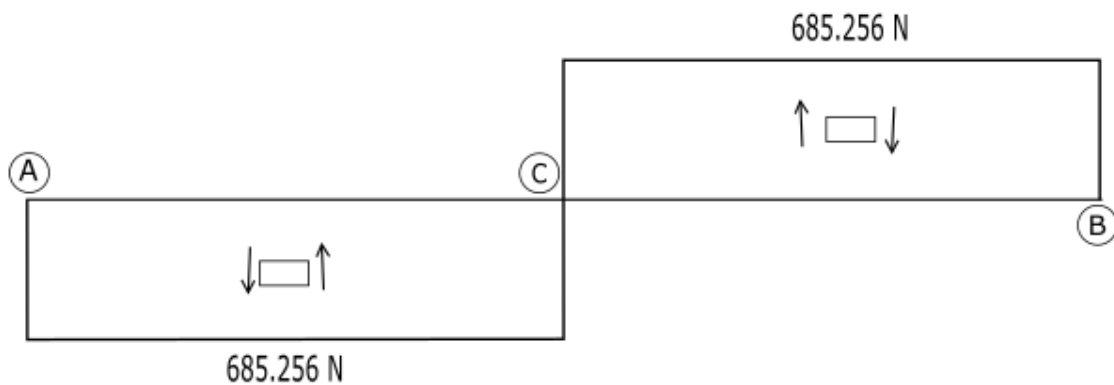


Figura 47

Momento flector:

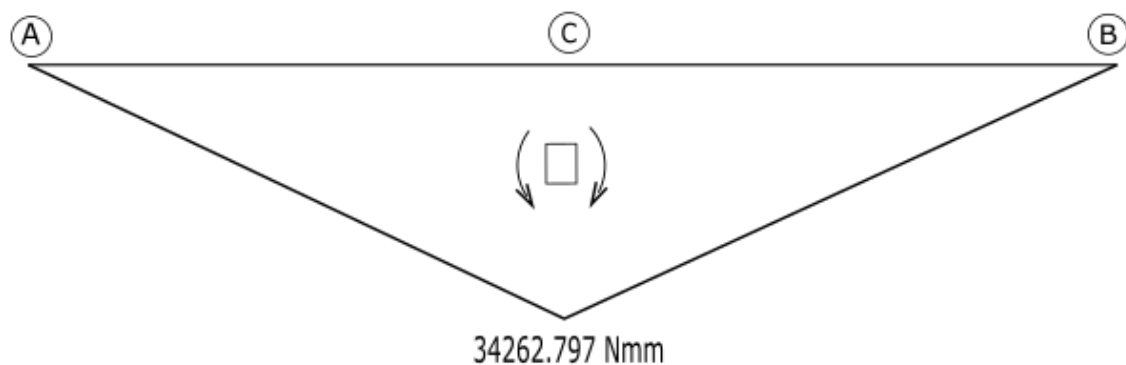


Figura 48

El momento en y es:

$$M_y = 34262.797 \text{ Nmm}$$

A.1.2.1.1.2. Sección x-z

$M_{AP}$  es el momento que produce la carga axial del piñón,  $R_A^z$  es la reacción en el apoyo A en la dirección z,  $R_B^z$  es la reacción en B en la dirección z y  $M_T$  es el momento torsor que produce  $T_p$ . Así:

$$M_{AP} = \frac{A_p D_{p1}}{2} = 120.981 * \frac{80}{2} = 4839.23617 \text{ Nmm}$$

$$\begin{aligned} \sum M_A = 0 \rightarrow -M_{AP} + V_p d - R_B^z 2d = 0 \rightarrow -4839.23617 + 483.9323 * 50 - R_B^z * 100 = 0 \rightarrow \\ \rightarrow R_B^z = 193.5738 \text{ N} \end{aligned}$$

$$\sum F_z = 0 \rightarrow -R_A^z + V_p - R_B^z = 0 \rightarrow -R_A^z + 483.9323 - 193.5738 = 0 \rightarrow R_A^z = 290.35854 \text{ N}$$

$$M_T = \frac{T_p D_{p1}}{2} = 1370.5118 * \frac{80}{2} = 54820.4747 \text{ Nmm}$$

Sus diagramas de esfuerzos son:

Esfuerzo cortante:

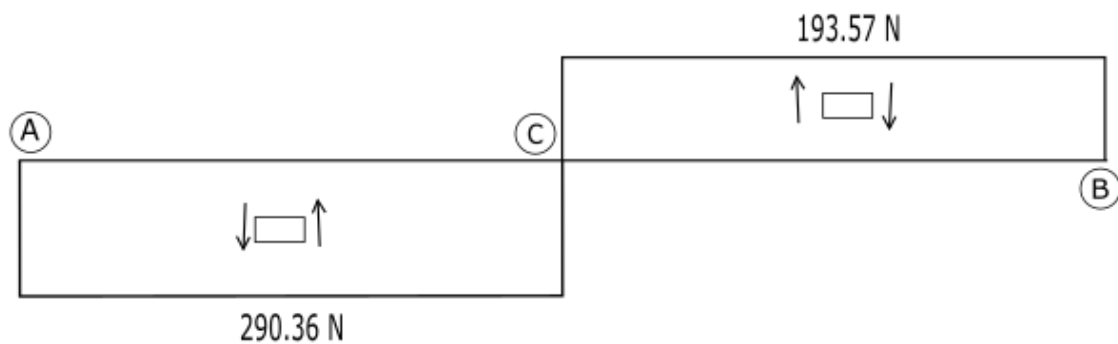


Figura 49

Momento flector:

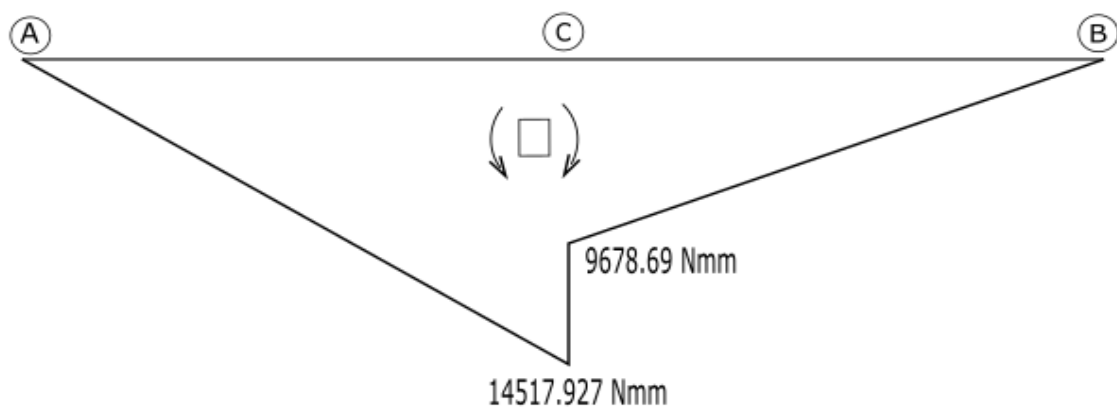


Figura 50

Momento torsor:



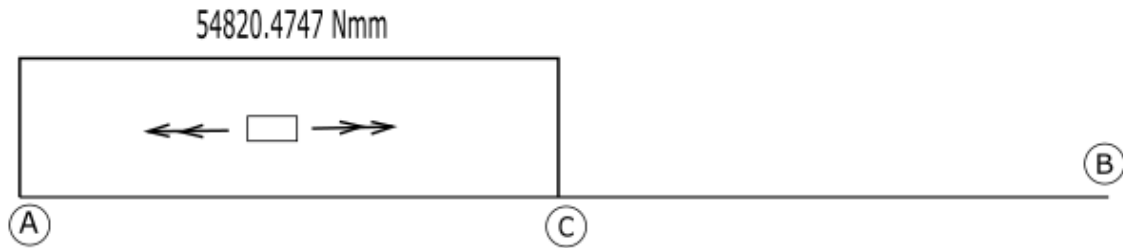


Figura 51

El momento en z es:

$$M_z = 14517.927 \text{ Nmm}$$

#### A.1.2.1.2 Segundo eje

Se disponen los apoyos a los extremos del eje. Al igual que en el caso anterior, el apoyo izquierdo es el apoyo A y es el que aguanta la carga axial, y el apoyo de la derecha es el apoyo B. En la figura 52 se pueden observar las diferentes distancias:

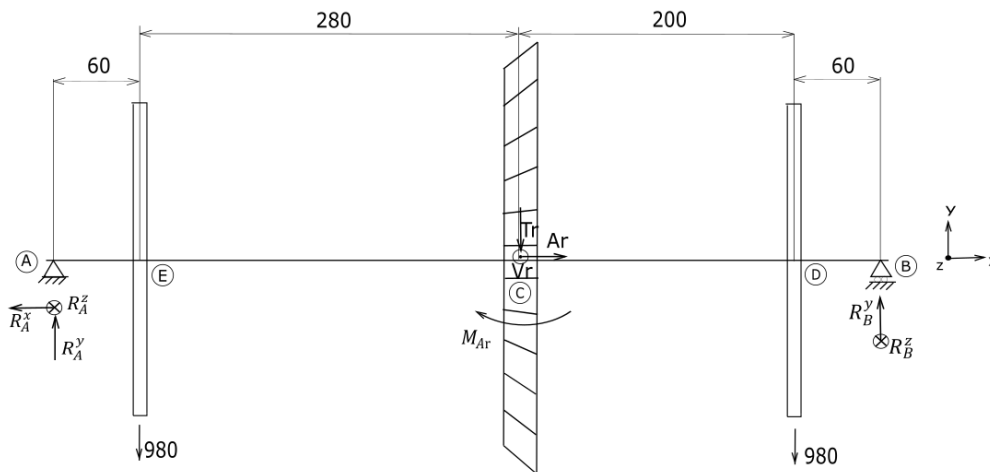


Figura 52

#### A.1.2.1.2.1. Sección x-y

$R_B^y$  es la reacción en el apoyo B en la dirección y,  $R_A^y$  es la reacción en el apoyo A en la dirección y, y  $R_A^x$  es la reacción en el apoyo A en la dirección x. Dichas reacciones son:

$$\sum F_x = 0 \rightarrow R_A^x = A_r = 483.9323 \text{ N}$$

$$\sum M_A = 0 \rightarrow -980 * 60 - T_r(280 + 60) - 980(200 + 280 + 60) + R_B^y(60 + 60 + 280 + 200) = 0$$

$$\rightarrow -980 * 60 - 1370.51187(280 + 60) - 980(200 + 280 + 60) +$$

$$+ R_B^y(60 + 60 + 280 + 200) = 0 \rightarrow R_B^y = 1756.6234 \text{ N}$$

$$\sum F_y = 0 \rightarrow R_A^y - 980 - T_r - 980 + R_B^y = 0 \rightarrow$$

$$\rightarrow R_A^y - 980 - 1370.51187 - 980 + 1756.6234 = 0 \rightarrow R_A^y = 1573.88847 \text{ N}$$

Sus diagramas de momentos son:

Esfuerzo axial:

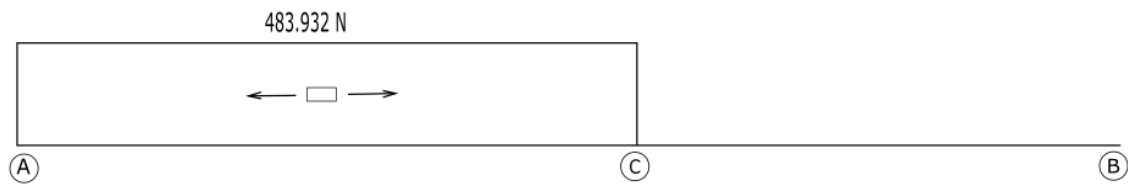


Figura 53

Esfuerzo cortante:

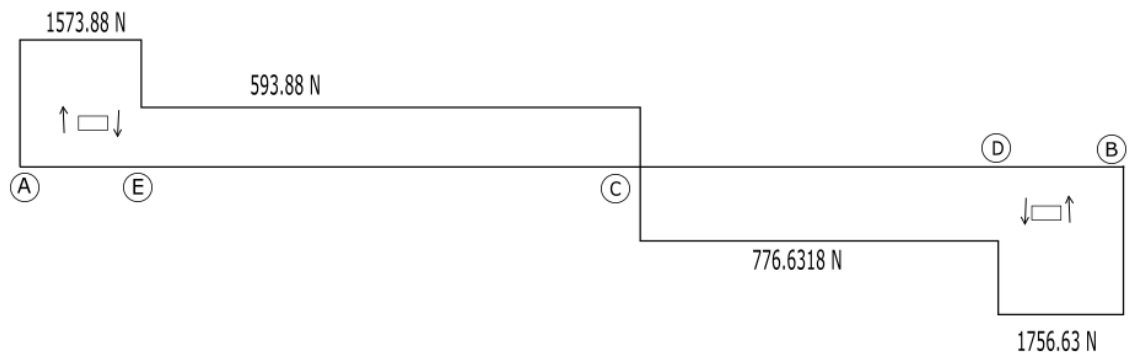


Figura 54

Momento flector:

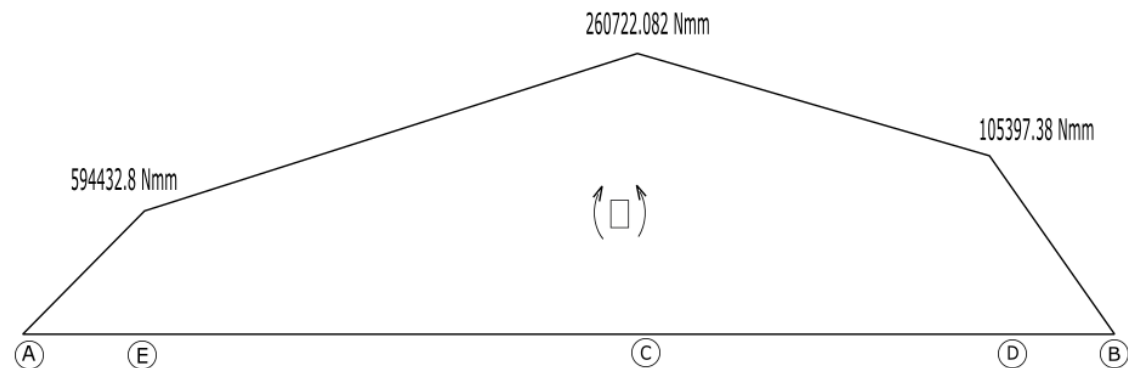


Figura 55

El momento en y es:

$$M_y = 260722.0818 \text{ Nmm}$$

#### A.1.2.1.2.2. Sección x-z

$M_{Ar}$  es el momento que produce la carga axial de la corona,  $R_A^z$  es la reacción en el apoyo A en la dirección z,  $R_B^z$  es la reacción en B en la dirección z y  $M_T$  es el momento torsor que produce  $T_r$ . Así:

$$M_{Ar} = \frac{A_r D_{P2}}{2} = 483.9323 * \frac{320}{2} = 77429.17705 \text{ Nmm}$$

$$\sum M_A = 0 \rightarrow V_r(280 + 60) + M_{Ar} - R_B^z(200 + 60 + 60 + 280) = 0 \rightarrow$$

$$\rightarrow 120.981(280 + 60) + 77429.17705 - R_B^z(200 + 60 + 60 + 280) = 0 \rightarrow$$

$$\rightarrow R_B^z = 197.60447 \text{ N}$$

$$\sum F_z = 0 \rightarrow -R_A^z + V_r - R_B^z = 0 \rightarrow -R_A^z + 120.981 - 197.60447 = 0 \rightarrow R_A^z = -76.62357 \text{ N}$$

$$M_T = \frac{T_R D_{P2}}{2} = 1370.5118 * \frac{320}{2} = 219281.8988 \text{ Nmm}$$

El signo negativo de  $R_A^z$  significa que va en sentido contrario al representado en la figura 52.

