



## Trabajo Fin de Grado

Diseño de una pieza patrón para validación y  
verificación de máquina herramienta

Design of a test piece for verification and validation  
of machine tool

Autor

Laura Lorente Tornos

Director

Sergio Aguado Jiménez

Titulación del autor

Grado en Ingeniería Mecánica

ESCUELA DE INGENIERÍA Y ARQUITECTURA

2021

# Diseño de una pieza patrón para validación y verificación de máquina herramienta

## RESUMEN

El objetivo principal de este trabajo es realizar un diseño válido de una pieza patrón con el propósito de que esta pieza sirva para la medición de los errores geométricos de una máquina herramienta de tres ejes lineales. El diseño de la pieza patrón se realizará de forma paramétrica con el programa Solid Edge para que la pieza patrón se pueda adaptar y ser utilizada en diferentes ensayos en máquinas herramienta de diferentes dimensiones. Para comprobar la eficacia del diseño realizado se realizará la verificación geométrica y la verificación volumétrica.

La verificación geométrica va a permitir identificar cada error geométrico de forma individual, para realizarla se plantearán dos métodos de formulación distintos. Para la aplicación de estos métodos será necesario disponer de las coordenadas nominales y reales que se obtendrán de una serie de puntos identificados sobre la pieza fabricada. En este trabajo las coordenadas reales se obtendrán por simulación, con el uso del programa Matlab.

La verificación volumétrica va a permitir caracterizar los errores geométricos de una máquina herramienta a través de la medición indirecta de estos. Al contrario que en la verificación geométrica, con este tipo de verificación se podrá identificar el efecto conjunto de los errores geométricos. Para realizarla se identificarán una serie de puntos de la pieza patrón y se obtendrán sus coordenadas nominales y sus coordenadas reales mediante simulación con el programa Matlab.

Por último se va a realizar la hoja de procesos para describir la fabricación de la pieza patrón. En esta hoja se va a describir el orden de las operaciones, las características de estas así como las herramientas que se utilizarán en cada operación.

Para realizar este trabajo se realizan una serie de trabajos previos. En primer lugar se realiza una descripción de los errores geométricos presentes en una máquina herramienta, a continuación se describen los tipos de medición que existen para estos errores y se realiza un breve análisis de las piezas patrón de trabajos anteriores con el objetivo de obtener unos requisitos de diseño antes de comenzar con el diseño de la pieza patrón.

### Palabras clave

Diseño paramétrico, pieza patrón, errores geométricos, máquina herramienta, verificación geométrica y verificación volumétrica.

# Design of a test piece for verification and validation of machine tool

## ABSTRACT

The main objective of this project is to design a test piece to determine the geometric errors of a three-axis machine tool. The design of the test piece will be a parametric design and it will be done using the program Solid Edge. This way the test piece can be adjusted to be used in different tests of machine tools of different sizes. To determinate the effectiveness of the realized design the geometric verification and the volumetric verification will be performed.

The geometric verification allows identifying each geometric error alone, for this type of verification two methods of formulation will be developing. For those methods it will be necessary the use of the nominal coordinates and the real ones of a group of points of the test piece. In this project the real coordinates will be calculated by simulation with the program Matlab.

The volumetric verification allows to determinate the geometric errors of a machine tool through the indirect measurement of these errors. This verification allows identifying the effect of all the geometric errors together. To carry out this verification it will be necessary to identify a group of points of the test piece and get their nominal and real coordinates. The real ones will be calculated by simulation with the program Matlab just like in the geometric verification.

Finally, the process sheet will be created to describe the mechanization the test piece. In this sheet the order of operations, the characteristics of those and the tools used will be described.

To carry out this project has been necessary to make some previous works. First of all, a description of the different geometric errors of a machine tool has been performed. Next, there is a description of the different types of measurement of a geometric error. Moreover, it has been important to perform an analysis of the previous test pieces to determinate the requirements of the design before starting the design of the test piece of this project.

### **Keywords**

Parametric design, test piece, geometric errors, machine tool, geometric verification and volumetric verification.

## Índice

Índice de tablas.....	6
Índice de figuras.....	12
1. Introducción.....	19
1.1 Justificación del proyecto.....	19
1.2 Objetivos y estructura del proyecto.....	20
1.3 Metodología.....	22
2 Descripción de los errores geométricos.....	23
2.1 Ejes lineales.....	23
2.1.1 Error del movimiento lineal sobre un eje.....	23
2.1.2 Error del movimiento angular de un eje lineal.....	23
2.2 Ejes de rotación.....	24
3 Medición de los errores geométricos.....	26
4 Análisis y comparativa de las piezas patrón actuales.....	27
5 Diseño paramétrico de la pieza patrón.....	33
5.1 Primer diseño de la pieza patrón.....	34
5.2 Diseño final de la pieza patrón.....	35
6 Verificación geométrica.....	37
6.1 Primer método de verificación geométrica.....	38
6.1.1 Cálculos y resultados de los errores geométricos individualmente.....	39
6.1.2 Cálculos y resultados de los errores geométricos con la influencia de todos los errores geométricos.....	42
6.2 Segundo método de verificación geométrica.....	46
6.2.1 Descripción general del método.....	46
6.2.2 Cálculos y resultados de los errores geométricos calculados individualmente..	50
6.2.3 Cálculos y resultados de los errores geométricos con la influencia de todos los errores geométricos.....	55
6.2.4 Cálculos y resultados de los errores geométricos con la influencia de todos los errores geométricos y utilizando funciones de error teóricas de mayor grado.....	59
6.2.5 Comparativa de los resultados de los cálculos de los errores geométricos utilizando funciones de error teóricas de primer grado dependiendo del modelo utilizado en la simulación.....	63
6.2.6 Comparativa de los resultados de los cálculos de los errores geométricos con funciones de error teóricas de segundo y tercer grado dependiendo del modelo utilizado en la simulación.....	67
7 Verificación volumétrica.....	71

7.1	Descripción del método .....	71
7.2	Cálculos y resultados de las verificaciones volumétricas.....	72
7.2.1	Cálculos con la geometría completa de la pieza .....	72
7.2.2	Cálculos utilizando la estructura piramidal de la pieza.....	75
8	Hoja de procesos.....	80
9	Conclusiones y trabajo futuro .....	83
9.1	Conclusiones obtenidas.....	83
9.2	Trabajo futuro. ....	83
10	Bibliografía. ....	85
Anexo 1. Tipos y métodos de medición de los errores geométricos. ....		88
A1.1	Métodos de medición indirecta de los errores geométricos.....	88
A1.2	Métodos de medición directa de los errores geométricos.....	91
Anexo 2. Diseños intermedios de la pieza patrón.....		93
A2.1	Segundo diseño de la pieza patrón. ....	93
A2.2	Tercer diseño de la pieza patrón.....	94
Anexo 3. Funcionamiento del programa de simulación. ....		95
Anexo 4. Identificación de los puntos utilizados en el primer método de Verificación geométrica. ....		96
Anexo 5. Tablas resultantes del primer método de Verificación geométrica.....		113
A5.1	Resultados de los cálculos individuales de los errores geométricos. ....	114
A5.2	Resultados de los cálculos de los errores geométricos con la influencia de todos los errores.....	121
Anexo 6. Obtención de la formulación e identificación de las series de puntos utilizadas en el segundo método de Verificación geométrica.....		133
Anexo 7. Tablas resultantes del segundo método de Verificación geométrica.....		142
A7.1.	Resultados de los cálculos individuales de los errores geométricos. ....	142
A7.2.	Resultados de los cálculos de los errores geométricos con la influencia de todos los errores geométricos.....	153
A7.3.	Resultados del cálculo de los errores geométricos con la influencia de todos los errores geométricos y utilizando funciones de error teóricas de mayor grado. ....	164
A7.4.	Tabla comparativa de los resultados de los cálculos de los errores geométricos utilizando funciones de error teóricas de primer grado dependiendo del modelo utilizado en la simulación.....	175
A7.5.	Tabla comparativa de los resultados de los cálculos de los errores geométricos utilizando funciones de error teóricas de mayor grado dependiendo del modelo utilizado en la simulación.....	179

Anexo 8. Características de las herramientas utilizadas en la fabricación de la pieza patrón.. 183

## Índice de tablas.

<i>Tabla 1. Clasificación de los errores geométricos en los ejes lineales de una MH.</i> .....	24
<i>Tabla 2. Clasificación de los errores geométricos en los ejes de rotación de una MH.</i> .....	25
<i>Tabla 3. Métodos de medición de los errores geométricos.</i> .....	26
<i>Tabla 4. Fórmulas para el cálculo de los errores geométricos mediante el primer método de verificación geométrica.</i> .....	39
<i>Tabla 5. Cálculo de EXX.</i> .....	43
<i>Tabla 6. Cálculo de EXX eliminando la influencia del resto de errores geométricos.</i> .....	43
<i>Tabla 7. Fórmulas para el cálculo de los errores geométricos mediante el segundo método de verificación geométrica.</i> .....	49
<i>Tabla 8. Resultados de la verificación volumétrica utilizando la geometría total de la pieza patrón.</i> .....	73
<i>Tabla 9. Resultados de la verificación volumétrica utilizando los puntos de la estructura piramidal de la pieza patrón.</i> .....	76
<i>Tabla 10. Hoja analítica de operaciones.</i> .....	80
<i>Tabla 11. Coordenadas nominales de los puntos utilizados en el cálculo de EXX en el primer método de verificación geométrica.</i> .....	96
<i>Tabla 12. Coordenadas nominales de los puntos utilizados en el cálculo de EYX en el primer método de verificación geométrica.</i> .....	97
<i>Tabla 13. Coordenadas nominales de los puntos utilizados en el cálculo de EZX en el primer método de verificación geométrica.</i> .....	98
<i>Tabla 14. Coordenadas nominales de los puntos utilizados en el cálculo de EAX en el primer método de verificación geométrica.</i> .....	99
<i>Tabla 15. Coordenadas nominales de los puntos utilizados en el cálculo de EBX en el primer método de verificación geométrica.</i> .....	100
<i>Tabla 16. Coordenadas nominales de los puntos utilizados en el cálculo de ECX en el primer método de verificación geométrica.</i> .....	101
<i>Tabla 17. Coordenadas nominales de los puntos utilizados en el cálculo de EXY en el primer método de verificación geométrica.</i> .....	102
<i>Tabla 18. Coordenadas nominales de los puntos utilizados en el cálculo de EYY en el primer método de verificación geométrica.</i> .....	103
<i>Tabla 19. Coordenadas nominales de los puntos utilizados en el cálculo de EZY en el primer método de verificación geométrica.</i> .....	104
<i>Tabla 20. Coordenadas nominales de los puntos utilizados en el cálculo de EAY en el primer método de verificación geométrica.</i> .....	105
<i>Tabla 21. Coordenadas nominales de los puntos utilizados en el cálculo de EBY en el primer método de verificación geométrica.</i> .....	106
<i>Tabla 22. Coordenadas nominales de los puntos utilizados en el cálculo de ECY en el primer método de verificación geométrica.</i> .....	107

<i>Tabla 23. Coordenadas nominales de los puntos utilizados en el cálculo de EXZ en el primer método de verificación geométrica.....</i>	109
<i>Tabla 24. Coordenadas nominales de los puntos utilizados en el cálculo de EYZ en el primer método de verificación geométrica.....</i>	110
<i>Tabla 25. Coordenadas nominales de los puntos utilizados en el cálculo de EZZ en el primer método de verificación geométrica.....</i>	111
<i>Tabla 26. Fórmulas para el cálculo de los errores geométricos mediante el primer método de verificación geométrica.....</i>	113
<i>Tabla 27. EXX sin la influencia del resto de errores geométricos con la aplicación del primer método de verificación geométrica.....</i>	115
<i>Tabla 28. EYX sin la influencia del resto de errores geométricos con la aplicación del primer método de verificación geométrica.....</i>	115
<i>Tabla 29. EZX sin la influencia del resto de errores geométricos con la aplicación del primer método de verificación geométrica.....</i>	116
<i>Tabla 30. EXY sin la influencia del resto de errores geométricos con la aplicación del primer método de verificación geométrica.....</i>	116
<i>Tabla 31. EYY sin la influencia del resto de errores geométricos con la aplicación del primer método de verificación geométrica.....</i>	117
<i>Tabla 32. EZY sin la influencia del resto de errores geométricos con la aplicación del primer método de verificación geométrica.....</i>	117
<i>Tabla 33. EXZ sin la influencia del resto de errores geométricos con la aplicación del primer método de verificación geométrica.....</i>	118
<i>Tabla 34. EYZ sin la influencia del resto de errores geométricos con la aplicación del primer método de verificación geométrica.....</i>	119
<i>Tabla 35. EZZ sin la influencia del resto de errores geométricos con la aplicación del primer método de verificación geométrica.....</i>	120
<i>Tabla 36. EXX con la influencia del resto de errores geométricos con la aplicación del primer método de verificación geométrica.....</i>	121
<i>Tabla 37. EYX con la influencia del resto de errores geométricos con la aplicación del primer método de verificación geométrica.....</i>	121
<i>Tabla 38. EZX con la influencia del resto de errores geométricos con la aplicación del primer método de verificación geométrica.....</i>	122
<i>Tabla 39. EXY con la influencia del resto de errores geométricos con la aplicación del primer método de verificación geométrica.....</i>	122
<i>Tabla 40. EYY con la influencia del resto de errores geométricos con la aplicación del primer método de verificación geométrica.....</i>	123
<i>Tabla 41. EZY con la influencia del resto de errores geométricos con la aplicación del primer método de verificación geométrica.....</i>	123
<i>Tabla 42. EXZ con la influencia del resto de errores geométricos con la aplicación del primer método de verificación geométrica.....</i>	124
<i>Tabla 43. EYZ con la influencia del resto de errores geométricos con la aplicación del primer método de verificación geométrica.....</i>	125
<i>Tabla 44. EZZ con la influencia del resto de errores geométricos con la aplicación del primer método de verificación geométrica.....</i>	126

<i>Tabla 45. EAX con la influencia del resto de errores geométricos con la aplicación del primer método de verificación geométrica.....</i>	127
<i>Tabla 46. EBX con la influencia del resto de errores geométricos con la aplicación del primer método de verificación geométrica.....</i>	128
<i>Tabla 47. ECX con la influencia del resto de errores geométricos con la aplicación del primer método de verificación geométrica.....</i>	129
<i>Tabla 48. EAY con la influencia del resto de errores geométricos con la aplicación del primer método de verificación geométrica.....</i>	130
<i>Tabla 49. EBY con la influencia del resto de errores geométricos con la aplicación del primer método de verificación geométrica.....</i>	131
<i>Tabla 50. ECY con la influencia del resto de errores geométricos con la aplicación del primer método de verificación geométrica.....</i>	132
<i>Tabla 51. Coordenadas nominales de la serie X1 en el segundo método de verificación geométrica .....</i>	135
<i>Tabla 52. Coordenadas nominales de la serie X2 en el segundo método de verificación geométrica .....</i>	136
<i>Tabla 53. Coordenadas nominales de la serie X3 en el segundo método de verificación geométrica .....</i>	136
<i>Tabla 54. Coordenadas con offset de la serie Y1 en el segundo método de verificación geométrica .....</i>	136
<i>Tabla 55. Coordenadas con offset de la serie Y2 en el segundo método de verificación geométrica .....</i>	137
<i>Tabla 56. Coordenadas nominales de la serie Y3 en el segundo método de verificación geométrica .....</i>	137
<i>Tabla 57. Coordenadas con offset de la serie Z1 en el segundo método de verificación geométrica .....</i>	137
<i>Tabla 58. Coordenadas con offset de la serie Z2 en el segundo método de verificación geométrica .....</i>	137
<i>Tabla 59. Coordenadas con offset de la serie Z3 en el segundo método de verificación geométrica .....</i>	138
<i>Tabla 60. Fórmulas para el cálculo de los errores geométricos en el segundo método de verificación geométrica .....</i>	140
<i>Tabla 61. ECX sin la influencia del resto de errores geométricos con la aplicación del segundo método de verificación geométrica.....</i>	143
<i>Tabla 62. EBX sin la influencia del resto de errores geométricos con la aplicación del segundo método de verificación geométrica.....</i>	144
<i>Tabla 63. EAY sin la influencia del resto de errores geométricos con la aplicación del segundo método de verificación geométrica.....</i>	144
<i>Tabla 64. ECY sin la influencia del resto de errores geométricos con la aplicación del segundo método de verificación geométrica .....</i>	145
<i>Tabla 65. EBZ sin la influencia del resto de errores geométricos con la aplicación del segundo método de verificación geométrica .....</i>	145
<i>Tabla 66. EAZ sin la influencia del resto de errores geométricos con la aplicación del segundo método de verificación geométrica .....</i>	146

<i>Tabla 67. EXX sin la influencia del resto de errores geométricos con la aplicación del segundo método de verificación geométrica.....</i>	146
<i>Tabla 68. EYY sin la influencia del resto de errores geométricos con la aplicación del segundo método de verificación geométrica.....</i>	147
<i>Tabla 69. EZZ sin la influencia del resto de errores geométricos con la aplicación del segundo método de verificación geométrica.....</i>	147
<i>Tabla 70. EAX sin la influencia del resto de errores geométricos con la aplicación del segundo método de verificación geométrica.....</i>	148
<i>Tabla 71. EBY sin la influencia del resto de errores geométricos con la aplicación del segundo método de verificación geométrica.....</i>	149
<i>Tabla 72. EZX sin la influencia del resto de errores geométricos con la aplicación del segundo método de verificación geométrica.....</i>	149
<i>Tabla 73. EYX sin la influencia del resto de errores geométricos con la aplicación del segundo método de verificación geométrica.....</i>	150
<i>Tabla 74. EZY sin la influencia del resto de errores geométricos con la aplicación del segundo método de verificación geométrica.....</i>	150
<i>Tabla 75. EXY sin la influencia del resto de errores geométricos con la aplicación del segundo método de verificación geométrica.....</i>	151
<i>Tabla 76. EXZ sin la influencia del resto de errores geométricos con la aplicación del segundo método de verificación geométrica.....</i>	151
<i>Tabla 77. EYZ sin la influencia del resto de errores geométricos con la aplicación del segundo método de verificación geométrica.....</i>	152
<i>Tabla 78. ECX con funciones de primer grado con la influencia del resto de errores geométricos y la aplicación del segundo método de verificación geométrica.....</i>	153
<i>Tabla 79. EBX con funciones de primer grado con la influencia del resto de errores geométricos y la aplicación del segundo método de verificación geométrica.....</i>	154
<i>Tabla 80. EAY con funciones de primer grado con la influencia del resto de errores geométricos y la aplicación del segundo método de verificación geométrica.....</i>	154
<i>Tabla 81. ECY con funciones de primer grado con la influencia del resto de errores geométricos y la aplicación del segundo método de verificación geométrica.....</i>	155
<i>Tabla 82. EBZ con funciones de primer grado con la influencia del resto de errores geométricos y la aplicación del segundo método de verificación geométrica.....</i>	155
<i>Tabla 83. EAZ con funciones de primer grado con la influencia del resto de errores geométricos y la aplicación del segundo método de verificación geométrica.....</i>	156
<i>Tabla 84. EXX con funciones de primer grado con la influencia del resto de errores geométricos y la aplicación del segundo método de verificación geométrica.....</i>	156
<i>Tabla 85. EYY con funciones de primer grado con la influencia del resto de errores geométricos y la aplicación del segundo método de verificación geométrica.....</i>	157
<i>Tabla 86. EZZ con funciones de primer grado con la influencia del resto de errores geométricos y la aplicación del segundo método de verificación geométrica.....</i>	157
<i>Tabla 87. EAX con funciones de primer grado con la influencia del resto de errores geométricos y la aplicación del segundo método de verificación geométrica.....</i>	158
<i>Tabla 88. EBY con funciones de primer grado con la influencia del resto de errores geométricos y la aplicación del segundo método de verificación geométrica.....</i>	159

<i>Tabla 89. EZX con funciones de primer grado con la influencia del resto de errores geométricos y la aplicación del segundo método de verificación geométrica.....</i>	160
<i>Tabla 90. EYX con funciones de primer grado con la influencia del resto de errores geométricos y la aplicación del segundo método de verificación geométrica.....</i>	160
<i>Tabla 91. EZY con funciones de primer grado con la influencia del resto de errores geométricos y la aplicación del segundo método de verificación geométrica.....</i>	161
<i>Tabla 92. EXY con funciones de primer grado con la influencia del resto de errores geométricos y la aplicación del segundo método de verificación geométrica.....</i>	161
<i>Tabla 93. EYZ con funciones de primer grado con la influencia del resto de errores geométricos y la aplicación del segundo método de verificación geométrica.....</i>	162
<i>Tabla 94. EXZ con funciones de primer grado con la influencia del resto de errores geométricos y la aplicación del segundo método de verificación geométrica.....</i>	162
<i>Tabla 95. ECX con funciones de mayor grado con la influencia del resto de errores geométricos y la aplicación del segundo método de verificación geométrica.....</i>	164
<i>Tabla 96. EBX con funciones de mayor grado con la influencia del resto de errores geométricos y la aplicación del segundo método de verificación geométrica.....</i>	165
<i>Tabla 97. EAY con funciones de mayor grado con la influencia del resto de errores geométricos y la aplicación del segundo método de verificación geométrica.....</i>	165
<i>Tabla 98. ECY con funciones de mayor grado con la influencia del resto de errores geométricos y la aplicación del segundo método de verificación geométrica.....</i>	166
<i>Tabla 99. EBZ con funciones de mayor grado con la influencia del resto de errores geométricos y la aplicación del segundo método de verificación geométrica.....</i>	166
<i>Tabla 100. EAZ con funciones de mayor grado con la influencia del resto de errores geométricos y la aplicación del segundo método de verificación geométrica.....</i>	167
<i>Tabla 101. EXX con funciones de mayor grado con la influencia del resto de errores geométricos y la aplicación del segundo método de verificación geométrica.....</i>	167
<i>Tabla 102. EYY con funciones de mayor grado con la influencia del resto de errores geométricos y la aplicación del segundo método de verificación geométrica.....</i>	168
<i>Tabla 103. EZZ con funciones de mayor grado con la influencia del resto de errores geométricos y la aplicación del segundo método de verificación geométrica.....</i>	168
<i>Tabla 104. EAX con funciones de mayor grado con la influencia del resto de errores geométricos y la aplicación del segundo método de verificación geométrica.....</i>	169
<i>Tabla 105. EBY con funciones de mayor grado con la influencia del resto de errores geométricos y la aplicación del segundo método de verificación geométrica.....</i>	170
<i>Tabla 106. EZX con funciones de mayor grado con la influencia del resto de errores geométricos y la aplicación del segundo método de verificación geométrica.....</i>	171
<i>Tabla 107. EYX con funciones de mayor grado con la influencia del resto de errores geométricos y la aplicación del segundo método de verificación geométrica.....</i>	172
<i>Tabla 108. EZY con funciones de mayor grado con la influencia del resto de errores geométricos y la aplicación del segundo método de verificación geométrica.....</i>	172
<i>Tabla 109. EXY con funciones de mayor grado con la influencia del resto de errores geométricos y la aplicación del segundo método de verificación geométrica.....</i>	173
<i>Tabla 110. EXZ con funciones de mayor grado con la influencia del resto de errores geométricos y la aplicación del segundo método de verificación geométrica.....</i>	173

<i>Tabla 111. EYZ con funciones de mayor grado con la influencia del resto de errores geométricos y la aplicación del segundo método de verificación geométrica.....</i>	174
<i>Tabla 112. Comparación de los resultados de los errores geométricos con la influencia de todos los errores utilizando el modelo básico y el modelo simplificado con funciones teóricas de primer grado. ....</i>	175
<i>Tabla 113. Comparación de los resultados de los errores geométricos con la influencia de todos los errores con funciones de mayor grado utilizando el modelo original y el modelo simplificado. ....</i>	179
<i>Tabla 114. Herramientas utilizadas en la fabricación de la pieza patrón. ....</i>	183

## Índice de figuras.

<i>Figura 1. Metodología del trabajo.</i> .....	22
<i>Figura 2. Errores del movimiento lineal y angular del eje X según la norma UNE-ISO 230-1 [11].</i> .....	24
<i>Figura 3. Errores del movimiento del eje de rotación C según la norma UNE-ISO 230-1 [11].</i> ...	25
<i>Figura 4. Diseño de la pieza patrón del artículo Machining tests to identify kinematic errors on five-axis machine tools [1].</i> .....	27
<i>Figura 5. Diseño de la pieza patrón del TFG Modelado y compensación de errores de sistemas de prototipado rápido [2].</i> .....	28
<i>Figura 6. Diseño de la pieza patrón del artículo Proposal for a Standardized Test Artifact for Additive Manufacturing Machines and Processes [4].</i> .....	29
<i>Figura 7. Diseño de la pieza patrón del artículo A machining test to evaluate geometric errors of five-axis machine tools with its application to thermal deformation test [5].</i> .....	29
<i>Figura 8. Diseño de la pieza patrón del TFG Verificación volumétrica y compensación de errores en sistemas de fabricación aditiva de plástico de bajo coste [6].</i> .....	30
<i>Figura 9. Diseño de las piezas patrón del artículo Kinematic errors identification of three-axis machine tools based on machined work pieces [7].</i> .....	31
<i>Figura 10. Diseño de la pieza patrón del artículo A geometric error tracing method based on the Monte Carlo theory of the five-axis gantry machining center [8].</i> .....	31
<i>Figura 11. Diseño de la pieza patrón del artículo Identification of integrated geometric errors of rotary axis and setup position errors for 5-axis machine tools [9].</i> .....	32
<i>Figura 12. Definición dimensiones diseño paramétrico.</i> .....	33
<i>Figura 13. Relación dimensiones diseño paramétrico.</i> .....	33
<i>Figura 14. Identificación de las geometrías en la vista isométrica del primer diseño de la pieza patrón.</i> .....	35
<i>Figura 15. Vista isométrica del diseño final.</i> .....	36
<i>Figura 16. Esquema cinemático de la máquina herramienta[3].</i> .....	37
<i>Figura 17. Comparativa de EXX sin la influencia del resto de errores geométricos con la aplicación del primer método de verificación geométrica.</i> .....	40
<i>Figura 18. Comparativa de EYX sin la influencia del resto de errores geométricos con la aplicación del primer método de verificación geométrica.</i> .....	40
<i>Figura 19. Comparativa de EZX sin la influencia del resto de errores geométricos con la aplicación del primer método de verificación geométrica.</i> .....	40
<i>Figura 20. Comparativa de EXY sin la influencia del resto de errores geométricos con la aplicación del primer método de verificación geométrica.</i> .....	40
<i>Figura 21. Comparativa de EYY sin la influencia del resto de errores geométricos con la aplicación del primer método de verificación geométrica.</i> .....	41
<i>Figura 22. Comparativa de EZY sin la influencia del resto de errores geométricos con la aplicación del primer método de verificación geométrica.</i> .....	41
<i>Figura 23. Comparativa de EXZ sin la influencia del resto de errores geométricos con la aplicación del primer método de verificación geométrica.</i> .....	41
<i>Figura 24. Comparativa de EYZ sin la influencia del resto de errores geométricos con la aplicación del primer método de verificación geométrica.</i> .....	41
<i>Figura 25. Comparativa de EZZ sin la influencia del resto de errores geométricos con la aplicación del primer método de verificación geométrica.</i> .....	41

<i>Figura 26. Comparativa de EXX con la influencia del resto de errores geométricos con la aplicación del primer método de verificación geométrica.</i> .....	44
<i>Figura 27. Comparativa de EYX con la influencia del resto de errores geométricos con la aplicación del primer método de verificación geométrica.</i> .....	44
<i>Figura 28. Comparativa de EZX con la influencia del resto de errores geométricos con la aplicación del primer método de verificación geométrica.</i> .....	44
<i>Figura 29. Comparativa de EXY con la influencia del resto de errores geométricos con la aplicación del primer método de verificación geométrica.</i> .....	44
<i>Figura 30. Comparativa de EYY con la influencia del resto de errores geométricos con la aplicación del primer método de verificación geométrica.</i> .....	44
<i>Figura 31. Comparativa de EZY con la influencia del resto de errores geométricos con la aplicación del primer método de verificación geométrica.</i> .....	44
<i>Figura 32. Comparativa de EXZ con la influencia del resto de errores geométricos con la aplicación del primer método de verificación geométrica.</i> .....	45
<i>Figura 33. Comparativa de EYZ con la influencia del resto de errores geométricos con la aplicación del primer método de verificación geométrica.</i> .....	45
<i>Figura 34. Comparativa de EZZ con la influencia del resto de errores geométricos con la aplicación del primer método de verificación geométrica.</i> .....	45
<i>Figura 35. Representación de las series en vista isométrica.</i> .....	48
<i>Figura 36. Representación de las series en vista en planta.</i> .....	48
<i>Figura 37. Representación de las series en vista isométrica posterior.</i> .....	48
<i>Figura 38. Comparativa de ECX sin la influencia del resto de errores geométricos con la aplicación del segundo método de verificación geométrica.</i> .....	51
<i>Figura 39. Comparativa de EBX sin la influencia del resto de errores geométricos con la aplicación del segundo método de verificación geométrica.</i> .....	51
<i>Figura 40. Comparativa de EAY sin la influencia del resto de errores geométricos con la aplicación del segundo método de verificación geométrica.</i> .....	52
<i>Figura 41. Comparativa de ECY sin la influencia del resto de errores geométricos con la aplicación del segundo método de verificación geométrica.</i> .....	52
<i>Figura 42. Comparativa de EBZ sin la influencia del resto de errores geométricos con la aplicación del segundo método de verificación geométrica.</i> .....	52
<i>Figura 43. Comparativa de EAZ sin la influencia del resto de errores geométricos con la aplicación del segundo método de verificación geométrica.</i> .....	52
<i>Figura 44. Comparativa de EXX sin la influencia del resto de errores geométricos con la aplicación del segundo método de verificación geométrica.</i> .....	52
<i>Figura 45. Comparativa de EYY sin la influencia del resto de errores geométricos con la aplicación del segundo método de verificación geométrica.</i> .....	52
<i>Figura 46. Comparativa de EZZ sin la influencia del resto de errores geométricos con la aplicación del segundo método de verificación geométrica.</i> .....	53
<i>Figura 47. Comparativa de EAX sin la influencia del resto de errores geométricos con la aplicación del segundo método de verificación geométrica.</i> .....	53
<i>Figura 48. Comparativa de EBY sin la influencia del resto de errores geométricos con la aplicación del segundo método de verificación geométrica.</i> .....	53
<i>Figura 49. Comparativa de EZX sin la influencia del resto de errores geométricos con la aplicación del segundo método de verificación geométrica.</i> .....	53



