

Anexos

Anexo 1. Elecciones para la función de delación

En el trabajo hemos tomado una regla de delación selectiva caracterizada por una función de Boltzmann:

$$B(x, y) = \begin{cases} 1 & \text{si } x \geq y , \\ \exp \left[\frac{1}{T} \frac{(x-y)}{(x+y)} \right] & \text{si } x < y , \end{cases} \quad (1)$$

de manera que tenemos una función continua en la que, cuando ambas especies corruptas representan la misma fracción de población, ambas se ven delatadas por igual con probabilidad β . Se muestra la representación de la función $B(x, y)$ en la Figura 1a. Esta elección para la función de delación no es la única posible, existen otras propuestas con ventajas y desventajas, que discutiremos a continuación. En concreto, nos centramos en dos ejemplos: la función escalón y la función de Fermi.

En primer lugar, la función escalón, o Heavyside, se puede obtener como un límite de la función de Boltzmann cuando $T \rightarrow 0$:

$$\theta(x, y) = \begin{cases} 1 & \text{si } x \geq y , \\ 0 & \text{si } x < y . \end{cases} \quad (2)$$

Su representación se muestra en la Figura 1b. Destacamos el hecho de que, cuando ambas especies tienen la misma fracción, ambas sufren delación por igual. Esta función muestra una discontinuidad en $x = y$, que da lugar a problemas a la hora de aplicar el modelo en redes motivados por el hecho de que, en este caso, la banda minoritaria no sufre delación por parte de los honestos, provocando oscilaciones en el sistema en torno a la bisectriz: en un paso temporal, la fracción de población de la banda minoritaria aumenta considerablemente al no sufrir delación por honestos, mientras que la banda mayoritaria pierde población. En el paso temporal siguiente, la banda que era minoritaria es ahora mayoritaria, y viceversa. De nuevo, la minoritaria no sufre delación y aumenta en gran medida su población. Este fenómeno provoca grandes excesos en la población de agentes corruptos respecto al campo medio tanto en Markov como en Montecarlo, como se observa en la Figura 1h, debido a que raramente se llega a delatar a ambas bandas a la vez porque sus poblaciones casi nunca son iguales.

La tercera opción para la delación es utilizar una función tipo Fermi, de manera que:

$$F(x, y) = \frac{1}{1 + \exp \left[\frac{1}{T} \frac{-(x-y)}{(x+y)} \right]} . \quad (3)$$

Ahora, tenemos una única función continua que abarca todas las posibles diferencias de población, como se muestra en la Figura 1c. El inconveniente de esta función es que, cuando $\rho_{cin} = \rho_{cst}$, la delación que sufren ambas bandas por parte de honestos es igual a $\beta/2$. Esto tiene dos grandes implicaciones: por un lado, la fracción de honestos en el equilibrio es menor que en los casos anteriores, al menos considerando el campo medio. Por otro, el hecho de que los honestos sean más permisivos con los corruptos minoritarios provoca de nuevo oscilaciones