Sus diagramas de momentos son:

Esfuerzo cortante:

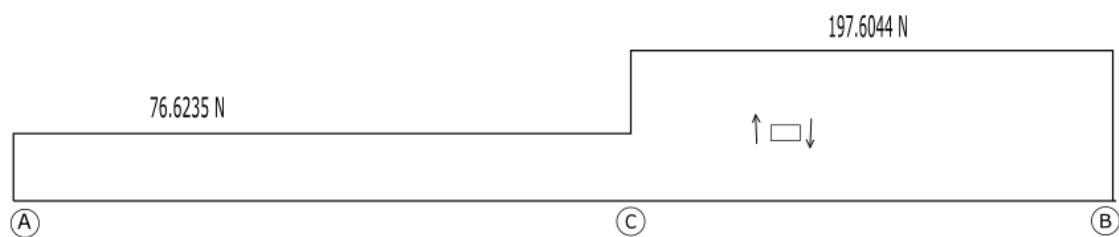


Figura 56

Momento flector:

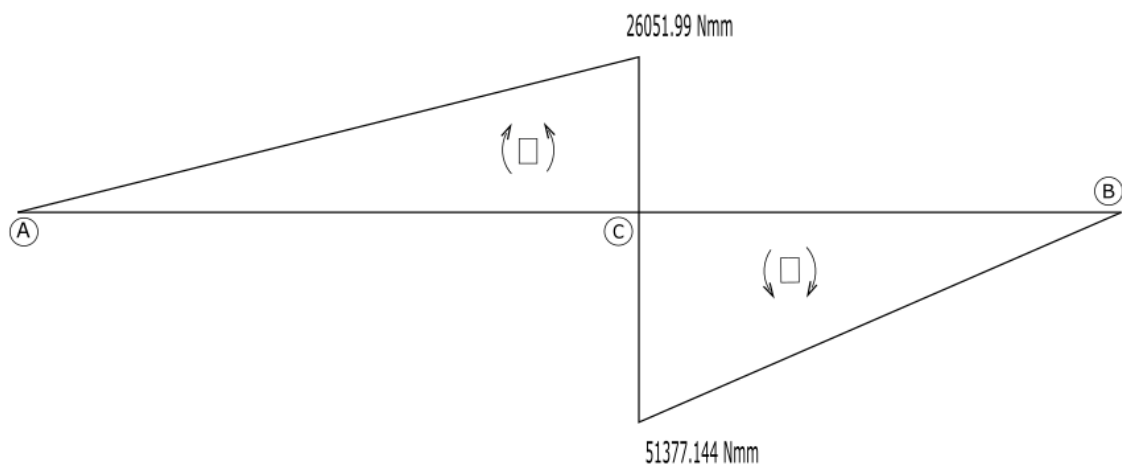


Figura 57

Momento torsor:

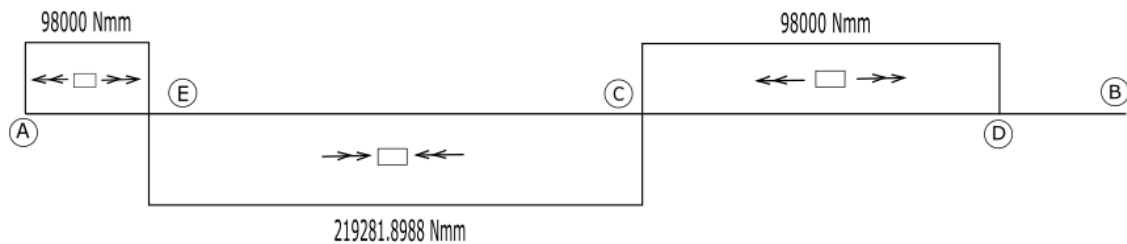


Figura 58

El momento en z es:

$$M_z = 77429.17705 \text{ Nmm}$$

#### A.1.2.2. Cálculo de la tensión normal y de la cortante

Primero se calculará en el primer eje y a continuación en el segundo eje.

##### A.1.2.2.1. Primer eje

La sección más desfavorable se da en el punto C, es decir, en el medio del piñón, ya que es donde se produce mayor flexión. El momento resultante,  $M_r$ , en este punto es:

$$M_r = \sqrt{M_y^2 + M_z^2} = 37211.6842 \text{ Nmm}$$

La tensión normal depende del momento resultante y del axil:

$$\sigma_x = \frac{M_r}{W_f} + \frac{N}{A}$$

Donde A es la sección del eje y  $W_f$  el módulo resistente a flexión de la sección transversal. Por tanto:

$$\sigma_x = \frac{M_r}{W_f} + \frac{N}{A} = \frac{M_r}{\frac{\pi d_{eje}^3}{32}} + \frac{N}{\frac{\pi d_{eje}^2}{4}} = \frac{37211.6842}{\frac{\pi 20^3}{32}} + \frac{120.981}{\frac{\pi 20^2}{4}} = 47.76448 \text{ MPa}$$

Siendo  $d_{eje}$  el diámetro del eje.

La tensión cortante depende del momento torsor y del módulo resistente a torsión  $W_0$ .

$$\tau = \frac{M_T}{W_0} = \frac{M_T}{\frac{\pi d_{eje}^3}{16}} = \frac{54820.4747}{\frac{\pi 20^3}{16}} = 34.8998 \text{ MPa}$$

La tensión equivalente de Von Mises es:

$$\sigma_{eq} = \sqrt{\sigma_x^2 + 3\tau^2} = 77.04176 \text{ MPa}$$

EL coeficiente de seguridad del eje depende de la tensión equivalente y de la tensión admisible del material del eje.

$$C_s = \frac{\sigma_f}{\sigma_{eq}} = \frac{220}{77.04176} = 2.8556$$

#### A.1.2.2.2. Segundo eje

La sección más desfavorable se da en el punto C, es decir, en el medio de la corona, ya que es donde se produce mayor flexión. El momento resultante,  $M_r$ , en este punto es:

$$M_r = \sqrt{M_y^2 + M_z^2} = 271976.6192 \text{ Nmm}$$

La tensión normal depende del momento resultante y del axil:

$$\sigma_x = \frac{M_r}{W_f} + \frac{N}{A}$$

Donde A es la sección del eje y  $W_f$  el módulo resistente a flexión de la sección transversal. Por tanto:

$$\sigma_x = \frac{M_r}{W_f} + \frac{N}{A} = \frac{M_r}{\frac{\pi d_{eje}^3}{32}} + \frac{N}{\frac{\pi d_{eje}^2}{4}} = \frac{271976.6192}{\frac{\pi 30^3}{32}} + \frac{483.9323}{\frac{\pi 30^2}{4}} = 103.28948 \text{ MPa}$$

Siendo  $d_{eje}$  el diámetro del eje.

La tensión cortante depende del momento torsor y del módulo resistente a torsión  $W_0$ .

$$\tau = \frac{M_T}{W_0} = \frac{M_T}{\frac{\pi d_{eje}^3}{16}} = \frac{219281.8988}{\frac{\pi 30^3}{16}} = 41.3627 \text{ MPa}$$

La tensión equivalente de Von Mises es:

$$\sigma_{eq} = \sqrt{\sigma_x^2 + 3\tau^2} = 125.7034 \text{ MPa}$$

EL coeficiente de seguridad del eje depende de la tensión equivalente y de la tensión admisible del material del eje.

$$C_s = \frac{\sigma_f}{\sigma_{eq}} = \frac{220}{77.04176} = 1.75$$

Ambos coeficientes de seguridad son mayores al valor de 1.5 estipulado.

#### A.1.2.3. Cálculo a fatiga

En este caso, el límite de rotura del material del eje es de  $R_m = 620 \text{ MPa}$ . Se fija también un porcentaje de confiabilidad del 99%.

Como en el caso de la bobinadora, primero se obtendrán todos los factores correctores del límite de fatiga debido a flexión, ya que es el caso más desfavorable. Se calcularán, además, en el mismo orden. El acabado es conformado en frío.

El valor de  $K_a$  es:

$$K_a = aR_m^b = 4.51R_m^{-0.265} = 4.51 * 620^{-0.265} = 0.8207$$

El factor  $K_b$  depende, como se ha visto anteriormente, del diámetro de la probeta sometida a flexión giratoria. Éste se calcula como:

$$d_e = 0.37d_{eje}$$

Teniendo en cuenta la figura 44:

- Primer eje

$$d_e = 0.37 * 20 = 7.4 \text{ mm} < 8 \text{ mm}$$

$$K_b = 1$$

- Segundo eje

$$d_e = 0.37 * 30 = 11.1 \text{ mm} \rightarrow 8 \text{ mm} < d_e < 250 \text{ mm}$$

$$K_b = 1.189d_e^{-0.097} = 0.9414$$

La confiabilidad de ambos ejes es del 99%, por ello, según la tabla 14:

$$K_c = 0.814$$

La temperatura a la que se trabaja es menor a 450°C, por tanto  $K_d = 1$  en ambos casos.

Ambos ejes de este mecanismo sufren los tres tipos de carga, que son axil, flexión y torsión, pero la más desfavorable es la flexión. Así, el factor de carga es  $K_{car} = 1$ .

Al factor de esfuerzos varios se le da un valor de  $K_e = 1$ .

Como no hay discontinuidades en ninguno de los dos ejes,  $K_f = 1$ .

Ahora se procede a calcular  $S'_e$  y  $S'_{10^3}$ . Se aproximan de la siguiente manera:

$$S'_e = 0.5R_m = 0.5 * 620 = 310 \text{ MPa}$$

$$S'_{10^3} = 0.9R_m = 0.9 * 620 = 558 \text{ MPa}$$

A continuación, se obtendrán los valores de  $S_e$  y  $S_{10^3}$ . Serán distintos para ambos ejes. Al límite de fatiga del primer eje se le llamará  $S_{e_p}$  y al del segundo  $S_{e_c}$ . Procediendo de la misma manera, a la tensión de fatiga del primer eje se le designará  $S_{10^3_p}$  y al del segundo  $S_{10^3_c}$ .

- Primer eje

$$S_{e_p} = K_a K_b K_c K_e K_{car} \left( \frac{S'_e}{K_f} \right) = 0.8207 * 1 * 0.814 * 1 * 1 * 1 * \left( \frac{310}{1} \right) = 207.0994 \text{ MPa}$$

$$S_{10^3_p} = K_a K_b K_c K_e K_{car} \left( \frac{S'_{10^3}}{K_f} \right) = 0.8207 * 1 * 0.814 * 1 * 1 * 1 * \left( \frac{558}{1} \right) = 372.7789 \text{ MPa}$$

- Segundo eje

$$S_{e_c} = K_a K_b K_c K_e K_{car} \left( \frac{S'_e}{K_f} \right) = 1.3896 * 0.9414 * 0.814 * 1 * 1 * 1 * \left( \frac{310}{1} \right) = 194.9684 \text{ MPa}$$

$$\begin{aligned} S_{10^3_c} &= K_a K_b K_c K_e K_{car} \left( \frac{S'_{10^3}}{K_f} \right) = \\ &= 1.3896 * 0.9414 * 0.814 * 1 * 1 * 1 * \left( \frac{558}{1} \right) = 350.9432 \text{ MPa} \end{aligned}$$

Según la representación logarítmica- logarítmica:

$$\sigma_a = A(2N)^B$$

Donde  $2N$  es el número de ciclos y  $\sigma_a$  es la tensión equivalente de Von Mises.  $A$  y  $B$  se obtienen mediante las siguientes transformaciones:

$$A = \frac{(S_{10^3})^2}{S_e}$$

$$B = \frac{\log\left(\frac{S_e}{S_{10^3}}\right)}{3}$$

Para la obtención del primer eje, se les designará como  $A_p$  y  $B_p$ . De la misma manera. Para obtener el segundo eje se les designará como  $A_c$  y  $B_c$ .

$$A_p = \frac{372.7789^2}{207.0994} = 671.002$$

$$B_p = \frac{\log\left(\frac{207.7789}{372.7789}\right)}{3} = -0.0851$$

$$A_c = \frac{350.9432^2}{194.9684} = 631.6978$$

$$B_c = \frac{\log\left(\frac{194.9684}{350.9432}\right)}{3} = -0.0851$$

Por tanto, el número de ciclos que es capaz de aguantar el primer eje es:

$$\sigma_a = A(2N)^B \rightarrow 2N = \left(\frac{\sigma_a}{A_p}\right)^{\frac{1}{B_p}} = \left(\frac{77.04176}{671.002}\right)^{-\frac{1}{0.0851}} = 1.11427 * 10^{11} \text{ ciclos}$$

Por último, el número de ciclos que es capaz de aguantar el segundo eje es:

$$\sigma_a = A(2N)^B \rightarrow 2N = \left(\frac{\sigma_a}{A_c}\right)^{\frac{1}{B_c}} = \left(\frac{125.70334}{631.6978}\right)^{-\frac{1}{0.0851}} = 173845558.3 \text{ ciclos}$$

En los dos casos se sobrepasan los seis millones de ciclos deseados para el modelo de fallo de vida total, por tanto, no se debe cambiar el diámetro del eje.

## ANEXO II Cálculo de los rodamientos

### A.2.1. Selección de los rodamientos de la bobinadora

En este apartado se elegirán los rodamientos que se colocarán en los cuatro apoyos mediante el catálogo de FAG. Los apoyos denominados A absorben la carga axial. Tanto en los apoyos A como en los apoyos B se colocan rodamientos rígidos de bolas, ya que los esfuerzos obtenidos en los apoyos son pequeños y son más económicos. A partir de distintos cálculos, se comprobará si dichos rodamientos son aptos.

Los rodamientos rígidos de bolas pueden operar a altas velocidades y requieren poco mantenimiento. Además, soportan cargas radiales y axiales en ambos sentidos.

Para ello, se ha supuesto una duración de funcionamiento,  $L_{hr}$ , de 200000 horas.

#### A.2.1.1. Apoyos del eje del tornillo sin fin

Para su elección, se ha de tener en cuenta la velocidad angular que lleva este eje, que es de 300 rpm.

Primero se comprobará el apoyo A y después el apoyo B.

Las siguientes tablas se obtienen igualmente de los apuntes facilitados en Moodle en la asignatura "Cálculo de elementos de máquinas", excepto las tablas de los rodamientos, que, como se ha comentado anteriormente, se han obtenido del catálogo de FAG.

##### A.2.1.1.1. Apoyo A

Se obtendrán las fuerzas axial y radial que deberá soportar el rodamiento rígido de bolas elegido para este apoyo. La fuerza radial dependerá de las fuerzas en las direcciones y y z. La fuerza axial es la fuerza que se produce en la dirección x.

$$F_{radial} = \sqrt{(R_A^y)^2 + (R_A^z)^2} = 18.9308 \text{ N}$$

$$F_{axial} = R_A^x = 41.5242 \text{ N}$$

Para poder calcular la carga equivalente P, se han de obtener primero los coeficientes X e Y mediante la tabla 15. X es el coeficiente radial del rodamiento e Y es el coeficiente axial del rodamiento.

Para poder saber estos coeficientes primero se debe calcular la relación entre las dos fuerzas:

$$\frac{F_a}{F_r} = \frac{41.5242}{18.9308} = 2.1934$$

Esta relación es mayor a todos los valores de e que aparecen en dicha tabla:



Tabla 15

Coeficientes X e Y

Tipos de rodamientos	$\frac{F_r}{F_e} \leq e$		$\frac{F_r}{F_e} > e$		e
	X	Y	X	Y	
<b>Rodamientos rígidos de bolas</b> Series E1, R, 160, 60, 62, 63, 64 $\frac{F_r}{C_p} = 0,025$ = 0,04 = 0,07 = 0,13 = 0,25 = 0,5					
			0,56	2	0,22
				1,8	0,24
	1	0		1,6	0,27
				1,4	0,31
				1,2	0,37
				1	0,44
<b>Rodamientos de bolas a rótula</b> 125, 126, 127, 108, 129 1200-1203 04-05 06-07 08-09 10-12 13-22 24-30 2200-2204 05-07 08-09 10-13 14-20 21-22					
	1	1,8	0,67	2,8	0,34
		2		3,1	0,35
		2,3		3,6	0,27
		2,7		4,2	0,23
	1	2,9	0,85	4,5	0,25
		3,4		5,2	0,19
		3,6		5,6	0,17
		3,3		5	0,2
		1,3		2	0,5
		1,7		2,6	0,37
		2		3,1	0,31
	1	2,3	0,65	3,5	0,28
		2,4		3,8	0,26
		2,3		3,5	0,28

Como se puede observar, el coeficiente X es 0.56. Para el coeficiente Y se elige el valor de 1.8. Por tanto:

$$P = F_r X + F_a Y = 18.9308 * 0.56 + 41.5242 * 1.8 = 85.3448 \text{ N}$$

A continuación, se obtendrá la seguridad de carga,  $\frac{C}{P}$ , a partir de la tabla 16, donde ésta depende de la duración del funcionamiento y de las rpm del eje. C es la capacidad de carga del rodamiento, que se podrá calcular al obtener dicha seguridad de carga.