Figura 72. Comparativa de ECX con funciones de mayor grado con la influencia del resto de errores geométricos y la aplicación del segundo método de verificación geométrica. ....	59
Figura 73. Comparativa de EBX con funciones de mayor grado con la influencia del resto de errores geométricos y la aplicación del segundo método de verificación geométrica. ....	59
Figura 74. Comparativa de EAY con funciones de mayor grado con la influencia del resto de errores geométricos y la aplicación del segundo método de verificación geométrica. ....	60
Figura 75. Comparativa de ECY con funciones de mayor grado con la influencia del resto de errores geométricos y la aplicación del segundo método de verificación geométrica. ....	60
Figura 76. Comparativa de EBZ con funciones de mayor grado con la influencia del resto de errores geométricos y la aplicación del segundo método de verificación geométrica. ....	60
Figura 77. Comparativa de EAZ con funciones de mayor grado con la influencia del resto de errores geométricos y la aplicación del segundo método de verificación geométrica. ....	60
Figura 78. Comparativa de EXX con funciones de mayor grado con la influencia del resto de errores geométricos y la aplicación del segundo método de verificación geométrica. ....	60
Figura 79. Comparativa de EYY con funciones de mayor grado con la influencia del resto de errores geométricos y la aplicación del segundo método de verificación geométrica. ....	60
Figura 80. Comparativa de EZZ con funciones de mayor grado con la influencia del resto de errores geométricos y la aplicación del segundo método de verificación geométrica. ....	61
Figura 81. Comparativa de EAX con funciones de mayor grado con la influencia del resto de errores geométricos y la aplicación del segundo método de verificación geométrica. ....	61
Figura 82. Comparativa de EBY con funciones de mayor grado con la influencia del resto de errores geométricos y la aplicación del segundo método de verificación geométrica. ....	61
Figura 83. Comparativa de EZX con funciones de mayor grado con la influencia del resto de errores geométricos y la aplicación del segundo método de verificación geométrica. ....	61
Figura 84. Comparativa de EYX con funciones de mayor grado con la influencia del resto de errores geométricos y la aplicación del segundo método de verificación geométrica. ....	61
Figura 85. Comparativa de EZY con funciones de mayor grado con la influencia del resto de errores geométricos y la aplicación del segundo método de verificación geométrica. ....	61
Figura 86. Comparativa de EXY con funciones de mayor grado con la influencia del resto de errores geométricos y la aplicación del segundo método de verificación geométrica. ....	62
Figura 87. Comparativa de EXZ con funciones de mayor grado con la influencia del resto de errores geométricos y la aplicación del segundo método de verificación geométrica. ....	62
Figura 88. Comparativa de EYZ con funciones de mayor grado con la influencia del resto de errores geométricos y la aplicación del segundo método de verificación geométrica. ....	62
Figura 89. Comparativa ECX utilizando en el cálculo funciones de error teóricas de primer grado. ....	63
Figura 90. Comparativa EBX utilizando en el cálculo funciones de error teóricas de primer grado. ....	63
Figura 91. Comparativa EAY utilizando en el cálculo funciones de error teóricas de primer grado. ....	64
Figura 92. Comparativa ECY utilizando en el cálculo funciones de error teóricas de primer grado. ....	64
Figura 93. Comparativa EBZ utilizando en el cálculo funciones de error teóricas de primer grado. ....	64

<i>Figura 94. Comparativa EAZ utilizando en el cálculo funciones de error teóricas de primer grado.</i> .....	64
<i>Figura 95. Comparativa EXX utilizando en el cálculo funciones de error teóricas de primer grado.</i> .....	64
<i>Figura 96. Comparativa EYY utilizando en el cálculo funciones de error teóricas de primer grado.</i> .....	64
<i>Figura 97. Comparativa EZZ utilizando en el cálculo funciones de error teóricas de primer grado.</i> .....	65
<i>Figura 98. Comparativa EAX utilizando en el cálculo funciones de error teóricas de primer grado.</i> .....	65
<i>Figura 99. Comparativa EBY utilizando en el cálculo funciones de error teóricas de primer grado.</i> .....	65
<i>Figura 100. Comparativa EZX utilizando en el cálculo funciones de error teóricas de primer grado.</i> .....	65
<i>Figura 101. Comparativa EYX utilizando en el cálculo funciones de error teóricas de primer grado.</i> .....	65
<i>Figura 102. Comparativa EZY utilizando en el cálculo funciones de error teóricas de primer grado.</i> .....	65
<i>Figura 103. Comparativa EXY utilizando en el cálculo funciones de error teóricas de primer grado.</i> .....	66
<i>Figura 104. Comparativa EXZ utilizando en el cálculo funciones de error teóricas de primer grado.</i> .....	66
<i>Figura 105. Comparativa EYZ utilizando en el cálculo funciones de error teóricas de primer grado.</i> .....	66
<i>Figura 106. Comparativa ECX utilizando en el cálculo funciones de error teóricas de mayor grado.</i> .....	67
<i>Figura 107. Comparativa EBX utilizando en el cálculo funciones de error teóricas de mayor grado.</i> .....	67
<i>Figura 108. Comparativa EAY utilizando en el cálculo funciones de error teóricas de mayor grado.</i> .....	67
<i>Figura 109. Comparativa ECY utilizando en el cálculo funciones de error teóricas de mayor grado.</i> .....	67
<i>Figura 110. Comparativa EBZ utilizando en el cálculo funciones de error teóricas de mayor grado.</i> .....	68
<i>Figura 111. Comparativa EAZ utilizando en el cálculo funciones de error teóricas de mayor grado.</i> .....	68
<i>Figura 112. Comparativa EXX utilizando en el cálculo funciones de error teóricas de mayor grado.</i> .....	68
<i>Figura 113. Comparativa EYY utilizando en el cálculo funciones de error teóricas de mayor grado.</i> .....	68
<i>Figura 114. Comparativa EZZ utilizando en el cálculo funciones de error teóricas de mayor grado.</i> .....	68
<i>Figura 115. Comparativa EAX utilizando en el cálculo funciones de error teóricas de mayor grado.</i> .....	68

<i>Figura 116. Comparativa EBY utilizando en el cálculo funciones de error teóricas de mayor grado.</i> .....	69
<i>Figura 117. Comparativa EZX utilizando en el cálculo funciones de error teóricas de mayor grado.</i> .....	69
<i>Figura 118. Comparativa EYX utilizando en el cálculo funciones de error teóricas de mayor grado.</i> .....	69
<i>Figura 119. Comparativa EZY utilizando en el cálculo funciones de error teóricas de mayor grado.</i> .....	69
<i>Figura 120. Comparativa EXY utilizando en el cálculo funciones de error teóricas de mayor grado.</i> .....	69
<i>Figura 121. Comparativa EXZ utilizando en el cálculo funciones de error teóricas de mayor grado.</i> .....	69
<i>Figura 122. Comparativa EYZ utilizando en el cálculo funciones de error teóricas de mayor grado.</i> .....	70
<i>Figura 123. Procedimiento verificación volumétrica según [6].</i> .....	71
<i>Figura 124. Distribución de los puntos utilizados en la verificación volumétrica en toda la geometría de la pieza patrón.</i> .....	72
<i>Figura 125. Resultados de la verificación volumétrica utilizando la geometría total de la pieza patrón.</i> .....	73
<i>Figura 126. Error de los puntos de la geometría completa antes de la optimización.</i> .....	74
<i>Figura 127. Error de los puntos de la geometría completa después de la optimización.</i> .....	74
<i>Figura 128. Distribución de los puntos de la geometría completa con los errores iniciales.</i> .....	75
<i>Figura 129. Distribución de los puntos de la geometría completa con los errores finales.</i> .....	75
<i>Figura 130. Distribución de los puntos utilizados en la verificación volumétrica de la estructura piramidal de la pieza patrón.</i> .....	76
<i>Figura 131. Resultados de la verificación volumétrica utilizando los puntos de la estructura piramidal de la pieza patrón.</i> .....	77
<i>Figura 132. Error de los puntos de la estructura piramidal antes de la optimización.</i> .....	77
<i>Figura 133. Error de los puntos de la estructura piramidal después de la optimización.</i> .....	78
<i>Figura 134. Distribución de los puntos de la estructura piramidal con los errores iniciales.</i> .....	78
<i>Figura 135. Distribución de los puntos de la estructura piramidal con los errores finales.</i> .....	79
<i>Figura 136. Láser Tracker [15].</i> .....	89
<i>Figura 137. Palpador MH-Check [16].</i> .....	90
<i>Figura 138. Ball-bar telescopico [17].</i> .....	90
<i>Figura 139. Nivel electrónico [23].</i> .....	91
<i>Figura 140. Interferómetro láser [14].</i> .....	91
<i>Figura 141. Autocolimador [25].</i> .....	92
<i>Figura 142. Cross Grid Encoder [26].</i> .....	92
<i>Figura 143. Vista isométrica del segundo diseño de la pieza patrón.</i> .....	93
<i>Figura 144. Vista isométrica del tercer diseño de la pieza patrón.</i> .....	94
<i>Figura 145. Localización de los puntos utilizados en el cálculo de EXX en el primer método de verificación geométrica.</i> .....	97
<i>Figura 146. Localización de los puntos utilizados en el cálculo de EYX en el primer método de verificación geométrica.</i> .....	97

<i>Figura 147. Localización de los puntos utilizados en el cálculo de EZX en el primer método de verificación geométrica.</i> .....	98
<i>Figura 148. Localización de los puntos utilizados en el cálculo de EAX en el primer método de verificación geométrica.</i> .....	99
<i>Figura 149. Localización de los puntos utilizados en el cálculo de EBX en el primer método de verificación geométrica.</i> .....	100
<i>Figura 150. Localización de los puntos utilizados en el cálculo de ECX en el primer método de verificación geométrica.</i> .....	101
<i>Figura 151. Localización de los puntos utilizados en el cálculo de EXY en el primer método de verificación geométrica.</i> .....	102
<i>Figura 152. Localización de los puntos utilizados en el cálculo de EYY en el primer método de verificación geométrica.</i> .....	103
<i>Figura 153. Localización de los puntos utilizados en el cálculo de EZY en el primer método de verificación geométrica.</i> .....	104
<i>Figura 154. Localización de los puntos utilizados en el cálculo de EAY en el primer método de verificación geométrica.</i> .....	105
<i>Figura 155. Localización de los puntos utilizados en el cálculo de EBY en el primer método de verificación geométrica.</i> .....	107
<i>Figura 156. Localización de los puntos utilizados en el cálculo de ECY en el primer método de verificación geométrica.</i> .....	108
<i>Figura 157. Localización de los puntos utilizados en el cálculo de EXZ en el primer método de verificación geométrica.</i> .....	109
<i>Figura 158. Localización de los puntos utilizados en el cálculo de EYZ en el primer método de verificación geométrica.</i> .....	110
<i>Figura 159. Localización de los puntos utilizados en el cálculo de EZZ en el primer método de verificación geométrica.</i> .....	112
<i>Figura 160. Representación de las series en vista isométrica.</i> .....	138
<i>Figura 161. Representación de las series en vista en planta.</i> .....	138
<i>Figura 162. Representación de las series en vista isométrica posterior.</i> .....	139

## 1. Introducción.

### 1.1 Justificación del proyecto.

Al trabajar con una máquina herramienta se busca que esta posea una alta precisión en las distintas condiciones de funcionamiento. Uno de los principales problemas radica en la comprobación de la efectividad de la compensación de la misma.

En una máquina herramienta se pueden encontrar dos tipos de errores, sistemáticos y aleatorios. Los errores sistemáticos, al contrario que los aleatorios, son aquellos que se pueden medir y compensar. El análisis y la obtención de estos errores permiten conseguir una máquina herramienta con buenas características de precisión, repetibilidad y resolución.

El presente TFG tiene como objetivo principal el diseño adaptativo basado a través de un diseño paramétrico de una pieza patrón que permita la identificación de los errores geométricos, una de las fuentes de error de los errores sistemáticos, presentes en una máquina herramienta de tres ejes lineales independientemente de su tamaño y de su configuración estructural. La pieza patrón debe tener un mecanizado adecuado que permita realizar una verificación geométrica y una verificación volumétrica. Con la verificación geométrica se podrán identificar individualmente los 18 errores geométricos de los ejes lineales y los 3 errores de perpendicularidad presentes en una máquina herramienta de estas características. La verificación volumétrica permite caracterizar el efecto conjunto de los 21 errores geométricos presentes en los ejes lineales en una máquina herramienta de este tipo a través de la medición indirecta de estos. De esta forma la pieza patrón servirá para comprobar la verificación realizada por un sistema de medida externo y, como herramienta para identificar y compensar estos errores.

Como trabajo previo en el campo del diseño de piezas patrón para el cálculo de errores geométricos se han analizado una serie de trabajos y artículos desarrollados en los últimos años. Uno de ellos es el artículo de Ibaraki et al. en el que realizan el análisis y la obtención de los errores geométricos en base a las geometrías creadas sobre un bloque rectangular de aluminio [1]. Dos años después, D. Alierta desarrolló una pieza patrón con series de puntos en los ejes X, Y y Z para calcular los errores geométricos de una máquina herramienta utilizando un modelo matemático simplificado para la verificación geométrica [2]. Este modelo simplificado fue desarrollado en profundidad en la tesis de Acosta, en la que se realizan ensayos y validaciones del modelo [3]. Ese mismo año también se publicó el artículo de Moylan et al. en el que a diferencia de los anteriores se desarrollaba una pieza patrón con una gran variedad de geometrías para utilizar cada una específicamente en el cálculo de los diferentes errores geométricos [4]. Cuatro años después de su artículo mencionado anteriormente Ibaraki et al. publicó un artículo en el volvía a diseñar una pieza patrón similar para calcular los errores geométricos de una máquina herramienta de cinco ejes, obteniendo nuevas conclusiones y resultados [5]. Villacampa se centró en analizar y valorar la verificación volumétrica que se puede realizar con una pieza patrón con estructura piramidal, explicando detalladamente el proceso y la rapidez de este método [6]. Uno de los artículos más destacables es de Pezeshki et al. en el que se explican detalladamente el mecanizado necesario sobre un bloque rectangular para el cálculo de cada error geométrico en una máquina

herramienta de tres ejes así como la fórmula para obtenerlo [7]. Años después fue publicado el artículo de Fan et al. en el que se identificaban los errores geométricos con el uso de una pieza patrón de una geometría muy diferente a la de los trabajos mencionados anteriormente, concretamente con forma de S [8]. Otro artículo que se publicó en el 2019 de Huang et al. también diseñaba y utilizaba una pieza patrón de una geometría muy característica [9].

## 1.2 Objetivos y estructura del proyecto.

En los siguientes capítulos se van a presentar los pasos necesarios para realizar un diseño adaptativo basado a través de un diseño paramétrico de una pieza patrón que permita la identificación de los errores geométricos presentes en una máquina herramienta de tres ejes lineales independientemente de su tamaño y de su configuración estructural. A continuación se detalla que se va a poder encontrar en cada capítulo.

En este capítulo se ha realizado una justificación del proyecto, hablando de la necesidad de medir los errores de una máquina herramienta y repasando brevemente los trabajos anteriores en el campo del diseño de piezas patrón. También se incluye la metodología de trabajo desarrollada.

En el segundo capítulo se van a describir y clasificar los distintos errores geométricos de una máquina herramienta. Se explicará cómo se origina cada error, la forma para denominarlos y se mostrarán visualmente en ejemplos.

El tercer capítulo está dedicado a explicar los dos tipos de medición de los errores geométricos que existen, el método indirecto y el directo. De cada tipo se describirán las características del modo de realizar la medición y se presentarán brevemente los métodos de medición más utilizados en la actualidad junto con el error que miden.

Pasando al cuarto capítulo, en él se realiza un análisis y una comparativa en profundidad de los diseños de piezas patrón de los trabajos anteriores repasados en el capítulo uno. En este capítulo se recogen la forma y características de cada pieza, el método de fabricación de cada una, el método de medición utilizado para obtener los errores y qué errores se miden exactamente.

En el quinto capítulo se realiza el diseño de la pieza mediante el programa Solid Edge. Se describen detalladamente y se muestran el diseño inicial y final y el motivo de los cambios realizados.

Posteriormente, en el sexto capítulo se realiza la verificación geométrica de la máquina herramienta utilizando la pieza diseñada. Se describen los dos métodos utilizados y de cada uno se explican los ensayos realizados y se muestran gráficamente los resultados obtenidos de la medición de cada error geométrico.

En el séptimo capítulo se realiza la verificación volumétrica de la máquina herramienta utilizando la pieza diseñada. Primero se explican las bases de la verificación volumétrica y a continuación se explican y se muestran los resultados obtenidos tras realizar dos ensayos diferentes

## Diseño de una pieza patrón para validación y verificación de máquina herramienta

A continuación se encuentra el capítulo octavo en el que se realiza la hoja de procesos en la que se describe el proceso de mecanizado a realizar para la fabricación de la pieza patrón diseñada. En este capítulo se incluyen las características de las operaciones a realizar así como los tipos de herramienta que se utilizarán en cada una de las operaciones.

El noveno capítulo recoge las conclusiones obtenidas de este trabajo y plantea el trabajo futuro a realizar.

A continuación de la memoria se incluyen ocho anexos. En el primer anexo se describen en profundidad los métodos de medición de los errores geométricos.

El segundo anexo recoge la descripción de los dos diseños intermedios que se han realizado de la pieza patrón.

En el tercer anexo se puede encontrar la descripción del funcionamiento del programa utilizado en la simulación de las coordenadas reales de la pieza patrón.

El cuarto anexo es una descripción de los puntos utilizados en el primer método de verificación geométrica.

En el siguiente anexo, el quinto, se incluyen las tablas con los cálculos realizados en el primer método de verificación geométrica.

El sexto anexo es una explicación de la obtención de las fórmulas y de las series utilizadas en el segundo método de verificación geométrica.

En el séptimo anexo se presentan las tablas con los resultados obtenidos del segundo método de verificación geométrica.

Por último, en el octavo anexo se describen las características de las herramientas utilizadas en la fabricación de la pieza patrón.

### 1.3 Metodología.

En este apartado se van a indicar las cinco etapas que han sido necesarias para el desarrollo de este trabajo. Estas etapas se pueden ver en el siguiente esquema.

#### PRIMERA ETAPA : RECOPILACIÓN Y ESTUDIO DE...

- Factores que producen errores en una máquina herramienta.
- Normas que describen los errores geométricos.
- Trabajos anteriores del campo del diseño de piezas patrón para la verificación de MH.
- Requisitos de diseño de las piezas patrón.
- Modelos de cadena cinemática de una MH.

#### SEGUNDA ETAPA : DISEÑO PARAMÉTRICO DE LA PIEZA PATRÓN.

- Diseño y dimensionamiento del primer diseño de la pieza patrón.
- Análisis de los problemas del primer diseño y realización de mejoras.
- Diseño y análisis de los siguientes rediseños.
- Análisis y validación del diseño final de la pieza patrón.

#### TERCERA ETAPA : VERIFICACIÓN GEOMÉTRICA.

- Análisis en profundidad de trabajos anteriores de verificación geométrica.
- Adaptación de los métodos de verificación estudiados en los trabajos anteriores al diseño desarrollado.
- Realización de los cálculos de los errores geométricos.
- Comprobación de la validez de los métodos utilizados en función de los resultados obtenidos de los cálculos de los errores geométricos.

#### CUARTA ETAPA : VERIFICACIÓN VOLUMÉTRICA.

- Análisis en profundidad de trabajos anteriores en los que se había utilizado la verificación volumétrica para la medición de los errores de una máquina herramienta.
- Obtención del efecto de los errores geométricos y la representación de estos.
- Conclusiones obtenidas de este método de verificación.

#### QUINTA ETAPA: HOJA DE PROCESOS.

- Análisis del orden de operaciones correcto en el mecanizado.
- Obtención de las herramientas adecuadas para cada operación
- Obtención de los datos técnicos de cada operación.

*Figura 1. Metodología del trabajo.*

## 2 Descripción de los errores geométricos.

Los errores geométricos son un tipo de errores sistemáticos presentes en una máquina herramienta que se pueden medir y compensar. Estos aparecen por problemas en el diseño de la máquina, errores en el montaje o por los componentes que esta utiliza. Otro factor que los puede ocasionar son los desplazamientos relativos no controlados entre partes de la máquina [10].

El sistema de coordenadas de la máquina herramienta es un sistema ortogonal, basado en la regla de la mano derecha con los tres ejes principales denominados X, Y y Z con los ejes de rotación A, B y C, respectivamente [11]. A continuación se describen los errores geométricos presentes en cada eje.

### 2.1 Ejes lineales.

Estos errores surgen por la aparición de un movimiento linear o angular no deseado en la trayectoria lineal recta de un componente programado para seguirla. Según la norma UNE-ISO 230-1 [11] se designan con la letra E seguida de un subíndice formado por dos letras en el que la primera letra indica el eje en el que se produce el error del movimiento y la segunda indica el eje de movimiento.

#### 2.1.1 Error del movimiento lineal sobre un eje.

Cuando un componente móvil ha sido programado para seguir una trayectoria lineal recta y aparece un error en el movimiento de traslación de su punto funcional se dice que aparece un error de movimiento lineal. Según la dirección en la que se produzca el error se denominan [11]:

- Error del movimiento lineal de posicionamiento: Es el error producido en la dirección del movimiento.
- Error de rectitud del movimiento: Es el error producido en una de las dos direcciones que son perpendiculares a la dirección de movimiento.

La dirección positiva del movimiento indicará el signo positivo de estos errores.

#### 2.1.2 Error del movimiento angular de un eje lineal.

Cuando un componente móvil es programado para moverse a lo largo de una trayectoria lineal recta y sufre un movimiento rotacional no deseado se dice que se produce un error de movimiento angular de un eje lineal [11]. Según el eje en el que se produzca el movimiento angular se denominan [11]:

- Balanceo: Si el error se produce alrededor de la dirección de movimiento.
- Cabeceo: Si el error se produce en la dirección horizontal perpendicular a la dirección de movimiento horizontal.
- Guiñada: Si el error se produce en la dirección vertical perpendicular a la dirección de movimiento horizontal.

La regla de la mano derecha indica el sentido positivo de estos errores.

A estos se añaden 3 errores de perpendicularidad que son: ECO, EBO y EAO. Estos errores se deben a una desviación de la cuadratura entre dos ejes. La siguiente tabla muestra las diferentes nomenclaturas de los 21 errores geométricos de los ejes lineales.

Tabla 1. Clasificación de los errores geométricos en los ejes lineales de una MH.

Ejes lineales		
Error del movimiento lineal	Error del movimiento lineal de posicionamiento	EXX,EYY,EZZ
	Error de rectitud del movimiento	EYX,EZX,EXY,EZY,EXZ,EYZ
Error del movimiento angular	Balanceo	EAX,EBY,ECZ
	Cabeceo	ECX,EAY, EBZ
	Guiñada	EBX, ECY,EAZ
Errores de perpendicularidad		ECO, EBO, EAO

En la siguiente figura se pueden identificar los errores del movimiento lineal y angular sobre el eje X a modo de ejemplo.

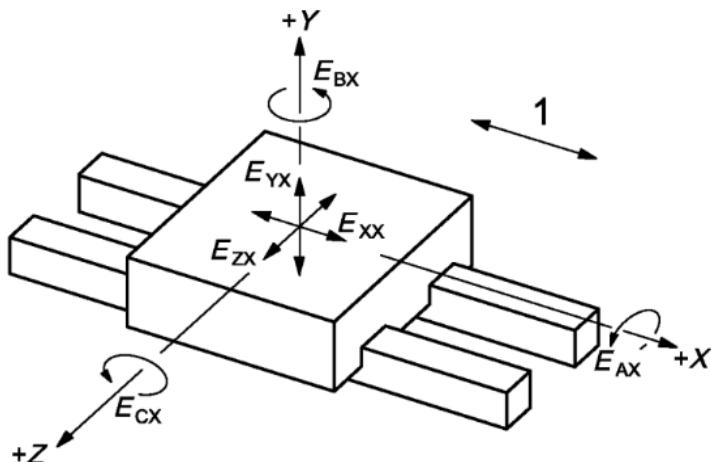


Figura 2. Errores del movimiento lineal y angular del eje X según la norma UNE-ISO 230-1 [11].

## 2.2 Ejes de rotación.

En los ejes de rotación se pueden producir cambios de posición y orientación respecto a la línea media, esto irá en función del ángulo de rotación de dichos ejes. Cuando esto se produce se dice que aparece un error de movimiento de los ejes de rotación [11]. La forma de designar el error en estos ejes coincide con la forma de designar el error en los ejes lineales. Los errores de movimiento de los ejes de rotación se pueden clasificar en cuatro tipos [11].

- Error de movimiento axial: Es el error de movimiento que comparte dirección con la línea media del eje.

- Error del movimiento radial: Respecto a la línea media del eje existen dos direcciones que son perpendiculares a ella. Este error de movimiento se produce en una de estas dos direcciones en una localización axial específica.
- Error de oscilación del movimiento: Es el error de movimiento que aparece en una de las dos direcciones angulares posibles relativas a la línea media del eje.
- Error del movimiento de posicionamiento angular: Tiene lugar a lo largo de la dirección de rotación y es el movimiento que se produce en la posición local angular alcanzada en el punto funcional.

Conociendo la dirección en la que se incrementan los valores positivos de la posición se podrá conocer la dirección positiva del error del movimiento axial y radial ya que ambas direcciones coinciden. Por otro lado, se puede conocer la dirección positiva para los errores del movimiento angular y oscilación aplicando la regla de la mano derecha [11]. La siguiente tabla muestra todas las nomenclaturas de los distintos tipos de error de los ejes de rotación.

Tabla 2. Clasificación de los errores geométricos en los ejes de rotación de una MH.

Ejes de rotación	
Error de movimiento axial	EXA, EYB,EZC
Error del movimiento radial	EYA, EZA, EXB, EZB, EXC, EYC
Error de oscilación del movimiento	EBA, ECA, EAB, ECB, EAC, EBC
Error del movimiento de posicionamiento angular	EAA,EBB,ECC

En la siguiente figura se pueden identificar los errores de los ejes de rotación en el eje C a modo de ejemplo.

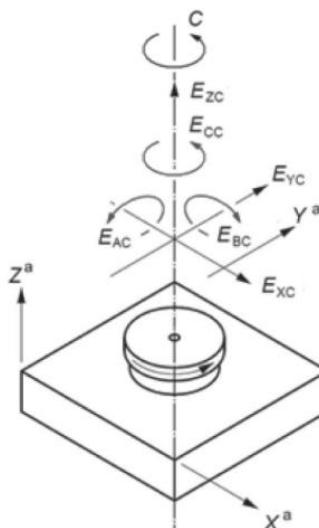


Figura 3. Errores del movimiento del eje de rotación C según la norma UNE-ISO 230-1 [11].

### 3 Medición de los errores geométricos.

Para identificar el valor de los errores geométricos de una máquina herramienta existen varios métodos de medición, los de medición indirecta y los de directa.

Los métodos de medición indirecta son aquellos que necesitan del movimiento de varios ejes para el cálculo de los errores geométricos. En comparación con la medición directa, con este tipo de medición se pueden calcular los errores de una manera más rápida. Entre todos los ensayos y los procesos destaca el método de medición de piezas patrón, el cual consiste en la fabricación de una pieza patrón con la máquina de la que se pretenden obtener los errores geométricos para posteriormente realizar una serie de mediciones con una MMC que permitirán calcular los errores mediante formulación. La máquina de medición por coordenadas (MMC) es capaz de registrar las coordenadas de los puntos específicos de una pieza con un disparador láser, un escaneo o una sonda de activación por contacto [12]. Con estos métodos se obtendrá una compensación matemática, no física, del efecto conjunto de todos los errores de los ejes.

Los métodos de medición directa son aquellos capaces de medir el error geométrico que se produce en un eje de forma individual y además son capaces de proporcionar una corrección con sentido físico del error. En la actualidad hay una gran variedad de instrumentos y métodos de medición directa pero no todos son capaces de medir todos los errores presentes en una máquina herramienta.

La siguiente tabla recoge los métodos de medición directa e indirecta más utilizados en la actualidad e indica los errores que son capaces de medir cada uno [3] [13][14][15][16][17]

Tabla 3. Métodos de medición de los errores geométricos.

Método	Instrumento	Errores geométricos
Indirecto	Láser Tracker	Error de posición, error de rectitud, error de balanceo, error de cabeceo y error de guiñada.
Indirecto	Palpador MH Check	Error de posición y error de perpendicularidad.
Indirecto	Ball-bar telescopico	Error de rectitud y error de perpendicularidad.
Indirecto	Cross Grid Encoder	Error de rectitud y error de perpendicularidad.
Directo	Niveles electrónicos	Error de rectitud, error de balanceo, error de cabeceo y error de guiñada.
Directo	Interferómetro láser	Error de posición, error de rectitud, error de cabeceo, error de guiñada y error de perpendicularidad.
Directo	Autocolimador	Error de balanceo, error de cabeceo y error de guiñada.

En el Anexo 1 se describen en profundidad los métodos de medición indirecta y directa más utilizados en la actualidad.

## 4 Análisis y comparativa de las piezas patrón actuales.

Para realizar el diseño de la pieza patrón primero se deben analizar en profundidad los trabajos anteriores con el objetivo de conocer los errores geométricos que se pueden obtener según los diferentes diseños. A continuación se recopilan las distintas formas y características de las piezas patrón, el método de fabricación de cada una, el método de medición utilizado para poder obtener los errores geométricos y los errores geométricos de los ejes lineales o de los ejes de rotación que se pueden obtener de las piezas patrón de cada trabajo/artículo.

- *Machining tests to identify kinematic errors on five-axis machine tools [1].*
  - Forma y características: Pieza patrón de aleación de aluminio con estructura piramidal de 6 niveles en la parte superior. Se parte de un bloque de dimensiones 152x100x98 mm.
  - Fabricación: Fresa de extremo recto de carburo sinterizado de 20 mm.
  - Método de medición: MMC y barra telescópica de doble bola.
  - Errores geométricos: Errores de perpendicularidad.

En la siguiente figura se muestra el diseño descrito en este artículo.

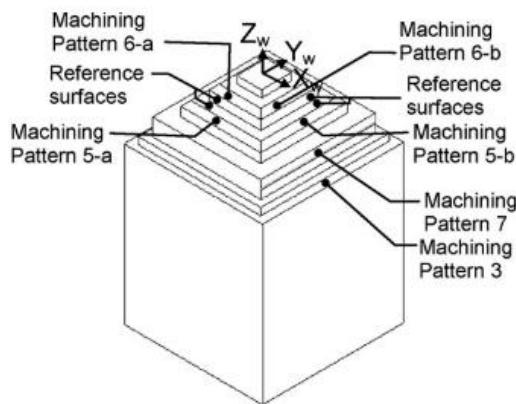


Figura 4. Diseño de la pieza patrón del artículo  
*Machining tests to identify kinematic errors on five-axis machine tools [1]*.

- *TFG Modelado y compensación de errores de sistemas de prototipado rápido [2].*
  - Forma y características: Pieza patrón de material FULLCURE 720 con forma estructural cúbica y con agujeros cónicos distribuidos por toda la geometría en

## Diseño de una pieza patrón para validación y verificación de máquina herramienta

las direcciones X, Y y Z. La estructura tiene aproximadamente unas dimensiones de 230x210x115 mm.

- Fabricación: Impresora 3D EDEN 350V.
- Método de medición: MMC.
- Errores geométricos: Error de posición, errores de rectitud, balanceo, cabeceo y guiñada para los tres ejes.

Este TFG obtuvo como resultado final el diseño mostrado en la siguiente figura.

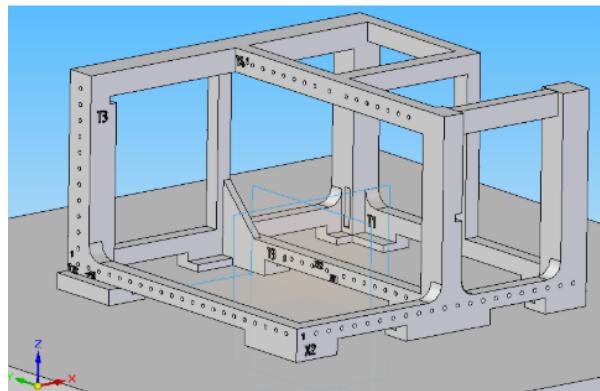


Figura 5. Diseño de la pieza patrón del TFG Modelado y compensación de errores de sistemas de prototipado rápido [2].

