

Trabajo Fin de Máster

MEMORIA

Control digital de un convertidor *Buck* mediante
realimentación lineal del estado

Máster en Ingeniería Electrónica



Autor

Roberto Velázquez Millán

Director/es

Luis Ángel Barragán Pérez
Carlos Sagüés Blázquez

Escuela de Ingeniería y Arquitectura
Universidad de Zaragoza

2013

Alumno: Roberto Velázquez NIA: 327988	Memoria Trabajo de Fin de Máster	Página 1 de 52
	Control digital de un convertidor <i>Buck</i> mediante realimentación lineal del estado	

CONTROL DIGITAL DE UN CONVERTIDOR *BUCK* MEDIANTE REALIMENTACIÓN LINEAL DEL ESTADO

RESUMEN

Aunque el control de un convertidor CC-CC *Buck* está hoy en día ampliamente desarrollado, se considera de interés académico el estudio de un control más avanzado del mencionado convertidor mediante realimentación lineal del estado. De esta forma se profundiza en los conocimientos de control y electrónica de potencia a la vez que se ahonda en el dominio de herramientas de simulación y análisis.

En este Trabajo Fin de Máster se presenta el control digital por realimentación del estado de un convertidor *Buck*. La implementación se realiza en coma fija sobre una FPGA. Los fundamentos básicos se obtienen de las asignaturas “Control de etapas electrónicas de potencia” y “Modelado de convertidores electrónicos de potencia” del Máster de Ingeniería Electrónica y de la asignatura “Ingeniería de control” optativa de 5º curso Ingeniería Industrial. Se usan referencias específicas que se detallan en la memoria para conseguir de forma ordenada el objetivo planteado.

Los aspectos más destacados se resumen de la siguiente forma:

Estudio del estado del arte en cuanto a control de convertidores electrónicos de potencia consultando publicaciones científicas y libros.

Se obtiene el modelo dinámico del convertidor *Buck*. Este modelo se utiliza en el planteamiento del esquema de control. Además se realiza un modelo conmutado del convertidor que se utiliza en las simulaciones.

Se realiza el cálculo de la ley de control y se plantea el esquema de control. Las simulaciones en bucle cerrado permiten obtener conclusiones que llevan a simplificaciones y decisiones útiles a la hora de implementar el control digital en una FPGA.

Se compara mediante simulación el control del convertidor *Buck* mediante realimentación lineal del estado y un control modo tensión, se señalan ventajas e inconvenientes de uno y otro. Adicionalmente se simula un control mediante realimentación del estado basado en un esquema con observador, comparándose con el control por realimentación del estado formal. Se simula en coma fija la implementación que se ha decidido realizar en VHDL sintetizable en la FPGA.

Se desarrolla un programa de testbench en VHDL no sintetizable para simular el control digital. Se simula el control en coma fija por realimentación lineal del estado en VHDL sintetizable y se implementa el control digital en la FPGA. Se desarrolla un interfaz de usuario acorde a la tarjeta de evaluación de la FPGA que se dispone.

Se realizan mediciones y toma de datos experimentales. Los datos tomados se comparan con los obtenidos en simulación.

Como posible continuación del trabajo, se analizan las razones por las que sería de interés la implementación en coma fija en una FPGA de un control por realimentación del estado basado en un esquema con observador.

Alumno: Roberto Velázquez NIA: 327988	Memoria Trabajo de Fin de Máster	Página 2 de 52
	Control digital de un convertidor <i>Buck</i> mediante realimentación lineal del estado	

INDICE

1 Introducción	4
1.1 Antecedentes	4
1.2 Objetivos y alcance	5
1.3 Organización de la memoria	6
2 Modelado del convertidor	7
2.1 Convertidor Buck	7
2.2 Modelo de estado de pequeña señal	8
2.2.1 Modelo promediado de gran señal	8
2.2.2 Modelo de pequeña señal	9
2.3 Modelo de estado conmutado	10
3 Diseño del control digital	13
3.1 Esquema de integradores	13
3.2 Simulación en números reales	14
3.2.1 Instante de muestreo	14
3.2.2 Aproximación del estado por la salida	15
3.2.3 Efecto de antiwindup	16
3.2.4 Comparación con control modo tensión	17
3.2.5 Esquema de control con observador	19
3.2.6 Comparativa por número de productos	21
3.3 Simulación en coma fija	21
3.3.1 Simplificaciones adoptadas	21
3.3.2 Formatos numéricos	22
4 Implementación en FPGA	25
4.1 Testbench en VHDL	25
4.1.1 Modelado del convertidor conmutado	25
4.1.2 Modelado del conversor ADC	25
4.1.3 Modelado del modulador	26
4.1.4 Modelado del control en números reales	27
4.1.5 Simulación en números reales	27
4.2 Descripción en VHDL sintetizable	27

Alumno: Roberto Velázquez NIA: 327988	Memoria Trabajo de Fin de Máster	Página 3 de 52
	Control digital de un convertidor <i>Buck</i> mediante realimentación lineal del estado	