Tabla 16

Seguridad de carga  $\frac{C}{P}$  para diferentes duraciones expresadas en horas de funcionamiento y para diferentes velocidades

Duración en horas $L_h$	Revoluciones por minuto													
	10	16	25	40	63	100	125	160	200	250	320	400	500	630
100									1,06	1,15	1,24	1,34	1,45	1,56
500									1,82	1,96	2,12	2,29	2,47	2,67
1000			1,15	1,34	1,56	1,82	1,96	2,12	2,29	2,47	2,67	2,88	3,11	3,36
1250		1,06	1,24	1,45	1,68	1,96	2,12	2,29	2,47	2,67	2,88	3,11	3,36	3,63
1600		1,15	1,34	1,56	1,82	2,12	2,29	2,47	2,67	2,88	3,11	3,36	3,63	3,91
2000	1,06	1,24	1,45	1,68	1,96	2,29	2,47	2,67	2,88	3,11	3,36	3,63	3,91	4,23
2500	1,15	1,34	1,56	1,82	2,12	2,47	2,67	2,88	3,11	3,36	3,63	3,91	4,23	4,56
3200	1,24	1,45	1,68	1,96	2,29	2,67	2,88	3,11	3,36	3,63	3,91	4,23	4,56	4,93
4000	1,34	1,56	1,82	2,12	2,47	2,88	3,11	3,36	3,63	3,91	4,23	4,56	4,93	5,32
5000	1,45	1,68	1,96	2,29	2,67	3,11	3,36	3,63	3,91	4,23	4,56	4,93	5,32	5,75
6300	1,56	1,82	2,12	2,47	2,88	3,36	3,63	3,91	4,23	4,56	4,93	5,32	5,75	6,20
8000	1,68	1,96	2,29	2,67	3,11	3,63	3,91	4,23	4,56	4,93	5,32	5,75	6,20	6,70
10 000	1,82	2,12	2,47	2,88	3,36	3,91	4,23	4,56	4,93	5,32	5,75	6,20	6,70	7,23
12 500	1,96	2,29	2,67	3,11	3,63	4,23	4,56	4,93	5,32	5,75	6,20	6,70	7,23	7,81
16 000	2,12	2,47	2,88	3,36	3,91	4,56	4,93	5,32	5,75	6,20	6,70	7,23	7,81	8,43
20 000	2,29	2,67	3,11	3,63	4,23	4,93	5,32	5,75	6,20	6,70	7,23	7,81	8,43	9,11
25 000	2,47	2,88	3,36	3,91	4,56	5,32	5,75	6,20	6,70	7,23	7,81	8,43	9,11	9,83
32 000	2,67	3,11	3,63	4,23	4,93	5,75	6,20	6,70	7,23	7,81	8,43	9,11	9,83	10,6
40 000	2,88	3,36	3,91	4,56	5,32	6,20	6,70	7,23	7,81	8,43	9,11	9,83	10,6	11,5
50 000	3,11	3,63	4,23	4,93	5,75	6,70	7,23	7,81	8,43	9,11	9,83	10,6	11,5	12,4
63 000	3,36	3,91	4,56	5,32	6,20	7,23	7,81	8,43	9,11	9,83	10,6	11,5	12,4	13,4
80 000	3,63	4,23	4,93	5,75	6,70	7,81	8,43	9,11	9,83	10,6	11,5	12,4	13,4	14,5
100 000	3,91	4,56	5,32	6,20	7,23	8,43	9,11	9,83	10,6	11,5	12,4	13,4	14,5	15,6
200 000	4,93	5,75	6,70	7,81	9,11	10,6	11,5	12,4	13,4	14,5	15,6	16,8	18,2	19,6

Entrando en la tabla con los datos supuestos en este caso e interpolando, se obtiene que la seguridad de carga es:

$$\frac{\left(\frac{C}{P}\right) - 14.5}{15.6 - 14.5} = \frac{300 - 250}{320 - 250} \rightarrow \frac{C}{P} = 15.2857$$

La capacidad de carga del rodamiento es:

$$C = \frac{C}{P} P = 15.2857 * 85.3448 = 1304.55 \text{ N} = 1.3054 \text{ kN}$$

Se busca un rodamiento con una C superior a la calculada para un diámetro de eje de 25 mm en la tabla 17:

Tabla 17

Eje	Dimensiones							Peso ~ kg	Capacidad de carga		Velocidad límite min <sup>-1</sup>	Velocidad de referencia	Denominación abreviada Rodamiento FAG	Medidas auxiliares			
	d mm	D	B	r <sub>e</sub> mm	H --	H <sub>1</sub> --	J --		dyn. C kN	stat. C <sub>0</sub>				D <sub>1</sub> min mm	D <sub>2</sub> max	r <sub>e</sub> max	
20	20	47	14	1	38,4	41	28,8	0,105	12,7	6,55	19000	19000	6204	25,6	41,4	1	
	20	47	14	1	38,4	41	28,8	0,105	12,7	6,55	18000	19000	S6204.W200B	25,6	41,4	1	
	20	47	14	1	38,4	41	28,8	0,109	12,7	6,55	15000	19000	6204.2ZRH	25,6	41,4	1	
	20	47	14	1	38,4	41	28,8	0,109	12,7	6,55	10000		6204.2RSH	25,6	41,4	1	
	20	47	14	1	38,4	41	28,8	0,108	12,7	6,55	10000		S6204.2RSH.W200B	25,6	41,4	1	
	20	47	18	1	38,4	41	28,8	0,139	12,7	6,55	10000		62204.2RSH	25,6	41,4	1	
	20	52	15	1,1	41,9	44,4	30,3	0,151	16	7,8	34000	18000	6304	27	45	1	
	20	52	15	1,1	41,9	44,4	30,3	0,153	16	7,8	34000	18000	S6304.W200B	27	45	1	
	20	52	15	1,1	41,9	44,4	30,3	0,155	16	7,8	14000	18000	6304.2ZRH	27	45	1	
	20	52	15	1,1	41,9	44,4	30,3	0,155	16	7,8	9500		6304.2RSH	27	45	1	
	20	52	21	1,1	42,1	44,4	30,3	0,209	16	7,8	9500		62804.2RSH	27	45	1	
	20	72	19	1,1	55		37	0,415	30,5	15	26000	15000	6404	29	63	1	
	25	25	47	8	0,3	39,7	41,1	32,2	0,055	7,2	4,65	19000	14000	16005	27	45	0,3
		25	47	12	0,6	40,2	42,5	32	0,08	10	5,85	36000	17000	6005	28,2	43,8	0,6
25		47	12	0,6	40,2	42,5	32	0,082	10	5,85	36000	17000	S6005.W200B	28,2	43,8	0,6	
25		47	12	0,6	40,2	42,5	32	0,083	10	5,85	15000	17000	6005.2ZRH	28,2	43,8	0,6	
25		47	12	0,6	40,2	42,5	32	0,084	10	5,85	10000		6005.2RSH	28,2	43,8	0,6	
25		47	12	0,6	40,2	42,5	32	0,083	10	5,85	10000		S6005.2RSH.W200B	28,2	43,8	0,6	

El rodamiento elegido es el 16005, con una C=7.2 kN y una C<sub>0</sub>=4.65 kN.

Se obtiene ahora el cociente entre F<sub>a</sub> y C<sub>0</sub>:

$$\frac{F_a}{C_0} = \frac{0.0415242}{4.65} = 0.00893$$

A partir de la tabla 15 y extrapolando se obtiene el coeficiente Y nuevo:

$$Y_{nueva} = \left[ \left( \frac{2 - 1}{0.5 - 0.025} \right) (0.025 - 0.00893) \right] + 2 = 2.033$$

La carga equivalente nueva es:

$$P_{nueva} = F_r X + F_a Y_{nueva} = 0.56 * 18.9308 + 2.033 * 41.5242 = 95.0545 \text{ N}$$

A continuación, se obtendrá el nuevo valor de C. Si este valor es menor al que da la tabla, entonces el rodamiento sirve:

$$C_{nueva} = \frac{C}{P} P_{nueva} = 1.4529 \text{ kN}$$

Es menor, por tanto, el rodamiento elegido sirve.

El número de millones de vueltas, L, que puede aguantar el rodamiento es de:

$$L = \left(\frac{C}{P}\right)^a = 15.2857^3 = 3571.5539 \text{ millones de vueltas}$$

El rodamiento podrá aguantar hasta aproximadamente 3600 millones de vueltas. La constante  $a$  es 3 debido a que es un rodamiento de bolas.

#### A.2.1.1.2 Apoyo B

En este caso, el rodamiento rígido de bolas sólo deberá soportar fuerza radial.

$$F_{radial} = \sqrt{(R_B^y)^2 + (R_B^z)^2} = 6.3621 \text{ N}$$

$$F_a = 0 \text{ N}$$

Por tanto, la carga equivalente será igual a la fuerza radial:

$$P = F_{radial} = 0.0063621 \text{ kN}$$

La seguridad de carga es la misma que en el caso del apoyo A:

$$\frac{C}{P} = 15.2857$$

Se obtiene C:

$$C = \frac{C}{P} P = 0.09725 \text{ kN}$$

Se elige el mismo rodamiento que para el apoyo A mediante la tabla 17. El rodamiento elegido es el 16005, con una  $C=7.2 \text{ kN}$  y una  $C_0=4.65 \text{ kN}$ .

El valor de L es:

$$L = \left(\frac{C}{P}\right)^a = 15.2857^3 = 3571.554 \text{ millones de vueltas}$$

#### A.2.1.2. Apoyos del eje de la corona

Se procede igual que en el eje del tornillo. Sin embargo, este eje lleva una velocidad angular de 20 rpm.

Las siguientes tablas se obtienen igualmente de los apuntes facilitados en Moodle en la asignatura "Cálculo de elementos de máquinas", excepto las tablas de los rodamientos, que, como se ha comentado anteriormente, se han obtenido del catálogo de FAG.

#### A.2.1.2.1 Apoyo A

Se calculan las fuerzas que ha de soportar el rodamiento rígido de bolas:

$$F_{radial} = \sqrt{(R_A^y)^2 + (R_A^z)^2} = 108.7305 \text{ N}$$

$$F_{axial} = R_A^x = 13.26389 \text{ N}$$

El cociente entre las dos fuerzas es:

$$\frac{F_a}{F_r} = \frac{13.26389}{108.7305} = 0.122$$

Es menor a los valores de  $e$  que aparecen en la tabla 11. Por tanto, el coeficiente X es 1 e Y es 0.

La carga equivalente es igual a la fuerza radial:

$$P = F_r = 108.7305 \text{ N}$$

Entrando en la anterior tabla 16 con una velocidad de 20 rpm en este caso, la seguridad de carga es, interpolando:

$$\frac{\left(\frac{C}{P}\right) - 5.75}{6.7 - 5.75} = \frac{20 - 16}{25 - 16} \rightarrow \frac{C}{P} = 6.1723$$

Así, C es:

$$C = \frac{C}{P} P = 6.1723 * 108.7305 = 671.1 \text{ N} = 0.671 \text{ kN}$$

Se busca un rodamiento con una C superior a la calculada para un diámetro de eje de 20 mm en la tabla 18:

Tabla 18

Eje	Dimensiones							Peso kg	Capacidad de carga		Velocidad límite mm <sup>-1</sup>	Velocidad de referencia	Denominación Rodamiento FAG	Medidas auxiliares		
	d mm	D	B	r <sub>s</sub> mm	H mm	H <sub>2</sub> mm	J mm		dyn. C <sub>0</sub>	stat. C <sub>0</sub>				D <sub>1</sub> mm	D <sub>2</sub> mm	r <sub>max</sub>
15	15	35	11	0.6	29.3	30.9	21.1	0.043	7.8	3.75	24000	24000	6205	19.2	30.8	0.6
	15	35	11	0.6	29.3	30.9	21.1	0.045	7.8	3.75	24000	24000	6205 W2005	19.2	30.8	0.6
	15	35	11	0.6	29.3	30.9	21.1	0.045	7.8	3.75	24000	24000	6205 ZFR	19.2	30.8	0.6
	15	35	11	0.6	29.3	30.9	21.1	0.045	7.8	3.75	14000	14000	6205 PRSH	19.2	30.8	0.6
	15	35	11	0.6	29.3	30.9	21.1	0.045	7.8	3.75	14000	14000	6205 PRSH W2005	19.2	30.8	0.6
	15	35	14	0.6	29.3	30.9	21.1	0.057	7.8	3.75	14000	14000	6205 ZFRSH	19.2	30.8	0.6
	15	42	13	1	33.5	35	23.6	0.088	11.4	5.4	43000	22000	6209	20.6	36.4	1
	15	42	13	1	33.5	35	23.6	0.088	11.4	5.4	43000	22000	6209 W2009	20.6	36.4	1
	15	42	13	1	33.5	35	23.6	0.088	11.4	5.4	18000	22000	6209 ZFR	20.6	36.4	1
	15	42	13	1	33.5	35	23.6	0.088	11.4	5.4	12000	12000	6209 PRSH	20.6	36.4	1
15	42	13	1	33.5	35	23.6	0.088	11.4	5.4	12000	12000	6209 PRSH W2009	20.6	36.4	1	
15	42	17	1	33.5	35	23.6	0.114	11.4	5.4	12000	12000	6209 ZFRSH	20.6	36.4	1	
17	17	35	8	0.3	29.4	30.8	22.6	0.03	6	3.25	28000	20000	16004	19	33	0.3
	17	35	10	0.3	29.4	30.8	22.6	0.038	6	3.25	28000	22000	6005	19	33	0.3
	17	35	10	0.3	29.4	30.8	22.6	0.038	6	3.25	28000	22000	6005 W2005	19	33	0.3
	17	35	10	0.3	29.4	30.8	22.6	0.04	6	3.25	25000	22000	6005 ZFR	19	33	0.3
	17	35	10	0.3	29.4	30.8	22.6	0.04	6	3.25	14000	14000	6005 PRSH	19	33	0.3
	17	35	10	0.3	29.4	30.8	22.6	0.04	6	3.25	14000	14000	6005 PRSH W2005	19	33	0.3
	17	40	12	0.6	33.1	34.4	24	0.066	9.5	4.75	22000	20000	6205	21.2	35.8	0.6
	17	40	12	0.6	33.1	34.4	24	0.067	9.5	4.75	22000	20000	6205 W2005	21.2	35.8	0.6
	17	40	12	0.6	33.1	34.4	24	0.067	9.5	4.75	12000	20000	6205 ZFR	21.2	35.8	0.6
	17	40	12	0.6	33.1	34.4	24	0.067	9.5	4.75	12000	12000	6205 PRSH	21.2	35.8	0.6
	17	40	12	0.6	33.1	34.4	24	0.067	9.5	4.75	12000	12000	6205 PRSH W2005	21.2	35.8	0.6
	17	40	16	0.6	33.1	34.4	24	0.087	9.5	4.75	12000	12000	6205 ZFRSH	21.2	35.8	0.6
	17	47	14	1	37.9	39.3	26.2	0.114	13.4	6.55	18000	20000	6209	22.6	41.4	1
	17	47	14	1	37.9	39.3	26.2	0.117	13.4	6.55	18000	20000	6209 W2009	22.6	41.4	1
	17	47	14	1	37.9	39.3	26.2	0.117	13.4	6.55	11000	20000	6209 ZFR	22.6	41.4	1
	17	47	14	1	37.9	39.3	26.2	0.118	13.4	6.55	11000	11000	6209 PRSH	22.6	41.4	1
	17	47	14	1	37.9	39.3	26.2	0.119	13.4	6.55	11000	11000	6209 PRSH W2009	22.6	41.4	1
	17	47	18	1	37.9	39.3	26.2	0.154	13.4	6.55	11000	11000	6209 ZFRSH	22.6	41.4	1
17	62	17	1.1	50.2	52.6	36.4	0.289	22.4	11.4	28000	17000	6409	26	53	1	
20	20	42	8	0.3	34.7	36.1	27.2	0.05	6.95	4.05	22000	16000	16004	22	40	0.3
	20	42	12	0.6	35.5	37.4	26.6	0.089	9.5	5	20000	20000	6004	23.2	38.8	0.6
	20	42	12	0.6	35.5	37.4	26.6	0.094	9.5	5	20000	20000	6004 W2004	23.2	38.8	0.6

El rodamiento elegido es el 16004 con una C=6.95 kN y C<sub>0</sub>=4.05 kN.

El número de millones de vueltas, L, que puede aguantar el rodamiento es de:

$$L = \left(\frac{C}{P}\right)^a = 6.1723^3 = 235.14 \text{ millones de vueltas}$$

#### A.2.1.2.2. Apoyo B

El rodamiento sólo deberá soportar fuerza radial.

$$F_{radial} = \sqrt{(R_B^y)^2 + (R_B^z)^2} = 64.909 \text{ N}$$

$$F_a = 0 \text{ N}$$

Por tanto, la carga equivalente será igual a la fuerza radial:

$$P = F_{radial} = 0.0649 \text{ kN}$$

Interpolando mediante la anterior tabla 16, la seguridad de carga es la misma que en el apoyo A:

$$\frac{C}{P} = 6.1723$$

Se obtiene C:

$$C = \frac{C}{P}P = 0.4006 \text{ kN}$$

Se elige el mismo rodamiento que para el apoyo A. El rodamiento elegido es el 16004 con una  $C=6.95 \text{ kN}$  y  $C_0=4.05 \text{ kN}$

El valor de L es:

$$L = \left(\frac{C}{P}\right)^a = 6.17^3 = 235.14 \text{ millones de vueltas}$$

### A.2.2. Selección de los rodamientos del montacargas

En este apartado se elegirán los rodamientos que se colocarán en los cuatro apoyos mediante el catálogo FAG. En los dos apoyos, a los que se le han denominado A y B, se colocarán rodamientos rígidos de bolas. El apoyo A absorbe la carga axial. A partir de distintos cálculos, se comprobará si dichos rodamientos son aptos.

En este caso se ha supuesto una duración de funcionamiento,  $L_h$ , de 20000 horas.

#### A.2.2.1. Apoyos primer eje

Para su elección, se ha de tener en cuenta la velocidad angular que lleva este eje, que es de 115.834 rpm.

Primero se comprobará el apoyo A y después el apoyo B.

##### A.2.2.1.1. Apoyo A

Se obtendrán las fuerzas axial y radial que deberá soportar el rodamiento rígido de bolas elegido para este apoyo. La fuerza radial dependerá de las fuerzas en las direcciones y y z. La fuerza axial es la fuerza que se produce en la dirección x.

$$F_{radial} = \sqrt{(R_A^y)^2 + (R_A^z)^2} = 744.2337 \text{ N}$$

$$F_{axial} = R_A^x = 120.981 \text{ N}$$

Para poder calcular la carga equivalente P, se han de obtener primero los coeficientes X e Y mediante la tabla 15. X es el coeficiente radial del rodamiento e Y es el coeficiente axial del rodamiento.

Para poder saber estos coeficientes primero se debe calcular la relación entre las dos fuerzas:

$$\frac{F_a}{F_r} = \frac{120.981}{744.2337} = 0.16256$$

Esta relación es menor a los valores de e que aparecen en dicha tabla. En este caso los valores son X=1 e Y=0.

$$P = F_r X + F_a Y = 744.2337 * 1 + 120.981 * 0 = 744.2337 \text{ N}$$

A continuación, se obtendrá la seguridad de carga,  $\frac{C}{P}$ , a partir de la tabla 16, donde ésta depende de la duración del funcionamiento y de las rpm del eje. C es la capacidad de carga del rodamiento, que se podrá calcular al obtener dicha seguridad de carga.