- *Proposal for a Standardized Test Artifact for Additive Manufacturing Machines and Processes [4].*

- Forma y características: Pieza patrón con forma de bloque cuadrado como base con diversas formas individuales sobre él. La pieza tiene una altura máxima de 17 mm y un volumen de 101000 mm<sup>3</sup>. Está diseñada para ser fabricada de yeso o de acero inoxidable dependiendo del método de fabricación.
- Fabricación: Por impresión 3D o por DMLS.
- Método de medición: Este artículo no realiza mediciones, se centra en el diseño y en los resultados que se esperan obtener.
- Errores geométricos: Errores de posición, de rectitud y de perpendicularidad en los ejes X, Y, y Z.

En la figura a continuación se muestra el diseño propuesto en este artículo.

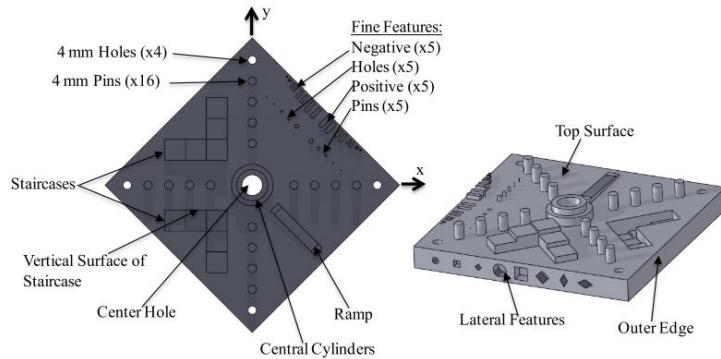


Figura 6. Diseño de la pieza patrón del artículo *Proposal for a Standardized Test Artifact for Additive Manufacturing Machines and Processes* [4].

- A machining test to evaluate geometric errors of five-axis machine tools with its application to thermal deformation test [5].

- Forma y características: Pieza de patrón de aleación de aluminio de forma cúbica con todas las caras mecanizadas con forma piramidal excepto la base. Antes de mecanizar se parte de un bloque de dimensiones 135x135x105 mm aproximadamente.
- Fabricación: Fresa de extremo recto de carburo sinterizado de 8 mm.
- Método de medición: MMC con sonda de activación por contacto.
- Errores geométricos: EXB, EYB, EZB, EAB, EBB, ECB.

La pieza patrón de este artículo se muestra en la figura a continuación.

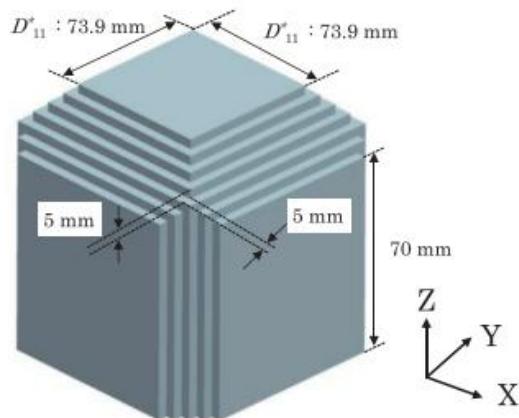


Figura 7. Diseño de la pieza patrón del artículo *A machining test to evaluate geometric errors of five-axis machine tools with its application to thermal deformation test* [5].

- TFG Verificación volumétrica y compensación de errores en sistemas de fabricación aditiva de plástico de bajo coste [6].

- Forma y características: Pieza patrón fabricada de PLA con estructura de pirámide lineal de altura total 49 mm.
- Fabricación: Impresión en 3D con el uso del software libre Cura.
- Método de medición: MMC.
- Errores geométricos: Coeficientes de las funciones del error de posición, de los errores de rectitud, de balanceo, de cabeceo y de guiñada para los ejes X, Y y Z. También error medio, error máximo y error optimizado de los ejes X, Y y Z.

El resultado de este trabajo fue el diseño que se puede observar en la siguiente figura.

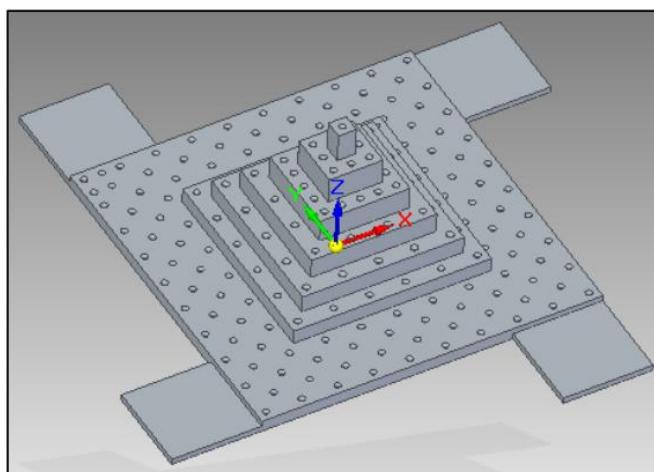
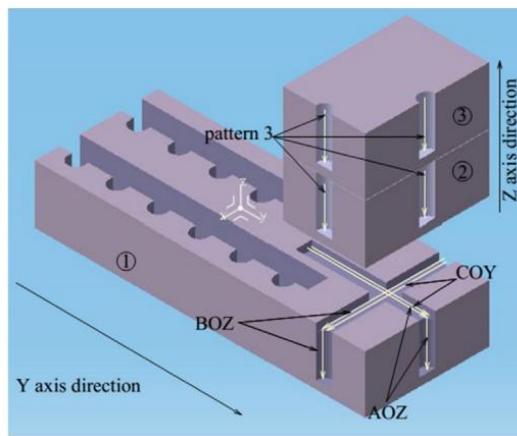


Figura 8. Diseño de la pieza patrón del TFG Verificación volumétrica y compensación de errores en sistemas de fabricación aditiva de plástico de bajo coste [6].

- Kinematic errors identification of three-axis machine tools based on machined work pieces [7].

- Forma y características: Piezas patrón con forma de bloques rectangulares con diferentes ranuras mecanizadas en todas las direcciones. El bloque utilizado para el cálculo de los errores del eje X tiene unas dimensiones de 500x150x100 mm, el del eje Y 400x150x80 mm y el del eje Z 150x100x70 mm.
- Fabricación: Fresadora de tres ejes.
- Método de medición: MMC.
- Errores geométricos: Error de posición, errores de rectitud, balanceo, cabeceo, guiñada y errores de perpendicularidad para los ejes X, Y y Z.

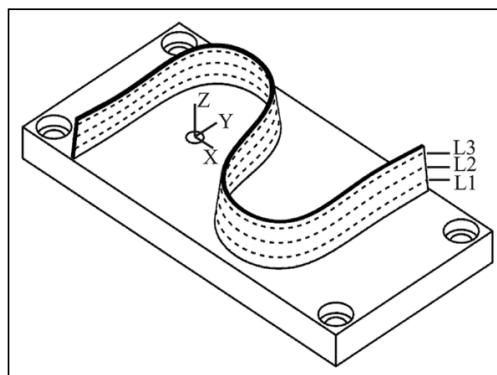
En la siguiente figura se muestra el diseño de las piezas patrón de este artículo.



*Figura 9. Diseño de las piezas patrón del artículo Kinematic errors identification of three-axis machine tools based on machined work pieces [7].*

- A geometric error tracing method based on the Monte Carlo theory of the five-axis gantry machining center [8].
  - Forma y características: Pieza patrón con forma de S fabricada en aleación de aluminio.
  - Fabricación: Centro de mecanizado de cinco ejes (FAGMC).
  - Método de medición: MMC, aplicando el método de análisis de sensibilidad global basado en Monte Carlo.
  - Errores geométricos: EZX, EAX, EBX, EZY, EAY, EBY, EZZ, EAZ, EBZ, EZC, EAC, EBC, EXB, EZB, EBB, EBO y EAO.

La pieza patrón diseñada se puede ver en la imagen a continuación.



*Figura 10. Diseño de la pieza patrón del artículo A geometric error tracing method based on the Monte Carlo theory of the five-axis gantry machining center [8].*

## Diseño de una pieza patrón para validación y verificación de máquina herramienta

- *Identification of integrated geometric errors of rotary axis and setup position errors for 5-axis machine tools [9].*
  - Forma y características: Pieza patrón cilíndrica mecanizada con forma de impulsor de turbocompresor.
  - Fabricación: Fresa de extremo plano de diámetro 6 mm.
  - Método de medición: MMC.
  - Errores geométricos: Error de movimiento axial, error de movimiento radial, error de oscilación del movimiento y error de movimiento de posicionamiento angular en los ejes A y C.

Las piezas patrón mecanizadas se muestran en la figura a continuación.



*Figura 11. Diseño de la pieza patrón del artículo Identification of integrated geometric errors of rotary axis and setup position errors for 5-axis machine tools [9].*

## 5 Diseño paramétrico de la pieza patrón.

En este capítulo se va a realizar el diseño paramétrico de una pieza patrón para utilizarla en el cálculo de los errores geométricos en una máquina herramienta de tres ejes lineales. El diseño paramétrico consiste en establecer unas relaciones entre un conjunto de parámetros y entre las geometrías del diseño. Estos parámetros son fácilmente modificables y su alteración produce un cambio inmediato en las dimensiones y en las características del diseño [18]. Esto hace que los diseños creados mediante este método sean fácilmente adaptables según las características de los distintos tipos de ensayos y máquinas obteniendo resultados óptimos. Es necesario el uso de programas 3D para su realización, en este caso para el diseño 3D se va a utilizar el programa Solid Edge, así como programas ofimáticos como Excel. El primer paso consiste en realizar el boceto en 2D de una geometría concreta de la pieza patrón y acotarla en todas sus dimensiones. A continuación estas dimensiones se configuran en ambos programas, definiendo su nombre en ambos y relacionando el campo de fórmula del Solid Edge con una casilla específica de una tabla de una hoja Excel. Estos pasos se muestran en las siguientes figuras.

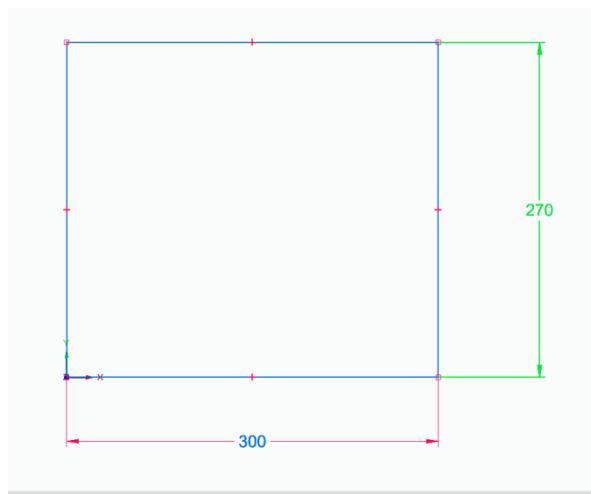


Figura 12. Definición dimensiones diseño paramétrico.

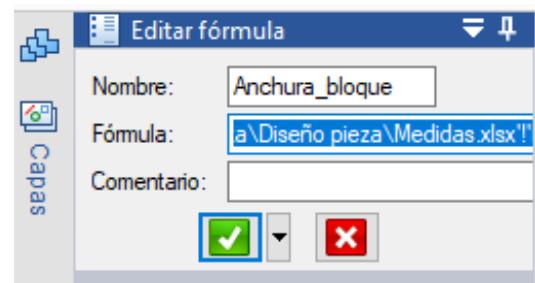


Figura 13. Relación dimensiones diseño paramétrico.

Después de realizar este paso en todas las dimensiones que definen el boceto se procede realizar las operaciones necesaria para obtener el modelo 3D. Con todas las geometrías adicionales que se realicen se seguirá el mismo procedimiento para configurar las dimensiones. Finalmente se obtiene un diseño 3D paramétrico. El diseño paramétrico va a permitir cambiar desde el Excel fácilmente las dimensiones de la pieza patrón y de todas las geometrías que la componen en función de las características necesarias para el ensayo. De esta forma el diseño resulta útil y fácilmente adaptable a los distintos ensayos y a las máquinas herramienta con las que estos se realicen.

Del análisis de trabajos anteriores se han deducido una serie de requisitos de diseño. El uso de un bloque rectangular como preforma inicial de la pieza patrón permite realizar una mayor cantidad de geometrías distintas y sus dimensiones dependerán del tamaño de la máquina herramienta y del volumen de verificación deseado. Si en él se realiza un mecanizado de una estructura piramidal esta geometría va a permitir realizar correctamente una verificación volumétrica, así como calcular individualmente los errores de perpendicularidad y algunos errores de los ejes lineales y de los ejes de rotación. Además conviene realizar agujeros cónicos en la superficie resultante porque va a permitir realizar mediciones más precisas con una MMC. Si estos agujeros se realizan en series estratégicamente situadas en todas las direcciones de la geometría de la pieza se podrán calcular todos los errores de movimiento los ejes lineales de una máquina herramienta. Por último, realizar ranuras en las piezas a diferentes alturas y con diferentes direcciones permite el cálculo de los 21 errores de los ejes lineales de una máquina herramienta. El motivo es que permite medir series de puntos paralelas posicionadas en un mismo plano lo que permite el cálculo de los errores de movimiento angular de los ejes lineales. Además se deberá considerar el tiempo de mecanizado y la cantidad de material que puede ser desperdiciado.

En los capítulos siguientes se desarrollarán 3 métodos distintos para el cálculo de los errores geométricos. Los métodos necesitan de diferentes características geométricas para obtener las mediciones necesarias para los cálculos. El objetivo es diseñar una pieza que sea de utilidad en todos los métodos, conteniendo una combinación de todas las geometrías necesarias, y que con ella se obtengan los resultados buscados.

Para obtener un diseño final de la pieza patrón que cumpla con todas las características descritas anteriormente se ha realizado un primer diseño de la pieza patrón. Tras realizarlo se ha analizado y se han realizado una serie de cambios y mejoras. Finalmente se han realizado tres versiones del diseño antes de llegar a obtener el diseño final de la pieza patrón. A continuación se describen el primer diseño y el final con los cambios que se han realizado y los motivos de estos cambios. Los dos diseños intermedios se describen en el Anexo 2.

## 5.1 Primer diseño de la pieza patrón.

El diseño inicial tiene unas dimensiones de 300x250 mm de base y 100 mm de altura. En la figura 14 se puede observar el diseño que se va a describir a continuación. Sobre 2 de las caras laterales exteriores de la preforma se realizan 3 ranuras paralelas a diferentes alturas (globo 1). A continuación se han realizado 4 ranuras principales en la superficie de la preforma, dos de ellas en dirección X y las otras en dirección Y con una anchura de 25 mm (globo 2). El siguiente

paso ha sido realizar una estructura piramidal cuadrada de tres niveles en la parte central de la superficie del bloque (globo 3). Despues de realizar la pirámide se han realizado unas ranuras en los contornos de la pieza creando un conjunto de almenas (globo 4). La separación entre las almenas es de 20 mm y estas llegan hasta la cota 70 mm de altura. Una vez finalizada la geometría de la pieza se han distribuido por la superficie un conjunto de agujeros cónicos.

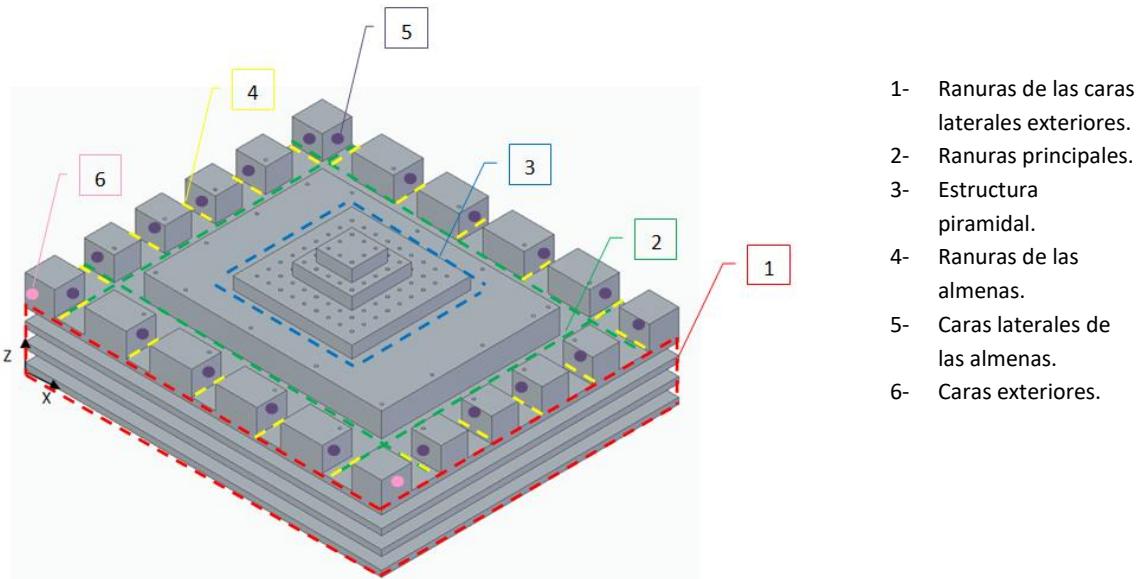


Figura 14. Identificación de las geometrías en la vista isométrica del primer diseño de la pieza patrón.

Estas geometrías que se pueden identificar en la figura 14 van a permitir el cálculo de errores mediante los tres métodos de verificación que se van a estudiar cómo se describirá en los siguientes capítulos.

## 5.2 Diseño final de la pieza patrón.

En los diseños intermedios descritos en el Anexo 2 se han cambiado las dimensiones de la pieza, las características de la estructura piramidal y de las ranuras principales, la altura de las almenas, se ha incrementado el número de agujeros cónicos y se han aumentado el número de ranuras exteriores así como de su separación. Todos estos cambios han sido mejoras respecto del diseño inicial para poder realizar mejor las verificaciones, reducir el tiempo de mecanizado y desperdiciar menos material. Para obtener el diseño final de la pieza patrón se analiza el tercer diseño y se realizan mejoras sobre él. Se ha reducido el número de agujeros cónicos en la superficie de la pieza hasta un total de 216, lo que supone reducir notablemente el tiempo de mecanizado. De esta forma hay suficientes puntos para realizar unas mediciones precisas sin invertir un tiempo excesivo en el mecanizado. Para dejar una separación coherente entre los distintos agujeros cónicos ha sido necesario incrementar la anchura de la pieza, quedando una base de dimensiones 300x270 mm.

Finalmente la pieza final mide 300x270x180, tiene 3 ranuras en cada una de las caras laterales exteriores, 4 ranuras principales de anchura 20 mm, una estructura piramidal rectangular de cuatro niveles, un conjunto de almenas en los contornos de la pieza que llegan a la cota 180

Diseño de una pieza patrón para validación y verificación de máquina herramienta

mm en Z y sobre la superficie se distribuirán un total de 216 agujeros cónicos. El diseño final de la pieza patrón se muestra en la siguiente figura.

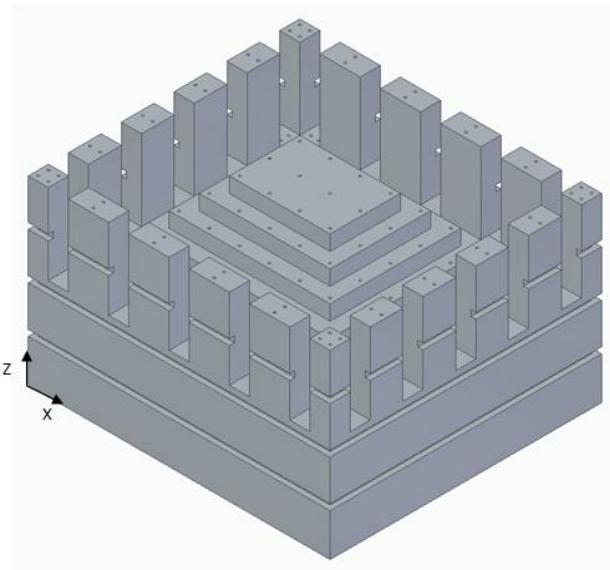


Figura 15. Vista isométrica del diseño final.

## 6 Verificación geométrica.

En este capítulo se van a explicar dos métodos para calcular los errores geométricos de una máquina herramienta mediante verificación geométrica. Los métodos están enfocados para el análisis de una máquina herramienta de tres ejes con modelo cinemático XFYZ. Este modelo viene determinado por el movimiento y la configuración de los ejes.

El modelo de la cadena cinemática se obtiene considerando que se puede acceder al punto de contacto común entre la herramienta y la pieza patrón desde dos cadenas cinemáticas diferentes. El relativo a XFYZ se muestra en la siguiente figura.

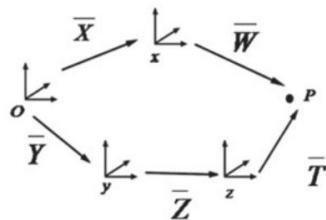


Figura 16. Esquema cinemático de la máquina herramienta[3].

Una cadena se asociará a YZ siendo relativa a la herramienta y la segunda cadena vendrá asociada a la pieza de trabajo y se asocia con el eje X [3]. Para obtener el modelo matemático básico de la cadena cinemática resulta necesario igualar las dos cadenas cinemáticas que llegan al punto común de contacto obteniendo la siguiente ecuación.

$$\bar{X} + \bar{R}^{-1}(X)\bar{W} = \bar{Y} + \bar{R}^{-1}(Y) * \bar{Z} + [\bar{R}^{-1}(Y) * \bar{R}^{-1}(Z)] * \bar{X}p$$

A continuación se despejará de la ecuación  $\bar{W}$  que representará el modelo.

$$\bar{W} = \bar{R}(X) * (-\bar{X} + \bar{Y}) + \bar{R}(X) * \bar{R}^{-1}(Y) * \bar{Z} + [\bar{R}(X) + \bar{R}^{-1}(Y) * \bar{R}^{-1}(Z)] * \bar{X}p$$

Las componentes del desplazamiento real de la máquina (X, Y y Z) se pueden obtener del desarrollo del modelo. Para ello será necesaria la sustitución de todas las matrices y vectores en la ecuación las cuales son los vectores  $\bar{X}$ ,  $\bar{Y}$  y  $\bar{Z}$  que representan la traslación de los tres ejes y las matrices la rotación de estos. El vector  $\bar{X}p$  representa el offset utilizado.

$$\bar{X} = \begin{bmatrix} X + EXX \\ EYX \\ EZX \end{bmatrix} \quad \bar{Y} = \begin{bmatrix} EXY - EBO * Y \\ Y + EYY \\ EZY \end{bmatrix} \quad \bar{Z} = \begin{bmatrix} EXZ - EBO * Z \\ EYZ - EAO * Z \\ Z + EZZ \end{bmatrix}$$

$$\bar{X}p = \begin{bmatrix} Xp \\ Yp \\ Zp \end{bmatrix}$$

$$\bar{R}(X) = \begin{bmatrix} 1 & ECX & -EBX \\ -ECX & 1 & EAX \\ EBX & -EAX & 1 \end{bmatrix} \quad \bar{R}^{-1}(X) = \begin{bmatrix} 1 & -ECX & EBX \\ ECX & 1 & -EAX \\ -EBX & EAX & 1 \end{bmatrix}$$

$$\bar{\bar{R}}(Y) = \begin{bmatrix} 1 & ECY & -EBY \\ -ECY & 1 & EAY \\ EBY & -EAY & 1 \end{bmatrix} \quad \bar{\bar{R}}^{-1}(Y) = \begin{bmatrix} 1 & -ECY & EBY \\ ECY & 1 & -EAY \\ -EBY & EAY & 1 \end{bmatrix}$$

$$\bar{\bar{R}}(Z) = \begin{bmatrix} 1 & ECZ & -EBZ \\ -ECZ & 1 & EAZ \\ EBZ & -EAZ & 1 \end{bmatrix} \quad \bar{\bar{R}}^{-1}(Z) = \begin{bmatrix} 1 & -ECZ & EBZ \\ ECZ & 1 & -EAZ \\ -EBZ & EAZ & 1 \end{bmatrix}$$

El vector  $\bar{W}$  se podrá definir tras el desarrollo como:

$$\bar{W} = \begin{bmatrix} XFinal \\ YFinal \\ ZFinal \end{bmatrix}$$

Las tres componentes de este vector se dan en una serie de extensas ecuaciones. Estas ecuaciones servirán como base para obtener los errores geométricos.

En los dos métodos va a ser necesario el uso de un conjunto de puntos con los valores nominales de sus coordenadas y los valores que se obtendrán con la medición de estos con una máquina de medición por coordenadas. Para comprobar los métodos de un modo más rápido se ha programado en Matlab un programa capaz de calcular el valor real de las coordenadas de un punto mediante simulación. Este programa consiste en la aplicación de la ecuación del modelo cinemático de la máquina herramienta. En el programa se introducirán unas funciones teóricas de cada error a calcular y los valores nominales de los puntos. En este caso se han simulado 480 puntos utilizando en cada caso los puntos necesarios en el cálculo de cada error. Además es necesario añadir el offset que se quiere introducir en cada uno de los tres ejes, el objetivo es evitar el acople de los diferentes errores y la medición de alguno de ellos. El programa se describe en profundidad en el Anexo 3. A continuación se explican los dos métodos utilizados.

## 6.1 Primer método de verificación geométrica.

Para realizar los cálculos mediante este método ha sido necesario el análisis del artículo de Pezeshki et al. [7] en el cuál se pretenden calcular los 21 errores geométricos de los ejes lineales. En este método se va a utilizar una formulación específica para el cálculo de cada error geométrico partiendo de que el desplazamiento final de una máquina herramienta es la combinación de las coordenadas nominales establecidas y los errores que se producen. La formulación utilizará los valores de las coordenadas nominales y las reales, en este caso las de simulación. Para comprobar la validez tanto del diseño de la pieza patrón como de la formulación planteada se comprobarán los errores con sus valores teóricos. Estos valores se obtienen de la aplicación directa de las funciones de error teóricas introducidas en la simulación de Matlab con el valor nominal de la coordenada correspondiente al eje de la dirección de movimiento.

La descripción de los puntos utilizados en el cálculo de cada error, sus coordenadas nominales así como su localización se muestran en el Anexo 4.

Tras el análisis no se ha conseguido obtener una fórmula adecuada para el cálculo de los errores EAZ, EBZ, ECZ ni de los errores de perpendicularidad. Esto se debe a que los errores de movimiento angular no han sido analizados en profundidad en el artículo analizado[7] y que los errores de perpendicularidad han sido medidos directamente por el ángulo y no se ha desarrollado el método. La siguiente tabla recoge las fórmulas planteadas según [7]y las funciones teóricas de cada error.

Tabla 4. Fórmulas para el cálculo de los errores geométricos mediante el primer método de verificación geométrica.

Error	Fórmula	Función teórica
EXX	Xnom-Xreal	4,5e-8*x^2-1,5e-4*x
EYX	Ynom-Yreal	-3,35e-8*x^2
EZX	Znom-Zreal	5e-8*x^2
EAX	$dy/\Delta z = (yb' - ya')/(zb' - za')$	-2,2e-10*x^2-1,1e-6*x
EBX	$dx/\Delta z = (xb' - xa')/(zb' - za')$	-7,2e-10*x^2+2,1e-6*x
ECX	$dx/\Delta y = (xb' - xa')/(yb' - ya')$	1,4e-10*x^2-1,7e-6*x
EXY	Xreal-Xnom	5,1e-8*y^2-6,4e-5*y
EYY	Yreal-Ynom	-3,56e-8*y^2+6,07e-5*y
EZY	Zreal-Znom	-1,19e-7*y^2
EAY	$dy/\Delta z = (yb' - ya')/(zb' - za')$	-3,2e-10*y^2+4,6e-6*y
EBY	$dx/\Delta z = (xb' - xa')/(zb' - za')$	5,7e-10*y^2-3,2e-6*y
ECY	$dy/\Delta z = (yb' - ya')/(xb' - xa')$	4,6e-10*y^2+2,6e-6*y
EXZ	Xreal-Xnom	1,8e-7*z^2+1,2e-5*z
EYZ	Yreal-Ynom	-4,96e-8*z^2-4,2e-5*z
EZZ	Zreal-Znom	-6,03e-8*z^2+1,36e-4*z
EAZ	-	-3,3e-10*z^2-2,2e-6*z
EBZ	-	8,2e-10*z^2-5,5e-6*z
ECZ	-	6,2e-10*z^2+6,1e-6*z
ECO	-	4e-4*x
EBO	-	-5e-4*x
EAO	-	-9,5e-4*y

Los cálculos de los errores geométricos con este método se han realizado de dos formas descritas a continuación.

#### 6.1.1 Cálculos y resultados de los errores geométricos individualmente.

En este apartado las coordenadas reales de los puntos se obtienen introduciendo en el programa de Matlab únicamente la función teórica del error geométrico que se quiere calcular, cada error geométrico se calculará aislado de la influencia del resto. Por este motivo para el cálculo de cada error geométrico se debe realizar una simulación. Es necesario comprobar que las fórmulas de los errores geométricos así como la geometría de la pieza son adecuadas para los cálculos.

En primer lugar se va a calcular los errores de posición y de rectitud de los ejes X, Y y Z. Estos resultados se compararán con el error teórico y se determinará si el método es válido en este caso.

El siguiente paso sería realizar el mismo procedimiento teniendo en cuenta esta vez la influencia que ejercen todos los errores sobre el calculado. Si se obtienen unos resultados exitosos se calcularían los errores de movimiento angular de los ejes lineales y por último los de perpendicularidad para determinar finalmente la validez del método. En las gráficas que se muestran a continuación se representan las comparaciones de los resultados que se han obtenido de aplicar las fórmulas planteadas en este capítulo, las cuales utilizaban las coordenadas reales y las coordenadas nominales con los resultados obtenidos de aplicar la función teórica.

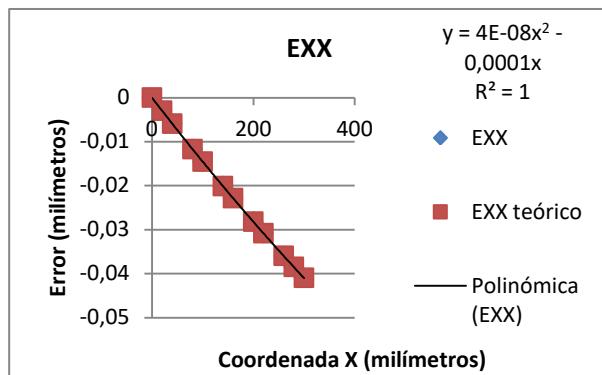


Figura 17. Comparativa de EXX sin la influencia del resto de errores geométricos con la aplicación del primer método de verificación geométrica.

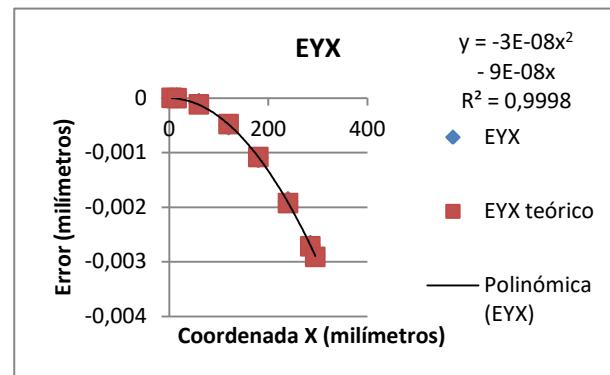


Figura 18. Comparativa de EYX sin la influencia del resto de errores geométricos con la aplicación del primer método de verificación geométrica.

