



Universidad
Zaragoza

Trabajo Fin de Grado

Cálculo y diseño del sistema de accionamiento de
una cinta transportadora horizontal

Calculation and design of the drive system of a
horizontal conveyor belt

Autora:

Carmen C. Urbez Paricio

Directora:

Paula Canalís Martínez

Grado en Ingeniería Mecánica

Escuela de Ingeniería y Arquitectura, Universidad de Zaragoza

Diciembre 2020



Resumen

En este proyecto se realiza el estudio del diseño de un reductor para una cinta transportadora horizontal. Además, se incluye un sistema de frenado y el modelado del sistema de control de accionamiento de la cinta mediante una red de Petri.

En primer lugar, se plantean dos alternativas de sistema reductor, de los cuales se escogerá el más adecuado para la aplicación específica a la cual se enfoca este proyecto (una cinta transportadora para el cobro en un supermercado).

En ambas transmisiones se selecciona el motor más apropiado para satisfacer los requerimientos de velocidad, potencia y par de la cinta. Con el fin de asignar el material óptimo a los engranajes, se realizan las comprobaciones pertinentes para que éstos no fallen a flexión y a desgaste.

Una vez seleccionada la transmisión más apropiada en términos de rendimiento, dimensiones y complejidad del árbol de engranajes, se procede al cálculo de los ejes que forman parte del sistema. Dichos cálculos incluyen la determinación del material, selección de rodamientos y estudio de fatiga.

Dado que la cinta está sometida continuamente a puestas en marcha, y por tanto a paradas constantes, se incorpora al sistema un freno de disco.

Se incluye un modelado del sistema de control de accionamiento de la cinta mediante un proceso iterativo con redes de Petri hasta obtener una red que contemple todos los fallos posibles que pueden producirse.

Por último, se modelan las piezas que componen el reductor diseñado para obtener los planos de cada pieza, así como del ensamblaje final del sistema reductor. Se realiza, además, una simulación del comportamiento de los ejes.

Índice

MEMORIA.....	1
1. Objeto y justificación.....	2
1.1. Objeto.....	2
1.2. Justificación.....	2
2. Introducción.....	4
2.1. Historia.....	4
2.2. Ventajas de uso y aplicaciones.....	4
3. Funcionamiento y componentes principales.....	6
3.1. Banda transportadora.....	6
3.2. Tambores.....	6
3.3. Rodillos de apoyo.....	7
3.4. Estaciones accionadoras.....	7
3.5. Estaciones tensoras.....	7
4. Cálculos previos al diseño.....	8
4.1. Datos iniciales.....	8
4.2. Cálculos en el tambor motriz.....	8
5. Cálculo de las alternativas del sistema reductor.....	9
5.1. Cálculo de un reductor de engranajes cilíndricos de diente recto.....	9
5.2. Cálculo de un reductor corona tornillo sin-fin.....	12
5.3. Selección y justificación del reductor apropiado.....	14
6. Estudio y diseño de los ejes.....	16
6.1. Cálculo de los ejes.....	17
6.2. Cálculo a fatiga.....	18
6.3. Chavetas.....	19
7. Sistema de frenado.....	21
8. Modelado y simulación.....	22
9. Modelado del control de accionamiento.....	23
10. Conclusión.....	26
11. Referencias.....	27
ANEXOS.....	28
ANEXO 1. DISEÑO DE UN REDUCTOR DE ENGRANAJES CILÍNDRICOS DE DIENTE RECTO.....	29
A1.1. Selección del motor.....	29
A1.2. Relación de transmisión.....	30



A1.3. Cálculos en la primera etapa.....	32
A1.3.1. Cálculo de las magnitudes fundamentales	32
A1.3.2. Cálculo a flexión de la primera etapa.....	33
A1.3.3. Cálculo a desgaste de la primera etapa	36
A1.4. Cálculos en la segunda etapa.....	37
A1.4.1. Cálculo de las magnitudes fundamentales	37
A1.4.2. Cálculo a flexión de la segunda etapa.....	37
A1.4.3. Cálculo a desgaste de la segunda etapa	38
ANEXO 2. DISEÑO DE UN REDUCTOR CON CORONA TORNILLO SIN-FIN	40
A2.1. Relación de transmisión.....	40
A2.2. Cálculo del reductor	41
A2.2.1. Cálculo de las magnitudes fundamentales	41
A2.2.2. Cálculo a flexión	46
A2.2.3. Cálculo a desgaste.....	48
ANEXO 3. DIMENSIONADO DE LOS EJES DEL REDUCTOR	51
A3.1. Cálculo de las cargas generadas en la transmisión.....	51
A3.2. Eje 1.....	52
A3.2.1. Asignación de material.....	52
A3.2.1. Rodamientos A y B	57
A3.3. Eje 2.....	61
A3.3.1. Asignación de material.....	61
A3.3.1. Rodamientos C y D	67
A3.4. Cálculo a fatiga.....	73
A3.5. Diseño de la chaveta	79
ANEXO 4. SISTEMA DE FRENADO	86
ANEXO 5. SOLIDWORKS	92
A5.1. Modelado	92
A5.1.1. Modelado Eje 1	92
A5.1.2. Modelado Eje 2	97
A5.2. Simulación de los ejes	101
A5.2.1. Simulación Eje 1	101
A5.2.2. Simulación Eje 2	104
A5.3. Análisis de resultados.....	107
A5.3.1. Eje 1.....	107
A5.3.2. Eje 2.....	109



ANEXO 6. MODELADO DEL CONTROL DE ACCIONAMIENTO	111
A6.1. Monitorización del proceso	111
A6.2. Descripción de entradas y salidas	112
A6.3. Red de Petri.....	113
ANEXO 7. PLANOS	117

Índice Figuras

Figura 1. Componentes cinta transportadora.....	6
Figura 2. Unión por correa.	9
Figura 3. Disposición del tornillo sobre el eje 1.	16
Figura 4. Disposición de la corona y el piñón sobre el eje 2.	16
Figura 5. Posición de la chaveta.	19
Figura 6. Reductor completo.....	22
Figura 7. Esquema de control.....	23
Figura 8. Red de Petri (versión 1).	24
Figura 9. Red de Petri (versión final).	25
Figura 1.1. Tren de engranajes rectos.....	30
Figura 2.1. Magnitudes fundamentales del tornillo.....	41
Figura 2.2. Velocidades en el tornillo.....	42
Figura 3.1. Cargas generadas en la transmisión.....	51
Figura 3.2. Disposición del tornillo sobre el eje 1	52
Figura 3.3. Dirección de las fuerzas sobre el tornillo sin-fin	52
Figura 3.4. Fuerzas sobre el eje 1 en el plano XY	53
Figura 3.5. Fuerzas sobre el eje 1 en el plano XZ	53
Figura 3.6. Diagramas de esfuerzo eje 1 plano XY	54
Figura 3.7. Diagramas de esfuerzo eje 1 plano XZ	55
Figura 3.8. Cargas mayoradas en el plano XY.....	57
Figura 3.9. Cargas mayoradas en el plano XZ.....	57
Figura 3.10. Disposición de la corona y el piñón sobre el eje 2.	61
Figura 3.11. Dirección de las fuerzas sobre la corona y el piñón.	62
Figura 3.12. Fuerzas sobre el eje 2 en el plano XY.	63
Figura 3.13. Fuerzas sobre el eje 2 en el plano XZ.	63
Figura 3.14. Diagramas de esfuerzo eje 2 plano XY.	64
Figura 3.15. Diagramas de esfuerzo eje 2 plano XZ.	65
Figura 3.16. Cargas mayoradas en el plano XY.....	68
Figura 3.17. Cargas mayoradas en el plano XZ.....	68
Figura 3.18. Posición de la chaveta eje 1	79
Figura 3.19. Dimensiones de la chaveta eje 1.....	80
Figura 3.20. Fuerzas que actúan sobre la chaveta	80
Figura 3.21. Área de cortadura	81
Figura 3.22. Posición de la chaveta eje 2	82
Figura 3.23. Dimensiones de la chaveta.....	83
Figura 3.24. Fuerzas que actúan sobre la chaveta	84
Figura 3.25. Área de cortadura	84
Figura 5.1. Croquis eje1.....	92
Figura 5.2. Eje1	92
Figura 5.3. Croquis cubo.....	93
Figura 5.4. Cubo	93
Figura 5.5. Espiral tornillo	93
Figura 5.6. Tornillo sin-fin.....	94
Figura 5.7. Plano tangente	94

Figura 5.8. Chavetero eje 1	94
Figura 5.9. Tornillo sin-fin completo	95
Figura 5.10. Eje 1 completo.....	95
Figura 5.11. Croquis chaveta	95
Figura 5.12. Chaveta.....	95
Figura 5.13. Rodamiento axial de rodillos cilíndricos.....	96
Figura 5.14. Rodamiento radial de bolas de una hilera	96
Figura 5.15. Ensamblaje eje 1.....	96
Figura 5.16. Ensamblaje eje 1 3D	97
Figura 5.17. Croquis eje 2.....	97
Figura 5.18. Eje 2	97
Figura 5.19. Corona	98
Figura 5.20. Chaveta.....	98
Figura 5.21. Rodamiento de bolas de una hilera	99
Figura 5.22. Rodamiento oscilante de rodillos.....	99
Figura 5.23. Ensamblaje eje 2.....	99
Figura 5.24. Ensamblaje eje 2 3D	100
Figura 5.25. Ensamblaje reductor	100
Figura 5.26. Eje 1 simplificado.....	101
Figura 5.27. Planos Eje 1	101
Figura 5.28. Secciones Eje 1	102
Figura 5.29. Restricciones Eje 1.....	102
Figura 5.30. Dibujo Eje 1	103
Figura 5.31. Torsor Eje 1.....	103
Figura 5.32. Cargas sobre el Eje 1.....	103
Figura 5.33. Malla para Eje 1.....	104
Figura 5.34. Eje 2 simplificado.....	104
Figura 5.35. Planos Eje 2	104
Figura 5.36. Restricciones Eje 2.....	105
Figura 5.37. Dibujo Eje 2	105
Figura 5.38. Cargas sobre Eje 2	105
Figura 5.39. Torsor Eje 2.....	106
Figura 5.40. Malla para Eje 2.....	106
Figura 5.41. Resultados tensiones Eje 1.....	107
Figura 5.42. Resultados desplazamientos Eje 1	108
Figura 5.43. Resultados tensiones Eje 2.....	109
Figura 5.44. Resultados desplazamientos Eje 2	110
Figura 6.1. Funcionamiento sensor retroreflectivo	111
Figura 6.2. Esquema de control.....	113
Figura 6.3. Red de Petri (versión 1)	113
Figura 6.4. Red de Petri (versión 2)	114
Figura 6.5. Red de Petri (versión 3)	115
Figura 6.6. Red de Petri (versión final).....	116

Índice Tablas

Tabla 1. Magnitudes fundamentales.....	11
Tabla 2. Cálculo a flexión.....	11
Tabla 3. Cálculo a desgaste.	12
Tabla 4. Dimensiones del reductor	13
Tabla 5. Magnitudes fundamentales.....	13
Tabla 6. Cálculo a flexión.....	14
Tabla 7. Cálculo a desgaste	14
Tabla 8. Cargas en la transmisión.....	16
Tabla 9. Designación del material para los ejes	17
Tabla 10. Cargas mayoradas en la transmisión.....	17
Tabla 11. Cargas sobre los rodamientos	18
Tabla 12. Rodamientos.....	18
Tabla 13. Esfuerzos en la chaveta	19
Tabla 14. Correspondencia entre entradas al controlador y bits en la memoria del autómata.	23
Tabla 1.1. Motores trifásicos 8 polos.	29
Tabla 1.2 Valores límite de número de dientes de un piñón.	32
Tabla 1.3. Coeficientes de rigidez.....	33
Tabla 1.4. Factores de servicio	33
Tabla 1.5. Factor de esfuerzos dinámicos	34
Tabla 1.6. Coeficiente de Lewis.....	35
Tabla 1.7. Propiedades aceros al carbono	35
Tabla 1.8. Valores límite de número de dientes de un piñón	37
Tabla 2.1. Relaciones de transmisión normalizadas para corona tornillo sin-fin	40
Tabla 2.2. Motores trifásicos.....	40
Tabla 2.3. Dimensiones de la corona	41
Tabla 2.4. Dimensiones del tornillo sin-fin.....	41
Tabla 2.5. Motores trifásicos.....	43
Tabla 2.6. Tiempos de arranque.....	45
Tabla 2.7. Factores de servicio	46
Tabla 2.8. Factor de esfuerzos dinámicos	46
Tabla 2.9. Coeficiente de Lewis.....	47
Tabla 2.10. Coeficientes de rigidez.....	49
Tabla 2.11. Constante C para cálculo a desgaste corona-tornillo sin fin	49
Tabla 2.12. Propiedades bronce	50
Tabla 3.1. Propiedades aceros al carbono	56
Tabla 3.2. Prontuario rodamientos axiales para eje 1	59
Tabla 3.3. Prontuario rodamientos rígidos de bolas para eje 1	60
Tabla 3.4. Propiedades aceros al carbono	67
Tabla 3.5. Prontuario rodamientos de bolas para eje 2.....	70
Tabla 3.6. Tabla para determinar los coeficientes de la carga equivalente.....	71
Tabla 3.7. Prontuario rodamientos oscilante de rodillos para eje 2.....	72
Tabla 3.8. Valores de a y b para la determinación de Ka	73
Tabla 3.9. Kb para probetas circulares sometidas a flexión y torsión giratoria	73
Tabla 3.10. Determinación de Kc según la confiabilidad	74



Tabla 3.11. Kf para chaveteros de acero	74
Tabla 3.12. Dimensiones para chavetas.....	79
Tabla 3.13. Longitudes normalizadas de la chaveta.....	80
Tabla 3.14. Propiedades mecánicas aceros SAE.....	85
Tabla 3.13. Longitudes normalizadas de la chaveta.....	71
Tabla 6.1. Correspondencia entradas al controlador y bits en la memoria del autómatas	112
Tabla 6.2. Correspondencia salidas del controlador y bits en la memoria del autómatas.....	112

MEMORIA

1. Objeto y justificación

1.1. Objeto

Las cintas transportadoras son los elementos más difundidos empleados en distintas ramas para desplazar cargas de forma continua.

En este proyecto se va a estudiar el diseño de un reductor para una cinta transportadora horizontal, en concreto destinado al uso en las cajas de cobro de un supermercado. Se parte de un transportador de banda para pequeñas cargas del catálogo de la empresa Maskepack, modelo TKB-06.

El fabricante facilita las dimensiones de la cinta y la carga máxima admisible por la misma. Se calcularán distintas opciones en las transmisiones del reductor para un posterior análisis y selección de la más adecuada. Teniendo en cuenta los tipos de fallo que pueden surgir en cada transmisión, el rendimiento que ofrece cada una, los materiales necesarios...

Se seleccionarán también los rodamientos y el motor apropiados para el conjunto.

Dado que la cinta está sometida continuamente a puestas en marcha, y por tanto a paradas constantes, se incorporará al sistema un freno de disco.

Se incluirá un modelado del sistema de control de accionamiento de la cinta mediante un proceso iterativo con redes de Petri hasta obtener una red que contemple todos los fallos posibles que puedan producirse.

Finalmente, se modelizarán las transmisiones en SolidWorks y se hará una simulación de los ejes que componen el reductor.

1.2. Justificación

En la actualidad, la implementación de cintas transportadoras en la industria ha automatizado el proceso productivo haciéndolo mucho más eficiente.

Este sistema de transporte también está muy presente en nuestra vida cotidiana. A diario nos encontramos cintas transportadoras en el supermercado cuando hacemos la compra, en los aeropuertos cuando esperamos nuestras maletas, e incluso en centros comerciales somos nosotros mismos transportados por escaleras mecánicas, que al fin y al cabo es una cinta vertical.

Estamos tan habituados a convivir con él que ni nos paramos a pensar en lo que nos facilita la vida o en su funcionamiento. Es por ello que me interesó realizar este trabajo fin de grado, después de cursar la asignatura "*Criterios de diseño de máquinas*" y "*Cálculo y selección de elementos y máquinas*", donde adquirí los conocimientos y capacidades analíticas respecto a máquinas reductoras, sistemas de engranajes, transmisión de movimientos y las fuerzas inherentes al movimiento.

La última asignatura del grado que he cursado ha sido "*Sistemas automáticos*". A pesar de que en un primer momento pensaba que era una asignatura muy compleja, finalmente me resultó



muy interesante. Es por ello que decidí incorporar una pequeña parte de automatización a mi proyecto, que creo que lo complementa muy bien.

En resumen, este proyecto aúna los conocimientos adquiridos a lo largo de la carrera en las asignaturas que más me han gustado, y es la primera vez que los pongo en práctica para una aplicación real.



2. Introducción

2.1. Historia

Las primeras cintas transportadoras fueron empleadas en 1795 para el transporte de carbón y materiales en la industria minera. Era un sistema muy primitivo, que consistía en una cinta de cuero o lona que deslizaba por una tabla de madera. No se consideró un sistema exitoso, pero con los años distintos ingenieros vieron en ellas una manera efectiva de transportar materiales de forma rápida, económica y segura.

Fue en Estados Unidos donde se utilizaron por primera vez cintas transportadoras para trabajar en grandes distancias. Eran unas instalaciones bajo tierra que recorrían 8 kilómetros desde una mina.

En 1913 Henry Ford introdujo cintas transportadoras en la cadena de montaje en la producción de su compañía Ford Motor Company.

Durante la Segunda Guerra Mundial los materiales naturales empleados para las cintas escaseaban, y fueron reemplazados por diferentes materiales sintéticos como la goma.

Años más tarde se fueron desarrollando otro tipo de cintas con bandas antimicrobianas para la industria alimentaria o resistentes a elevadas temperaturas. [8]

2.2. Ventajas de uso y aplicaciones

El transporte de materiales supone un factor muy importante en distintos ámbitos, desde actividades industriales, mineras, agrícolas y empresas logísticas, hasta actividades cotidianas totalmente integradas en la sociedad.

Las cintas transportadoras tienen distintas funciones dentro de la industria: pueden formar parte de cadenas de montaje, desempeñar el trabajo de extracción en procesos de fabricación, ayudar en el transporte de cargas y actuar a modo de enlace entre distintos puntos de trabajo.

Actualmente se estima que en algunos sectores, los gastos de transporte pueden suponer entre el 40 y 50% de los gastos de explotación, por lo que se hace necesario seleccionar un transporte eficiente. [6]

Teniendo en cuenta la variedad de utilidades y considerando la diversidad de los productos transportados, incluyendo personas, las opciones en el diseño y materiales de fabricación de las cintas transportadoras es muy diverso.

Como principales ventajas cabe destacar su gran capacidad de transporte, versatilidad y adaptación al terreno.

Su bajo consumo de energía frente a otros sistemas de transporte es un agente decisivo a la hora de elegir una banda transportadora para portar cargas.

El transporte es suave lo que implica la mínima degradación del material acarreado. Permite transporte a gran distancia, lo que supone un aumento de la cantidad de producción en industrias mineras, por ejemplo.



Cabe destacar la posibilidad de carga y descarga en cualquier punto del trazado de la misma, la ausencia de articulaciones con rápido desgaste y el fácil mantenimiento.

Las aplicaciones más frecuentes de cintas transportadoras se encuentran en [7]:

- Centros de logística y distribución.
Esenciales en cualquier almacén de una empresa logística o de un centro de distribución.
- Sistemas productivos.
A nivel industrial, gran cantidad de empresas de fabricación cuentan con cintas transportadoras en sus cadenas de montaje que trasladan las piezas o productos entre los distintos puntos del procesado, almacenado o distribución.
Según la industria a la que pertenezca la empresa, el sistema de transporte por cinta podrá estar más o menos automatizado y dispondrá de otros sistemas accesorios para hacer todavía más eficiente el proceso.
- Industria agrícola.
- Aeropuertos y estaciones.
La gran mayoría de los traslados de equipajes en aeropuertos se llevan a cabo por medio de cintas transportadoras, desde la facturación de la maleta hasta la recogida de la misma en el lugar de destino.
- Supermercados.
En cualquier compra realizada en un supermercado se hace uso de una cinta transportadora a la hora de pasar por caja.
- Industria pesada.
Las cintas empleadas en este tipo de industria tienen especificaciones más exigentes con respecto a las demás, ya que transportan materiales muy pesados (rocas o gravas) a lo largo de grandes distancias y con gran capacidad de erosión.
- Estaciones de esquí.
Los remontes utilizados por los esquiadores han aumentado la seguridad en las estaciones de esquí.
- Centros comerciales y grandes superficies.
Se utilizan para el desplazamiento de personas entre distintos niveles de las instalaciones.

3. Funcionamiento y componentes principales

Como se observa en la *Figura 1* la cinta transportadora consta de un tambor motriz (1) al que irá acoplado el sistema de accionamiento (motor y reductor) que pone en movimiento la banda sin fin (9), que es el elemento portador de la cinta transportadora. Bajo la banda se encuentra la base de deslizamiento (3) que aporta estabilidad a la misma. El tambor de cola (2), junto con el rodillo tensor (7) conforman la estación tensora de la banda. Los rodillos portantes y de presión (4 y 5 respectivamente) sirven de apoyo. Todos los elementos del transportador van montados en un bastidor metálico. [2]

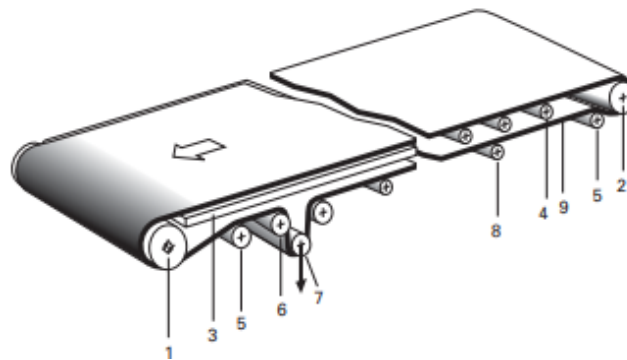


Figura 1. Componentes cinta transportadora.
Fuente: *ingemecanica.com*.

3.1. Banda transportadora

La banda transportadora es el elemento encargado de soportar y transportar los materiales desde el punto de carga hasta el extremo donde se descarga. [6]

Se emplean distintos tipos de banda según el tejido o aspecto superficial que se requiera:

- Tela cauchotada con tejido de algodón
- Fibra sintética
- Acero, laminadas o fabricadas en alambre
- Tela cauchotada con cuerdas de acero vulcanizadas en su interior

Las bandas utilizadas deben tener los siguientes requisitos:

- Alta resistencia mecánica longitudinal (según la aplicación)
- Resistencia al desgaste
- Poca elasticidad
- Alta resistencia a la humedad

3.2. Tambores

Los tambores, con su giro transmiten la fuerza tangencial a la banda provocando el avance de la misma debido a la fricción de esta sobre ellos. El movimiento se genera en el tambor motriz que es accionado por el motor y el reductor, acoplados al eje del tambor. Por su parte, el tambor de



cola, situado en el lado opuesto respecto al tambor motriz, provocará el retorno de banda hacia el otro extremo.

Los tambores de inflexión se sitúan por la parte inferior de la banda a la salida del tambor motriz y a la entrada del tambor de reenvío para modificar el ángulo de salida y entrada a estos. De esta forma, se asegura que la superficie de banda que entre en contacto con ellos sea la óptima para conseguir así el máximo rendimiento y eficiencia.

También se pueden situar por debajo de la cinta los tambores de desvío que se encargan de dirigirla hacia el tambor de tensión para mantener la correcta tensión de la banda.

La tensión máxima que soporta la cinta es en el tambor motriz, cuyo diámetro se toma mayor para disminuir las tensiones de flexión de la banda.

3.3. Rodillos de apoyo

Las estaciones de rodillos soportan el peso de la cinta (y de la carga a transportar) y giran solidarios al movimiento de la cinta facilitando así su desplazamiento. Son los componentes que definen la calidad del transportador, ya que si su giro no es adecuado aumenta su fricción produciendo un coste superior de energía y además desgastes de recubrimiento de la banda. Contribuyen al centrado de la banda y ayudan a la limpieza de ésta.

Su disposición varía según la solicitación de la zona en la que se encuentran. Las zonas de carga y descarga necesitan una mayor resistencia.

3.4. Estaciones accionadoras

El accionamiento de la cinta incluye un motor eléctrico con un reductor de velocidad que transmita la potencia y cuyo eje de salida acciona el tambor motriz engranando directamente o bien por medio de una transmisión por correa, por ejemplo.

El problema que ocupa este proyecto es la conversión de la velocidad del motor para alcanzar la velocidad que requiere la cinta transportadora, por medio de un reductor. Las opciones que se analizarán serán: engranaje de dientes rectos y tornillo sin fin y rueda helicoidal.

3.5. Estaciones tensoras

Para el correcto funcionamiento de una cinta transportadora es necesario asegurar una cierta tensión mínima en los ramales de la banda durante su funcionamiento. En la mayoría de los casos, cuando la cinta no es demasiado larga esta tensión se consigue con el buen posicionamiento de los tambores motriz y de cola.

Los fabricantes de cintas transportadoras deben tener especial cuidado en potenciar el funcionamiento de los tensores, ya que éstos comunican la banda y el tambor motriz, evitan los derrames del material por la falta de tensión de la banda y facilita el arranque del camino del producto.

4. Cálculos previos al diseño

4.1. Datos iniciales

Para obtener los datos de partida en el desarrollo del diseño, se escoge del catálogo Maskepack la cinta transportadora que más se ajusta a la aplicación específica. Deben tenerse en cuenta las necesidades requeridas tanto en dimensiones como en la carga que se estima ésta transportará. La velocidad se ha calculado de manera experimental.

A continuación se exponen dichos datos de partida:

- Longitud entre centros de tambores: **1.400 mm**
- Ancho de banda: **450 mm**
- Diámetro de tambor motriz: **60 mm**
- Velocidad de avance: **0,18 m/s**
- Capacidad de carga máxima: **80 Kg**

En la capacidad de carga se incluye la carga que puede transportar y el peso propio de la cinta. A partir de estos datos se procede a calcular los parámetros de diseño del reductor de la cinta transportadora.

4.2. Cálculos en el tambor motriz

Con la velocidad de avance de la cinta y el diámetro del tambor motriz calculamos la velocidad angular:

$$w_{tambor} = \frac{v}{r} = \frac{0,18 \left[\frac{m}{s} \right]}{\frac{0,06 [m]}{2}} = 6 \frac{rad}{s}$$
$$n_{tambor} = 6 \left[\frac{rad}{s} \right] \cdot \frac{60}{2\pi} = 57,295 \text{ rpm}$$

Calculamos la potencia máxima a la que trabajará el tambor:

$$P_{tambor,1} = 80 [kg] \cdot 9,8 \left[\frac{N}{kg} \right] \cdot 0,18 \left[\frac{m}{s} \right] = 141,12 \text{ W}$$

Teniendo en cuenta las pérdidas de la banda transportadora ($\eta = 0,9$), recalculamos la potencia a la que tiene que trabajar el tambor:

$$P_{tambor} = \frac{P_{tambor,1}}{\eta} = \frac{141,12}{0,9} = 156,8 \text{ W}$$

5. Cálculo de las alternativas del sistema reductor

Se plantean dos opciones de reductor partiendo de los requerimientos previamente calculados. Por un lado, se calcula un reductor con engranajes de dentado recto por su versatilidad y alta eficiencia. Por otro lado, se opta por diseñar un reductor corona tornillo sin-fin, que, a pesar de su bajo rendimiento, es adecuado para aplicaciones donde se muevan cargas debido a que es irreversible y con el que se consigue una gran reducción de velocidad en una única etapa.

En ambos diseños, el eje del tambor motriz engrana con el eje de salida del reductor por medio de una transmisión por correa como se observa en la *Figura 2*. De esta manera se consigue optimizar el espacio al colocar el reductor debajo de la propia cinta en lugar de colocarlo en serie (si se conectase el eje de salida directamente con el del tambor motriz). Los engranajes de la correa tendrán el mismo diámetro y número de dientes, y por tanto una relación de transmisión $i = 1$, puesto que su única función es minimizar el espacio lo máximo posible. La eficiencia de la correa es del 96%.

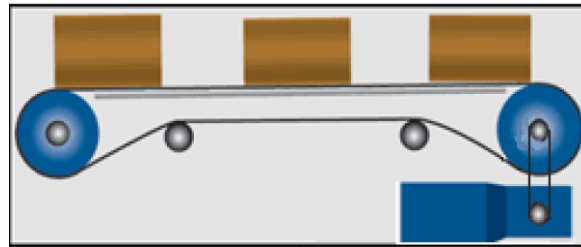


Figura 2. Unión por correa.

Fuente: <http://lomejorenmantenimiento.blogspot.com/2008/>

Se conoce la velocidad del eje conducido y la potencia máxima que se requiere en el tambor motriz:

$$n_{tambor} = 57,295 \text{ rpm}$$

$$P_{tambor} = 156,8 \text{ W}$$

5.1. Cálculo de un reductor de engranajes cilíndricos de diente recto

El desarrollo completo de los cálculos se encuentra en el ANEXO 1 “DISEÑO DE UN REDUCTOR DE ENGRANAJES CILÍNDRICOS DE DIENTE RECTO”.

Características y particularidades de la transmisión

Estos engranajes son los más empleados y presentan la ventaja de ser muy fáciles de fabricar. Suelen ser empleados en mecanismos en los que la potencia a transmitir y el número de revoluciones no es muy grande. Tienen características interesantes para el diseño del reductor de una cinta transportadora:

- Son muy fiables.
- Ofrecen una relación de velocidad constante y estable.
- Poseen un elevado rendimiento (son más eficientes que un engranaje helicoidal del mismo tamaño).



- En la transmisión entre engranajes rectos no se produce empuje axial debido a que los ejes están dispuestos de forma paralela.
- Pueden ser ruidosos y producir vibraciones si se opera a altas velocidades, pero en este caso se trabaja con una velocidad reducida.

Selección del motor

Para escoger el motor idóneo, se calcula la potencia que éste tiene que aportar teniendo en cuenta las pérdidas del sistema de accionamiento, tanto las del reductor ($\eta = 1$) como las de la cadena de transmisión ($\eta = 0,96$), obteniendo $P_{m\acute{a}x,motor} = 163,33 \text{ W}$.

Se escoge el motor MS80-1 que cumple con los requisitos necesarios de potencia con las siguientes características:

$$P_m = 180 \text{ W}, n_m = 610 \text{ rpm}, M_m = 2,8 \text{ Nm}.$$

Relación de transmisión

Partiendo de las características del motor seleccionado y de los requerimientos de la cinta transportadora, se calcula la relación de transmisión del sistema reductor y de los pares de engranajes por medio de las velocidades angulares del motor y el tambor obteniendo los siguientes resultados:

$$i = 10,64, i_{1-2} = 4, i_{3-4} = 2,67$$

Una vez calculadas las relaciones de transmisión de cada etapa, se definen los diámetros primitivos de cada par de engranajes:

$$D_{p1} = 32 \text{ mm}, D_{p2} = 128 \text{ mm}, D_{p3} = 30 \text{ mm}, D_{p4} = 80 \text{ mm}$$

Normalizar los diámetros primitivos supone una pequeña variación en la velocidad lineal de la cinta que no se considera significativa.

$$v_{requerida} = 0,18 \text{ m/s}$$

$$v_{real} = 0,179 \text{ m/s}$$

Tiempo de arranque

Una vez seleccionado el motor y conocida la relación de transmisión del sistema reductor, se calcula el tiempo de arranque del mismo.

Partiendo de los requerimientos de par en el tambor ($M_{tambor} = 26,13 \text{ Nm}$), se calcula el par útil en el eje del motor por medio de la relación de transmisión.

Se calcula el par de arranque, que será el par motor en el momento del arranque y su valor será superior al del par útil mencionado anteriormente.

Es necesario conocer las inercias parciales del sistema. A efectos de simplificar los cálculos, la inercia del conjunto reductor, del piñón y del tambor motriz se suponen nulas puesto que son

despreciables frente a la del motor y la de la masa a desplazar. Una vez calculada la inercia total, se calcula la aceleración angular de arranque y finalmente se obtiene el tiempo de arranque del motor:

$$t_{arr} = 0,0547 \text{ s}$$

Analizando el valor obtenido se concluye que es un tiempo de arranque razonable para un motor con las características dadas.

Selección del material

Para asignar el material adecuado a los engranajes, se determinan las magnitudes fundamentales de los mismos y se realizan las comprobaciones a flexión y a desgaste en el piñón de cada una de las etapas del reductor.

Los cálculos aparecen detallados en el Anexo 1 y a continuación se exponen distintas tablas resumen de los resultados obtenidos.

En la *Tabla 1 "Magnitudes fundamentales"* aparecen el ángulo de presión (α), el número de dientes (Z), el módulo (M), el coeficiente de rigidez (δ), el valor máximo de anchura del diente ($b_{m\acute{a}x}$) y el coeficiente de Lewis (y) calculados en cada etapa del reductor.

Tabla 1. Magnitudes fundamentales.
Fuente: Elaboración propia.

MAGNITUDES FUNDAMENTALES						
	$\alpha [^\circ]$	Z	M [mm]	δ	$b_{m\acute{a}x}$ [mm]	y
Primera etapa	20	$Z_1=16, Z_2=64$	2	15	30	0,094
Segunda etapa	20	$Z_3=15, Z_2=40$	2	15	30	0,092

Una vez determinadas las magnitudes fundamentales de cada par de engranajes que componen el reductor, se calcula la tensión máxima admisible (σ_{adm}) con la que se asignará el material óptimo para la transmisión. Para ello es necesario calcular el par transmitido mayorado por medio del factor de esfuerzos dinámicos (f_d) y de servicio (f_s), que contemplan la calidad de los engranajes y la influencia del tipo de máquina respectivamente. En la *Tabla 2 "Cálculo a flexión"* se incluyen los resultados obtenidos.

Tabla 2. Cálculo a flexión.
Fuente: Elaboración propia.

Cálculo a flexión							
Primera etapa				Segunda etapa			
f_d	f_s	σ_{adm} [MPa]	Material	f_d	f_s	σ_{adm} [MPa]	Material
1,17	1,5	17,318	Acero F-111	1,04	1,5	67,1 MPa	Acero F-111

Una vez se selecciona el material que impide que el reductor falle a flexión, se comprueba que no falle a desgaste. Se determina la dureza superficial necesaria en el material partiendo del régimen de funcionamiento de cada etapa, teniendo en cuenta que la duración de funcionamiento de la transmisión es de 30.000 h, lo que equivale aproximadamente a unas 12 h de funcionamiento diarias durante 6 años.

En la *Tabla 3 “Cálculo a desgaste”* se observa que la comprobación a desgaste en ambas etapas resulta más crítica que la anterior reflejada en la *Tabla 2 “Cálculo a flexión”* y, por tanto, es necesario reasignar un material a los engranajes para que cumplan dicho requerimiento.

*Tabla 3. Cálculo a desgaste.
Fuente: Elaboración propia.*

Cálculo a desgaste							
Primera etapa				Segunda etapa			
W	HB ₁	HB ₂	Material	W	HB ₃	HB ₄	Material
1.098	200	196	Acero F-114	274,5	334	283	Acero F-126
			247 HB				352 HB

5.2. Cálculo de un reductor corona tornillo sin-fin

El desarrollo completo de los cálculos se encuentra en el ANEXO 2 “DISEÑO DE UN REDUCTOR CON CORONA TORNILLO SIN-FIN”.

Características y particularidades de la transmisión

Este tipo de reductor transmite movimiento entre ejes perpendiculares que se cruzan pero que no son concurrentes. Presentan características muy interesantes para el diseño de una cinta transportadora:

- Altas relaciones de transmisión, consiguiéndose en un solo paso una gran reducción de la velocidad.
- Son irreversibles, por tanto, actúan como freno mecánico.
- Son las transmisiones más silenciosas.
- Tienen un tamaño reducido.

Por otro lado, existe una gran fricción entre los dientes lo que implica la necesidad de lubricación y supone una disminución del rendimiento.

Selección del motor

El uso de esta transmisión tiene como objetivo conseguir un reductor muy compacto aunque eso conlleve un coste de eficiencia del mismo. Se escoge la relación de transmisión normalizada $i = 30$, que para un tornillo con una única entrada, ofrecerá un resultado óptimo en cuanto a dimensiones se refiere.

Se selecciona un motor que ofrezca la velocidad adecuada para obtener la relación de transmisión requerida.

Una vez calculadas las magnitudes fundamentales de la transmisión, se obtiene el valor del rendimiento del reductor ($\eta = 25,2\%$), con el que se calcula la potencia necesaria en el motor y se observa que el seleccionado en primera instancia no cubre las necesidades de potencia.

Finalmente, se escoge el motor 1LE0141-0DB36-4AA4 que cumple con los requisitos necesarios de potencia y velocidad con las siguientes características:

$$P_m = 750 \text{ W}, n_m = 1.705 \text{ rpm}, M_m = 4,2 \text{ Nm}.$$

Tiempo de arranque

Una vez seleccionado el motor y conocida la relación de transmisión del sistema reductor, se calcula el tiempo de arranque del mismo.

Partiendo de los requerimientos de par en el tambor ($M_{tambor} = 26,13 \text{ Nm}$), se calcula el par útil en el eje del motor por medio de la relación de transmisión.

Se calcula el par de arranque, que será el par motor en el arranque y su valor será superior al par útil mencionado anteriormente.

Por medio de la inercia total del sistema, se calcula la aceleración angular de arranque y finalmente se obtiene el tiempo de arranque del motor:

$$t_{arr} = 0,049 \text{ s}$$

Analizando el valor obtenido y comparándolo con el valor límite en motores de tamaño 80 y 4 polos, se observa que el tiempo de arranque obtenido es muy inferior.

Magnitudes fundamentales

Las dimensiones del tornillo y de la corona vienen recogidas en la siguiente tabla:

Tabla 4. Dimensiones del reductor.

Fuente: Elaboración propia.

	M[mm]	Z	D_p [mm]	D_{ext} [mm]	D_{eje} [mm]	L[mm]	$L_{roscada}$ [mm]
Tornillo	2	1 (entrada)	48	-	25	60	36
Corona	2	30	60	67	30	-	

Conocidos los parámetros que definen los engranajes, se calculan las magnitudes fundamentales de la transmisión: El ángulo de avance (μ), el paso axial (P_a), el ángulo del movimiento helicoidal (φ') y el rendimiento de la transmisión (η) que aparecen reflejadas en la siguiente tabla:

Tabla 5. Magnitudes fundamentales.

Fuente: Elaboración propia.

μ [°]	P_a [mm]	φ' [°]
2,384	6,3	6,998

Selección del material

Para asignar el material adecuado, se harán las comprobaciones a flexión y a desgaste de la transmisión de forma análoga al procedimiento realizado con los engranajes rectos.

Los cálculos serán referidos a la corona, que resulta más restrictiva que el tornillo, y aparecen detallados en el Anexo 2. A continuación se exponen distintas tablas resumen de los resultados obtenidos.

En la *Tabla 6 "Cálculo a flexión"* aparecen los factores correctores dinámico (f_d) y de servicio (f_s), el ángulo de presión (α), el coeficiente de Lewis (y), la anchura del diente (b_c) y finalmente la tensión máxima admisible (σ_{adm}) mínima necesaria para evitar el fallo a flexión.

*Tabla 6. Cálculo a flexión.
Fuente: Elaboración propia.*

Cálculo a flexión					
f_d	f_s	$\alpha[^\circ]$	y	$b_c[\text{mm}]$	$\sigma_{adm}[\text{MPa}]$
1,029	1,5	20	0,114	12,15	178,572

En este tipo de transmisión, debido al elevado rozamiento que existe entre los flancos de los dientes, resulta crítico el fallo por desgaste. Para minimizar al máximo el efecto negativo del rozamiento es fundamental una buena elección de los materiales en cuestión. En estas transmisiones entra en juego una constante "C" que viene determinada por el material y la velocidad de deslizamiento " V_d " entre los dientes que aparecen reflejadas en la *Tabla 7 "Cálculo a desgaste"*.

*Tabla 7. Cálculo a desgaste.
Fuente: Elaboración propia.*

Cálculo a desgaste			
δ	$V_d [\frac{m}{s}]$	$C [\frac{N}{mm^2}]$	Material
6,075	4,326	2,14	Bronce C-412

5.3. Selección y justificación del reductor apropiado

Para la selección del reductor más adecuado para la cinta se tienen en cuenta distintos aspectos relevantes calculados anteriormente:

Dimensión

En principio, el tamaño del reductor no sería un problema puesto que se dispone de un amplio espacio bajo la cinta donde instalarlo. Sin embargo, se requiere un espacio donde almacenar las cestas de compra una vez los clientes del supermercado finalicen su compra y pasen por caja. Es por ello que la dimensión del conjunto reductor pasa a ser uno de los factores más importantes a la hora de seleccionar la transmisión más conveniente.

El reductor con engranajes de dientes rectos tiene una envergadura superior a la del segundo diseño, ya que consta de dos etapas para conseguir la reducción de velocidad requerida en la cinta mientras que el diseño con tornillo sin-fin y rueda helicoidal es mucho más compacto.

Eficiencia

El rendimiento del reductor con engranajes rectos es del 100%, mientras que el reductor corona tornillo sin-fin diseñado tiene pérdidas elevadas y un rendimiento total del 25,2%.

Como se ha calculado en apartados anteriores, teniendo en cuenta las pérdidas en la propia cinta transportadora, en la cadena de transmisión entre el eje del tambor motriz y el eje de salida del reductor y el rendimiento del propio reductor, se observa que los requerimientos de potencia en el motor son notablemente distintos.

$$P_{m,engranajesrectos} = 153,125 \text{ W}$$

$$P_{m,coronatornillo} = 607,6 \text{ W}$$



De cara a conseguir un diseño con la mayor eficiencia posible, se escogería el reductor de engranajes rectos que es capaz de cumplir con los requisitos necesarios con requerimientos de potencia menores. En este caso se prima la complejidad inferior del diseño corona tornillo sin-fin cuya transmisión consta de menor número de elementos, así como su diseño robusto al constar de 2 ejes en vez de 3 como la transmisión de engranajes rectos.

En conclusión, a pesar del bajo rendimiento de la transmisión, el diseño más adecuado para la cinta transportadora es la transmisión de corona tornillo sin-fin.

6. Estudio y diseño de los ejes

El diseño detallado de los ejes de la transmisión se encuentra en el ANEXO 3 “DIMENSIONADO DE LOS EJES DEL REDUCTOR”.

Se estudia el caso en el que el elemento motriz es el tornillo (designado con el subíndice 1) y la rueda es conducida (designada con el subíndice 2). Es necesario conocer el módulo, la dirección y el sentido de las cargas generadas en el punto de contacto entre el tornillo y la rueda, que aparecen recogidas en la *Tabla 8 “Cargas en la transmisión”*.

Tabla 8. Cargas en la transmisión.
Fuente: Elaboración propia.

CARGAS EN LA TRANSMISIÓN		
$T_1 = A_2$	$V_1 = V_2$	$A_1 = T_2$
175 N	387,82 N	1.059,15 N

El eje 1 incluye el motor y el tornillo sin-fin con $D_{p1} = 48 \text{ mm}$ como aparece en la *Figura 3*.