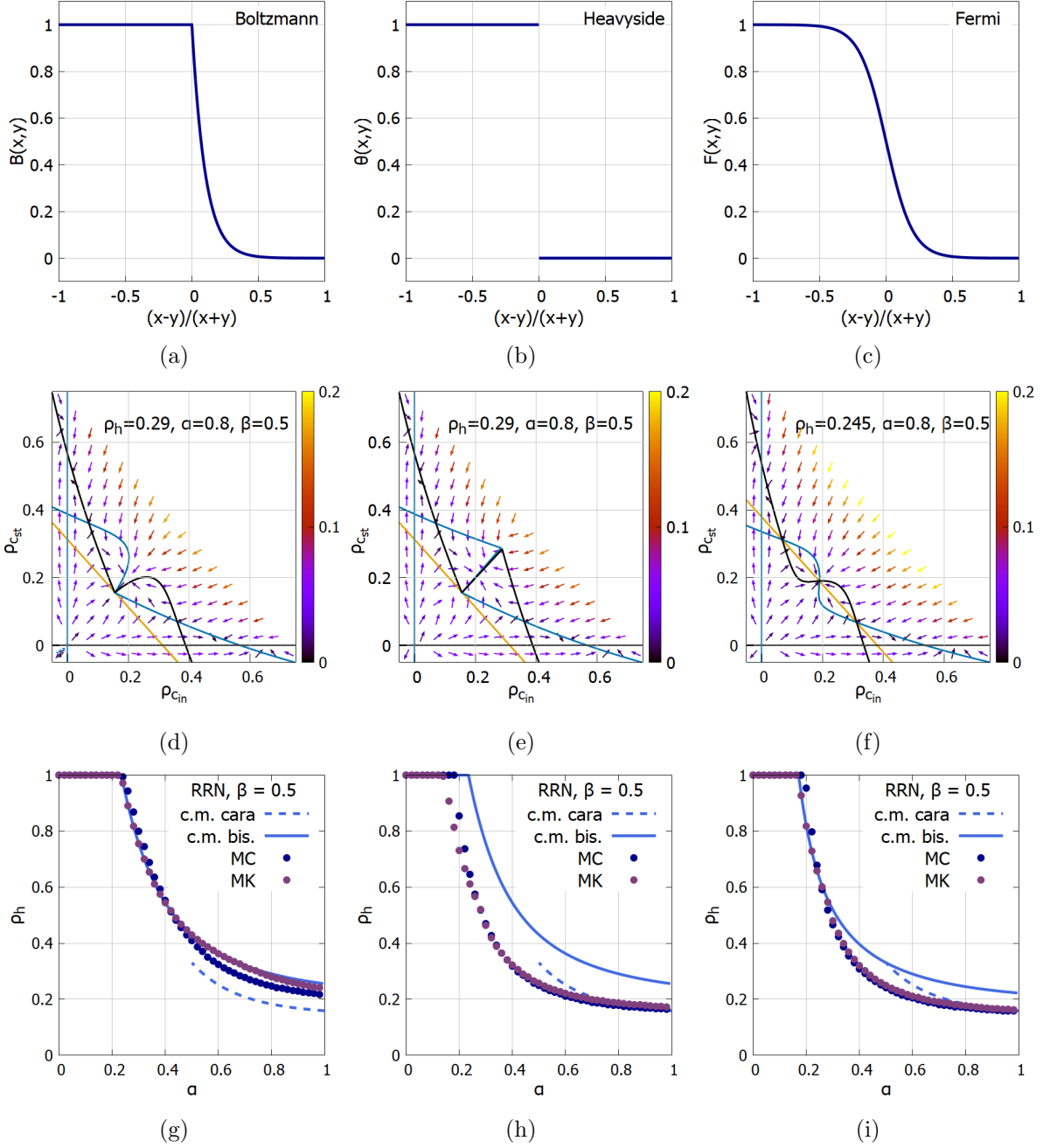


Figura 1: Las tres funciones de delación propuestas. Se muestra la forma de las funciones (a) Boltzmann, (b) Heavyside, y (c) Fermi, así como secciones transversales del tetraedro de configuraciones, tomadas para los valores de ρ_h correspondientes al punto fijo sobre la cara. Las funciones (d) Boltzmann y (e) Heavyside tienen el punto fijo en el mismo lugar, pero la función (f) Fermi lo tiene desplazado frente a las anteriores. Se muestran también las fracciones en el equilibrio obtenidas mediante campo medio (c.m., azul) en la bisectriz (línea continua) y en la cara (línea discontinua) para las tres funciones. Se muestran también los resultados obtenidos sobre la bisectriz en dinámica markoviana (MK, morado) y simulaciones Montecarlo (MC, azul oscuro) en RRN.

importantes en torno a la bisectriz, de manera que para valores elevados de α , las grandes variaciones de población de corruptos en cada paso temporal alejan al sistema de la situación de igualdad de poblaciones corruptas. En cambio, cuando el parámetro de corrupción α es pequeño, los resultados se ajustan muy bien al campo medio.