Por tanto, interpolando en la tabla se obtiene:

$$\frac{C}{P} = 5.177$$

La capacidad de carga es:

$$C = \frac{C}{P} P = 3852.897 \text{ N} = 3.85 \text{ kN}$$

Se busca un rodamiento con una C superior a la calculada para un diámetro de eje de 20 mm en la tabla 18. Así, el rodamiento elegido es el 16004 con C=6.95 kN y  $C_0=4.05 \text{ kN}$ .

El número de millones de vueltas,  $L$ , que puede aguantar el rodamiento es de:

$$L = \left(\frac{C}{P}\right)^a = 5.177^3 = 138.75 \text{ millones de vueltas}$$

#### A.2.2.1.2. Apoyo B

En este caso, el rodamiento sólo deberá soportar fuerza radial.

$$F_{radial} = \sqrt{(R_B^y)^2 + (R_B^z)^2} = 712.072 \text{ N}$$

$$F_a = 0 \text{ N}$$

Por tanto, la carga equivalente será igual a la fuerza radial:

$$P = F_{radial} = 0.712 \text{ kN}$$

A partir de la tabla 16 se obtiene la misma seguridad de carga que en el apoyo A:

$$\frac{C}{P} = 5.177$$

Se obtiene C:

$$C = \frac{C}{P} P = 3.686 \text{ kN}$$

Se elige el mismo rodamiento que para el apoyo A. El rodamiento elegido es el 16004, con una  $C=6.95 \text{ kN}$  y una  $C_0=4.05 \text{ kN}$ .

El valor de  $L$  es:

$$L = \left(\frac{C}{P}\right)^a = 5.177^3 = 138.75 \text{ millones de vueltas}$$

Quedaría colocado como se muestra en la figura 59:

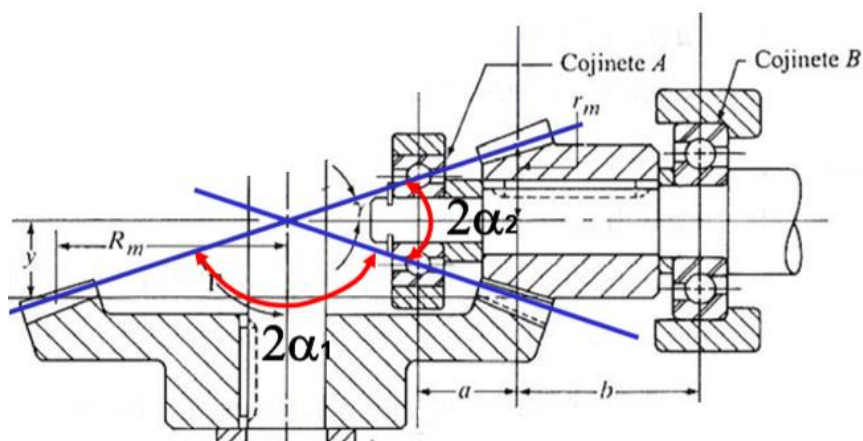


Figura 59

#### A.2.2.2. Apoyos segundo eje

Se procede igual que en el primer eje. Sin embargo, este eje lleva una velocidad angular de 28.9583 rpm.

Las tablas de rodamientos que se muestran a continuación, se han obtenido también del catálogo de FAG.

#### A.2.2.2.1. Apoyo A

Se calculan las fuerzas que ha de soportar el rodamiento rígido de bolas:

$$F_{radial} = \sqrt{(R_A^y)^2 + (R_A^z)^2} = 1575.7525 \text{ N}$$

$$F_{axial} = R_A^x = 483.9323 \text{ N}$$

El cociente entre las dos fuerzas es:

$$\frac{F_a}{F_r} = \frac{483.9323}{1575.7525} = 0.30711$$

Está entre los valores de  $e$  que aparecen en la tabla 15. Por tanto, el coeficiente X es 0.56. Para el coeficiente Y se itera:

$$Y = \left( \left( \frac{0.30711 - 0.27}{0.31 - 0.27} \right) * (1.4 - 1.6) \right) + 1.6 = 1.4144$$

La carga equivalente es:

$$P = F_r X + F_a Y = 1575.7525 * 0.56 + 483.9323 * 1.4144 = 1566.915 \text{ N}$$

Entrando en la anterior tabla 16, la seguridad de carga es, interpolando:

$$\frac{C}{P} = 3.247$$

Así, C es:

$$C = \frac{C}{P} P = 3.247 * 1566.915 = 5088.12 \text{ N} = 5.088 \text{ kN}$$

Se busca un rodamiento con una C superior a la calculada para un diámetro de eje de 30 mm en la tabla 19:



Tabla 19

Eje	Dimensiones							Peso kg	Capacidad de carga		Velocidad límite min <sup>-1</sup>	Velocidad de referencia	Denominación abreviada	Medidas auxiliares		
	d mm	D	B	r <sub>s</sub> mm	H	H <sub>1</sub>	J		d <sub>yn</sub> kN	stat. C <sub>0</sub>				Rodamiento FAG	D <sub>1</sub> mm	D <sub>2</sub> mm
20	47	14	1	38,4	41	28,8	0,105	12,7	6,55	18000		6204	25,6	41,4	1	
	47	14	1	38,4	41	28,8	0,105	12,7	6,55	18000	18000	S6204.W200B	25,6	41,4	1	
	47	14	1	38,4	41	28,8	0,109	12,7	6,55	15000	18000	S6204.Z2H	25,6	41,4	1	
	47	14	1	38,4	41	28,8	0,109	12,7	6,55	10000	18000	S6204.ZHSR	25,6	41,4	1	
	47	14	1	38,4	41	28,8	0,108	12,7	6,55	10000		S6204.ZHSR.W200B	25,6	41,4	1	
	47	18	1	38,4	41	28,8	0,139	12,7	6,55	10000		S6204.ZHSR	25,6	41,4	1	
	52	15	1,1	41,9	44,4	30,3	0,151	16	7,8	34000	18000	6304	27	45	1	
	52	15	1,1	41,9	44,4	30,3	0,151	16	7,8	34000	18000	S6304.W200B	27	45	1	
	52	15	1,1	41,9	44,4	30,3	0,155	16	7,8	14000	18000	S6304.Z2H	27	45	1	
	52	15	1,1	41,9	44,4	30,3	0,155	16	7,8	9500	18000	S6304.ZHSR	27	45	1	
	52	21	1,1	42,1	44,4	30,3	0,209	16	7,8	9500		S6304.ZHSR	27	45	1	
	72	19	1,1	55		37	0,415	30,5	15	28000	15000	6404	29	53	1	
25	47	8	0,3	39,7	41,1	32,2	0,055	7,2	4,05	18000	14000	16005	27	45	0,3	
	47	12	0,6	40,2	42,5	32	0,08	10	5,85	36000	17000	6005	28,2	43,8	0,6	
	47	12	0,6	40,2	42,5	32	0,082	10	5,85	36000	17000	S6005.W200B	28,2	43,8	0,6	
	47	12	0,6	40,2	42,5	32	0,084	10	5,85	15000	17000	S6005.Z2H	28,2	43,8	0,6	
	47	12	0,6	40,2	42,5	32	0,084	10	5,85	10000	17000	S6005.ZHSR	28,2	43,8	0,6	
	47	12	0,6	40,2	42,5	32	0,082	10	5,85	10000		S6005.ZHSR.W200B	28,2	43,8	0,6	
	52	15	1	43,8	45,4	33,5	0,128	14	7,8	17000	17000	6205	30,6	46,4	1	
	52	15	1	43,8	45,4	33,5	0,128	14	7,8	17000	17000	S6205.W200B	30,6	46,4	1	
	52	15	1	43,8	45,4	33,5	0,132	14	7,8	14000	17000	S6205.Z2H	30,6	46,4	1	
	52	15	1	43,8	45,4	33,5	0,132	14	7,8	9000	17000	S6205.ZHSR	30,6	46,4	1	
	52	15	1	43,8	45,4	33,5	0,132	14	7,8	9000		S6205.ZHSR.W200B	30,6	46,4	1	
	52	18	1	43,8	45,4	33,5	0,156	14	7,8	9000		S6205.ZHSR	30,6	46,4	1	
30	55	9	0,3	47,5	48,8	37,7	0,082	11,2	7,35	18000	12000	16006	32	53	0,3	
	55	13	1	47,2	49,2	38,3	0,122	12,7	8	35000	15000	6006	34,6	50,4	1	
	55	13	1	47,2	49,2	38,3	0,109	12,7	8	35000	15000	S6006.W200B	34,6	50,4	1	
	55	13	1	47,2	49,2	38,3	0,125	12,7	8	13000	15000	S6006.Z2H	34,6	50,4	1	
	55	13	1	47,2	49,2	38,3	0,125	12,7	8	8500	15000	S6006.ZHSR	34,6	50,4	1	

El rodamiento elegido es el 16006 con una C=11.2 kN y C<sub>0</sub>=7.35 kN.

El cociente entre F<sub>a</sub> y C<sub>0</sub> es:

$$\frac{F_a}{C_0} = \frac{0.483}{7.35} = 0.06584$$

Interpolando para obtener coeficiente Y nuevo:

$$Y_{nueva} = \left[ \left( \frac{0.06584 - 0.04}{0.07 - 0.04} \right) (1.6 - 1.8) \right] + 1.8 = 1.6277$$

La carga equivalente nueva es:

$$P_{nueva} = F_r X + F_a Y_{nueva} = 0.56 * 1575.7525 + 1.6277 * 483.9323 = 1.67 \text{ kN}$$

El nuevo valor de C es:

$$C_{nueva} = \frac{C}{P} P_{nueva} = 5.423 \text{ kN}$$

Este valor es inferior a la C de la tabla, por tanto, el rodamiento es válido.

El número de millones de vueltas, L, que puede aguantar el rodamiento es de:

$$L = \left( \frac{C}{P} \right)^a = 3.247^3 = 34.24 \text{ millones de vueltas}$$

#### A.2.2.2.2. Apoyo B

En este caso, el rodamiento de rodillos cónicos sólo deberá soportar fuerza radial.

$$F_{radial} = \sqrt{(R_B^y)^2 + (R_B^z)^2} = 1767.7028 \text{ N}$$

$$F_a = 0 \text{ N}$$

Por tanto, la carga equivalente será igual a la fuerza radial:

$$P = F_{radial} = 1767.7028 \text{ kN}$$

La seguridad de carga es la misma que en el apoyo A:

$$\frac{C}{P} = 3.247$$

Se obtiene C:

$$C = \frac{C}{P} P = 5.74 \text{ kN}$$

Se busca un rodamiento con una C superior a la calculada para un diámetro de eje de 30 mm en la tabla 19. Se elige el mismo que el del apoyo A. Por tanto, el rodamiento elegido es el 16006, con una C=11.2 kN y una  $C_0=7.35$  kN.

El valor de L es:

$$L = \left(\frac{C}{P}\right)^a = 3.247^3 = 34.24 \text{ millones de vueltas}$$

## ANEXO III Cálculo de las chavetas

### A.3.1. Selección de las chavetas de la bobinadora

Tanto la corona como el tornillo sin fin deben girar solidarios a sus respectivos ejes. Para ello se unirán a ellos mediante chavetas.

Se obtendrá la anchura y la altura de la chaveta mediante tablas en función del diámetro del eje donde se quiera colocar.

Para obtener la longitud mínima que ha de tener dicha chaveta, se estudiarán los fallos por cortadura y aplastamiento de los materiales del eje, del cubo y de la chaveta.

En el caso del tornillo, éste ya viene con chaveta incluida, por lo que se calculará el coeficiente de seguridad para saber si soportaría las cargas.

Para el material de la chaveta se elegirá el mismo que el del eje, es decir, un PA66 sin aditivos, cuya tensión de fluencia es de 84 MPa. Se fijará el coeficiente de seguridad de estas uniones en 3.

Las tablas utilizadas a continuación, se obtienen de los apuntes facilitados en uno de los trabajos realizados en la asignatura “Cálculo de elementos de máquinas”.

#### A.3.1.1. Unión eje-tornillo sin fin

El tornillo sin fin ya tiene asignada una chaveta en el catálogo recogido en el anexo VI. Informan sobre la anchura de la chaveta y la distancia  $H$ , que es la suma del diámetro del eje más la chaveta ya puesta. Los datos a tener en cuenta en el cálculo son:

$$b = 8 \text{ mm}$$

$$H = 28 \text{ mm}$$

$$d_{\text{eje}} = 25 \text{ mm}$$

$$\sigma_{f\text{material eje}} = 84 \text{ MPa}$$

$$\sigma_{f\text{material chaveta}} = 84 \text{ MPa}$$

$$\sigma_{f\text{material cubo}} = 220 \text{ MPa}$$

Donde  $\sigma_{f\text{material eje}}$  es la tensión de fluencia del material utilizado para el eje,  $\sigma_{f\text{material chaveta}}$  es la tensión de fluencia del material de la chaveta y  $\sigma_{f\text{material cubo}}$  es la tensión de fluencia del material del cubo. El cubo, en este caso, es el tornillo sin fin.

Siendo  $a$  la altura de la chaveta y  $e$  la parte de la altura de la chaveta que está dentro del eje, se sabe que  $a - e = 3 \text{ mm}$ , ya que  $d_{\text{eje}} - H = 3 \text{ mm}$ . Teniendo en cuenta las dimensiones dadas para la chaveta para un diámetro de 25 mm en la tabla 20, se puede suponer que  $a = 9 \text{ mm}$  y  $e = 6 \text{ mm}$ .

Tabla 20

Pasadores y chavetas		Chavetas paralelas (lengüetas)										TABLA 21 . 13			
<p>Chaveta paralela de deslizamiento Concuerda con la norma DIN 269</p>															
Diámetro del eje d		Chaveta		Chavetero				Diámetro del eje d		Chaveta		Chavetero			
Mín.	Máx.	a	b	Eje		Cubo		Mín.	Máx.	a	b	Eje		Cubo	
				e	h <sub>1</sub>	f	h					e	h <sub>1</sub>	f	h
8	10	3	3	1,8		1,3		92	110	16	28	8		8,3	
10	12	4	4	2,5		1,7		110	130	18	32	9		9,3	
12	17	5	5	3		2,2		130	150	20	36	10		10,3	
17	22	6	6	3,5		2,7		150	170	22	40	11		11,3	
22	30	7	8	4		3,2		170	200	25	45	13		12,3	
30	38	8	10	4,5		3,7		200	230	28	50	14		14,3	
36	44	8	12	4,5		3,7		230	260	30	55	15		15,3	
44	50	9	14	5		4,2		260	290	32	60	16		16,4	
50	58	10	16	5		5,2		290	330	36	70	18		18,4	
58	68	11	18	6		5,5		330	380	40	80	20		20,4	
68	78	12	20	6		6,5		380	440	45	90	23		22,4	
78	92	14	24	7		7,5		440	500	50	100	25		25,4	

La fuerza que se ejerce sobre la chaveta se obtiene mediante el momento que se produce en el eje. En este caso el momento del eje es el momento de motor:

$$M_{eje} = M_{motor} = 318.31 \text{ Nmm}$$

$$M_{eje} = F_{chaveta} \left( \frac{d_{eje}}{2} \right) \rightarrow F_{chaveta} = \frac{M_{eje}}{\frac{d_{eje}}{2}} = \frac{318.31}{\frac{25}{2}} = 25.4648 \text{ N}$$

La chaveta puede fallar tanto por cortadura como por aplastamiento. Éste último puede ser sobre el cubo o sobre eje.

#### A.3.1.1.1. Fallo por cortadura

En este caso sólo hay tensión cortante.

La tensión cortante admisible o máxima se puede calcular mediante el Teorema del Cortante Máximo o mediante la fuerza en la chaveta:

$$\tau_{máx} = \frac{\sigma_{fmaterialchaveta}}{2C_s}$$

$$\tau = \frac{F_{chaveta}}{A_c}$$

Donde  $A_c$  es el área que puede ser cortada en la chaveta  $b \cdot L$ . La longitud de la chaveta será la misma que la longitud del tornillo, que es 60 mm, y  $b$  es la anchura de 8 mm. Por tanto,  $A_c$  es:

$$A_c = 8 * 60 = 480 \text{ mm}^2$$

La tensión cortante tiene un valor de:

$$\tau = \frac{F_{chaveta}}{A_c} = \frac{25.4648}{480} = 0.053 \text{ MPa}$$

El coeficiente de seguridad es:

$$\tau_{máx} = \frac{\sigma_{fmaterialchaveta}}{2C_s} \rightarrow 0.053 = \frac{84}{2 * C_s} \rightarrow C_s = 792.4$$

Como se puede observar, el coeficiente de seguridad es muy elevado, ya que está sobredimensionado. La chaveta no fallará a cortadura.

#### A.3.1.1.2. Fallo por aplastamiento

La chaveta puede sufrir aplastamiento sobre el cubo o sobre el eje.

En este caso se produce tensión normal y tensión cortante.