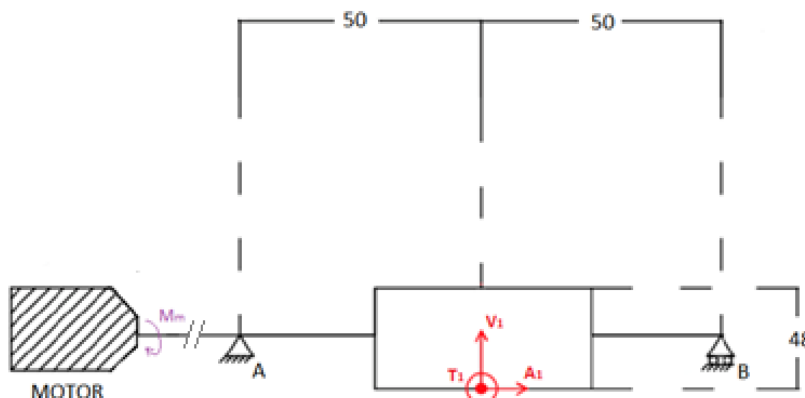


Figura 3. Disposición del tornillo sobre el eje 1.
Fuente: Elaboración propia.

El eje 2 es conformado por la corona con $D_{p2} = 60 \text{ mm}$ y el piñón con $D_p = 40 \text{ mm}$ que transmitirá el movimiento al eje del tambor motriz de la cinta por medio de una correa dentada.

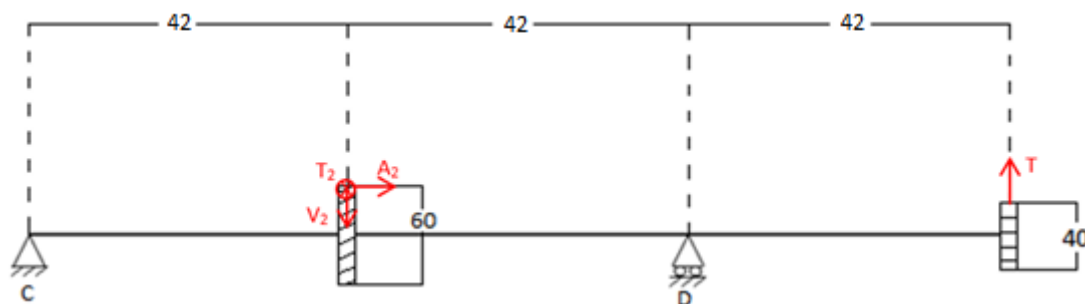


Figura 4. Disposición de la corona y el piñón sobre el eje 2.
Fuente: Elaboración propia.

6.1. Cálculo de los ejes

El procedimiento a seguir en ambos ejes para designar un material adecuado que permita transmitir las cargas del reductor es el siguiente:

- Se identificará la sección más desfavorable del eje mediante los diagramas de esfuerzos. Una vez determinada la sección más solicitada a lo largo del eje, se determina la tensión equivalente por medio de la Teoría de Cortante Máximo o la Teoría de Von Mises.
- Se fijará un coeficiente de seguridad adecuado para finalmente obtener el valor mínimo de resistencia a la fluencia del material a elegir para el eje diseñado.
- El montaje final incluirá 2 rodamientos que servirán de apoyo y absorberán las reacciones del conjunto. Con el fin de tener un sistema isostático con el que trabajar, un rodamiento deberá estar exento de absorber cargas en dirección axial mientras que el otro absorberá cargas radiales y axiales. La parametrización de los rodamientos se abordará una vez se haya dimensionado el eje.

Selección del material

Se calculan las reacciones en los apoyos y se identifica la sección más desfavorable, que coincide con la posición del tornillo y de la corona respectivamente en cada eje. Se calculan las tensiones normales y tangenciales en la sección crítica y con ellas la tensión equivalente.

Se impone un coeficiente de seguridad $CS = 4$ con el que se obtiene la tensión de fluencia ($\sigma_{F,min}$) mínima necesaria para el material que compondrá cada uno de los ejes. Finalmente se asigna el material que ofrezca una tensión de fluencia superior (σ_{adm}).

En la *Tabla 9 "Designación del material para los ejes"* se recogen los resultados obtenidos en MPa.

Tabla 9. Designación del material para los ejes.

Fuente: Elaboración propia.

Eje 1				Eje 2			
σ_{eq}	$\sigma_{F,min}$	Material	σ_{adm}	σ_{eq}	$\sigma_{F,min}$	Material	σ_{adm}
14,88	59,52	F-111	140	55,56	222,23	F-114	260

Selección de rodamientos

La carga teórica sobre los engranajes debe ir afectada por factores de esfuerzos adicionales que dependen tanto del propio engranaje (f_a) como de la máquina accionada por la transmisión (f_b). El valor de f_a para engranajes corrientes es de 1,10 a 1,30 y el de f_b para máquinas con trabajo exento de choques es de 1 a 1,20. En ambos casos para mayorar las cargas se escoge el valor más restrictivo para estar del lado de la seguridad, por tanto, $f_a = 1,30$ y $f_b = 1,20$ y se obtienen los resultados que se muestran en la *Tabla 10 "Cargas mayoradas en la transmisión"*.

Tabla 10. Cargas mayoradas en la transmisión.

Fuente: Elaboración propia.

CARGAS MAYORADAS		
$T'_1 = A'_2$	$V'_1 = V'_2$	$A'_1 = T'_2$
273 N	604,99 N	1.652,274 N

Se recalculan las reacciones en los apoyos, obteniendo las cargas que absorben los rodamientos, los resultados aparecen en la *Tabla 11 "Cargas sobre los rodamientos"*.

Tabla 11. Cargas sobre los rodamientos.

Fuente: Elaboración propia.

Rodamiento A		Rodamiento B		Rodamiento C		Rodamiento D	
F_a [N]	F_r [N]	F_a [N]	F_r [N]	F_a [N]	F_r [N]	F_a [N]	F_r [N]
1.652,274	165,76	-	712,6	273	3.508,74	-	9.291,05

Para seleccionar en el catálogo el rodamiento adecuado, es necesario calcular su vida en millones de vueltas (L) y con ella se determinará la capacidad de carga dinámica (C) que éste soporta.

Una vez calculada la carga dinámica y conociendo previamente el tipo de rodamiento óptimo según las cargas que absorbe, se busca en el catálogo FAG el rodamiento adecuado para cada caso.

Por último, se hacen las comprobaciones pertinentes de velocidad y carga estática, y si es necesario, se hace una segunda iteración.

Los parámetros mencionados anteriormente, así como los rodamientos elegidos se muestran a continuación:

Tabla 12. Rodamientos.

Fuente: Elaboración propia.

	L [mill. vueltas]	C [N]	Tipo de rodamiento	Rodamiento
Rodamiento A	3.069	18.373 N	Axial de rodillos cilíndricos	81105TVPB
Rodamiento B	3.069	10.355,7	Radial de bolas	6205
Rodamiento C	102,3	16.410,04	Radial de bolas	6206
Rodamiento D	102,3	37.241,53	Oscilante de rodillos	22206E

6.2. Cálculo a fatiga

Es necesario realizar el cálculo a fatiga para evitar la rotura del material que compone los ejes sometidos a cargas dinámicas cíclicas. A pesar de que el valor de estas cargas es inferior al de las cargas estáticas, pueden debilitar el eje en alguna sección crítica.

Cada uno de los ejes previamente diseñados, está compuesto por un acero al carbono F-111 cuya resistencia a tracción es $R_m = 380$ MPa y un acero al carbono F-114 con una $R_m = 620$ MPa.

Existen diferentes vías analíticas para suplir el método experimental de obtención de los parámetros de fatiga de alto ciclo. Se utiliza el método de ajuste logarítmico-logarítmico como aproximación basada en las características del metal escogido. Este método permite obtener de forma precisa una aproximación de las curvas S-N en el intervalo entre los límites de bajo y alto ciclaje ($10^3 \leq N \leq 10^6$).

$$2N_1 = 9.934.514.835 \text{ ciclos}$$

$$2N_2 = 12.308.482,1 \text{ ciclos}$$

Para ambos ejes se considera **Vida infinita** ya que $2N \gg 6.000.000 \text{ ciclos}$.

6.3. Chavetas

Para evitar pérdidas de potencia derivadas del deslizamiento entre el eje 1 y el cubo sobre el que se mecaniza el tornillo, y entre el eje 2 y la corona, es necesario introducir una chaveta que se alojará como aparece en la *Figura 5*.

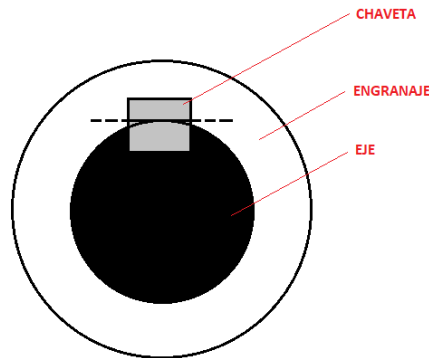


Figura 5. Posición de la chaveta.
Fuente: Elaboración propia.

La chaveta es un elemento sometido a fuerzas cortantes y de aplastamiento, por tanto, se debe comprobar que la chaveta no falle bajo la acción de estas y que, además, tenga un coeficiente de seguridad $CS = 4$.

En función del diámetro del eje se obtiene:

$$D_{eje} = 25 \text{ mm} \rightarrow b \times h = 8 \times 7 \text{ mm}$$

$$D_{eje} = 30 \text{ mm} \rightarrow b \times h = 8 \times 7 \text{ mm}$$

Conocida la sección transversal de cada chaveta, se comprueba que existe una longitud normalizada para la misma que coincide con la longitud del cubo del tornillo $L = 60 \text{ mm}$ y del ancho de la corona $L = 30 \text{ mm}$ respectivamente.

Una vez se determina la fuerza que actúa sobre la chaveta, se comprueban los distintos modos de fallo para finalmente determinar el material que compondrá la chaveta diseñada:

- Fallo a cortante
- Fallo por aplastamiento eje-chaveta
- Fallo por aplastamiento cubo-chaveta

La sección de contacto chaveta-eje y chaveta-engranaje coinciden, por lo que se aúna el estudio de fallo por aplastamiento. En la *Tabla 13 "Esfuerzos en la chaveta"* se encuentran recogidos los resultados obtenidos para cada chaveta:

Tabla 13. Esfuerzos en la chaveta.
Fuente: Elaboración propia.

	Cortante			Aplastamiento		
	CS	$\tau_{cortante}$ [MPa]	$\sigma_{F,min}$ [MPa]	CS	$\sigma_{aplastamiento}$ [MPa]	$\sigma_{F,min}$ [MPa]
Tornillo	4	0,7	5,6	4	1,6	6,4
Corona	4	8,83	70,61	4	20,17	80,7



Se escoge la tensión de fluencia (σ_F) más restrictiva obtenida mediante el cálculo de fallo por aplastamiento. El material elegido para esta aplicación será un acero **AISI/SAE 1006** que tiene una $\sigma_F = 170 \text{ MPa}$ cuyas especificaciones superan notablemente las exigidas, pero al tratarse la chaveta de un elemento de dimensiones reducidas no supondrá un incremento considerable del coste del conjunto. Aunque la tensión de fluencia de la chaveta, sea superior a la del material que compone el eje 1 (Acero F-111 con $\sigma_F = 140 \text{ MPa}$), en las condiciones de trabajo dadas nunca se llegará a la situación en la que el eje falle.



7. Sistema de frenado

Teniendo en cuenta la aplicación específica de la cinta transportadora cuyo reductor se ha diseñado en este trabajo, debe tenerse en cuenta que está sometida continuamente a puestas en marcha, y por tanto a paradas constantes. Es por ello que debe añadirse un freno al sistema que permitirá que la cinta se pare cada vez que no esté en uso o incluso durante el mismo.

La cinta avanzará cada vez que un sensor de peso detecte la presencia de un producto, y por el contrario se detendrá cuando un artículo se coloque frente a un sensor óptico situado al final de la cinta.

Se estima que el tiempo óptimo en el que la cinta debe detenerse durante el proceso de cobro, teniendo en cuenta la velocidad lineal y las distancias, es de **0,5s**.

Se calcula el par de frenado necesario para detener la cinta en el tiempo requerido:

$$T_{frenado} = 0,23 \text{ Nm}$$

Una vez calculado el par de frenado, se procede a dimensionar el disco del freno (cuyo diámetro interior coincide con el del eje 1 ($d = 25 \text{ mm}$) mediante dos hipótesis: presión uniforme y desgaste uniforme.

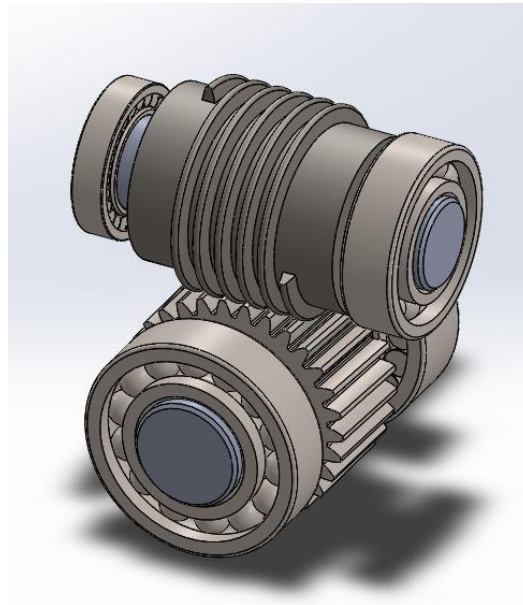
Tras realizar los cálculos bajo ambas hipótesis, el diámetro exterior del disco del freno es el resultante de la hipótesis de **desgaste uniforme**, ya que se obtiene el valor más restrictivo $D = 30,28 \text{ mm}$, que una vez normalizado queda **$D = 31 \text{ mm}$** .

El ANEXO 4 "SISTEMA DE FRENADO" contiene el procedimiento de cálculo completo.

8. Modelado y simulación

Con el fin de obtener una visión del reductor completo en 3D, se modelan cada una de las piezas que lo componen para posteriormente realizar el ensamblaje de todas ellas. Una vez modeladas, se obtendrán los planos de las mismas. La metodología seguida en el modelado de los ejes y su simulación se encuentra en el ANEXO 5 "SOLID WORKS".

En la *Figura 6* aparece el reductor diseñado. Es muy compacto, tal y como se requería.



*Figura 6. Reductor completo.
Fuente: Elaboración propia.*

Se realiza un estudio estático de los ejes para analizar las tensiones, los desplazamientos y las deformaciones que sufren. Con los resultados de la simulación se identifica la sección más desfavorable de los mismos, la cual ha sido identificada analíticamente en apartados anteriores.

En la simulación se aprecian diferencias en las tensiones con respecto al valor máximo obtenido en el desarrollo de los cálculos, que son provocadas por la distribución de las cargas en el eje. En los cálculos se ha trabajado con cargas puntuales, mientras que en la simulación se aplican cargas distribuidas en toda la sección.

Aunque la sección más desfavorable del eje 1 coincide con el punto medio del tornillo, en la simulación se observa que el eje trabaja a cortadura y se obtienen las máximas tensiones en el apoyo A (izquierda). Esto es debido a que la longitud del eje es muy pequeña respecto a su diámetro y la zona de aplicación de la carga muy grande en proporción a la longitud entre los rodamientos.

La longitud del eje 2 es mayor y la sección de aplicación de la carga que proviene de la corona es más pequeña, por tanto los efectos de la cortadura son menores.

Los valores de los desplazamientos obtenidos en la simulación de ambos ejes son prácticamente despreciables, muy por debajo de los valores límite que se pueden exigir a este tipo de elementos.

9. Modelado del control de accionamiento

El objetivo es modelar el control de accionamiento de la cinta transportadora mediante una red de Petri (RdP). Para llevar a cabo el control, es necesario recabar información del proceso utilizando sensores y actuar sobre él mediante actuadores (motor del reductor y sistema de frenado).

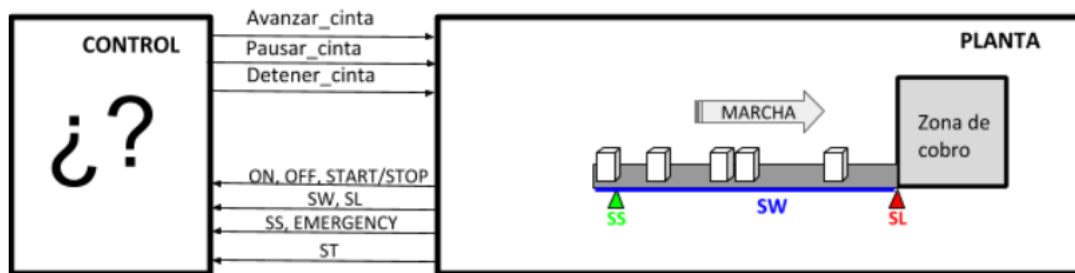


Figura 7. Esquema de control.
Fuente: Elaboración propia.

En la *Tabla 14* aparecen recogidos los sensores, botones e interruptores que actúan como entradas del sistema. El suministro eléctrico del sistema es controlado mediante el conmutador ON/OFF. Los sensores SW_{EIGHT} y SL_{LASER} son los encargados de la puesta en marcha/detención de la cinta según detecten peso o la presencia de un objeto respectivamente. A su vez, con el fin de mantener las condiciones de seguridad óptimas durante el funcionamiento, los sensores SS_{SPEED} y $ST_{TEMPERATURE}$ medirán en todo momento la velocidad y la temperatura, para detectar eventuales rebases de los valores umbral y emitirán la señal para detener la cinta en caso de emergencia.

Además de los sensores ya mencionados, el sistema de control contará con otra entrada para actuar en caso de que los sensores fallen. El empleado encargado del cobro dispondrá de un sistema de control auxiliar conformado por un pulsador de simple efecto (*START/STOP*) que se manejará como un pedal con el pie para facilitar el desempeño del trabajo. Una vez sea presionado de manera continua (*START*), la cinta se pondrá en funcionamiento.

Por último, y para causas excepcionales, el sistema contará con una seta de emergencia (*EMERGENCY*) que cortará el suministro eléctrico y accionará el freno.

Tabla 14. Correspondencia entre entradas al controlador y bits en la memoria del autómatas.
Fuente: Elaboración propia.

ENTRADAS	
ETIQUETA	CONDICIÓN DE PUESTA A 1
ON/OFF	Sistema encendido/apagado
SW_{EIGHT}	Peso detectado
SL_{LASER}	Presencia objeto detectado
SS_{SPEED}	Velocidad límite superada
$ST_{TEMPERATURE}$	Temperatura máxima superada
START/STOP	Pulsador START/STOP apretado
EMERGENCY	Seta de emergencia enclavada

Se realiza un proceso iterativo que consta de varias etapas de diseño en las que se propone el modelado que rige la automatización del comportamiento del sistema y posteriormente se optimiza el modelado conforme surgen distintos problemas.

A continuación, se presenta la Red de Petri de partida y el diseño final para automatizar el comportamiento deseado de la cinta transportadora.

En el ANEXO 6 “*MODELADO DEL CONTROL DE ACCIONAMIENTO*”, se encuentran los diseños intermedios que han contribuido a alcanzar el modelado final.

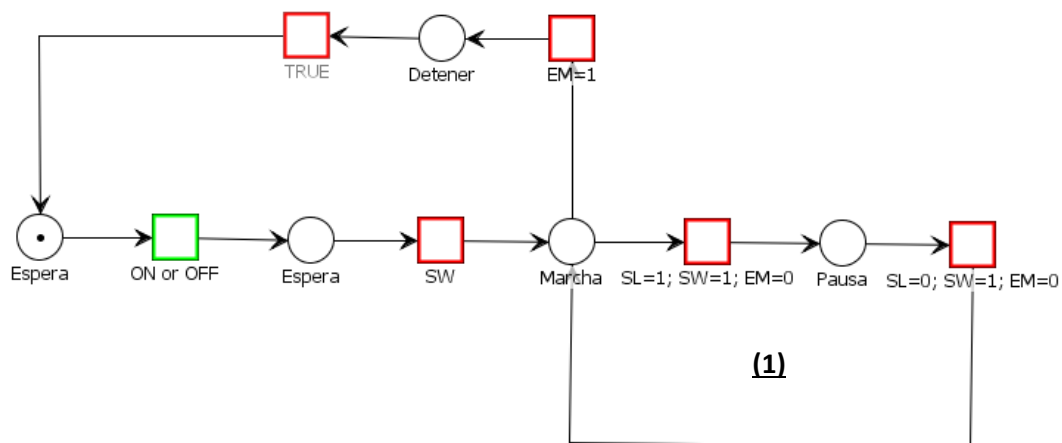


Figura 8. Red de Petri (versión 1).
Fuente: Elaboración propia.

Como primera aproximación se plantea la RdP de la *Figura 8* Es un modelo básico del funcionamiento del sistema a partir del cual se trabajará en posteriores iteraciones. El mecanismo permanece en reposo hasta que es accionado el interruptor ON/OFF, en ese momento, y en función de las posibles combinaciones de los sensores de peso y láser, se lleva a cabo el ciclo. El bucle de eventos designado como (1) se realizará de manera ininterrumpida a menos que durante el movimiento de la cinta se accione la seta de emergencia.

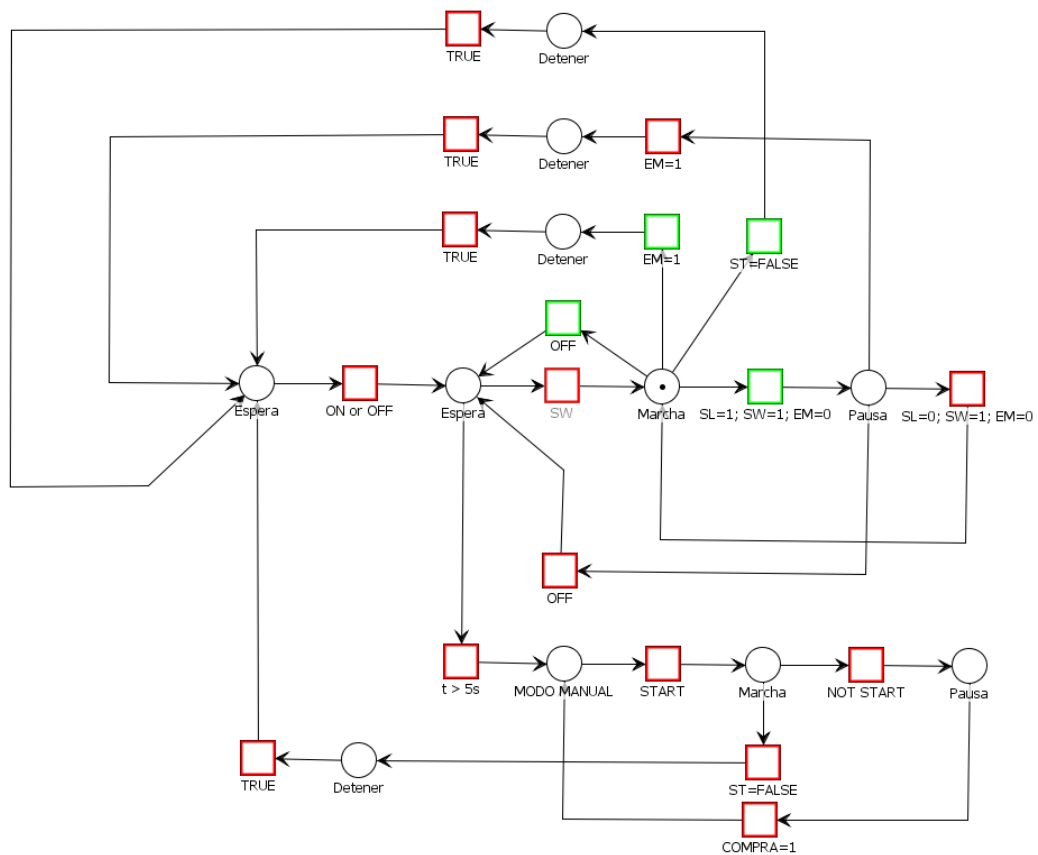


Figura 9. Red de Petri (versión final).
Fuente: Elaboración propia.

En esta última iteración de desarrollo se solucionan los problemas y situaciones de bloqueo. Además, se incluye el efecto del control de temperatura. Ahora la Red de Petri del sistema representada en la *Figura 9* funciona de forma estable y consistente, y es capaz de llevar a cabo el proceso enfrentándose además a eventuales problemas que puedan surgir.

La red de Petri es un sistema versátil y flexible y, a pesar de que garantiza un funcionamiento adecuado, podría ser modificada en un futuro para enfrentar posibles problemas que puedan aparecer una vez esté en funcionamiento.

10. Conclusión

El objetivo de este proyecto ha sido diseñar un reductor compacto que cumpla con las especificaciones requeridas.

En primer lugar, se han planteado dos alternativas de sistema reductor, de los cuales se ha escogido el más adecuado para la aplicación específica a la cual se enfoca este proyecto (una cinta transportadora para el cobro en un supermercado).

En ambas transmisiones se ha seleccionado el motor más apropiado para satisfacer los requerimientos de velocidad, potencia y par de la cinta. Con el fin de asignar el material óptimo a los engranajes, se han realizado las comprobaciones pertinentes para que éstos no fallen a flexión y a desgaste.

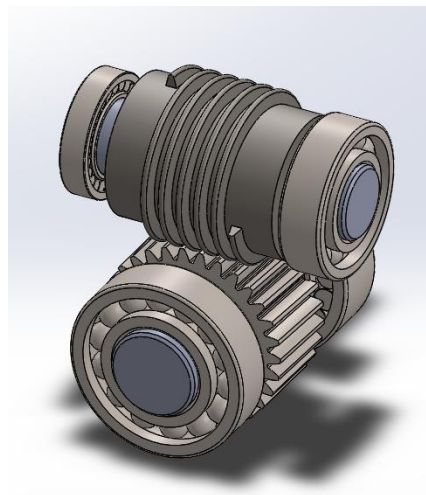
Una vez seleccionada la transmisión por corona tornillo, más apropiada en términos de dimensiones y complejidad del árbol de engranajes, se ha procedido al cálculo de los ejes que forman parte del sistema. Dichos cálculos incluyen la determinación del material, selección de rodamientos y estudio de fatiga.

Dado que la cinta está sometida continuamente a puestas en marcha, y por tanto a paradas constantes, se ha incorporado al sistema un freno de disco.

Se ha incluido un modelado del sistema de control de accionamiento de la cinta mediante un proceso iterativo con redes de Petri hasta obtener una red que contemple todos los fallos posibles que pueden producirse.

Por último, se han modelado las piezas que componen el reductor diseñado para obtener los planos de cada pieza, así como del ensamblaje final del sistema reductor. También se ha realizado una simulación para estudiar el desplazamiento y la deflexión en los ejes completando de esta manera la comprobación de la idoneidad del diseño realizado.

El desarrollo de este proyecto me ha permitido integrar los conocimientos de las asignaturas que más interesantes me han resultado a lo largo de la carrera. También es la primera vez que me he enfrentado a un proyecto “real” más allá de un enunciado de un trabajo.





11. Referencias

Libros y apuntes:

- [1] Canalís Martínez, P., Malón Litago, H. (2018). *Cálculo Y Selección De Elementos De Máquinas*. Universidad de Zaragoza, Departamento de Ingeniería Mecánica.
- [2] Miravete, A., Larrodé, E., Castejón, L., & Cuartero, J. (2014). *Los Transportes En La Ingeniería Industrial*. Barcelona: Reverte Imp.
- [3] Antonio Serrano Nicolás. *Cálculo y Selección de Elementos de Máquinas*. Universidad de Zaragoza, Departamento de Ingeniería Mecánica.
- [4] Abad Blasco, J. (2015). *Sistemas mecánicos en máquinas y vehículos*. Universidad de Zaragoza, Departamento de Ingeniería Mecánica.
- [5] Abad Blasco, J., Canalís Martínez, P., & Malón Litago, H. (2014). *Criterios de diseño de máquinas*. Universidad de Zaragoza, Departamento de Ingeniería Mecánica.

Páginas web:

- [6] <https://ingemecanica.com/tutorialsemanal/tutorialn84.html>
- [7] <https://eurotransis.com/donde-podemos-utilizar-bandas-transportadoras/>
- [8] <http://www.cintastransportadorastapyc.com/la-historia-de-las-cintas-transportadoras/>
- [9] <https://www.roydisa.es/archivos/productos/grupos-vis-sin-fin-corona>
- [10] fag.es - (Catálogo de rodamientos)



ANEXOS

ANEXO 1. DISEÑO DE UN REDUCTOR DE ENGRANAJES CILÍNDRICOS DE DIENTE RECTO

A1.1. Selección del motor

Se conoce la velocidad del eje conducido y la potencia máxima que se requiere en el tambor motriz.

$$n_{tambor} = 57,295 \text{ rpm}$$

$$P_{tambor} = 156,8 \text{ W}$$

Para escoger el motor idóneo, calculamos la potencia que tiene que aportar.

Se deben tener en cuenta las pérdidas del sistema de accionamiento, tanto las del reductor (engranajes rectos ($\eta = 1$)) como las de la cadena de transmisión ($\eta = 0,96$).

No resulta adecuado trabajar con relaciones de transmisión por encima de 8 en una sola etapa, por tanto, para conseguir la reducción de velocidad, par y potencia deseadas en la cinta el árbol reductor constará de dos pares de engranajes rectos (2 etapas).

$$\eta_{tot} = 1^2 \cdot 0,96 = 0,96$$

Finalmente obtenemos la potencia necesaria del motor:

$$P_{m\acute{a}x,motor} = \frac{P}{\eta} = \frac{156,8}{0,96} = 163,33 \text{ W}$$

Del catálogo de motores trifásicos de la serie IE1-MS que aparece en la *Tabla 1.1*, se escoge el motor MS80-1 que cumple con los requisitos necesarios de potencia.

Tabla 1.1. Motores trifásicos 8 polos.
Fuente: Catálogo CEMER.

TIPO	Potencia		M _n N.m	n rpm	Efici. clase IE1 EN 60034-2		I _n 400 V A	I _x /I _n	Cosφ	M _x /M _n	M _y /M _n	J Kg·m ²	Nivel sonoro dB(A)	m Kg
					100%									
	kW	CV												
MS 71 1	-	0,09	0,12	1,4	590	48	0,48	4	0,56	1,8	1,8	0,00084	50	5,6
MS 71 2	-	0,12	0,17	1,9	595	49	0,58	4	0,57	1,8	1,8	0,00087	50	6
MS 80 1	-	0,18	0,25	2,8	610	52	0,84	4	0,60	1,8	1,8	0,00140	52	9,4
MS 80 2	-	0,25	0,33	3,8	620	55	1,08	4	0,61	1,8	2	0,00186	52	10,1
MS 80 3	-	0,37	0,5	5,3	660	63	1,40	4	0,61	1,8	1,8	0,00195	56	14,8

El motor elegido tiene las siguientes características:

$$P_m = 180 \text{ W}$$

$$n_m = 610 \text{ rpm}$$

$$M_m = 2,8 \text{ Nm}$$

A1.2. Relación de transmisión

Partiendo de las características del motor seleccionado y de los requerimientos de la cinta transportadora, se calcula la relación de transmisión del sistema reductor y de los pares de engranajes.

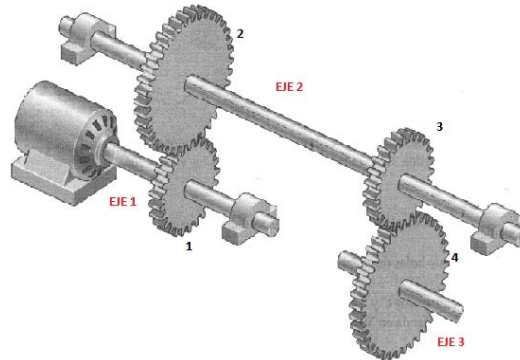


Figura 1.1. Tren de engranajes rectos.

Teniendo en cuenta que la transmisión por correa del eje de salida del sistema con el tambor motriz de la cinta tiene una relación de transmisión $i = 1$ ya que los diámetros de ambas ruedas tienen la misma dimensión. Las ruedas serán dentadas de tal forma que no existirán pérdidas por deslizamiento con la correa. Se calcula la relación de transmisión del sistema reductor completo con la relación de velocidades angulares:

$$i = \frac{n_m}{n_{tambor}} = \frac{610}{57,295} = 10,64 = i_{1-2} \cdot i_{3-4}$$

Se podría diseñar ambas etapas con una misma relación de transmisión ($i = 3,26$), pero a efectos de minimizar vibraciones para evitar una desalineación del eje conducido, se opta por hacer la mayor reducción de velocidad con el primer par de engranajes. Por tanto, tendremos:

$$i_{1-2} = 4$$

$$i_{3-4} = 2,67$$

$$i_{1-2} = 4 = \frac{D_{p2}}{D_{p1}} = \frac{128 [mm]}{32 [mm]}$$

$$i_{3-4} = 2,67 = \frac{D_{p4}}{D_{p3}} = \frac{80,1 [mm]}{30 [mm]}$$

Los diámetros de los engranajes son normalizados, por tanto, se fija $D_{p4} = 80 \text{ mm}$. Esto supondrá una pequeña variación en la velocidad lineal de la cinta.

$$i = i_{1-2} \cdot i_{3-4} = \frac{128}{32} \cdot \frac{80}{30} = 10,667 \rightarrow i = 10,667 = \frac{610}{n_{tambor}} \rightarrow n_{tambor} = 57,188 \text{ rpm}$$

$$n_{tambor} = w_{tambor} \left[\frac{rad}{s} \right] \cdot \frac{60}{2\pi} \rightarrow w_{tambor} = \frac{n_{tambor} \cdot 2\pi}{60} = 5,989 \frac{rad}{s}$$

$$w_{tambor} = \frac{v}{r} \rightarrow v = w_{tambor} \cdot r = 5,989 \cdot \frac{0,06 [m]}{2} = 0,179 \frac{m}{s}$$



La velocidad de avance requerida de la cinta era $v = 0,18 \text{ m/s}$. Se observa que la normalización de los diámetros primitivos del reductor no supone una disminución significativa de la velocidad de la que se ha partido para el diseño.

Una vez seleccionado el motor y conocida la relación de transmisión del sistema reductor, se calcula el tiempo de arranque del mismo.

Se calcula el par necesario en el tambor:

$$M_{tambor} = \frac{P_{tambor} [W]}{n_{tambor} \left[\frac{rad}{s} \right]} = \frac{156,8}{57,295 \cdot \frac{2\pi}{60}} = 26,13 \text{ Nm}$$

Partiendo de los requerimientos en el tambor, se calcula el par útil en el eje del motor por medio de la relación de transmisión (teniendo en cuenta que la relación de transmisión entre el eje de salida del reductor y el del tambor motriz es $i=1$).

$$M_u = \frac{M_{tambor}}{i} = \frac{26,13}{10,64} = 2,46 \text{ Nm}$$

Se calcula el par de arranque como:

$$M_{arr} = R \cdot M_m = 1,8 \cdot 2,8 = 5,04 \text{ Nm} > M_u = 2,46 \text{ Nm}$$

Siendo $R = \frac{M_{arr}}{M_m} = 1,8$ como aparece en la *Tabla 2.6 "Motores trifásicos"*.

Considerando $M_m = M_{arr} = 5,04 \text{ Nm}$ (en el arranque) se calcula el par de inercia a partir de los anteriores:

$$M_m = \frac{M_u + M_i}{\eta} \rightarrow M_i = \eta \cdot M_m - M_u = 0,96 \cdot 5,04 - 2,46 = 2,38 \text{ Nm}$$

Siendo η el rendimiento de la instalación $\eta = 96 \%$.

Se calcula la inercia equivalente:

$$I_{eq} = I_{motor} + \frac{I_{masa}}{i_{correa}^2 \cdot i^2} = 0,00140 + \frac{0,072}{1^2 \cdot 10,64^2}$$

$$I_{eq} = 2,04 \cdot 10^{-3} \text{ kgm}^2$$

Es necesario conocer las inercias parciales del sistema. A efectos de simplificar los cálculos, la inercia del conjunto reductor, del piñón y del tambor motriz se suponen nulas puesto que son despreciables frente a la del motor y la de la masa a desplazar.

$$I_{motor} = 1,4 \cdot 10^{-3} \text{ kgm}^2$$

$$I_{masa} = m \cdot \left(\frac{D}{2} \right)^2 = 80 \cdot \left(\frac{0,06}{2} \right)^2 = 7,2 \cdot 10^{-2} \text{ kgm}^2$$

Una vez calculada la inercia total, se calcula la aceleración angular de arranque:

$$\alpha_{arr} = \frac{M_i}{I_{eq}} = \frac{2,38}{0,00204} = 1.165,88 \frac{rad}{s^2}$$

Finalmente se obtiene el tiempo de arranque del motor:

$$t_{arr} = \frac{w_m}{\alpha_{arr}} = \frac{610 \cdot \frac{2\pi}{60}}{1.165,88} = 0,0547 \text{ s}$$

Analizando el valor obtenido se concluye que es un tiempo de arranque razonable para un motor con las características dadas.

A1.3. Cálculos en la primera etapa

A1.3.1. Cálculo de las magnitudes fundamentales

En primer lugar, es necesario conocer el ángulo de presión (α), que es el ángulo que forma la tangente a la circunferencia primitiva con la normal a la curvatura en ese punto (línea de acción). Se considera una altura de diente normal con $\alpha = 20^\circ$.

El módulo es otra de las magnitudes fundamentales de un engranaje. Se define como la relación entre el diámetro primitivo (D_p) y el número de dientes (Z).

$$M = \frac{D_p[mm]}{Z}$$

El número máximo de dientes en la rueda para asegurar que no exista interferencia con el piñón con un ángulo de presión de 20° aparece en la *Tabla 1.2 "Valores límite de número de dientes de un piñón"*.

*Tabla 1.2 Valores límite de número de dientes de un piñón.
Fuente: [1].*

Para un piñón con un ángulo de presión $\alpha = 20^\circ$, con un número de dientes inferior a 18		
Número de dientes en el piñón	Nº máximo de dientes en la rueda sin que se produzca interferencia	Relación de transmisión límite aproximada
17	1309	77
16	101	6
15	45	3
14	26	2
13	16	1

Partiendo de la relación de transmisión del primer par de engranajes $i_{1-2} = 4$, se toma un número de dientes en el piñón de 16 sabiendo que el máximo número de dientes en la rueda es de 101. Se calcula el número de dientes de la rueda Z_2 :

$$i_{1-2} = \frac{Z_2}{Z_1} = 4 \rightarrow Z_2 = 4 \cdot 16 = 64 \text{ dientes}$$

El módulo del par de engranajes 1 y 2 es:

$$M = \frac{D_{p1}}{Z_1} = \frac{D_{p2}}{Z_2} \rightarrow M = \frac{32}{16} = \frac{128}{64} = 2 \text{ mm}$$

Se determina el coeficiente de rigidez de acuerdo a la *Tabla 1.3 "Coeficientes de rigidez"*.

Tabla 1.3. Coeficientes de rigidez.
Fuente: [1].

COEFICIENTE DE RIGIDEZ	
Tipo de montaje	Coeficiente δ
Engranajes sobre ejes robustos, soportados por rodamientos o cojinetes apoyados sobre soportes rígidos.	Hasta 30
Engranajes con buen asiento en cajas reductoras o de velocidad en general.	Hasta 25
Engranajes sobre apoyos ordinarios.	Hasta 15

Este valor depende del tipo de montaje. Se trata de engranajes sobre apoyos ordinarios y el valor del coeficiente de rigidez correspondiente es $\delta = 15$. Entre la longitud del diente y el módulo debe cumplirse una relación para garantizar el contacto a lo largo de todo el engranaje. Se puede calcular el valor máximo de la anchura del diente ($b_{\text{máx}}$), pero no el valor exacto del mismo.

$$\delta = \frac{b}{M} \rightarrow b_{\text{máx}} = M \cdot \delta = 2 \cdot 15 = 30\text{mm}$$

A1.3.2. Cálculo a flexión de la primera etapa

Para seleccionar el material adecuado para los engranajes, se debe comprobar que estos no fallarán a flexión. Todos los parámetros que aparecen en los cálculos de la transmisión son referentes al piñón, designado con el subíndice 1.

Las magnitudes deben ser corregidas previamente al cálculo por medio del factor de esfuerzos dinámicos (f_d) y de servicio (f_s). La determinación de los mismos se rige por las *Tablas 1.4 "Factores de servicio" y 1.5 "Factor de esfuerzos dinámicos"*.

Tabla 1.4. Factores de servicio.
Fuente: [1].

FACTOR DE SERVICIO	
Tipo de máquina	Factor f_s
Para cargas uniformes sin choque, como: ventiladores, maquinaria de elevación, máquinas centrífugas, transmisiones por correa, etc.	De 1,00 a 1,25
Para cargas con choque medio, como: máquinas sometidas a frecuentes arranques, compresores, máquinas alternativas, herramientas portátiles neumáticas y eléctricas, bombas alternativas, etc.	De 1,25 a 1,50
Para cargas con choque fuerte, como: trenes laminadores, machacadoras de piedra, maquinaria de dragados, punzonadoras, compresores monocilíndricos, etc.	De 1,50 a 2,00

Tabla 1.5. Factor de esfuerzos dinámicos.
Fuente: [1].

FACTOR DE ESFUERZOS DINÁMICOS	
Tipo de montaje	Factor f_d
Para engranajes de la máxima precisión obtenidos por rectificado u otro procedimiento similar. Velocidad del círculo primitivo igual o menor que 1.200 m/min	$f_d = 1 + \frac{\sqrt{V}}{43}$
Para engranajes tallados por generación, sin rectificar, y con velocidades del círculo primitivo igual o menor que 1.200 m/min.	$f_d = 1 + \frac{V}{360}$
Para engranajes ordinarios fabricados con fresa de módulo o con fresa madre, de una sola pasada. Velocidad del círculo primitivo igual o inferior a 600 m/min.	$f_d = 1 + \frac{V}{180}$

El factor de esfuerzos dinámicos integra la calidad de los engranajes en el cálculo de los mismos. Depende del tipo de montaje. Teniendo en cuenta la velocidad de giro del piñón y el no requerimiento de una alta precisión, se escogen engranajes tallados por generación. La fórmula correspondiente es:

$$f_d = 1 + \frac{V}{360} = 1 + \frac{61,32}{360} = 1,17$$

Siendo V la velocidad lineal del piñón en m/min:

$$V = n_{eje1} \cdot R_1 = n_{eje1} [rpm] \cdot 2\pi \cdot \frac{D_{p1}[mm]}{2} \cdot 10^{-3} = 610 \cdot 2\pi \cdot \frac{32}{2} \cdot 10^{-3} = 61,32 \frac{m}{min}$$

El factor de servicio permite tener en cuenta en los cálculos la influencia del tipo de máquina accionada. En este caso, a pesar de ser una máquina que a priori no va a sufrir choques, está sometida a arranques frecuentes. Es por ello que el factor de servicio se encuentra entre valores de 1,25 y 1,5. Para estar del lado de la seguridad se escoge el más restrictivo: $f_s = 1,5$.

Una vez se conocen ambos factores correctores, se calcula el par transmitido mayorado, siendo $M_{tc,eje1}$ el par que da el motor al eje 1 del tren de engranajes:

$$M_{tc,eje1} = M_{t,eje1} \cdot f_d \cdot f_s = 2,8 \cdot 1,17 \cdot 1,5 = 4,914 Nm$$

Se determina el factor de forma de diente o coeficiente de Lewis (y) en función de $Z_1 = 16$, $\alpha = 20^\circ$ y altura de diente normal en base a la Tabla 1.6 "Coeficiente de Lewis": $y = 0,094$.

Tabla 1.6. Coeficiente de Lewis.
Fuente: [1].