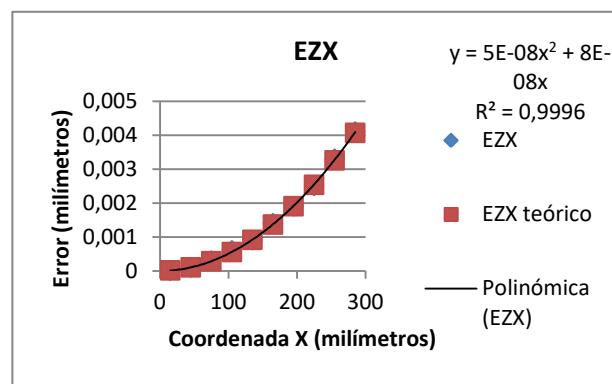


Figura 19. Comparativa de EZX sin la influencia del resto de errores geométricos con la aplicación del primer método de verificación geométrica.

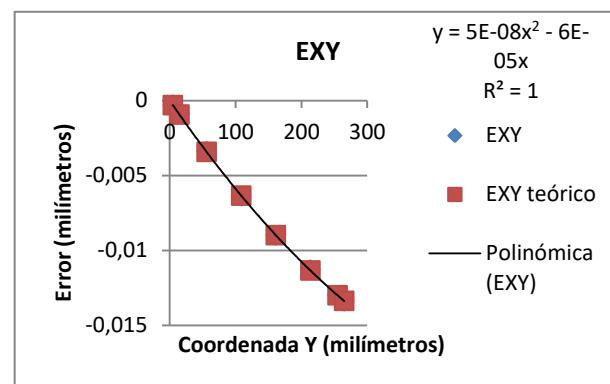


Figura 20. Comparativa de EXY sin la influencia del resto de errores geométricos con la aplicación del primer método de verificación geométrica.

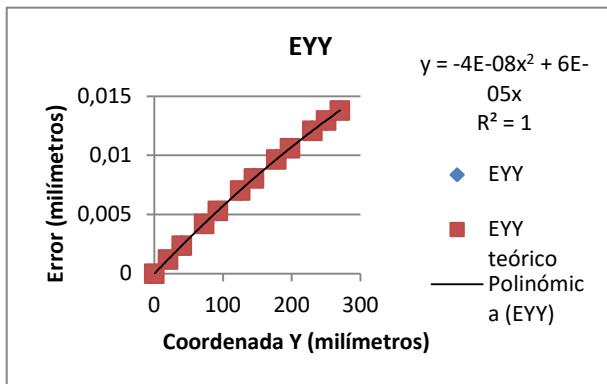


Figura 21. Comparativa de EYY sin la influencia del resto de errores geométricos con la aplicación del primer método de verificación geométrica.

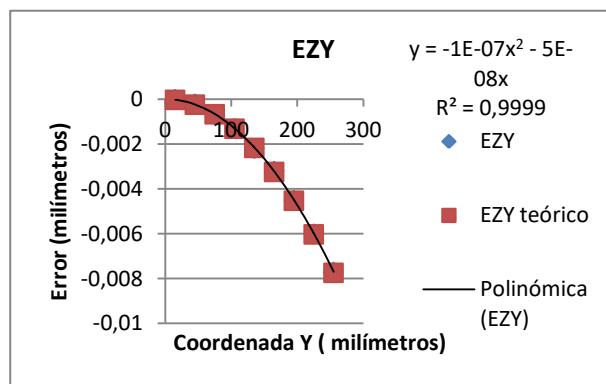


Figura 22. Comparativa de EZY sin la influencia del resto de errores geométricos con la aplicación del primer método de verificación geométrica.

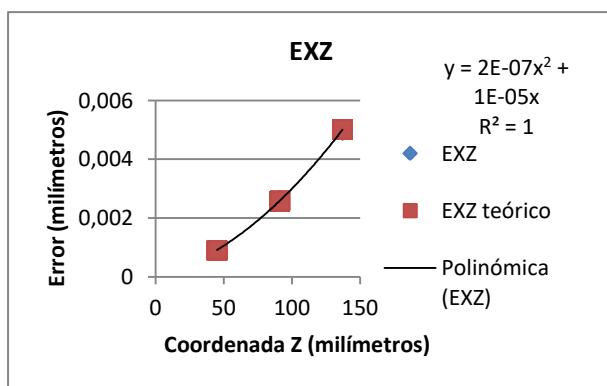


Figura 23. Comparativa de EXZ sin la influencia del resto de errores geométricos con la aplicación del primer método de verificación geométrica.

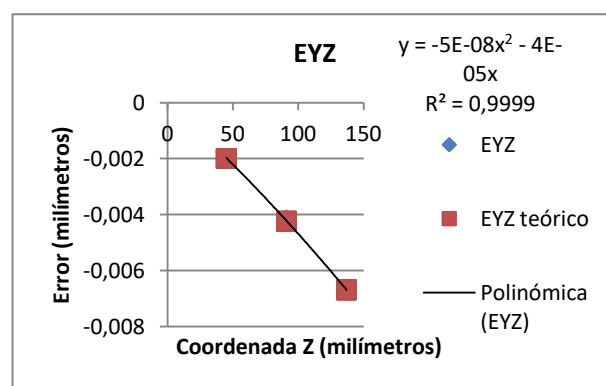


Figura 24. Comparativa de EYZ sin la influencia del resto de errores geométricos con la aplicación del primer método de verificación geométrica.

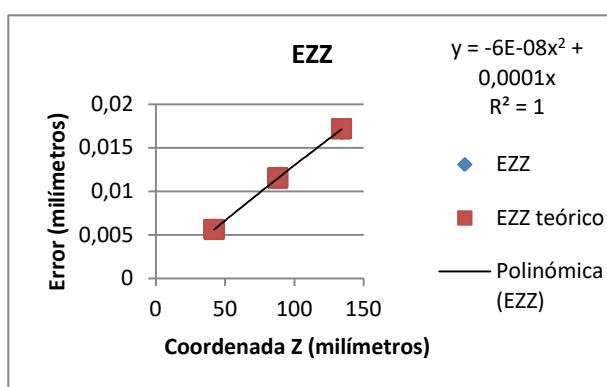


Figura 25. Comparativa de EZZ sin la influencia del resto de errores geométricos con la aplicación del primer método de verificación geométrica.

Las tablas correspondientes a estas gráficas, que incluyen las coordenadas y el valor del error en cada punto, se pueden encontrar en el Anexo 5.

Analizando todas las gráficas se puede comprobar que los valores de los errores calculados mediante las fórmulas descritas en este capítulo coinciden con el valor de los errores obtenidos con la aplicación de la función teórica. Se determina que el método es válido para calcular los errores de movimiento lineal de los tres ejes lineales cuando estos errores están aislados de la influencia del resto de errores.

### **6.1.2 Cálculos y resultados de los errores geométricos con la influencia de todos los errores geométricos.**

En este caso en el cálculo de cada error geométrico influirán los 21 errores de la máquina. Se realizará una sola simulación con las funciones teóricas de todos los errores geométricos para obtener las coordenadas reales que se usarán en todos los cálculos. El procedimiento que se ha llevado a cabo en este caso tiene alguna diferencia respecto al anterior.

En primer lugar se han calculado los errores con las fórmulas planteadas utilizando las coordenadas nominales y las coordenadas reales obtenidas por simulación. Los resultados de estos errores no coinciden con los obtenidos con las funciones teóricas. Esto se debe a la influencia del resto de errores geométricos en el error que se está calculando. Para conseguir unos resultados válidos resulta necesario eliminar esta influencia del valor resultante del error. Como cada error utiliza una serie de puntos para su cálculo se conseguirá eliminar la influencia del resto con el uso del valor del error geométrico del punto de la serie que tiene valor 0 en la coordenada del eje en el que se está estudiando el error, el de la dirección de movimiento. Este valor se restará al valor del error de todos los puntos de la serie. Esto se debe a que en la coordenada 0 el valor del error se debe mayoritariamente a la influencia del resto, por este motivo también se pueden utilizar valores cercanos a 0 como 5 o 15 debido a que en ellos prácticamente todo el valor se debe a la influencia del resto. Para los errores geométricos de los ejes X e Y se ha podido obtener el valor a restar de entre los valores de la serie seleccionados. Para los errores geométricos en el eje Z ha sido necesaria la simulación de unos puntos teóricos con coordenada 0 en Z correspondiente a las series utilizadas. Estos puntos son teóricos debidos a que no se podrán obtener de la geometría de la pieza. El valor del error de estos puntos es el que se ha utilizado para la resta.

Como ejemplo se va a describir el procedimiento realizado para el cálculo del error EXX. En primer lugar se obtienen las coordenadas reales de la simulación con todas las funciones teóricas de todos los errores. A continuación se calcula el valor del error en cada punto mediante la formulación. Los valores obtenidos se muestran en la siguiente tabla.

*Tabla 5. Cálculo de EXX.*

Punto	Coordenadas nominales			Coordenadas reales			EXX(mm)	EXX teórico (mm)
	X(mm)	Y(mm)	Z(mm)	X(mm)	Y(mm)	Z(mm)		
385	0	10	175	0,0069776	9,9917	175,0219	-0,0069776	0
387	20	10	175	20,01	9,9917	175,0219	-0,01000	-0,00298
389	40	10	175	40,0129	9,9918	175,0219	-0,01290	-0,00593
391	80	10	175	80,0187	9,9919	175,0216	-0,01870	-0,01171
393	100	10	175	100,0215	9,9921	175,0214	-0,02150	-0,01455
395	140	10	175	140,0271	9,9924	175,021	-0,02710	-0,02012
397	160	10	175	160,0298	9,9926	175,0207	-0,02980	-0,02285
399	200	10	175	200,0352	9,9931	175,0199	-0,03520	-0,02820
401	220	10	175	220,0378	9,9934	175,0195	-0,03780	-0,03082
403	260	10	175	260,0429	9,994	175,0186	-0,04290	-0,03596
405	280	10	175	280,0454	9,9944	175,018	-0,04540	-0,03847
407	300	10	175	300,0479	9,9947	175,0174	-0,04790	-0,04095

El error EXX mide el error de movimiento X en la dirección de movimiento X. Inicialmente el error en la coordenada correspondiente a la dirección de movimiento debe ser 0, lo que se observa es que esto no se cumple debido a que el valor que se muestra en la tabla se debe a la influencia del resto de errores. Para solucionar este problema se restará el valor de -0,0069776 al valor del error de todos los puntos de la serie. En la siguiente tabla se muestra el resultado de esta operación.

*Tabla 6. Cálculo de EXX eliminando la influencia del resto de errores geométricos.*

Punto	Coordenadas nominales			Coordenadas reales			EXX(mm)	EXX teórico (mm)
	X(mm)	Y(mm)	Z(mm)	X(mm)	Y(mm)	Z(mm)		
385	0	10	175	0,0069776	9,9917	175,0219	0	0
387	20	10	175	20,01	9,9917	175,0219	-0,00302	-0,00298
389	40	10	175	40,0129	9,9918	175,0219	-0,00592	-0,00593
391	80	10	175	80,0187	9,9919	175,0216	-0,01172	-0,01171
393	100	10	175	100,0215	9,9921	175,0214	-0,01452	-0,01455
395	140	10	175	140,0271	9,9924	175,021	-0,02012	-0,02012
397	160	10	175	160,0298	9,9926	175,0207	-0,02282	-0,02285
399	200	10	175	200,0352	9,9931	175,0199	-0,02822	-0,02820
401	220	10	175	220,0378	9,9934	175,0195	-0,03082	-0,03082
403	260	10	175	260,0429	9,994	175,0186	-0,03592	-0,03596
405	280	10	175	280,0454	9,9944	175,018	-0,03842	-0,03847
407	300	10	175	300,0479	9,9947	175,0174	-0,04092	-0,04095

De esta forma se han podido obtener unos errores geométricos con la formulación desarrollada que coinciden con los de las funciones teóricas como se podrá comprobar en las gráficas de este apartado.

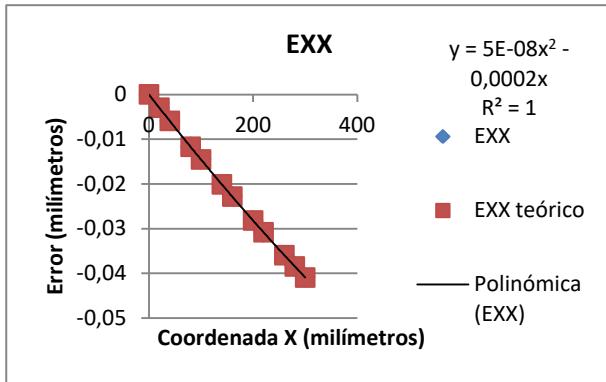


Figura 26. Comparativa de EXX con la influencia del resto de errores geométricos con la aplicación del primer método de verificación geométrica.

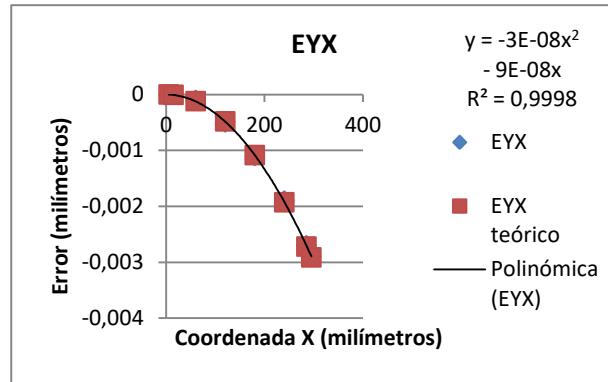


Figura 27. Comparativa de EYX con la influencia del resto de errores geométricos con la aplicación del primer método de verificación geométrica.

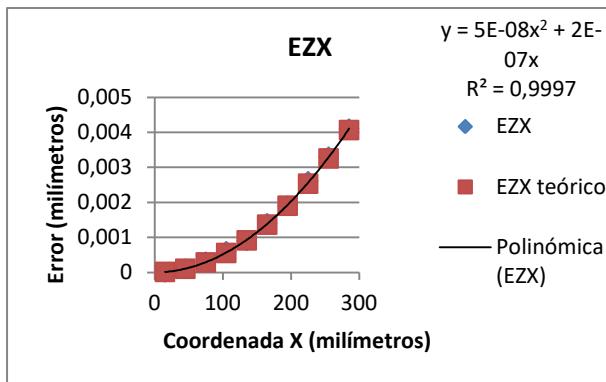


Figura 28. Comparativa de EZX con la influencia del resto de errores geométricos con la aplicación del primer método de verificación geométrica.

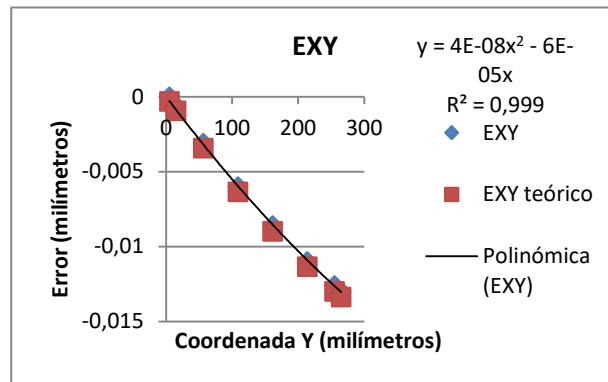


Figura 29. Comparativa de EXY con la influencia del resto de errores geométricos con la aplicación del primer método de verificación geométrica.

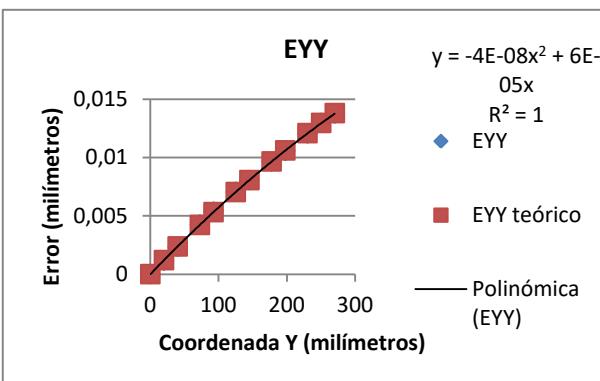


Figura 30. Comparativa de EYY con la influencia del resto de errores geométricos con la aplicación del primer método de verificación geométrica.

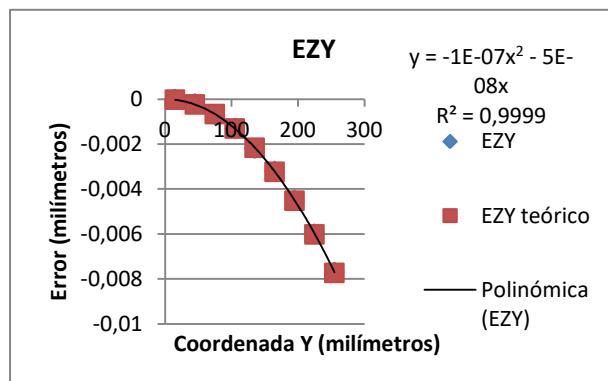


Figura 31. Comparativa de EZY con la influencia del resto de errores geométricos con la aplicación del primer método de verificación geométrica.

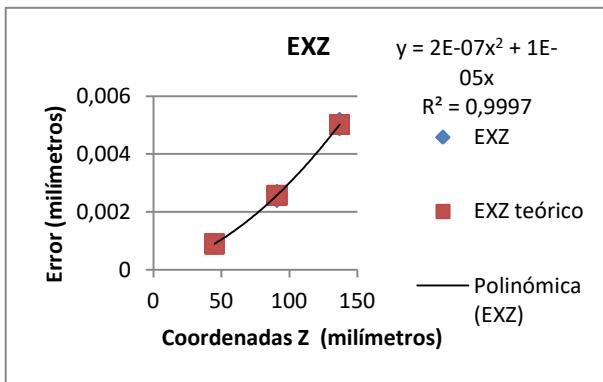


Figura 32. Comparativa de EXZ con la influencia del resto de errores geométricos con la aplicación del primer método de verificación geométrica.

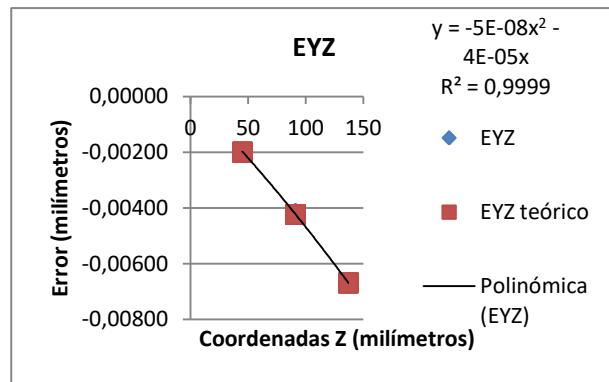


Figura 33. Comparativa de EYZ con la influencia del resto de errores geométricos con la aplicación del primer método de verificación geométrica.

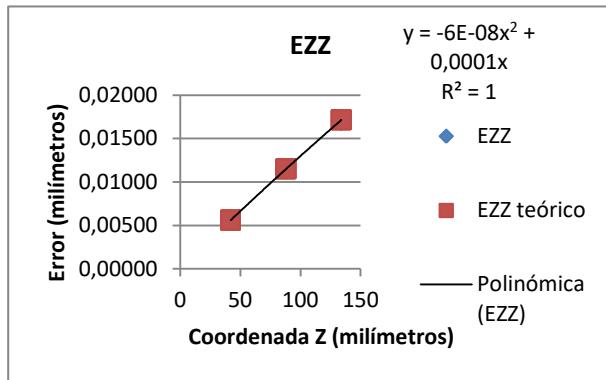


Figura 34. Comparativa de EZZ con la influencia del resto de errores geométricos con la aplicación del primer método de verificación geométrica.

Las tablas correspondientes a estas gráficas que incluyen las coordenadas y el valor del error en cada punto se pueden encontrar en el Anexo 5.

Los errores geométricos calculados con las fórmulas y los de las funciones teóricas son coincidentes en las gráficas. El método resulta válido para el cálculo de errores de posición y de rectitud en los ejes X, Y y Z cuando cada error geométrico se ve influenciado por los 21 errores geométricos.

Tras validar estos dos casos se ha procedido a calcular los errores de balanceo, cabeceo y guiñada en los ejes X y Y con la influencia de todos los errores geométricos en cada caso, el error en Z no se ha evaluado por no haber obtenido las fórmulas necesarias. El método de cálculo para estos errores no se ha podido validar. Los resultados obtenidos del cálculo de los errores mediante formulación y mediante la función teórica no coinciden, por este motivo este método queda descartado para el cálculo de estos errores geométricos. En el Anexo 5 se muestran las tablas con los resultados obtenidos de los errores de movimiento angular.

## 6.2 Segundo método de verificación geométrica.

### 6.2.1 Descripción general del método.

En este segundo método de verificación geométrica se van a calcular los errores geométricos mediante la formulación que se obtiene a partir del modelo matemático simplificado de la máquina herramienta y analizando la tesis de Acosta [3].

El modelo simplificado se basa en considerar despreciables aquellos términos de las ecuaciones XFinal, YFinal y ZFinal del modelo básico que tengan un grado igual o mayor que dos por poderse despreciar. El error en cada eje se podrá definir de la siguiente forma[3]:

$$\bar{E} = \bar{P} + \bar{\bar{A}} * \bar{C}Nom + \bar{\bar{A}}p * \bar{X}p$$

Con lo que la fórmula de desplazamiento final será  $\bar{W} = \pm \bar{C}Nom + \bar{E}$ .

- $\bar{P}$ : Se compone de los errores de posición y rectitud de cada ecuación del modelo.
- $\bar{\bar{A}}$ : Se compone de los errores de rotación de las ecuaciones del modelo.
- $\bar{C}Nom$ : Se compone de aquellas coordenadas nominales que se incluyen individualmente en las ecuaciones del modelo.
- $\bar{\bar{A}}p$ : Se compone de todos los errores de rotación multiplicados por un offset que aparecen en las ecuaciones del modelo.
- $\bar{X}p$ : Se compone de los términos de offset de la herramienta o del palpador.

A continuación se presentan los vectores y las matrices.

$$\bar{P} = \begin{bmatrix} -EXX + EXY + EXZ \\ -EYX + EYY + EYZ \\ -EZx + EZY + EZZ \end{bmatrix} \quad \bar{\bar{A}} = \begin{bmatrix} 0 & ECX - ECO & -EBX + EBY - EBO \\ ECX & 0 & EAX - EAY - EA0 \\ -EBX & -EAX & 0 \end{bmatrix}$$

$$\bar{C}Nom = \begin{bmatrix} -XNom \\ YNom \\ ZNom \end{bmatrix} \quad \bar{X}p = \begin{bmatrix} Xp \\ Yp \\ Zp \end{bmatrix}$$

$$\bar{\bar{A}}p = \begin{bmatrix} 0 & ECX - ECY - ECZ & EBX + EBY + EBZ \\ -ECX + ECY + ECZ & 0 & EAX - EAY - EAZ \\ EBX - EBY - EBZ & EAX + EAY + EAZ & 0 \end{bmatrix}$$

El primer paso para obtener el valor de un error geométrico será identificarlo en la matriz de los errores de rotación  $\bar{A}$ , en la matriz de los errores de rotación con offset  $\bar{A}p$  o en el vector de los errores de movimiento lineal sobre un eje lineal,  $\bar{P}$ . Los errores de cabeceo, guiñada y balanceo se buscarán en  $\bar{A}$  y de no estar ahí se buscarán en  $\bar{A}p$ , en cambio, los errores de posición y rectitud se buscarán en el vector  $\bar{P}$ . El siguiente paso será definir para cada tipo de error la ecuación de desplazamiento. Será necesario tener en cuenta si en el cálculo de ese error afectan otro tipo de errores lo cual se reflejará en la ecuación de desplazamiento y vendrá determinado por la posición del error a calcular dentro de la matriz o del vector en el que se encuentra. La fórmula final para calcular un error se obtiene con las ecuaciones de desplazamiento obtenidas en diferentes series de puntos. Para realizar el cálculo de errores según este método va a ser necesario utilizar series paralelas de mediciones de puntos, esto es debido a que se toma como base el método de la barra de bolas.

En el Anexo 6 se describe el cálculo de cada error geométrico, en él se determina que son necesarias tres series de puntos para cada eje situadas estratégicamente para poder calcular con ellas los errores de los ejes X, Y y Z. Teniendo esto en cuenta para cada eje se van a realizar tres series de medidas, de esta forma se podrán medir con ellas todos los errores para una máquina de tres ejes.

Para el eje X se realizarán las series X1 y X2 con dirección X y situadas en el mismo plano XY, separadas una distancia Y. La serie X3 será paralela a X1, estando en el mismo plano XZ y separada una distancia Z.

Para la serie Y3 se realizará una medición central en dirección Y. Y1 e Y2 se obtienen con la aplicación de dos offsets, quedando ambas en el mismo plano XY a distinta altura de Y3 por el offset Zp y separadas por el offset que se dé en Xp. Se podrá utilizar el promedio de Y1 e Y2 junto con Y3 para los cálculos.

Para las series en Z se ha partido de una serie central de la que se han obtenido las tres series. Para obtener Z1 y Z2 se ha aplicado un offset Xp, quedando separadas debido a él. Z1 y Z2 se encuentran en el mismo plano XZ. Para sacar Z3 se ha aplicado a la serie inicial un offset Yp. Z3 se encuentra en un plano XZ paralelo. De esta forma se podrán calcular los errores con ellas y con el promedio que resulta de las series Z1 y Z2.

En este capítulo los offset que se van a utilizar son Xp=-90 y Zp=-30 para Y1, Xp=90 y Zp=-30 para Y2, Xp=60 para Z1, Xp=-60 para Z2 y Yp=260 para Z3. En las siguientes figuras se representan las distintas series.

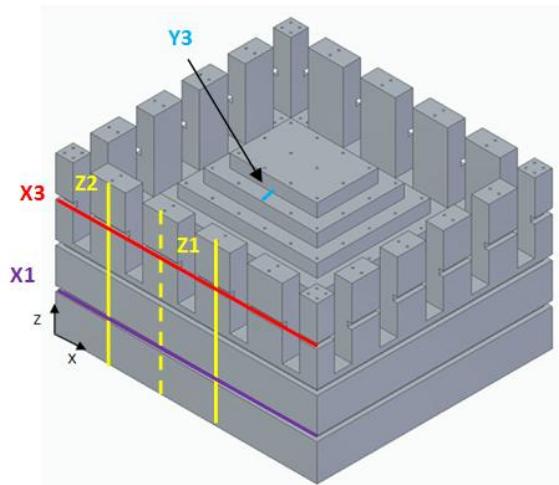


Figura 35. Representación de las series en vista isométrica.

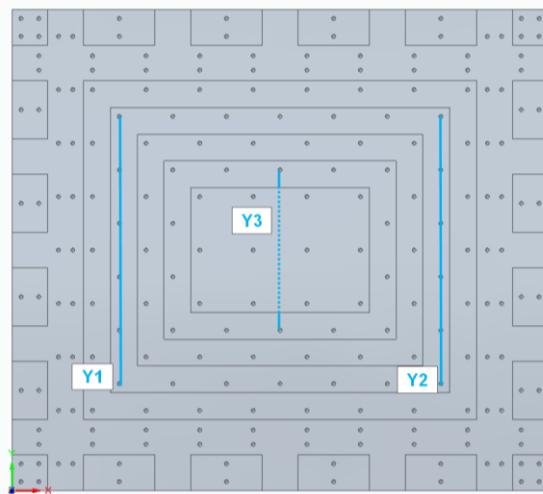


Figura 36. Representación de las series en vista en planta.

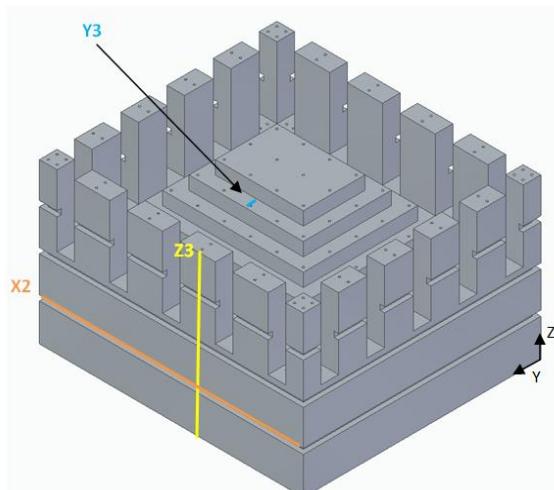


Figura 37. Representación de las series en vista isométrica posterior.

En la tabla a continuación se presentan todas las fórmulas que se van a utilizar, las cuáles se han obtenido de la tesis de D. Acosta [3] y se han analizado para determinar aptas para este ensayo. En las fórmulas se refleja el desarrollo explicado anteriormente y se relacionan las series con los distintos errores.

Tabla 7. Fórmulas para el cálculo de los errores geométricos mediante el segundo método de verificación geométrica.

Error	Fórmulas	Funciones primer grado	Funciones segundo/tercer grado
ECX	$\frac{X1final i(X) - X2final i(X)}{X1nom i(Y) - X2nom i(Y)}$	8,8e-3*x	-4E-06x2 + 0,0112x
EBX	$\frac{X1final i(X) - X3final i(X)}{X3nom i(Z) - X1nom i(Z)}$	7,2e-3*x	1E-05x2 + 0,0005x
EAY	$\frac{Y3final i(Y) - \left( \frac{Y1final i(Y) + Y2final i(Y)}{2} \right)}{\frac{Y1nom i(Z) + Y2nom i(Z)}{2} - Y3nom i(Z)}$	-0,0275*y	4E-06y2 - 0,0295y
ECY	$\frac{Y2final i(Y) - Y1final i(Y)}{Y2(Xp) - Y1(Xp)}$	0,0014*y	9E-06y2 - 0,0024y
EBZ	$\frac{Z1final i(Z) - Z2final i(Z)}{Z2(Xp) - Z1(Xp)}$	-0,0068*z	-1E-06z3 + 0,0003z2 - 0,0313z
EAZ	$\frac{Z3final i(Z) - [(Z1final i(Z) + Z2final i(Z))/2]}{Z3(Yp)}$	-0,006*z	-5E-05z2 + 0,0067z
EXX	$-Xfinal i(X) - Xnom i(X) + ECX * Xnom i(Y) - EBX * Xnom i(Z)$	-3e-5*x	3E-08x2 - 4E-05x
EYY	$Y1final i(Y) - Y1nom i(Y) - ECX * Y1nom i(X) + EAY * Y1nom i(Z) + ECX * Y1nom i(Xp) - ECY * Y1(Xp)$	4e-5*y	-9E-08y2 + 8E-05y
EZZ	$Z1final i(Z) - Z1nom i(Z) - EBX * Z1(Xp) + EBZ * Z1(Xp)$	3e-5*z	-4E-07*(z^2) + 0,0001*z
EAX	$\frac{X1corregida i(Y) - X3corregida i(Y)}{X1nom i(Z) - X3nom i(Z)}$	-0,0019*x	-5E-08x3 + 5E-05x2 - 0,0165x
EBY	$\frac{\left( \frac{Y1corregida i(X) + Y2corregida i(X)}{2} \right) - Y3corregida i(X)}{\left( \frac{Y1nom i(Z) + Y2nom i(Z)}{2} \right) - Y3nom i(Z)}$	-0,0069*y	-8E-06y2 - 0,0038y
ECZ	$\frac{Z1corregida i(Y) - Z2corregida i(Y)}{Z1nom i(X) - Z2nom i(X)}$	-	-
EZX	$Xnom i(Z) - Xfinal i(Z) - EBX * Xnom i(X) - EAX * Xnom i(Y)$	5e-5*x	2E-10x3 - 1E-07x2 + 3E-05x
EYX	$Xnom i(Y) - Xfinal i(Y) + ECX * Xnom i(X) + EAX * Xnom i(Z) - EAY * Xnom i(Z)$	5e-5*x	-7E-08x2 + 3E-05x

EZY	$Y3final i(Z) - Y3nom i(Z) + EBX \cdot Y3nom i(X) + EAX \cdot Y3nom i(Y)$	4e-5*y	-4E-10y3 + 3E-07y2 - 6E-05y
EXY	$Y3final i(X) - Y3nom i(X) - ECX \cdot Y3nom i(Y) + EBX \cdot Y3nom i(Z) - EBY \cdot Y3nom i(Z)$	-6e-5*y	-1E-10y3 + 1E-07y2 - 2E-05y
EXZ	$Z3final i(X) - Z3nom i(X) - ECX \cdot Z3nom i(Y) + EBX \cdot Z3nom i(Z) - EBY \cdot Z3nom i(Z) - ECX \cdot Z3(Yp) + ECY \cdot Z3(Yp) + ECZ \cdot Z3(Yp)$	4e-5	5E-09z3 - 1E-06z2 + 0,0001z
EYZ	$Z1final i(Y) - Z1nom i(Y) - ECX \cdot Z1nom i(X) - EAX \cdot Z1nom i(Z) + EAY \cdot Z1nom i(Z) + ECX \cdot Z1(Xp) - ECY \cdot Z1(Xp) - ECZ \cdot Z1(Xp)$	-2e-5*z	1E-07x2 - 3E-05x

Una vez identificadas las ecuaciones necesarias y las series de puntos que se van a utilizar se procede a obtener las coordenadas reales que tendrían estos puntos tras la medición mediante simulación. La simulación se realizará de la misma forma que en el primer método de verificación geométrica. El siguiente paso es introducir los valores reales de las coordenadas junto con los nominales en las fórmulas para obtener los errores. Los resultados se compararán con los valores teóricos de cada error como en el método anterior. De esta forma se podrá comprobar que el diseño de la pieza es adecuado para medir los errores geométricos y que las fórmulas utilizadas son adecuadas para ello.