Se puede demostrar además a partir de las ecuaciones de flujo que la condición de estabilidad del punto fijo de supervivencia de una única banda $\beta = \alpha$, que sabemos que corresponde a $\rho_h = \rho_c$, también hace coincidir la fracción de población honesta en la bisectriz y en la cara, lo que significa que en $\alpha = \beta$ la delación selectiva no supone una ventaja para los honestos. Esto se puede ver también gráficamente atendiendo a la Figura 1f, donde se muestra que el punto fijo sobre la bisectriz y los puntos fijos inestables interiores al tetraedro tienen un mismo ρ_h^* . Cuando los puntos fijos inestables colisionen con los de las caras, estos pasarán a ser estables con la misma fracción ρ_h^* que el punto fijo en la bisectriz, produciéndose la bifurcación transcítica.

Vemos así que las funciones de Heavyside y de Fermi provocan oscilaciones en torno al plano bisectriz que alteran en gran medida las fracciones de población honesta en el equilibrio. Este fenómeno no está presente con Boltzmann porque combina por un lado la delación completa de la banda mayoritaria con el castigo a la minoritaria, de manera que las poblaciones de ambas no sufren grandes variaciones para valores elevados de α , estabilizando las fracciones y acercándolas al campo medio.

Anexo 2. Segregación fuerte y débil

En este trabajo hemos comprobado la importancia de la segregación en el modelo HCCO a la hora de explicar las desviaciones de comportamiento respecto del campo medio. Esta segregación aparece cuando los mecanismos propios de la delación selectiva pierden influencia, al ser ambas poblaciones muy similares. En este contexto, ambas bandas se ven delatadas por igual con cierta probabilidad β efectiva, algo menor que la β real, que da lugar a un modelo HCCO sin delación selectiva en entornos locales de la red. Estos entornos tienden entonces al estado de supervivencia de una única banda corrupta, y por tanto aparecen localmente acumulaciones de una u otra especie.

Esto implica que la segregación espacial a gran escala es una propiedad exclusiva del modelo HCCO con delación selectiva. Cabe destacar además que por segregación entendemos la acumulación de cierta especie en una zona de la red, que es algo que podemos observar directamente en redes lattice, y no únicamente al hecho de que una especie tenga, en promedio, un mayor número de vecinos de su especie de los que debería. Evidentemente, ambas cosas están muy relacionadas, y los valores desorbitados de las métricas medidas durante el trabajo son una prueba clara de que la distribución de las especies por la red no es homogénea.

Estas métricas esconden así contribuciones de los dos efectos comentados: Primero, reflejan el efecto de grandes segregaciones macroscópicas, porque la existencia de grandes espacios en la red con ausencia de una banda hace disminuir mucho su fracción en campo medio, y en última instancia, aumenta en gran medida el valor de las métricas¹ (hasta en un factor 2, cuando las

¹Esto muestra que las métricas, pese a ser cantidades definidas en base a los entornos locales, también caracterizan la estructura global.

bandas se reparten en dos zonas iguales y separadas). Segundo, en el ámbito local, las métricas son capaces de capturar las leves desviaciones en la composición de los entornos de los agentes. Ingenuamente, teniendo en cuenta que la propagación de una especie se realiza generalmente mediante interacción de individuos de esa misma especie con otros, podríamos pensar que las diferentes especies se van a encontrar siempre algo agregadas. Podemos ver, por ejemplo, qué ocurre con los agentes corruptos: dado que la propagación de la corrupción se produce en el entorno de un corrupto cuando se encuentra a un honesto, es natural pensar que los corruptos deberían encontrarse normalmente agregados entre sí. Lo mismo debería ocurrir con los agentes honestos, si la delación cruzada entre bandas no se produjese. Ambas segregaciones, local y global, son cualitativamente diferentes, tienen orígenes distintos, y provocan diferentes efectos en el sistema. Por claridad, en este anexo hablaremos de «segregación fuerte» cuando nos refiramos a la separación global de especies en distintas regiones de la red, y «segregación débil» cuando nos refiramos a la presencia de desviaciones locales en los entornos de cada agente. Se trata de una diferencia únicamente conceptual, porque ambas se miden con las mismas métricas.