##### A.3.1.1.2.1. Aplastamiento chaveta-cubo

La tensión normal depende de la fuerza que se produce en la chaveta y del área aplastada, en este caso, contra el cubo.

$$\sigma_{ch-c} = \frac{F_{chaveta}}{A_{ch-c}}$$

La tensión cortante máxima es la mitad de la tensión normal:

$$\tau = \frac{\sigma_{ch-c}}{2} = \frac{\frac{F_{chaveta}}{2}}{A_{ch-c}}$$

La sección total aplastada es:

$$A_{ch-c} = (a - e)L \rightarrow A_{ch-c} = 3 * 60 = 180 \text{ mm}^2$$

La tensión cortante tiene el siguiente valor:

$$\tau = \frac{\sigma_{ch-c}}{2} = \frac{\frac{F_{chaveta}}{2}}{A_{ch-c}} = \frac{12.7324}{180} = 0.07 \text{ MPa}$$

Además, esta cortante se puede obtener mediante el TCM. Hay que poner la tensión de fluencia de la chaveta, ya que entre el material del cubo y el de la chaveta, ésta última tiene el valor más desfavorable:

$$\tau_{\text{máx}} = \frac{\sigma_{f\text{materialchaveta}}}{2C_s} \rightarrow 0.07 = \frac{84}{2 * C_s} \rightarrow C_s = 600$$

La tensión normal producida es:

$$\sigma_{ch-c} = \frac{F_{chaveta}}{A_{ch-c}} = \frac{25.4648}{180} = 0.14 \text{ MPa}$$

El coeficiente de seguridad es muy elevado, no fallará por aplastamiento contra el eje.

##### A.3.1.1.2.2. Aplastamiento chaveta-eje

Se procede exactamente igual que en el apartado anterior, pero en este caso la tensión de fluencia a elegir es el más desfavorable entre los materiales de la chaveta y el eje, siendo el mismo para los dos.

$$\tau = \frac{\sigma_{ch-e}}{2} = \frac{\frac{F_{chaveta}}{2}}{A_{ch-e}} = \frac{25.4648}{2A_{ch-e}}$$

Siendo  $A_{ch-e}$  el área aplastada contra el eje, que es:

$$A_{ch-e} = eL \rightarrow A_{ch-e} = 6 * 60 = 360 \text{ mm}^2$$

La tensión cortante es de:

$$\tau = \frac{\sigma_{ch-e}}{2} = \frac{\frac{F_{chaveta}}{2}}{A_{ch-e}} = \frac{12.7324}{360} = 0.03536 \text{ MPa}$$

Aplicando el TCM:

$$\tau_{m\acute{a}x} = \frac{\sigma_{fmaterialchaveta}}{2C_s} \rightarrow 0.03536 = \frac{84}{2 * C_s} \rightarrow C_s = 1187.8$$

La tensión normal es:

$$\sigma_{ch-e} = \frac{F_{chaveta}}{A_{ch-e}} = \frac{25.4648}{360} = 0.07 \text{ MPa}$$

No fallará por aplastamiento contra el cubo, ya que el coeficiente de seguridad es muy alto.

#### A.3.1.1.3. Chaveta elegida

Por tanto, la chaveta es:

$$L = 60 \text{ mm}$$

$$b = 8 \text{ mm}$$

$$e = 6 \text{ mm}$$

$$a = 9 \text{ mm}$$

#### A.3.1.2. Unión eje-corona

Los datos a tener en cuenta en el cálculo son:

$$C_s = 3$$

$$d_{eje} = 20 \text{ mm}$$

$$\sigma_{fmaterial eje} = 84 \text{ MPa}$$

$$\sigma_{fmaterial chaveta} = 84 \text{ MPa}$$

$$\sigma_{fmaterial cubo} = 38 \text{ MPa}$$

El momento en el eje es el momento de salida sin corregir obtenido anteriormente.

$$M_{eje} = M_{ts} = 1245.5938 \text{ Nmm}$$

La fuerza que se ejerce en la chaveta es:

$$F_{chaveta} = \frac{M_{ts}}{\frac{d_{eje}}{2}} = \frac{1245.5938}{10} = 124.5594 \text{ N}$$

#### A.3.1.2.1. Fallo por cortadura

Se procede de la misma forma que en la unión eje-tornillo sin fin. En este caso se deben elegir las dimensiones de la chaveta para un diámetro de eje de 20 mm en la anterior tabla 20. Estas dimensiones serán b=6, e=3.5 y a=6.

Primero se obtiene la tensión cortante máxima, y a continuación la sección  $A_c$ .

$$\tau_{m\acute{a}x} = \frac{\sigma_{fmaterialchaveta}}{2C_s} = \frac{84}{2 * 3} = 14 \text{ MPa}$$

$$\tau = \frac{F_{chaveta}}{A_c} \rightarrow A_c = \frac{F_{chaveta}}{\tau} = \frac{124.5594}{14} = 8.8971 \text{ mm}^2$$

Ya se puede obtener la longitud mínima que ha de tener la chaveta para que no falle a cortadura:

$$A_c = b * L \rightarrow L = \frac{A_c}{b} = \frac{8.8971}{6} = 1.483 \text{ mm}$$

#### A.3.1.2.2. Fallo por aplastamiento

La chaveta puede sufrir aplastamiento sobre el cubo o sobre el eje.

En este caso se produce tensión normal y tensión cortante.

##### A.3.1.2.2.1. Aplastamiento chaveta-cubo

Se procederá igual que en la unión eje-tornillo sin fin.

La tensión normal depende de la fuerza que se produce en la chaveta y del área aplastada, en este caso, contra el cubo.

$$\sigma_{ch-c} = \frac{F_{chaveta}}{A_{ch-c}}$$

La tensión cortante máxima es la mitad de la tensión normal:

$$\tau = \frac{\sigma_{ch-c}}{2} = \frac{\frac{F_{chaveta}}{A_{ch-c}}}{2}$$

Además, esta cortante se puede obtener mediante el TCM. Hay que poner la tensión de fluencia del cubo ya que es más desfavorable que la de la chaveta.

$$\tau_{m\acute{a}x} = \frac{\sigma_{fmaterialchaveta}}{2C_s} = \frac{38}{2 * 3} = 6.333 \text{ MPa}$$

La sección total aplastada es:

$$\tau = \frac{\sigma_{ch-c}}{2} = \frac{\frac{F_{chaveta}}{A_{ch-c}}}{2} \rightarrow 6.333 = \frac{\frac{124.5594}{2}}{A_{ch-c}} \rightarrow A_{ch-c} = \frac{\frac{124.5594}{2}}{6.333} = 9.834 \text{ mm}^2$$

La tensión normal producida es:

$$\sigma_{ch-c} = \frac{F_{chaveta}}{A_{ch-c}} = \frac{124.5594}{9.834} = 12.666 \text{ MPa}$$

El área aplastada se obtiene de la siguiente forma:

$$A_{ch-c} = (a - e)L$$

La longitud mínima de la chaveta para que no se produzca fallo por aplastamiento contra el cubo es de:

$$A_{ch-c} = (a - e)L \rightarrow 9.834 = (6 - 3.5)L \rightarrow L = \frac{9.834}{2.5} = 3.9336 \text{ mm}$$

#### A.3.1.2.2.2. Aplastamiento chaveta-eje

Se procede exactamente igual que en el apartado anterior, pero en este caso la tensión de fluencia a elegir es el más desfavorable entre los materiales de la chaveta y el eje, siendo el mismo para los dos.

$$\tau = \frac{\sigma_{ch-e}}{2} = \frac{\frac{F_{chaveta}}{2}}{A_{ch-e}} = \frac{\frac{124.5594}{2}}{A_{ch-e}}$$

Siendo  $A_{ch-e}$  el área aplastada contra el eje.

Aplicando el TCM:

$$\tau_{m\acute{a}x} = \frac{\sigma_{fmaterialchaveta}}{2C_s} = \frac{84}{2 * 3} = 14 \text{ MPa}$$

Por tanto, el área aplastada es:

$$\begin{aligned} \tau = \frac{\sigma_{ch-e}}{2} = \frac{\frac{F_{chaveta}}{2}}{A_{ch-e}} = \frac{\frac{124.5594}{2}}{A_{ch-e}} \rightarrow 14 = \frac{\frac{124.5594}{2}}{A_{ch-e}} \rightarrow \\ \rightarrow A_{ch-e} = \frac{\frac{124.5594}{2}}{14} = 4.448 \text{ mm}^2 \end{aligned}$$

La tensión normal es:

$$\sigma_{ch-e} = \frac{F_{chaveta}}{A_{ch-e}} = \frac{124.5594}{4.448} = 28 \text{ MPa}$$

El área aplastada se obtiene de la siguiente forma:

$$A_{ch-e} = eL$$

La longitud mínima de la chaveta para que no se produzca fallo por aplastamiento contra el cubo es de:

$$A_{ch-e} = eL \rightarrow 4.448 = 3.5L \rightarrow L = \frac{4.448}{3.5} = 1.27 \text{ mm}$$

#### A.3.1.2.3 Chaveta elegida

La chaveta a elegir debe tener como mínimo una longitud de 3.9336 mm. Como esta dimensión es muy pequeña, se utilizaría una chaveta de longitud 40 mm, que es la longitud del cubo de la corona. Por tanto, las dimensiones de la chaveta elegida son:

$$L = 40 \text{ mm}$$

$$b = 6 \text{ mm}$$

$$e = 3.5 \text{ mm}$$

$$a = 6 \text{ mm}$$



Como se puede observar en el apartado cuatro, las cargas que se producen son muy pequeñas, lo que hace que todo esté sobredimensionado y salgan coeficientes muy altos. Se podría hacer de plástico para que fuese más ligero, pero se va a realizar en acero para aumentar la durabilidad. El uso de un motor eléctrico en vez de utilizar una manivela manual, permite que la velocidad del giro de la bobina sea mayor, por lo tanto, el bobinado será más rápido que con la diseñada por Leonardo da Vinci.

### A.3.2. Selección de las chavetas del montacargas

Los tres engranajes y las dos poleas deben girar solidarios a sus respectivos ejes. Para ello se unirán a ellos mediante chavetas.

Se obtendrá la anchura y la altura de la chaveta mediante tablas en función del diámetro del eje donde se quiera colocar.

Para obtener la longitud mínima que ha de tener dicha chaveta, se estudiarán los fallos por cortadura y aplastamiento de los materiales del eje, del cubo y de la chaveta.

Para el material de la chaveta se elegirá el mismo que se ha utilizado para el eje y los engranajes, es decir, un acero al carbono C45, cuya tensión de fluencia es de 220 MPa. Se fijará el coeficiente de seguridad de estas uniones en 3.

Las tablas utilizadas a continuación, se obtienen de los apuntes facilitados en uno de los trabajos realizados en la asignatura "Cálculo de elementos de máquinas".

En todos los cálculos se procederá de la misma manera que en la bobinadora.

#### A.3.2.1. Unión piñón-primer eje

Los datos son:

$$C_s = 3$$

$$d_{eje} = 20 \text{ mm}$$

$$\sigma_{f\text{materiales}} = 220 \text{ MPa}$$

La fuerza generada en la chaveta depende del radio del eje y el momento sin corregir,  $M_t$ :

$$F_{chaveta} = \frac{M_t}{\frac{d_{eje}}{2}} = \frac{49003.61}{10} = 4900.361 \text{ N}$$

##### A.3.2.1.1. Fallo por cortadura

Sólo se produce tensión cortante.

En este caso se deben elegir las dimensiones de la chaveta para un diámetro de eje de 20 mm en la anterior tabla 20. Estas dimensiones serán  $b=6$ ,  $e=3.5$  y  $a=6$ .

La tensión máxima admisible es:

$$\tau_{m\acute{a}x} = \frac{\sigma_{f\text{materiales}}}{2C_s} = \frac{220}{2 * 3} = 36.67 \text{ MPa}$$

A continuación, se obtiene el área de la chaveta que sufriría a cortadura,  $A_c$ :

$$\tau = \frac{F_{chaveta}}{A_c} \rightarrow A_c = \frac{4900.361}{36.67} = 133.634 \text{ mm}^2$$

El área de la chaveta que falla a cortadura es:

$$A_c = bL$$

La longitud de la chaveta para que no falle a cortadura es:

$$A_c = bL \rightarrow L = \frac{A_c}{b} = \frac{133.634}{6} = 22.272 \text{ mm}$$

#### A.3.2.1.2. Fallo por aplastamiento

La chaveta puede aplastarse contra el eje o contra el piñón, al que llamaremos cubo.

Se produce tensión normal y tensión cortante.

##### A.3.2.1.2.1. Aplastamiento chaveta-cubo

La tensión normal depende de la fuerza que se produce en la chaveta y del área aplastada, en este caso, contra el cubo.

$$\sigma_{ch-c} = \frac{F_{chaveta}}{A_{ch-c}}$$

La tensión cortante máxima es la mitad de la tensión normal:

$$\tau = \frac{\sigma_{ch-c}}{2} = \frac{\frac{F_{chaveta}}{2}}{A_{ch-c}}$$

Además, esta cortante se puede obtener mediante el TCM:

$$\tau_{m\acute{a}x} = \frac{\sigma_{f\text{materiales}}}{2C_s} = \frac{220}{2 * 3} = 36.67 \text{ MPa}$$

La sección total aplastada es:

$$\tau = \frac{\sigma_{ch-c}}{2} = \frac{\frac{F_{chaveta}}{2}}{A_{ch-c}} \rightarrow 36.67 = \frac{\frac{4900.361}{2}}{A_{ch-c}} \rightarrow A_{ch-c} = \frac{\frac{4900.361}{2}}{36.67} = 66.817 \text{ mm}^2$$

La tensión normal producida es:

$$\sigma_{ch-c} = \frac{F_{chaveta}}{A_{ch-c}} = \frac{4900.361}{66.817} = 73.34 \text{ MPa}$$

El área aplastada se obtiene de la siguiente forma:

$$A_{ch-c} = (a - e)L$$

La longitud mínima de la chaveta para que no se produzca fallo por aplastamiento contra el cubo es de:

$$A_{ch-c} = (a - e)L \rightarrow 66.817 = (6 - 3.5)L \rightarrow L = \frac{66.817}{2.5} = 26.7268 \text{ mm}$$

##### A.3.2.1.2.2. Aplastamiento chaveta-eje

Se procede igual que en el apartado anterior.

La tensión cortante según el TCM es:

$$\tau_{m\acute{a}x} = \frac{\sigma_{f\text{materiales}}}{2C_s} = \frac{220}{2 * 3} = 36.67 \text{ MPa}$$

El área en la que se produciría aplastamiento es de:

$$\tau = \frac{\sigma_{ch-c}}{2} = \frac{F_{chaveta}}{2 A_{ch-c}} \rightarrow 36.67 = \frac{4900.361}{2 A_{ch-c}} \rightarrow A_{ch-c} = \frac{4900.361}{36.67} = 66.817 \text{ mm}^2$$

La tensión normal tiene el siguiente valor:

$$\sigma_{ch-c} = \frac{F_{chaveta}}{A_{ch-c}} = \frac{4900.361}{66.817} = 73.34 \text{ MPa}$$

En este caso, la sección de aplastamiento se podría calcular de la siguiente manera:

$$A_{ch-e} = eL$$

Por tanto, la longitud que debería tener la chaveta para que no se produjera aplastamiento contra el eje sería:

$$A_{ch-e} = eL \rightarrow L = \frac{66.817}{3.5} = 19.09 \text{ mm}$$

#### A.3.2.1.3. Chaveta elegida

Para que la chaveta no falle ni por aplastamiento ni por cortadura, debe tener una longitud algo mayor de 26 mm. Por ello, se puede elegir una chaveta con una longitud de 60 mm, que es la longitud del piñón. Así, las dimensiones de la chaveta escogida serían:

$$L = 60 \text{ mm}$$

$$a = 6 \text{ mm}$$

$$b = 6 \text{ mm}$$

$$e = 3.5 \text{ mm}$$

#### A.3.2.2. Unión corona-segundo eje

Los datos son:

$$C_s = 3$$

$$d_{eje} = 30 \text{ mm}$$

$$\sigma_{f\text{materiales}} = 220 \text{ MPa}$$

La fuerza generada en la chaveta depende del radio del eje y el momento sin corregir,  $M_t$ :

$$F_{chaveta} = \frac{M_t * i}{\frac{d_{eje}}{2}} = \frac{196014.44}{15} = 13067.63 \text{ N}$$

##### A.3.2.2.1. Fallo por cortadura

Sólo se produce tensión cortante.

En este caso se deben elegir las dimensiones de la chaveta para un diámetro de eje de 30 mm en la anterior tabla 20. Estas dimensiones serán  $b=10$ ,  $e=4.5$  y  $a=8$ .

La tensión máxima admisible es:

$$\tau_{m\acute{a}x} = \frac{\sigma_{f\text{materiales}}}{2C_s} = \frac{220}{2 * 3} = 36.67 \text{ MPa}$$

A continuación, se obtiene el área de la chaveta que sufriría a cortadura,  $A_c$ :

$$\tau = \frac{F_{chaveta}}{A_c} \rightarrow A_c = \frac{13067.63}{36.67} = 356.357 \text{ mm}^2$$

El área de la chaveta que falla a cortadura es:

$$A_c = bL$$

La longitud de la chaveta para que no falle a cortadura es:

$$A_c = bL \rightarrow L = \frac{A_c}{b} = \frac{356.357}{10} = 35.63 \text{ mm}$$

Como las coronas deben desplazarse 80 mm, en realidad la longitud de la chaveta para que no falle a cortadura es la calculada anteriormente más esos 80 mm de recorrido.

#### A.3.2.2.2. Fallo por aplastamiento

La chaveta puede aplastarse contra el eje o contra el piñón, al que llamaremos cubo.

Se produce tensión normal y tensión cortante.