FACTOR DE FORMA DEL DIENTE y							
Nº de dientes	Altura normal 20°	Altura normal 14,5° o 15°	Diente corto 20°	Nº de dientes	Altura normal 20°	Altura normal 14,5° o 15°	Diente corto 20°
10	0,064	0,056	0,083	25	0,108	0,097	0,133
11	0,072	0,061	0,092	27	0,111	0,099	0,136
12	0,078	0,067	0,099	30	0,114	0,101	0,139
13	0,083	0,071	0,103	34	0,118	0,104	0,142
14	0,088	0,075	0,108	38	0,122	0,106	0,145
15	0,092	0,078	0,111	43	0,126	0,108	0,147
16	0,094	0,081	0,115	50	0,130	0,110	0,151
17	0,096	0,084	0,117	60	0,134	0,113	0,154
18	0,098	0,086	0,120	75	0,138	0,115	0,158
19	0,100	0,088	0,123	100	0,142	0,117	0,161
20	0,102	0,090	0,125	150	0,146	0,119	0,165
21	0,104	0,092	0,127	300	0,150	0,122	0,170
23	0,106	0,094	0,130	Cremallera	0,154	0,124	0,175

Finalmente se obtiene el valor de la tensión máxima admisible con la que se asignará el material óptimo para esta transmisión:

$$M = 0,86 \cdot \sqrt[3]{\frac{M_{tc,eje1}[Nmm]}{\delta \cdot Z_1 \cdot y \cdot \sigma_{adm}[MPa]}} \rightarrow 2 = 0,86 \cdot \sqrt[3]{\frac{4,914 \cdot 10^3}{15 \cdot 16 \cdot 0,094 \cdot \sigma_{adm}}}$$

$$\rightarrow \sigma_{adm} = 17,318 MPa$$

Se asigna un material cuya tensión supere la máxima admisible requerida por la transmisión. De acuerdo a la Tabla 1.7 "Propiedades aceros al carbono" se escoge un **acero F-111 con una $\sigma_{adm} = 140 MPa$** .

Tabla 1.7. Propiedades aceros al carbono.
Fuente: [1].

MATERIALES PARA ENGRANAJES					
ACEROS AL CARBONO					
Símbolo IHA	Símbolo CENIM	Tipo de acero Tratamiento	Rm de N/mm ² / kg/mm ²	Dureza	σ_{adm} de N/mm ² / kg/mm ²
F-111	F-1110	Extrsuave Normalizado	38-48	110-135 HB	14
F-113	F-1130	Semi-suave Normalizado	55-62	150-170 HB	19
F-114	F-1140	Semi-duro, Normalizado	62-70	190-210 HB	22

A1.3.3. Cálculo a desgaste de la primera etapa

Los flancos de los dientes están sometidos a fricción al mismo tiempo que a presión para poder transmitir el par de giro.

Conociendo las características de la transmisión, se calcula el valor real del coeficiente de presión de rodadura K_r :

$$M = \sqrt[3]{\frac{1}{\delta \cdot Z_1^2} \cdot \frac{4 \cdot M_{tc, eje1} [Nmm]}{K_r \cdot \sin(2\alpha)} \cdot \frac{1 + i_{1-2}}{i_{1-2}}} \rightarrow 2 = \sqrt[3]{\frac{1}{15 \cdot 16^2} \cdot \frac{4 \cdot 4,914 \cdot 10^3}{K_r \cdot \sin(2 \cdot 20)} \cdot \frac{1 + 4}{4}}$$

$$\rightarrow K_r = 1,244$$

La duración de funcionamiento de la transmisión es del orden de 30.000 h, lo que equivale aproximadamente a unas 12 h de funcionamiento diarias durante 6 años. Se calcula el número de veces que se produce el contacto entre dientes, o los millones de vueltas del engranaje:

$$W = \frac{Lh[h] \cdot n_{eje1}[rpm] \cdot 60}{10^6} = \frac{30.000 \cdot 610 \cdot 60}{10^6} = 1.098 \text{ millones de vueltas}$$

Igualando el valor real al valor límite de K_r y con las condiciones de trabajo y el módulo de Young del material ($E = 210$ GPa para los aceros). Se calcula la dureza superficial del piñón para comprobar que el material escogido previamente no falla a desgaste.

$$K_r = K_{r,adm} = 1,244$$

$$K_{r,adm} = 0,677 \cdot \frac{HB_1^2}{E \cdot W^{1/3}} \rightarrow 1,244 = 0,677 \cdot \frac{HB_1^2}{210 \cdot 10^3 \cdot 1098^{1/3}} \rightarrow$$

$$\rightarrow HB_1 = 1995,23 \text{ MPa} \rightarrow 200HB$$

Para evitar el fallo a flexión, la σ_{adm} del material debe ser superior 17,318 MPa y para evitar el fallo por desgaste, la dureza tiene que ser superior a 200HB. Es por eso que el material seleccionado (Acero F-111) no es válido, ya que tiene una dureza de hasta 135HB. Se selecciona un nuevo material que cumpla el requerimiento crítico de dureza: **Acero F-114 con $\sigma_{adm} = 260 \text{ MPa}$ y 247HB.**

Se calcula la dureza superficial necesaria en la rueda (2) para garantizar que pueda estar en funcionamiento las horas requeridas.

$$HB_2 = HB_1 \cdot \frac{\sqrt[6]{n_2}}{\sqrt[6]{n_1}} = HB_1 [MPa] \cdot \frac{\sqrt[6]{\frac{n_1}{i_{1-2}}}}{\sqrt[6]{n_1}} = 2470 \cdot \frac{\sqrt[6]{\frac{610}{4}}}{\sqrt[6]{610}} = 1.960 \text{ MPa} = 196HB$$

Para la rueda se necesitará un acero con unas prestaciones de dureza muy similares a las del piñón, por tanto, se mantiene la elección del material **Acero F-114 con $\sigma_{adm} = 260 \text{ MPa}$ y 247HB.**

A1.4. Cálculos en la segunda etapa

A1.4.1. Cálculo de las magnitudes fundamentales

Para el segundo par de engranajes se repite el mismo procedimiento realizado en el primero.

Se considera una altura de diente normal con $\alpha = 20^\circ$.

El módulo viene dado por la expresión:

$$M = \frac{D_p}{Z}$$

Partiendo de la relación de transmisión del segundo par de engranajes $i_{3-4} = 2,67$, se toma un número de dientes en el piñón de 15 sabiendo que el máximo número de dientes en la rueda es de 45 como aparece en la *Tabla 2.8. "Valores límite de número de dientes de un piñón"*.

Tabla 1.8. Valores límite de número de dientes de un piñón.
Fuente: [1].

Para un piñón con un ángulo de presión $\alpha = 20^\circ$, con un número de dientes inferior a 18		
Número de dientes en el piñón	Nº máximo de dientes en la rueda sin que se produzca interferencia	Relación de transmisión límite aproximada
17	1309	77
16	101	6
15	45	3
14	26	2
13	16	1

Se calcula el número de dientes de la rueda Z_4 :

$$i_{3-4} = \frac{Z_4}{Z_3} = 2,67 \rightarrow Z_4 = 2,67 \cdot 15 = 40 \text{ dientes}$$

El módulo del par de engranajes 3 y 4 es:

$$M = \frac{D_{p3}}{Z_3} = \frac{D_{p4}}{Z_4} \rightarrow M = \frac{30}{15} = \frac{80}{40} = 2 \text{ mm}$$

Se determina el coeficiente de rigidez $\delta = 15$.

Se puede calcular el valor máximo de la anchura del diente ($b_{\text{máx}}$):

$$\delta = \frac{b}{M} \rightarrow b_{\text{máx}} = M \cdot \delta = 2 \cdot 15 = 30 \text{ mm}$$

A1.4.2. Cálculo a flexión de la segunda etapa

Para seleccionar el material adecuado para los engranajes, se debe comprobar que estos no fallarán a flexión. Todos los parámetros que aparecen en los cálculos de la transmisión son referentes al piñón, designado con el subíndice 3.

Como ocurre en la primera etapa del reductor, las magnitudes deben ser corregidas previamente al cálculo de los engranajes por medio del factor de esfuerzos dinámicos (f_d) y de servicio (f_s). La determinación de los mismos se rige por las *Tablas 1.4 "Factores de servicio"* y *1.5 "Factor de esfuerzos dinámicos"*.

Se calcula el factor de esfuerzos dinámicos:

$$f_d = 1 + \frac{V}{360} = 1 + \frac{14,37}{360} = 1,04$$

Siendo V la velocidad lineal del piñón 3 en m/min:

$$n_{eje2} = \frac{n_{eje1}}{i_{1-2}} = \frac{610}{4} = 152,5 \text{ rpm}$$

$$V = n_{eje2} \cdot R_3 = n_{eje2} [\text{rpm}] \cdot 2\pi \cdot \frac{D_{p3} [\text{mm}]}{2} \cdot 10^{-3} = 152,5 \cdot 2\pi \cdot \frac{30}{2} \cdot 10^{-3} = 14,37 \text{ m/min}$$

$$M_{t,eje2} = M_{t,eje1} \cdot i_{1-2} = 2,8 \cdot 4 = 11,2 \text{ Nm}$$

$$M_{tc,eje2} = M_{t,eje2} \cdot f_d \cdot f_s = 11,2 \cdot 1,04 \cdot 1,5 = 17,47 \text{ Nm}$$

Se determina el factor de forma de diente o coeficiente de Lewis (y) en función de $Z_3 = 15$, $\alpha = 20^\circ$ y altura de diente normal en base a la *Tabla 1.6 "Coeficiente de Lewis"*: $y = 0,092$.

Finalmente se obtiene el valor de la tensión máxima admisible con la que se asignará el material óptimo para esta transmisión:

$$M = 0,86 \cdot \sqrt[3]{\frac{M_{tc,eje2} [\text{Nmm}]}{\delta \cdot Z_3 [\text{mm}] \cdot y \cdot \sigma_{adm} [\text{MPa}]}} \rightarrow 2 = 0,86 \cdot \sqrt[3]{\frac{17,47 \cdot 10^3}{15 \cdot 15 \cdot 0,092 \cdot \sigma_{adm}}} \\ \rightarrow \sigma_{adm} = 67,1 \text{ MPa}$$

Se asigna un material cuya tensión supere la máxima admisible requerida por la transmisión. De acuerdo a la *Tabla 1.7 "Propiedades aceros al carbono"* se escoge un **acero F-111 con una $\sigma_{adm} = 140 \text{ MPa}$** .

A1.4.3. Cálculo a desgaste de la segunda etapa

Los flancos de los dientes están sometidos a fricción al mismo tiempo que a presión para poder transmitir el par de giro.

Conociendo las características de la transmisión, se calcula el valor real del coeficiente de presión de rodadura K_r :

$$M = \sqrt[3]{\frac{1}{\delta \cdot Z_3^2} \cdot \frac{4 \cdot M_{tc,eje2} [\text{Nmm}]}{K_r \cdot \sin(2\alpha)} \cdot \frac{1 + i_{3-4}}{i_{3-4}}} \rightarrow 2 = \sqrt[3]{\frac{1}{15 \cdot 15^2} \cdot \frac{4 \cdot 17,47 \cdot 10^3}{K_r \cdot \sin(2 \cdot 20)} \cdot \frac{1 + 2,67}{2,67}} \\ \rightarrow K_r = 5,53$$

La duración de funcionamiento de la transmisión es del orden de 30.000 h, lo que equivale aproximadamente a unas 12 h de funcionamiento diarias durante 6 años. Se calcula el número de veces que se produce el contacto entre dientes, o los millones de vueltas del engranaje:

$$W = \frac{Lh[h] \cdot n_{eje2}[rpm] \cdot 60}{10^6} = \frac{30.000 \cdot 152,50 \cdot 60}{10^6} = 274,5 \text{ millones de vueltas}$$

Igualando el valor real al valor límite de K_r y con las condiciones de trabajo y el módulo de Young del material ($E = 210 \text{ GPa}$).

$$K_r = K_{r,adm} = 5,53$$

$$K_{r,adm} = 0,677 \cdot \frac{HB_3^2}{E \cdot W^{1/3}} \rightarrow 5,53 = 0,677 \cdot \frac{HB_3^2}{210 \cdot 10^3 \cdot 274,5^{1/3}} \rightarrow$$

$$\rightarrow HB_3 = 3.338 \text{ MPa} \rightarrow 334HB$$

Para evitar el fallo a flexión, la σ_{adm} del material debe ser superior 67,1 MPa y para evitar el fallo por desgaste, la dureza tiene que ser superior a 334HB. Es por eso que el material seleccionado para la primera etapa (Acero F-111, con una dureza de hasta 135HB) no es válido porque hace fallar la transmisión a desgaste. Se selecciona un nuevo material que cumpla el requerimiento crítico de dureza: **Acero F-126 con $\sigma_{adm} = 120 \text{ MPa}$ y 352HB.**

Se calcula la dureza superficial necesaria en la rueda (4) para garantizar que pueda estar en funcionamiento las horas requeridas.

$$HB_4 = HB_3 \cdot \frac{\sqrt[6]{n_4}}{\sqrt[6]{n_3}} = HB_3[MPa] \cdot \frac{\sqrt[6]{i_{3-4}}}{\sqrt[6]{n_3}} = 3.338 \cdot \frac{\sqrt[6]{\frac{152,69}{2,67}}}{\sqrt[6]{152,69}} = 2.834 \text{ MPa} = 283HB$$

$$\text{Siendo } n_3 = n_{tambor} \cdot i_{3-4} = 57,118 \cdot 2,67 = 152,69 \text{ rpm}$$

Para la rueda bastaría con un acero con menores prestaciones en cuanto a dureza, pero se utilizará el mismo material que en el piñón **Acero F-126 con $\sigma_{adm} = 120 \text{ MPa}$ y 352HB.**

ANEXO 2. DISEÑO DE UN REDUCTOR CON CORONA TORNILLO SIN-FIN

A2.1. Relación de transmisión

Se conoce la velocidad del eje conducido y la potencia máxima que se requiere en el tambor motriz una vez se han tenido en cuenta las pérdidas en la cinta.

$$n_{tambor} = 57,295 \text{ rpm}$$

$$P_{tambor} = 156,8 \text{ W}$$

El uso de esta transmisión tiene como objetivo conseguir un reductor muy compacto aunque eso conlleve un coste de eficiencia del mismo. De la *Tabla 2.1 "Relaciones de transmisión normalizadas para corona tornillo sin-fin."* [9], se escoge la relación de transmisión $i = 30$, que para un tornillo con una única entrada, ofrecerá un resultado óptimo en cuanto a dimensiones se refiere.

Tabla 2.1. Relaciones de transmisión normalizadas para corona tornillo sin-fin.
Fuente: <https://www.roydisa.es/archivos/productos/grupos-vis-sin-fin-corona>

Relaciones de reducción normalizadas			
1	1:30	1:40	1:50
2	1:15	1:20	1:25

Se procede a escoger un motor que ofrezca más velocidad para obtener una relación de transmisión óptima. Se calcula la velocidad angular necesaria en el motor para obtener una relación de transmisión de 30:

$$i = \frac{n_m}{n_{tambor}} \rightarrow n_m = i \cdot n_{tambor} = 30 \cdot 57,295 = 1.718,7 \text{ rpm}$$

Tabla 2.2. Motores trifásicos.
Fuente: www.motores.siemens.com.

Potencia	Referencia del motor	Tamaño constructivo	Rated Speed	Eficiencia 100%	Factor de potencia	Corriente nominal			Torque nominal	Datos de arranque			Peso IM B3	
kW	HP	-	rpm	%	-	220V A	380V A	440V A	Nm	Corriente de arranque x In	Torque de arranque x Tn	Torque Máximo x Tn	kg	
Datos eléctricos motores Serie 1LE0141 IE2 4 Polos 1800 rpm														
0,55	0,75	1LE0141-0DB26-4AA4	80M	1720	75,5	0,77	2,55	1,46	1,26	3,1	6	2	2,7	14,5
0,75	1	1LE0141-0DB36-4AA4	80M	1705	78,0	0,78	3,2	1,86	1,61	4,2	6	2	2,7	15,5
1,1	1,5	1LE0141-0EB06-4AA4	90S	1730	84,0	0,79	4,4	2,55	2,2	6,1	6	2	2,7	22
1,5	2	1LE0141-0EB46-4AA4	90L	1720	84,0	0,81	5,8	3,35	2,9	8,3	6	2,6	2,7	25
2,2	3	1LE0141-0EB86-4AA4	90L	1740	87,5	0,79	8,5	4,9	4,25	12,1	7,5	2,6	3	28

Se selecciona un motor de la serie 1LE0141 IE2 4 Polos 1800 rpm que cumpla el requisito de velocidad angular. Como aparece en la *Tabla 2.2 "Motores trifásicos"* el motor elegido es el 1LE0141-0DB26-4AA4 y tiene las siguientes características:

$$P_m = 550 \text{ W}$$

$$n_m = 1.720 \text{ rpm}$$

$$M_m = 3,1 \text{ Nm}$$

Se recalcula la relación de transmisión del sistema reductor completo:

$$i = \frac{n_m}{n_{tambor}} = \frac{1.720}{57,295} = \mathbf{30,02}$$

Se sabe que el rendimiento de estas transmisiones es bajo y que depende del ángulo de avance del tornillo, del coeficiente de rozamiento y de la velocidad de deslizamiento. En el apartado siguiente se calculará su valor exacto y se comprobará si el motor escogido en primera instancia cumple también con los requerimientos de potencia.

A2.2. Cálculo del reductor

A2.2.1. Cálculo de las magnitudes fundamentales

Una vez conocida la relación de transmisión y seleccionando un tornillo sin-fin (referenciado con el subíndice 1) con **una única entrada Z_1** , se calcula el número de dientes de la corona (referenciada con el subíndice 2) Z_2 :

$$i = \frac{Z_2}{Z_1} \rightarrow Z_2 = i \cdot Z_1 = 30,02 \cdot 1 = 30,02 \approx \mathbf{30 \text{ dientes}}$$

De la *Tabla 2.3 "Dimensiones de la corona"* se extraen los parámetros fundamentales de la corona con 30 dientes. [9]

Tabla 2.3. Dimensiones de la corona.
Fuente: Roydisa.

REFERENCIA	Módulo	Número dientes	primitivo D _p	exterior total D _t	Tipo	cubo C	eje serie E	eje máx. M	llanta	Ancho diente A	Ancho cubo L	Peso Kg.	
COR-2/30	1 2	2	30	60	67	A	50	15	30	-	30	40	0,710

De la *Tabla 2.4 "Dimensiones del tornillo sin fin"* se extraen los parámetros fundamentales del tornillo, cuyo módulo debe coincidir con el de la corona para que éstos engranen. [9]

Tabla 2.4. Dimensiones del tornillo sin-fin.
Fuente: Roydisa.

REFERENCIA	Módulo	Número entradas	primitivo D_p	cubo C_1	eje E_1 H7	Chavetero H b	Long. Diente A_1	Long. Cubo I	Long. Total L_1	Peso Kg.
VIS-2/1	2	1	48	42	25	28 8	36	12	60	0,540

Conocidos estos parámetros del tornillo, se calcula el ángulo de avance μ y el paso axial P_a que aparecen representados en la *Figura 2.1 "Magnitudes fundamentales del tornillo"*.

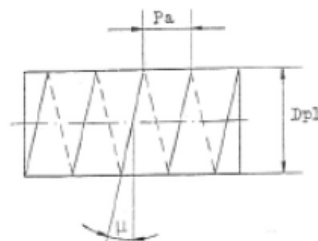


Figura 2.1. Magnitudes fundamentales del tornillo.
Fuente: [1].

El ángulo de avance μ formado por la tangente a la rosca y la línea perpendicular al eje del tornillo se calcula:

$$i = \frac{D_{p2}}{D_{p1} \cdot \operatorname{tg} \mu} \rightarrow 30,02 = \frac{60}{48 \cdot \operatorname{tg} \mu} \rightarrow \mu = 2,384^\circ$$

El paso axial es la distancia entre dos hilos consecutivos medida en dirección axial y se calcula:

$$\operatorname{tg} \mu = \frac{P_a \cdot Z_1}{\pi \cdot D_{p1}} \rightarrow \operatorname{tg}(2,384) = \frac{P_a \cdot 1}{\pi \cdot 48} \rightarrow P_a = 6,3 \text{ mm}$$

En este tipo de transmisiones se produce un fuerte deslizamiento entre los flancos de los dientes del tornillo y la corona. La naturaleza de los materiales (dureza, rugosidad superficial y lubricación) en contacto limita la velocidad máxima de deslizamiento permitida en el reductor. El valor de esta velocidad influye en el coeficiente de rozamiento del movimiento helicoidal de esta forma:

$$f' = \operatorname{tg} \varphi'$$

Es necesario conocer el valor de la velocidad de deslizamiento (V_d); que será igual tanto en el tornillo como en la corona, componente de la velocidad tangencial (V_{t1}) que es paralela y tangente a la dirección del filete o hélice del tornillo como se observa en la *Figura 1.2 "Velocidades en el tornillo sin-fin"*.

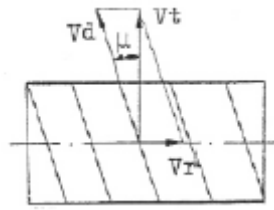


Figura 2.2. Velocidades en el tornillo.
Fuente: [1].

$$V_{d1} = V_{d2} = \frac{V_{t1}}{\cos \mu} = n_m [\text{rpm}] \cdot \frac{\pi}{60} \cdot \frac{D_{p1} [\text{mm}]}{\cos \mu} \cdot 10^{-3} \left[\frac{\text{m}}{\text{mm}} \right] = 1.720 \cdot \frac{\pi}{60} \cdot \frac{0,048}{\cos(2,384)} \rightarrow$$

$$\rightarrow V_{d1} = V_{d2} = 4,326 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Una vez conocido el valor de la velocidad de deslizamiento y por tanto el rango en el que se encuentra, se calcula el coeficiente de rozamiento del movimiento helicoidal (f'):

$$0,35 \frac{\text{m}}{\text{s}} < V_d < 15 \frac{\text{m}}{\text{s}} \rightarrow f' = \frac{0,208}{V_d^{0,36}} = \frac{0,208}{4,326^{0,36}} = 0,123$$

$$f' = 0,123 = \operatorname{tg} \varphi' \rightarrow \varphi' = 6,998^\circ$$

Se calcula el rendimiento de la transmisión:

$$\eta_{\text{corona-tornillo}} = \frac{\operatorname{tg} \mu}{\operatorname{tg}(\mu + \varphi')} = \frac{\operatorname{tg}(2,384)}{\operatorname{tg}(2,384 + 6,998)} = 0,252 = 25,2\%$$

Incluyendo las pérdidas de la cadena de transmisión con el eje motriz, el rendimiento total del conjunto reductor queda:

$$\eta_{tot} = 0,96 \cdot 0,252 = 0,245 = 24,5\%$$

La potencia necesaria en el motor será:

$$P_{m\acute{a}x,motor} = \frac{P_{tambor}}{\eta_{tot}} = \frac{156,8}{0,245} = 640 \text{ W}$$

Se observa que el motor escogido anteriormente ofrece una potencia $P_m = 550 \text{ W}$ inferior a la requerida una vez calculada la eficiencia del reductor, por tanto, es necesario escoger otro motor que se adecúe a las exigencias de la transmisión.

La velocidad angular necesaria en el motor para obtener una relación de transmisión de 30 es conocida:

$$i = \frac{n_m}{n_{tambor}} \rightarrow n_m = i \cdot n_{tambor} = 30 \cdot 57,295 = 1.718,7 \text{ rpm}$$

Tabla 2.5. Motores trifásicos.
Fuente: www.motores.siemens.com.

Potencia	Referencia del motor	Tamaño constructivo	Rated Speed	Eficiencia 100%	Factor de potencia	Corriente nominal			Torque nominal	Datos de arranque			Peso IM B3	
kW	HP	-	rpm	%	-	220V A	380V A	440V A	Nm	Corriente de arranque x In	Torque de arranque x Tn	Torque Máximo x Tn	kg	
Datos eléctricos motores Serie 1LE0141 IE2 4 Polos 1800 rpm														
0,55	0,75	1LE0141-0DB26-4AA4	80M	1720	75,5	0,77	2,55	1,46	1,26	3,1	6	2	2,7	14,5
0,75	1	1LE0141-0DB36-4AA4	80M	1705	78,0	0,78	3,2	1,86	1,61	4,2	6	2	2,7	15,5
1,1	1,5	1LE0141-0EB06-4AA4	90S	1730	84,0	0,79	4,4	2,55	2,2	6,1	6	2	2,7	22
1,5	2	1LE0141-0EB46-4AA4	90L	1720	84,0	0,81	5,8	3,35	2,9	8,3	6	2,6	2,7	25
2,2	3	1LE0141-0EB86-4AA4	90L	1740	87,5	0,79	8,5	4,9	4,25	12,1	7,5	2,6	3	28

Se selecciona un motor de la serie 1LE0141 IE2 4 Polos 1800 rpm que cumpla el requisito tanto de velocidad angular como de potencia. Como aparece en la *Tabla 2.5 "Motores trifásicos"* el motor elegido es el 1LE0141-0DB36-4AA4 y tiene las siguientes características:

$$P_m = 750 \text{ W}$$

$$n_m = 1.705 \text{ rpm}$$

$$M_m = 4,2 \text{ Nm}$$

Se recalcula la relación de transmisión con la velocidad del nuevo motor para comprobar si es necesario recalcular las magnitudes fundamentales.

$$i = \frac{n_m}{n_{tambor}} = \frac{1.705}{57,295} = 29,76 \approx 30$$

Se considera que la normalización de la relación de transmisión no supone un cambio sustancial en los parámetros de diseño del reductor, así como en la velocidad requerida en la cinta transportadora.

Una vez seleccionado el motor, se calcula el tiempo de arranque del mismo.



Se calcula el par necesario en el tambor:

$$M_{tambor} = \frac{P_{tambor} [W]}{n_{tambor} \left[\frac{rad}{s} \right]} = \frac{156,8}{57,295 \cdot \frac{2\pi}{60}} = 26,13 \text{ Nm}$$

Partiendo de los requerimientos en el tambor, se calcula el par útil en el eje del motor por medio de la relación de transmisión (teniendo en cuenta que la relación de transmisión entre el eje de salida del reductor y el del tambor motriz es $i=1$).

$$M_u = \frac{M_{tambor}}{i} = \frac{26,13}{30} = 0,871 \text{ Nm}$$

Se calcula el par de arranque como:

$$M_{arr} = R \cdot M_m = 2,7 \cdot 4,2 = 11,34 \text{ Nm} > M_u = 0,871 \text{ Nm}$$

Siendo $R = \frac{M_{arr}}{M_m} = 2,7$ como aparece en la *Tabla 2.6 "Motores trifásicos"*.

Considerando $M_m = M_{arr} = 11,34 \text{ Nm}$ (en el arranque) se calcula el par de inercia a partir de los anteriores:

$$M_m = \frac{M_u + M_i}{\eta} \rightarrow M_i = \eta \cdot M_m - M_u = 0,245 \cdot 11,34 - 0,871 = 1,907 \text{ Nm}$$

Siendo η el rendimiento de la instalación:

$$\eta = \eta_{corona-tornillo} \cdot \eta_{correa} = 0,252 \cdot 0,96 = 0,245 = 24,5\%$$

Se calcula la inercia equivalente:

$$I_{eq} = I_1 + \frac{I_2}{i^2} + \frac{I_3}{i_{correa}^2 \cdot i^2} = 5,48 \cdot 10^{-4} + \frac{3,87 \cdot 10^{-4}}{30^2} + \frac{0,0735}{1^2 \cdot 30^2}$$

$$I_{eq} = 6,3 \cdot 10^{-4} \text{ kgm}^2$$

Es necesario conocer las inercias parciales del sistema, cuyos cálculos se encuentran detallados en el ANEXO 4. A continuación se muestran los resultados:

Eje 1: Eje + Motor + Freno + Tornillo.

$$I_1 = I_{motor} + I_{freno} + I_{reductor, entrada} = 5,48 \cdot 10^{-4} \text{ kgm}^2$$

$$I_{motor} = 2,17 \cdot 10^{-4} \text{ kgm}^2$$

$$I_{freno} = 3,5 \cdot 10^{-5} \text{ kgm}^2$$

$$I_{reductor, entrada} = I_{eje1} + I_{tornillo} = 2,96 \cdot 10^{-4} \text{ kgm}^2$$

Eje 2: Eje + Corona + Piñón

$$I_2 = I_{\text{reductor, salida}} = 3,99 \cdot 10^{-4} \text{ kgm}^2$$

$$I_{\text{reductor, salida}} = I_{\text{eje2}} + I_{\text{corona}} + I_{\text{piñón}} = 3,99 \cdot 10^{-4} \text{ kgm}^2$$

Eje 3: Piñón + Tambor + Masa desplazada

$$I_3 = I_{\text{tambor}} + I_{\text{piñón}} + I_{\text{masa}} = 0,0735 \text{ kgm}^2$$

$$I_{\text{tambor}} = 1,5 \cdot 10^{-3} \text{ kgm}^2$$

$$I_{\text{piñón}} = 3,75 \cdot 10^{-6} \text{ kgm}^2$$

$$I_{\text{masa}} = m \cdot \left(\frac{D}{2}\right)^2 = 80 \cdot \left(\frac{0,06}{2}\right)^2 = 0,072 \text{ kgm}^2$$

Una vez calculada la inercia total, se calcula la aceleración angular de arranque:

$$\alpha_{\text{arr}} = \frac{M_i}{I_{\text{eq}}} = \frac{1,907}{6,3 \cdot 10^{-4}} = 3.026,98 \frac{\text{rad}}{\text{s}^2}$$

Finalmente se obtiene el tiempo de arranque del motor:

$$t_{\text{arr}} = \frac{w_m}{\alpha_{\text{arr}}} = \frac{1.705 \cdot \frac{2\pi}{60}}{3.026,98} = 0,059 \text{ s}$$

Analizando el valor obtenido y comparándolo con el valor dado en la *Tabla 2.6 "Tiempos de arranque"* se observa que el tiempo de arranque es inferior al valor límite en motores de tamaño 80 y 4 polos.

$$t_{\text{arr}} = 0,059 \text{ s} \ll 20 \text{ s}$$

Tabla 2.6. Tiempos de arranque.

Fuente: [5].

Tamaño del motor	Método de arranque	Número de polos	
		2	4
63	D.O.L.	25	40
71	D.O.L.	20	20
80	D.O.L.	15	20
90	D.O.L.	10	20
100	D.O.L.	10	15
112	D.O.L.	20	15
	Y/Δ	60	45

A2.2.2. Cálculo a flexión

Todos los cálculos serán referidos a la corona (2) cuyo material tiene propiedades más restrictivas que el del tornillo. Por tanto, se calcula a partir del par motor ($M_m = M_{t, eje1}$), el par en la rueda ($M_{t, eje2}$) por medio de la relación de transmisión y la eficiencia de la misma:

$$M_{t, eje2} = M_{t, eje1} \cdot \frac{n_1}{n_2} \cdot \eta_{corona-tornillo} = 4,2 \cdot 30 \cdot 0,252 = 31,752 \text{ Nm}$$

De igual manera que en el diseño y cálculos del reductor de engranajes rectos, se comprueba que esta transmisión no fallará a flexión.

Las magnitudes deben ser corregidas previamente al cálculo por medio del factor de esfuerzos dinámicos (f_d) y de servicio (f_s). La determinación de los mismos se rige por las *Tablas 2.7 “Factores de servicio”* y *2.8 “Factor de esfuerzos dinámicos”*.

Tabla 2.7. Factores de servicio.
Fuente: [1].

FACTOR DE SERVICIO	
Tipo de máquina	Factor f_s
Para cargas uniformes sin choque, como: ventiladores, maquinaria de elevación, máquinas centrífugas, transmisiones por correa, etc.	De 1,00 a 1,25
Para cargas con choque medio, como: máquinas sometidas a frecuentes arranques, compresores, máquinas alternativas, herramientas portátiles neumáticas y eléctricas, bombas alternativas, etc.	De 1,25 a 1,50
Para cargas con choque fuerte, como: trenes laminadores, machacadoras de piedra, maquinaria de dragados, punzonadoras, compresores monocilíndricos, etc.	De 1,50 a 2,00

Tabla 2.8. Factor de esfuerzos dinámicos.
Fuente: [1].

FACTOR DE ESFUERZOS DINÁMICOS	
Tipo de montaje	Factor f_d
Para engranajes de la máxima precisión obtenidos por rectificado u otro procedimiento similar. Velocidad del círculo primitivo igual o menor que 1.200 m/min	$f_d = 1 + \frac{\sqrt{V}}{43}$
Para engranajes tallados por generación, sin rectificar, y con velocidades del círculo primitivo igual o menor que 1.200 m/min.	$f_d = 1 + \frac{V}{360}$
Para engranajes ordinarios fabricados con fresa de módulo o con fresa madre, de una sola pasada. Velocidad del círculo primitivo igual o inferior a 600 m/min.	$f_d = 1 + \frac{V}{180}$

El factor de esfuerzos dinámicos integra la calidad de los engranajes en el cálculo de los mismos. Depende del tipo de montaje. Teniendo en cuenta la velocidad de giro de la rueda y el no requerimiento de una alta precisión, se escogen engranajes tallados por generación. La fórmula correspondiente es:

$$f_d = 1 + \frac{V}{360} = 1 + \frac{10,704}{360} = 1,029$$

Siendo V la velocidad tangencial en la rueda, que es igual a la velocidad axial en el tornillo m/min:

$$\begin{aligned} V_{t2} = V_{a1} &= n_{eje1} [rpm] \cdot \frac{\pi}{60} \cdot D_{p1} [mm] \cdot tg \mu \cdot 60 \left[\frac{s}{min} \right] \cdot 10^{-3} = \\ &= 1.705 \cdot \frac{\pi}{60} \cdot 48 \cdot tg(2,384) \cdot 60 \cdot 10^{-3} = 10,704 \frac{m}{min} \end{aligned}$$

El factor de servicio permite tener en cuenta en los cálculos la influencia del tipo de máquina accionada. En este caso, a pesar de ser una máquina que a priori no va a sufrir choques, está sometida a arranques frecuentes. Es por ello que el factor de servicio se encuentra entre valores de 1,25 y 1,5. Para estar del lado de la seguridad se escoge el más restrictivo: $f_s = 1,5$.

Una vez se conocen ambos factores correctores, se calcula el par transmitido en la corona mayorado:

$$M_{t2c} = M_{t,eje2} \cdot f_d \cdot f_s = 31,752 \cdot 1,029 \cdot 1,5 = 49,04 Nm$$

Se determina el factor de forma de diente o coeficiente de Lewis (y) en función de $Z_2 = 30$, $\alpha = 20^\circ$ y altura de diente normal. Como $Z_1 + Z_2 = 1 + 30 \leq 40$ se toma el valor de la *Tabla 2.9 "Coeficiente de Lewis"* en función del número de dientes de la corona Z_2 : $y = 0,114$.

Tabla 2.9. Coeficiente de Lewis.
Fuente: [1].

FACTOR DE FORMA DEL DIENTE "y"							
Nº de dientes	Altura normal 20°	Altura normal 14,5° o 15°	Diente corto 20°	Nº de dientes	Altura normal 20°	Altura normal 14,5° o 15°	Diente corto 20°
10	0,064	0,056	0,083	25	0,108	0,097	0,133
11	0,072	0,061	0,092	27	0,111	0,099	0,136
12	0,076	0,067	0,099	30	0,114	0,101	0,139
13	0,083	0,071	0,103	34	0,118	0,104	0,142
14	0,088	0,075	0,108	38	0,122	0,106	0,145
15	0,092	0,078	0,111	43	0,126	0,108	0,147
16	0,094	0,081	0,115	50	0,130	0,110	0,151
17	0,096	0,084	0,117	60	0,134	0,113	0,154
18	0,098	0,086	0,120	75	0,138	0,115	0,158
19	0,100	0,088	0,123	100	0,142	0,117	0,161
20	0,102	0,090	0,125	150	0,146	0,119	0,165
21	0,104	0,092	0,127	300	0,150	0,122	0,170
23	0,106	0,094	0,130	Cremallera	0,154	0,124	0,175

Es necesario conocer la anchura del dentado en la base del diente:

$$b_c = \frac{d^{0,875}}{2,7} = \frac{54^{0,875}}{2,7} = 12,15 \text{ mm}$$

Siendo

$$d = \frac{D_{p1} + D_{p2}}{2} = \frac{48 + 60}{2} = 54 \text{ mm}$$

El módulo es otra de las magnitudes fundamentales de un engranaje y viene dada en las *Tablas 2.4 "Dimensiones de la corona"* y *2.5 "Dimensiones del tornillo sin-fin"*. Como se ha mencionado anteriormente, para que el tornillo y la rueda helicoidal engranen, el módulo circunferencial de la rueda (M_{c2}) ha de ser igual al módulo axial del tornillo (M_{a1}) como se observa en la siguiente expresión:

$$M_{c2} = M_{a1} = \frac{D_{p2}}{Z_2} = \frac{60}{30} = 2 \text{ mm}$$

Finalmente se obtiene el valor de la tensión máxima admisible con la que se asignará el material óptimo para esta transmisión:

$$M_{c2} = \frac{2 \cdot M_{t2c} [Nmm]}{D_{p2} \cdot b_c \cdot \pi \cdot y \cdot \sigma_{adm} [MPa]} \rightarrow 2 = \frac{2 \cdot 49,04 \cdot 10^3}{60 \cdot 12,15 \cdot \pi \cdot 0,114 \cdot \sigma_{adm} [MPa]}$$
$$\rightarrow \sigma_{adm} = 182,572 \text{ MPa}$$

A2.2.3. Cálculo a desgaste

En este tipo de transmisión, debido al elevado rozamiento que existe entre los flancos de los dientes, resulta crítico el fallo por desgaste. Para minimizar al máximo el efecto negativo del rozamiento es fundamental una buena elección de los materiales en cuestión. En estas transmisiones entra en juego una constante "C" que viene determinada por el material y la velocidad de deslizamiento " V_d " entre los dientes.

Se determina el coeficiente de rigidez:

$$\delta = \frac{b_c}{M_{c2}} = \frac{12,15}{2} = 6,075$$

De acuerdo a la *Tabla 2.10 "Coeficientes de rigidez"*, este valor depende del tipo de montaje. Puesto que se trata de engranajes sobre apoyos ordinarios, el valor límite del coeficiente de rigidez es $\delta = 15$, por tanto, el coeficiente de rigidez obtenido en la transmisión se encuentra dentro del rango.

Tabla 2.10. Coeficientes de rigidez.
Fuente: [1].

COEFICIENTE DE RIGIDEZ	
Tipo de montaje	Coeficiente δ
Engranajes sobre ejes robustos, soportados por rodamientos o cojinetes apoyados sobre soportes rígidos.	Hasta 30
Engranajes con buen asiento en cajas reductoras o de velocidad en general.	Hasta 25
Engranajes sobre apoyos ordinarios.	Hasta 15

Una vez calculados los parámetros necesarios, se obtiene el valor límite de la constante C:

$$M_{c2} = 0,797 \cdot \sqrt{\frac{M_{t2c}[Nmm]}{\delta \cdot C \cdot D_{p2}}} \rightarrow 2 = 0,797 \cdot \sqrt{\frac{49,04 \cdot 10^3}{6,075 \cdot C \cdot 60}} \rightarrow C = 2,14 \frac{N}{mm^2}$$

De acuerdo a la Tabla 2.11 “Constante C para cálculo a desgaste corona-tornillo sin fin”, se asigna el material adecuado para la rueda, teniendo en cuenta el valor de C y V_d calculados previamente $C = 2,14 \frac{N}{mm^2}$ y $V_d = 4,326 \frac{m}{s}$. El bronce, la aleación de aluminio y de cinc son materiales válidos para la rueda.

Tabla 2.11. Constante C para cálculo a desgaste corona-tornillo sin fin.
Fuente: [1].

CONSTANTE C		
Material rueda	Velocidad de deslizamiento V_d en m/s	Constante C en daN/mm^2
Bronce	Hasta 15	Hasta 1,00
Fundición gris	Hasta 2,5	Hasta 0,30
Aleación de aluminio	Hasta 15	Hasta 0,65
Aleación de cinc	Hasta 15	Hasta 0,60
Materiales sintéticos	Hasta 2,5	Hasta 0,25

Finalmente se asigna un bronce cuya tensión supere la máxima admisible requerida por la transmisión $\sigma_{adm} = 182,572 MPa$. De acuerdo a la Tabla 2.12 “Propiedades bronce”, se escoge un bronce C-412 con una $\sigma_{adm} = 190 MPa$.



Tabla 2.12. Propiedades bronce.

Fuente: [1].

BRONCES					
Símbolo (IHA)	Símbolo (EN/M)	Tipo de bronce	R _m de N/mm ² (kp/mm ²)	Dureza	σ _{ten} de N/mm ² (kp/mm ²)
C-311		Bronce al Sn 10%	20-25	60-75 HB	9,00
C-312		Bronce al Sn 12%	20-30	75-90 HB	10,00
C-313		Bronce al Sn 14%	20-25	85-115 HB	9,00
C-412		Bronce al Al 9%	45-50	100-120 HB	19,00
C-415		Bronce al Al 11%	63-70	170-210 HB	26,90

ANEXO 3. DIMENSIONADO DE LOS EJES DEL REDUCTOR

A3.1. Cálculo de las cargas generadas en la transmisión

Se estudia el caso en el que el elemento motriz es el tornillo (designado con el subíndice 1) y la rueda es conducida (designada con el subíndice 2). Es necesario conocer el módulo, la dirección y el sentido de las cargas generadas en el punto de contacto entre el tornillo y la rueda.

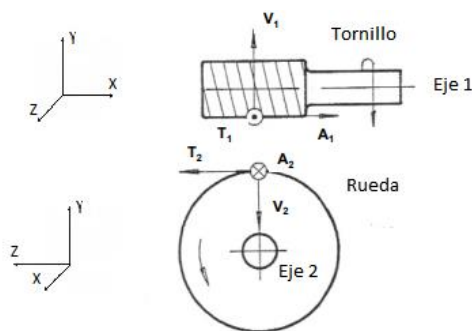


Figura 3.1. Cargas generadas en la transmisión.
Fuente: [1]

En el tornillo:

T_1 : Fuerza tangencial. Su sentido genera un momento que se opone al par del eje motriz. Produce flexión en el plano XZ y torsión en el eje X.

V_1 : Fuerza radial. Tiende a separar los engranajes y genera flexión en el plano XY.

A_1 : Fuerza axial. Su sentido se opone al sentido de giro de la rueda y viene fijado en función de la dirección del dentado. Genera compresión en el eje del tornillo (X) y flexión en el plano XY.

En la corona:

A_2 : Fuerza axial. Produce flexión en el plano XY y tracción en el eje X.

T_2 : Fuerza tangencial. Su sentido genera un momento en el mismo sentido que la rueda. Produce flexión XZ y torsión en el eje X.