4.2.1 Control del conversor ADC.....	28
4.2.2 Modulador	28
4.2.3 Control y formatos numéricos	29
4.2.4 Interfaz de usuario	31
4.2.5 Simulación en coma fija	32
4.2.6 Implementación en la FPGA	32
5 Resultados experimentales.....	33
5.1 Banco de pruebas utilizado.....	33
5.2 Resultados y comparación con simulación.....	33
6 Conclusiones y líneas de trabajo futuro	38
6.1 Conclusiones.....	38
6.2 Líneas de trabajo futuro	38
Anexo A1: Modelo de gran señal	42
A1.1 Notación de variables	42
A1.2 Datos	42
A1.3 Modelo de estado durante t_{ON}	43
A1.4 Modelo de estado durante t_{OFF}	44
A1.5 Modelo de estado durante Δ	45
A1.6 Modelo promediado de gran señal.....	46
Anexo A2: Modelo de pequeña señal	48
A2.1 Introducción de una perturbación $p(t)$	48
A2.2 Linealización de la ecuación de estado.....	48
A2.3 Linealización de la ecuación de salida.....	50
A2.4 Modelo de estado de pequeña señal del convertidor Buck.....	50
Anexo A3: Contenido CD anexo	51
A3.1 Código Matlab	51
A3.2 VHDL no sintetizable	51
A3.3 VHDL sintetizable	51

Alumno: Roberto Velázquez NIA: 327988	Memoria Trabajo de Fin de Máster	Página 4 de 52
	Control digital de un convertidor <i>Buck</i> mediante realimentación lineal del estado	

1 INTRODUCCIÓN

El modelado y control de los convertidores electrónicos de potencia de continua a continua CC está ampliamente desarrollado, entre estos convertidores se encuentra el *Buck* objeto de este proyecto. Para la implementación de un control mediante realimentación lineal del estado en coma fija en una FPGA, resulta a la vez una motivación y una exigencia la conjugación de conocimientos por una parte de control y por otra de electrónica. En el desarrollo de este proyecto se realizan diversas simulaciones comparándose resultados, en el análisis de estas simulaciones se profundiza en lo predicho por la teoría de control y la teoría de electrónica de potencia. De la misma manera se profundiza en el uso de herramientas de simulación y análisis de los resultados de las simulaciones, así como en el uso de herramientas para la implementación del control en VHDL sintetizable en la FPGA.

1.1 Antecedentes

Los convertidores CC-CC son sistemas variantes en el tiempo y no lineales. Por esta razón no resulta posible la aplicación directa de las técnicas clásicas de control lineal. Para el diseño de controles lineales, se han desarrollado por ejemplo en [1, pp. 187-213] modelos promediados que permiten obtener un modelo lineal en pequeña señal. En estos modelos la pequeña señal es considerada sobre el valor promedio de las variables en un periodo de conmutación T_{sw} .

Dependiendo de si la corriente por la bobina llega a anularse o no, se tienen modelos promediados para modo de conducción continuo CCM y para modo de conducción discontinuo DCM, siendo en ambos modelos la relación de servicio $d(t)$ la acción de entrada al modelo del convertidor. Además de depender de las no idealidades de los componentes del convertidor, la relación de tensiones entre la salida y entrada del convertidor dependen en modo de conducción continuo de la relación de servicio $d(t)$, mientras que en modo de conducción discontinuo dependen además de la frecuencia de conmutación f_{sw} y de la carga.

En [1, pp. 187-213] se presenta el control tradicional en modo tensión y en [1, pp. 439-489] el control tradicional en modo corriente de pico. El control modo tensión presenta una única realimentación con la tensión de salida $v_o(t)$ mientras que el modo corriente de pico se realiza una realimentación con la tensión de salida y otra con el valor de pico de corriente por la bobina $i_L(t)$. El control en modo corriente de pico presenta la desventaja de ser inestable para una relación de servicio superior a 0.5 necesitando de una rampa adicional de estabilización. En [2] se desarrolla un control modo corriente basado en la corriente media por la bobina donde no se hace necesaria la rampa de estabilización. En [3] se desarrolla un control mixto de tensión y corriente que ofrece un mejor rendimiento que un control PI convencional. Un control que además necesita la medida de la corriente $i_L(t)$ presenta la desventaja de coste económico frente a otro que únicamente precisa la medida de $v_o(t)$.

En ese contexto se plantea el control por realimentación lineal del estado en el convertidor CC-CC con la obtención de un modelo de pequeña señal como ilustra [1, pp. 213-226] y la aplicación de esquemas de control propios de la realimentación lineal del estado [4]. A priori, la ventaja de la realimentación de estado es la ubicación exacta de polos, lo que debe de resultar en una mejor respuesta dinámica. El control por realimentación del estado toma mayor importancia cuando el convertidor a controlar no es estable realimentando únicamente en tensión, un caso de este tipo se desarrolla en [5].