Este procedimiento se ha realizado de cinco formas distintas descritas a continuación.

### 6.2.2 Cálculos y resultados de los errores geométricos calculados individualmente.

En la simulación para calcular las coordenadas reales que se obtendrán en la medición se ha introducido solamente la función lineal de primer grado de error teórica correspondiente al error geométrico que se quiere calcular y se ha utilizado el modelo matemático básico.

En la descripción de este método se ha visto que algunos errores utilizan en su cálculo series con offset debido a sus posiciones en las matrices  $\bar{A}$ ,  $\bar{A}p$  y al vector  $\bar{P}$ , las cuales se han mostrado al inicio de este capítulo. Cuando se realiza una simulación con el programa de Matlab es necesario introducir el offset que se va a aplicar en el cálculo de las coordenadas reales y como anteriormente se ha explicado se van a utilizar distintos offset para la obtención de cada serie, dependiendo donde esta se quiera situar. Por este motivo para el cálculo de cada error en algunos casos ha sido necesario realizar más de una simulación para obtener las coordenadas reales de una serie debido a los distintos offsets.

Las coordenadas nominales y las reales se utilizan en la formulación descrita para la obtención de los errores, excepto para ECZ que no se podrá medir con este método en ninguno de los casos por ser balanceo del eje vertical y necesitarse otro tipo de equipos para ello. En los casos que se ha introducido un offset, las coordenadas nominales quedan sustituidas por las coordenadas con offset. Es decir, si por ejemplo la coordenada de un punto de una serie en el eje X era 120 y se le ha aplicado un offset Xp de 60, el valor de la coordenada nominal en X que se utilizará será 180. Esto se debe a se ha realizado una pequeña variación en la obtención de las series respecto a la tesis analizada [3] debido a la geométrica de la pieza de este trabajo y

de esta forma los resultados de los cálculos se deberán únicamente al error y no a la diferencia de coordenadas.

Como se puede ver en las gráficas a continuación se han comparado los errores obtenidos mediante las fórmulas planteadas en este método con los que se obtendrían de aplicar la función de error teórica. En las gráficas se puede observar que en muchos puntos el error obtenido mediante formulación y el teórico resulta coincidente o con una proximidad aceptable en todos los casos excepto en EBY. En EBY además de presentar una gran diferencia en los valores del error se observa que la tendencia lineal es distinta. Este problema se puede deber a utilizar unas series para los cálculos únicamente con dos puntos, la solución sería utilizar series mayores.

Para este caso se puede concluir que la formulación resulta válida para todos los casos excepto para ECZ, y EBY ya que no se pueden comprobar adecuadamente en el diseño realizado.

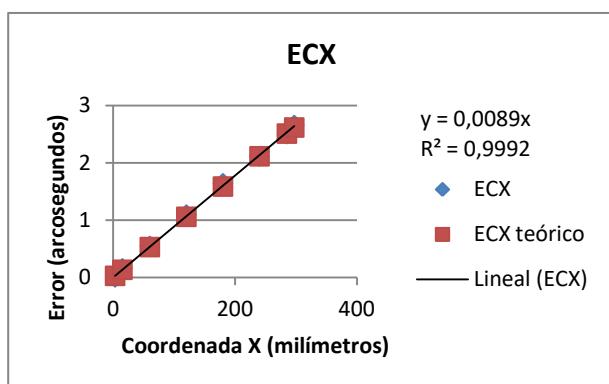


Figura 38. Comparativa de ECX sin la influencia del resto de errores geométricos con la aplicación del segundo método de verificación geométrica.

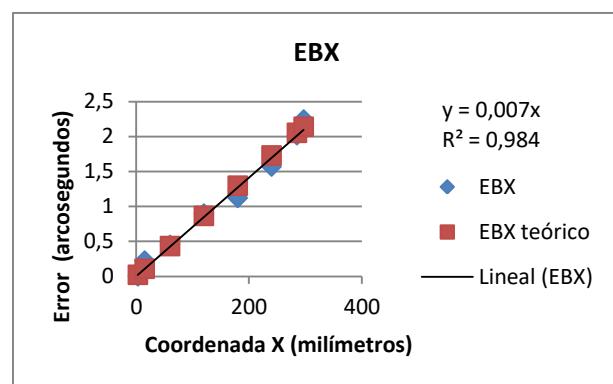


Figura 39. Comparativa de EBX sin la influencia del resto de errores geométricos con la aplicación del segundo método de verificación geométrica.

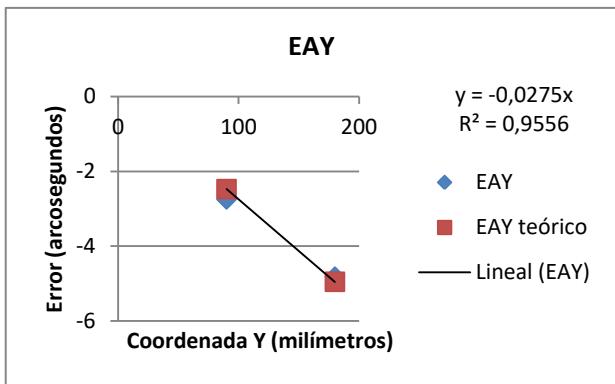


Figura 40. Comparativa de EAY sin la influencia del resto de errores geométricos con la aplicación del segundo método de verificación geométrica.

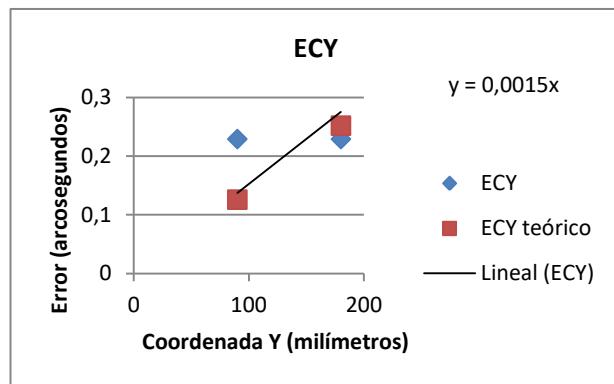


Figura 41. Comparativa de ECY sin la influencia del resto de errores geométricos con la aplicación del segundo método de verificación geométrica.

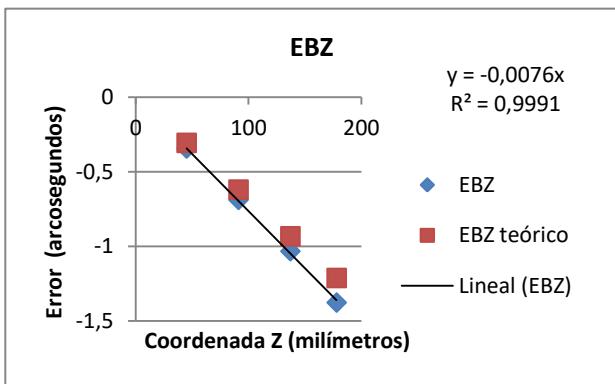


Figura 42. Comparativa de EBZ sin la influencia del resto de errores geométricos con la aplicación del segundo método de verificación geométrica.

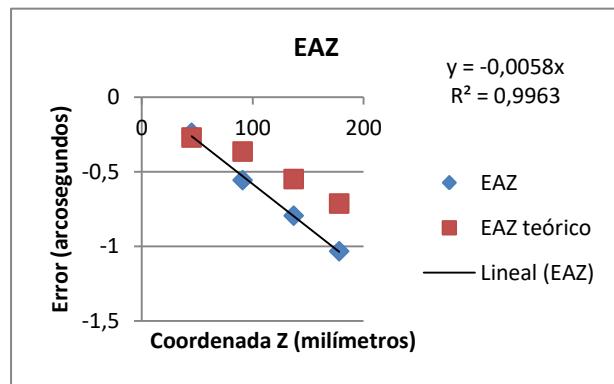


Figura 43. Comparativa de EAZ sin la influencia del resto de errores geométricos con la aplicación del segundo método de verificación geométrica.

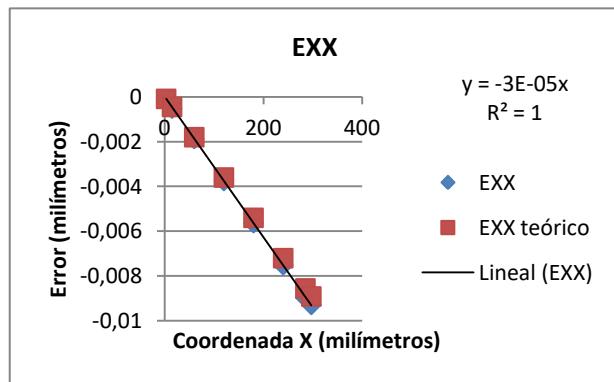


Figura 44. Comparativa de EXX sin la influencia del resto de errores geométricos con la aplicación del segundo método de verificación geométrica.

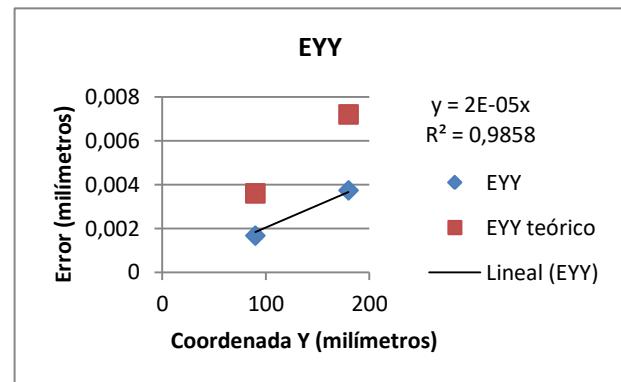


Figura 45. Comparativa de EYY sin la influencia del resto de errores geométricos con la aplicación del segundo método de verificación geométrica.

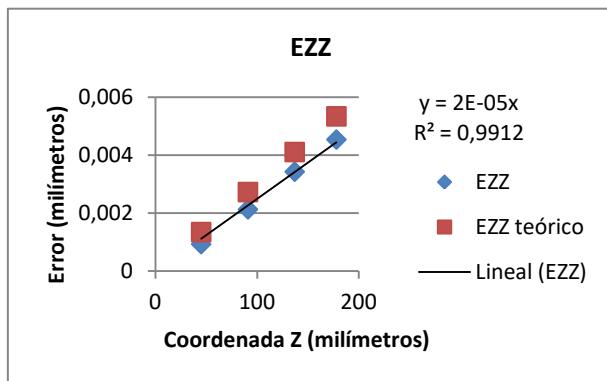


Figura 46. Comparativa de EZZ sin la influencia del resto de errores geométricos con la aplicación del segundo método de verificación geométrica.

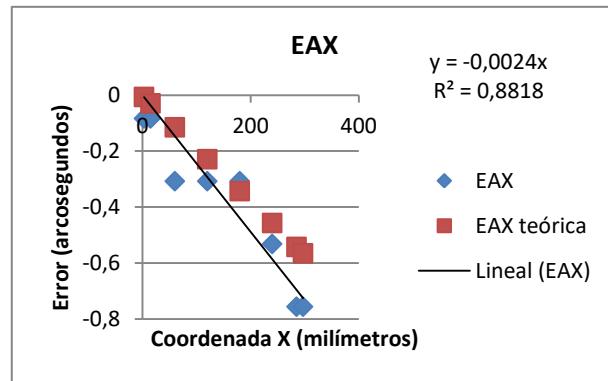


Figura 47. Comparativa de EAX sin la influencia del resto de errores geométricos con la aplicación del segundo método de verificación geométrica.

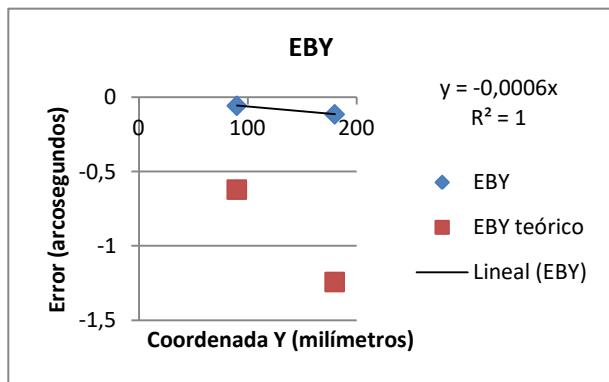


Figura 48. Comparativa de EBY sin la influencia del resto de errores geométricos con la aplicación del segundo método de verificación geométrica.

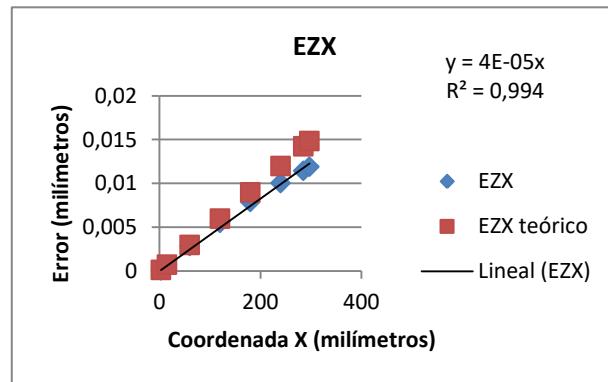


Figura 49. Comparativa de EZX sin la influencia del resto de errores geométricos con la aplicación del segundo método de verificación geométrica.

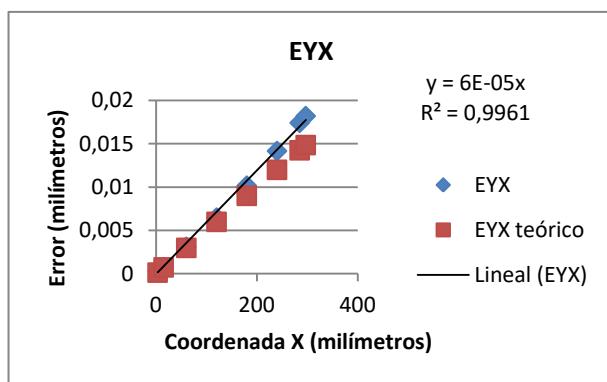


Figura 50. Comparativa de EYX sin la influencia del resto de errores geométricos con la aplicación del segundo método de verificación geométrica.

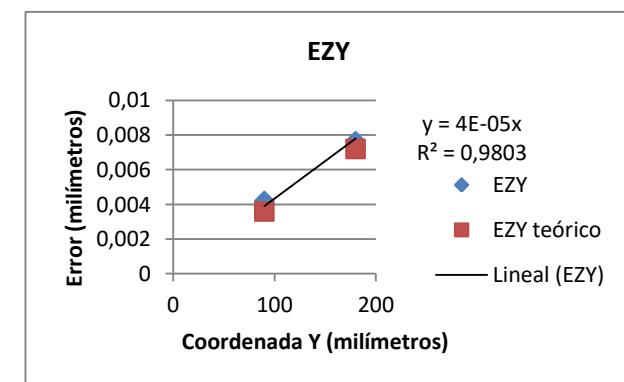


Figura 51. Comparativa de EZY sin la influencia del resto de errores geométricos con la aplicación del segundo método de verificación geométrica.

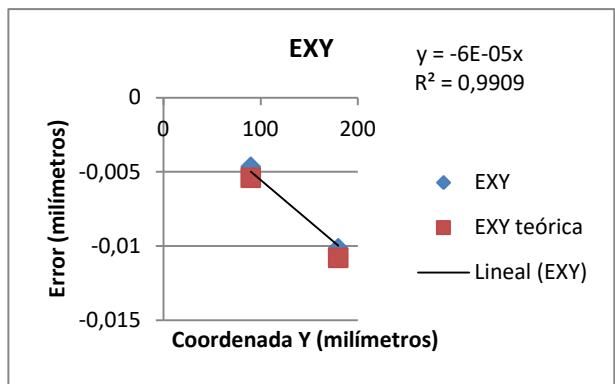


Figura 52. Comparativa de EXY sin la influencia del resto de errores geométricos con la aplicación del segundo método de verificación geométrica.

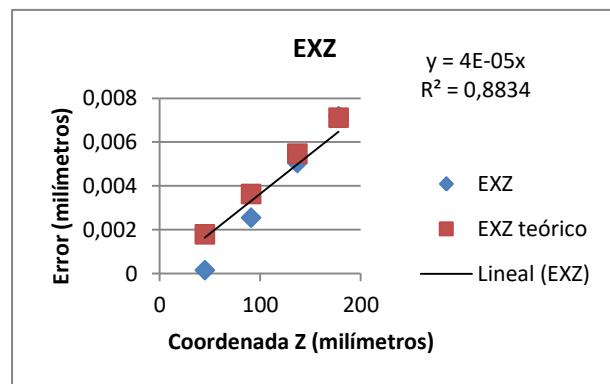


Figura 53. Comparativa de EXZ sin la influencia del resto de errores geométricos con la aplicación del segundo método de verificación geométrica.

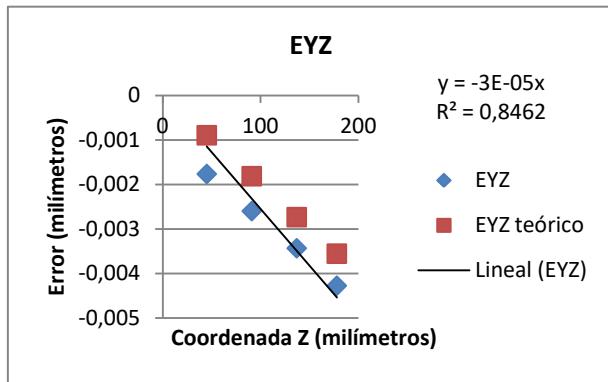


Figura 54. Comparativa de EYZ sin la influencia del resto de errores geométricos con la aplicación del segundo método de verificación geométrica.

Las tablas correspondientes a estas gráficas que incluyen las coordenadas y el valor del error en cada punto se pueden encontrar en el Anexo 7.

### 6.2.3 Cálculos y resultados de los errores geométricos con la influencia de todos los errores geométricos.

Las coordenadas reales que se obtendrían tras la medición se obtienen de la simulación introduciendo en ella las funciones lineales de primer grado de error teóricas de todos los errores del movimiento lineal y los errores de movimiento angular y utilizando el modelo matemático básico. En este caso las coordenadas reales no son comunes para el cálculo de todos los errores porque será necesario calcular las coordenadas de cada serie introduciendo el offset necesario en cada una como se ha explicado en el apartado anterior. Obtenidas las coordenadas reales se procede a aplicar la formulación utilizando además las coordenadas nominales o las coordenadas solo con offset como se ha explicado en el apartado anterior. Una vez obtenido el valor del error en cada punto resulta necesario aislarle de la influencia que le producen el resto de los errores. Esto se consigue restando al valor del error geométrico en todos los puntos de la serie el valor del propio error que se produce en la coordenada 0 del eje de la dirección de movimiento, en el que se estudia el error. En los cálculos se ha utilizado el valor del error del punto de medición de las series utilizadas que tuviera en la coordenada del error que se está estudiando el error el valor 0 o si se disponía de un valor cercano a él ya que en el error de esas coordenadas predomina la influencia de los otros errores frente al que se está estudiando. Se han escogido dos puntos teóricos para los cálculos de las series Y y Z por no disponer de la geometría adecuada para conseguir las coordenadas necesarias que se necesitan para calcular valor del error que se utiliza para eliminar la influencia del resto. En las gráficas a continuación se observa que ocurre como en el caso anterior. Los valores del error calculado con las fórmulas planteadas coinciden o son muy próximos a los del error teórico. El error EBY es el único en el que se considera que el método no es válido por existir una gran diferencia entre ambos y tener tendencias lineales muy distintas como ocurría anteriormente. Por lo tanto el método es válido para el cálculo de todos los errores del movimiento lineal y los errores de movimiento angular excepto para EBY que no se puede comprobar en nuestro caso por no disponer de puntos suficiente y ECZ por no disponer de un método adecuado.

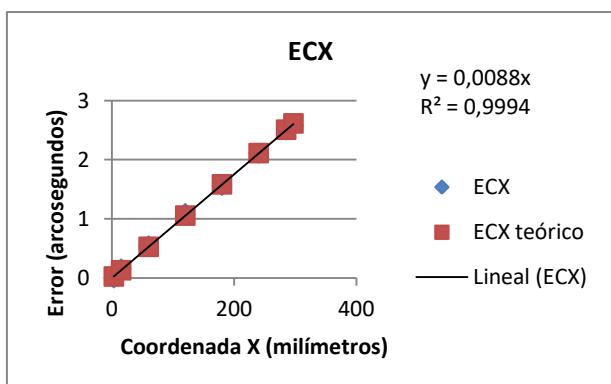


Figura 55. Comparativa de ECX con funciones de primer grado con la influencia del resto de errores geométricos y la aplicación del segundo método de verificación geométrica.

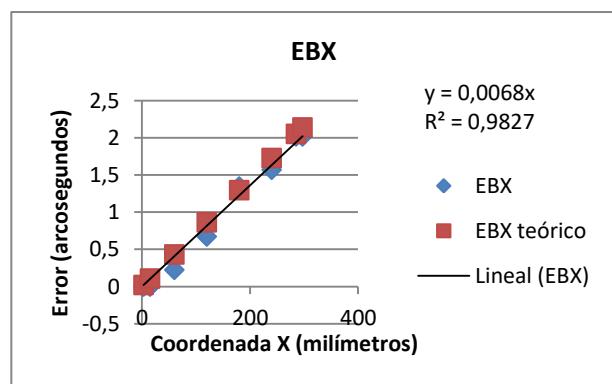


Figura 56. Comparativa de EBX con funciones de primer grado con la influencia del resto de errores geométricos y la aplicación del segundo método de verificación geométrica.

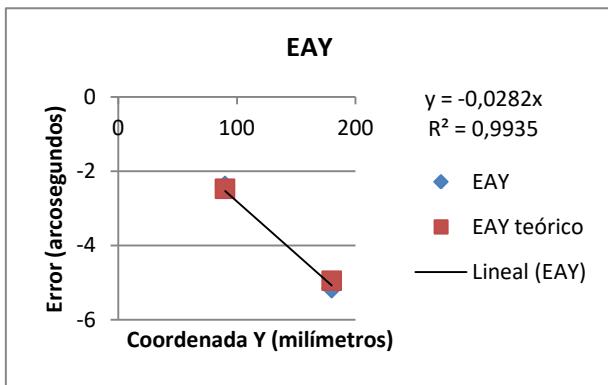


Figura 57. Comparativa de EAY con funciones de primer grado con la influencia del resto de errores geométricos y la aplicación del segundo método de verificación geométrica.

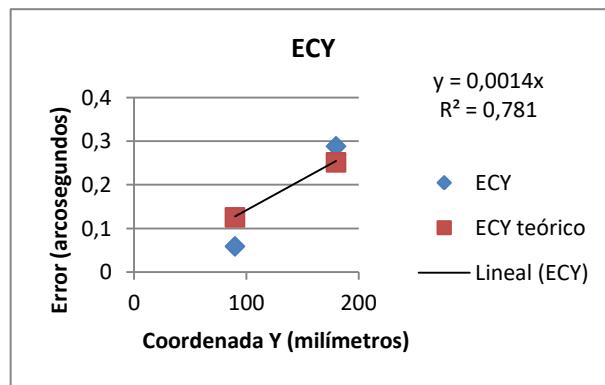


Figura 58. Comparativa de ECY con funciones de primer grado con la influencia del resto de errores geométricos y la aplicación del segundo método de verificación geométrica.

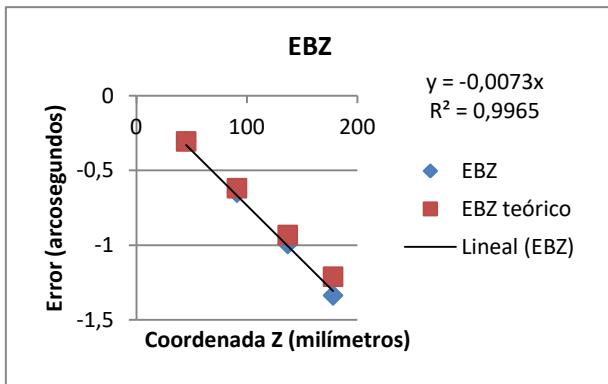


Figura 59. Comparativa de EBZ con funciones de primer grado con la influencia del resto de errores geométricos y la aplicación del segundo método de verificación geométrica.

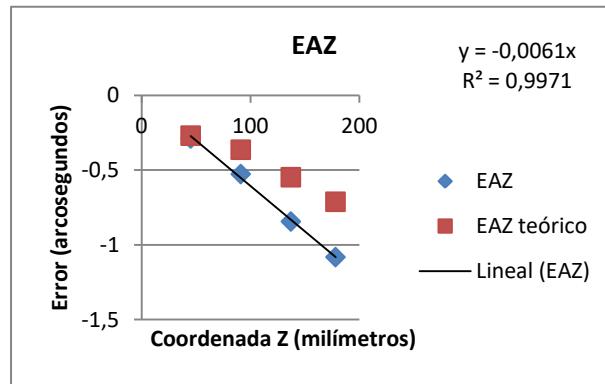


Figura 60. Comparativa de EAZ con funciones de primer grado con la influencia del resto de errores geométricos y la aplicación del segundo método de verificación geométrica.

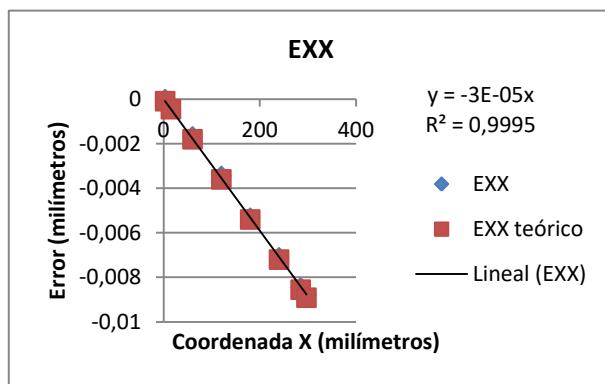


Figura 61. Comparativa de EXX con funciones de primer grado con la influencia del resto de errores geométricos y la aplicación del segundo método de verificación geométrica.

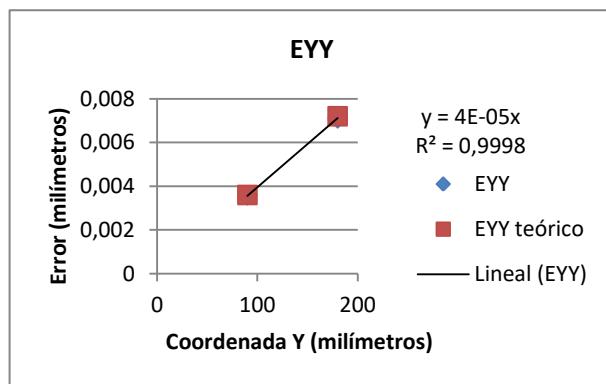


Figura 62. Comparativa de EYY con funciones de primer grado con la influencia del resto de errores geométricos y la aplicación del segundo método de verificación geométrica.

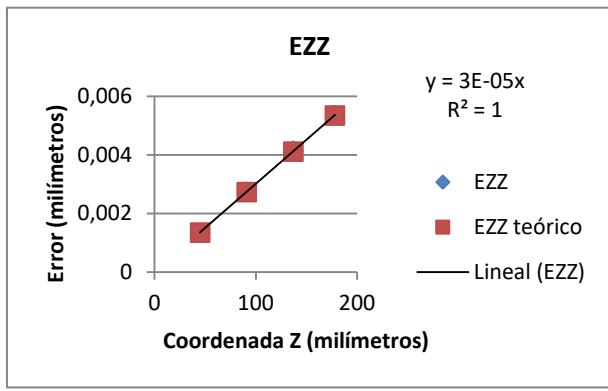


Figura 63. Comparativa de EZZ con funciones de primer grado con la influencia del resto de errores geométricos y la aplicación del segundo método de verificación geométrica.

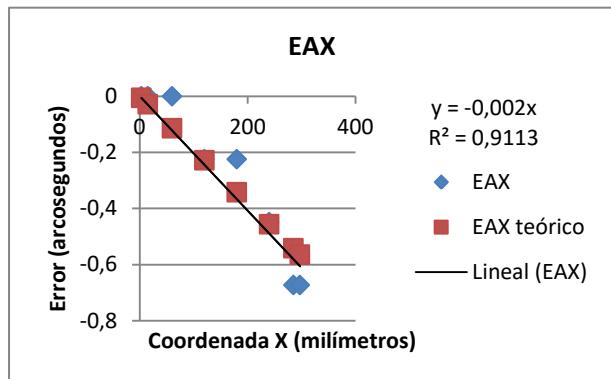


Figura 64. Comparativa de EAX con funciones de primer grado con la influencia del resto de errores geométricos y la aplicación del segundo método de verificación geométrica.

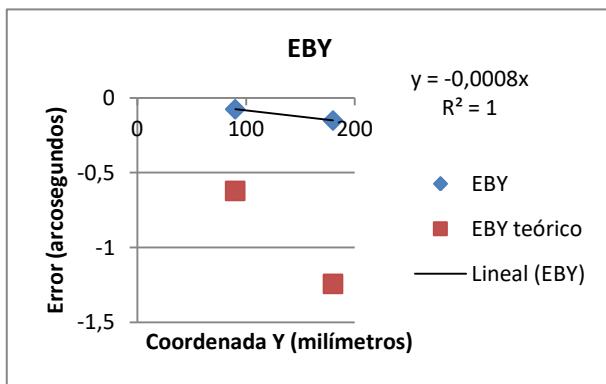


Figura 65. Comparativa de EBY con funciones de primer grado con la influencia del resto de errores geométricos y la aplicación del segundo método de verificación geométrica.