V_2 : Fuerza radial. Produce flexión en el plano XZ.

$$T_1 = A_2 = \frac{M_m}{D_{p1}/2} = \frac{4,2 \cdot 10^3}{48/2}$$

$$T_1 = A_2 = 175 \text{ N}$$

$$V_1 = V_2 = T_1 \cdot \frac{\operatorname{tg} \alpha}{\operatorname{sen} \mu + \operatorname{tg} \varphi' \cdot \cos \mu} = 175 \cdot \frac{\operatorname{tg} 20}{\operatorname{sen} (2,384) + \operatorname{tg} (6,998) \cdot \cos (2,384)}$$

$$V_1 = V_2 = 387,82 \text{ N}$$

$$A_1 = T_2 = \frac{T_1}{\operatorname{tg}(\mu + \varphi')} = \frac{175}{\operatorname{tg}(2,384 + 6,998)} = 1.059,15 \text{ N}$$

$$A_1 = T_2 = 1.059,15 \text{ N}$$

A3.2. Eje 1

A3.2.1. Asignación de material

El eje 1 incluye el motor y el tornillo sin-fin que actúa como elemento motriz de la transmisión. Se designará un material adecuado para el mismo que permita transmitir las cargas del reductor. Se identificará la sección más desfavorable del eje mediante los diagramas de esfuerzos. Una vez determinada la sección más solicitada a lo largo del eje, se determina la tensión equivalente por medio de la Teoría de Cortante Máximo o la Teoría de Von Mises.

Se fijará un coeficiente de seguridad (C_s) adecuado para finalmente obtener el valor mínimo de resistencia a la fluencia del material a elegir para el eje diseñado.

El montaje final del eje 1 incluirá 2 rodamientos que servirán de apoyo y absorberán las reacciones del conjunto. Con el fin de tener un sistema isostático con el que trabajar, un rodamiento deberá estar exento de absorber cargas en dirección axial mientras que el otro absorberá cargas radiales y axiales. La parametrización de los rodamientos se abordará una vez se haya dimensionado el eje.

El diámetro del eje viene dado por el tornillo normalizado $D_{eje1} = 25 \text{ mm}$. La disposición del eje tal y como se muestra en la *Figura 3.1* es la siguiente: alojamiento del motor a la izquierda del primer apoyo A (en este espacio se instalará un freno de disco), a su vez los apoyos son equidistantes al tornillo con una longitud total del eje 100 mm. El tornillo (dimensionado anteriormente) tiene una longitud total de 60 mm, de los cuales 36 mm están roscados y un diámetro primitivo de 48 mm.

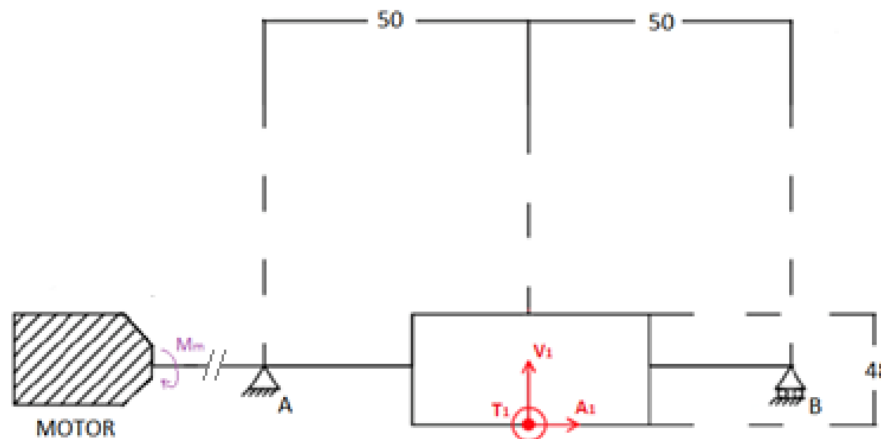


Figura 3.2. Disposición del tornillo sobre el eje 1.

1) Cargas que actúan sobre el tornillo

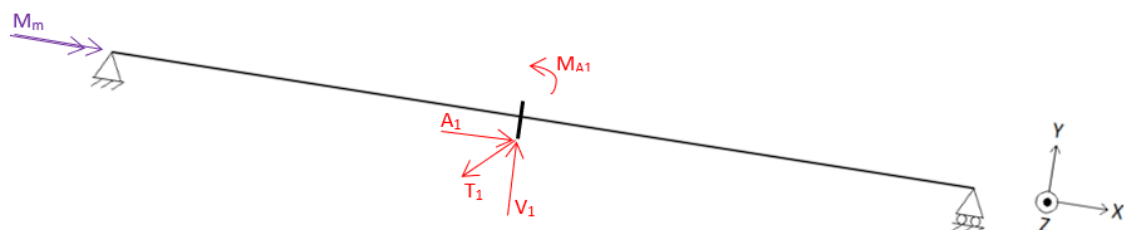


Figura 3.3. Dirección de las fuerzas sobre el tornillo sin-fin.

En la *Figura 3.3* aparecen representadas las fuerzas que actúan en el punto de contacto del tornillo. La fuerza tangencial T_1 genera un momento torsor que compensa el par motor al que está sometido el eje motriz.

2) Reacciones en los apoyos

Se calculan las reacciones en los apoyos. Para ello se estudia por separado las fuerzas contenidas en el plano XY y XZ.

PLANO XY

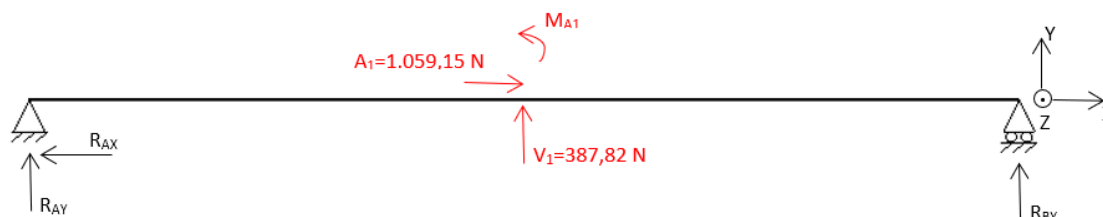


Figura 3.4. Fuerzas sobre el eje 1 en el plano XY.

$$\sum F_X = 0 \rightarrow R_{AX} = A_1$$

$$\sum F_Y = 0 \rightarrow V_1 + R_{AY} + R_{BY} = 0 \rightarrow 387,82 + R_{AY} + R_{BY} = 0$$

$$\sum M_{AZ} = 0 \rightarrow R_{BY} \cdot 100 + M_{A1} + V_1 \cdot 50 = 0 \rightarrow R_{BY} \cdot 100 + 25.419,6 + 387,82 \cdot 50 = 0$$

$$M_{A1} = A_1 \cdot \frac{D_{p1}}{2} = 1.059,15 \cdot \frac{48}{2} = 25.419,6 \text{ Nmm}$$

$$R_{AX} = 1.059,15 \text{ N}, R_{AY} = 60,286 \text{ N}, R_{BY} = -448,106 \text{ N}$$

PLANO XZ

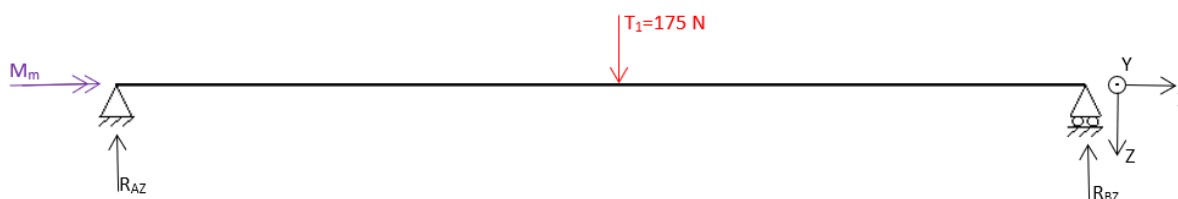


Figura 3.5. Fuerzas sobre el eje 1 en el plano XZ.

$$\sum F_Z = 0 \rightarrow T_1 = R_{AZ} + R_{BZ} \rightarrow 175 = R_{AZ} + R_{BZ}$$

$$\sum M_{AY} = 0 \rightarrow -T_1 \cdot 50 + R_{BZ} \cdot 100 = 0 \rightarrow -175 \cdot 50 + R_{BZ} \cdot 100 = 0$$

$$R_{AZ} = 87,5 \text{ N}, R_{BZ} = 87,5 \text{ N}$$

3) Diagramas de esfuerzos

Una vez calculadas las fuerzas en los apoyos, se calculan y representan los diagramas de esfuerzos con ayuda de MEFI.

PLANO XY

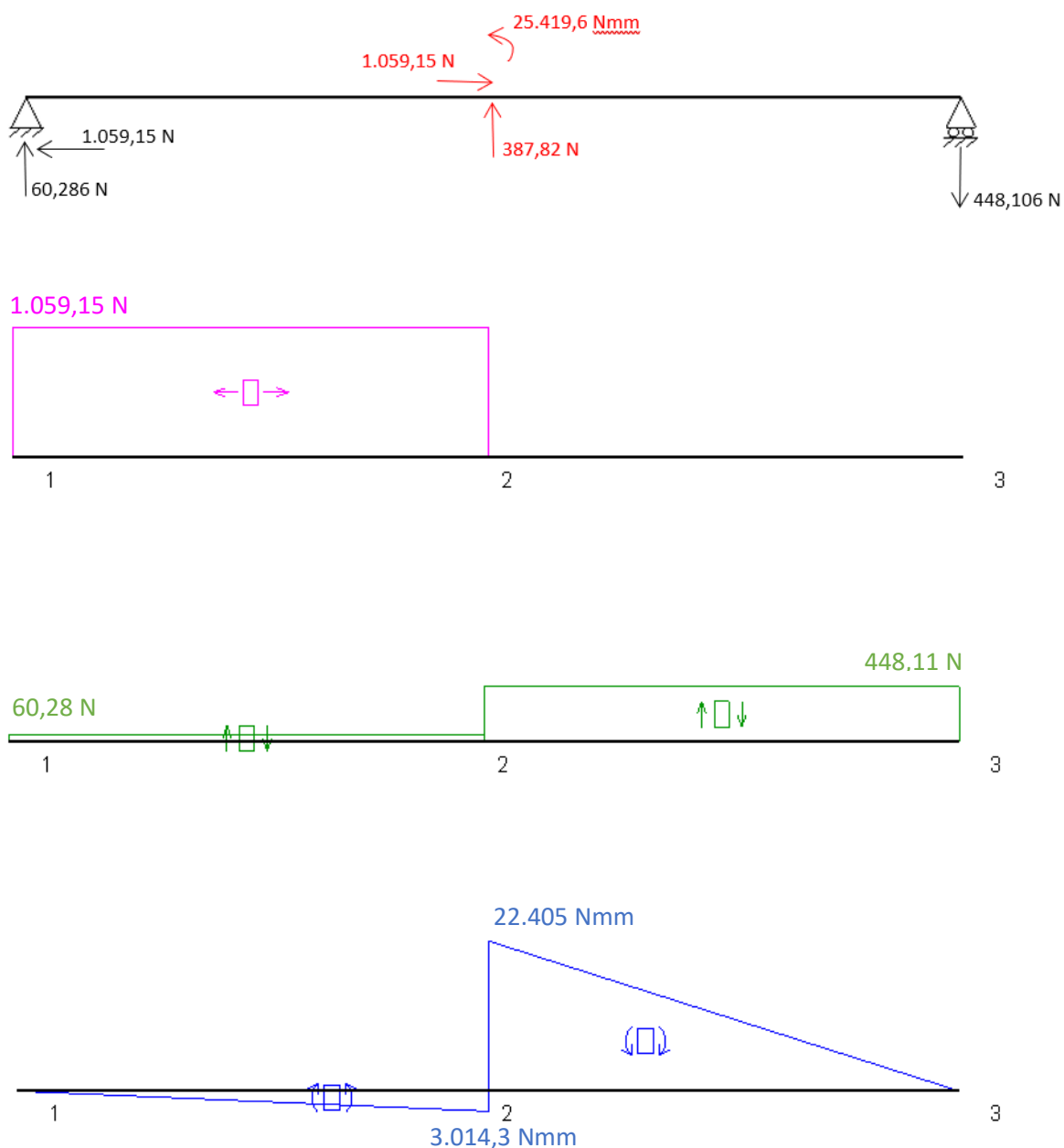


Figura 3.6. Diagramas de esfuerzo eje 1 plano XY.

PLANO XZ

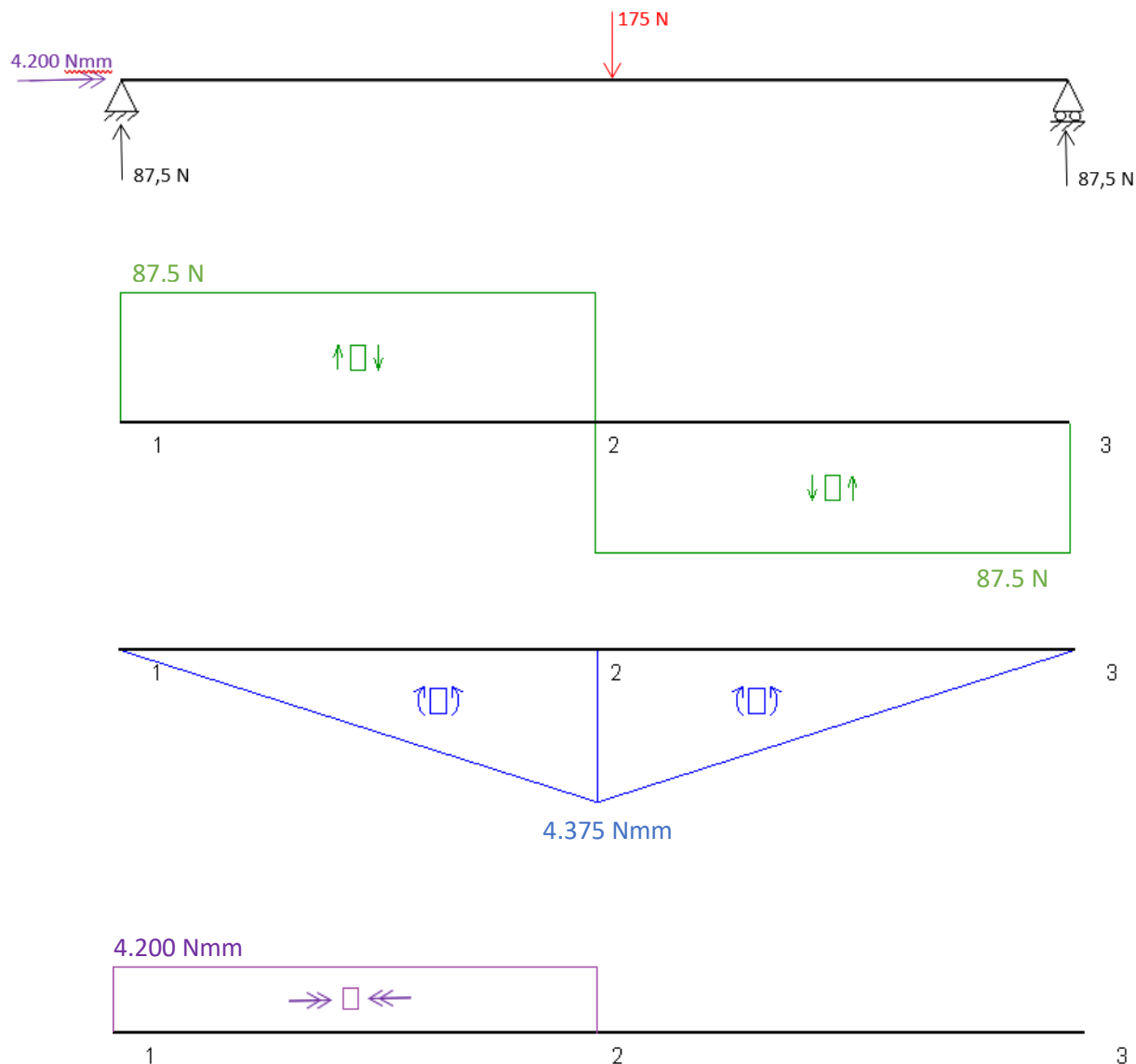


Figura 3.7. Diagramas de esfuerzo eje 1 plano XZ.

4) Sección más desfavorable

Observando los diagramas de esfuerzos, se identifica la sección a lo largo del eje donde concurren los valores más elevados de combinación de tensiones y el mayor momento flector. Para estar del lado de la seguridad a la hora de diseñar el eje, se realizarán todos los cálculos en ese punto ya que es la sección más solicitada y por tanto más crítica.

La sección más desfavorable del eje 1 corresponde con la designada con el número 2.

Se calcula el flector resultante en ese punto:

$$M_{r,eje1} = \sqrt{M_{2Z}^2 + M_{2Y}^2} = \sqrt{22.405^2 + 4.375^2} = 22.828,154 \text{ Nmm}$$

5) Cálculo de tensiones

Se calculan las tensiones normales y tangenciales en la sección crítica. La tensión normal tiene una componente debida al momento flector y otra debida al esfuerzo axil (que en la sección más desfavorable no contribuye).

$$\sigma_x = \frac{M_{r,eje1}}{w_f} + \frac{N_x}{A} = \frac{22.828,154}{1.533,98} + 0 = \mathbf{14,88 MPa}$$

Siendo:

$$A = \frac{\pi \cdot D_{eje}^2}{4} = \frac{\pi \cdot 25^2}{4} = 490,87 \text{ mm}^2$$

$$w_f = \frac{\pi \cdot D_{eje}^4}{64 \left(\frac{D_{eje}}{2}\right)} = \frac{\pi \cdot 25^4}{64 \left(\frac{25}{2}\right)} = 1.533,98 \text{ mm}^3$$

La tensión tangencial es nula, ya que el momento torsor no se tiene en cuenta ya que se analiza la sección crítica desde el lado con flector máximo.

$$\tau_{XY} = \frac{M_t}{w_0} = \mathbf{0}$$

6) Cálculo del coeficiente de seguridad

Una vez calculadas las tensiones, se calcula la tensión equivalente por medio de la Teoría de Von Mises:

$$\sigma_{eq,eje1} = \sqrt{\sigma_x^2 + 3 \cdot \tau_{XY}^2} = \sqrt{14,88^2 + 3 \cdot 0^2} = 14,88 \text{ MPa}$$

Se impone un coeficiente de seguridad de 4 y se calcula la tensión de fluencia mínima necesaria para el material que compondrá el eje:

$$CS = \frac{\sigma_F}{\sigma_{eq}} \rightarrow 4 = \frac{\sigma_F}{14,88} \rightarrow \sigma_F = \mathbf{59,52 MPa}$$

Se escoge de la *Tabla 3.1 "Propiedades aceros al carbono"* como material más adecuado para el eje un **acero al carbono F-111** con una $\sigma_{adm} = \mathbf{140 MPa}$.

Tabla 3.1. Propiedades aceros al carbono.
Fuente: [1].

ACEROS AL CARBONO					
Símbolo IHA	Símbolo CEN/M	Tip de acero Tratamiento	Rm daN/mm ² (kp/mm ²)	Dureza	σ_{adm} daN/mm ² (kp/mm ²)
F-111	F-1110	Extrsuave Normalizado	38-48	110-135 HB	14
F-113	F-1130	Semi-suave Normalizado	55-62	150-170 HB	19
F-114	F-1140	Semi-duro, Normalizado	62-70	190-210 HB	22

A3.2.1. Rodamientos A y B

La carga teórica sobre los engranajes debe ir afectada por factores de esfuerzos adicionales que dependen tanto del propio engranaje (f_a) como de la máquina accionada por la transmisión (f_b).

El valor de f_a para engranajes corrientes es de 1,10 a 1,30 y el de f_b para máquinas con trabajo exento de choques es de 1 a 1,20. En ambos casos para mayorar las cargas se escoge el valor más restrictivo para estar del lado de la seguridad, por tanto, $f_a = 1,30$ y $f_b = 1,20$.

Las cargas mayoradas quedan:

$$T'_1 = T_1 \cdot f_a \cdot f_b = 175 \cdot 1,30 \cdot 1,20 = 273 \text{ N}$$

$$V'_1 = V_1 \cdot f_a \cdot f_b = 387,82 \cdot 1,30 \cdot 1,20 = 604,99 \text{ N}$$

$$A'_1 = A_1 \cdot f_a \cdot f_b = 1.059,15 \cdot 1,30 \cdot 1,20 = 1.652,274 \text{ N}$$

Se recalculan las reacciones en los apoyos con las cargas mayoradas:

PLANO XY

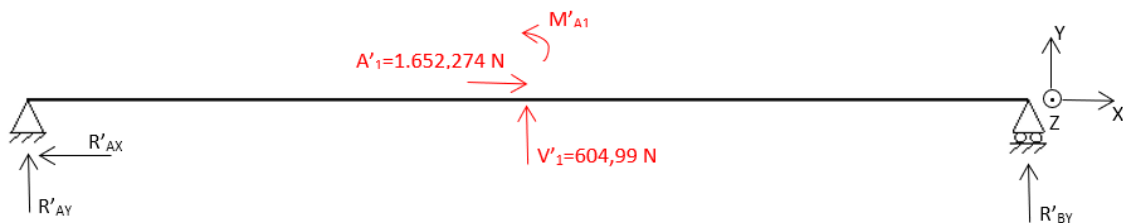


Figura 3.8. Cargas mayoradas en el plano XY.

$$\Sigma F_X = 0 \rightarrow R'_{AX} = A'_1$$

$$\Sigma F_Y = 0 \rightarrow V'_1 + R'_{AY} + R'_{BY} = 0 \rightarrow 604,99 + R'_{AY} + R'_{BY} = 0$$

$$\Sigma M_{AZ} = 0 \rightarrow R'_{BY} \cdot 100 + M'_{A1} + V'_1 \cdot 50 = 0 \rightarrow R'_{BY} \cdot 100 + 39.654,576 + 604,99 \cdot 50 = 0$$

$$M'_{A1} = A'_1 \cdot \frac{D_{p1}}{2} = 1.652,274 \cdot \frac{48}{2} = 39.654,576 \text{ N mm}$$

$$R'_{AX} = 1.652,274 \text{ N}, R'_{AY} = 94,05 \text{ N}, R'_{BY} = -699,04 \text{ N}$$

PLANO XZ

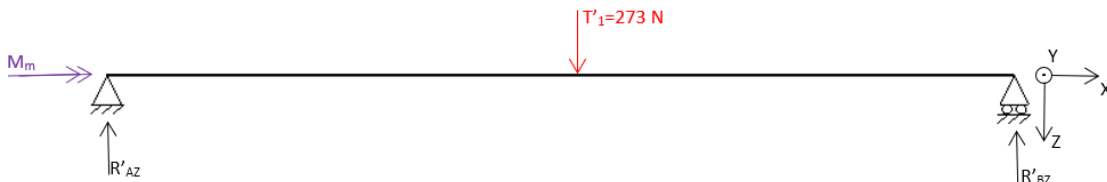


Figura 3.6. Cargas mayoradas en el plano XZ.

$$\Sigma F_Z = 0 \rightarrow T'_1 = R'_{AZ} + R'_{BZ} \rightarrow 273 = R'_{AZ} + R'_{BZ}$$

$$\Sigma M_A = 0 \rightarrow T'_1 \cdot 50 = R'_{BZ} \cdot 100 \rightarrow 273 \cdot 50 = R'_{BZ} \cdot 100 \rightarrow R'_{BZ} = 136,5 \text{ N}$$

$$R'_{AZ} = 136,5 \text{ N}, R'_{BZ} = 136,5 \text{ N}$$

Rodamiento A

El rodamiento A soporta simultáneamente una carga axial $F_a = R'_{AX} = 1.652,274 \text{ N}$ y una carga radial $F_r = \sqrt{R'_{AY}^2 + R'_{AZ}^2} = \sqrt{94,05^2 + 136,5^2} = 165,76 \text{ N}$.

El tipo de rodamiento óptimo teniendo en cuenta las cargas calculadas, es un rodamiento axial de rodillos. Es necesario calcular una carga virtual que produzca el mismo efecto que la combinación de la carga axial y radial en cualquier dirección. A esta carga se le denomina “carga equivalente P” y para este tipo de rodamientos se define de la siguiente manera:

$$P = F_a = 1.652,274 \text{ N}$$

Para seleccionar en el catálogo el rodamiento adecuado, es necesario determinar la capacidad de carga dinámica del rodamiento (C). Para ello se debe calcular la vida del mismo en millones de vueltas (L):

$$L = \frac{L_h \cdot n_{eje1} \cdot 60}{10^6} = \frac{30.000 \cdot 1.705 \cdot 60}{10^6} = 3.069 \text{ millones de vueltas}$$

Siendo:

L_h la duración de funcionamiento en horas, fijada en 30.000h, lo que corresponde a 12h de funcionamiento diarias durante 6 años.

n_{eje1} la velocidad angular del rodamiento que viene impuesta por el régimen motor $n_m = 1.705 \text{ rpm}$.

La relación entre la capacidad de carga dinámica de un rodamiento y su duración viene dada por la siguiente expresión:

$$L = \left(\frac{C}{P}\right)^a \rightarrow 3.069 = \left(\frac{C}{1.652,274}\right)^{10/3} \rightarrow C = 18.373 \text{ N}$$

Donde a es un coeficiente que varía en función del tipo de rodamiento. $a = \frac{10}{3}$ para rodamientos radiales y axiales de rodillos.

Se considera que la temperatura de trabajo nunca superará los 100°C y por tanto el acero mantendrá sus características a pesar de posibles variaciones de temperatura durante el funcionamiento. Es por ello, que no se precisa aplicar coeficientes reductores a la capacidad dinámica y estática de los rodamientos.

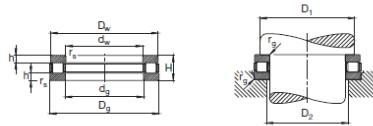
En el catálogo FAG [10] de rodamientos se selecciona un rodamiento axial de rodillos para un diámetro de eje de 25 mm que cumpla con la especificación de carga dinámica calculada anteriormente.

Como se observa en la *Tabla 3.2 “Prontuario rodamientos axiales para eje 1”*, el rodamiento 81105TVPB, tiene una capacidad de carga dinámica que supera la calculada en el rodamiento: $C_{calculada} = 18,4 \text{ kN} < C_{teórica} = 32,5 \text{ kN}$.

Basta con comprobar que la velocidad límite que ofrece este rodamiento es muy superior a la real $n_{eje1} = 1.705 \text{ rpm} \ll n_{límite} = 9.500 \text{ rpm}$, por tanto, el rodamiento axial de rodillos cilíndricos 81105TVPB es válido.

Tabla 3.2. Prontuario rodamientos axiales para eje 1.
Fuente: Catálogo de rodamientos FAG.

Rodamientos FAG axiales de rodillos cilíndricos



Los rodamientos pueden alcanzar de vida ilimitada, si $C_0/P_0 \leq 1$, ver

Eje	Dimensiones							Peso kg	Capacidad de carga		Velocidad límite min ⁻¹	Velocidad de referencia	Denominación abreviada Rodamiento FAG	Medidas auxiliares		
	d _w mm	d ₂	D _w	D ₂	H	h	r _s mm		din. C	estát. C ₀				D ₁ mm	D ₂ max	r _s max
15	15	16	28	28	9	2,75	0,3	0,022	13,7	27	14000	6000	81102LPB	25	18	0,3
17	17	18	30	30	9	2,75	0,3	0,026	15,4	27	13000	5600	81103LPB	27	20	0,3
20	20	21	35	35	10	2,75	0,3	0,037	24,5	51	11000	4000	81104VPB	32	23	0,3
25	25	26	42	42	11	3	0,6	0,055	32,5	73,5	9500	3200	81105VPB	38	29	0,6
30	30	32	47	47	11	3	0,6	0,06	34,5	63	8000	2800	81106VPB1	43	34	0,6
	30	32	52	52	16	4,25	0,6	0,127	61	132	7500	2400	81206VPB	48	34	0,6

Rodamiento B

El rodamiento B soporta una carga radial $F_r = \sqrt{R'_{BY}{}^2 + R'_{BZ}{}^2} = \sqrt{(-699,4)^2 + 136,5^2} = 712,6 \text{ N}$.

El tipo de rodamiento óptimo teniendo en cuenta que éste solo absorbe cargas radiales, es un rodamiento radial de bolas. Es el más utilizado por su reducido coste y a su vez permite cargas axiales en ambas direcciones y cargas radiales, lo que lo convierte en un componente muy versátil y adecuado

Puesto que no hay carga axial, la carga dinámica equivalente es directamente la carga radial:

$$P = F_r = 712,6 \text{ N}$$

Para seleccionar en el catálogo el rodamiento adecuado, es necesario determinar la capacidad de carga dinámica del rodamiento (C). Para ello se debe calcular la vida del mismo en millones de vueltas (L):

$$L = \frac{L_h \cdot n_{ejel} \cdot 60}{10^6} = \frac{30.000 \cdot 1.705 \cdot 60}{10^6} = 3.069 \text{ millones de vueltas}$$

Siendo:

L_h la duración de funcionamiento en horas, fijada en 30.000h, lo que corresponde a 12h de funcionamiento diarias durante 6 años.

n_{ejel} la velocidad angular del rodamiento que viene impuesta por el régimen motor $n_m = 1.705 \text{ rpm}$.

La relación entre la capacidad de carga dinámica de un rodamiento y su duración viene dada por la siguiente expresión:

$$L = \left(\frac{C}{P}\right)^a \rightarrow 3.069 = \left(\frac{C}{712,6}\right)^3 \rightarrow C = 10.355,7 \text{ N}$$

Donde a es un coeficiente que varía en función del tipo de rodamiento. $a = 3$ para rodamientos radiales y axiales de bolas.

Como ocurre con el rodamiento A, no es necesario aplicar coeficientes reductores a la capacidad dinámica y estática de los rodamientos puesto que la temperatura de trabajo no superará en ningún caso los 100°C.

En el catálogo FAG de rodamientos [10] se selecciona un rodamiento radial de bolas para un diámetro de eje de 25 mm que cumpla con la especificación de carga dinámica calculada anteriormente.

Como se observa en la *Tabla 3.3 “Prontuario rodamientos rígidos de bolas para eje 1”*, el rodamiento 6205, tiene una capacidad de carga dinámica que supera la calculada en el rodamiento: $C_{calculada} = 7,54 \text{ kN} < C_{teórica} = 14 \text{ kN}$.

Puesto que este rodamiento no absorbe cargas axiales, basta con comprobar que la velocidad límite que ofrece este rodamiento es muy superior a la real $n_{eje1} = 1.705 \text{ rpm} \ll n_{límite} = 17.000 \text{ rpm}$, por tanto, **el rodamiento radial de bolas de una hilera 6205 es válido.**

Tabla 3.3. Prontuario rodamientos rígidos de bolas para eje 1.
Fuente: Catálogo de rodamientos FAG.

Rodamientos FAG rígidos de bolas
de una hilera

Eje	Dimensiones							Peso — kg	Capacidad de carga		Velocidad límite min ⁻¹	Velocidad de referencia	Denominación abreviada Rodamiento FAG	Medidas auxiliares			ik
	d mm	D mm	B mm	r _s mm	H mm	H ₁ mm	J mm		dyn. C	stat. C ₀				D ₁ mm	D ₂ mm	r _s mm	
20	20	47	14	1	38,4	41	28,8	0,105	12,7	6,55	18000	19000	6204	25,6	41,4	1	0
	20	47	14	1	38,4	41	28,8	0,105	12,7	6,55	18000	19000	6204.W203B	25,6	41,4	1	0
	20	47	14	1	38,4	41	28,8	0,109	12,7	6,55	15000	19000	6204.2ZR	25,6	41,4	1	0
	20	47	14	1	38,4	41	28,8	0,109	12,7	6,55	10000	19000	6204.2RSR	25,6	41,4	1	0
	20	47	14	1	38,4	41	28,8	0,109	12,7	6,55	10000	19000	6204.2RSR.W203B	25,6	41,4	1	0
	20	47	18	1	38,4	41	28,8	0,139	12,7	6,55	10000		62204.2RSR	25,6	41,4	1	
	20	52	15	1,1	41,9	44,4	30,3	0,151	16	7,8	34000	18000	6304	27	45	1	
	20	52	15	1,1	41,9	44,4	30,3	0,153	16	7,8	34000	18000	6304.W203B	27	45	1	
	20	52	15	1,1	41,9	44,4	30,3	0,155	16	7,8	14000	18000	6304.2ZR	27	45	1	
	20	52	15	1,1	41,9	44,4	30,3	0,155	16	7,8	9500		6304.2RSR	27	45	1	
	20	52	21	1,1	42,1	44,4	30,3	0,209	16	7,8	9500		62304.2RSR	27	45	1	
	20	72	19	1,1	55		37	0,415	30,5	15	26000	15000	6404	29	63	1	
25	25	47	8	0,8	39,7	41,1	32,2	0,055	7,2	4,85	19000	14000	6005	27	45	0,3	
	25	47	12	0,6	40,2	42,5	32	0,08	10	5,85	36000	17000	6005	28,2	43,8	0,6	
	25	47	12	0,6	40,2	42,5	32	0,082	10	5,85	36000	17000	6005.W203B	28,2	43,8	0,6	
	25	47	12	0,6	40,2	42,5	32	0,083	10	5,85	15000	17000	6005.2ZR	28,2	43,8	0,6	
	25	47	12	0,6	40,2	42,5	32	0,084	10	5,85	10000		6005.2RSR	28,2	43,8	0,6	
	25	47	12	0,6	40,2	42,5	32	0,083	10	5,85	10000		6005.2RSR.W203B	28,2	43,8	0,6	
	25	52	15	1	43,6	45,4	33,5	0,128	14	7,8	17000	17000	6205	30,6	46,4	1	

A3.3. Eje 2

A3.3.1. Asignación de material

El eje 2 es conformado por la corona con $D_{p2} = 60 \text{ mm}$ y el piñón con $D_p = 40 \text{ mm}$ que transmitirá el movimiento al eje del tambor motriz de la cinta por medio de una correa dentada.

Con el fin de determinar el material que compondrá el eje, se analizará la sección más desfavorable del mismo siguiendo un procedimiento análogo al del diseño del eje 1.

Se impone un diámetro $D_{eje2} = 30 \text{ mm}$ al eje en cuestión, que es el diámetro normalizado máximo permitido para la corona.

El montaje final del eje 2 incluirá 2 rodamientos C y D que servirán de apoyo y absorberán las reacciones del conjunto. Con el fin de tener un sistema isostático con el que trabajar, un rodamiento deberá estar exento de absorber cargas en dirección axial mientras que el otro absorberá cargas radiales y axiales. La parametrización de los rodamientos se abordará una vez se haya dimensionado el eje.

Como se ha comentado anteriormente, la relación de transmisión por correa es 1, por lo que la dimensión del piñón del eje de salida del reductor coincidirá con la dimensión del piñón del eje de entrada de la cinta.

El dibujo de la *Figura 3.10* no representa fielmente las magnitudes reales de los elementos ya que su propósito es únicamente mostrar la disposición del eje 2. Tiene una longitud total de 126 mm, la corona se situará a 42 mm del primer apoyo (C) y a 84 mm del piñón, que es de dentado recto y con un diámetro primitivo de 40mm.

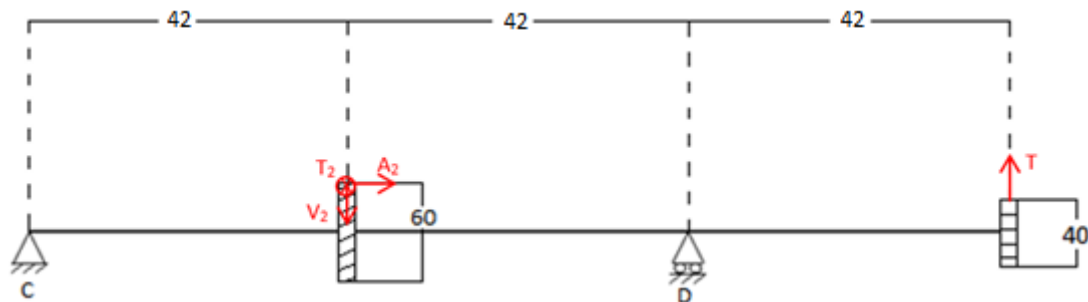


Figura 3.7. Disposición de la corona y el piñón sobre el eje 2.

1) Cargas que actúan sobre la corona y el piñón

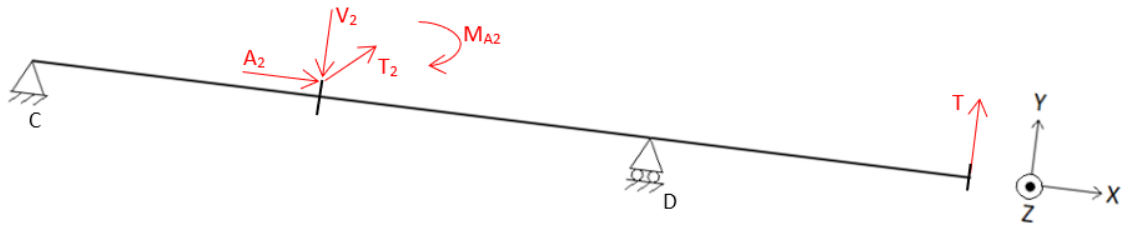


Figura 3.8. Dirección de las fuerzas sobre la corona y el piñón.

En la Figura 3.11 aparecen representadas las fuerzas que actúan en el punto de contacto de la corona y en el piñón. La fuerza tangencial T_2 genera un momento torsor M_T que compensará el piñón situado al final del eje.

$$M_T = T_2 \cdot \frac{D_{p2}}{2} = 1.059,15 \cdot \frac{60}{2} = 31.774,5 \text{ Nmm}$$

Se calcula el módulo de la fuerza tangencial del piñón que permite transmitir el par:

$$T_{\text{piñón}} = \frac{M_T}{r_{\text{piñón}}} = \frac{31.774,5}{17,5} = 1.815,69 \text{ N}$$

En las correas, se cumple que la fuerza tangencial impulsora del movimiento es:

$$T_{\text{piñón}} = T_1 - T_2$$

Se calculan las fuerzas en cada ramal de la correa:

$$T_1 = T_{\text{piñón}} \cdot \frac{e^{f \cdot \alpha_1}}{e^{f \cdot \alpha_1} - 1} = 1.815,69 \cdot \frac{e^{0,3 \cdot \pi}}{e^{0,3 \cdot \pi} - 1} = 2.974,88 \text{ N}$$

$$T_2 = T_{\text{piñón}} \cdot \frac{1}{e^{f \cdot \alpha_1} - 1} = 1.815,69 \cdot \frac{1}{e^{0,3 \cdot \pi} - 1} = 1.159,2 \text{ N}$$

Siendo:

$f = 0,3$ el coeficiente de rozamiento para correas trapezoidales

$\alpha_1 = \pi \text{ rad}$ el ángulo abrazado, que al tener ambos piñones el mismo diámetro es de 180°

Finalmente, la fuerza que actúa sobre el piñón es:

$$T = T_1 + T_2 = 2.974,88 + 1.159,2 = 4.134,08 \text{ N}$$

2) Reacciones en los apoyos

Se calculan las reacciones en los apoyos. Para ello se estudia por separado las fuerzas contenidas en el plano XY y XZ.

PLANO XY

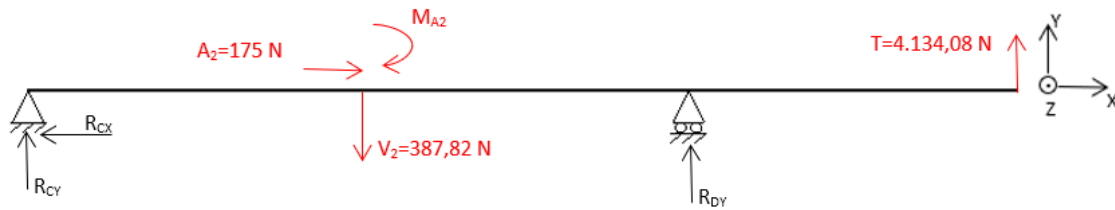


Figura 3.9 Fuerzas sobre el eje 2 en el plano XY.

$$\Sigma F_X = 0 \rightarrow R_{CX} = A_2$$

$$\Sigma F_Y = 0 \rightarrow R_{CY} + R_{DY} - V_2 + T = 0 \rightarrow R_{CY} + R_{DY} - 387,82 + 4.134,08 = 0$$

$$\begin{aligned} \Sigma M_{CZ} = 0 &\rightarrow T \cdot 126 + R_{DY} \cdot 84 = M_{A2} + V_2 \cdot 42 \rightarrow \\ &\rightarrow 4.134,08 \cdot 126 + R_{DY} \cdot 84 = 5.250 + 387,82 \cdot 42 \end{aligned}$$

$$M_{A2} = A_2 \cdot \frac{D_{p2}}{2} = 175 \cdot \frac{60}{2} = 5.250 \text{ Nmm}$$

$$R_{CX} = 175 \text{ N}, R_{CY} = 2.198,45 \text{ N}, R_{DY} = -5.944,71 \text{ N}$$

PLANO XZ

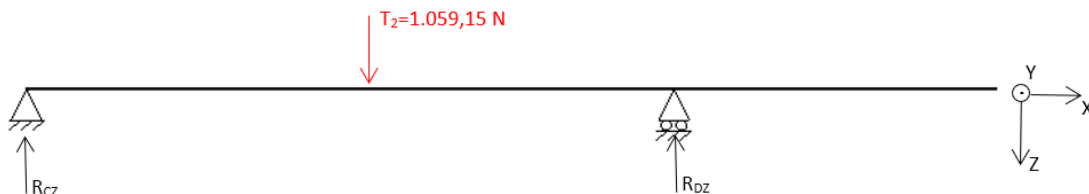


Figura 3.10. Fuerzas sobre el eje 2 en el plano XZ.

$$\Sigma F_Z = 0 \rightarrow T_2 = R_{CZ} + R_{DZ} \rightarrow 1.059,15 = R_{CZ} + R_{DZ}$$

$$\Sigma M_{CY} = 0 \rightarrow T_2 \cdot 35 = R_{DZ} \cdot 70 \rightarrow 1.059,15 \cdot 42 = R_{DZ} \cdot 84$$

$$R_{CZ} = 529,58 \text{ N}, R_{DZ} = 529,58 \text{ N}$$

3) Diagramas de esfuerzos

Una vez calculadas las fuerzas en los apoyos, se calculan y representan los diagramas de esfuerzos con ayuda de MEFI.