El mecanismo de segregación débil puede estar presente entonces tanto en el modelo HCO como en el HCCO. Dado que en el HCO no se da competencia entre bandas, en principio el efecto de segregación fuerte no debería estar presente, y por tanto el estudio de las métricas en HCO nos da información acerca de estos efectos de segregación débil. Representamos estas métricas para simulaciones Montecarlo del modelo HCO en las Figuras 2a y 2b, en función de α y β , para redes lattice y RRN. En el caso de la dinámica markoviana, el sistema siempre tiende a la composición obtenida en campo medio, con fracciones finales de población homogéneas en todos los nodos, y por tanto no se produce segregación.

En primer lugar, podemos ver que la segregación es notablemente más débil que en el HCCO, siendo su influencia en las poblaciones finales mínima. Vemos además que los resultados son muy similares para redes lattice y RRN en buena parte del espacio de parámetros, lo que indica que esta segregación no encuentra su justificación en términos de la estructura espacial de la red, o no está limitada por ésta. El pico inicial de agregación corrupta $\sigma_{c,c}$ en las Figuras 2a, o de agregación honesta $\sigma_{h,h}$ en la Figura 2b que se producen justo en la transición desde la situación de dominio de una estrategia (C o H) a la situación de convivencia se deben a que, al haber una cantidad muy pequeña de individuos, si dos de ellos se encuentran, el valor de las métricas se dispara porque en promedio no se deberían ver nada.

Llama la atención inmediatamente que la especie corrupta no se encuentra agregada en la mayoría de ocasiones. De hecho, salvo en la región en la que la fracción de población corrupta es muy pequeña, tenemos en general que $\sigma_{c,c} < 1$. Este resultado va en contra de la explicación anterior, basada en los mecanismos de generación de corruptos, pero se puede entender teniendo en cuenta también el fenómeno de delación: los agentes corruptos delatados dan lugar a agentes en el ostracismo, que se generan al lado de otros agentes corruptos y entorpecen su propagación. De hecho, los corruptos observan generalmente menos agentes C y H de los que deberían, porque observan un exceso de O . En cualquier caso, podemos ver que la segregación débil da lugar a pequeñas desviaciones respecto del campo medio que en nada se asemejan a fenómenos de separación de especies, como ocurre en el modelo HCCO, aunque este mecanismo también debería estar presente aquí. Para comprobarlo, en lugar de considerar las métricas de los honestos con cada una de las bandas corruptas en la convivencia, lo consideramos con ambas a la vez,