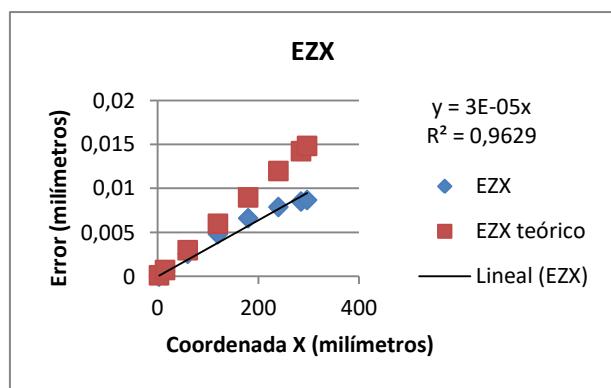


Figura 66. Comparativa de EZX con funciones de primer grado con la influencia del resto de errores geométricos y la aplicación del segundo método de verificación geométrica.

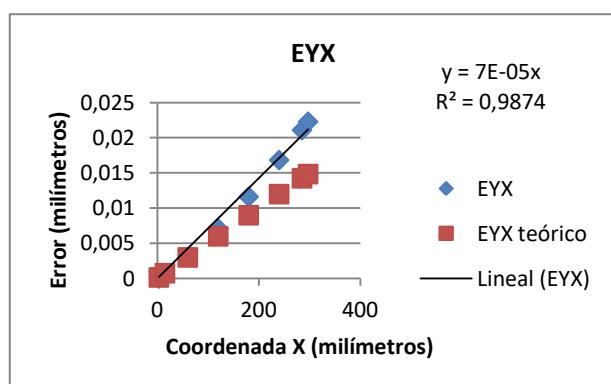


Figura 67. Comparativa de EYX con funciones de primer grado con la influencia del resto de errores geométricos y la aplicación del segundo método de verificación geométrica.

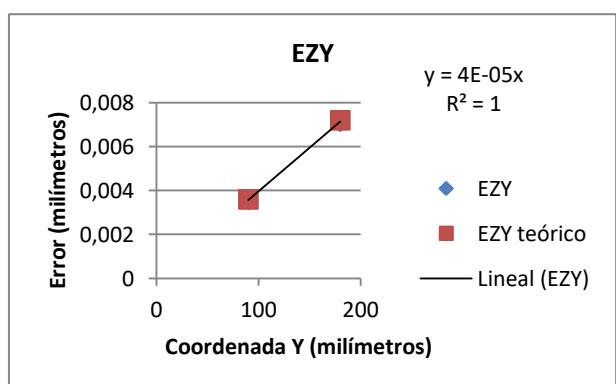


Figura 68. Comparativa de EZY con funciones de primer grado con la influencia del resto de errores geométricos y la aplicación del segundo método de verificación geométrica.

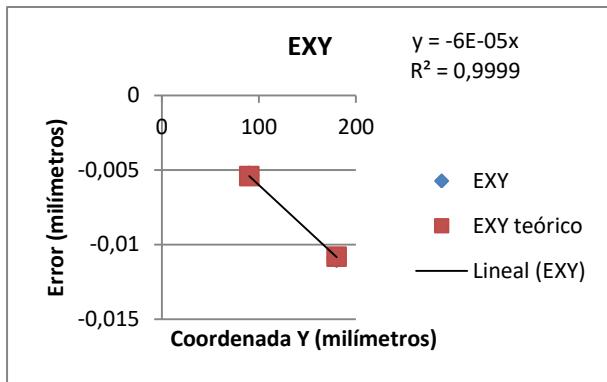


Figura 69. Comparativa de EXY con funciones de primer grado con la influencia del resto de errores geométricos y la aplicación del segundo método de verificación geométrica.

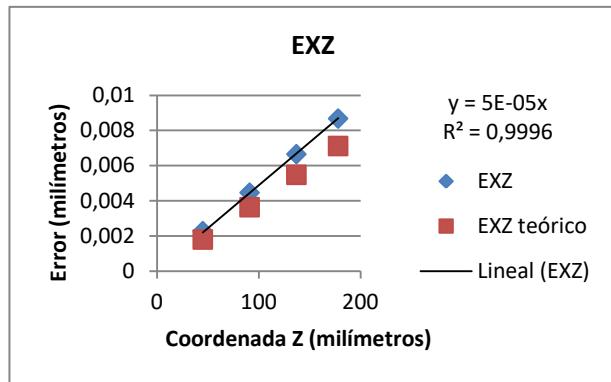


Figura 70. Comparativa de EXZ con funciones de primer grado con la influencia del resto de errores geométricos y la aplicación del segundo método de verificación geométrica.

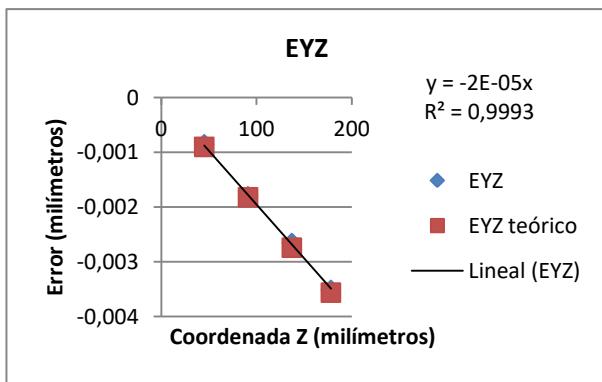


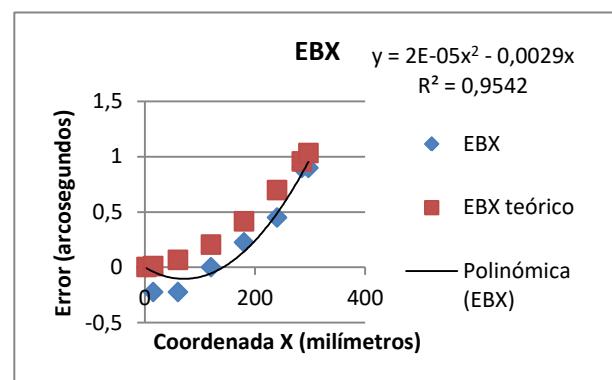
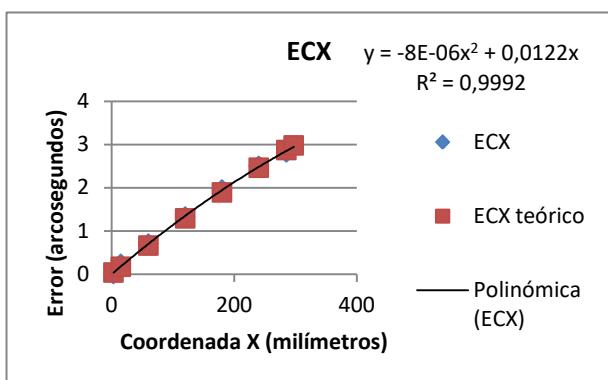
Figura 71. Comparativa de EYZ con funciones de primer grado con la influencia del resto de errores geométricos y la aplicación del segundo método de verificación geométrica.

Las tablas correspondientes a estas gráficas que incluyen las coordenadas y el valor del error en cada punto se pueden encontrar en el Anexo 7.

#### 6.2.4 Cálculos y resultados de los errores geométricos con la influencia de todos los errores geométricos y utilizando funciones de error teóricas de mayor grado.

En este apartado se lleva a cabo el mismo procedimiento que en el apartado anterior. La única diferencia es que las funciones de error teóricas usadas en las simulaciones de este caso son de segundo y tercer orden. Los resultados obtenidos en este ensayo sirven para comprobar la validez del método, de la pieza y si las coordenadas reales que obtenemos en la simulación con estas funciones producen que los resultados sean o no más próximos a los resultados teóricos.

En todos los errores excepto en el EBY se puede ver que los errores calculados mediante formulación coinciden o son muy próximos a los errores teóricos. Si se presenta diferencia esta aparece por norma general en los puntos en los que la coordenada que influye en la formulación tiene un alto valor. En el error EBY se sigue apreciando una alta diferencia aunque en este caso la tendencia lineal es más similar que en caso anterior. Se puede concluir que el método es válido para el cálculo de los errores geométricos del movimiento lineal y de movimiento angular, excepto para ECZ y EBY, obteniendo mejores resultados con las funciones de segundo o tercero grado al obtener un valor más aproximado de EBY.



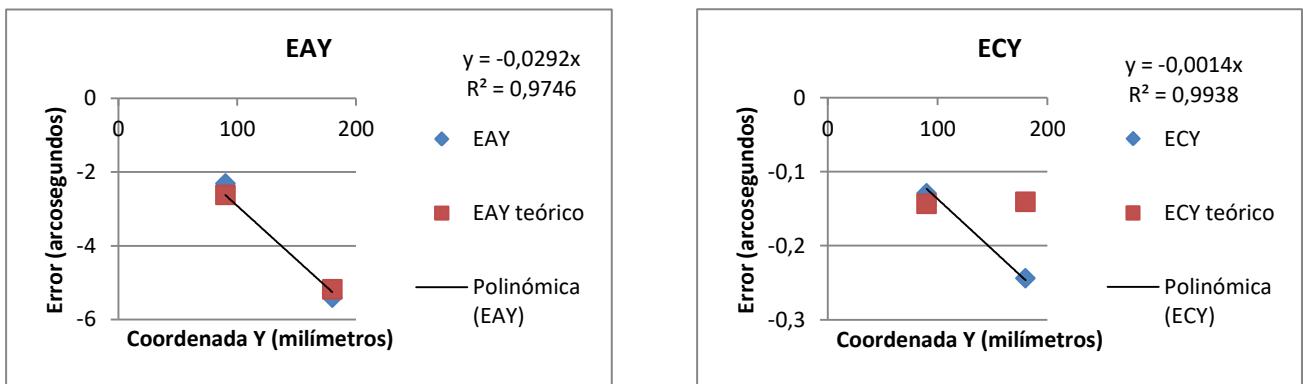


Figura 74. Comparativa de EAY con funciones de mayor grado con la influencia del resto de errores geométricos y la aplicación del segundo método de verificación geométrica.

Figura 75. Comparativa de ECY con funciones de mayor grado con la influencia del resto de errores geométricos y la aplicación del segundo método de verificación geométrica.

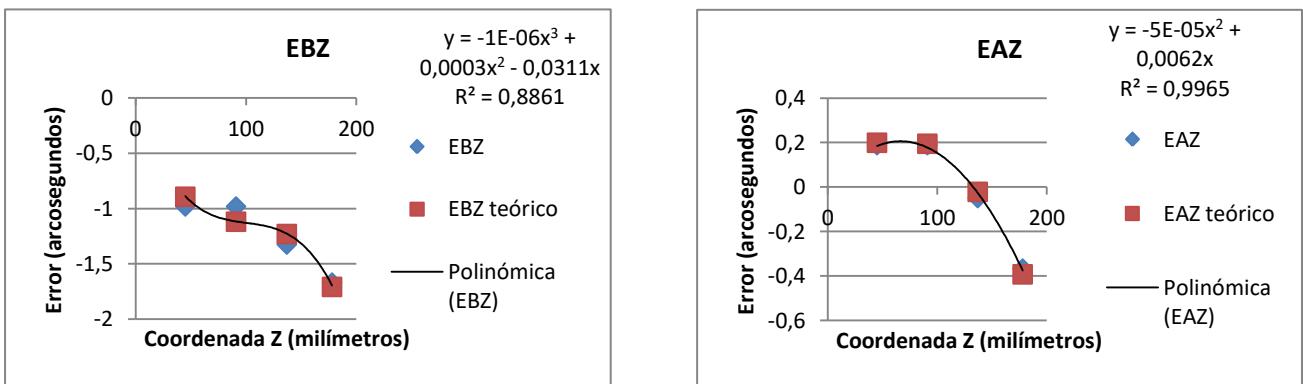


Figura 76. Comparativa de EBZ con funciones de mayor grado con la influencia del resto de errores geométricos y la aplicación del segundo método de verificación geométrica.

Figura 77. Comparativa de EAZ con funciones de mayor grado con la influencia del resto de errores geométricos y la aplicación del segundo método de verificación geométrica.

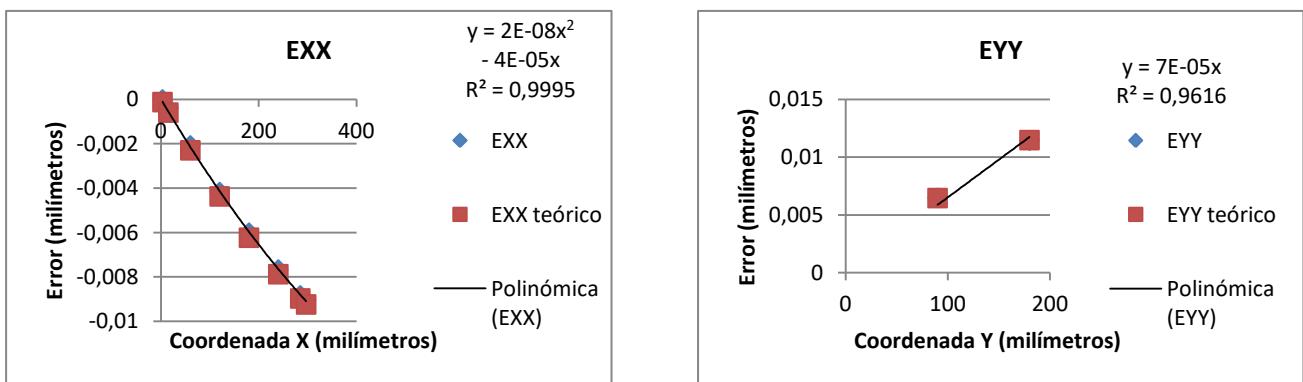


Figura 78. Comparativa de EXX con funciones de mayor grado con la influencia del resto de errores geométricos y la aplicación del segundo método de verificación geométrica.

Figura 79. Comparativa de EYY con funciones de mayor grado con la influencia del resto de errores geométricos y la aplicación del segundo método de verificación geométrica.

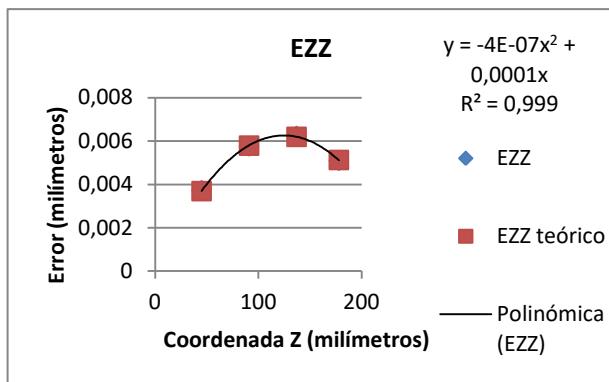


Figura 80. Comparativa de EZZ con funciones de mayor grado con la influencia del resto de errores geométricos y la aplicación del segundo método de verificación geométrica.

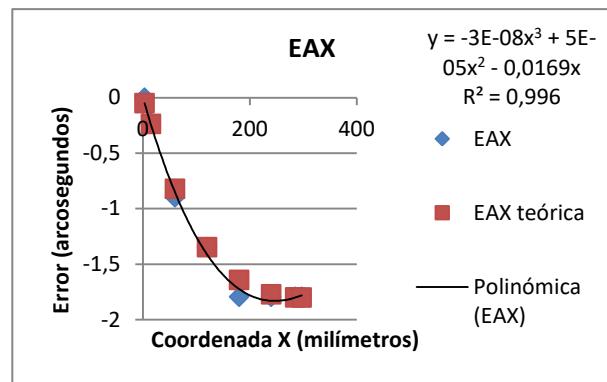


Figura 81. Comparativa de EAX con funciones de mayor grado con la influencia del resto de errores geométricos y la aplicación del segundo método de verificación geométrica.

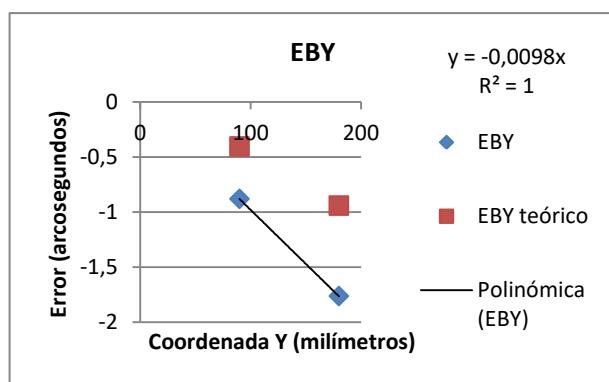


Figura 82. Comparativa de EBY con funciones de mayor grado con la influencia del resto de errores geométricos y la aplicación del segundo método de verificación geométrica.

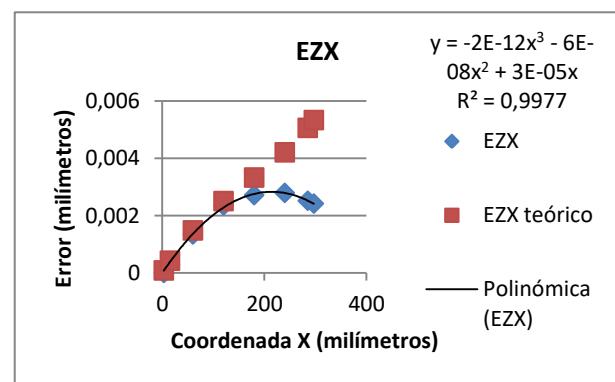


Figura 83. Comparativa de EZX con funciones de mayor grado con la influencia del resto de errores geométricos y la aplicación del segundo método de verificación geométrica.

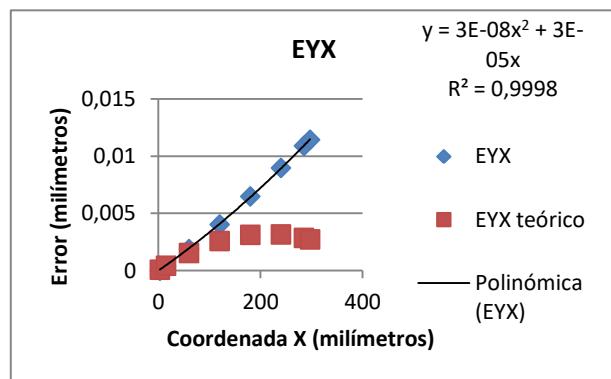


Figura 84. Comparativa de EYX con funciones de mayor grado con la influencia del resto de errores geométricos y la aplicación del segundo método de verificación geométrica.

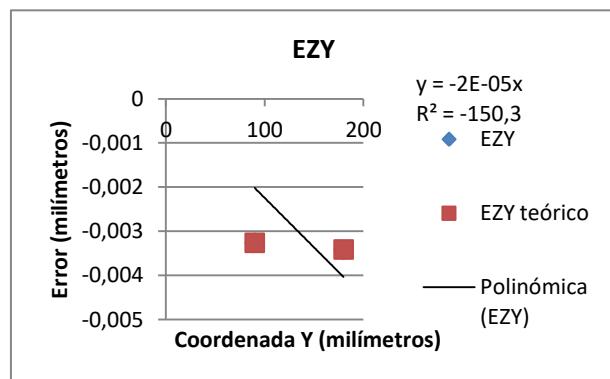


Figura 85. Comparativa de EZY con funciones de mayor grado con la influencia del resto de errores geométricos y la aplicación del segundo método de verificación geométrica.

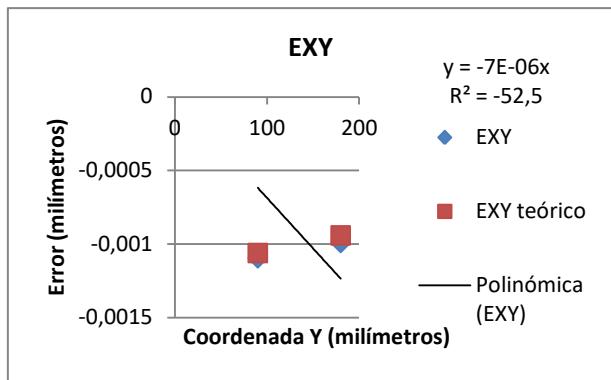


Figura 86. Comparativa de EXY con funciones de mayor grado con la influencia del resto de errores geométricos y la aplicación del segundo método de verificación geométrica.

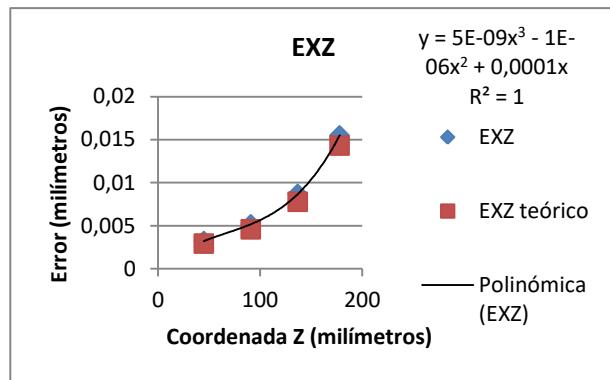


Figura 87. Comparativa de EXZ con funciones de mayor grado con la influencia del resto de errores geométricos y la aplicación del segundo método de verificación geométrica.

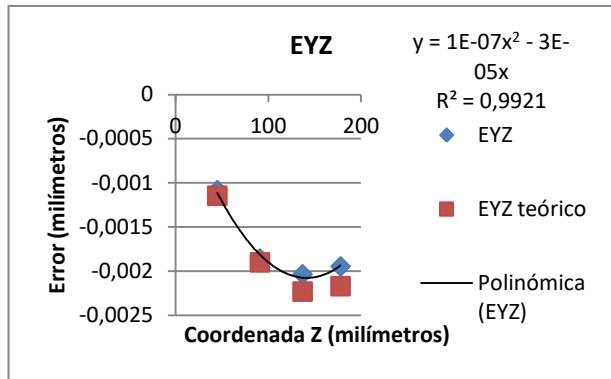


Figura 88. Comparativa de EYZ con funciones de mayor grado con la influencia del resto de errores geométricos y la aplicación del segundo método de verificación geométrica.

Las tablas correspondientes a estas gráficas que incluyen las coordenadas y el valor del error en cada punto se pueden encontrar en el Anexo 7.

### 6.2.5 Comparativa de los resultados de los cálculos de los errores geométricos utilizando funciones de error teóricas de primer grado dependiendo del modelo utilizado en la simulación.

El objetivo de este apartado es comparar y comprobar si el valor de los errores que se obtienen cuando las coordenadas reales que se utilizan en la formulación han sido obtenidas utilizando en la simulación el modelo matemático básico coinciden o son muy próximos a los que se obtienen tras utilizar en la simulación el modelo matemático simplificado. Para ello se van a comparar los resultados de los errores calculados con la influencia de todos los errores geométricos del movimiento lineal y del movimiento angular utilizando en la simulación funciones de error teóricas lineales de primer grado. Se ha realizado el mismo procedimiento que en el apartado 6.2.3 pero para obtener las coordenadas reales se ha modificado el código del programa de simulación para utilizar el modelo matemático simplificado. Los valores de los errores utilizando en la simulación el modelo básico se corresponden con los obtenidos anteriormente en el apartado 6.2.3 por lo que no es necesario volver a calcularlos.

En primer lugar con la obtención de las coordenadas reales se han calculado los errores con el modelo simplificado. A continuación se han recopilado en una tabla que se muestra en el Anexo 7 el valor de los errores en los distintos puntos obtenidos con cada modelo. A partir de esta recopilación se han realizado las siguientes gráficas en las que se puede comparar los resultados obtenidos con ambos modelos, denominando original al modelo matemático básico y simplificado al modelo matemático simplificado.

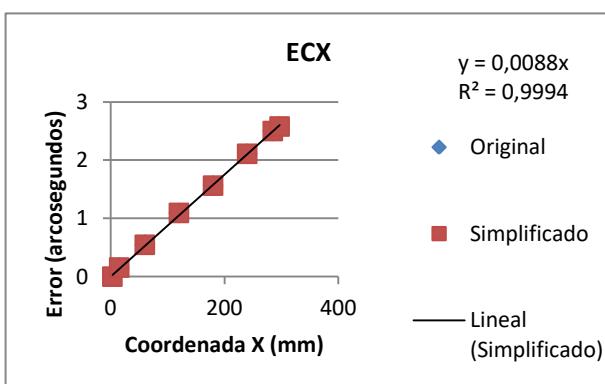


Figura 89. Comparativa ECX utilizando en el cálculo funciones de error teóricas de primer grado.

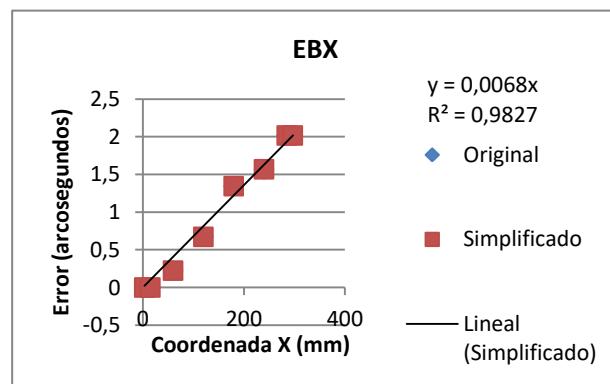


Figura 90. Comparativa EBX utilizando en el cálculo funciones de error teóricas de primer grado.

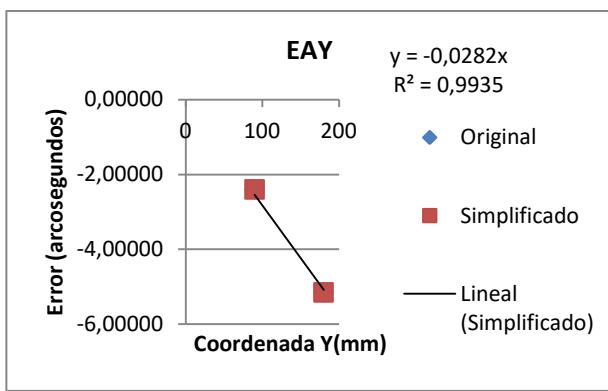


Figura 91. Comparativa EAY utilizando en el cálculo funciones de error teóricas de primer grado.

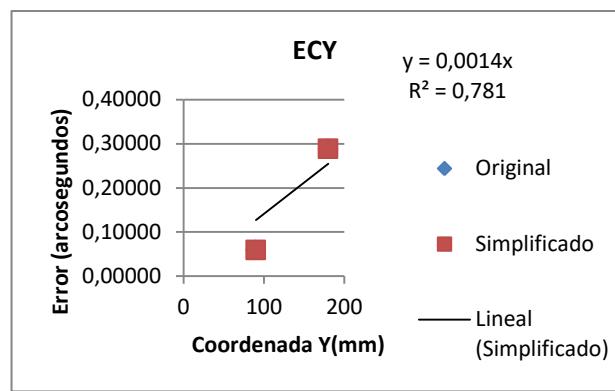


Figura 92. Comparativa ECY utilizando en el cálculo funciones de error teóricas de primer grado.

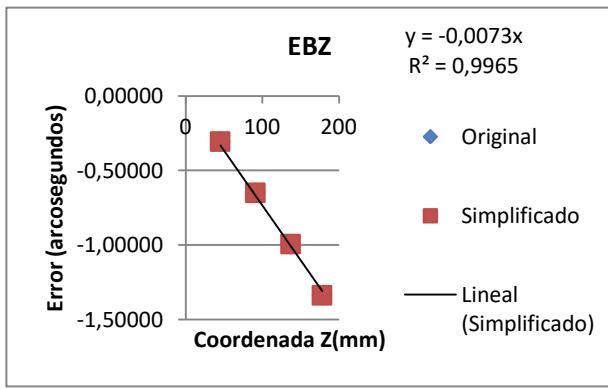


Figura 93. Comparativa EBZ utilizando en el cálculo funciones de error teóricas de primer grado.

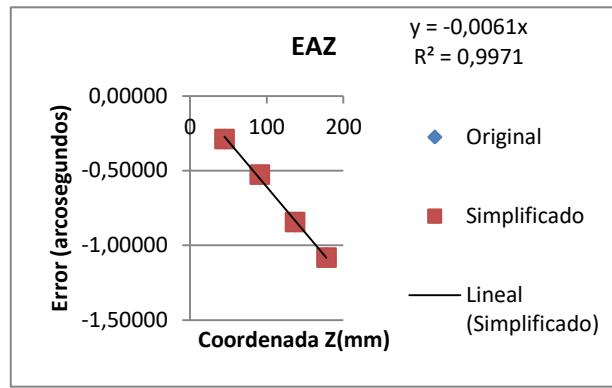


Figura 94. Comparativa EAZ utilizando en el cálculo funciones de error teóricas de primer grado.

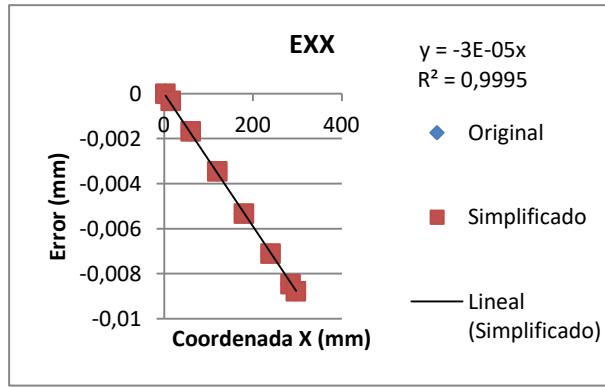


Figura 95. Comparativa EXX utilizando en el cálculo funciones de error teóricas de primer grado.

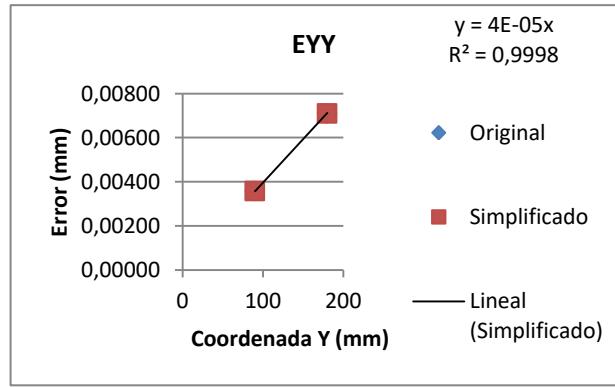


Figura 96. Comparativa EYY utilizando en el cálculo funciones de error teóricas de primer grado.

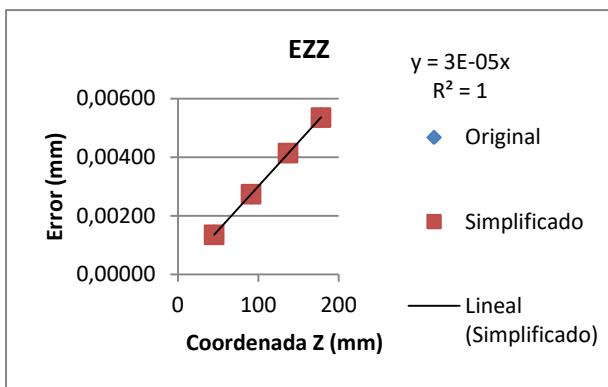


Figura 97. Comparativa EZZ utilizando en el cálculo funciones de error teóricas de primer grado.