##### A.3.2.2.2.1. Aplastamiento chaveta-cubo

La tensión normal depende de la fuerza que se produce en la chaveta y del área aplastada, en este caso, contra el cubo.

$$\sigma_{ch-c} = \frac{F_{chaveta}}{A_{ch-c}}$$

La tensión cortante máxima es la mitad de la tensión normal:

$$\tau = \frac{\sigma_{ch-c}}{2} = \frac{\frac{F_{chaveta}}{2}}{A_{ch-c}}$$

Además, esta cortante se puede obtener mediante el TCM:

$$\tau_{m\acute{a}x} = \frac{\sigma_{f\text{materiales}}}{2C_s} = \frac{220}{2 * 3} = 36.67 \text{ MPa}$$

La sección total aplastada es:

$$\tau = \frac{\sigma_{ch-c}}{2} = \frac{\frac{F_{chaveta}}{2}}{A_{ch-c}} \rightarrow 36.67 = \frac{\frac{13067.63}{2}}{A_{ch-c}} \rightarrow A_{ch-c} = \frac{\frac{13067.63}{2}}{36.67} = 178.178 \text{ mm}^2$$

La tensión normal producida es:

$$\sigma_{ch-c} = \frac{F_{chaveta}}{A_{ch-c}} = \frac{13067.63}{178.178} = 73.34 \text{ MPa}$$

El área aplastada se obtiene de la siguiente forma:

$$A_{ch-c} = (a - e)L$$

La longitud mínima de la chaveta para que no se produzca fallo por aplastamiento contra el cubo es de:

$$A_{ch-c} = (a - e)L \rightarrow 178.178 = (8 - 4.5)L \rightarrow L = \frac{178.178}{3.5} = 50.908 \text{ mm}$$

La longitud de la chaveta para que no falle en este caso por aplastamiento es la calculada más el recorrido de 80 mm.

#### A.3.2.2.2. Aplastamiento chaveta-eje

Se procede igual que en el apartado anterior.

La tensión cortante según el TCM es:

$$\tau_{m\acute{a}x} = \frac{\sigma_{f\text{materiales}}}{2C_s} = \frac{220}{2 * 3} = 36.67 \text{ MPa}$$

El área en la que se produciría aplastamiento es de:

$$\tau = \frac{\sigma_{ch-c}}{2} = \frac{\frac{F_{chaveta}}{2}}{A_{ch-c}} \rightarrow 36.67 = \frac{\frac{13067.63}{2}}{A_{ch-c}} \rightarrow A_{ch-c} = \frac{\frac{13067.63}{2}}{36.67} = 178.178 \text{ mm}^2$$

La tensión normal tiene el siguiente valor:

$$\sigma_{ch-c} = \frac{F_{chaveta}}{A_{ch-c}} = \frac{13067.63}{178.178} = 73.34 \text{ MPa}$$

En este caso, la sección de aplastamiento se podría calcular de la siguiente manera:

$$A_{ch-e} = eL$$

Por tanto, la longitud que debería tener la chaveta para que no se produjera aplastamiento contra el eje sería:

$$A_{ch-e} = eL \rightarrow L = \frac{178.178}{4.5} = 39.59 \text{ mm}$$

La longitud de la chaveta para que no falle por aplastamiento contra el eje es la calculada, L, más el recorrido de 80 mm.

#### A.3.2.2.3. Chaveta elegida

Para que la chaveta no falle ni por aplastamiento ni por cortadura, debe tener una longitud de 50.908 mm. Se escogería una longitud para la chaveta de 70 mm, que es la longitud de las coronas. A esa longitud se le deben sumar los 80 mm de recorrido de cada corona, por tanto, la longitud de la chaveta ha de ser de 150 mm. Por ello, se debe elegir una chaveta con una longitud de 150 mm. Así, las dimensiones de la chaveta escogida serían:

$$L = 150 \text{ mm}$$

$$a = 8 \text{ mm}$$

$$b = 10 \text{ mm}$$

$$e = 4.5 \text{ mm}$$

#### A.3.2.3. Unión poleas-segundo eje

Los datos son:

$$C_s = 3$$

$$d_{eje} = 30 \text{ mm}$$

$$\sigma_{feje} = \sigma_{fchaveta} = 220 \text{ MPa}$$

$$\sigma_{fpolea} = 200 \text{ MPa}$$

La fuerza generada en la chaveta depende del radio del eje y el momento no corregido,  $M_t$ :

$$F_{chaveta} = \frac{M_t * i}{\frac{d_{eje}}{2}} = \frac{196014.44}{15} = 13067.63 \text{ N}$$

#### A.3.2.3.1. Fallo por cortadura

Sólo se produce tensión cortante.

En este caso se deben elegir las dimensiones de la chaveta para un diámetro de eje de 30 mm en la anterior tabla 20. Estas dimensiones serán  $b=10$ ,  $e=4.5$  y  $a=8$ .

La tensión máxima admisible es:

$$\tau_{m\acute{a}x} = \frac{\sigma_{fchaveta}}{2C_s} = \frac{220}{2 * 3} = 36.67 \text{ MPa}$$

A continuación, se obtiene el área de la chaveta que sufriría a cortadura,  $A_c$ :

$$\tau = \frac{F_{chaveta}}{A_c} \rightarrow A_c = \frac{13067.63}{36.67} = 356.357 \text{ mm}^2$$

El área de la chaveta que falla a cortadura es:

$$A_c = bL$$

La longitud de la chaveta para que no falle a cortadura es:

$$A_c = bL \rightarrow L = \frac{A_c}{b} = \frac{356.357}{10} = 35.63 \text{ mm}$$

Para que no falle a cortadura, la chaveta ha de tener una longitud de 35.63 mm como mínimo.

#### A.3.2.3.2. Fallo por aplastamiento

La chaveta puede aplastarse contra el eje o contra la polea, a la que se referirá como cubo.

Se produce tensión normal y tensión cortante.

##### A.3.2.3.2.1. Aplastamiento chaveta-cubo

La tensión normal depende de la fuerza que se produce en la chaveta y del área aplastada, en este caso, contra el cubo.

$$\sigma_{ch-c} = \frac{F_{chaveta}}{A_{ch-c}}$$

La tensión cortante máxima es la mitad de la tensión normal:

$$\tau = \frac{\sigma_{ch-c}}{2} = \frac{F_{chaveta}}{2A_{ch-c}}$$

Además, esta cortante se puede obtener mediante el TCM con la tensión de fluencia del material de la polea, ya que éste material es más desfavorable:

$$\tau_{m\acute{a}x} = \frac{\sigma_{fpolea}}{2C_s} = \frac{200}{2 * 3} = 33.34 MPa$$

La sección total aplastada es:

$$\tau = \frac{\sigma_{ch-c}}{2} = \frac{F_{chaveta}}{A_{ch-c}} \rightarrow 33.34 = \frac{13067.63}{A_{ch-c}} \rightarrow A_{ch-c} = \frac{13067.63}{33.34} = 195.97 mm^2$$

La tensión normal producida es:

$$\sigma_{ch-c} = \frac{F_{chaveta}}{A_{ch-c}} = \frac{13067.63}{195.97} = 66.68 MPa$$

El área aplastada se obtiene de la siguiente forma:

$$A_{ch-c} = (a - e)L$$

La longitud mínima de la chaveta para que no se produzca fallo por aplastamiento contra el cubo es de:

$$A_{ch-c} = (a - e)L \rightarrow 195.97 = (8 - 4.5)L \rightarrow L = \frac{195.97}{3.5} = 55.99 mm$$

La longitud de la chaveta para que no falle en este caso por aplastamiento es de 55.99 mm.

#### A.3.2.3.2.2. Aplastamiento chaveta-eje

Se procede igual que en el apartado anterior, pero utilizando la tensión de fluencia del material del eje o de la chaveta, ya que es el mismo.

La tensión cortante según el TCM es:

$$\tau_{m\acute{a}x} = \frac{\sigma_{feje}}{2C_s} = \frac{220}{2 * 3} = 36.67 MPa$$

El área en la que se produciría aplastamiento es de:

$$\tau = \frac{\sigma_{ch-c}}{2} = \frac{F_{chaveta}}{A_{ch-c}} \rightarrow 36.67 = \frac{13067.63}{A_{ch-c}} \rightarrow A_{ch-c} = \frac{13067.63}{36.67} = 178.178 mm^2$$

La tensión normal tiene el siguiente valor:

$$\sigma_{ch-c} = \frac{F_{chaveta}}{A_{ch-c}} = \frac{13067.63}{178.178} = 73.34 MPa$$

En este caso, la sección de aplastamiento se podría calcular de la siguiente manera:

$$A_{ch-e} = eL$$

Por tanto, la longitud que debería tener la chaveta para que no se produjera aplastamiento contra el eje sería:

$$A_{ch-e} = eL \rightarrow L = \frac{178.178}{4.5} = 39.59 mm$$



La longitud de la chaveta para que no falle por aplastamiento contra el eje es de 39.59 mm.

#### *A.3.2.3.3. Chaveta elegida*

Para que la chaveta no falle ni por aplastamiento ni por cortadura, debe tener una longitud de 55.99 mm. Como la polea tiene una longitud de 47 mm, se optaría por un ajuste a presión.

## ANEXO IV Cálculos para la selección del motor del montacargas

### A.4.1. Selección del motor, selección de los engranajes del reductor, cálculo de las inercias y comprobación de la validez del motor

Primero hay que saber qué momento se necesita en el motor para poder subir la carga. Para ello, primero se obtendrá el momento que se realiza en el segundo eje mediante la carga y el diámetro de la polea.

$$M_{u,2} = m * g * \left(\frac{\Phi_{poleas}}{2}\right) = 200 * 9.8 * \left(\frac{0.2}{2}\right) = 196 Nm$$

Mediante la relación de transmisión, se obtiene que en el primer eje se produce un momento de:

$$M_{u,1} = \frac{M_{u,2}}{i} = \frac{196}{4} = 49 Nm$$

Como el rendimiento se supone que es del 100%, el momento necesario en el motor es de:

$$M_m = \frac{M_{u,1}}{\eta} = \frac{49}{1} = 49 Nm$$

Así, la velocidad angular del segundo eje es:

$$w_2 = \frac{v}{\left(\frac{\Phi_{poleas}}{2}\right) 2\pi} = \frac{20}{\left(\frac{0.2}{2}\right) 2\pi} = 31.83098 rpm$$

Por tanto, la velocidad angular del primer eje es:

$$w_1 = w_2 i = 31.83098 * 4 = 127.324 rpm$$

Se seleccionará un motor de 750 rpm y se colocará un reductor delante de dicho motor. El reductor debe tener una relación de transmisión de  $\frac{750}{127.324} = 5.89$  o aproximada.

El reductor se realiza mediante tres engranajes de dientes rectos, ya que se desea que el sentido de giro del primer eje sea el mismo que el del motor. Este sentido será el de las agujas del reloj.

Los engranajes de dientes rectos se eligen mediante la tabla 21:



Tabla 22

Potencia kW	Tipo de motor	Código de producto	Eficiencia IEC 60034-2-1: 2007				Intensidad			Par			Momento de inercia J = 1/4 GD <sup>2</sup> kgm <sup>2</sup>	Peso kg	Nivel de presión sonora L <sub>pa</sub> dB
			Velocidad rpm	Carga completa 100%	3/4 carga 75%	1/2 carga 50%	Factor de potencia cos φ	I <sub>n</sub> A	I <sub>l</sub> I <sub>n</sub>	T <sub>N</sub> Nm	T <sub>l</sub> T <sub>N</sub>	T <sub>s</sub> T <sub>N</sub>			
750 rpm = 8 polos			400 V 50 Hz			Diseño CENELEC									
0,09	M3AA 71 A	3GAA 074 001-***E	660	49,4	46,0	38,5	0,59	0,44	2,0	1,3	2,4	2,3	0,00092	5,5	40
0,12	M3AA 71 B	3GAA 074 002-***E	670	51,4	47,5	39,9	0,56	0,6	2,1	1,71	2,8	2,4	0,0012	6,5	43
0,18	M3AA 80 A	3GAA 084 001-***E	685	63,5	62,0	56,3	0,62	0,65	2,8	2,5	1,6	2,0	0,0018	8,5	45
0,25	M3AA 80 B	3GAA 084 002-***E	685	67,1	67,2	63,4	0,63	0,85	2,8	3,4	1,4	1,9	0,0024	9,5	50
0,37	M3AA 90 S	3GAA 094 001-***E	695	59,4	56,3	49,1	0,54	1,66	2,7	5	1,6	2,1	0,0032	13	52
0,55	M3AA 90 L	3GAA 094 002-***E	660	59,1	59,5	55,2	0,58	2,3	2,1	7,9	1,5	1,6	0,0043	16	52
0,75	M3AA 100 LA	3GAA 104 001-***E	720	70,7	67,1	59,9	0,47	3,2	3,9	9,9	2,8	3,6	0,0069	20	46
1,1	M3AA 100 LB	3GAA 104 002-***E	695	76,0	76,5	74,6	0,66	3,1	3,4	16,1	1,7	2,2	0,0082	23	53
1,5	M3AA 112 M	3GAA 114 101-***E	690	74,4	75,9	74,1	0,70	4,1	3,2	20,7	1,4	1,9	0,01	28	55
2,2	M3AA 132 S	3GAA 134 001-***E	715	82,9	83,0	80,8	0,62	6,1	3,4	29,3	1,3	1,9	0,0038	46	56
3	M3AA 132 M	3GAA 134 002-***E	715	79,9	80,8	79,1	0,64	8,4	3,2	40	1,2	1,8	0,0045	53	58
4	M3AA 160 MLA	3GAA 164 031-***G	728	84,1	85,1	83,7	0,67	10,2	5,4	62,4	1,5	2,6	0,068	84	59
5,5	M3AA 160 MLB	3GAA 164 032-***G	728	84,7	86,0	84,9	0,67	13,9	5,6	72,3	1,4	2,6	0,085	98	59
7,5	M3AA 160 MLC	3GAA 164 033-***G	727	86,1	87,3	86,6	0,65	19,3	4,7	98,5	1,5	2,8	0,132	137	59
11	M3AA 180 MLA	3GAA 184 031-***G	731	86,8	88,4	87,8	0,67	27,3	4,4	143	1,8	2,6	0,214	175	59
15	M3AA 200 MLA	3GAA 204 031-***G	737	90,2	91,3	90,9	0,74	32,4	5,3	194	2,0	2,4	0,45	217	60
18,5	M3AA 225 SMA	3GAA 224 031-***G	739	91,0	92,0	91,5	0,73	40,1	5,2	239	2,0	2,3	0,669	266	63
22	M3AA 225 SMB	3GAA 224 032-***G	738	91,6	92,4	92,0	0,74	46,8	5,5	284	2,0	2,3	0,722	279	63
30	M3AA 250 SMA	3GAA 254 031-***G	742	92,4	92,9	92,3	0,71	66	5,8	386	2,6	2,4	1,404	340	63
37	M3AA 280 SMA	3GAA 284 031-***G	740	92,3	93,0	92,7	0,74	78,1	5,6	477	2,4	2,3	1,505	403	63

El motor elegido es el M3AA100LB, cuyas características son:

$$P_m = 1.1 \text{ kW}$$

$$M_{nominal} = 15.1 \text{ Nm}$$

$$\frac{M_a}{M_{nominal}} = 1.7$$

$$I_{motor} = 0.0082 \text{ kgm}^2$$

$$w_{motor} = 695 \text{ rpm}$$

Donde  $P_m$  es la potencia del motor,  $M_{nominal}$  es el momento nominal del motor,  $\frac{M_a}{M_{nominal}}$  es la relación entre el momento de arranque,  $M_a$ , y el momento nominal,  $I_{motor}$  es el momento de inercia del motor y  $w_{motor}$  la velocidad angular que transmite realmente el motor.

El tiempo de arranque máximo aparece en la tabla 23:

Tabla 23

Tamaño motor	Método de arranque	2 polos	4 polos	6 polos	8 polos
90	Directo	10	20	35	40
112	Directo	20	15	25	50
	Estrella-Triángulo	60	45	75	150
160	Directo	15	15	20	20
	Estrella-Triángulo	45	45	60	60
225	Directo	15	15	20	20
	Estrella-Triángulo	45	45	60	60
315	Directo	15	18	16	12
	Estrella-Triángulo	45	54	48	36
400	Directo	15	20	18	30
	Estrella-Triángulo	45	60	54	90

El tiempo máximo de arranque es, aproximadamente, de 50 segundos. A continuación, se realizarán todos los cálculos necesarios para obtener el tiempo de arranque del motor elegido. Si el tiempo que se obtenga es menor al que marca en la tabla, entonces ese motor es válido.

Así, las velocidades angulares de ambos ejes y la velocidad a la que subirá la carga son en realidad:

$$w_{1nueva} = \frac{695}{6} = 115.833 \text{ rpm}$$

$$w_{2nueva} = \frac{w_{1nueva}}{i} = \frac{115.833}{4} = 28.9583 \text{ rpm}$$

$$v_{nueva} = w_{2nueva} 2\pi \frac{\Phi_{poleas}}{2} = 18.195 \text{ m/min}$$

A continuación, se comprobará si el motor escogido sirve mediante el tiempo de arranque de dicho motor. Si este tiempo de arranque es menor al tiempo de arranque máximo, el motor es correcto.

Para ello, primero se ha de calcular el momento de arranque:

$$\frac{M_a}{M_{nominal}} = 1.7 \rightarrow M_a = M_{nominal} * 1.7 = 15.1 * 1.7 = 25.67 \text{ Nm}$$

Ahora se obtendrá  $M_i$  en el arranque. Al poner en marcha el motor, el momento en el motor coincide con el momento de arranque:

$$M_{i,1} = M_a \eta - \frac{M_{(u,1)}}{i_{reductor}} = 25.67 * 1 - \frac{49}{6} = 17.5033 \text{ Nm}$$

Se ha de obtener a continuación la inercia equivalente, que depende de las inercias de los ejes. En realidad, hay cuatro ejes, debido al reductor que está formado por tres engranajes. Al eje del piñón se le designará con el número 1, al eje de las coronas y las poleas con el número 2, al eje que contiene al motor y al primer engranaje del reductor con el número 3 y al eje del segundo engranaje del reductor se designará con el 4.