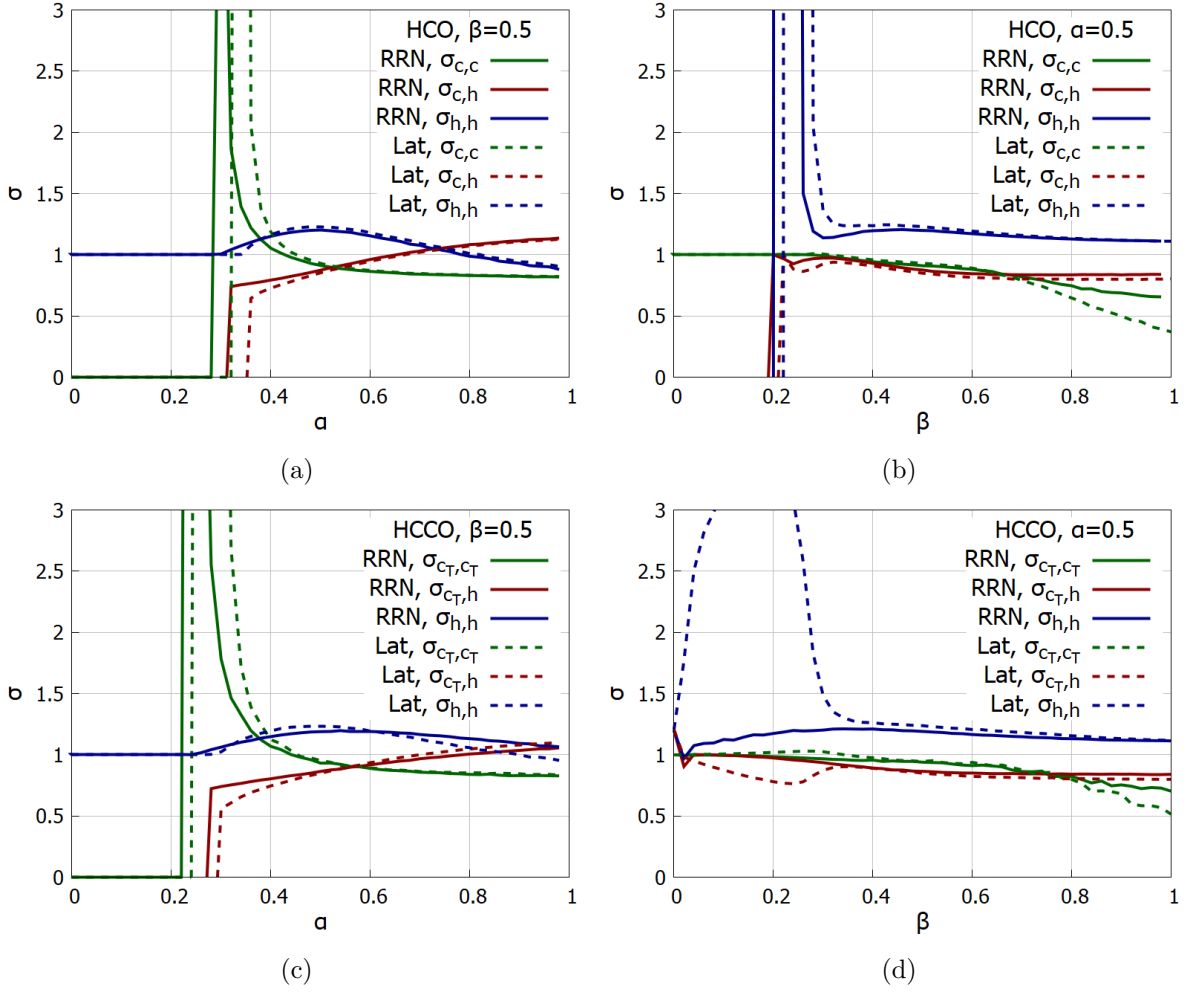


Figura 2: Métricas para simulaciones Montecarlo. Se muestran los resultados para redes lattice (líneas discontinuas) y RRN (líneas continuas), obtenidas en (a,b) HCO, y en (c,d) HCCO. Se incluyen las métricas entre honestos $\sigma_{h,h}$ (azul), corruptos $\sigma_{c,c}$ (verde) y honestos con corruptos $\sigma_{c,h}$ (rojo). En el modelo HCCO, se han considerado todos los corruptos juntos, $c_T = c_{in} + c_{st}$.

$\rho_{c_T} = \rho_{c_{in}} + \rho_{c_{st}}$. Los resultados se muestran en las Figuras 2c y 2d, y son semejantes a los obtenidos con el modelo HCO. Esto es razonable, teniendo en cuenta que el modelo HCCO se aproxima a dos HCO diferentes en redes, y que las únicas desviaciones se pueden producir en la frontera, donde se genera un exceso de honestos, aunque su efecto no es fácilmente cuantificable en términos de la segregación.

Estos resultados muestran que la segregación débil está siempre presente en la red, tanto en el modelo HCO como en el HCCO, pero se diluye en este último caso ante el fenómeno de la segregación fuerte. Los efectos de cada segregación son diferentes: mientras que la segregación débil podría dar lugar a pequeñas desviaciones poblacionales, la segregación fuerte dificulta en gran medida el efecto de la delación cruzada. En cualquier caso, queda reforzada la hipótesis de que el modelo HCCO se comporta localmente como un HCO, y además, que la segregación global tiene su origen en la interacción entre las dos bandas, y se trata de un efecto genuino del modelo HCCO.