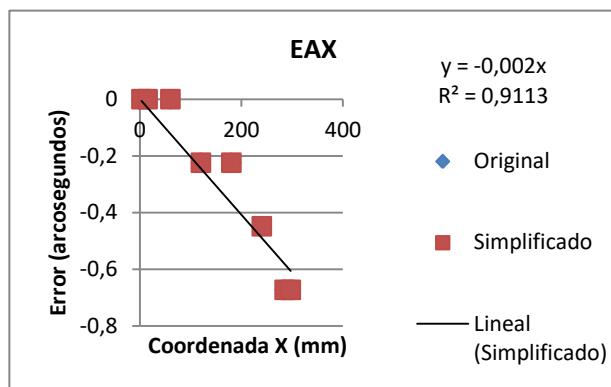


Figura 98. Comparativa EAX utilizando en el cálculo funciones de error teóricas de primer grado.

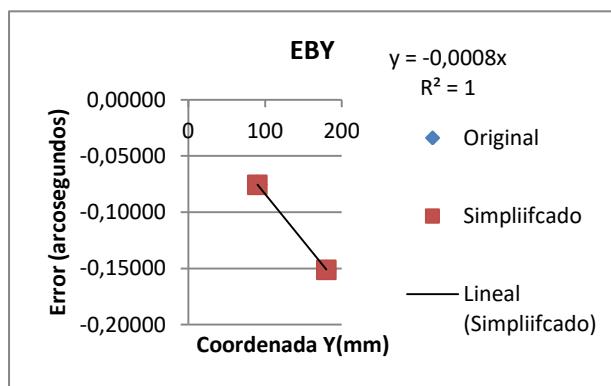


Figura 99. Comparativa EBY utilizando en el cálculo funciones de error teóricas de primer grado.

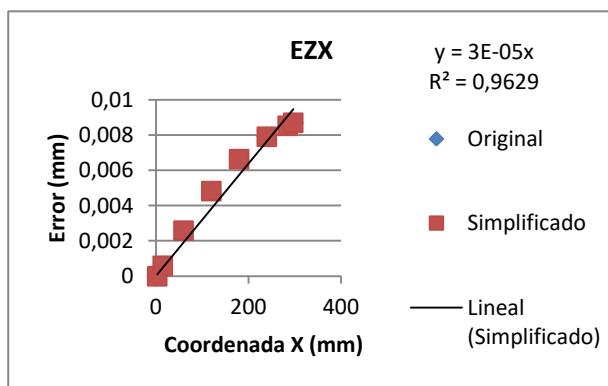


Figura 100. Comparativa EZX utilizando en el cálculo funciones de error teóricas de primer grado.

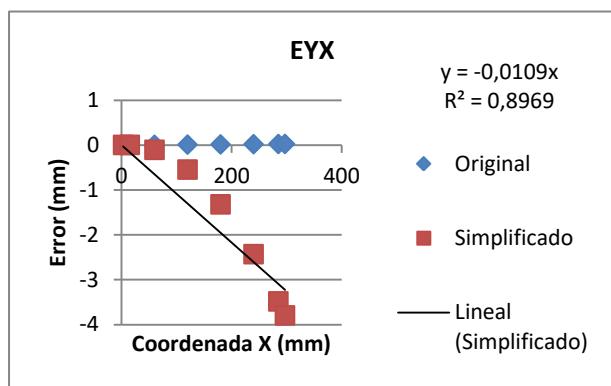


Figura 101. Comparativa EYX utilizando en el cálculo funciones de error teóricas de primer grado.

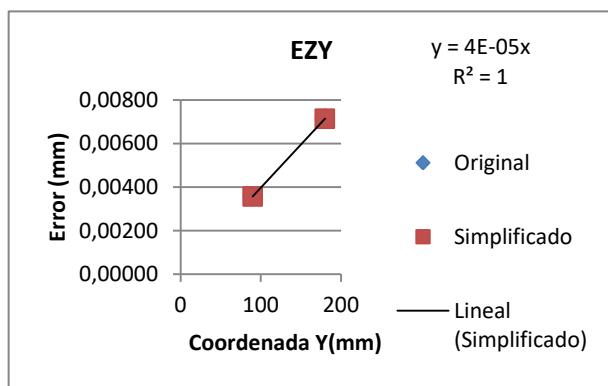
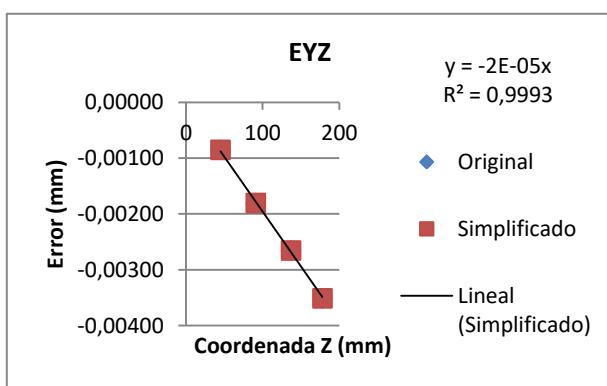
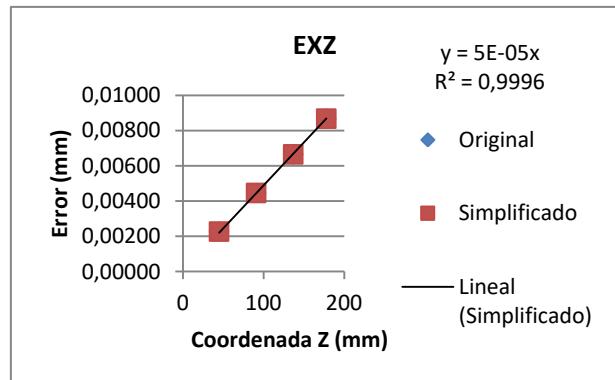
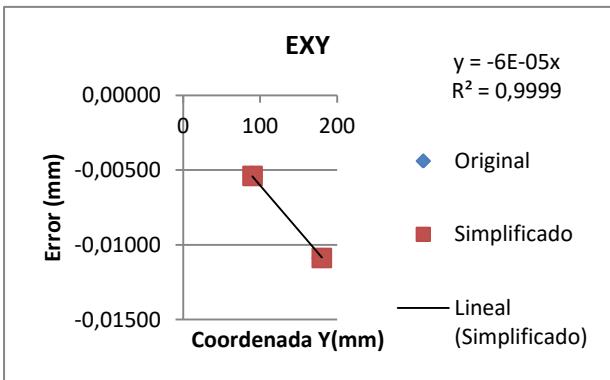


Figura 102. Comparativa EZY utilizando en el cálculo funciones de error teóricas de primer grado.



En estas gráficas se puede observar que se ha obtenido el mismo valor del error en cada punto con ambos modelos en todos los errores excepto en el error EYX. En el error EYX se ha dado una diferencia máxima del error de 3,82 mm entre ambos modelos. Esto significa que el modelo matemático simplificado no es válido para calcular el error EYX al dar valores muy altos y tomar una tendencia lineal distinta a la del modelo básico, ni tampoco para EBY al dar los mismos resultados que el modelo básico y no ser estos correctos, pero si serviría para calcular el resto de los errores geométricos del movimiento lineal y de movimiento angular calculando las coordenadas reales.

### 6.2.6 Comparativa de los resultados de los cálculos de los errores geométricos con funciones de error teóricas de segundo y tercer grado dependiendo del modelo utilizado en la simulación.

El objetivo de este apartado es el mismo que en el apartado anterior. La diferencia reside en que en este apartado se utilizan las funciones teóricas de error de segundo o tercer grado en la simulación para obtener las coordenadas reales que se utilizan en la formulación del error. De esta forma además de comparar los resultados de utilizar para las simulaciones el modelo matemático básico frente al simplificado también se podrá observar si el modelo matemático simplificado funciona mejor cuando las funciones de error que utiliza la simulación tienen un grado mayor. Los resultados de utilizar el modelo matemático básico se han obtenido anteriormente en el apartado 6.2.4 y se sigue ese procedimiento para calcular los errores con el modelo simplificado. Una vez obtenidas las coordenadas reales y con ellas los valores del error en cada punto estos se recopilan en una tabla que se muestra en el Anexo 7 junto con los errores obtenidos utilizando en la simulación el modelo matemático básico. En las siguientes gráficas se representa el valor de los errores en cada punto obtenidos con la utilización de ambos modelos. El modelo matemático básico se representa como original y el modelo matemático simplificado como simplificado

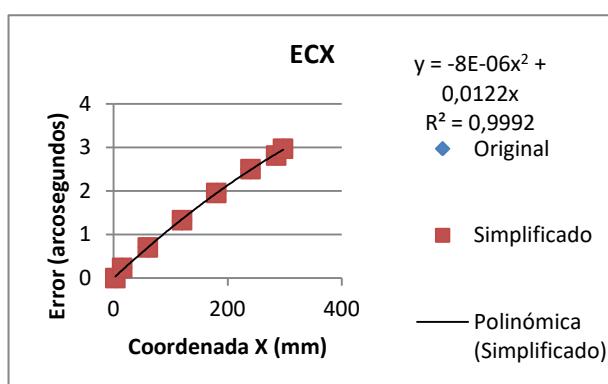


Figura 106. Comparativa ECX utilizando en el cálculo funciones de error teóricas de mayor grado.

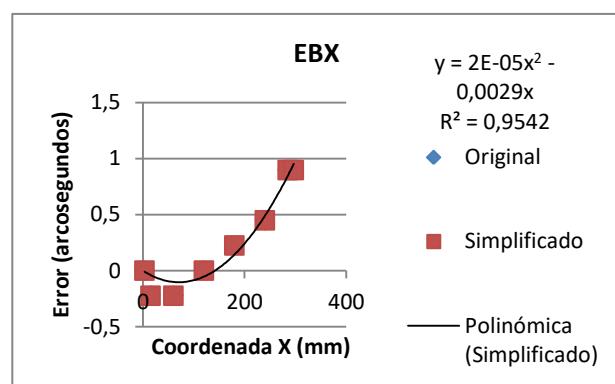


Figura 107. Comparativa EBX utilizando en el cálculo funciones de error teóricas de mayor grado.

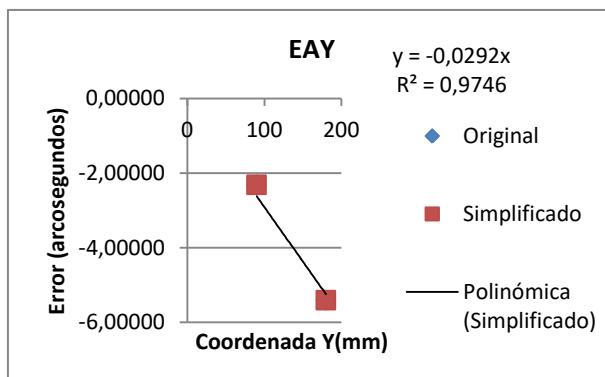


Figura 108. Comparativa EAY utilizando en el cálculo funciones de error teóricas de mayor grado.

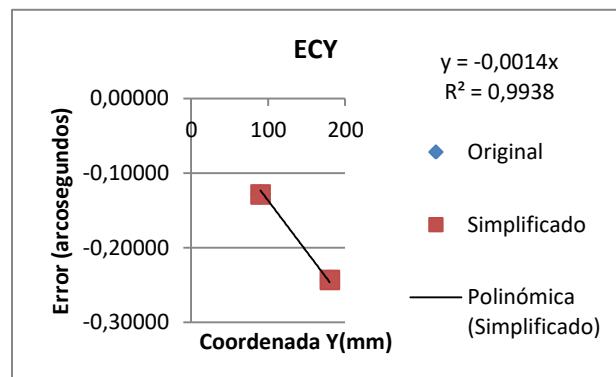
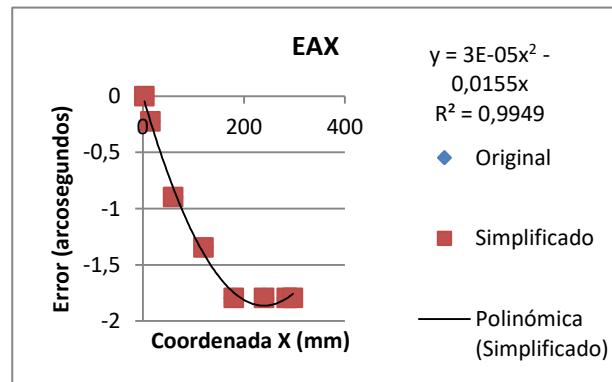
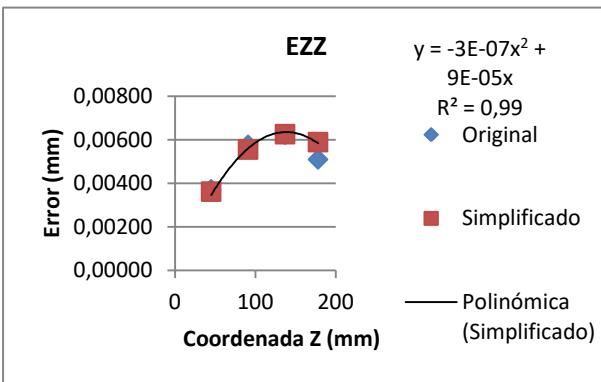
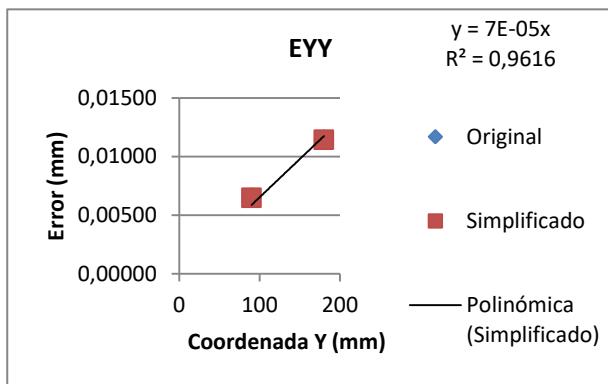
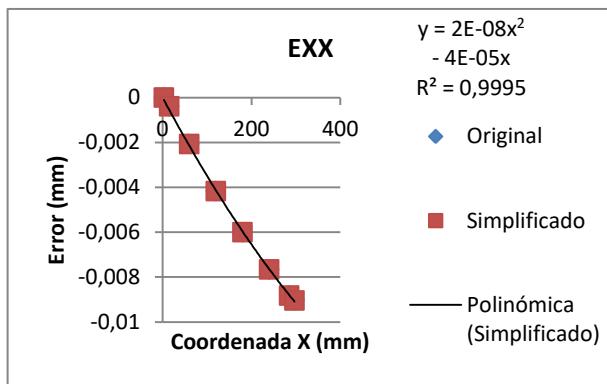
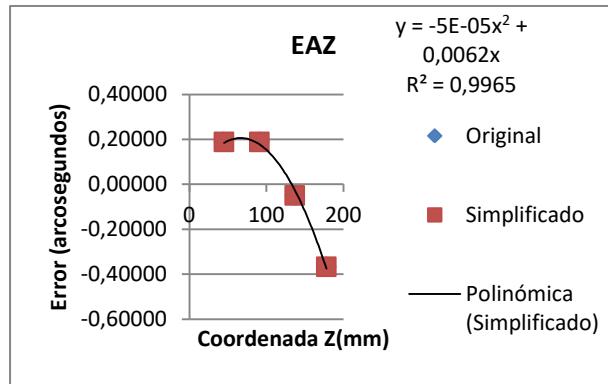
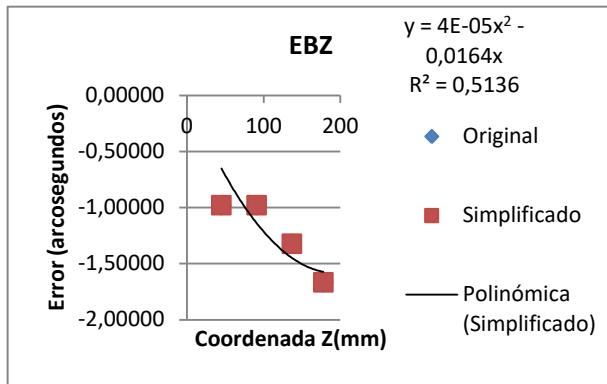
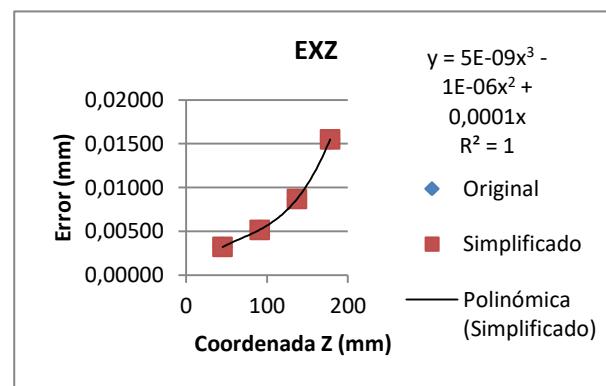
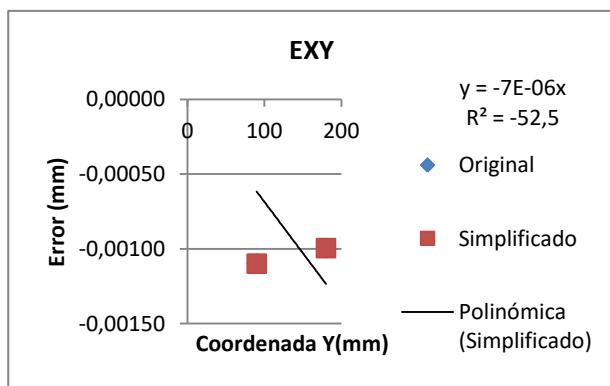
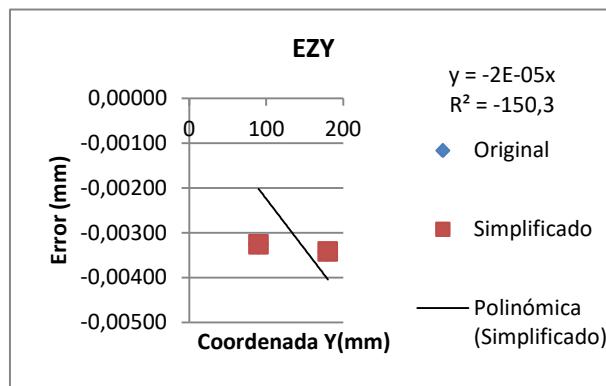
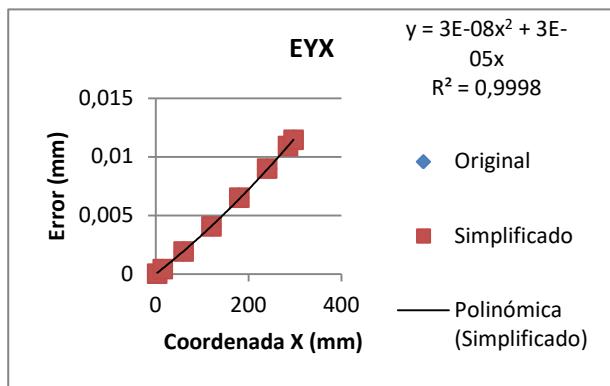
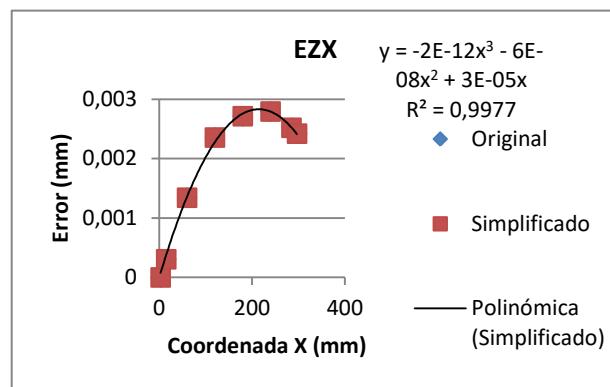
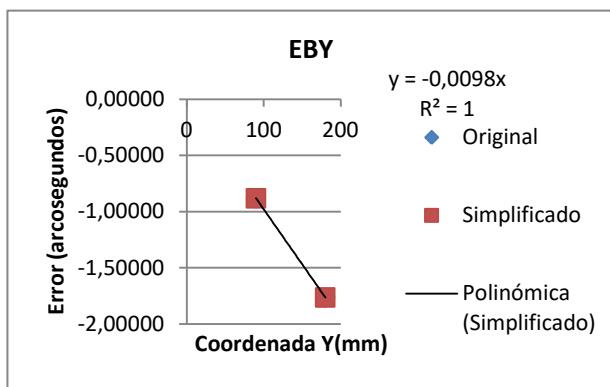


Figura 109. Comparativa ECY utilizando en el cálculo funciones de error teóricas de mayor grado.





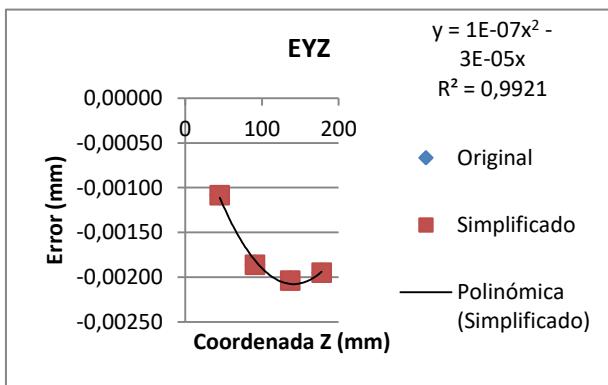


Figura 122. Comparativa EYZ utilizando en el cálculo funciones de error teóricas de mayor grado.

En este caso al comparar el error en todos los puntos de los 17 errores geométricos, ya que ECZ no se puede calcular como se ha explicado anteriormente se puede comprobar que los resultados del modelo matemático básico y del modelo matemático simplificado coinciden exactamente en todos los errores excepto en el EZZ. En el error EZZ la mayor diferencia es de -0,00079 mm. Al ser una diferencia tan pequeña se considera que utilizar el modelo matemático simplificado en la simulación es válido para calcular el valor de las coordenadas reales y con esto el de los errores geométricos cuando las funciones del error teórico introducidas en la simulación son de segundo o tercer grado, excepto para EBY ya que coinciden los resultados con los del modelo básico y se había determinado anteriormente que esos resultados no eran aceptables.

## 7 Verificación volumétrica.

### 7.1 Descripción del método.

En este capítulo se va a realizar la verificación volumétrica para calcular los errores geométricos de la máquina herramienta. La verificación volumétrica permite caracterizar los 21 errores geométricos de los ejes lineales presentes en una máquina herramienta de 3 ejes a través de la medición indirecta de estos. El proceso consiste en realizar una variación iterativa de los coeficientes de error presentes en todas las funciones de error a partir de una optimización no lineal [6]. Este método va a utilizar las coordenadas nominales y las coordenadas reales, las cuales serán obtenidas por simulación mediante el mismo procedimiento que en el capítulo anterior sin utilizar ningún offset, de un conjunto de puntos de la pieza patrón diseñada. El objetivo de este proceso es minimizar la diferencia entre las coordenadas nominales y las coordenadas reales consiguiendo así minimizar el error global de la máquina herramienta. Con la verificación volumétrica se realiza una identificación del efecto conjunto de los errores geométricos [19].

El procedimiento que se realiza en la verificación volumétrica se muestra en el siguiente esquema [19]:

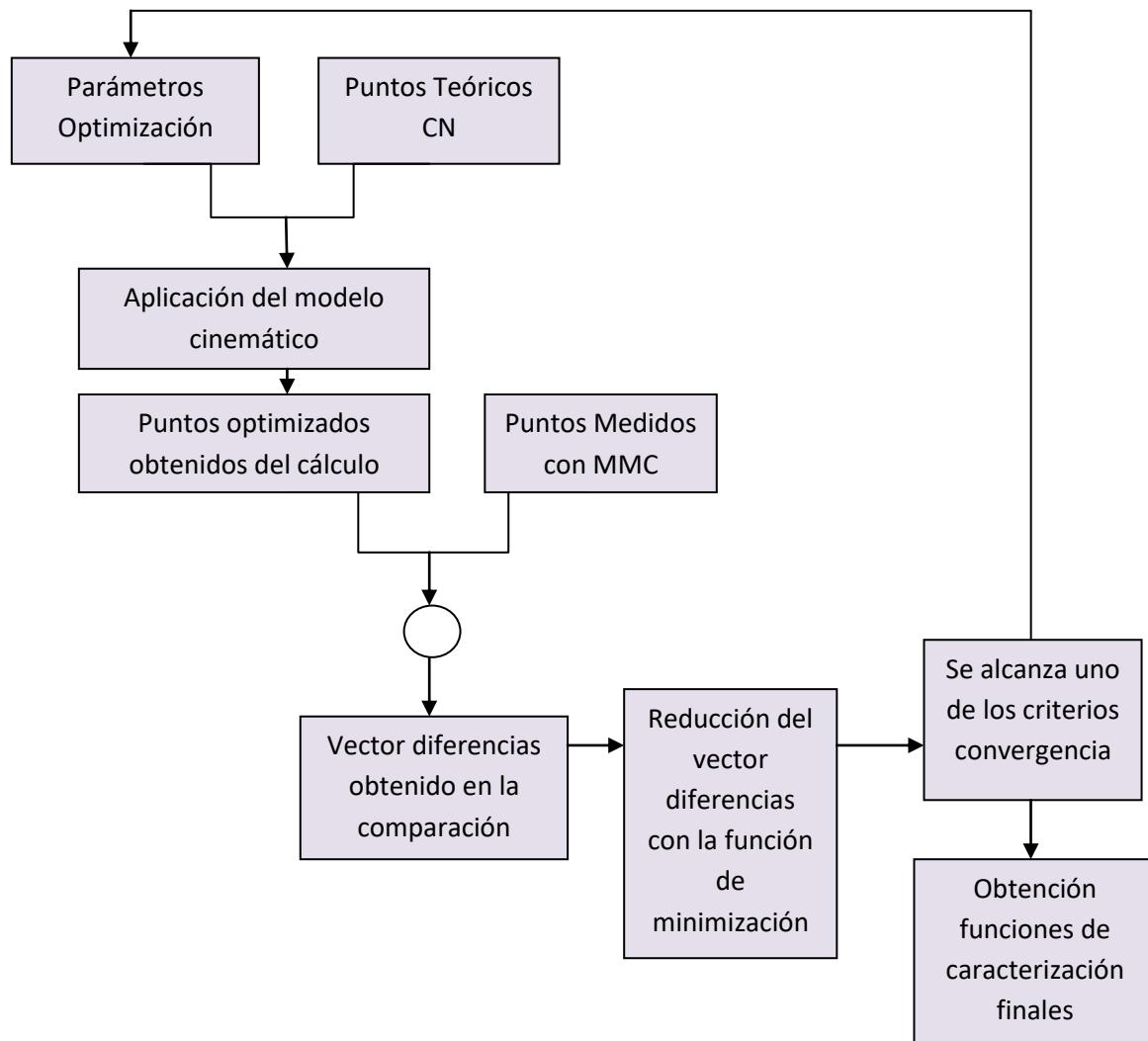


Figura 123. Procedimiento verificación volumétrica según [6].

Por lo tanto se ha programado en Matlab un programa capaz de realizar este proceso y que ofrece como resultado el error máximo, el error medio y el error mínimo de cada iteración hasta la convergencia. En el programa se introducirán las características del procedimiento y los puntos con coordenadas nominales y reales.

## 7.2 Cálculos y resultados de las verificaciones volumétricas.

### 7.2.1 Cálculos con la geometría completa de la pieza.

En este apartado se va a realizar la verificación volumétrica utilizando 480 puntos distribuidos en la geometría total de la pieza. En la siguiente figura se puede ver la distribución de estos.

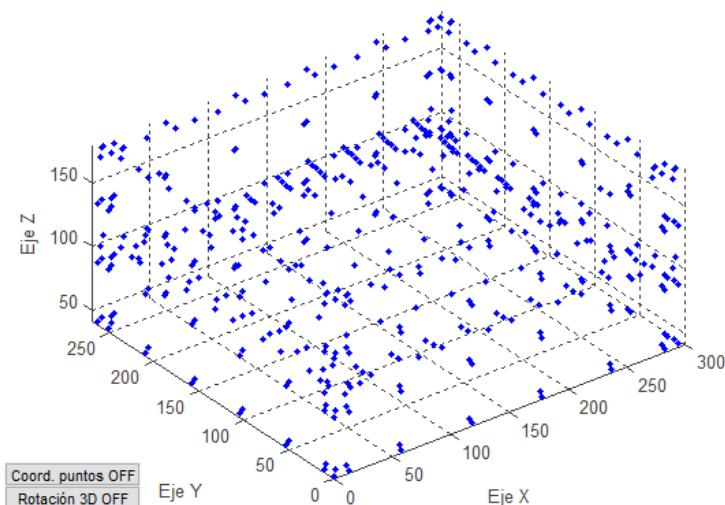


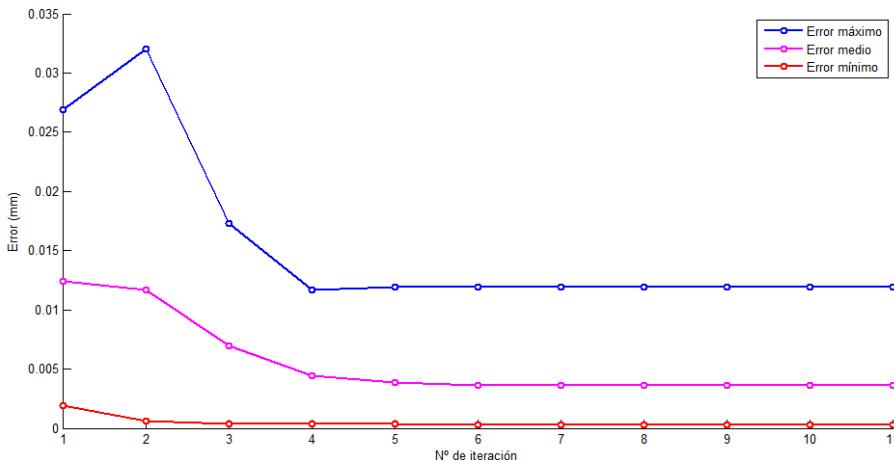
Figura 124. Distribución de los puntos utilizados en la verificación volumétrica en toda la geometría de la pieza patrón.

Para caracterizar los errores en este caso se utilizará el polinomio de Chebyshev. Además se establecerán unos límites superiores de 1000 en los tres ejes lineales, siendo en todos ellos el límite inferior igual a 0. En este caso se ha establecido como número límite de iteraciones 30, finalizando en la número 11. En la siguiente tabla se representan los valores máximo, medio y mínimo de error en cada una de las iteraciones.

*Tabla 8. Resultados de la verificación volumétrica utilizando la geometría total de la pieza patrón.*

Geometría completa			
Nº iteración	Máximo(mm)	Medio(mm)	Mínimo(mm)
0	0.0269	0.0124	0.0019
1	0.0320	0.0117	0.0006
2	0.0173	0.0070	0.0004
3	0.0117	0.0044	0.0004
4	0.0119	0.0039	0.0004
5	0.0119	0.0036	0.0003
6	0.0119	0.0036	0.0003
7	0.0119	0.0036	0.0003
8	0.0119	0.0036	0.0003
9	0.0119	0.0036	0.0003
10	0.0119	0.0036	0.0003
11	0.0119	0.0036	0.0003

A continuación se representan gráficamente estos valores:



*Figura 125. Resultados de la verificación volumétrica utilizando la geometría total de la pieza patrón.*

Con la verificación volumétrica conseguimos reducir el error máximo un 56%, el error medio en un 71 % y el error mínimo en un 84%.