PLANO XY

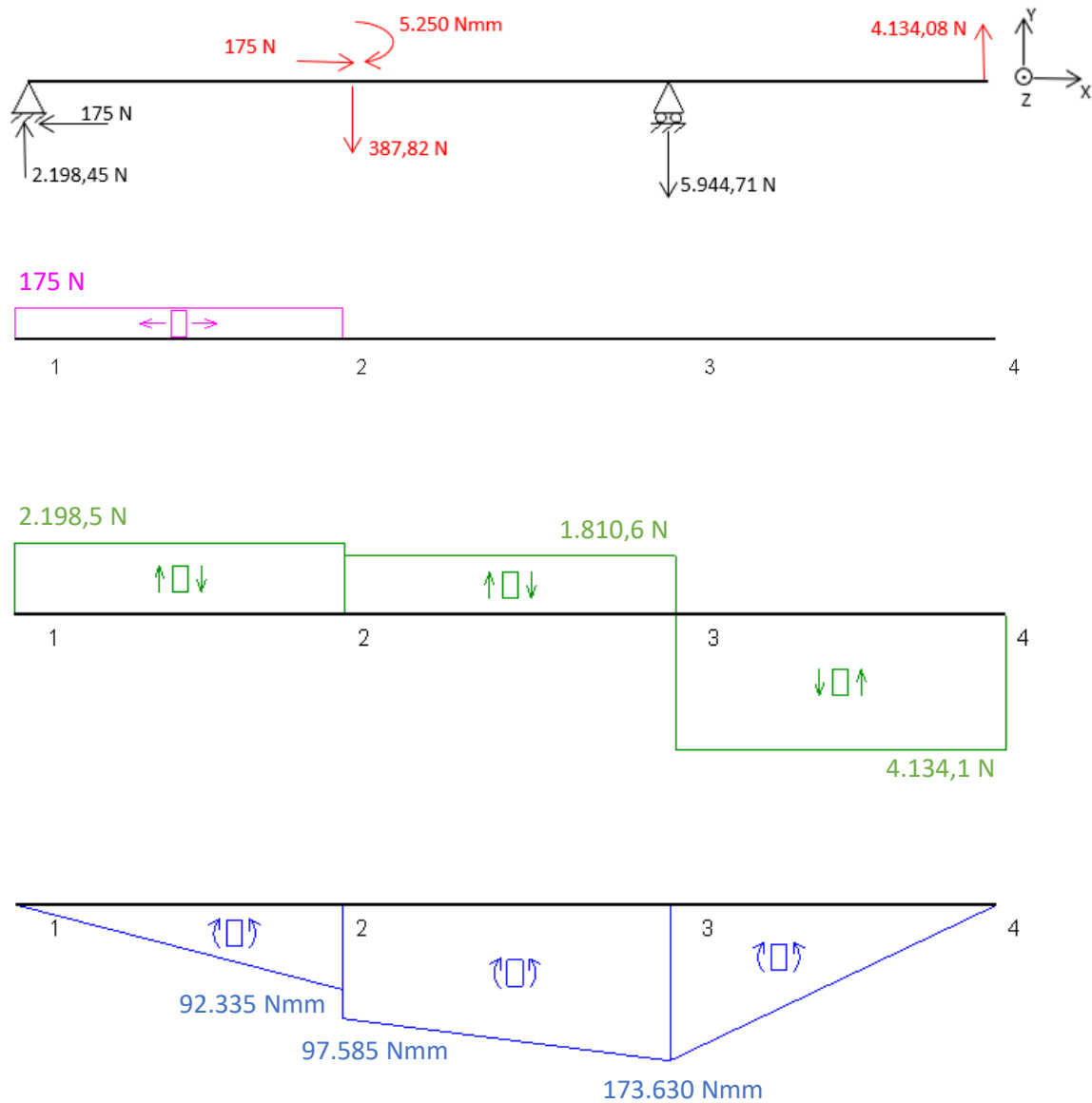


Figura 3.11. Diagrama de esfuerzo eje 2 plano XY.

PLANO XZ

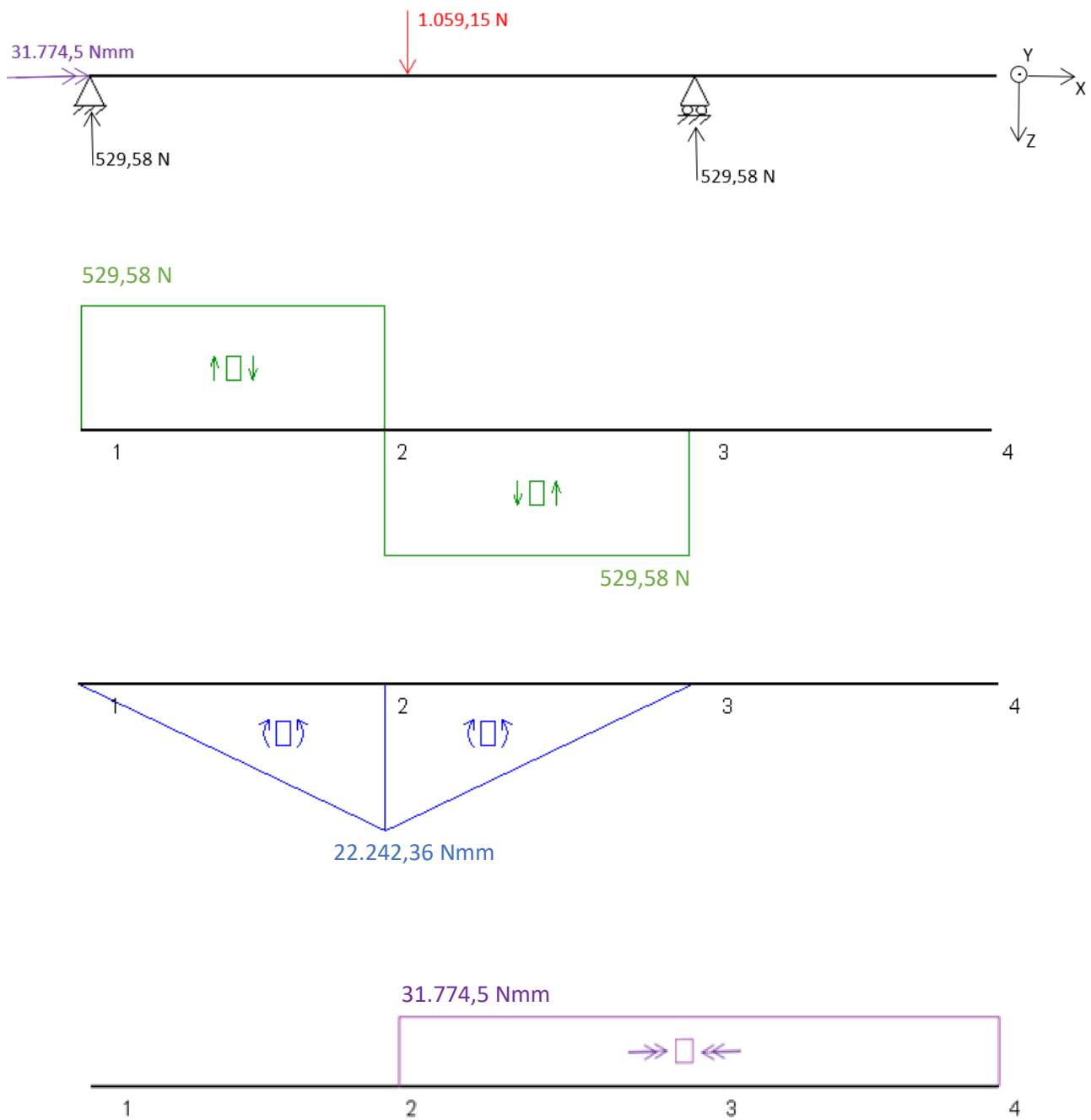


Figura 3.12. Diagramas de esfuerzo eje 2 plano XZ.

4) Sección más desfavorable

Observando los diagramas de esfuerzos, se identifica la sección a lo largo del eje donde concurren los valores más elevados de combinación de tensiones y el mayor momento flector. Para estar del lado de la seguridad a la hora de diseñar el eje, se realizarán todos los cálculos en ese punto ya que es la sección más solicitada y por tanto más crítica.

La sección más desfavorable del eje 2 puede corresponder con la designada con el número 2 o 3. Se calcula el flector resultante en esos puntos:

$$M_{r2,eje2} = \sqrt{M_{2Z}^2 + M_{2Y}^2} = \sqrt{97.585^2 + 22.242,36^2} = 100.087,8 \text{ Nmm}$$

$$M_{r3,eje2} = \sqrt{M_{3Z}^2 + M_{3Y}^2} = \sqrt{173.630^2 + 0} = 173.630 \text{ Nmm}$$

La sección más desfavorable finalmente es la designada con el número 3 con un momento flector $M_{r3,eje2} = 173.630 \text{ Nmm}$.

5) Cálculo de tensiones

Se calculan las tensiones normales y tangenciales en la sección crítica.

La tensión normal tiene una componente debida al momento flector y otra debida al esfuerzo axial (que en la sección más desfavorable no contribuye).

$$\sigma_x = \frac{M_{r3,eje2}}{w_f} + \frac{N_x}{A} = \frac{173.630}{2.650,72} + 0 = 65,5 \text{ MPa}$$

Siendo:

$$A = \frac{\pi \cdot D_{eje2}^2}{4} = \frac{\pi \cdot 30^2}{4} = 706,85 \text{ mm}^2$$

$$w_f = \frac{\pi \cdot D_{eje2}^4}{64 \left(\frac{D_{eje2}}{2}\right)} = \frac{\pi \cdot 30^4}{64 \left(\frac{30}{2}\right)} = 2.650,72 \text{ mm}^3$$

$$\tau_{xy} = \frac{M_t}{w_0} = \frac{31.774,5}{5.301,44} = 5,99 \text{ MPa}$$

Siendo:

$$w_0 = 2 \cdot w_f = 2 \cdot 2.650,72 = 5.301,44 \text{ mm}^3$$

6) Cálculo del coeficiente de seguridad

Una vez calculadas las tensiones, se calcula la tensión equivalente por medio de la Teoría de Von Mises:

$$\sigma_{eq,eje2} = \sqrt{\sigma_x^2 + 3 \cdot \tau_{xy}^2} = \sqrt{65,5^2 + 3 \cdot 5,99^2} = 66,32 \text{ MPa}$$

Se impone un coeficiente de seguridad de 4 y se calcula la tensión de fluencia mínima necesaria para el material que compondrá el eje:

$$CS = \frac{\sigma_F}{\sigma_{eq}} \rightarrow 4 = \frac{\sigma_F}{55,56} \rightarrow \sigma_F = 255,26 \text{ MPa}$$

Se escoge de la *Tabla 3.4. "Propiedades aceros al carbono"* como material más adecuado para el eje un **acero al carbono F-114** con una $\sigma_{adm} = 260 \text{ MPa}$.

Tabla 3.4. Propiedades aceros al carbono.

Fuente: [1].

MATERIALES PARA ENGRANAJES					
ACEROS AL CARBONO					
Símbolo HA	Símbolo CENIM	Tipo de acero Tratamiento	Rm en N/mm ² (kg/mm ²)	Dureza	σ_{adm} del límite (kg/mm ²)
F-111	F-1110	Extrsuave Normalizado	38-48	110-135 HB	14
F-113	F-1130	Semi-suave Normalizado	55-82	150-170 HB	19
F-114	F-1140	Semi-duro, Normalizado	82-70	190-210 HB	22
F-114	F-1140	Semi-duro Templado y revenido	88-87	247-277 HB	26

A3.3.1. Rodamientos C y D

La carga teórica sobre los engranajes debe ir afectada por factores de esfuerzos adicionales que dependen tanto del propio engranaje (f_a) como de la máquina accionada por la transmisión (f_b).

El valor de f_a para engranajes corrientes es de 1,10 a 1,30 y el de f_b para máquinas con trabajo exento de choques es de 1 a 1,20. En ambos casos para mayorar las cargas se escoge el valor más restrictivo para estar del lado de la seguridad, por tanto, $f_a = 1,30$ y $f_b = 1,20$.

Las cargas mayoradas quedan:

$$A'_2 = A_2 \cdot f_a \cdot f_b = 175 \cdot 1,30 \cdot 1,20 = 273 \text{ N}$$

$$V'_2 = V_2 \cdot f_a \cdot f_b = 387,82 \cdot 1,30 \cdot 1,20 = 604,99 \text{ N}$$

$$T'_2 = T_2 \cdot f_a \cdot f_b = 1.059,15 \cdot 1,30 \cdot 1,20 = 1.652,27 \text{ N}$$

$$T' = T \cdot f_a \cdot f_b = 4.134,08 \cdot 1,30 \cdot 1,20 = 6.449,16 \text{ N}$$

Se recalculan las reacciones en los apoyos con las cargas mayoradas:

PLANO XY

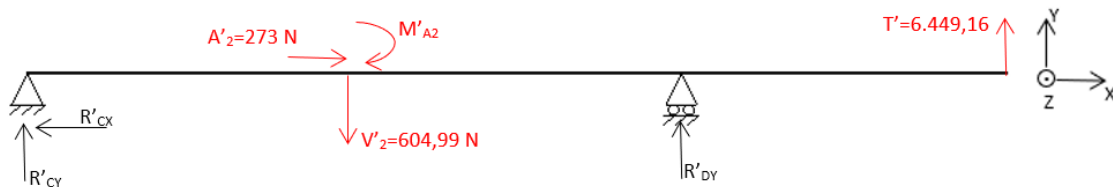


Figura 3.13. Cargas mayoradas en el plano XY.

$$\Sigma F_X = 0 \rightarrow R'_{CX} = A'_2$$

$$\Sigma F_Y = 0 \rightarrow R'_{CY} + R'_{DY} - V'_2 + T' = 0 \rightarrow R'_{CY} + R'_{DY} - 604,99 + 6.449,16 = 0$$

$$\begin{aligned} \Sigma M_{CZ} = 0 &\rightarrow T' \cdot 126 + R'_{DY} \cdot 84 = M'_{A2} + V'_2 \cdot 42 \rightarrow \\ &\rightarrow 6.449,16 \cdot 126 + R'_{DY} \cdot 84 = 8.190 + 604,99 \cdot 42 \end{aligned}$$

$$M'_{A2} = A'_2 \cdot \frac{D_{p2}}{2} = 273 \cdot \frac{60}{2} = 8.190 \text{ Nmm}$$

$$R'_{CX} = 273 \text{ N}, R'_{CY} = 3.429,6 \text{ N}, R'_{DY} = -9.273,75 \text{ N}$$

PLANO XZ

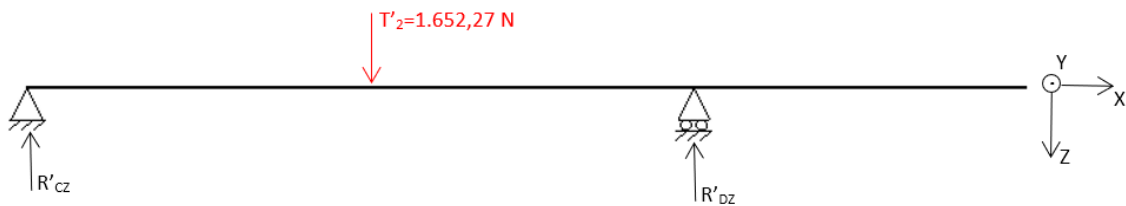


Figura 3.14. Cargas mayoradas en el plano XZ.

$$\Sigma F_Z = 0 \rightarrow T'_2 = R'_{CZ} + R'_{DZ} \rightarrow 1.652,27 = R'_{CZ} + R'_{DZ}$$

$$\Sigma M_{CY} = 0 \rightarrow T'_2 \cdot 42 = R'_{DZ} \cdot 84 \rightarrow 1.652,27 \cdot 42 = R'_{DZ} \cdot 84$$

$$R'_{CZ} = 826,135 \text{ N}, R'_{DZ} = 826,135 \text{ N}$$

Rodamiento C

El rodamiento C soporta simultáneamente una carga axial $F_a = R'_{CX} = 273 \text{ N}$ y una carga radial

$$F_r = \sqrt{R'_{CY}^2 + R'_{CZ}^2} = \sqrt{3.429,6^2 + 826,135^2} = 3.527,7 \text{ N}.$$

El tipo de rodamiento óptimo teniendo en cuenta las cargas calculadas, es un rodamiento radial de bolas. Es el más utilizado por su reducido coste y a su vez permite cargas axiales en ambas direcciones y cargas radiales, lo que lo convierte en un componente muy versátil y adecuado.

Es necesario calcular una carga virtual que produzca el mismo efecto que la combinación de la carga axial y radial en cualquier dirección. A esta carga se le denomina “carga equivalente” P y se define de la siguiente manera:

$$P = X \cdot F_r + Y \cdot F_a$$

Para determinar los coeficientes X (coeficiente radial del rodamiento) e Y (coeficiente axial del rodamiento), se calcula la relación entre la fuerza radial y la axial:

$$\frac{F_a}{F_r} = \frac{273}{3.527,7} = 0,08$$

Se trata de un proceso iterativo. En la primera aproximación del rodamiento se fija:

$$\frac{F_a}{F_r} = 0,08 \leq e$$

$$X = 1$$

$$Y = 0$$

Se obtiene el valor de la carga equivalente del rodamiento P :

$$P = X \cdot F_r + Y \cdot F_a = 1 \cdot 3.527,7 + 0 \cdot 275 = 3.527,7$$

Para seleccionar en el catálogo el rodamiento adecuado, es necesario determinar la capacidad de carga dinámica del rodamiento C. Para ello se debe calcular la vida del mismo en millones de vueltas (L):

$$L = \frac{L_h \cdot n_{ej2} \cdot 60}{10^6} = \frac{30.000 \cdot 56,83 \cdot 60}{10^6} = 102,3 \text{ millones de vueltas}$$

Siendo:

L_h la duración de funcionamiento en horas, fijada en 30.000h, lo que corresponde a 12h de funcionamiento diarias durante 6 años.

n_{ej2} la velocidad angular del rodamiento que viene impuesta por el régimen motor y la relación de transmisión:

$$n_{ej2} = \frac{n_m}{i} = \frac{1.705}{30} = 56,83 \text{ rpm}$$

La relación entre la capacidad de carga dinámica de un rodamiento y su duración viene dada por la siguiente expresión:

$$L = \left(\frac{C}{P}\right)^a \rightarrow 102,3 = \left(\frac{C}{3.527,7}\right)^3 \rightarrow C = 16.498,71 \text{ N}$$

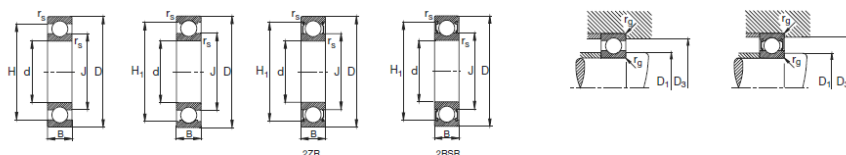
Donde a es un coeficiente que varía en función del tipo de rodamiento. $a = 3$ para rodamientos radiales y axiales de bolas.

Se considera que la temperatura de trabajo nunca superará los 100°C y por tanto el acero mantendrá sus características a pesar de posibles variaciones de temperatura durante el funcionamiento. Es por ello, que no se precisa aplicar coeficientes reductores a la capacidad dinámica y estática de los rodamientos.

En el catálogo FAG de rodamientos [10] se selecciona un rodamiento de bolas de una hilera para un diámetro de eje de 30 mm que cumpla con la especificación de carga dinámica calculada anteriormente. Como se observa en la *Tabla 3.5 "Prontuario rodamientos rígidos de bolas para eje 2"*, el rodamiento 6206, tiene una capacidad de carga dinámica que supera la calculada en el rodamiento: $C_{calculada} = 16,49 \text{ kN} < C_{teórica} = 19,3 \text{ kN}$.

Tabla 3.5. Prontuario rodamientos de bolas para eje 2.
Fuente: Catálogo de rodamientos FAG.

Rodamientos FAG rígidos de bolas
de una hilera



Los rodamientos pueden alcanzar u
de vida disminuida, si C_0/P_{a8} , ver P

Eje	Dimensiones							Capacidad de carga		Velocidad límite	Velocidad de referencia	Denominación abreviada	Medidas auxiliares		
	d	D	B	r_s	H	H ₁	J	C_{dyn}	C_{stat}				D_1	D_2	r_s
	mm			mm	mm	mm	mm	kN	kN	mm ⁻¹	mm	FAG	mm	mm	mm
30	30	62	16	1	52,1	54,9	40	0,195	19,3	11,2	14000	6206	35,6	56,4	1
	30	62	16	1	52,1	54,9	40	0,201	19,3	11,2	14000	6206 2RSR	35,6	56,4	1
	30	62	16	1	52,1	54,9	40	0,201	19,3	11,2	11000	6206 2ZR	35,6	56,4	1
	30	62	16	1	52,1	54,9	40	0,201	19,3	11,2	7500	6206 2RSR	35,6	56,4	1
	30	62	16	1	52,1	54,9	40	0,211	19,3	11,2	7500	6206 2RSR W203B	35,6	56,4	1

Denominación del rodamiento: 6206 $\rightarrow C = 19,3 \text{ kN}$

$$\rightarrow C_0 = 11,2 \text{ kN}$$

Se calcula la relación entre la carga axial a la que está sometido el rodamiento C y la capacidad de carga dinámica que ofrece el rodamiento de bolas 6305 seleccionado.

$$\frac{F_a}{C_0} = \frac{273 \text{ [N]}}{11,2 \cdot 10^3 \text{ [N]}} = 0,0253$$

Con la *Tabla 3.6 "Tabla para determinar los coeficientes de la carga equivalente"*, se calcula el valor de "e" exacto interpolando en el rango de $\frac{F_a}{C_0}$ en el que se encuentra el valor calculado previamente.

$$0,025 > 0,0253 > 0,04$$

$$\left. \begin{array}{l} \frac{F_a}{C_0} = 0,025 \rightarrow e = 0,22 \\ \frac{F_a}{C_0} = 0,04 \rightarrow e = 0,24 \end{array} \right\} \frac{F_a}{C_0} = 0,0253 \rightarrow e = 0,2204$$

Tabla 3.6. Tabla para determinar los coeficientes de la carga equivalente.
Fuente: [1].

Tipos de rodamientos	$\frac{F_a}{F_r} \leq e$		$\frac{F_a}{F_r} > e$		e
	X	Y	X	Y	
Rodamientos rígidos de bolas					
Series EL, R, 160, 60, 62, 63, 64					
$\frac{F_a}{C_0} = 0,025$				2	0,22
$= 0,04$				1,8	0,24
$= 0,07$	1	0	0,56	1,6	0,27
$= 0,13$				1,4	0,31
$= 0,25$				1,2	0,37
$= 0,5$				1	0,44

Una vez conocido “e” se calculan los coeficientes X e Y correspondientes:

$$\begin{array}{l}
 X = 0,56 \\
 \left. \begin{array}{l} e = 0,22 \rightarrow Y = 2 \\ e = 0,24 \rightarrow Y = 1,8 \end{array} \right\} e = 0,2204 \rightarrow Y = 1,996
 \end{array}$$

Se calcula el valor de la carga equivalente del rodamiento con los coeficientes obtenidos:

$$P = X \cdot F_r + Y \cdot F_a = 0,56 \cdot 3.527,7 + 1,996 \cdot 273 = 2.520,96 \text{ N}$$

Y finalmente la carga dinámica:

$$L = \left(\frac{C}{P}\right)^a \rightarrow 102,3 = \left(\frac{C}{2.520,96}\right)^3 \rightarrow C = 11.790,3 \text{ N}$$

Se observa que la carga dinámica calculada es inferior a la capacidad de carga dinámica que ofrece el rodamiento escogido y además la velocidad del eje en ningún caso supera la velocidad límite $n_{eje2} = 56,83 \text{ rpm} \ll n_{límite} = 14.000 \text{ rpm}$, por tanto, **el rodamiento de bolas de una hilera 6206 es válido.**

$$C_{calculada} = 11,79 \text{ kN} < C_{teórica} = 19,3 \text{ kN}$$

Rodamiento D

El rodamiento D soporta una carga radial $F_r = \sqrt{R'_{DY}{}^2 + R'_{DZ}{}^2} = \sqrt{(-9.273,75)^2 + 826,135^2} = 9.310,47 \text{ N}$.

El tipo de rodamiento óptimo teniendo en cuenta que éste solo absorbe cargas radiales, es un rodamiento oscilante de rodillos.

Puesto que no hay carga axial, la carga dinámica equivalente es directamente la carga radial:

$$P = F_r = 9.310,47 \text{ N}$$

Para seleccionar en el catálogo el rodamiento adecuado, es necesario determinar la capacidad de carga dinámica del rodamiento (C). Para ello se debe calcular la vida del mismo en millones de vueltas (L):

$$L = \frac{L_h \cdot n_{eje2} \cdot 60}{10^6} = \frac{30.000 \cdot 56,83 \cdot 60}{10^6} = 102,3 \text{ millones de vueltas}$$

$$L = \left(\frac{C}{P}\right)^a \rightarrow 102,3 = \left(\frac{C}{9.310,47}\right)^{10/3} \rightarrow C = 37.319,4 \text{ N}$$

Donde a es un coeficiente que varía en función del tipo de rodamiento. $a = \frac{10}{3}$ para rodamientos de rodillos.

Como ocurre con el rodamiento C, no es necesario aplicar coeficientes reductores a la capacidad dinámica y estática de los rodamientos puesto que la temperatura de trabajo no superará en ningún caso los 100°C.

En el catálogo FAG de rodamientos [10] se selecciona un rodamiento oscilante de rodillos para un diámetro de eje de 30 mm que cumpla con la especificación de carga dinámica calculada anteriormente.

Como se observa en la *Tabla 3.7 "Prontuario rodamientos rígidos de bolas para eje 2"*, el rodamiento 6406, tiene una capacidad de carga dinámica que supera la calculada en el rodamiento: $C_{calculada} = 37,3 \text{ kN} < C_{teórica} = 58,5 \text{ kN}$. Puesto que este rodamiento no absorbe cargas axiales, basta con comprobar que la velocidad límite que ofrece este rodamiento es muy superior a la real $n_{eje2} = 56,83 \text{ rpm} \ll n_{límite} = 13.000 \text{ rpm}$, por tanto, el rodamiento oscilante de rodillos 22206E es válido.

Tabla 3.7. Prontuario rodamientos oscilante de rodillos para eje 2.
Fuente: Catálogo de rodamientos FAG.

Rodamientos FAG oscilantes de rodillos con agujero cilíndrico y cónico										Los rodamientos pueden alcanzar una duraci de vida limitada, si $C_0/P_0 > 8$, ver Pág.41.											
Agujero cilíndrico										K Agujero cónico (cono 1:12)											
Eje	Dimensiones								Peso	Capacidad de carga - Factor					Velocidad límite	Velocidad de referencia	Denominación abreviada	Medidas auxiliar			
	d	D	B	r _{fs}	H	J ₁	n _s	d _s	mm	din. C	e	F _r /F _e ≤ e	F _r /F _e > e	estát. C ₀	Y ₀	min ⁻¹		Rodamiento FAG	D ₁ mm	D ₂ max	r _{fs} mm
	mm			mm	mm				kg	kN		kN		kN							
20	20	52	15	1,1	43	28,9			0,16	34,5	0,3	2,25	3,34	33,5	2,2	15000	12000	21304E.TVPB	27	45	1
25	25	52	16	1	44,5	31,3	4,8	3,2	0,18	43	0,34	1,98	2,94	45	1,93	17000	11000	22206E	30,6	48,4	1
	25	52	16	1	44,5	31,3	4,8	3,2	0,175	43	0,34	1,98	2,94	45	1,93	17000	11000	22206EK	30,6	48,4	1
	25	62	17	1,1	51	35,2			0,254	42,5	0,28	2,43	3,61	40,5	2,37	13000	10000	21305E.TVPB	32	55	1
30	30	62	20	1	53,7	37,9	4,8	3,2	0,275	58,5	0,31	2,15	3,2	62	2,1	13000	9500	22206E	35,6	58,4	1
	30	62	20	1	53,7	37,9	4,8	3,2	0,269	58,5	0,31	2,15	3,2	62	2,1	13000	9500	22206EK	35,6	58,4	1

A3.4. Cálculo a fatiga

Es necesario realizar el cálculo a fatiga para evitar la rotura del material que compone los ejes sometidos a cargas dinámicas cíclicas. A pesar de que el valor de estas cargas es inferior al de las cargas estáticas, pueden debilitar el eje en alguna sección crítica.

Cada uno de los ejes previamente diseñados, está compuesto por un acero al carbono F-111 cuya resistencia a tracción es $R_m = 380$ MPa y un acero al carbono F-114 con una $R_m = 620$ MPa.

Se quiere determinar la vida a fatiga para los ejes que componen el reductor. Para ello será necesario calcular ciertos parámetros y factores correctores que aparecen a continuación:

Factores correctores del límite de fatiga

Eje 1

- **Ka:** Factor de superficie. Tiene en cuenta el efecto del acabado superficial sobre la resistencia del material. En la *Tabla 3.8 "Valores de a y b para la determinación de Ka"* para acabados laminados en frío: $a=4,51$, $b=-0,265$.

$$K_a = a \cdot R_m^b = 4,51 \cdot 380^{-0,265} = 0,934$$

Tabla 3.8. Valores de a y b para la determinación de Ka.
Fuente: [1].

ACABADO SUPERFICIAL	Factor a (MPa)	Exponente b
Rectificado	1.58	-0.085
Mecanizado o laminado en frío	4.51	-0.265
Laminado en caliente	57.70	-0.718
Forjado	272.00	-0.995

- **Kb:** Factor de tamaño. El tamaño en las secciones críticas del eje tiene efecto sobre su resistencia. Para una sección circular sometida a flexión y torsión, como es el caso del eje, como aparece en la *Tabla 3.9 "Kb para probetas circulares sometidas a flexión y torsión giratoria"* como $8\text{mm} < D_{eje1} \leq 250\text{mm}$, Kb se calcula:

$$K_{b,eje1} = 1,189 \cdot D_{eje1}^{-0,097} = 1,189 \cdot 25^{-0,097} = 0,87$$

Tabla 3.9. Kb para probetas circulares sometidas a flexión y torsión giratoria.
Fuente: [1].

$$\begin{aligned}
 K_b &= 1, \quad \text{si } d_e \leq 8\text{ mm (0.3 in)} \\
 K_b &= 1.189 d_e^{-0.097}, \quad \text{si } 8\text{ mm} < d_e \leq 250\text{ mm} \\
 (K_b &= 0.869 d_e^{-0.097}, \quad \text{si } 0.3\text{ in} < d_e \leq 10\text{ in}) \\
 K_b &= 0.6, \quad \text{si } d_e > 250\text{ mm (10 in)},
 \end{aligned}$$

- **Kc:** Factor de confiabilidad. Corrige la resistencia a la fatiga consiguiendo tener una mayor probabilidad de que la resistencia real de la pieza sea superior que el valor corregido. Como aparece en la *Tabla 3.10* "Determinación de Kc según la confiabilidad", para tener una confiabilidad del 99% $K_c = 0,814$.

Tabla 3.10. Determinación de Kc según la confiabilidad.

Fuente: [1].

Confiabilidad (%)	50	90	99	99.9	99.99	99.999
K_c	1	0.897	0.814	0.753	0.702	0.659

- **Kd:** Factor de temperatura. En los aceros el límite de fatiga permanece constante si la temperatura es inferior a 450°C, por tanto $K_d = 1$.
- **Kcar:** Factor de carga. Su valor varía según las cargas que soporte el eje. Para piezas sometidas a flexión y torsión $K_{car} = 0,577$.
- **Ke:** Factor de esfuerzos varios. Cuantifica los efectos no considerados por los factores anteriores. Como no existen otros factores que modifiquen la resistencia a fatiga, $K_e = 1$.
- **Kf:** Factor de concentración de esfuerzos. Los ejes poseen discontinuidades en sus secciones por la presencia de chaveteros, estas serán concentradores de esfuerzos que producirán un aumento localizado de los mismos. Según la *Tabla 3.11* "Kf para chaveteros de acero", $K_f = 1,3$ debido a la presencia de un chavetero de clase perfil sometido a torsión con una dureza inferior a 200HB.

Tabla 3.11. Kf para chaveteros de acero.

Fuente: [1].

Clase de chavetero	K_f			
	Recocido, dureza menor que 200 HB		Endurecido, dureza mayor que 200 HB	
	Flexión	Torsión	Flexión	Torsión
Perfil	1.6	1.3	2.0	1.6
Patín	1.3	1.3	1.6	1.6

Eje 2

- **Ka:** Factor de superficie. Tiene en cuenta el efecto del acabado superficial sobre la resistencia del material. En la *Tabla 3.8* "Valores de a y b para la determinación de Ka" para acabados laminados en frío: $a=4,51$, $b=-0,265$.

$$K_a = a \cdot R_m^b = 4,51 \cdot 620^{-0,265} = 0,8207$$

Tabla 3.8. Valores de a y b para la determinación de K_a .
Fuente: [1].

ACABADO SUPERFICIAL	Factor a (MPa)	Exponente b
Rectificado	1.58	-0.085
Mecanizado o laminado en frío	4.51	-0.265
Laminado en caliente	57.70	-0.718
Forjado	272.00	-0.995

- **K_b**: Factor de tamaño. El tamaño en las secciones críticas del eje tiene efecto sobre su resistencia. Para una sección circular sometida a flexión y torsión, como es el caso del eje, como aparece en la Tabla 3.9 “K_b para probetas circulares sometidas a flexión y torsión giratoria” como $8\text{mm} < D_{\text{eje2}} \leq 250\text{mm}$, K_b se calcula:

$$K_{b,\text{eje2}} = 1,189 \cdot D_{\text{eje2}}^{-0,097} = 1,189 \cdot 30^{-0,097} = 0,85$$

Tabla 3.9. K_b para probetas circulares sometidas a flexión y torsión giratoria.
Fuente: [1].

$$\begin{aligned} K_b &= 1, \quad \text{si } d_e \leq 8\text{mm} (0.3\text{in}) \\ K_b &= 1.189 d_e^{-0.097}, \quad \text{si } 8\text{mm} < d_e \leq 250\text{mm} \\ (K_b &= 0.869 d_e^{-0.097}, \quad \text{si } 0.3\text{in} < d_e \leq 10\text{in}) \\ K_b &= 0.6, \quad \text{si } d_e > 250\text{mm} (10\text{in}), \end{aligned}$$

- **K_c**: Factor de confiabilidad. Corrige la resistencia a la fatiga consiguiendo tener una mayor probabilidad de que la resistencia real de la pieza sea superior que el valor corregido. Como aparece en la Tabla 3.10 “Determinación de K_c según la confiabilidad”, para tener una confiabilidad del 99% $K_c = 0,814$.

Tabla 3.10. Determinación de K_c según la confiabilidad.
Fuente: [1].

Confiabilidad (%)	50	90	99	99.9	99.99	99.999
K_c	1	0.897	0.814	0.753	0.702	0.659

- **K_d**: Factor de temperatura. En los aceros el límite de fatiga permanece constante si la temperatura es inferior a 450°C, por tanto $K_d = 1$.
- **K_{car}**: Factor de carga. Su valor varía según las cargas que soporte el eje. Para piezas sometidas a flexión y torsión $K_{\text{car}} = 0,577$.

- **Ke:** Factor de esfuerzos varios. Cuantifica los efectos no considerados por los factores anteriores. Como no existen otros factores que modifiquen la resistencia a fatiga, $K_e = 1$.
- **Kf:** Factor de concentración de esfuerzos. Los ejes poseen discontinuidades en sus secciones por la presencia de chaveteros, estas serán concentradores de esfuerzos que producirán un aumento localizado de los mismos. Según la *Tabla 3.11 "Kf para chaveteros de acero"*, $K_f = 1,3$ debido a la presencia de un chavetero de clase perfil sometido a torsión con una dureza inferior a 200HB.

Tabla 3.11. K_f para chaveteros de acero.
Fuente: [1].

Clase de chavetero	K_f			
	Recocido, dureza menor que 200 HB		Endurecido, dureza mayor que 200 HB	
	Flexión	Torsión	Flexión	Torsión
Perfil	1.6	1.3	2.0	1.6
Patín	1.3	1.3	1.6	1.6

Parámetros de resistencia a fatiga (probeta)

Los siguientes cálculos están asociados al análisis del material escogido (Acero F-111 y Acero F-114 para cada eje respectivamente) al que se denomina como "probeta". A pesar de no ser el método más preciso, se va a utilizar el modelo de Vida total que es el más común por su versatilidad a la hora de aplicarlo en una amplia gama de diseños. Además, contempla aplicaciones de fatiga de alto ciclo de manera adecuada.

Se calcula la resistencia a 10^3 ciclos para cada eje:

Eje 1

$$S'_{10} = 0,9 \cdot R_m = 0,9 \cdot 380 = 342 \text{ MPa}$$

Eje 2

$$S'_{10} = 0,9 \cdot R_m = 0,9 \cdot 620 = 559 \text{ MPa}$$

Para resistencias a tracción inferiores a 1.400 MPa, el límite de fatiga a 10^6 ciclos de la probeta se calcula como:

Eje 1

$$S'_e = 0,5 \cdot R_m = 0,5 \cdot 380 = 190 \text{ MPa}$$

Eje 2

$$S'_e = 0,5 \cdot R_m = 0,5 \cdot 620 = 310 \text{ MPa}$$

Parámetros de resistencia a fatiga (pieza)

Con ayuda de los factores correctores se procede al cálculo de los parámetros de resistencia para 1.000 ciclos (S_{10}^3) y 1.000.000 ciclos (S_e). Se tiene en cuenta que $K_a = K_b = 1$ para 1.000 ciclos.

Eje 1

$$S_{10}^3 = \frac{K_a \cdot K_b \cdot K_c \cdot K_d \cdot K_e \cdot K_{car} \cdot S_{10}^{'3}}{K_f} = \frac{1 \cdot 1 \cdot 0,814 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 0,577 \cdot 342}{1,3} = 123,56 \text{ MPa}$$

$$S_e = \frac{K_a \cdot K_b \cdot K_c \cdot K_d \cdot K_e \cdot K_{car} \cdot S_e'}{K_f} = \frac{0,934 \cdot 0,87 \cdot 0,814 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 0,577 \cdot 190}{1,3} = 55,78 \text{ MPa}$$

Eje 2

$$S_{10}^3 = \frac{K_a \cdot K_b \cdot K_c \cdot K_d \cdot K_e \cdot K_{car} \cdot S_{10}^{'3}}{K_f} = \frac{1 \cdot 1 \cdot 0,814 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 0,577 \cdot 558}{1,3} = 201,59 \text{ MPa}$$

$$S_e = \frac{K_a \cdot K_b \cdot K_c \cdot K_d \cdot K_e \cdot K_{car} \cdot S_e'}{K_f} = \frac{0,821 \cdot 0,85 \cdot 0,814 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 0,577 \cdot 310}{1,3} = 78,13 \text{ MPa}$$

Parámetros de ajuste de curva S-N

Existen diferentes vías analíticas para suplir el método experimental de obtención de los parámetros de fatiga de alto ciclo. Se utiliza el método de ajuste logarítmico-logarítmico como aproximación basada en las características del metal escogido. Este método permite obtener de forma precisa una aproximación de las curvas S-N en el intervalo entre los límites de bajo y alto ciclaje ($10^3 \leq N \leq 10^6$). Se calculan los coeficientes A y B que definen la curva $\sigma_{eq} = A \cdot (2N)^B$.

Eje 1

$$A = \frac{(S_{10}^3)^2}{S_e} = \frac{(123,56)^2}{55,78} = 273,7$$

$$B = \frac{\log\left(\frac{S_e}{S_{10}^3}\right)}{3} = \frac{\log\left(\frac{55,78}{123,56}\right)}{3} = -0,115$$

Eje 2

$$A = \frac{(S_{10}^3)^2}{S_e} = \frac{(201,59)^2}{78,13} = 520,14$$

$$B = \frac{\log\left(\frac{S_e}{S_{10}^3}\right)}{3} = \frac{\log\left(\frac{78,13}{201,59}\right)}{3} = -0,137$$



Tensiones debidas al flector y equivalentes

De apartados anteriores se tienen las tensiones normales en ambos ejes, así como las equivalentes según la Teoría de Von Mises.

Eje 1

$$\sigma_{x,eje1} = \frac{M_{r,eje1}}{w_f} + \frac{N_x}{A} = \frac{22.828,154}{1.533,98} + 0 = \mathbf{14,88 MPa}$$

$$\sigma_{eq,eje1} = \sqrt{\sigma_x^2 + 3 \cdot \tau_{XY}^2} = \sqrt{14,88^2 + 3 \cdot 0^2} = \mathbf{14,88 MPa}$$

Eje 2

$$\sigma_x = \frac{M_{r3,eje2}}{w_f} + \frac{N_x}{A} = \frac{173.630}{2.650,72} + 0 = \mathbf{65,5 MPa}$$

$$\tau_{XY} = \frac{M_t}{w_0} = \frac{31.774,5}{5.301,44} = \mathbf{5,99 MPa}$$

$$\sigma_{eq,eje2} = \sqrt{\sigma_x^2 + 3 \cdot \tau_{XY}^2} = \sqrt{65,5^2 + 3 \cdot 5,99^2} = \mathbf{66,32 MPa}$$

Cálculo de la vida

Finalmente se obtiene la vida para cada uno de los ejes:

$$\sigma_{eq} = A \cdot (2N)^B$$

Eje 1

$$2N_1 = \left(\frac{\sigma_{eq,eje1}}{A} \right)^{\frac{1}{B}} = \left(\frac{14,88}{273,7} \right)^{\frac{1}{-0,115}} = \mathbf{9.934.514.835 ciclos}$$

Eje 2

$$2N_2 = \left(\frac{\sigma_{eq,eje2}}{A} \right)^{\frac{1}{B}} = \left(\frac{66,32}{520,14} \right)^{\frac{1}{-0,137}} = \mathbf{12.308.482,1 ciclos}$$

Para ambos ejes se considera **Vida infinita** ya que $2N \gg 6.000.000$ ciclos.

A3.5. Diseño de la chaveta

Para evitar pérdidas de potencia derivadas del deslizamiento entre el eje 1 y el cubo sobre el que se mecaniza el tornillo, es necesario introducir una chaveta que se alojará como aparece en la *Figura 3.18*.



Figura 3.18. Posición de la chaveta eje 1.

La chaveta es un elemento sometido a fuerzas cortantes y de aplastamiento, por tanto, se debe comprobar que la chaveta no falle bajo la acción de estas y que, además, tenga un coeficiente de seguridad $C_s = 4$.

En primer lugar, se fijan sus dimensiones bajo la normativa **UNI 6604-69 – din 6885**, como aparece en las *Tablas 3.12 Y 3.13 “Dimensiones para chavetas” y “Longitudes normalizadas de la chaveta”*.

Tabla 3.12. Dimensiones para chavetas.
Fuente: rodavigo.net.

Campo de aplicación		Chaveta			Chavetero										
		Sección		Dim. nom.	Largo						Profundidad				
		Dimen normal b x h	Toleran sobre		Tolerancia sobre b						Eje		Cubo		
Diámetro eje d				b ^{h9}	h*	b	Por eje			Por cubo			t1		t2
		H9					N9	P9	D10	Js9	P9	Nom	Tol.	Nom	Tol.
De Hasta	6 8	2x2	0	0	2	+0,025 0	-0,004 0	-0,006 -0,031	+0,060 +0,020	±0,012	-0,006 -0,031	1,2	+0,1 0	1	+0,1 0
Más de hasta	8 10	3x3	-0,025	-0,025	3							1,8		1,4	
Más de Hasta	10 12	4x4	0 -0,030	0 -0,030	4	+0,030 0	0 -0,030	-0,012 -0,042	+0,078 +0,030	±0,015	-0,012 -0,042	2,5		1,8	
Más de Hasta	12 17	5x5			5							3		2,3	
Más de Hasta	17 22	6x6			6							3,5		3,5	
Más de Hasta	22 30	8x7	0 -0,036		8	+0,036 0	0 -0,036	-0,015 -0,051	+0,098 +0,040	±0,018	-0,015 -0,051	5	3,3		
Más de Hasta	30 38	10x8			10							5	3,3		

En función del diámetro del eje $D_{eje} = 25 \text{ mm}$ se obtiene: **$b \times h = 8 \times 7 \text{ mm}$** .

Una vez se conoce la sección transversal de la chaveta, se comprueba que existe una longitud normalizada para la chaveta que coincide con la longitud del tornillo $L = 60 \text{ mm}$ que aparece en la *Tabla 2.3. “Dimensiones del tornillo”* del Anexo 2.

Tabla 3.13. Longitudes normalizadas de la chaveta.
Fuente: rodavigo.net.