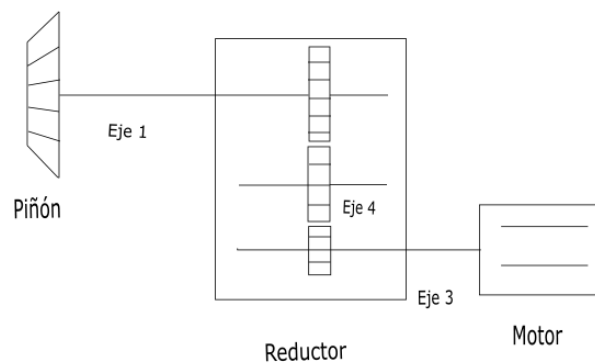


Figura 60

Así, la inercia equivalente se calcula como:

$$I_{eq} = I_{eje3} + \frac{I_{eje4}}{i_{34}^2} + \frac{I_{eje1}}{i_{31}^2} + \frac{I_{eje2}}{i_{32}^2}$$

Primero se obtendrá la inercia en el eje 3, que depende de la inercia del primer engranaje del reductor y de la inercia del motor.

Para saber las masas con las que calcularemos las inercias de los engranajes del reductor, se ha de tener en cuenta el volumen de los engranajes y la densidad del material.

El material de los engranajes del reductor es un acero de cementación, con una dureza de 580 HB y una tensión admisible de 390 MPa. La densidad del acero es  $\rho = 7.84 * 10^{-6} \text{ kg/mm}^3$ .

Se calculan los engranajes a desgaste y flexión en el anexo V.

Para el cálculo de las inercias, los engranajes se han tratado como discos.

El volumen y la masa del primer engranaje son:

- Engranaje 1:

$$v_1 = \left[ \pi \left( \frac{D_p}{2} \right)^2 b - \pi \left( \frac{D_1}{2} \right)^2 b \right] + \left[ \pi \left( \frac{d_m}{2} \right)^2 (A - B) - \pi \left( \frac{D_1}{2} \right)^2 (A - B) \right] =$$

$$= \left[ \pi \left( \frac{24}{2} \right)^2 * 20 - \pi \left( \frac{10}{2} \right)^2 * 20 \right] + \left[ \pi \left( \frac{18}{2} \right)^2 (35 - 20) - \pi \left( \frac{10}{2} \right)^2 (35 - 20) \right] =$$

$$= 10115.929 \text{ mm}^3$$

$$m_1 = \rho v = 7.84 * 10^{-6} * 10115.929 = 0.0793 \text{ kg}$$

Las masas de los dos cilindros que forman este engranaje son:

$$m'_1 = \rho \left[ \pi \left( \frac{D_p}{2} \right)^2 b - \pi \left( \frac{D_1}{2} \right)^2 b \right] = 0.05862 \text{ kg}$$

$$m'_2 = \rho \left[ \pi \left( \frac{d_m}{2} \right)^2 (A - B) - \pi \left( \frac{D_1}{2} \right)^2 (A - B) \right] = 0.02069 \text{ kg}$$

La inercia del primer engranaje del reductor es:

$$I_{e1} = \frac{1}{2} m'_1 \left( \left( \frac{D_p}{2} \right)^2 + \left( \frac{D_1}{2} \right)^2 \right) + \frac{1}{2} m'_2 \left( \left( \frac{d_m}{2} \right)^2 + \left( \frac{D_1}{2} \right)^2 \right) = 6.04997 * 10^{-6} \text{ kgm}^2$$

Según la anterior tabla 24 la inercia del motor es  $I_{motor} = 0.0082 \text{ kgm}^2$ .

Por tanto, la inercia del eje 3 es:

$$I_{eje3} = I_{motor} + I_{e1} = 0.0082 + 6.04997 * 10^{-6} = 8.206 * 10^{-3} \text{ kgm}^2$$

Ahora se obtiene la inercia del eje 4, que está formado por el segundo engranaje del reductor. El volumen y la masa del este segundo engranaje son:

- Engranaje 2:

$$v_2 = \left[ \pi \left( \frac{50}{2} \right)^2 * 20 - \pi \left( \frac{12}{2} \right)^2 * 20 \right] + \left[ \pi \left( \frac{35}{2} \right)^2 * (35 - 20) - \pi \left( \frac{12}{2} \right)^2 * (35 - 20) \right]$$

$$= 49743.1913 \text{ mm}^3$$

$$m_2 = 7.84 * 10^{-6} * 49743.1913 = 0.3899 \text{ kg}$$

Las masas de los dos cilindros que forman este engranaje son:

$$m'_1 = \rho \left[ \pi \left( \frac{50}{2} \right)^2 * 20 - \pi \left( \frac{12}{2} \right)^2 * 20 \right] = 0.29 \text{ kg}$$

$$m'_2 = \rho \left[ \pi \left( \frac{35}{2} \right)^2 * (35 - 20) - \pi \left( \frac{12}{2} \right)^2 * (35 - 20) \right] = 0.0998 \text{ kg}$$

La inercia de este engranaje y, por tanto, del eje 4 es:

$$I_{eje4} = I_{e2} = \frac{1}{2} m'_1 \left( \left( \frac{D_p}{2} \right)^2 + \left( \frac{D_1}{2} \right)^2 \right) + \frac{1}{2} m'_2 \left( \left( \frac{d_m}{2} \right)^2 + \left( \frac{D_1}{2} \right)^2 \right) = 1.13 * 10^{-4} \text{ kgm}^2$$

A continuación, se obtiene la inercia del primer eje o eje 1, que contiene al tercer engranaje del reductor y al piñón.

El volumen y la masa del tercer engranaje del reductor son:

- Engranaje 3:

$$v_3 = \left[ \pi \left( \frac{144}{2} \right)^2 * 20 - \pi \left( \frac{16}{2} \right)^2 * 20 \right] +$$

$$+ \left[ \pi \left( \frac{80}{2} \right)^2 * (35 - 20) - \pi \left( \frac{16}{2} \right)^2 * (35 - 20) \right] =$$

$$= 394081.3824 \text{ mm}^3$$

$$m_3 = 7.84 * 10^{-6} * 394081.3824 = 3.089 \text{ kg}$$

Las masas de los dos cilindros que forman este engranaje son:

$$m'_1 = \rho \left[ \pi \left( \frac{144}{2} \right)^2 * 20 - \pi \left( \frac{16}{2} \right)^2 * 20 \right] = 2.522 \text{ kg}$$

$$m'_2 = \rho \left[ \pi \left( \frac{80}{2} \right)^2 * (35 - 20) - \pi \left( \frac{16}{2} \right)^2 * (35 - 20) \right] = 0.567 \text{ kg}$$

Su inercia es:

$$I_{e3} = \frac{1}{2} m'_1 \left( \left( \frac{D_p}{2} \right)^2 + \left( \frac{D_1}{2} \right)^2 \right) + \frac{1}{2} m'_2 \left( \left( \frac{d_m}{2} \right)^2 + \left( \frac{D_1}{2} \right)^2 \right) = 7.0887 * 10^{-3} \text{ kgm}^2$$

Ahora se obtendrá la inercia de piñón.

Para obtener la masa de cada engranaje cónico, necesaria para el cálculo de la inercia, se tiene en cuenta la densidad del acero, que es  $\rho = 7.85 * 10^{-6} \text{ kg/mm}^3$ . Además, se supondrá que el piñón está formado por un tronco de cono y un cilindro, y la corona por dos cilindros.

En la zona cónica del piñón, el radio de la base mayor es la mitad del diámetro primitivo  $R = 40 \text{ mm}$ , la altura del tronco  $h = A - L_m = 60 - 23.2 = 36.8 \text{ mm}$  y el radio de la base pequeña es  $r = R - \left( \text{sen} \left( \text{arctg} \left( \frac{1}{4} \right) \right) * F \right) = 40 - (\text{sen } 14.036^\circ * 35) = 31.5114 \text{ mm}$ .

El volumen de la parte cónica del piñón es:

$$v_{cónica} = \left[ \frac{\pi(A - L_m)}{3} (R^2 + Rr + r^2) \right] - \left[ \pi \left( \frac{D_1}{2} \right)^2 (A - L_m) \right] =$$

$$= \left[ \frac{\pi 36.8}{3} (40^2 + 40 * 31.5114 + 31.5114^2) \right] - \left[ \pi \left( \frac{20}{2} \right)^2 36.8 \right] = 136937.851 \text{ mm}^3$$

La parte cilíndrica del piñón tiene un volumen:

$$v_{cilíndrica} = \left[ \pi \left( \frac{D_n}{2} \right)^2 L_m \right] - \left[ \pi \left( \frac{D_1}{2} \right)^2 L_m \right] = \left[ \pi \left( \frac{65}{2} \right)^2 23.2 \right] - \left[ \pi \left( \frac{20}{2} \right)^2 23.2 \right] =$$

$$= 69696.233 \text{ mm}^3$$

El volumen total:

$$v_{piñón} = v_{cónica} + v_{cilíndrica} = 206634.084 \text{ mm}^3$$

Las masas de cada parte del piñón, necesarias para el cálculo de los momentos de inercia en apartados posteriores, son:

$$m_{cono} = v_{cónica} \rho = 1.073 \text{ kg}$$

$$m_{cilindro} = v_{cilíndrica} \rho = 0.546 \text{ kg}$$

Por tanto, la masa es:

$$m_{piñón} = \rho v_{piñón} = 7.84 * 10^{-6} * 206634.084 = 1.62 \text{ kg}$$

La inercia de la parte cónica del piñón se realizará mediante una integración, teniendo en cuenta que  $c$  es el radio de la base menor del cono y el radio del hueco cilíndrico,  $D_1$ . La integral se realiza en función de la altura del cono,  $h$ . El radio variará según  $c$ ,  $h$  y el ángulo de inclinación del cono,  $\alpha$ , de la siguiente forma  $r = c + \frac{h}{tg\alpha}$ . El ángulo de inclinación del cono tiene un valor de  $75.964^\circ$ .

$$I_{conopiñón} = \frac{1}{2} \pi \rho \int_0^H \left[ \left( c + \frac{h}{tg\alpha} \right)^4 - \left( \frac{D_1}{2} \right)^4 \right] dh = -\frac{1}{2} \pi \rho \left( \frac{D_1}{2} \right)^4 H + \frac{1}{2} \pi \rho \int_0^H \left( c + \frac{h}{tg\alpha} \right)^4 dh$$

$$= 1.4528 * 10^{-3} \text{ kgm}^2$$

La inercia de la parte cilíndrica del piñón es de:

$$I_{cilindropiñón} = \frac{1}{2} m_{piñón} \left( \left( \frac{D_n}{2} \right)^2 + \left( \frac{D_1}{2} \right)^2 \right) = \frac{1}{2} 1.62 \left( \left( \frac{0.065}{2} \right)^2 + \left( \frac{0.02}{2} \right)^2 \right)$$

$$= 9.3656 * 10^{-4} \text{ kgm}^2$$

Por tanto, la inercia total del piñón es:



$$I_{\text{piñón}} = I_{\text{conopiñón}} + I_{\text{cilindropiñón}} = 2.3893 * 10^{-3} \text{ kgm}^2$$

Así, la inercia del primer eje es:

$$I_{\text{eje1}} = I_{e3} + I_{\text{piñón}} = 9.478 * 10^{-3} \text{ kgm}^2$$

La inercia del segundo eje o eje 2, depende de las inercias de ambas coronas, las inercias de ambas poleas y la inercia de la masa.

Para calcular la masa de las coronas, se supondrá que éstas están formadas por dos cilindros, ya que el ángulo de inclinación del diente en este caso es muy alto. Por tanto, se calculará el volumen de dos cilindros huecos, uno de radio exterior  $\frac{D_p}{2}$  y el otro de radio exterior  $\frac{D_n}{2}$ .

$$\begin{aligned} v_{\text{cilindro1}} &= \left[ \pi \left( \frac{D_p}{2} \right)^2 (A - L_m) \right] - \left[ \pi \left( \frac{D_1}{2} \right)^2 (A - L_m) \right] = \\ &= \left[ \pi \left( \frac{320}{2} \right)^2 (70 - 42) \right] - \left[ \pi \left( \frac{30}{2} \right)^2 (70 - 42) \right] = 2232101.58 \text{ mm}^3 \\ v_{\text{cilindro2}} &= \left[ \pi \left( \frac{D_n}{2} \right)^2 L_m \right] - \left[ \pi \left( \frac{D_1}{2} \right)^2 L_m \right] = \\ &= \left[ \pi \left( \frac{120}{2} \right)^2 42 \right] - \left[ \pi \left( \frac{30}{2} \right)^2 42 \right] = 445320.7586 \text{ mm}^3 \end{aligned}$$

El volumen total de cada corona es:

$$v_{\text{corona}} = v_{\text{cilindro1}} + v_{\text{cilindro2}} = 2677422.34 \text{ mm}^3$$

Las masas de cada parte de las coronas, necesarias para el cálculo de los momentos de inercia en apartados posteriores, son:

$$m_{\text{cilindro1}} = v_{\text{cilindro1}} \rho = 17.49 \text{ kg}$$

$$m_{\text{cilindro2}} = v_{\text{cilindro2}} \rho = 3.49 \text{ kg}$$

La masa total de cada corona es:

$$m_{\text{corona}} = v_{\text{corona}} \rho = 20.99 \text{ kg}$$

La inercia de las coronas es:

$$\begin{aligned} I_{\text{corona}} = I_2 = I_3 &= \frac{1}{2} m_{\text{cilindro1}} \left( \left( \frac{D_p}{2} \right)^2 + \left( \frac{D_1}{2} \right)^2 \right) + \frac{1}{2} m_{\text{cilindro2}} \left( \left( \frac{D_n}{2} \right)^2 + \left( \frac{D_1}{2} \right)^2 \right) = \\ &= \frac{1}{2} 17.49 \left( \left( \frac{0.32}{2} \right)^2 + \left( \frac{0.03}{2} \right)^2 \right) + \frac{1}{2} 3.49 \left( \left( \frac{0.12}{2} \right)^2 + \left( \frac{0.03}{2} \right)^2 \right) = 0.2326 \text{ kgm}^2 \end{aligned}$$

La inercia de las poleas es:

$$I_{\text{polea1}} = I_{\text{polea2}} = \frac{1}{2} 1.85 \left( \left( \frac{0.2}{2} \right)^2 + \left( \frac{0.03}{2} \right)^2 \right) = 9.458 * 10^{-3} \text{ kgm}^2$$

La inercia de la masa es:

$$I_{masa} = \frac{1}{2} 200 \left( \frac{0.2}{2} \right)^2 = 1 \text{ kgm}^2$$

Así, la inercia del segundo eje es:

$$I_{eje2} = I_2 + I_3 + I_{polea1} + I_{polea2} + I_{masa} = 1.4841 \text{ kgm}^2$$

Antes de realizar el cálculo de la inercia equivalente, se realiza el cálculo de la relación de transmisión  $i_{34}$ .

$$i_{34} = \frac{50}{24} = 2.0834$$

Por tanto, la inercia equivalente es:

$$\begin{aligned} I_{eq} &= I_{eje3} + \frac{I_{eje4}}{i_{34}^2} + \frac{I_{eje1}}{i_{31}^2} + \frac{I_{eje2}}{i_{32}^2} = \\ &= 8.206 * 10^{-3} + \frac{1.13 * 10^{-4}}{2.0834^2} + \frac{9.478 * 10^{-3}}{6^2} + \frac{1.4841}{(6 * 4)^2} = 0.01107 \text{ kgm}^2 \end{aligned}$$

La aceleración angular transmitida por el motor,  $\alpha$ , depende de  $M_{i,1}$  y de la inercia equivalente:

$$\alpha = \frac{M_{i,1}}{I_{eq}} = 1581.15 \text{ rad/s}^2$$

Por último, el tiempo de arranque del motor elegido es de:

$$t_a = \frac{\omega_{motor} \left( \frac{2\pi}{60} \right)}{\alpha} = 0.046 \text{ s}$$

EL tiempo de arranque es menor al tiempo máximo de arranque de 50 segundos. Por tanto, el motor elegido sirve.

## ANEXO V Cálculo a desgaste y a flexión de los engranajes del reductor

Se calcularán los dos primeros engranajes del reductor, ya que son los dos engranajes que realizan la función de piñón.

### A.5.1. Cálculo del primer engranaje

El material utilizado para este engranaje es un acero de cementación al Ni-Cr duro, con una dureza de 58 HB y una tensión admisible de 390 MPa, según la tabla 24, obtenida de un catálogo recogido en el anexo VI:

Tabla 24

ACEROS DE CEMENTACIÓN					
Símbolo IHA	Símbolo CENIM	Tipo de acero Tratamiento	Rm daN/mm <sup>2</sup> (kp/mm <sup>2</sup> )	Dureza	$\sigma_{adm}$ daN/mm <sup>2</sup> (kp/mm <sup>2</sup> )
F-153		Acero al Cr-Ni duro	110-125	58 HRC	39
F-154		Acero al Cr-Ni tenaz	90-95	58 HRC	31
F-155		Acero al Cr-Mo	90-95	58 HRC	31

#### A.5.1.1. Cálculo a flexión

Las hipótesis iniciales para realizar el cálculo a flexión son:

- El diente tiene perfil evolvente.
- Toda la carga se aplica sobre un único diente, siendo la situación más desfavorable.
- Se supondrá que la carga total actúa en el extremo de diente y formando un ángulo  $\beta$  con la perpendicular al eje del diente.