En las siguientes figuras se representan gráficamente los distintos valores de los errores que aparecen en los diferentes puntos y el número de puntos con ese error. Los errores en los puntos antes de la optimización son la distancia que existe entre el punto nominal y el punto real antes de la optimización. Por el contrario, los errores en los puntos después de la optimización son la distancia que existe entre el punto nominal y el punto real después de realizar la optimización.

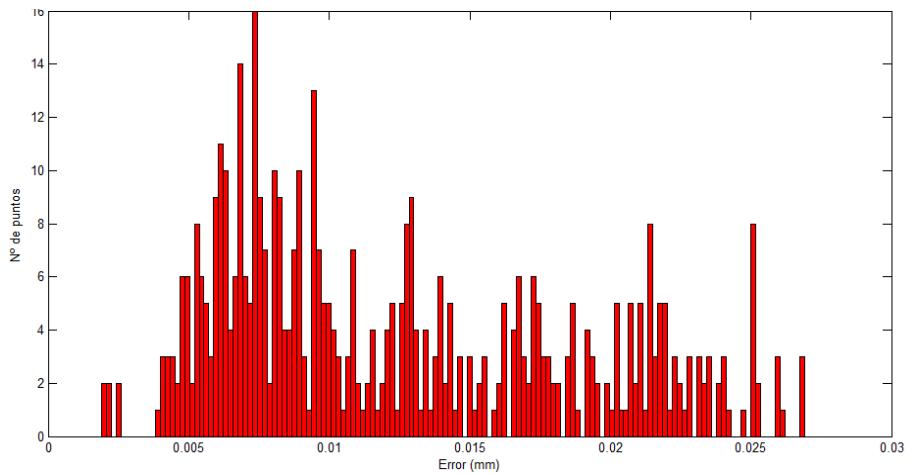


Figura 126. Error de los puntos de la geometría completa antes de la optimización.

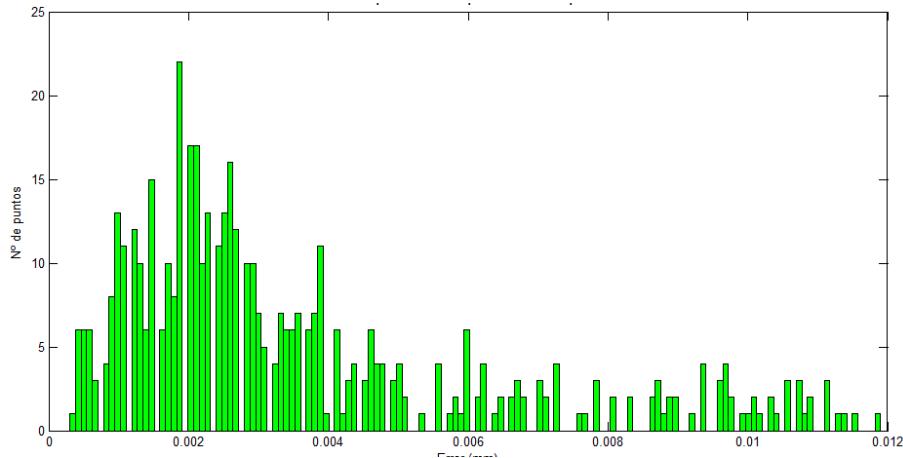


Figura 127. Error de los puntos de la geometría completa después de la optimización.

En la Figura 128 se muestra la distribución de los puntos con el error inicial que estos tienen. Se puede observar que el mayor error aparece en las esquinas de la pieza en toda su distancia Z con coordenadas X e Y (0,250) y (290,0). En la Figura 129 se observa que el error máximo sigue siendo mayor en esas zonas tras la optimización pero que se ha reducido un 56%.

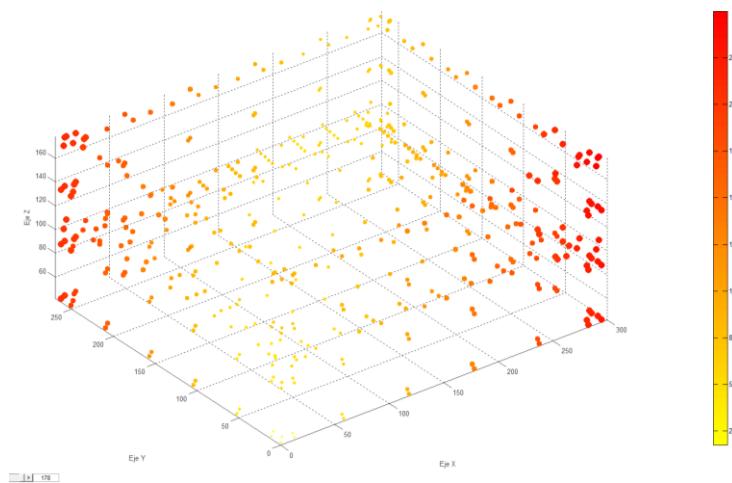


Figura 128. Distribución de los puntos de la geometría completa con los errores iniciales.

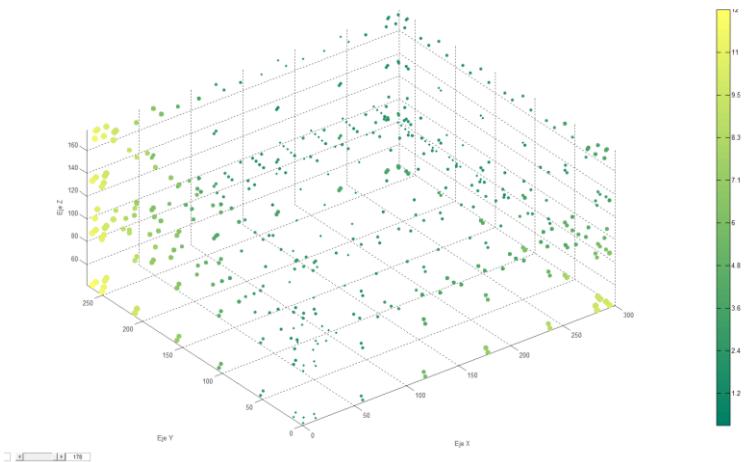


Figura 129. Distribución de los puntos de la geometría completa con los errores finales.

### 7.2.2 Cálculos utilizando la estructura piramidal de la pieza.

Con el objetivo de comprobar la eficacia de la verificación volumétrica se ha realizado un segundo ensayo. En este segundo ensayo se ha utilizado un número más reducido de puntos. Los puntos utilizados son 167 y corresponden principalmente a la superficie de la estructura piramidal que se encuentra en el centro de la pieza, su distribución se muestra en la siguiente figura.

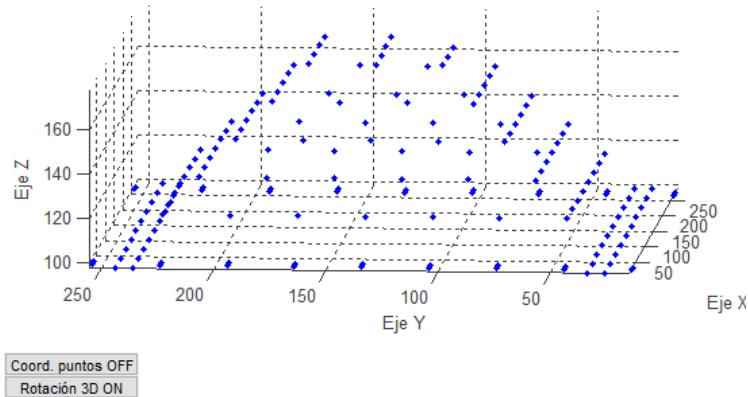


Figura 130. Distribución de los puntos utilizados en la verificación volumétrica de la estructura piramidal de la pieza patrón.

A diferencia del primer ensayo en este se van a utilizar los polinomios de Legendre para caracterizar los errores. Se van a mantener los mismos límites en los ejes lineales para calcular la normalización que en la verificación anterior. El número máximo de iteraciones establecido en este caso es 100, llegando al resultado en la iteración de la optimización número 15. Los valores máximo, medio y mínimo de los errores en cada iteración se representan en la siguiente tabla.

Tabla 9. Resultados de la verificación volumétrica utilizando los puntos de la estructura piramidal de la pieza patrón.

Pirámide			
Nº iteración	Máximo(mm)	Medio(mm)	Mínimo(mm)
0	0.0225	0.0099	0.0039
1	0.0176	0.0086	0.0009
2	0.0111	0.0067	0.0005
3	0.0093	0.0042	0.0005
4	0.0095	0.0030	0.0005
5	0.0094	0.0031	0.0006
6	0.0095	0.0028	0.0004
7	0.0095	0.0027	0.0004
8	0.0096	0.0026	0.0003
9	0.0097	0.0026	0.0005
10	0.0097	0.0026	0.0004
11	0.0097	0.0026	0.0004
12	0.0097	0.0026	0.0004
13	0.0097	0.0026	0.0004
14	0.0097	0.0026	0.0004
15	0.0097	0.0026	0.0004

Si se representan estos valores gráficamente:

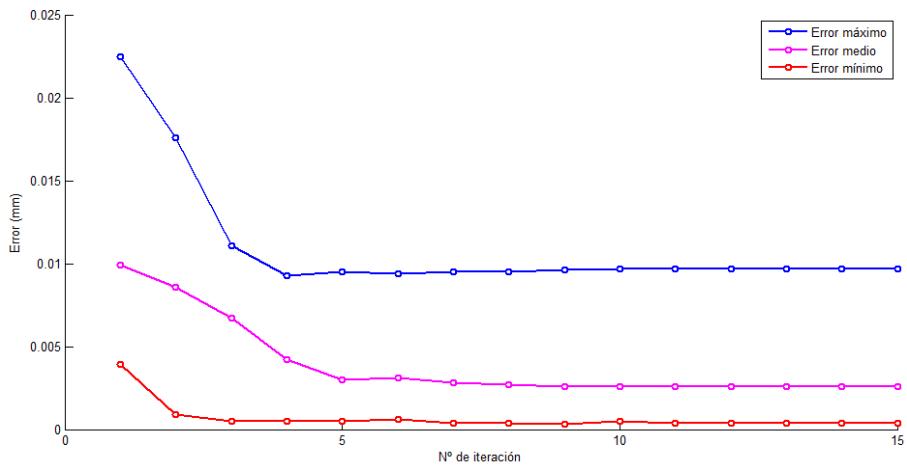


Figura 131. Resultados de la verificación volumétrica utilizando los puntos de la estructura piramidal de la pieza patrón.

Podemos concluir que el error máximo se reduce en un 57%, el error medio en un 74% y el error mínimo en un 90%.

En las siguientes gráficas se representan los errores que aparecen en la evaluación del error en cada punto y el número de puntos con este valor antes y después de la optimización.

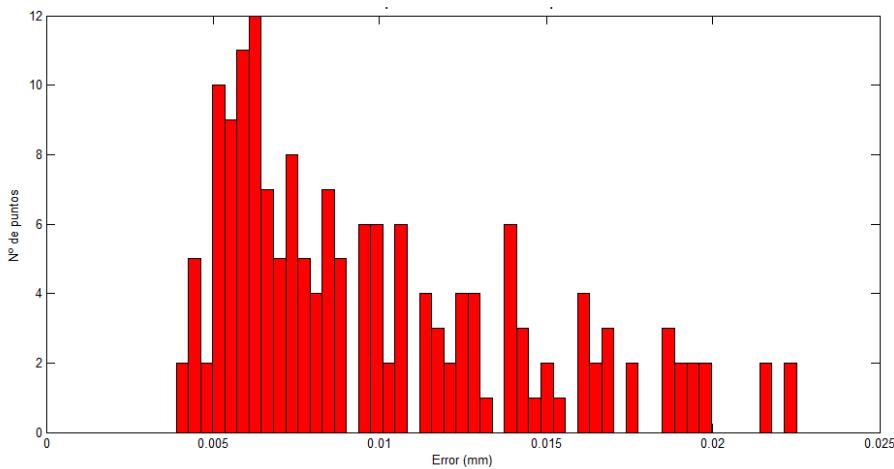


Figura 132. Error de los puntos de la estructura piramidal antes de la optimización.

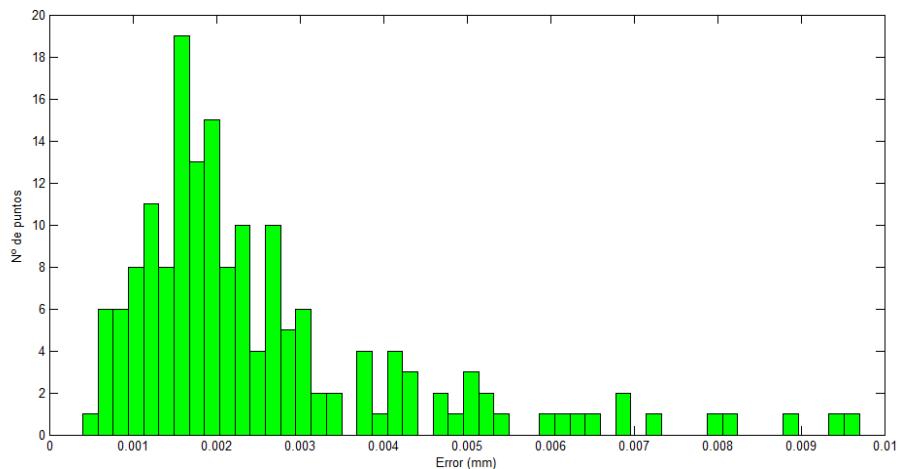


Figura 133. Error de los puntos de la estructura piramidal después de la optimización.

En la Figura 134 se muestra la distribución de los puntos con el error inicial que estos tienen antes de realizar las iteraciones. Se puede observar que el mayor error aparece en las esquinas de los niveles inferiores de la pirámide, más concretamente en las que tienen coordenadas en X e Y (0,250) y (250,0). En la Figura 135 se puede ver que el error máximo mayor sigue apareciendo en esas zonas tras la optimización pero que se ha reducido en un 57%.

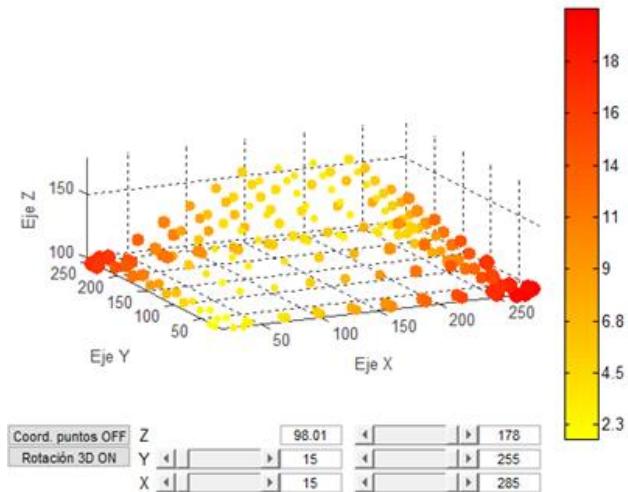


Figura 134. Distribución de los puntos de la estructura piramidal con los errores iniciales.

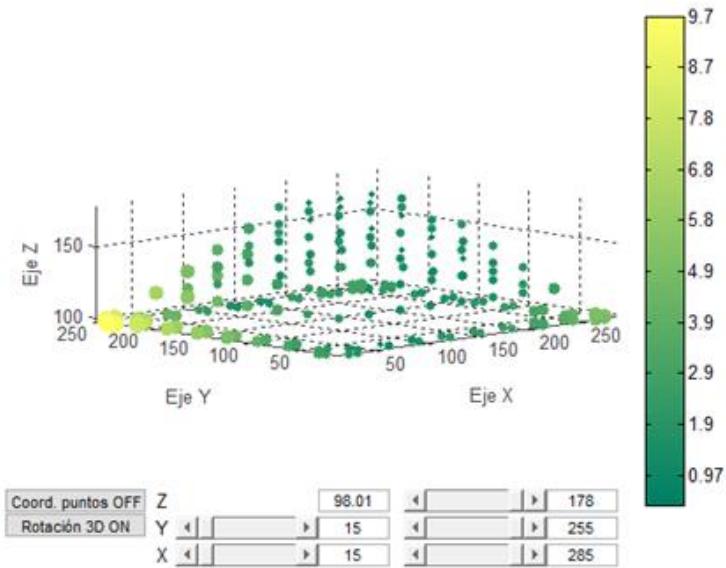


Figura 135. Distribución de los puntos de la estructura piramidal con los errores finales.

En ambas pruebas se ha comprobado que con la verificación volumétrica se obtienen buenos resultados además de ser un método que requiere de menor tiempo para obtenerlos. Con ella se ha conseguido reducir notablemente el valor del error máximo, medio y mínimo en los dos ensayos realizados

## 8 Hoja de procesos.

En este capítulo se detalla el procedimiento necesario para el mecanizado de la pieza diseñada en una fresadora vertical convencional de tres ejes. Ha sido necesario realizar un cambio respecto del diseño original para poder realizar el mecanizado de una manera más fácil evitando problemas de selección de herramienta. El cambio ha sido realizar las ranuras principales así como las ranuras de las almenas con una profundidad de 60 mm. A continuación se presentan todas las operaciones realizadas con sus datos técnicos y las herramientas que se utilizan según las que ofrece la marca Sandvik Coromant [20].

Tabla 10. Hoja analítica de operaciones.

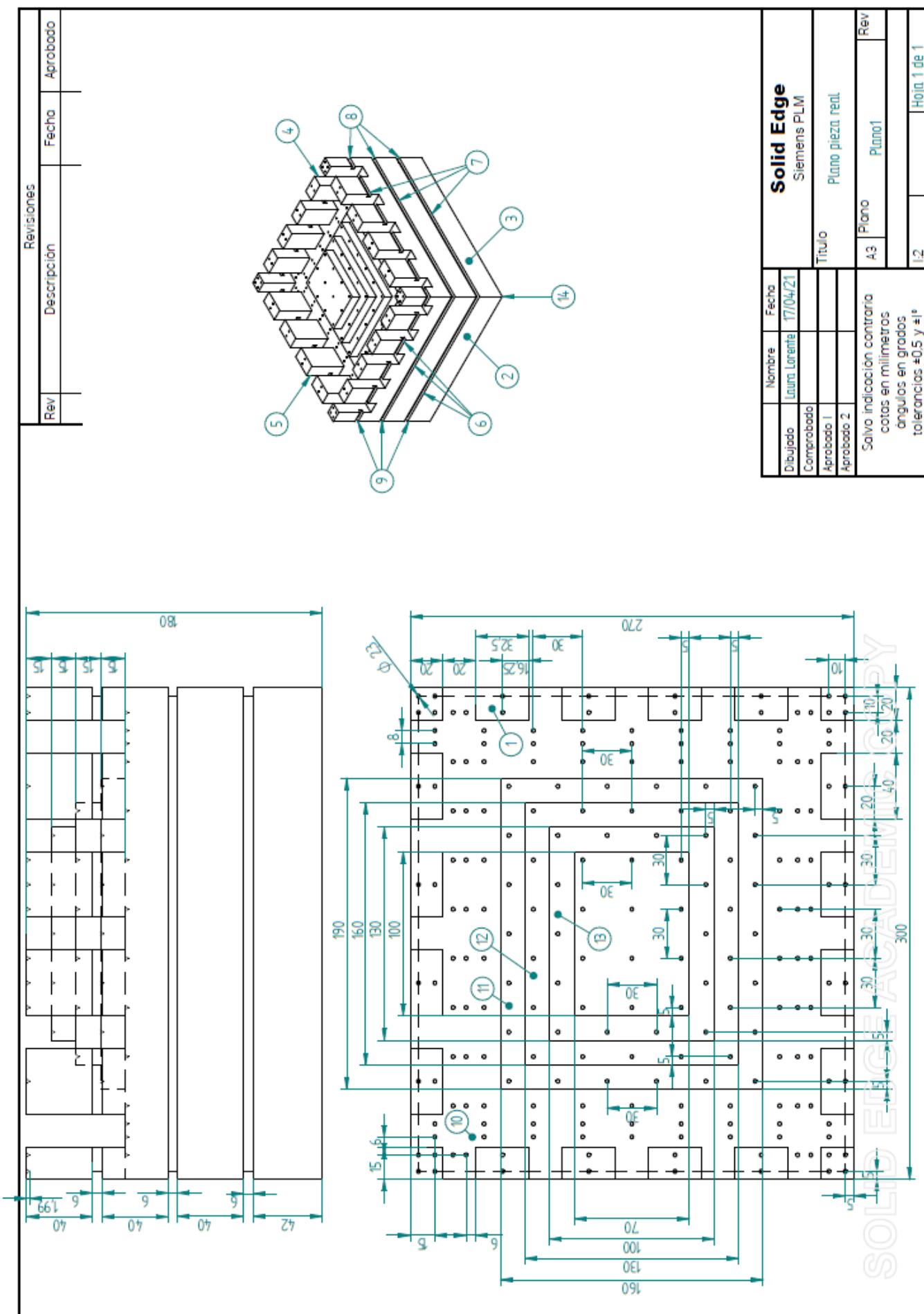
HOJA ANALÍTICA DE OPERACIONES							Máquina.
Material: Aluminio							Fresadora vertical convencional de tres ejes
Plano: Plano1		Nº Piezas: 1					Preparador:
Subfase	Hoja Nº: 1 de 1	Datos técnicos					Laura Lorente
	Fase Nº:2	Nº pasadas	Profundidad pasada (mm)	Avance por diente (mm)	Velocidad de corte (m/min)	r.p.m	
	Operaciones						Herramientas Utilajes
1	Amarre pieza 1.						Mordazas.
1.1	Planeado 14.	1	2	0,24	934	4440	00:32.820 CoroMill R245-063A32-12L. CoroMill R245-12 T3 E-AL H10.
1.2	Desbaste 2, 3, 4 y 5.	2	90	0,54	679	8640	00:01.854 CoroMill 1P360-2500-XA 1620.
1.3	Acabado 2, 3, 4 y 5.	2	90	0,0599	1150	14600	00:09.960 CoroMill 1P360-2500-XA 1620.
2	Amarre pieza 14.						Mordazas.
2.1	Planeado 1.	1	2	0,24	934	4440	00:32.820 CoroMill R245-063A32-12L. CoroMill R245-12 T3 E-AL H10.
2.2	Desbaste 2, 3, 4 y 5.	2	90	0,54	679	8640	00:01.854 CoroMill 1P360-2500-XA 1620.
2.3	Acabado 2, 3, 4 y 5.	2	90	0,0599	1150	14600	00:09.960 CoroMill 1P360-2500-XA 1620.

Diseño de una pieza patrón para validación y verificación de máquina herramienta

2.4	Ranurado 6, 7, 8 y 9.	1	5	0,167	1260	7990	00:50.880	CoroMill R331.35C- 050A20CM060. CoroMill N331.1A- 04 35 05H-NL1130.
2.5	Desbaste 10.	3	15	0,193	382	7600	02:58.200	CoroMill 2P120- 1600-NC H10F.
2.6	Desbaste 11.	1	10	0,356	377	6000	00:19.260	CoroMill 2P170- 2000-NA H10F.
2.7	Desbaste 12.	1	10	0,356	377	6000	00:15.720	CoroMill 2P170- 2000-NA H10F.
2.8	Desbaste 13.	1	10	0,356	377	6000	00:12.120	CoroMill 2P170- 2000-NA H10F.
2.9	Acabado 10.	1	15	0,262	842	16700	00:10.440	CoroMill 2P120- 1600-NC H10F.
2.10	Acabado 11.	1	5	0,293	647	10300	00:10.080	CoroMill 2P170- 2000-NA H10F.
2.11	Acabado 12.	1	5	0,293	647	10300	00:08.220	CoroMill 2P170- 2000-NA H10F.
2.12	Acabado 13.	1	5	0,293	647	10300	00:06.360	CoroMill 2P170- 2000-NA H10F.
2.13	Ranurado 10.	3	20	0,2	394	7840	00:49.860	CoroMill 2P120- 1600-NC H10F.
2.14	Punteado 1, 10, 11, 12 y 13.	1		M	35	1114		Broca 10 mm ATORN.

En el Anexo 8 se describen las características de las herramientas.

Diseño de una pieza patrón para validación v verificación de máquina herramienta



## **9 Conclusiones y trabajo futuro.**

### **9.1 Conclusiones obtenidas.**

Las conclusiones que se han obtenido respecto al diseño paramétrico de la pieza y al mejor método para obtener los errores geométricos de una máquina herramienta de tres ejes son las siguientes:

- Es importante que en el diseño de la pieza se incluyan geometrías en todas las direcciones para la obtención de todos los errores geométricos además de permitir la aplicación de distintos métodos de medida.
- Resulta recomendable que el diseño de la pieza se realice de forma paramétrica puesto que de esta forma la pieza podrá ser usada en una mayor cantidad de ensayos y con distintas máquinas herramienta al poder adaptar sus dimensiones.
- Se ha descartado como válido el primer método de verificación geométrica presentado debido a la imposibilidad de calcular los errores de movimiento angular por obtener valores del error muy alejados del error teórico.
- El segundo método de verificación geométrica resulta válido para el cálculo de los errores geométricos calculados de forma individual o de forma conjunta. Además se ha comprobado que cuando se calculan de forma conjunta resulta necesario aislarlos del resto para obtener unos valores correctos del error que se estudie.
- Se ha comprobado que utilizar una simplificación del modelo matemático básico para la obtención por simulación de coordenadas reales es adecuado si las funciones de error teóricas de la simulación son de grado mayor que uno.
- La verificación volumétrica ha proporcionado unos buenos resultados del efecto conjunto de los errores de una forma mucho más rápida que la verificación geométrica. Además se puede realizar con una geometría más simple como se ha comprobado cuando solo se ha utilizado la estructura piramidal.

### **9.2 Trabajo futuro.**

El siguiente paso después del estudio de este trabajo es llevarlo a la práctica. Para ello se partirá de la hoja de procesos desarrollada para la mecanización y se desarrollaran las operaciones en el orden que se ha establecido y con unas herramientas de las mismas características que las escogidas para cada una de las operaciones. Tras obtener la pieza se localizarán todos los puntos que han resultado necesarios para el cálculo de cada error y se realizará la medición con una máquina de medición por coordenadas. Con la obtención de las coordenadas nominales y las coordenadas reales se pasará a realizar la verificación geométrica mediante el método que se ha determinado como válido, el segundo. Se realizarán todos los ensayos descritos de ese método para comparar y analizar los resultados obtenidos. Una vez finalizada la verificación geométrica se realizará la volumétrica para obtener el efecto conjunto de los errores.

### Diseño de una pieza patrón para validación y verificación de máquina herramienta

Tras realizar el estudio realizado con la pieza de dimensiones descritas se podrán realizar los mismos estudios variando las dimensiones y características de la pieza gracias a tener un diseño paramétrico.

## 10 Bibliografía.

- [1] S. Ibaraki, M. Sawada, A. Matsubara, and T. Matsushita, "Machining tests to identify kinematic errors on five-axis machine tools," *Precis. Eng.*, 2010.
- [2] D. Alierta Gazol, "TFG Modelado y compensación de errores de sistemas de prototipado rápido," 2012.
- [3] D. Lizbeth and A. Higuera, "Método para la Verificación Geométrica de Máquinas Herramienta según su Configuración : Desarrollo y Análisis," 2014.
- [4] M. A. D. S.Moylan, J. Slotwinski, A. Cooke, K. Jurrens, "Proposal for a Standardized Test Artifact for Additive Manufacturing Machines and Processes," *Solid Free. Fabr. Symp.*, 2012.
- [5] S. Ibaraki and Y. Ota, "A machining test to evaluate geometric errors of five-axis machine tools with its application to thermal deformation test," *Procedia CIRP*, 2014.
- [6] C. A. Villacampa Guardia, "TFG Verificación volumétrica y compensación de errores en sistemas de fabricación aditiva de plástico de bajo coste," *Zaguan.Unizar.Es*, 2014.
- [7] M. Pezeshki and B. Arezoo, "Kinematic errors identification of three-axis machine tools based on machined work pieces," *Precis. Eng.*, 2016.
- [8] J. Fan, Y. Tang, D. Chen, and C. Wu, "A geometric error tracing method based on the Monte Carlo theory of the five-axis gantry machining center," *Adv. Mech. Eng.*, 2017.
- [9] N. Huang, Y. Jin, X. Li, L. Liang, and S. Wu, "Identification of integrated geometric errors of rotary axis and setup position errors for 5-axis machine tools based on machining test," *Int. J. Adv. Manuf. Technol.*, 2019.
- [10] J. A. Marañón, "Los errores en el mecanizado - Metalmecánica." <https://www.interempresas.net/MetalMecanica/Articulos/116756-Los-errores-en-el-mecanizado.html>.
- [11] AENOR, "UNE-ISO 230-1," 2014.
- [12] TECNIMETAL, "¿Qué es una MMC (Máquina de medición por coordenadas)? – Máquinas de medición por coordenadas." <https://maquinasdemedicionporcoordenadas.com/2021/05/19/que-es-una-mmcmc-maquina-de-medicion-de-coordenadas/>.
- [13] J. Aguado Lamana, "Anexos Comparación experimental de técnicas tradicionales y novedosas de verificación geométrica de MH," 2016.
- [14] RENISHAW, "Explicación de la interferometría." <https://www.renishaw.es/es/explicacion-de-la-interferometria--7854>.
- [15] Metronica, "Laser Tracker – metrología in situ." <http://www.metronica.es/laser-tracker/>.
- [16] Unimetrik, "MH Check." <https://www.unimetrik.es/productos/sistemas-de-verificacion/mh-check/>.

- [17] RENISHAW, “Sistema ballbar QC20-W.” <https://www.renishaw.es/es/sistema-ballbar-qc20-w--11075>.
- [18] R. A. Roa Hernández and I. Navarrete Martínez, “El diseño paramétrico aplicado a las soluciones y detalles constructivos,” 2014.
- [19] J. J. A. M. S. Aguado Jiménez, J. Santolaria Mazo, D. Samper. Carnicer, “Verificación volumétrica: verificación de máquina-herramienta de grandes dimensiones - Metalmecánica,” 2012.  
<https://www.interempresas.net/MetalMecanica/Articulos/62739-Verificacion-volumetrica-solucion-verificacion-maquina-herramienta-grandes-dimensiones.html>.
- [20] Sandvik Coromant, “Sandvik Coromant - herramientas y soluciones para el mecanizado.” <https://www.sandvik.coromant.com/es-es/pages/default.aspx>.
- [21] U. Mutilba, E. Gomez-Acedo, G. Kortaberria, A. Olarra, and J. A. Yagüe-Fabra, *Traceability of on-machine tool measurement: A review*. 2017.
- [22] G. T. Smith, *Machine tool metrology: An industrial handbook*. 2016.
- [23] Geodesical, “Nivel Electrónico NIVEL SYSTEM EL-32.”  
<https://geodesical.com/tiendas/niveles-digitales-topografia/240010-Nivel-Electronico-NIVEL-SYSTEM-EL-32.html>.
- [24] Tecnicaenlaboratorios, “Autocolimador.”  
[http://www.tecnicaenlaboratorios.com/Nikon/Info\\_autocolimador.htm](http://www.tecnicaenlaboratorios.com/Nikon/Info_autocolimador.htm).
- [25] Nikon Metrology, “Autocolimador 6D LED | Autocolimadores.”  
<https://www.nikonmetrology.com/es/medicion-optica/autocolimadores-autocolimador-6d-led>.
- [26] Heidenhain, “KGM 200 grid encoders for machine tool inspection.”  
<https://www.heidenhain.com/products/testing-and-inspection-devices/testing-of-machine-tools>.