$b \times h \times l$	L mm																		
3 x 3	10	12	14	15	16	18	20	22	25	28	30	32	35	36	40	45	50		
4 x 4	10	12	14	15	16	18	20	22	25	28	30	32	35	36	40	45	50		
5 x 5	10	12	14	15	16	18	20	22	25	28	30	32	35	36	40	45	50	55	60
6 x 6	12	14	15	16	18	20	22	25	28	30	32	35	36	40	45	50	55	60	70
8 x 7	15	20	22	25	28	30	32	35	36	40	45	50	55	60	70	80	90	100	110
10 x 8	20	22	25	28	30	32	35	36	40	45	50	55	60	70	80	90	100	110	120

Finalmente, las dimensiones de la chaveta aparecen representadas en la Figura 3.19:

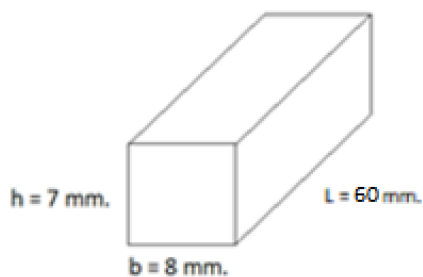


Figura 3.19. Dimensiones de la chaveta eje 1.

En primer lugar, se calcula la fuerza que actúa sobre la chaveta (representada en la Figura 3.19) que servirá para hacer las comprobaciones de fallo por cortadura y aplastamiento. [5]

$$F_{chaveta} = \frac{M_T}{\frac{D_{eje1}}{2}} = \frac{4.200 [Nmm]}{\frac{25}{2} [mm]} = 336 N$$

Siendo $M_T = M_n = 4.200 Nmm$

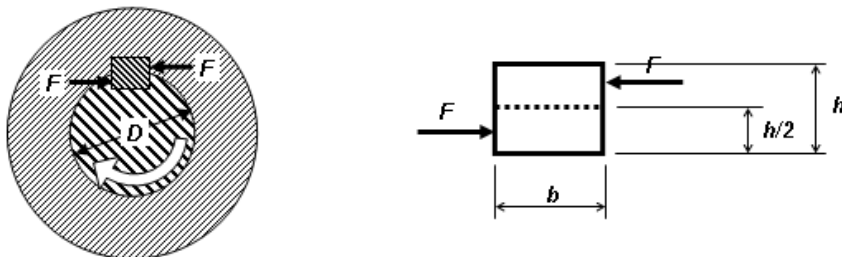


Figura 3.20. Fuerzas que actúan sobre la chaveta
Fuente: Mecapedia

Una vez calculada la fuerza en la chaveta, se comprueban los distintos modos de fallo para finalmente determinar el material que compondrá la chaveta diseñada:

Fallo a cortante:

$$\tau = \frac{F_{chaveta}}{A_c} = \frac{F_{chaveta}}{L \cdot b}$$

Donde A_c es el área de cortadura, tal y como se representa en la *Figura 3.20*.

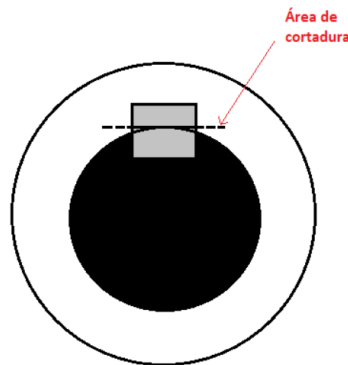


Figura 3.21. Área de cortadura.

$$\tau_{cortante} = \frac{336 \text{ [N]}}{(60 \cdot 8) \text{ [mm}^2\text{]}} = 0,7 \text{ MPa}$$

Con un $C_s = 4$, se calcula la tensión de fluencia σ_F :

$$C_s = \frac{\sigma_F}{2\tau} \rightarrow 4 = \frac{\sigma_F}{2 \cdot 0,7} \rightarrow \sigma_F = 5,6 \text{ MPa}$$

Fallo por aplastamiento:

A fin de simplificar los cálculos se supone que las áreas de contacto chaveta-eje y chaveta-engranaje son iguales. Por tanto $\sigma_{aplastamiento}^{eje-chaveta} = \sigma_{aplastamiento}^{cubo-chaveta}$ y se designará como $\sigma_{aplastamiento}$.

$$\sigma_{aplastamiento} = \frac{F_{chaveta}}{A_{aplastamiento}} = \frac{F_{chaveta}}{L \cdot \frac{h}{2}} = \frac{336 \text{ [N]}}{(60 \cdot 3,5) \text{ [mm}^2\text{]}} = 1,6 \text{ MPa}$$

Con un $C_s = 4$, se calcula la tensión de fluencia σ_F :

$$C_s = \frac{\sigma_F}{\sigma_{aplastamiento}} \rightarrow 4 = \frac{\sigma_F}{1,6} \rightarrow \sigma_F = 6,4 \text{ MPa}$$

Se escoge la tensión de fluencia (σ_F) más restrictiva obtenida mediante el cálculo de fallo por aplastamiento.

El material elegido para esta aplicación será un acero **AISI/SAE 1006** que tiene una $\sigma_F = 170 \text{ MPa}$ cuyas especificaciones superan notablemente las exigidas, pero al tratarse la chaveta de un elemento de dimensiones reducidas no supondrá un incremento considerable del coste del conjunto. Aunque la tensión de fluencia de la chaveta, sea superior a la del material que compone el eje 1 (Acero F-111 con $\sigma_F = 140 \text{ MPa}$), en las condiciones de trabajo dadas nunca se llegará a la situación en la que el eje falle.

Tabla 3.14. Propiedades mecánicas aceros SAE.
Fuente: http://lim.ii.udc.es/docencia/din-sismec/Propiedades_aceros.pdf.

1	2	3	4	5	6	7	8
UNS NÚM.	SAE Y/O AISI NO.	PROCESA-MIENTO	RESISTENCIA ÚLTIMA, MPa (kpsi)	RESISTENCIA DE FLUENCIA, MPa (kpsi)	ELONGACIÓN EN 2 in, %	REDUCCIÓN EN ÁREA, %	DUREZA BRINELL
G10060	1006	HR	300 (43)	170 (24)	30	55	86
		CD	330 (48)	280 (41)	20	45	95
G10100	1010	HR	320 (47)	180 (26)	28	50	95
		CD	370 (53)	300 (44)	20	40	105
G10150	1015	HR	340 (50)	190 (27.5)	28	50	101
		CD	390 (56)	320 (47)	18	40	111
G10180	1018	HR	400 (58)	220 (32)	25	50	116
		CD	440 (64)	370 (54)	15	40	126
G10200	1020	HR	380 (55)	210 (30)	25	50	111
		CD	470 (68)	390 (57)	15	40	131
G10300	1030	HR	470 (68)	260 (37.5)	20	42	137
		CD	520 (76)	440 (64)	12	35	149
G10350	1035	HR	500 (72)	270 (39.5)	18	40	143
		CD	550 (80)	460 (67)	12	35	163
G10400	1040	HR	520 (76)	290 (42)	18	40	149
		CD	590 (85)	490 (71)	12	35	170
G10450	1045	HR	570 (82)	310 (45)	16	40	163
		CD	630 (91)	530 (77)	12	35	179
G10500	1050	HR	620 (90)	340 (49.5)	15	35	179
		CD	690 (100)	580 (84)	10	30	197
G10600	1060	HR	680 (98)	370 (54)	12	30	201
G10800	1080	HR	770 (112)	420 (61.5)	10	25	229
G10950	1095	HR	830 (120)	460 (66)	10	25	248

De forma análoga, para evitar pérdidas de potencia derivadas del deslizamiento entre el eje 2 y la corona es necesario introducir una chaveta que se alojará como aparece en la *Figura 3.22*.

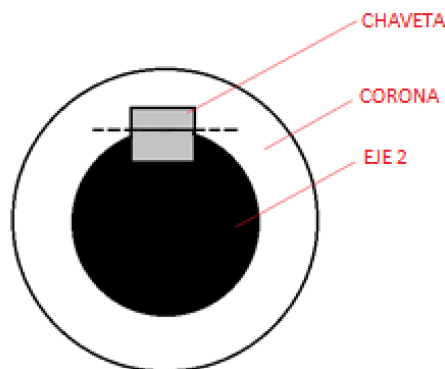


Figura 3.22. Posición de la chaveta eje 2.

La chaveta es un elemento sometido a fuerzas cortantes y de aplastamiento, por tanto, se debe comprobar que la chaveta no falle bajo la acción de estas y que, además, tenga un coeficiente de seguridad $C_s = 4$.

En primer lugar, se fijan sus dimensiones bajo la normativa **UNI 6604-69 – din 6885**, como aparece en las *Tablas 3.12 Y 3.13 “Dimensiones para chavetas” y “Longitudes normalizadas de la chaveta”*.

Tabla 3.12. Dimensiones para chavetas.
Fuente: rodavigo.net.

Campo de aplicación		Chaveta			Chavetero										
		Sección			Dim. nom.	Largo						Profundidad			
Diámetro eje d		Dimen normal b x h	Toleran sobre			Tolerancia sobre b						Eje		Cubo	
			b ^{h9}	h*		Por eje			Por cubo			t1		t2	
					b	H9	N9	P9	D10	Js9	P9	Nom	Tol.	Nom	Tol.
De	6	2x2	0	0	2							1,2	+0,1 0	1	+0,1 0
Más de	8	3x3	-0,025	-0,025	3	+0,025 0	-0,004 0	-0,006 -0,031	+0,060 +0,020	±0,012	-0,006 -0,031	1,8		1,4	
Más de	10	4x4	0 -0,030	0 -0,030	4	+0,030 0	0 -0,030	-0,012 -0,042	+0,078 +0,030	±0,015	-0,012 -0,042	2,5		1,8	
Más de	12	5x5			5							3		2,3	
Más de	17	6x6			6							3,5		3,5	
Más de	22	8x7	0 -0,036		8	+0,036 0	0 -0,036	-0,015 -0,051	+0,098 +0,040	±0,018	-0,015 -0,051	5	3,3		
Más de	30	10x8			10							5	3,3		

En función del diámetro del eje $D_{eje} = 30 \text{ mm}$ se obtiene: $b \times h = 8 \times 7 \text{ mm}$.

Una vez se conoce la sección transversal de la chaveta, se comprueba que existe una longitud normalizada para la chaveta que coincide con el ancho de la corona $L = 30 \text{ mm}$ que aparece en la Tabla 2.4. "Dimensiones de la corona" del Anexo 2.

Tabla 3.13. Longitudes normalizadas de la chaveta.
Fuente: rodavigo.net.

$b^{h9} \times h^{h11}$	L mm																	
3 x 3	10	12	14	15	16	18	20	22	25	28	30	32	35	36	40	45	50	
4 x 4	10	12	14	15	16	18	20	22	25	28	30	32	35	36	40	45	50	
5 x 5	10	12	14	15	16	18	20	22	25	28	30	32	35	36	40	45	50	55 60
6 x 6	12	14	15	16	18	20	22	25	28	30	32	35	36	40	45	50	55 60 70 80	
8 x 7	15	20	22	25	28	30	32	35	36	40	45	50	55	60	70	80	90 100 110	
10 x 8	20	22	25	28	30	32	35	36	40	45	50	55	60	70	80	90 100 110 120		

Finalmente, las dimensiones de la chaveta aparecen representadas en la Figura 3.23:

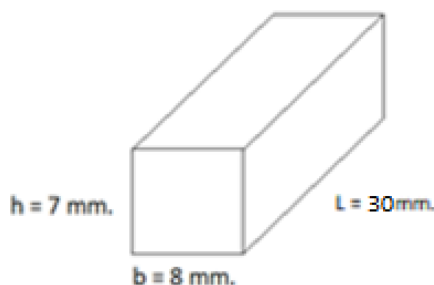


Figura 3.23. Dimensiones de la chaveta.

En primer lugar, se calcula la fuerza que actúa sobre la chaveta (representada en la *Figura 3.23*) que servirá para hacer las comprobaciones de fallo por cortadura y aplastamiento. [5]

$$F_{chaveta} = \frac{M_T}{\frac{D_{eje2}}{2}} = \frac{31.774,5 \text{ [Nmm]}}{\frac{30}{2} \text{ [mm]}} = 2.118,3 \text{ N}$$

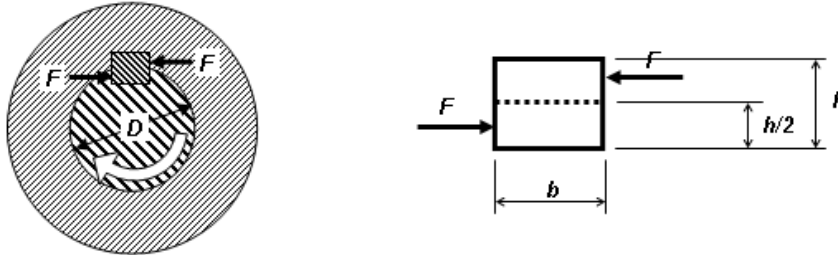


Figura 3.24. Fuerzas que actúan sobre la chaveta
Fuente: Mecapedia

Una vez calculada la fuerza en la chaveta, se comprueban los distintos modos de fallo para finalmente determinar el material que compondrá la chaveta diseñada:

Fallo a cortante:

$$\tau = \frac{F_{chaveta}}{A_c} = \frac{F_{chaveta}}{L \cdot b}$$

Donde A_c es el área de cortadura, tal y como se representa en la *Figura 3.25*.

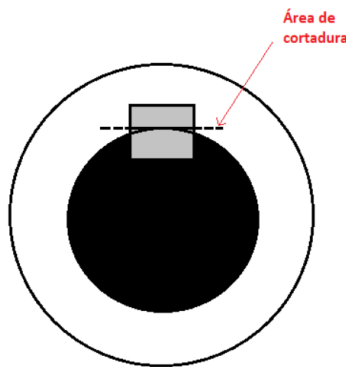


Figura 3.25. Área de cortadura.

$$\tau_{cortante} = \frac{2.118,3 \text{ [N]}}{(30 \cdot 8) \text{ [mm}^2\text{]}} = 8,83 \text{ MPa}$$

Con un $C_s = 4$, se calcula la tensión de fluencia σ_F :

$$C_s = \frac{\sigma_F}{2\tau} \rightarrow 4 = \frac{\sigma_F}{2 \cdot 8,83} \rightarrow \sigma_F = 70,61 \text{ MPa}$$

Fallo por aplastamiento:

A fin de simplificar los cálculos se supone que las áreas de contacto chaveta-eje y chaveta-engranaje son iguales. Por tanto $\sigma_{\text{aplastamiento}}^{\text{eje-chaveta}} = \sigma_{\text{aplastamiento}}^{\text{cubo-chaveta}}$ y se designará como $\sigma_{\text{aplastamiento}}$.

$$\sigma_{\text{aplastamiento}} = \frac{F_{\text{chaveta}}}{A_{\text{aplastamiento}}} = \frac{F_{\text{chaveta}}}{L \cdot \frac{h}{2}} = \frac{2.118,3 \text{ [N]}}{(30 \cdot 3,5) \text{ [mm}^2\text{]}} = 20,17 \text{ MPa}$$

Con un $C_s = 4$, se calcula la tensión de fluencia σ_F :

$$C_s = \frac{\sigma_F}{\sigma_{\text{aplastamiento}}} \rightarrow 4 = \frac{\sigma_F}{20,17} \rightarrow \sigma_F = 80,7 \text{ MPa}$$

Se escoge la tensión de fluencia (σ_F) más restrictiva obtenida mediante el cálculo de fallo por aplastamiento.

El material elegido para esta aplicación será un acero **AISI/SAE 1006** que tiene una $\sigma_F = 170 \text{ MPa}$ cuyas especificaciones superan notablemente las exigidas, pero al tratarse la chaveta de un elemento de dimensiones reducidas no supondrá un incremento considerable del coste del conjunto. En este caso, la tensión de fluencia del material que compone el eje 2 (Acero F-114 con $\sigma_F = 220 \text{ MPa}$) es superior a la del material escogido para la chaveta. Se supone que en las condiciones de trabajo dadas nunca se llegará a la situación en la que el eje o la chaveta fallen.

Tabla 3.14. Propiedades mecánicas aceros SAE.

Fuente: http://lim.ii.udc.es/docencia/din-sismec/Propiedades_aceros.pdf.

1	2	3	4	5	6	7	8
UNS NÚM.	SAE Y/O AISI NO.	PROCESAMIENTO	RESISTENCIA ÚLTIMA, MPa (kpsi)	RESISTENCIA DE FLUENCIA, MPa (kpsi)	ELONGACIÓN EN 2 in, %	REDUCCIÓN EN ÁREA, %	DUREZA BRINELL
G10060	1006	HR	300 (43)	170 (24)	30	55	86
		CD	350 (48)	280 (41)	20	45	95
G10100	1010	HR	320 (47)	180 (26)	28	50	95
		CD	370 (53)	300 (44)	20	40	105
G10150	1015	HR	340 (50)	190 (27.5)	28	50	101
		CD	390 (56)	320 (47)	18	40	111
G10180	1018	HR	400 (58)	220 (32)	25	50	116
		CD	440 (64)	370 (54)	15	40	126
G10200	1020	HR	380 (55)	210 (30)	25	50	111
		CD	470 (68)	390 (57)	15	40	131
G10300	1030	HR	470 (68)	260 (37.5)	20	42	137
		CD	520 (76)	440 (64)	12	35	149
G10350	1035	HR	500 (72)	270 (39.5)	18	40	143
		CD	550 (80)	460 (67)	12	35	163
G10400	1040	HR	520 (76)	290 (42)	18	40	149
		CD	590 (85)	490 (71)	12	35	170
G10450	1045	HR	570 (82)	310 (45)	16	40	163
		CD	630 (91)	530 (77)	12	35	179
G10500	1050	HR	620 (90)	340 (49.5)	15	35	179
		CD	690 (100)	580 (84)	10	30	197
G10600	1060	HR	680 (98)	370 (54)	12	30	201
G10800	1080	HR	770 (112)	420 (61.5)	10	25	229
G10950	1095	HR	830 (120)	460 (66)	10	25	248

ANEXO 4. SISTEMA DE FRENADO

Teniendo en cuenta la aplicación específica de la cinta transportadora cuyo reductor se ha diseñado en este trabajo, debe tenerse en cuenta que está sometida continuamente a puestas en marcha, y por tanto a paradas constantes. Es por ello que debe añadirse un freno al sistema que permitirá que la cinta se pare cada vez que no esté en uso o incluso durante el mismo.

La cinta avanzará cada vez que un sensor de peso detecte la presencia de un producto, y por el contrario se detendrá cuando un artículo se coloque frente a un sensor óptico situado al final de la cinta.

Se estima que el tiempo óptimo en el que la cinta debe detenerse durante el proceso de cobro, teniendo en cuenta la velocidad lineal y las distancias, es de 0,5s.

El trabajo a realizar en el freno, despreciando las pérdidas del sistema para vencer la velocidad de la cinta, se obtiene resolviendo la siguiente ecuación:

$$W_{freno} = \sum E_c + \sum E_p$$

Donde $\sum E_c$ y $\sum E_p$ son la variación de energía cinética y de energía potencial del sistema durante el tiempo de frenado respectivamente.

Se calcula la energía cinética de cada componente del sistema:

$$1) \quad E_{c,motor} = \frac{1}{2} \cdot I_{motor} \cdot w_{motor}^2 = \frac{1}{2} \cdot 0,000217 \cdot 178,55^2 = \mathbf{3,46 \text{ J}}$$

Se calcula la velocidad angular en rad/s:

$$w_{motor} = \frac{n_m \cdot 2\pi}{60} = \frac{1.705 \cdot 2\pi}{60} = 178,55 \frac{rad}{s}$$

El valor de la inercia del motor se extrae del catálogo de motores de apartados anteriores.

$$I_{motor} = 0,000217 \text{ kgm}^2$$

$$2) \quad E_{c,freno} = \frac{1}{2} \cdot I_{motor} \cdot w_{motor}^2 = \frac{1}{2} \cdot 0,000035 \cdot 178,55^2 = \mathbf{0,56 \text{ J}}$$

El valor de la inercia del freno se estima en:

$$I_{freno} = 0,000035 \text{ kgm}^2$$

La velocidad angular del freno coincide con la del motor, ya que van conectados en serie por medio del eje 1.

$$w_{freno} = w_{motor} = 178,55 \frac{rad}{s}$$



$$3) E_{c,eje1+tornillo} = \frac{1}{2} \cdot I_{reductor,entrada} \cdot w_{eje1}^2 = \frac{1}{2} \cdot 2,96 \cdot 10^{-4} \cdot 178,55^2 = \mathbf{4,73 J}$$

$$w_{eje1} = w_{motor} = 178,55 \frac{rad}{s}$$

$$\begin{aligned} I_{reductor,entrada} &= I_{eje1} + I_{tornillo} \\ &= \frac{1}{2} \cdot m_{eje1} \cdot r_{eje1}^2 + \frac{1}{2} \cdot m_{tornillo} \cdot (r_{tornillo}^2 + r_{eje1}^2) \\ &= \frac{1}{2} \cdot 0,5 \cdot \left(\frac{0,025}{2}\right)^2 + \frac{1}{2} \cdot 0,704 \cdot \left(\left(\frac{0,048}{2}\right)^2 + \left(\frac{0,025}{2}\right)^2\right) \\ &= 2,96 \cdot 10^{-4} \text{ kgm}^2 \end{aligned}$$

Eje 1

El eje 1 mide 100 mm y está compuesto de acero, cuya densidad es $\rho_{acero} = 7.850 \frac{kg}{m^3}$

$$m_{eje1} = \rho_{acero} \cdot v_{eje1} = 7.850 \cdot 6,38 \cdot 10^{-5} = 0,5 \text{ kg}$$

$$v_{eje1} = \pi \cdot r_{eje1}^2 \cdot l_{eje1} = \pi \cdot \left(\frac{0,025}{2}\right)^2 \cdot 0,100 = 4,91 \cdot 10^{-5} \text{ m}^3$$

Tornillo

El tornillo está compuesto de bronce, cuya densidad es $\rho_{bronce} = 8.900 \frac{kg}{m^3}$.

$$m_{tornillo} = \rho_{bronce} \cdot v_{tornillo} = 8.900 \cdot 7,91 \cdot 10^{-5} = 0,704 \text{ kg}$$

La longitud y diámetro del tornillo vienen dadas en las *Tablas 2.3 y 2.4* del Anexo 2. La longitud total del tornillo es de 60 mm y su diámetro de 48 mm.

$$\begin{aligned} v_{tornillo} &= \pi \cdot (r_{tornillo}^2 - r_{eje1}^2) \cdot l_{tornillo} = \pi \cdot \left(\left(\frac{0,048}{2}\right)^2 - \left(\frac{0,025}{2}\right)^2\right) \cdot 0,06 \\ &= 7,91 \cdot 10^{-5} \text{ m}^3 \end{aligned}$$

$$4) E_{c,eje2+corona+piñón} = \frac{1}{2} \cdot I_{reductor,salida} \cdot w_{eje2}^2 = \frac{1}{2} \cdot 3,99 \cdot 10^{-4} \cdot 5,95^2 = \mathbf{0,069 J}$$

$$\begin{aligned} I_{reductor,salida} &= I_{eje2} + I_{corona} + I_{piñón} \\ &= \frac{1}{2} \cdot m_{eje2} \cdot r_{eje2}^2 + \frac{1}{2} \cdot m_{corona} \cdot (r_{corona}^2 + r_{eje2}^2) + \frac{1}{2} \cdot m_{piñón} \cdot (r_{piñón}^2 + r_{eje2}^2) \\ &= \frac{1}{2} \cdot 0,69 \cdot \left(\frac{0,03}{2}\right)^2 + \frac{1}{2} \cdot 0,566 \cdot \left(\left(\frac{0,06}{2}\right)^2 + \left(\frac{0,03}{2}\right)^2\right) + \frac{1}{2} \cdot 0,012 \cdot \left(\left(\frac{0,04}{2}\right)^2 + \left(\frac{0,03}{2}\right)^2\right) \\ &= 3,99 \cdot 10^{-4} \text{ kgm}^2 \end{aligned}$$



Eje 2

El eje 2 mide 126 mm y está compuesto de acero, cuya densidad es $\rho_{acero} = 7.850 \frac{kg}{m^3}$

$$m_{eje2} = \rho_{acero} \cdot v_{eje2} = 7.850 \cdot 8,9 \cdot 10^{-5} = 0,69 \text{ kg}$$

$$v_{eje2} = \pi \cdot r_{eje2}^2 \cdot l_{eje2} = \pi \cdot \left(\frac{0,03}{2}\right)^2 \cdot 0,126 = 8,9 \cdot 10^{-5} \text{ m}^3$$

Se obtiene la velocidad angular en este eje por medio de la relación de transmisión:

$$w_{eje2} = \frac{w_{eje1}}{i} = \frac{178,55}{30} = 5,95 \frac{rad}{s}$$

Corona

La corona, al igual que el tornillo (y el piñón) está compuesta de bronce, cuya densidad es $\rho_{bronce} = 8.900 \frac{kg}{m^3}$.

$$m_{corona} = \rho_{bronce} \cdot v_{corona} = 8.900 \cdot 6,36 \cdot 10^{-5} = 0,566 \text{ kg}$$

$$v_{corona} = \pi \cdot (r_{corona}^2 - r_{eje2}^2) \cdot l_{corona} = \pi \cdot \left(\left(\frac{0,06}{2}\right)^2 - \left(\frac{0,03}{2}\right)^2\right) \cdot 0,03 = 6,36 \cdot 10^{-5} \text{ m}^3$$

Piñón

$$m_{piñón} = \rho_{bronce} \cdot v_{piñón} = 8.900 \cdot 1,37 \cdot 10^{-6} = 0,012 \text{ kg}$$

$$v_{piñón} = \pi \cdot (r_{piñón}^2 - r_{eje2}^2) \cdot l_{piñón} = \pi \cdot \left(\left(\frac{0,04}{2}\right)^2 - \left(\frac{0,03}{2}\right)^2\right) \cdot 0,025 = 1,37 \cdot 10^{-6} \text{ m}^3$$

$$5) \quad E_{c,tambor} = \frac{1}{2} \cdot I_{tambor} \cdot w_{tambor}^2 = \frac{1}{2} \cdot 0,0015 \cdot 5,95^2 = \mathbf{0,03 \text{ J}}$$

$$I_{tambor} = \frac{1}{2} \cdot m_{tambor} \cdot r_{tambor}^2 = \frac{1}{2} \cdot 3,43 \cdot 0,03^2 = 0,0015 \text{ kgm}^2$$

El tambor se considera que es de un material ligero como el, cuya densidad es $\rho_{aluminio} = 2.700 \frac{kg}{m^3}$.

$$m_{tambor} = \rho_{aluminio} \cdot v_{tambor} = 2.700 \cdot 1,27 \cdot 10^{-3} = 3,43 \text{ kg}$$

$$v_{tambor} = \pi \cdot r_{tambor}^2 \cdot h_{cinta} = \pi \cdot 0,03^2 \cdot 0,45 = 1,27 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3$$

$$w_{tambor} = w_{eje2} = 5,95 \frac{rad}{s}$$



$$6) E_{c,carga} = \frac{1}{2} \cdot m_{carga} \cdot v_{cinta}^2 = \frac{1}{2} \cdot 80 \cdot 0,18^2 = \mathbf{1,296 J}$$

La masa de la cinta es despreciable frente a la carga máxima desplazable por la cinta, es por ello que no se tiene en cuenta la contribución a la energía cinética del sistema.

$E_p = 0$ puesto que la disposición de la cinta es horizontal.

Una vez calculadas las energías parciales del sistema, se obtiene el trabajo que debe realizar el freno:

$$W_{freno} = \sum E_c$$

$$W_{freno} = E_{c,motor} + E_{c,freno} + E_{c,eje1+tornillo} + E_{c,eje2+corona+piñón} + E_{c,tambor} + E_{c,carga} = 3,46 + 0,56 + 4,73 + 0,0069 + 0,03 + 1,296 = \mathbf{10,082 J}$$

Considerando un par de frenado constante, se sabe que tanto la aceleración lineal (a) como la angular (α) también lo serán:

$$v_2 = v_1 + a(t_2 - t_1)$$

$$e_2 = e_1 + v_1(t_2 - t_1) - \frac{1}{2}a(t_2 - t_1)^2$$

$$w_2 = w_1 + \alpha(t_2 - t_1)$$

$$\theta_2 = \theta_1 + w_1(t_2 - t_1) - \frac{1}{2}\alpha(t_2 - t_1)^2$$

Se calcula la aceleración de frenada así como el ángulo que girará el freno durante el tiempo de frenado de 0,5s:

$$w_2 = w_1 + \alpha(t_2 - t_1) = 0 \rightarrow \alpha = \frac{w_{motor}}{t_1} = \frac{178,55}{0,5} = 357,1 \frac{rad}{s^2}$$

$$\theta_2 = \theta_1 + w_1(t_2 - t_1) - \frac{1}{2}\alpha(t_2 - t_1)^2 \rightarrow \theta_2 = 0 + 178,55 \cdot 0,5 - \frac{1}{2} \cdot 357,1 \cdot 0,5^2 = 44,63 rad$$

A su vez, el trabajo puede definirse en función del par de frenado y la variación del ángulo del freno:

$$W_{freno} = \int_{\theta_1}^{\theta_2} T d\theta = T(\theta_2 - \theta_1)$$

Finalmente se obtiene el par de frenado necesario para detener la cinta en el tiempo requerido de 0,5s:

$$T_{frenado} = \frac{W_{freno}}{\theta_2} = \frac{10,082}{44,63} = \mathbf{0,23 Nm}$$

Una vez calculado el par de frenado, se procede a dimensionar el disco del freno mediante dos hipótesis: presión uniforme y desgaste uniforme. Se obtendrá el diámetro exterior del disco “D” y se optará por el más restrictivo.

El tipo de freno más apropiado para esta aplicación es un freno de disco, cuyas dimensiones aparecen representadas en la *Figura 4.1*. El diámetro es conocido y es **d=25mm**.

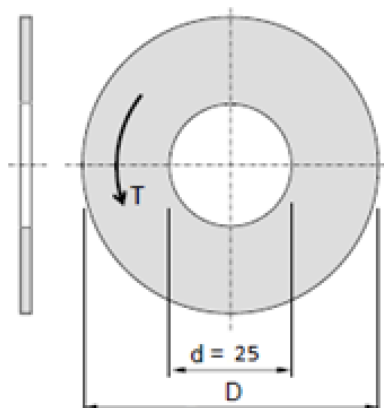


Figura 4.1. Dimensiones disco del freno.
Fuente: [2].

El material de fricción empleado presenta un coeficiente de fricción de **f = 0,25** y soporta una presión máxima de **p_a = 978 kPa**. [4]

- Hipótesis de presión uniforme

Se considera que la distribución de presión en el disco es uniforme y su valor en cada punto es la máxima “p_a”. Se define la fuerza axial como el producto de la presión por el área:

$$F = \frac{\pi \cdot p_a}{4} \cdot (D^2 - d^2) = \frac{\pi \cdot 0,978 \left[\frac{N}{mm^2} \right]}{4} \cdot (D^2 - 25^2)$$

Se expresa el par torsor en función de la fuerza axial:

$$T = \frac{F \cdot f}{3} \cdot \frac{D^3 - d^3}{D^2 - d^2} \rightarrow 0,23 \cdot 10^3 [Nmm] = \frac{F \cdot 0,25}{3} \cdot \frac{D^3 - 25^3}{D^2 - 25^2}$$

Se resuelve el sistema de 2 ecuaciones con 2 incógnitas (F y D) obteniendo los siguientes resultados:

$$\begin{aligned} D &= 26,57 \text{ mm} \\ F &= 62,04 \text{ N} \end{aligned}$$



- **Hipótesis de desgaste uniforme**

Se genera un desgaste uniforme en el disco, que es proporcional al producto de la presión y la velocidad de deslizamiento, que a su vez es proporcional al radio. De tal forma que se cumple:

$$p = p_a \cdot \frac{d}{2 \cdot r} = 0,978 \cdot \frac{25}{2 \cdot \frac{25}{2}} = 0,978 \rightarrow p = p_a$$

La presión es máxima en el radio interior (menor velocidad) y mínima en el radio exterior (velocidad mayor).

La fuerza axial se define:

$$F = \frac{\pi \cdot p_a \cdot d}{2} \cdot (D - d) = \frac{\pi \cdot 0,978 \cdot 25}{2} \cdot (D - 25)$$

Se expresa el par torsor en función de la fuerza axial:

$$T = \frac{F \cdot f}{4} \cdot (D + d) \rightarrow 0,23 \cdot 10^3 = \frac{F \cdot 0,25}{4} \cdot (D + 25)$$

Se resuelve el sistema de 2 ecuaciones con 2 incógnitas (F y D) obteniendo los siguientes resultados:

$$\mathbf{D = 52,04 \text{ mm}}$$

$$\mathbf{F = 41,54 \text{ N}}$$

El diámetro exterior del disco del freno será por tanto el resultante de la hipótesis de desgaste uniforme, ya que se obtiene el valor más restrictivo $D = 52,048 \text{ mm}$, que una vez normalizado queda $\mathbf{D = 55 \text{ mm}}$.

ANEXO 5. SOLIDWORKS

Este Anexo incluye el modelado del sistema reductor diseñado y la simulación y estudio de los ejes que lo componen.

A5.1. Modelado

Con el fin de obtener una visión del reductor completo en 3D, se procede a modelar cada una de las piezas que lo componen para posteriormente realizar el ensamblaje de todas ellas. Una vez modeladas, se obtendrán los planos de las mismas.

A continuación, se detalla la metodología empleada para la obtención de las piezas que conforman cada uno de los ejes del sistema reductor.

A5.1.1. Modelado Eje 1

En primer lugar, se dibuja el croquis del perfil del eje 1 como aparece en la *Figura 5.1*. Con una longitud total de 100 mm y una altura de 12,5 mm que corresponde con el radio del mismo.

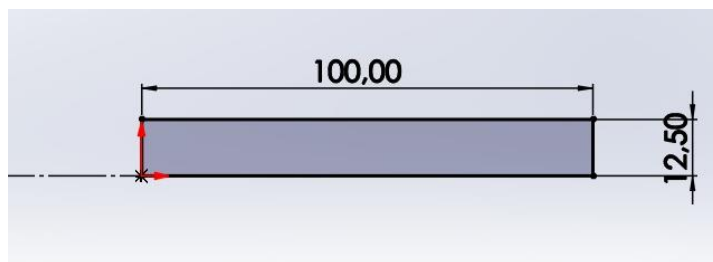


Figura 5.1. Croquis eje1.
Fuente: SolidWorks.

Se revoluciona en torno al eje de simetría con la opción de revolución saliente/base, obteniendo así el eje como aparece en la *Figura 5.2*. Posteriormente se le asigna el material, un acero al carbono F-111.

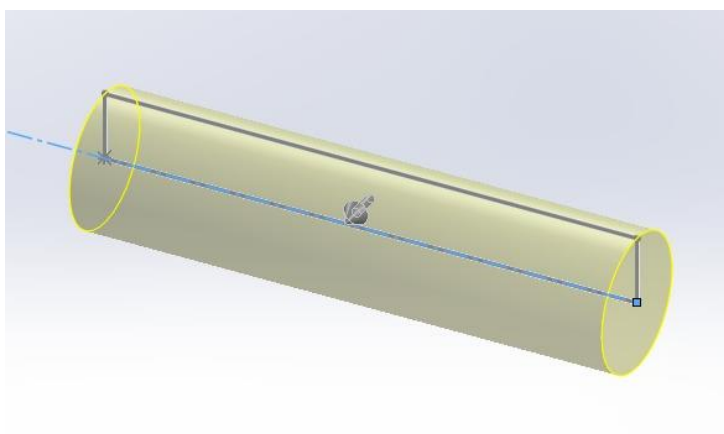


Figura 5.2. Eje 1.
Fuente: SolidWorks.

De forma análoga al eje, se realiza el croquis del cubo sobre el que irá mecanizado el tornillo, se revoluciona y se le asigna el material correspondiente (bronce C-412) tal y como aparece en las Figuras 5.3 y 5.4:

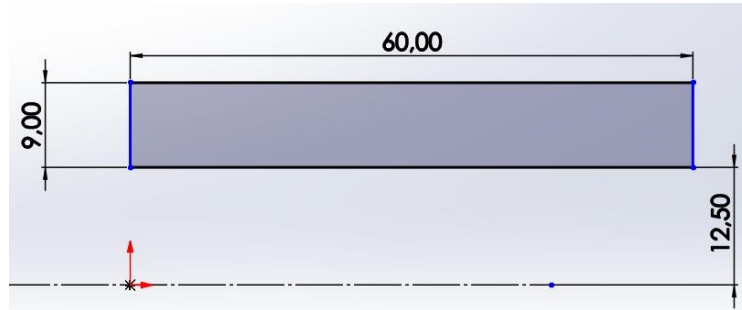


Figura 5.3. Croquis cubo.
Fuente: SolidWorks.

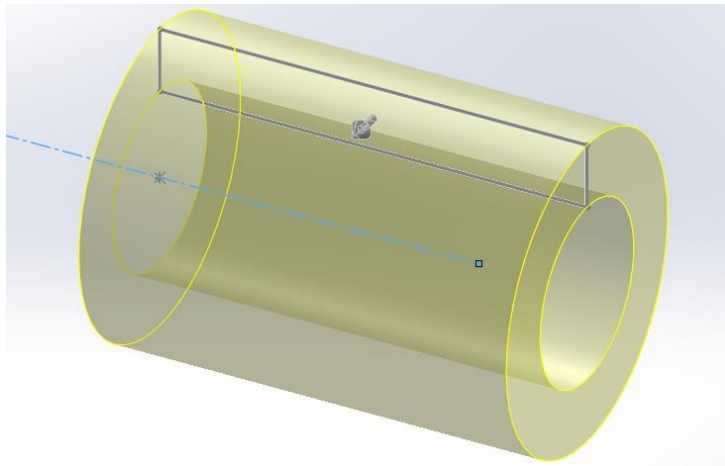


Figura 5.4. Cubo.
Fuente: SolidWorks.

Una vez modeladas ambas piezas, se ensamblan mediante relaciones de posición y se procede a dibujar el tornillo sobre el cubo. Tal y como aparece en la Figura 5.5, se dibuja la espiral que seguirá la entrada del tornillo sin-fin mediante la herramienta curva Hélice/espiral.

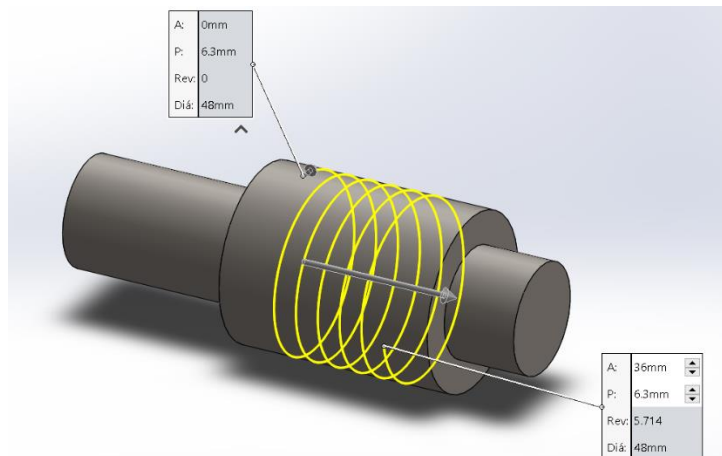


Figura 5.5. Espiral tornillo.
Fuente: SolidWorks.

A continuación, se dibuja el perfil del diente. Mediante la operación Extruir saliente/base, se hace un barrido a lo largo de la espiral como se muestra en la *Figura 5.6*, obteniendo así el tornillo.

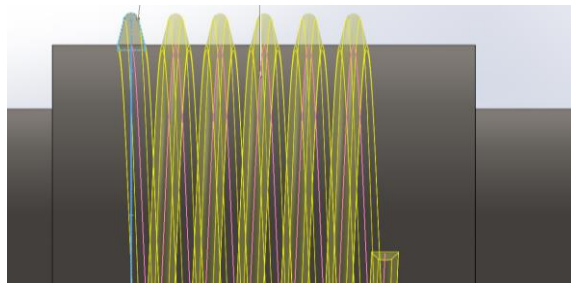


Figura 5.6. Tornillo sin-fin.
Fuente: SolidWorks.

Para realizar el chavetero, es necesario generar un plano mediante la herramienta Geometría de referencia. Como se observa en la *Figura 5.7*, este plano es tangente al diámetro exterior del eje, que coincide con el diámetro interior del cubo.

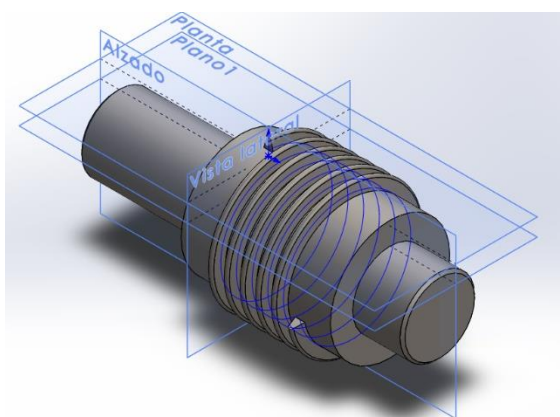


Figura 5.7. Plano tangente.
Fuente: SolidWorks.

En ese plano se dibuja el croquis del chavetero y se extruye a la profundidad necesaria tanto en el cubo como en el eje tal y como se muestra en la *Figura 5.8* (a efectos de simplificar cálculos, se diseñó de tal forma que las áreas de contacto chaveta-eje y chaveta-engranaje fueran iguales).

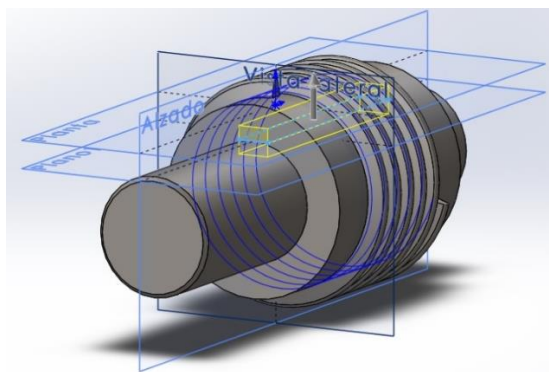


Figura 5.8. Chavetero eje 1.
Fuente: SolidWorks.

Una vez realizada la extrusión en ambas componentes, se obtienen las piezas que aparecen en las Figuras 5.9 y 5.10. Se han redondeado las aristas del eje con un pequeño chaflán de 1 mm y 45° de inclinación.

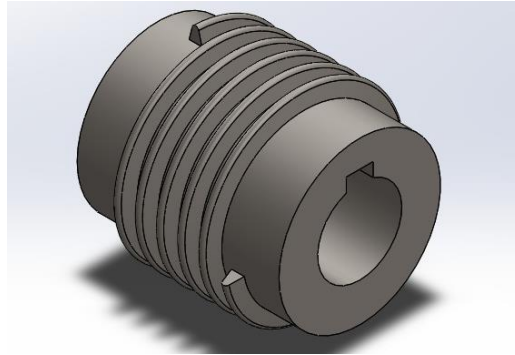


Figura 5.9. Tornillo sin-fin completo.
Fuente: SolidWorks.