Se partirá de la siguiente aproximación del cálculo del módulo del engranaje:

$$M = 0.8 \sqrt{\frac{M_{tc}}{\delta D_p y \sigma_{adm}}}$$

Se obtendrá la tensión admisible que es necesaria para que no falle a desgaste. Si ésta es menor a la del material escogido, éste último es válido. El diámetro primitivo del engranaje,  $D_p$ , es de 24 mm.

El momento transmitido es el mismo que el necesario en el eje y que, por tanto, transmitirá el motor:

$$M_t = M_{motor\ necesario} = 8.167 \text{ Nm}$$

Este momento hay que corregirlo mediante los factores de corrección.

A continuación, se obtendrán los factores de corrección,  $f_d$  y  $f_s$ , que son el factor de esfuerzos dinámicos y el factor de servicio, respectivamente. El factor  $f_d$  tiene en cuenta la calidad del engranaje, y el factor  $f_s$  tiene en cuenta el tipo de máquina que se acciona.

Como son cargas uniformes sin choque, el valor de  $f_s$  es 1.25.

Los engranajes son tallados por generación, por tanto,  $f_d$  tiene un valor de:

$$f_d = 1 + \frac{V}{360} = 1 + \frac{695 * 2\pi * 0.024}{2 * 360} = 1.145$$

Así, el momento corregido es de:

$$M_{tc} = 8.167 * 1.25 * 1.145 = 11.689 Nm = 11689 Nmm$$

La constante de rigidez,  $\delta$ , se obtiene mediante el ancho del diente, que es de 20 mm, y el módulo, que es de 2 mm:

$$\delta = \frac{b}{M} = \frac{20}{2} = 10$$

El coeficiente de Lewis,  $y$ , depende del número de dientes, que es  $Z=12$  dientes.

$$y = 0.078$$

Así, despejando y sustituyendo se obtiene:

$$M = 0.8 \sqrt{\frac{M_{tc}}{\delta D_p y \sigma_{adm}}} \rightarrow \sigma_{adm} = 99.9 MPa$$

Es menor a la del material escogido, que es de 390 MPa.

#### A.5.1.2. Cálculo a desgaste

Se produce mayor desgaste en el piñón que en la corona (ya que el número de dientes es menor) y en el pie del diente. Para evitar que se produzca el picado del diente, es fundamental la lubricación.

Se parte de la siguiente aproximación:

$$M = \sqrt[3]{\frac{1}{\delta Z^2} \frac{4M_{tc}}{K_r \text{sen}2\alpha} \frac{1+i}{i}}$$

El ángulo de presión es  $\alpha = 20^\circ$ .

Sustituyendo todos los valores, se obtiene el coeficiente de presión de rodadura,  $K_r$ , que representa la resistencia al desgaste de los materiales de los engranajes.

$$M = \sqrt[3]{\frac{1}{\delta Z^2} \frac{4M_{tc}}{K_r \text{sen}2\alpha} \frac{1+i}{i}} \rightarrow K_r = 9.34575 MPa$$

Con  $i = 2.0834$ .

Se quiere que funcione durante  $L_h = 20000$  horas y su velocidad de giro es de 695 rpm. Por tanto, los millones de vueltas que da el engranaje es de:

$$W = \frac{L_h w_m 60}{10^6} = \frac{20000 * 695 * 60}{10^6} = 834 \text{ millones de vueltas}$$

El coeficiente de presión de rodadura se puede obtener a partir del número de millones de vueltas, el módulo de Young y la dureza del material. Se utilizará el módulo de Young del acero, que es de  $210 * 10^3$  MPa.

Se obtendrá la dureza que ha de tener el material para que no falle a desgaste. Si es menor a la dureza del material escogido, no fallará a desgaste:

$$K_r = \frac{0.677HB^2}{EW^{\frac{1}{3}}} \rightarrow 9.34575 = \frac{0.677HB^2}{210 * 10^3 * 834^{\frac{1}{3}}} \rightarrow HB = 5223.76 \text{ MPa} = 522 \text{ HB}$$

Es menor a la dureza del material, que es de 580 HB, por tanto, no fallará a desgaste.

### A.5.2. Cálculo del segundo engranaje

El material elegido para este engranaje es el mismo que para el anterior.

#### A.5.2.1. Cálculo a flexión

Se procederá del mismo modo que en el primer engranaje. La rigidez es la misma, el diámetro primitivo es de 50 mm y el módulo es de 2.

El momento transmitido corregido es de:

$$M_{tc} = 11689 * 2.0834 = 24352.8626 \text{ Nmm}$$

El número de dientes es 25, por tanto, el coeficiente de Lewis es de 0.13.

$$M = 0.8 \sqrt{\frac{M_{tc}}{\delta D_p y \sigma_{adm}}} \rightarrow \sigma_{adm} = 59.94 \text{ MPa}$$

La tensión admisible requerido para el material para q no falle a flexión es menor al del material elegido. El material es válido.

#### A.5.2.2. Cálculo a desgaste

Se procede igual que en el primer engranaje. El ángulo de presión es de  $20^\circ$  y la relación de transmisión es de 2.88.

$$M = \sqrt[3]{\frac{1}{\delta Z^2} \frac{4M_{tc}}{K_r \text{sen} 2\alpha} \frac{1+i}{i}} \rightarrow K_r = 4.0826 \text{ MPa}$$

Se desea que el número de horas de funcionamiento sean de 20000 horas y la velocidad a la que gira es de  $\frac{695}{2.0834} = 333.59$  rpm. El número de millones de vueltas es de:

$$W = \frac{L_h w_m 60}{10^6} = \frac{20000 * 333.59 * 60}{10^6} = 400.308 \text{ millones de vueltas}$$

Por último, se calculará la dureza que ha de tener el material para que no falle a desgaste. Se utilizará el módulo de Young del acero, que es de  $210 * 10^3$  MPa:

$$K_r = \frac{0.677HB^2}{EW^{\frac{1}{3}}} \rightarrow 4.0826 = \frac{0.677HB^2}{210 * 10^3 * 400.308^{\frac{1}{3}}} \rightarrow HB = 3055.03 MPa = 305 HB$$

El valor obtenido es menor a la dureza del material escogido.

En realidad, sólo habría hecho falta calcular el primer engranaje, ya que si éste no falla a desgaste ni a flexión, el segundo tampoco al llevar menor velocidad de giro.

## ANEXO VI Catálogos

### A.6.1. Catálogo de materiales y tablas de flexión

#### **ANEXO DE TABLAS**

#### **BLOQUE I**

#### **Cálculo de engranajes**

#### **Asignatura:**

Cálculo (y selección) de elementos de máquinas

#### **Fuente:**

Cálculo y Selección de Elementos de Máquinas  
Antonio Serrano Nicolás  
Edita: Universidad de Zaragoza  
ISBN: 978-84-92522-68-2

MATERIALES PARA ENGRANAJES					
ACEROS AL CARBONO					
Símbolo IHA	Símbolo CENIM	Tipo de acero Tratamiento	Rm daN/mm <sup>2</sup> (kp/mm <sup>2</sup> )	Dureza	$\sigma_{adm}$ daN/mm <sup>2</sup> (kp/mm <sup>2</sup> )
F-111	F-1110	Extrasuave Normalizado	38-48	110-135 HB	14
F-113	F-1130	Semi-suave Normalizado	55-62	150-170 HB	19
F-114	F-1140	Semi-duro. Normalizado	62-70	190-210 HB	22
F-114	F-1140	Semi-duro Templado y revenido	68-87	247-277 HB	26
ACEROS DE GRAN RESISTENCIA					
Símbolo IHA	Símbolo CENIM	Tipo de acero Tratamiento	Rm daN/mm <sup>2</sup> (kp/mm <sup>2</sup> )	Dureza	$\sigma_{adm}$ daN/mm <sup>2</sup> (kp/mm <sup>2</sup> )
F-122		Acero al Cr-Ni duro	110-120	310-370 HB	38
F-123		Acero al Cr-Ni tenaz	90-110	280-300 HB	33
F-125	F-1250	Acero al Cr-Mo tenaz	90-110	295-325 HB	33
F-126		Acero al Cr-Ni-Mo duro	120-140	352-400 HB	43
F-127		Acero al Cr-Ni-Mo tenaz	105-125	305-365 HB	38
ACEROS DE CEMENTACIÓN					
Símbolo IHA	Símbolo CENIM	Tipo de acero Tratamiento	Rm daN/mm <sup>2</sup> (kp/mm <sup>2</sup> )	Dureza	$\sigma_{adm}$ daN/mm <sup>2</sup> (kp/mm <sup>2</sup> )
F-153		Acero al Cr-Ni duro	110-125	58 HRC	39
F-154		Acero al Cr-Ni tenaz	90-95	58 HRC	31
F-155		Acero al Cr-Mo	90-95	58 HRC	31



F-156		Acero al Cr-Ni-Mo duro	120-135	60 HRC	42
<b>ACEROS DE TEMPLE POR LLAMA BONIFICADOS</b>					
Símbolo IHA	Símbolo GENIM	Tipo de acero Tratamiento	Rm daN/mm <sup>2</sup> (kp/mm <sup>2</sup> )	Dureza	$\sigma_{adm}$ daN/mm <sup>2</sup> (kp/mm <sup>2</sup> )
F-113		Semi-suave	Núcleo 50-55	55 HRC	17
F-122		Al Cr-Ni duro	Núcleo 75-85	58 HRC	26
F-123		Al Cr-Ni tenaz	Núcleo 75-85	58 HRC	26
F-128		De baja aleación	Núcleo 90-95	58 HRC	31
<b>FUNDICIONES</b>					
Símbolo IHA	Símbolo GENIM	Tipo de fundición	Rm daN/mm <sup>2</sup> (kp/mm <sup>2</sup> )	Dureza	$\sigma_{adm}$ daN/mm <sup>2</sup> (kp/mm <sup>2</sup> )
F-811		Gris de 14 kp/mm <sup>2</sup>	14	180 HB	3,80
F-812		Gris de 21 kp/mm <sup>2</sup>	21	175-215 HB	5,70
F-813		Gris de 28 kp/mm <sup>2</sup>	28	210-260 HB	7,50
F-814		Gris de 35 kp/mm <sup>2</sup>	35	235-265 HB	9,50
F-815		Gris de 42 kp/mm <sup>2</sup>	42	250-300 HB	11,40
F-833		Maleable de 34 kp/mm <sup>2</sup>	34	149 HB	9,20
F-835		Maleable de 38 kp/mm <sup>2</sup>	38	248 HB	10,30
F-841		Maleable perlítica 42 kp/mm <sup>2</sup>	42	163-207 HB	11,30
F-842		Maleable perlítica 49 kp/mm <sup>2</sup>	49	163-228 HB	13,20
F-843		Maleable perlítica 56 kp/mm <sup>2</sup>	56	197-241 HB	15,20

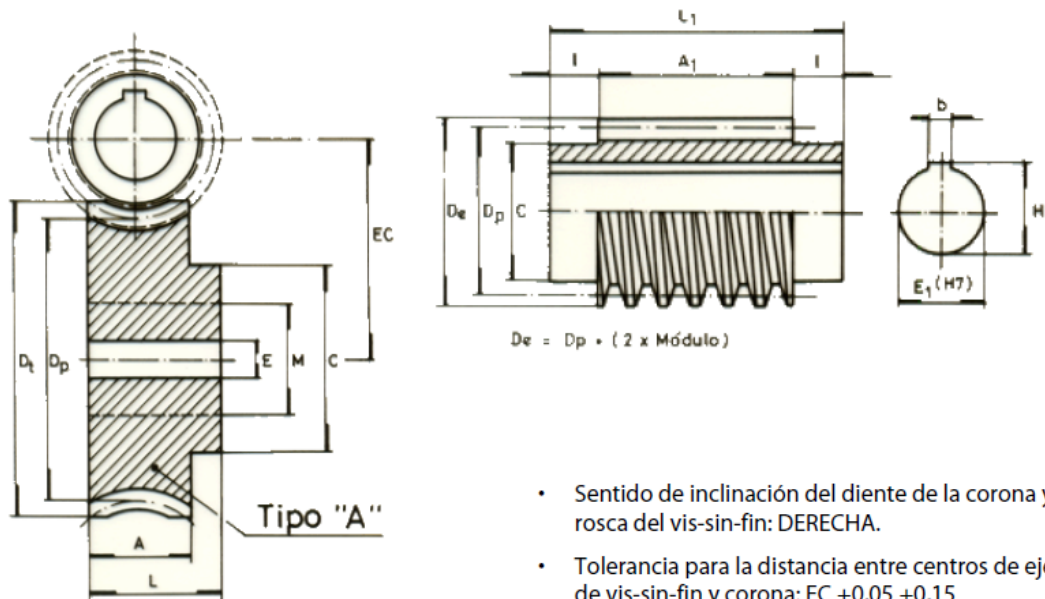
BRONCES					
Símbolo IHA	Símbolo CENIM	Tipo de bronce	$R_m$ daN/mm <sup>2</sup> (kp/mm <sup>2</sup> )	Dureza	$C_{\text{Gres}}$ daN/mm <sup>2</sup> (kp/mm <sup>2</sup> )
C-311		Bronce al Sn 10%	20-25	60-75 HB	9,00
C-312		Bronce al Sn 12%	20-30	75-80 HB	10,00
C-313		Bronce al Sn 14%	20-25	85-115 HB	9,00
C-412		Bronce al Al 9%	45-50	100-120 HB	19,00
C-415		Bronce al Al 11%	63-70	170-210 HB	26,60

### A.6.2. Catálogo del conjunto corona-sin fin



## **GRUPOS VIS-SIN-FIN Y CORONAS NORMALIZADOS**

## GRUPOS VIS-SIN-FIN Y CORONA NORMALIZADOS (I)



- Sentido de inclinación del diente de la corona y rosca del vis-sin-fin: DERECHA.
- Tolerancia para la distancia entre centros de ejes de vis-sin-fin y corona: EC +0,05 +0,15

Número de entradas vis-sin-fin	Número dientes corona		
	30	40	50
Relaciones de reducción normalizadas			
1	1:30	1:40	1:50
2	1:15	1:20	1:25

Módulo	Número dientes corona		
	30	40	50
Entre centros ejes (EC)			
2	54	64	74
2,5	63,5	76	88,5
3	73,5	88,5	103,5
4	94	114	134

## GRUPOS VIS-SIN-FIN Y CORONA NORMALIZADOS (II)

DIMENSIONES DEL VIS-SIN-FIN. Material: Acero CK-45.

REFERENCIA	Módulo	Número entradas	primitivo $D_p$	cubo $C_1$	eje $E_1, H_7$	Chavetero H b		Long. Diente $A_1$	Long. Cubo l	Long. Total $L_1$	Peso Kg.
VIS-2/1	2	1	48	42	25	28	8	36	12	60	0,540
VIS-2/2	2	2	48	42	25	28	8	36	12	60	0,540
VIS-2,5/1	2,5	1	52	45	25	28	8	44	12	68	0,800
VIS-2,5/2	2,5	2	52	45	25	28	8	44	12	68	0,800
VIS-3/1	3	1	57	49	30	33	8	52	15	82	1,035
VIS-3/2	3	2	57	49	30	33	8	52	15	82	1,035
VIS-4/1	4	1	68	57	35	38,4	10	70	20	110	1,955
VIS-4/2	4	2	68	57	35	38,4	10	70	20	110	1,955

DIMENSIONES DE LA CORONA. Material: Fundición gris-perlítica.

REFERENCIA	Módulo	Número dientes	primitivo $D_p$	exterior total $D_t$	Tipo	cubo C	eje serie E	eje máx. M	llanta	Ancho diente A	Ancho cubo L	Peso Kg.	
COR-2/30	$\frac{1}{2}$	2	30	60	67	A	50	15	30	-	30	40	0,710
COR-2/40	$\frac{1}{2}$	2	40	80	87	A	60	15	36	-	30	40	1,260
COR-2/50	$\frac{1}{2}$	2	50	100	107	A	60	15	36	-	30	40	1,900
COR-2,5/30	$\frac{1}{2}$	2,5	30	75	84	A	60	15	36	-	33	45	1,250
COR-2,5/40	$\frac{1}{2}$	2,5	40	100	109	A	70	15	42	-	33	45	2,170
COR-2,5/50	$\frac{1}{2}$	2,5	50	125	134	B	70	15	42	112	33	45	2,600
COR-3/30	$\frac{1}{2}$	3	30	90	101	A	70	15	42	-	37	50	2,00
COR-3/40	$\frac{1}{2}$	3	40	120	131	B	70	15	42	108	37	45	2,350
COR-3/50	$\frac{1}{2}$	3	50	150	161	B	70	20	42	135	37	45	3,230
COR-4/30	$\frac{1}{2}$	4	30	120	134	A	80	20	48	-	45	60	4,130
COR-4/40	$\frac{1}{2}$	4	40	160	174	B	90	20	54	142	45	55	4,980
COR-4/50	$\frac{1}{2}$	4	50	200	214	B	100	25	60	180	45	60	7,130

NOTA: El número 1 ó 2 al final de la referencia indica si la corona engrana con vis-sin-fin de 1 ó 2 entradas. Las dimensiones (incluidas  $D_p$  y  $D_t$ ) no varían.