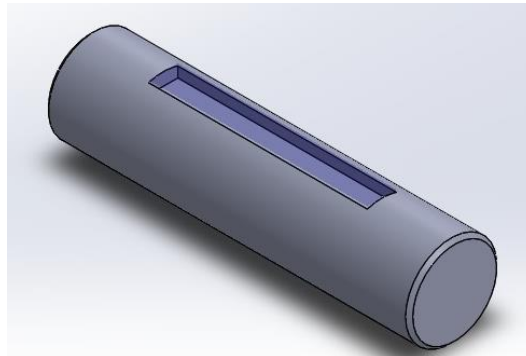


Figura 5.10. Eje 1 completo.
Fuente: SolidWorks.

Se dibuja un croquis de la chaveta con las medidas normalizadas y se extruye como aparece en las Figuras 5.11 y 5.12.

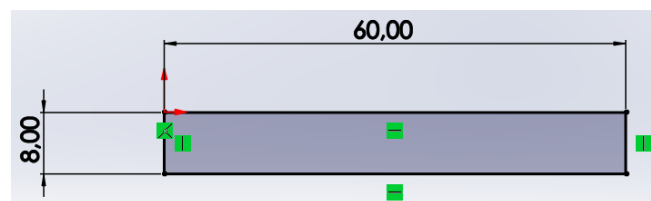


Figura 5.11. Croquis chaveta.
Fuente: SolidWorks.

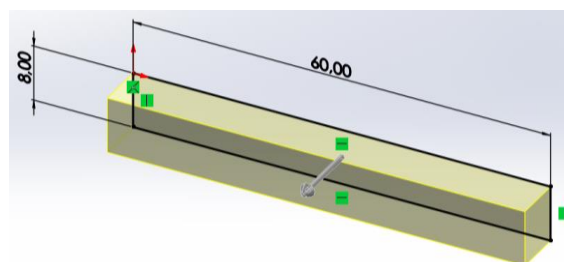


Figura 5.11. Chaveta.
Fuente: SolidWorks.

Los rodamientos se obtienen de Toolbox. Se busca el tipo de rodamiento necesario que tenga las dimensiones apropiadas.

En las Figuras 5.13 y 5.14 aparecen los rodamientos seleccionados. El rodamiento A es un rodamiento axial de rodillos cilíndricos con $d_{int} = 25 \text{ mm}$, $D_{ext} = 42 \text{ mm}$ y $b = 11 \text{ mm}$. El rodamiento B es un rodamiento radial de bolas de una hilera con $d_{int} = 25 \text{ mm}$, $D_{ext} = 52 \text{ mm}$ y $b = 15 \text{ mm}$.

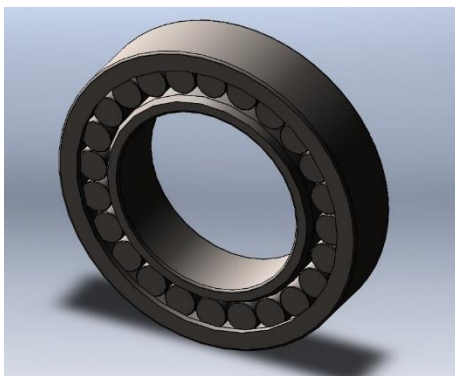


Figura 5.13. Rodamiento axial de rodillos cilíndricos.
Fuente: SolidWorks.

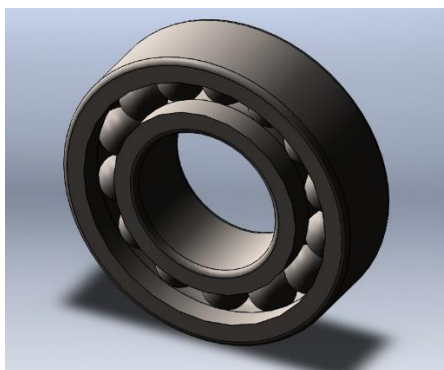


Figura 5.14. Rodamiento radial de bolas de una hilera.
Fuente: SolidWorks.

Finalmente se ensamblan todos los componentes modelados anteriormente por medio de relaciones de posición, tal y como aparece en la Figura 5.15.

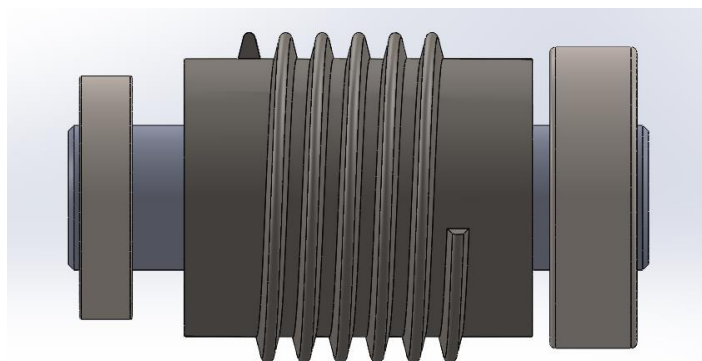


Figura 5.15. Ensamblaje eje 1.
Fuente: SolidWorks.

En la *Figura 5.16* se muestra el ensamblaje final en 3 dimensiones.

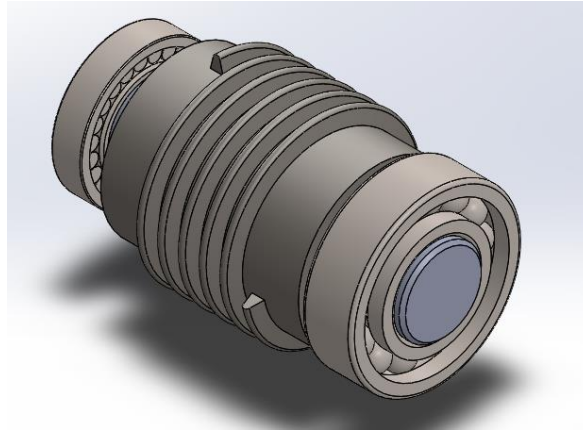


Figura 5.16. Ensamblaje eje 1 3D.
Fuente: SolidWorks.

A5.1.2. Modelado Eje 2

De la misma forma que en el eje 1, se dibuja el croquis del perfil del eje 2 con una longitud total de 126 mm y una altura de 15 mm que corresponde con el radio del mismo. Se revoluciona en torno al eje de simetría con la opción de revolución saliente/base, obteniendo así el eje como aparece en la *Figura 5.17*. Posteriormente se le asigna el material, un acero al carbono F-114.

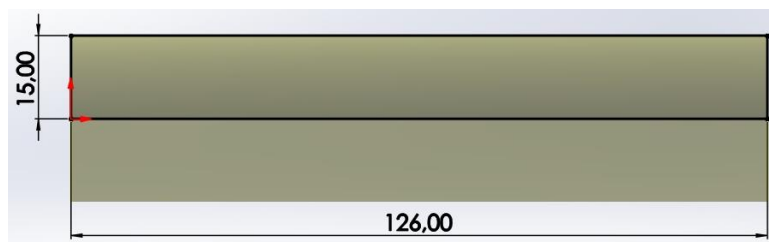


Figura 5.17. Croquis eje 2.
Fuente: SolidWorks.

Para realizar el chavetero, se dibuja un plano tangente al eje mediante la opción geometría de referencia. Sobre el plano, se dibuja el croquis del chavetero y se extruye a la profundidad deseada de 7 mm como aparece en la *Figura 2.18*. Se han redondeado las aristas del eje con un pequeño chaflán de 1 mm y 45° de inclinación.

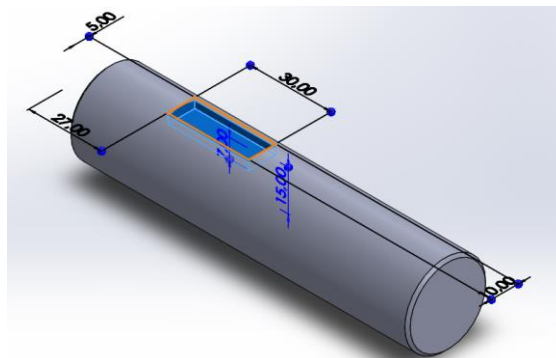


Figura 5.18. Eje 2.
Fuente: SolidWorks.

Para el modelado de la corona, se utiliza la herramienta ToolBox. Una vez se selecciona el tipo de engranaje que se desea obtener, se introducen los parámetros necesarios como el módulo, el número de dientes, los ángulos y el ancho de la corona. También incluye la opción de crear una chaveta rectangular, por lo que no será necesario hacerlo mediante croquis y extrusión como en las piezas anteriores.

Una vez introducidos todos los parámetros que definen la corona, se obtiene la pieza que aparece en la *Figura 5.19*.

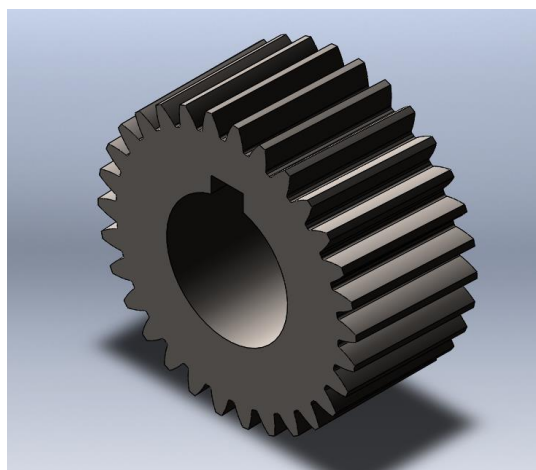


Figura 5.19. Corona.
Fuente: SolidWorks.

Para dibujar la chaveta, se realiza el croquis de la base de la misma, y se extruye a la altura deseada como aparece en la *Figura 5.20*.

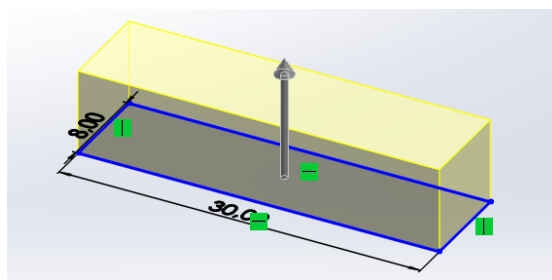


Figura 5.20. Chaveta.
Fuente: SolidWorks.

Los rodamientos, también se obtienen de Toolbox. Se busca el tipo de rodamiento necesario que tenga las dimensiones apropiadas.

En las *Figuras 5.21* y *5.22* aparecen los rodamientos seleccionados. El rodamiento C es un rodamiento de bolas de una hilera con $d_{int} = 30 \text{ mm}$, $D_{ext} = 62 \text{ mm}$ y $b = 16 \text{ mm}$. El rodamiento D es un rodamiento oscilante de rodillos con $d_{int} = 30 \text{ mm}$, $D_{ext} = 62 \text{ mm}$ y $b = 20 \text{ mm}$.

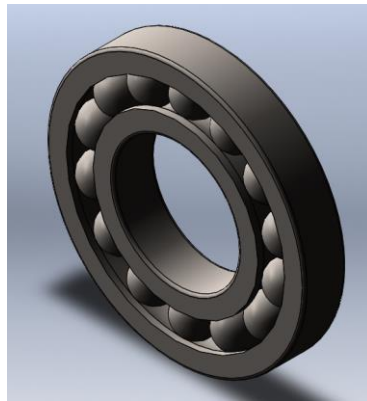


Figura 5.21. Rodamiento de bolas de una hilera.
Fuente: SolidWorks.

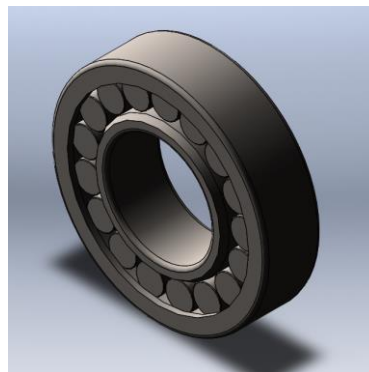


Figura 5.22. Rodamiento oscilante de rodillos.
Fuente: SolidWorks.

Finalmente se ensamblan todos los componentes por medio de relaciones de posición, tal y como aparece en la *Figura 5.23*.

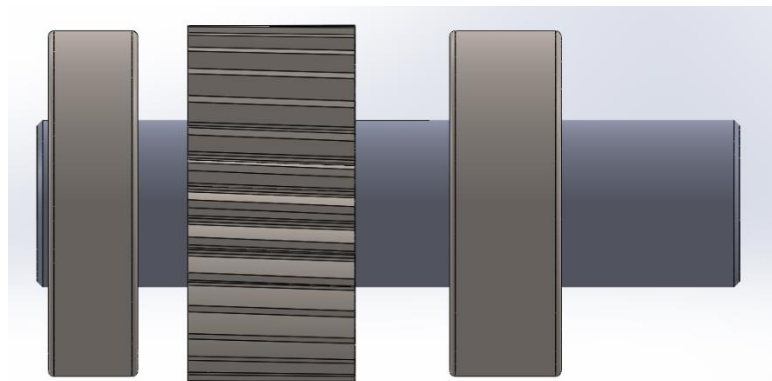


Figura 5.23. Ensamblaje eje 2.
Fuente: SolidWorks.

En la *Figura 5.24* se muestra el ensamblaje final en 3 dimensiones.

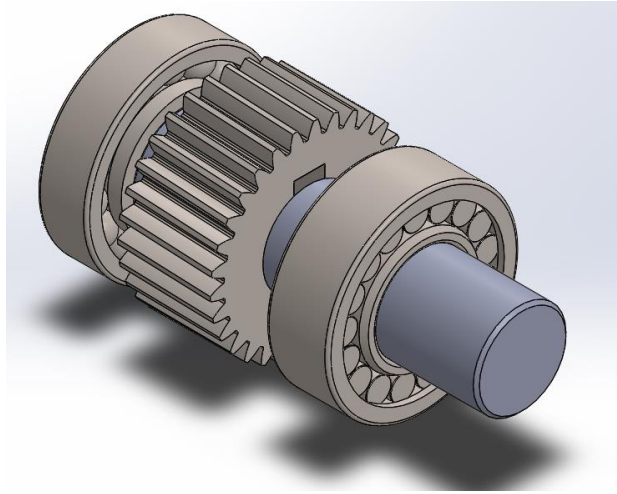


Figura 5.24. Ensamblaje eje 2 3D.
Fuente: SolidWorks.

Una vez modelados ambos ejes y las piezas que lo componen, se obtiene el ensamblaje final del reductor completo. Como se muestra en la *Figura 5.25*, el reductor diseñado es muy compacto tal y como se requería en la aplicación a la que va destinado.

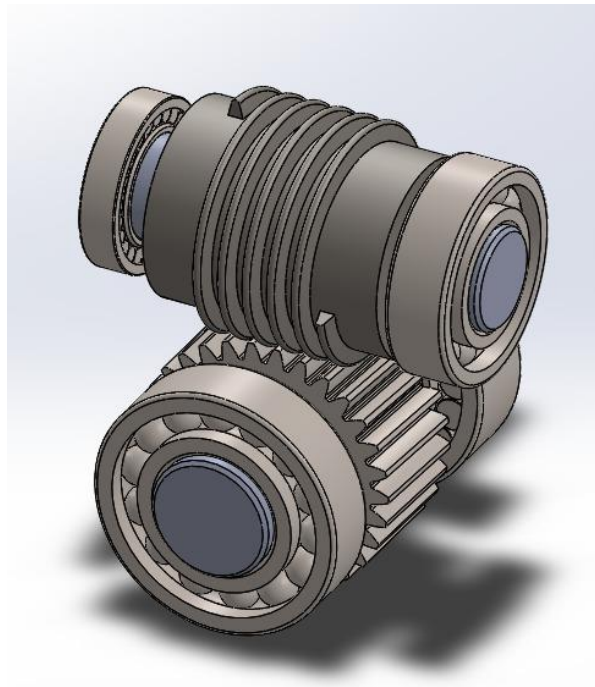


Figura 5.25. Ensamblaje reductor.
Fuente: SolidWorks.

A5.2. Simulación de los ejes

Se realiza un estudio estático de los ejes para analizar las tensiones, los desplazamientos y las deformaciones que sufren. Con los resultados de la simulación se identifica la sección más desfavorable de los mismos, la cual ha sido identificada analíticamente en apartados anteriores.

Para evitar posibles problemas en los cálculos ambos ejes serán versiones simplificadas con sección constante que no incluirán el chavetero. El objetivo es comprobar que los desplazamientos se encuentran dentro de los límites adecuados.

A5.2.1. Simulación Eje 1

En primer lugar, se modela el eje como se ha explicado en el apartado A5.1 “Modelado”. Se realiza el croquis del eje y se revoluciona en torno a su eje de simetría para obtener la pieza de la *Figura 5.26*.

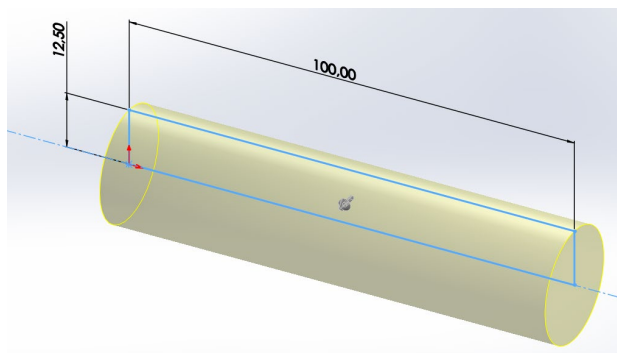


Figura 5.26. Eje 1 simplificado.
Fuente: SolidWorks.

Con la herramienta Geometría de referencia/planos, se crean planos paralelos al perfil del eje que definen secciones. Como se observa en la *Figura 5.27*, se obtienen tres zonas diferenciadas que corresponden con los rodamientos y el cubo del tornillo sin-fin.

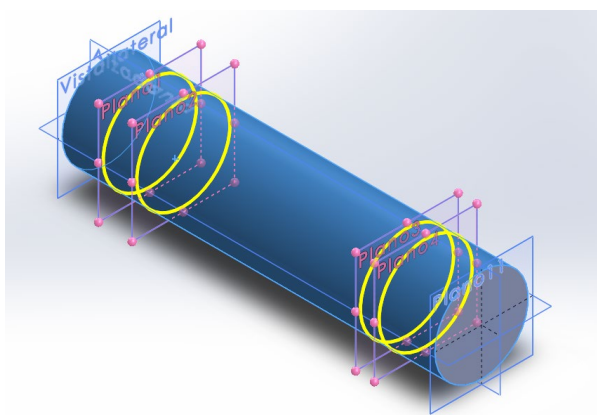


Figura 5.27. Planos Eje 1.
Fuente: SolidWorks.

A continuación, mediante líneas de partición se delimitan las secciones del eje sobre las que actúan las cargas del tornillo y los rodamientos tal y como aparece en la *Figura 2.28*.

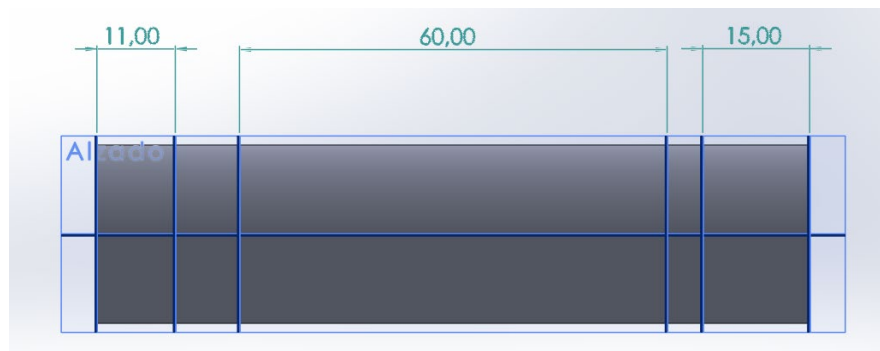


Figura 5.28. Secciones Eje 1.
Fuente: SolidWorks.

Es necesario establecer las sujeciones de la pieza como aparece en la *Figura 5.29*. En el apoyo A (izquierda) se restringe el desplazamiento tanto en dirección radial como axial y también el giro (simulando un empotramiento para que SolidWorks pueda resolver), mientras que en el apoyo B (derecha) se restringe únicamente el desplazamiento radial.

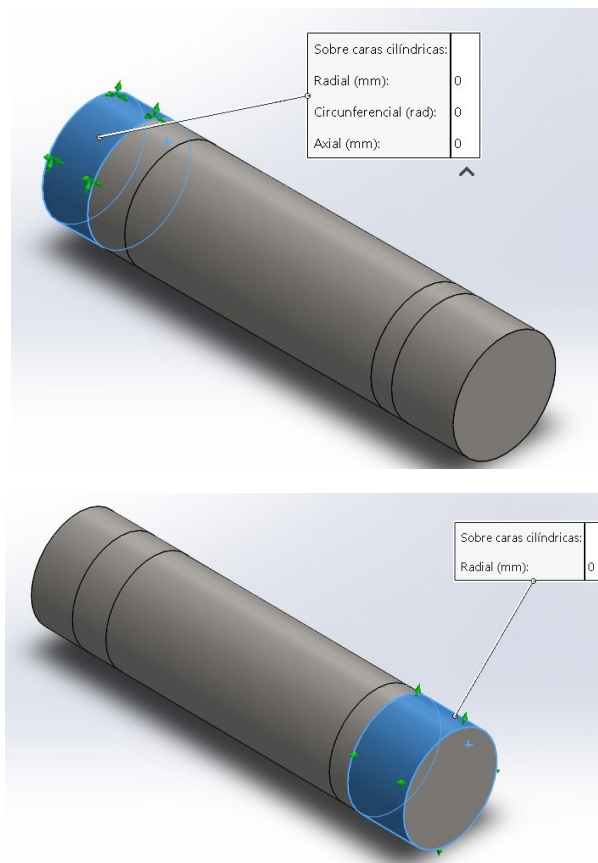


Figura 5.29. Restricciones Eje 1.
Fuente: SolidWorks.

Como se observa en la *Figura 5.30*, el eje 1 está sometido a un momento torsor ($M_m = 4.200 \text{ Nmm}$) que es transmitido por el motor, acoplado a la entrada del eje.

A su vez, soporta las cargas provenientes del tornillo en el punto de contacto con la rueda ($T_1 = 175 \text{ N}$, $V_1 = 387,82 \text{ N}$ y $A_1 = 1.059,15 \text{ N}$). La fuerza tangencial T_1 genera un momento torsor que compensa el par motriz. La fuerza axial A_1 genera flexión sobre el eje.

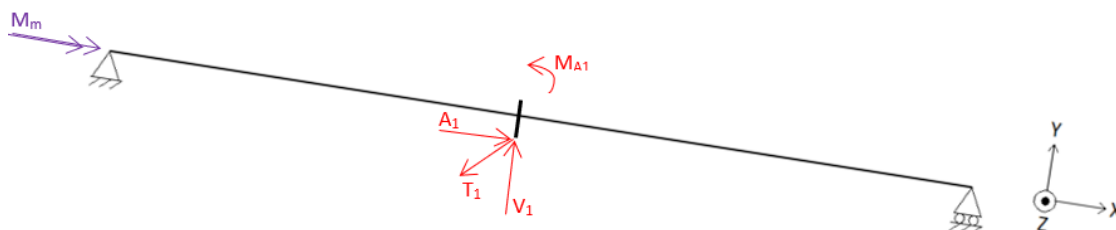


Figura 5.30. Dibujo Eje 1.
Fuente: Elaboración propia.

En primer lugar, se aplica el par torsor que transmite el motor sobre la cara del eje tal y como se muestra en la *Figura 5.31*.

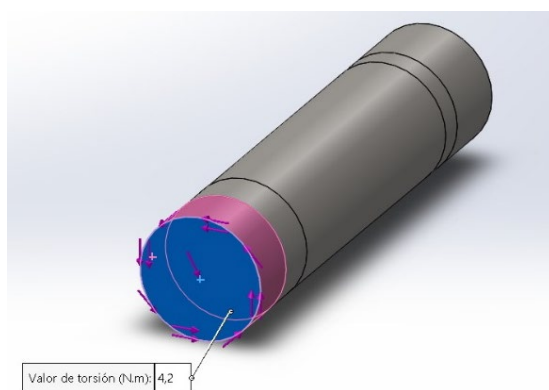


Figura 5.31. Torsor Eje 1.
Fuente: SolidWorks.

Se introducen las fuerzas (T_1 , V_1 y A_1) como cargas remotas que permiten simular el efecto que tendrían las mismas actuando sobre la sección correspondiente al tornillo tal y como se muestra en la *Figura 5.32*.

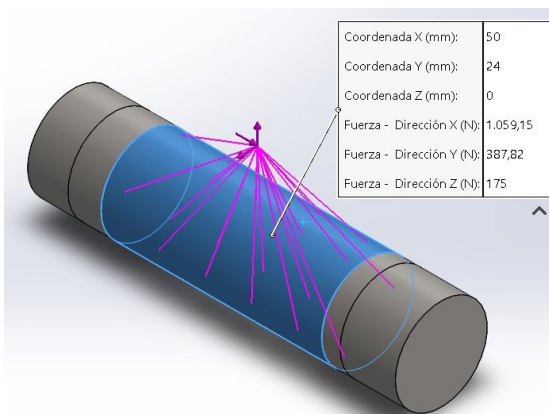


Figura 5.32. Cargas sobre el Eje 1.
Fuente: SolidWorks.

Por último, se determinan los parámetros de mallado para el modelo. La sencillez de la pieza permite afinar la malla al máximo porque no supone un coste computacional elevado. Esto permitirá obtener unos resultados óptimos de la simulación. En la *Figura 5.33* se observa el eje 1 mallado, listo para ejecutar la simulación.

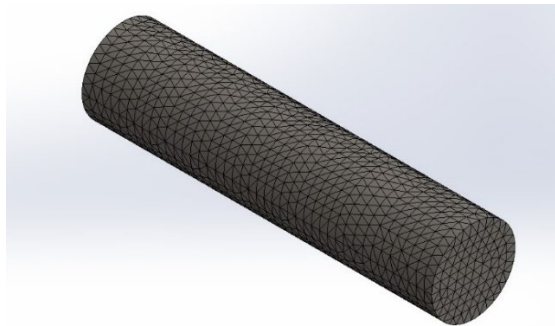


Figura 5.33. Malla para Eje 1.
Fuente: SolidWorks.

A5.2.2. Simulación Eje 2

Del mismo modo que en el eje 1, se realiza el croquis del eje y se revoluciona en torno a su eje de simetría para obtener la pieza de la *Figura 5.34*.

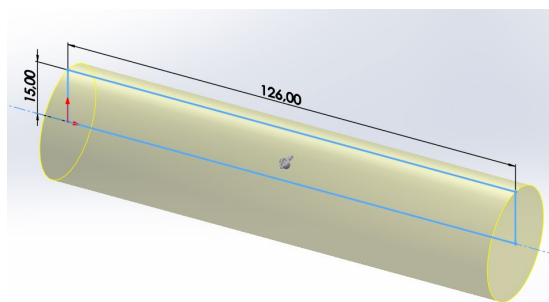


Figura 5.34. Eje 2 simplificado.
Fuente: SolidWorks.

A continuación, se delimitan las secciones del eje sobre las que actuarán las cargas de la corona y los rodamientos. Con la herramienta Geometría de referencia, se crean planos que definen las distintas zonas del eje. Mediante líneas de partición se definen dichas secciones. Como se observa en la *Figura 5.35*, se obtienen tres regiones diferenciadas que corresponden con los rodamientos y la corona.

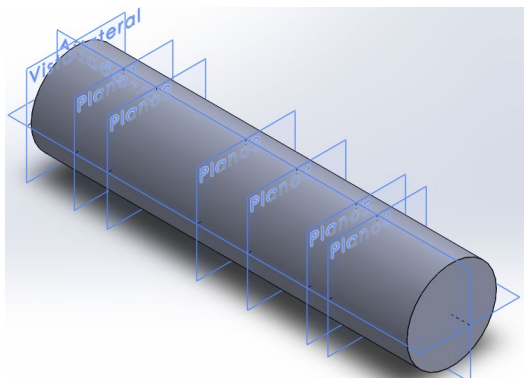


Figura 5.35. Planos Eje 2.
Fuente: SolidWorks.

Se establecen las sujeciones de la pieza como aparece en la *Figura 5.36*. En el apoyo C (izquierda) se restringe el desplazamiento tanto radial como axial así como el giro, mientras que en el apoyo D (derecha) se restringe únicamente el desplazamiento en la dirección radial. El apoyo C se simula como un empotramiento únicamente para que la simulación se ejecute correctamente.

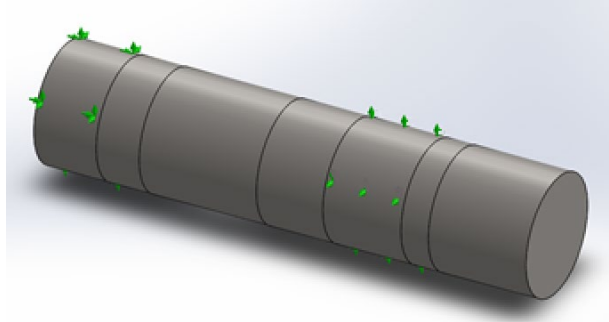


Figura 5.36. Restricciones Eje 2.
Fuente: SolidWorks.

Como se observa en la *Figura 5.37*, el eje 2 soporta las cargas provenientes de la corona en el punto de contacto con el tornillo ($A_2 = 175 \text{ N}$, $V_2 = 387,82 \text{ N}$ y $T_2 = 1.059,15 \text{ N}$) y la fuerza que actúa sobre el piñón ($T = 4.134,08 \text{ N}$). El eje está sometido a un momento torsor generado por la fuerza tangencial T_2 de valor $M_T = 31.774,5 \text{ Nmm}$ que compensará el piñón. La fuerza axial A_2 genera flexión sobre el eje.

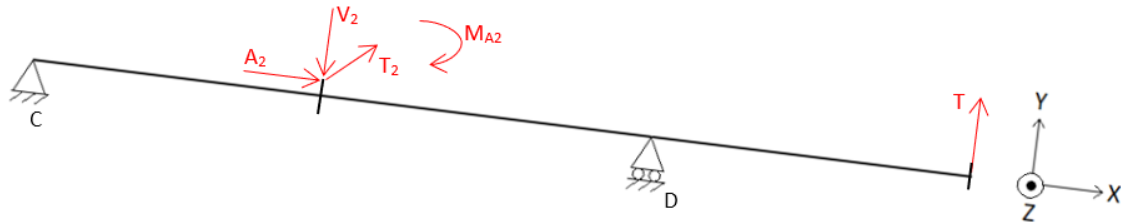


Figura 5.37. Dibujo Eje 2.
Fuente: Elaboración propia.

En primer lugar, se introducen las fuerzas (T_2 , V_2 , A_2 y T) como cargas remotas que actúan sobre toda la superficie correspondiente a la corona y al piñón. Permiten simular el efecto que tendrían las mismas actuando sobre el punto de contacto de la corona y sobre el piñón como se muestra en la *Figura 5.38*.

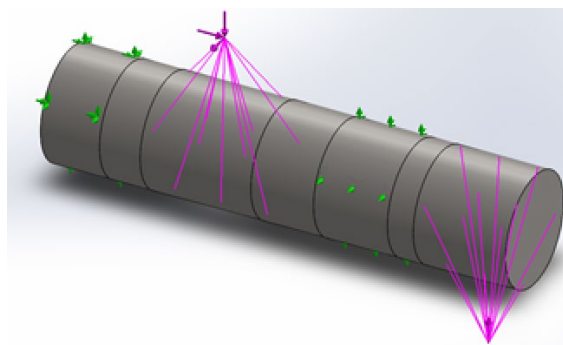


Figura 5.38. Cargas sobre Eje 2.
Fuente: Elaboración propia.

Se aplica el par torsor que genera el piñón (y que compensa el momento que genera la fuerza T_2) sobre la cara del eje tal y como se muestra en la *Figura 5.39*.

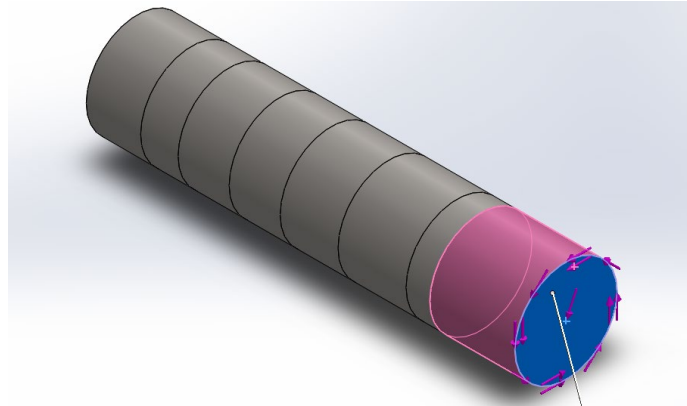


Figura 5.39. Torsor Eje 2.
Fuente: Elaboración propia.

Por último, se determinan los parámetros de mallado para el modelo. La sencillez de la pieza permite afinar la malla al máximo porque no supone un coste computacional elevado. Esto permitirá obtener unos resultados óptimos de la simulación. En la *Figura 5.40* se observa el eje 2 mallado, listo para ejecutar la simulación.

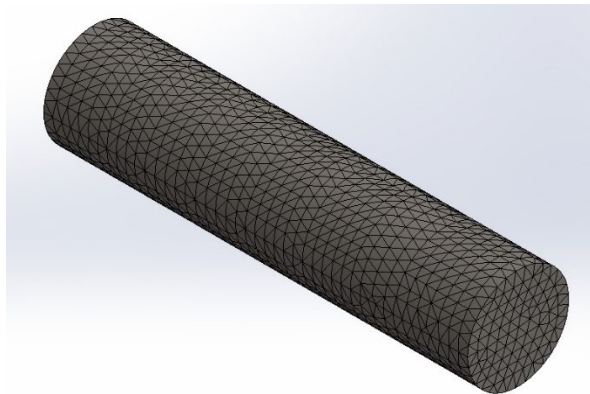


Figura 5.40. Malla para Eje 2.
Fuente: SolidWorks.

A5.3. Análisis de resultados

A continuación, se muestran los resultados obtenidos de la simulación en tensiones y desplazamientos para cada uno de los ejes.

A5.3.1. Eje 1

Tensiones

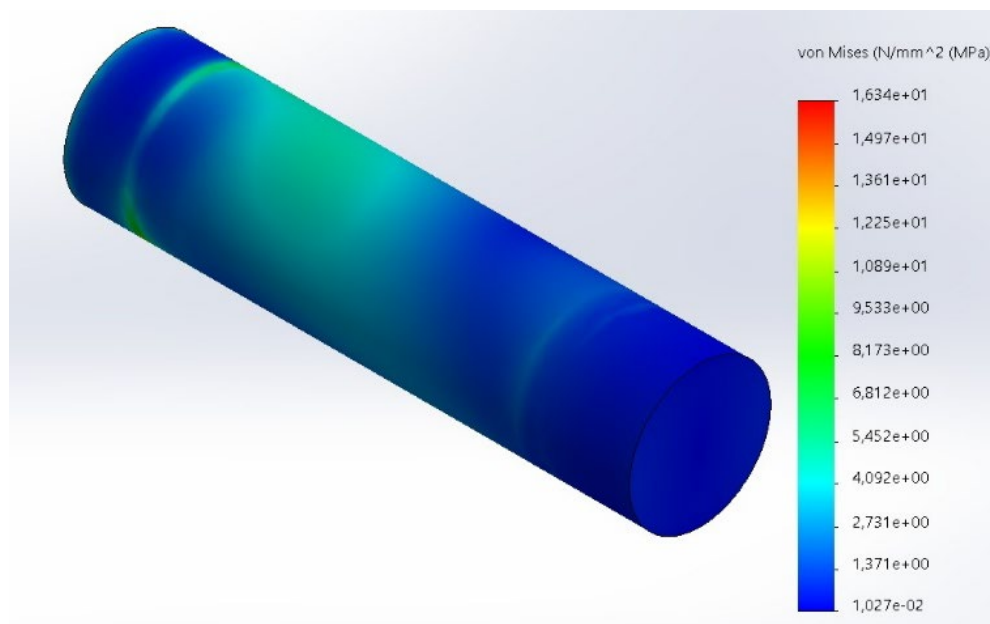


Figura 5.41. Resultados tensiones Eje 1.
Fuente: SolidWorks.

Una vez ejecutada la simulación se aprecian diferencias en las tensiones con respecto al valor máximo obtenido en el desarrollo de los cálculos, que son provocadas por la distribución de las cargas en el eje. En los cálculos se ha trabajado con cargas puntuales, mientras que en la simulación se aplican cargas distribuidas en toda la sección.

Cabe destacar también que los apoyos en los cálculos se consideran “puntuales”, mientras que en la simulación son superficies de una anchura considerable que reducen la longitud del eje.

Como se observa en la *Figura 5.41*, el eje trabaja a cortadura precisamente porque su longitud es muy reducida con respecto a su diámetro. Es decir, la zona de aplicación de la carga es muy grande con respecto a la longitud total entre los apoyos.

En los cálculos se ha visto que la flexión no supone tensiones elevadas y con la simulación se comprueba que esas tensiones son todavía menos relevantes ya que el eje trabaja prácticamente a cortadura.

Desplazamientos

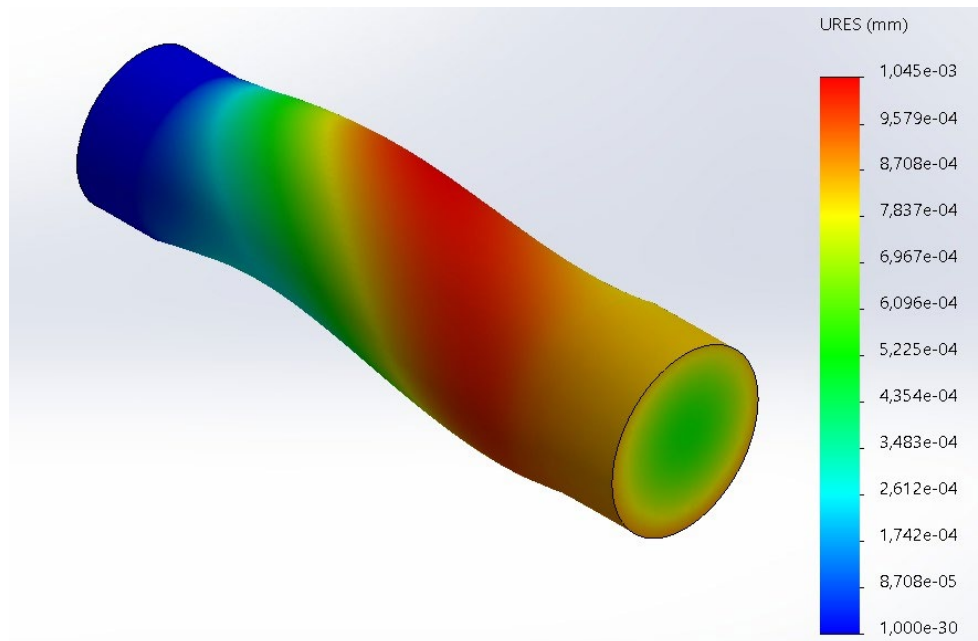


Figura 5.42. Resultados desplazamientos Eje 1.
Fuente: SolidWorks.

Al ejecutar la simulación se aprecia además de la flexión, la torsión del eje debida al par motor y compensada por el tornillo.

En la *Figura 5.42* aparecen los resultados en desplazamientos para el eje 1 donde se trabaja con la deformada para valorar mejor el efecto de las deformaciones.

Se observa que el resultado de la simulación es fiel a los resultados obtenidos previamente en los diagramas de esfuerzos del eje 1. En la sección más desfavorable actúa un momento resultante de dos flectores (en los ejes Z e Y), y en la imagen se aprecia perfectamente que se produce una flexión desviada.

En conclusión, los valores de los desplazamientos son muy pequeños y se encuentran dentro de los valores deseados para un correcto funcionamiento de la máquina.

A5.3.2. Eje 2

Tensiones

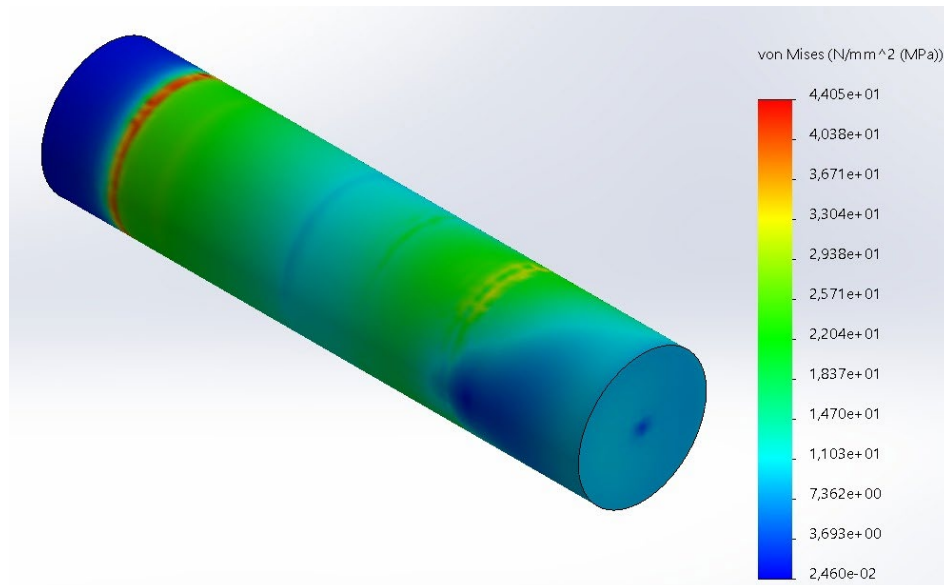


Figura 5.43. Resultados tensiones Eje 2.
Fuente: SolidWorks.

Una vez ejecutada la simulación, del mismo modo que en el eje 1 se aprecian diferencias en las tensiones con respecto al valor máximo obtenido en el desarrollo de los cálculos, que son provocadas por la distribución de las cargas en el eje. En los cálculos se ha trabajado con cargas puntuales, mientras que en la simulación se aplican cargas distribuidas en toda la sección.

Como se observa en la *Figura 5.43*, el pico de tensiones se produce en la sección del eje correspondiente con el rodamiento C (izquierda), ya que en esta sección el eje trabaja a cortadura.

En este caso, el eje es de mayor longitud y la zona de aplicación de la carga proveniente de la corona es más reducida que la del tornillo. Es por ello que los efectos de la cortadura (donde se dan las máximas tensiones) se aprecian menos.

Desplazamientos

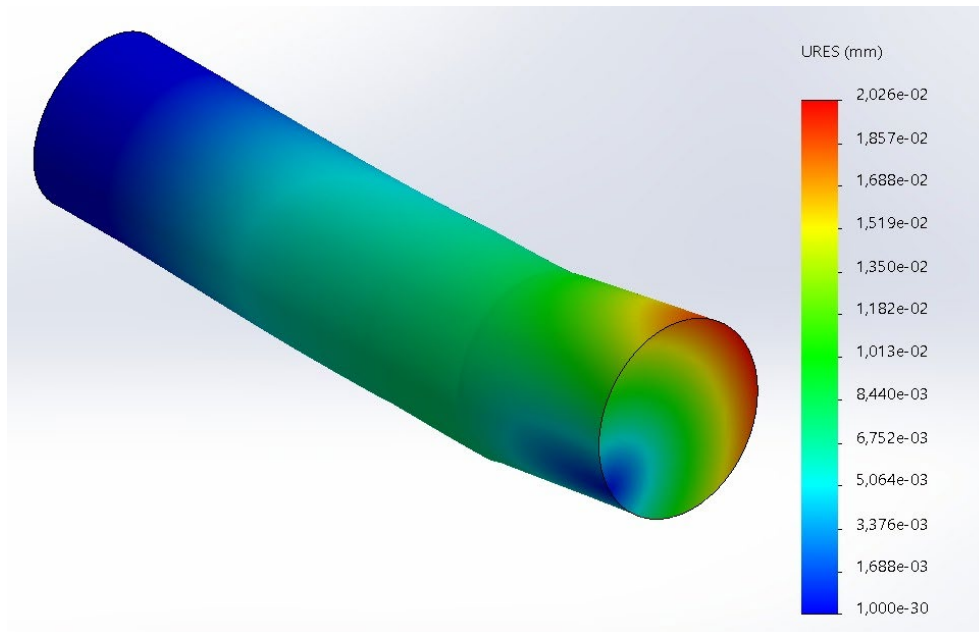


Figura 5.44. Resultados desplazamientos Eje 2.
Fuente: SolidWorks.

De cara a poder evaluar mejor el efecto de las deformaciones en el eje, se trabaja con la deformada.

En la *Figura 5.44* se observa que el resultado de la simulación es fiel a los resultados obtenidos previamente en los diagramas de esfuerzos del eje 2, teniendo una flexión simple en la sección que corresponde al apoyo D (derecha).

La flexión debida a la fuerza en el piñón, provoca la deformación máxima (y los desplazamientos máximos) en la zona del eje correspondiente al rodamiento D.

Entre los apoyos, el eje es lo suficientemente corto como para que los efectos de la flexión no se aprecien. Por el contrario, en la parte final donde está el piñón y actúa el torsor se aprecian mejor los efectos tanto de la flexión como de la torsión.

En conclusión, los máximos desplazamientos que se dan en el voladizo se encuentran dentro de los límites esperados y se consideran despreciables.

ANEXO 6. MODELADO DEL CONTROL DE ACCIONAMIENTO

A6.1. Monitorización del proceso

El objetivo es modelar el control de accionamiento de la cinta transportadora mediante una red de Petri (RdP).

Para llevar a cabo el control, es necesario recabar información del proceso utilizando sensores y actuar sobre él mediante actuadores (motor del reductor y sistema de frenado).

En primer lugar, el sistema contará con un conmutador de dos posiciones (*ON/OFF*) que será activado o desactivado al inicio y fin de la jornada respectivamente.

La cinta tendrá implementado un sensor de peso (SW_{EIGHT}) que en todo momento medirá la fuerza aplicada sobre la banda y la convertirá en una señal eléctrica medible. De tal forma que, una vez colocado un objeto sobre ella, éste detectará la variación de peso en la misma sin importar la posición donde se haya colocado el artículo y emitirá un impulso eléctrico que accionará el motor para poner en marcha la cinta.

Por otro lado, al final de la cinta (zona de cobro), habrá un sensor óptico retroreflectivo (SL_{ASER}) que contendrá emisor y receptor en un mismo cuerpo. Como se muestra en la *Figura 6.1* el diodo emisor del sensor fotoeléctrico emite un haz de luz que rebota en un espejo reflector (situado en el lado opuesto al sensor) hacia el diodo receptor. Cuando un objeto se sitúa entre el sensor y el espejo obstaculizará la señal que no llegará al receptor y es entonces cuando se enviará la señal al controlador y la cinta deberá detenerse.

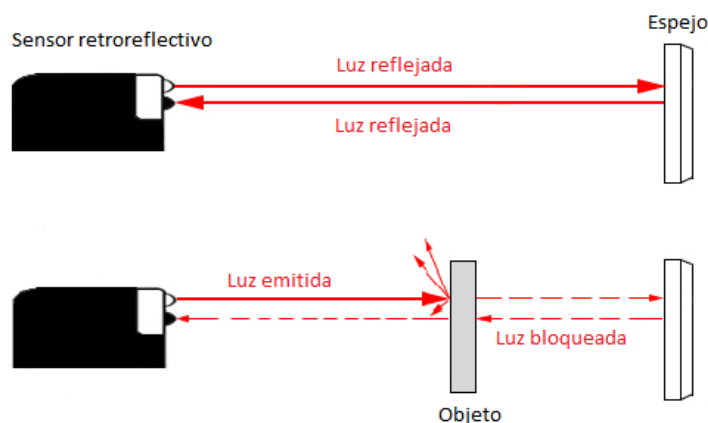


Figura 6.1. Funcionamiento sensor retroreflectivo.
 Fuente: <https://www.ingmecafenix.com/>

Como medida preventiva, la cinta incluirá un sensor óptico (SS_{PEED}) de velocidad que detectará eventuales rebases de los valores umbral de la velocidad umbral máxima y emitirá la señal para detenerla en caso de emergencia.

En todo momento y con el propósito de operar bajo unas condiciones de seguridad adecuadas se monitorizará la temperatura en el interior del motor para evitar que ésta supere un valor máximo estipulado. Dicha medición continua se realizará mediante un sensor de temperatura ($ST_{EMPERATURE}$) que almacenará los datos registrados para establecer una comparación de tipo booleano con el valor umbral.

Además de los sensores ya mencionados, el sistema de control contará con otra entrada para actuar en caso de que los sensores fallen. El empleado encargado del cobro dispondrá de un sistema de control auxiliar conformado por un pulsador de simple efecto (*START/STOP*) que se manejará como un pedal con el pie para facilitar el desempeño del trabajo. Una vez sea presionado de manera continua (*START*), la cinta se pondrá en funcionamiento. En caso del que el sensor SL_{ASER} esté operativo, será él quien ordene detener la cinta, si no, soltando el pulsador (*STOP*) la cinta se detendrá.

Por último, y para causas excepcionales, el sistema contará con una seta de emergencia (*EMERGENCY*) que cortará el suministro eléctrico y accionará el freno.

A6.2. Descripción de entradas y salidas

Mediante la red de Petri se modelará el conjunto de los eventos que cooperan para el correcto funcionamiento del. Las variables booleanas serán de gran ayuda para definir las condiciones lógicas asociadas al disparo de las transiciones, que serán activadas siempre y cuando estas se evalúen como *TRUE*.

A continuación, se enuncian las entradas y salidas del sistema de control.

Tabla 6.1. Correspondencia entre entradas al controlador y bits en la memoria del autómatas.
Fuente: Elaboración propia.

ENTRADAS	
ETIQUETA	CONDICIÓN DE PUESTA A 1
ON/OFF	Sistema encendido/apagado
SW _{EIGHT}	Peso detectado
SL _{ASER}	Presencia objeto detectado
SS _{PEED}	Velocidad límite superada
ST _{EMPERATURE}	Temperatura máxima superada
START/STOP	Pulsador START/STOP apretado
EMERGENCY	Seta de emergencia enclavada

Tabla 6.2. Correspondencia entre salidas del controlador y bits en la memoria del autómatas.
Fuente: Elaboración propia.

SALIDAS	
ETIQUETA	CONDICIÓN DE PUESTA A 1
Avanzar_cinta	Activar motor
Pausar_cinta	Activar freno
Detener_cinta	Cortar suministro eléctrico

A6.3. Red de Petri

Se presenta un modelo de red de Petri para automatizar el comportamiento deseado de la cinta transportadora.

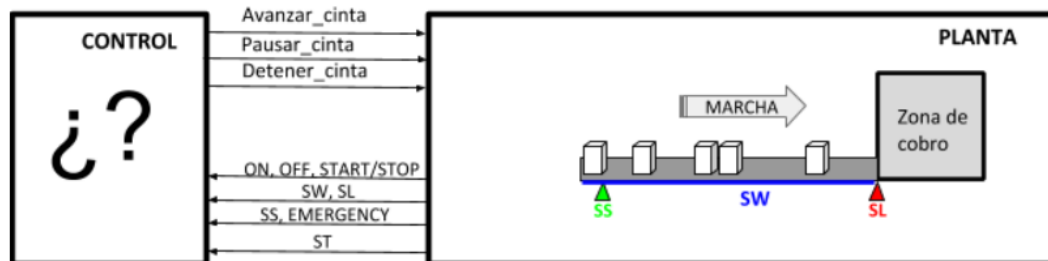


Figura 6.2. Esquema de control.

Fuente: Elaboración propia.

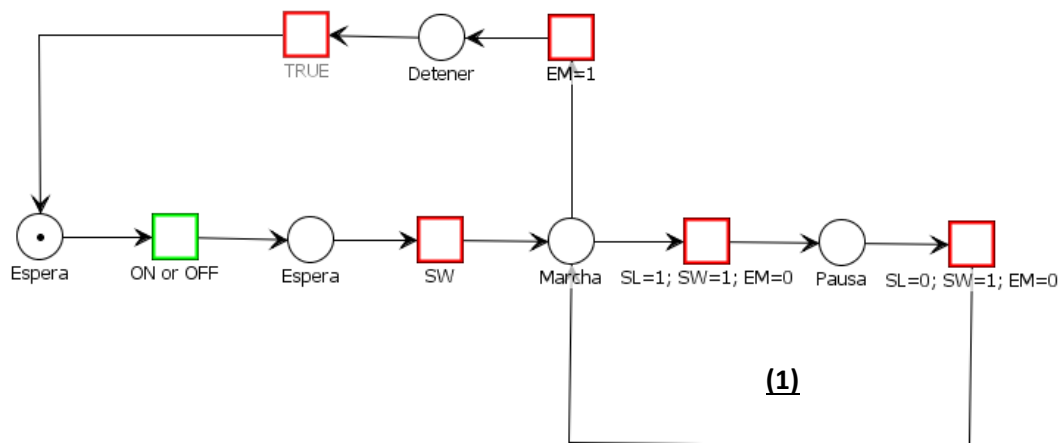


Figura 6.3. Red de Petri (versión 1).

Fuente: Elaboración propia.

Como primera aproximación se plantea la RdP de la Figura 6.3 Es un modelo básico del funcionamiento del sistema a partir del cual se trabajará en posteriores iteraciones. El mecanismo permanece en reposo hasta que es accionado el interruptor ON/OFF, en ese momento, y en función de las posibles combinaciones de los sensores de peso y láser, se lleva a cabo el ciclo. El bucle de eventos designado como (1) se realizará de manera ininterrumpida a menos que durante el movimiento de la cinta se accione la seta de emergencia.

A continuación, se enuncian algunas de las potenciales situaciones de bloqueo que se pueden presentar en esta primera aproximación:

- Si el token se encuentra en el estado pausa y hay un fallo en los sensores o una situación de emergencia.
- No existe la posibilidad de accionar el interruptor ON/OFF durante la ejecución del bucle (1)
- Eventuales fallos de los sensores.

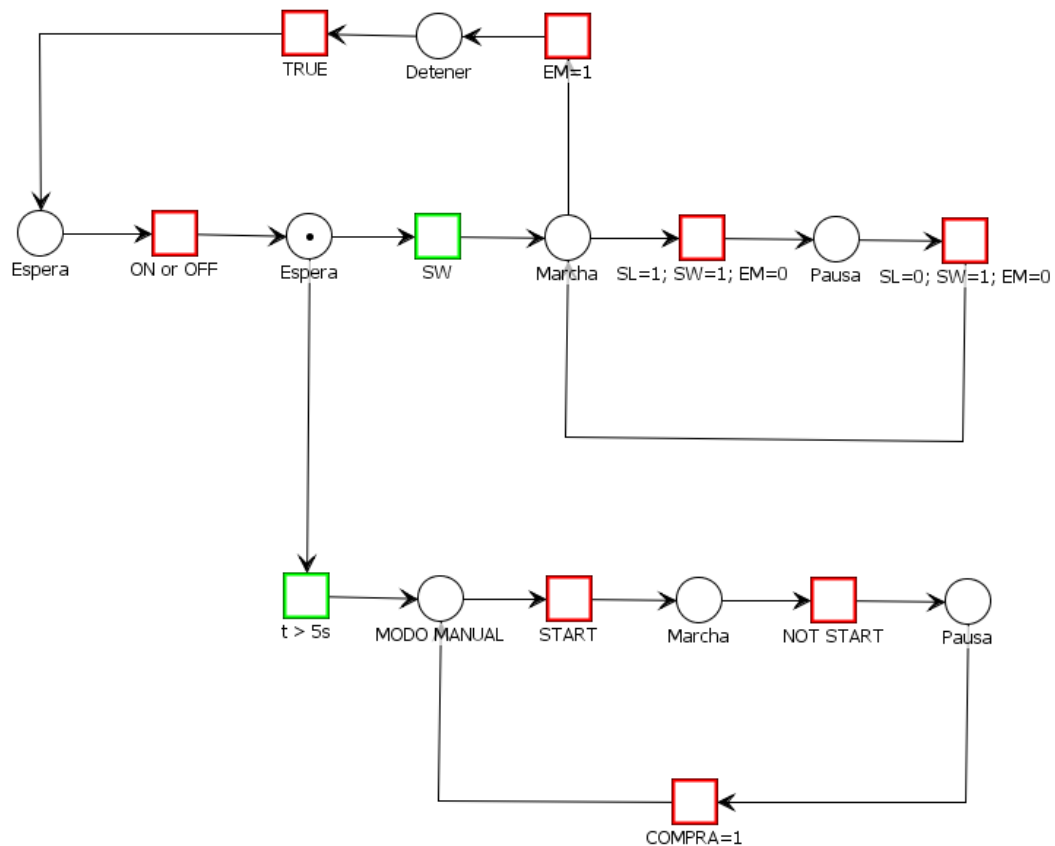


Figura 6.4. Red de Petri (versión 2).
Fuente: Elaboración propia.

En esta segunda iteración se presenta una posible solución al fallo del sensor de peso. Una vez activado el interruptor ON/OFF y transcurridos 5 segundos la persona encargada del control de la cinta transportadora podrá accionar el modo manual que constará de un botón que accionará dicha cinta.

El pulsador START es de simple efecto, es decir, solo desplazará la cinta mientras esté activado. De esta manera se evitarán problemas y accidentes derivados de factores humanos.

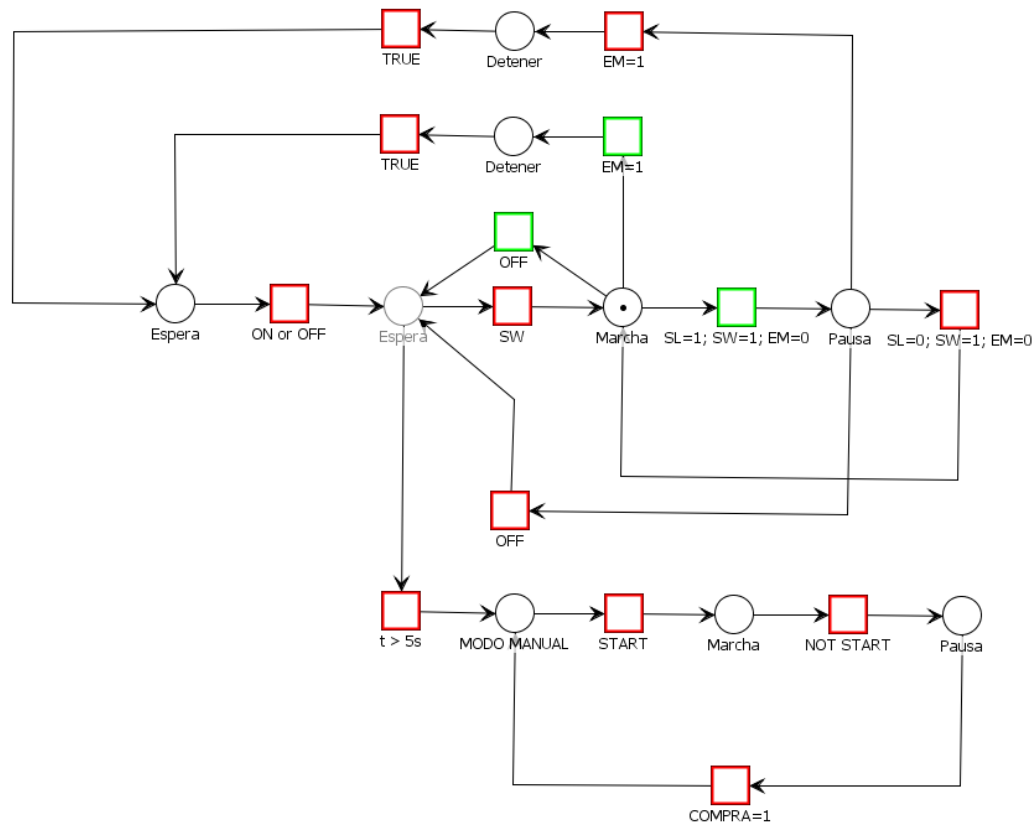


Figura 6.5. Red de Petri (versión 3).
Fuente: Elaboración propia.

Corregidos los problemas anteriormente comentados nos enfrentamos a la posible situación en la que se sobrepase el valor de temperatura máxima en el interior del motor. Mientras la variable $ST=TRUE$ efectivamente los valores registrados de temperatura se encontrarán dentro del rango aceptable, en caso contrario se ordenará de manera inmediata la detención del sistema.

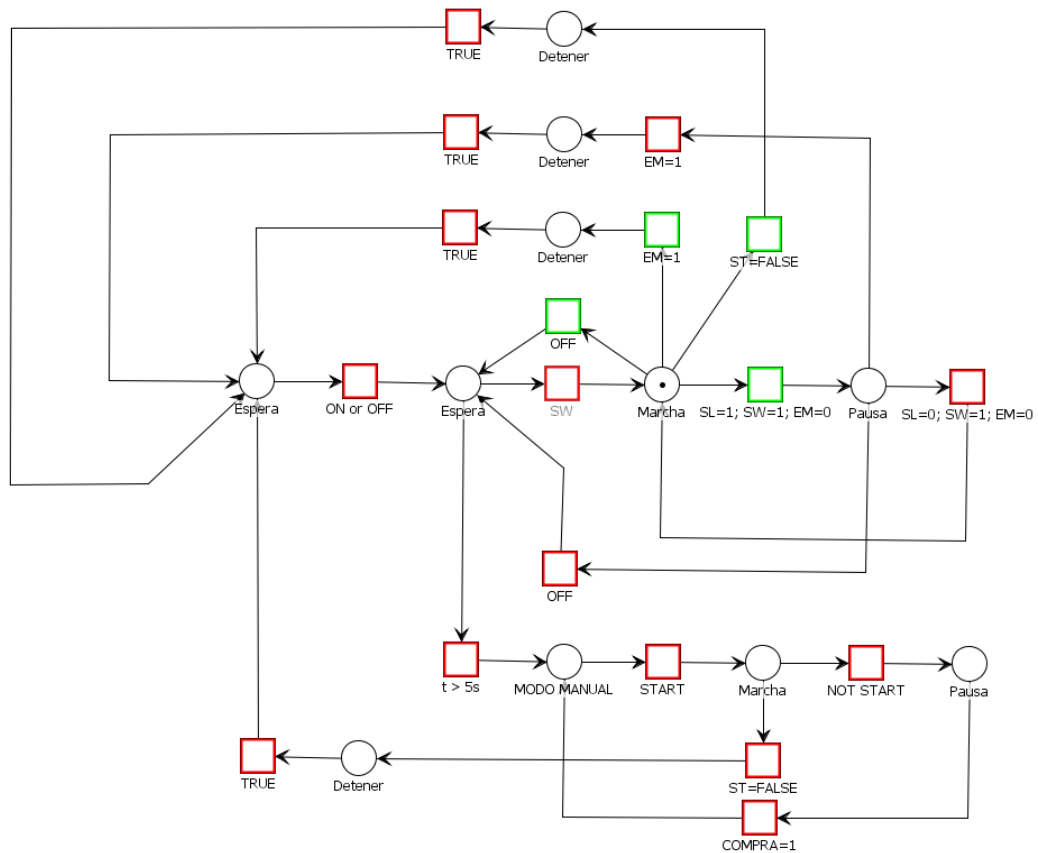


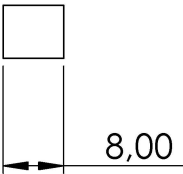
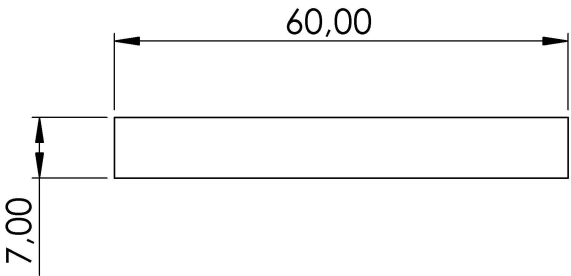
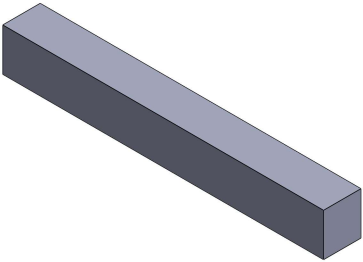
Figura 6.6. Red de Petri (versión final).
Fuente: Elaboración propia.


En esta última iteración de desarrollo se solucionan los problemas y situaciones de bloqueo mencionados anteriormente, además se incluye el efecto del control de temperatura. Ahora la Red de Petri del sistema funciona de forma estable y consistente, es capaz de llevar a cabo el proceso enfrentándose además a eventuales problemas que puedan surgir.

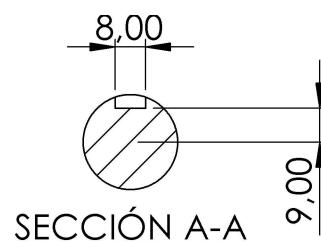
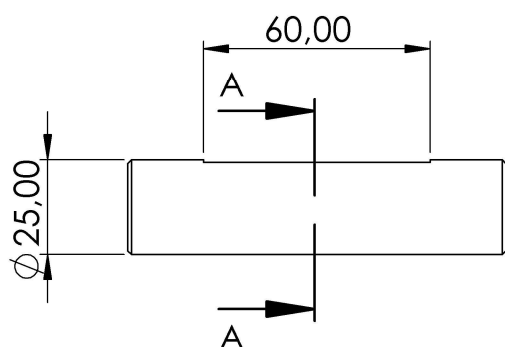
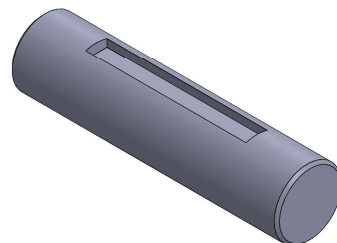
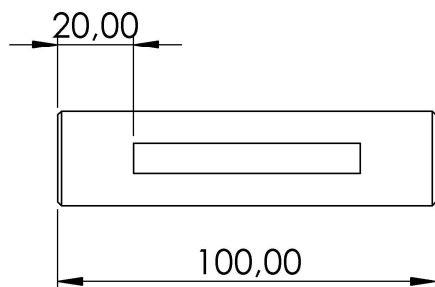
La red de Petri es un sistema versátil y flexible y, a pesar de que garantiza un funcionamiento adecuado, podría ser modificada en un futuro para enfrentar posibles problemas que puedan aparecer una vez esté en funcionamiento.




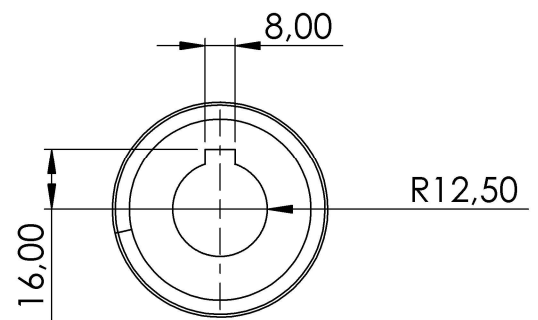
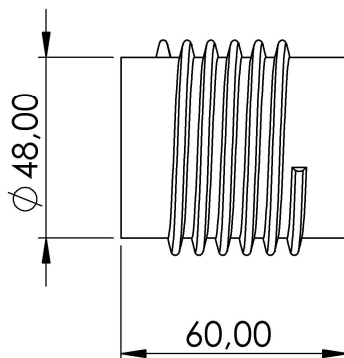
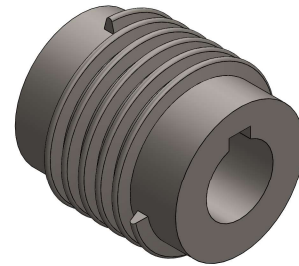
ANEXO 7. PLANOS




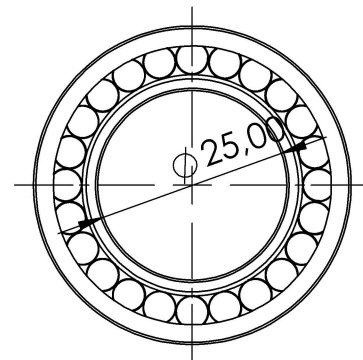
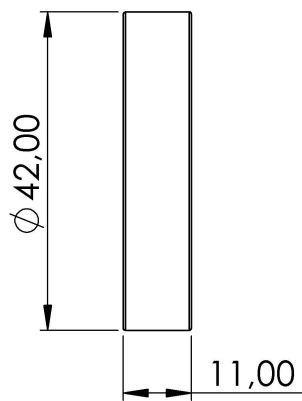
	Fecha	Nombre	Firma:	 Escuela de Ingeniería y Arquitectura Universidad Zaragoza
Dibujado		Chinca Urbez	<i>Chinca U.P</i>	
Comprobado				
Escala	Título Chaveta eje 1			
1 : 1				
				Plano N° 1




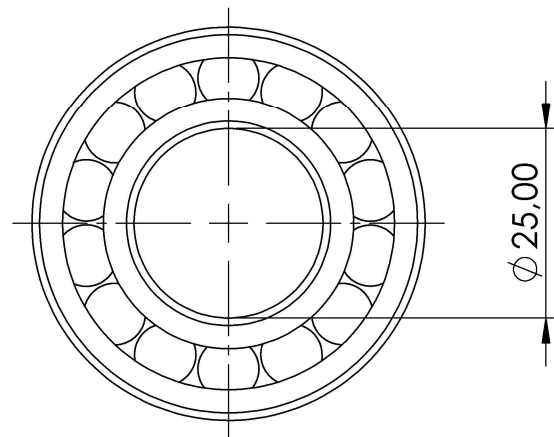
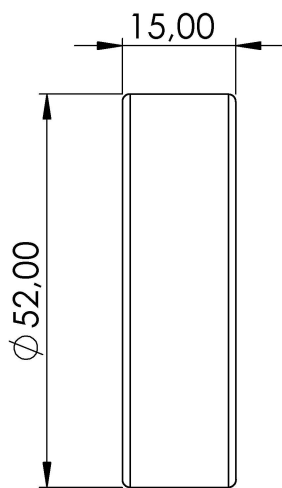
	Fecha	Nombre	Firma:	 Escuela de Ingeniería y Arquitectura Universidad Zaragoza
Dibujado		Chinca Urbez	<i>Chinca U.P.</i>	
Comprobado				
Escala	Título			
1:2	Eje 1			
				Plano N° 2




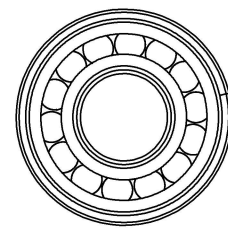
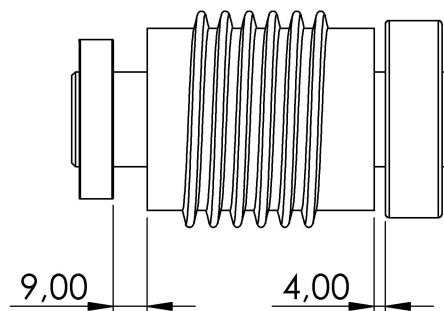
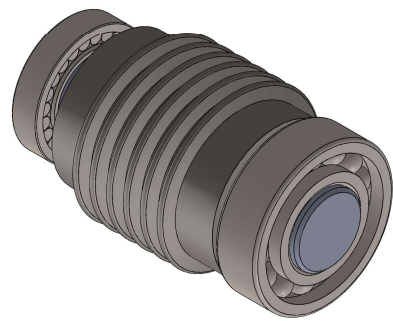
	Fecha	Nombre	Firma:	 <div>Escuela de Ingeniería y Arquitectura Universidad Zaragoza</div>
Dibujado		Chinca Urbez	<i>Chinca U.P</i>	
Comprobado				
Escala	Título			
1 : 2	Tornillo Sinfín			
				Plano Nº 3




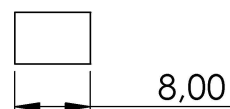
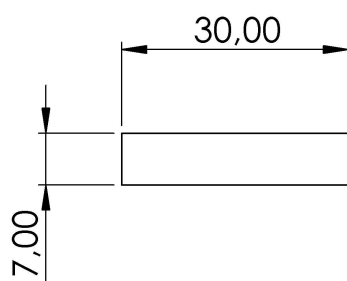
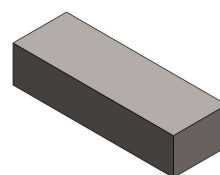
	Fecha	Nombre	Firma:	 Escuela de Ingeniería y Arquitectura Universidad Zaragoza
Dibujado		Chinca Urbez	<i>Chinca U.P</i>	
Comprobado				
Escala	Título			
1 : 1	Rodamiento A			
				Plano N° 4




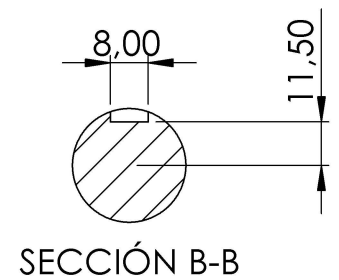
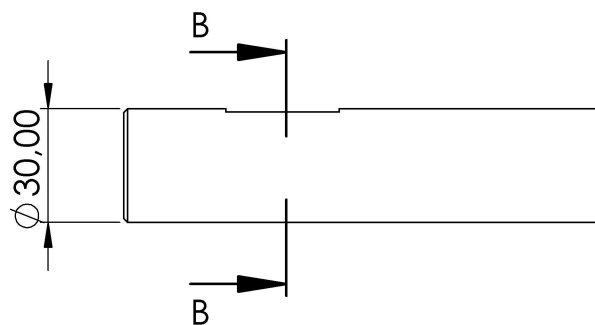
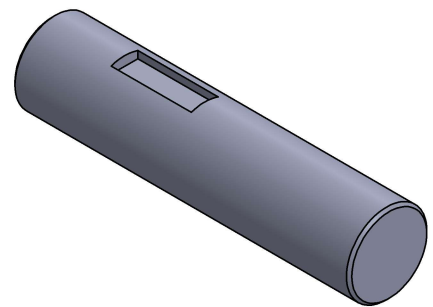
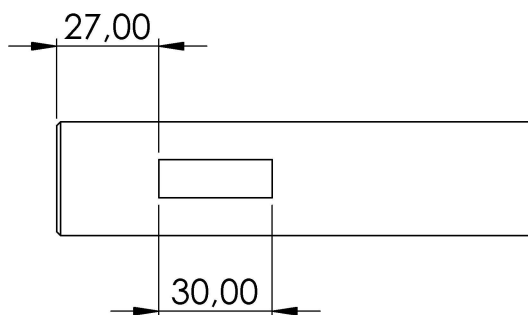
	Fecha	Nombre	Firma:	 Escuela de Ingeniería y Arquitectura Universidad Zaragoza
Dibujado		Chinca Urbez	<i>Chinca U.P</i>	
Comprobado				
Escala	Título			
1 : 1	Rodamiento B			
				Plano N° 5




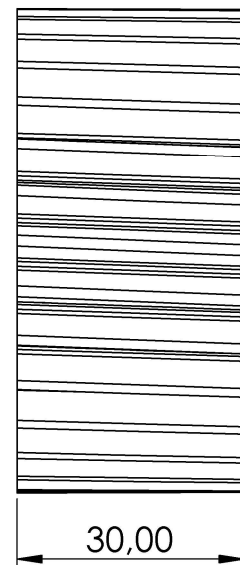
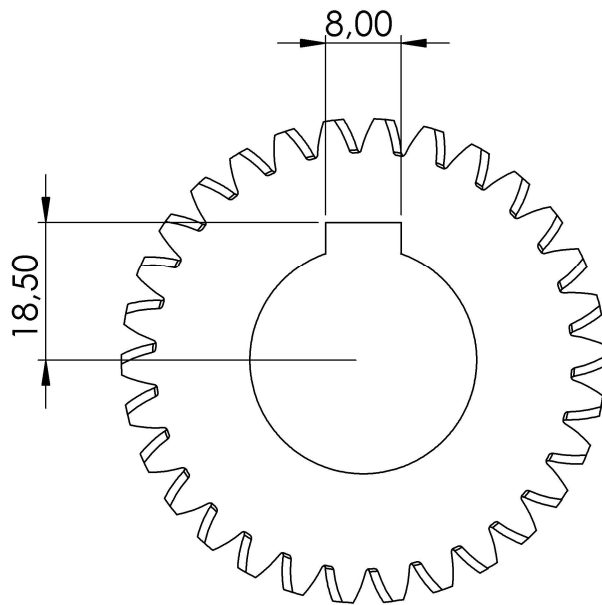
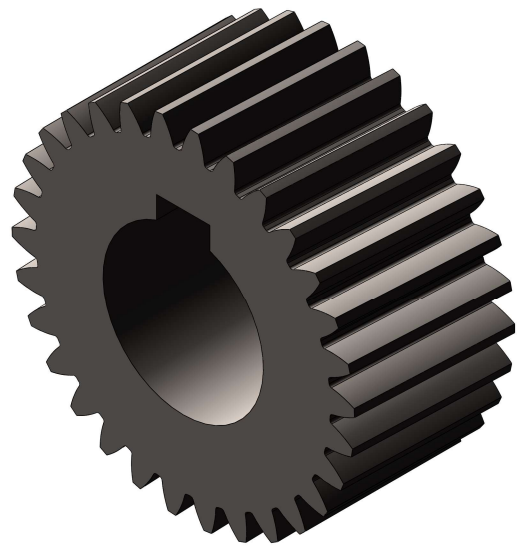
	Fecha	Nombre	Firma:	 Escuela de Ingeniería y Arquitectura Universidad Zaragoza
Dibujado		Chinca Urbez	<i>Chinca U.P</i>	
Comprobado				
Escala	Título			
1 : 2	Ensamblaje eje 1			
				Plano N° 6




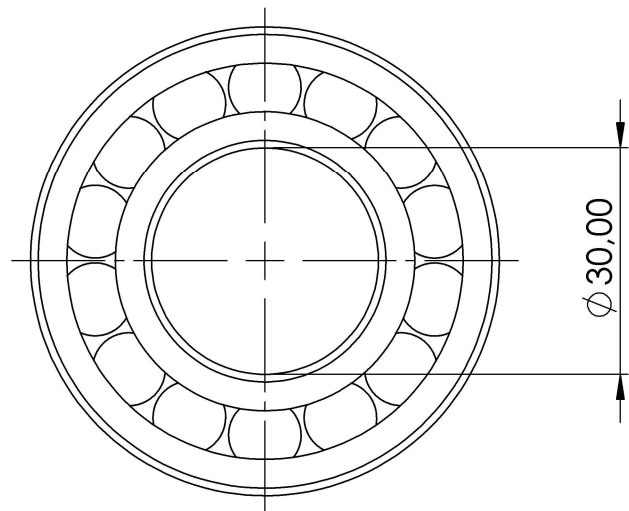
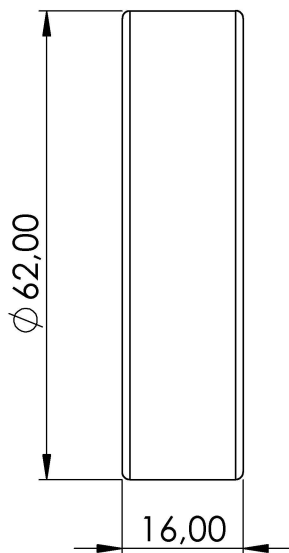
	Fecha	Nombre	Firma:	 Escuela de Ingeniería y Arquitectura Universidad Zaragoza
Dibujado		Chinca Urbez	<i>Chinca U.P</i>	
Comprobado				
Escala	Título			
1 : 1	Chaveta eje 2			
				Plano N° 7




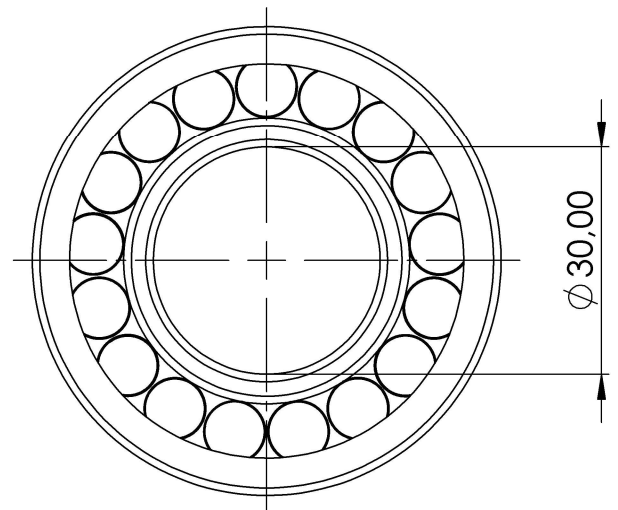
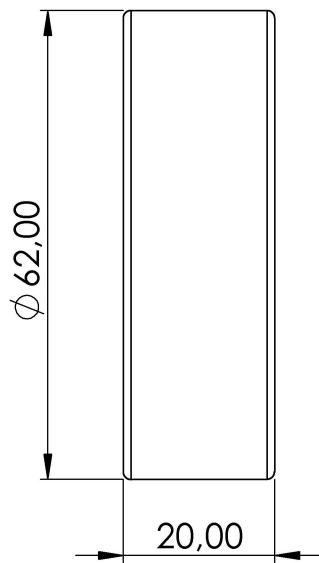
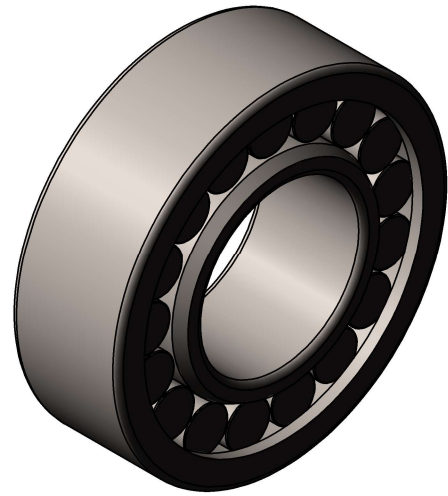
	Fecha	Nombre	Firma:	 Escuela de Ingeniería y Arquitectura Universidad Zaragoza
Dibujado		Chinca Urbez	<i>Chinca U.P</i>	
Comprobado				
Escala	Título			
1 : 2	Eje 2			
				Plano N° 8




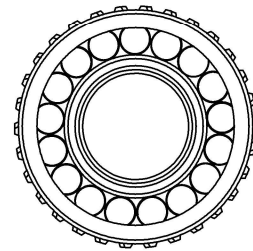
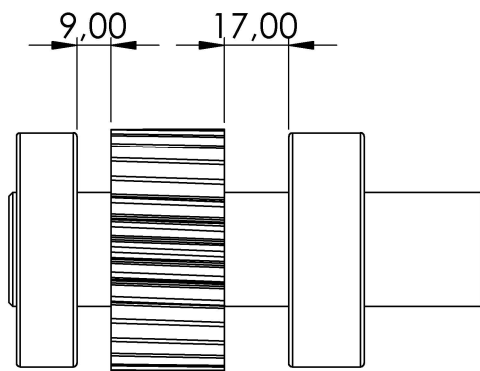
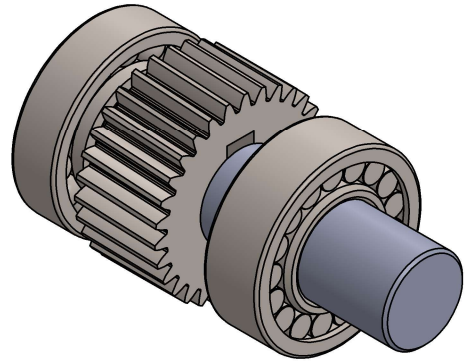
	Fecha	Nombre	Firma:	 Escuela de Ingeniería y Arquitectura Universidad Zaragoza
Dibujado		Chinca Urbez	<i>Chinca U.P</i>	
Comprobado				
Escala	Título			
1 : 1	Corona helicoidal			
				Plano N° 9




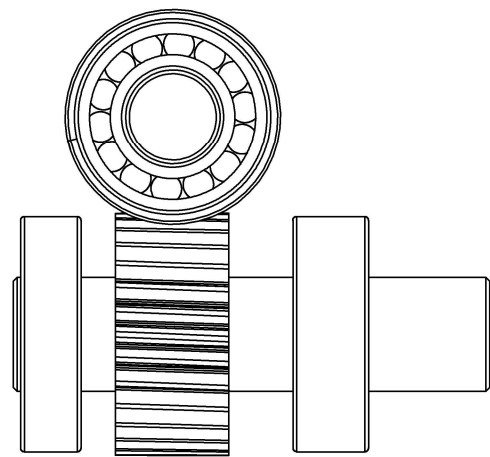
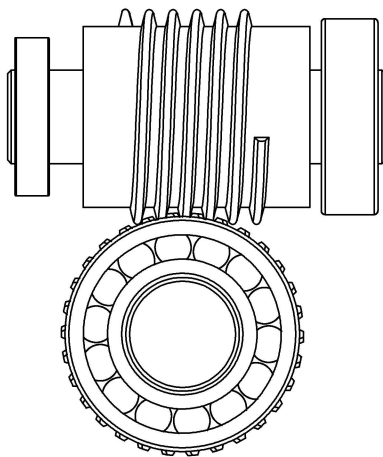
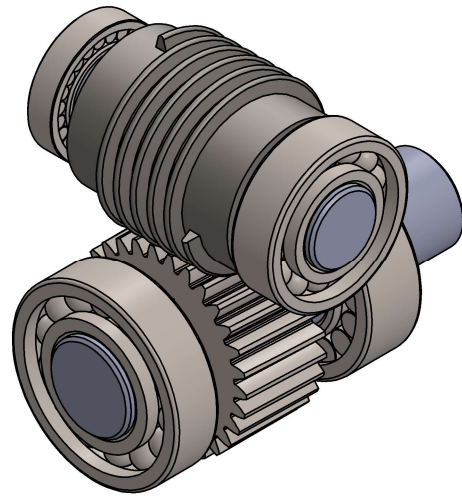
	Fecha	Nombre	Firma:	 Escuela de Ingeniería y Arquitectura Universidad Zaragoza
Dibujado		Chinca Urbez	Chinca U.P.	
Comprobado				
Escala	Título			
1:1	Rodamiento C			
				Plano N° 10




	Fecha	Nombre	Firma:	 Escuela de Ingeniería y Arquitectura Universidad Zaragoza
Dibujado		Chinca Urbez	<i>Chinca U.P</i>	
Comprobado				
Escala	Título			
1 : 1	Rodamiento D			
				Plano N° 11



	Fecha	Nombre	Firma:	 Escuela de Ingeniería y Arquitectura Universidad Zaragoza
Dibujado		Chinca Urbez	<i>Chinca U.P</i>	
Comprobado				
Escala	Título			
1 : 2	Ensamblaje eje 2			
				Plano N° 12



	Fecha	Nombre	Firma:	 Escuela de Ingeniería y Arquitectura Universidad Zaragoza
Dibujado		Chinca Urbez	<i>Chinca U.P</i>	
Comprobado				
Escala	Título			
1 : 2	Conjunto reductor			
				Plano N° 13