Alumno: Roberto Velázquez NIA: 327988	Memoria Trabajo de Fin de Máster	Página 5 de 52
	Control digital de un convertidor <i>Buck</i> mediante realimentación lineal del estado	

Por otra parte, la utilización de circuitos integrados de ejecución concurrente como son las FPGA en el control digital de un convertidor CC-CC permiten la lectura simultánea de la tensión $v_o(t)$ y la corriente $i_L(t)$. Esta ventaja junto con una representación interna de datos en coma fija hace posible alcanzar frecuencias de conmutación y muestreo más elevadas que las que se consiguen con un microcontrolador y que los dispositivos de potencia actuales pueden perfectamente alcanzar.

1.2 Objetivos y alcance

Los objetivos que se proponen son:

- Estudiar en simulación la forma más viable y práctica de implementar un control digital en coma fija mediante realimentación lineal del estado de un convertidor *Buck* en una FPGA.
- Implementar el control por realimentación de estado en una FPGA en coma fija.
- Realizar pruebas reales en laboratorio y comparar con las simulaciones.

Como banco de pruebas se dispone de un convertidor *Buck* de pequeña potencia (2.5 W) montado en un circuito impreso y de una tarjeta de evaluación de una FPGA comercial.

Para alcanzar los objetivos expuestos se llevan a cabo las siguientes tareas:

- Se modela el sistema y se estudia su dinámica con objeto de establecer una especificación coherente en las prestaciones del control a realizar. Se plantea un esquema de control basado en realimentación del estado y se calcula la ley de control. El esquema de control planteado debe disponer de un integrador del error de la tensión de salida $v_o(t)$ de forma que se garantice el error de posición cero. Se desarrolla un modelo conmutado del convertidor que se utiliza en simulación.
- Se simula en números reales el esquema y ley de control utilizando el modelo conmutado mencionado. En esta simulación se estudian detalles clave a tener en cuenta en la posterior implementación en la FPGA, como son el instante de medida o la utilización de la salida en lugar del estado en el cálculo de la acción. Se realiza una comparativa con un control tradicional en modo tensión señalando las diferencias con el control por realimentación del estado. Se plantea un esquema de control basado en observador y se comprueba su funcionamiento en simulación, se compara con el control por realimentación del estado sin observador. Como conclusión de la simulación en reales se toman una serie de decisiones acerca de cómo se realiza la implementación en coma fija en el control digital en la FPGA.
- Aplicando las conclusiones obtenidas en la simulación en reales, se simula en coma fija planteando los formatos numéricos de las variables, la precisión a utilizar en las medidas y en la relación de servicio. Se comprueba que el control en magnitudes cuantizadas funciona y alcanza el error cuantizado cero.
- Se modela en VHDL no sintetizable un testbench del convertidor conmutado *Buck*, modulador PWM, conversor analógico a digital ADC y control en números reales. Con esto se realiza una simulación en lazo cerrado en números reales donde se validan los modelos del convertidor *Buck* y conversor ADC.
- Se describe en VHDL sintetizable el modulador PWM, lectura del ADC, control en coma fija y un interfaz de usuario que permite mediante pulsadores interactuar con el control y visualizar el estado en un visualizador led de 7 segmentos. Se realiza una simulación en lazo cerrado en coma fija donde se

Alumno: Roberto Velázquez NIA: 327988	Memoria Trabajo de Fin de Máster	Página 6 de 52
	Control digital de un convertidor <i>Buck</i> mediante realimentación lineal del estado	

utilizan el convertidor *Buck* y el ADC previamente modelados. En esta simulación se comprueba que el control alcanza el error cuantizado cero.

- Se configura la FPGA con el fichero de configuración obtenido y se realizan medidas experimentales en laboratorio. Las medidas capturadas se comparan con las previamente obtenidas en simulación en números reales.
- Se extraen conclusiones finales del desarrollo del proyecto y se plantea una posible continuación del trabajo.

1.3 Organización de la memoria

En el capítulo 2 se obtiene el modelo de pequeña señal del convertidor *Buck* objeto de estudio en este trabajo, se trata de un convertidor con no idealidades en los componentes. El modelo de pequeña señal es el utilizado para el cálculo de la ley de control y esquema de control aplicados. Se obtiene además el modelo conmutado que se utiliza en simulación para el testeo del control.

En el capítulo 3 se realiza el cálculo de la ley de control y el planteamiento del esquema de control. Se realizan simulaciones en números reales donde se determinan puntos clave a la hora de implementar el control en la FPGA. Se simula un control tradicional en modo tensión y un control por realimentación de estado basado en un observador de estado y perturbación. Se comparan estos últimos con el control por realimentación de estado objeto de este proyecto. De acuerdo a los puntos clave estudiados previamente, se toman las decisiones en cuanto a cómo se implementa el control en coma fija en la FPGA. Con estas decisiones se realiza una simulación en coma fija determinando formatos numéricos.

Con las decisiones aplicadas en la simulación en coma fija, se aborda en el capítulo 4 el diseño del testbench. Así se modela en VHDL no sintetizable y se realiza una simulación en números reales validando los modelos del convertidor *Buck* y ADC realizados. A continuación se realiza el código VHDL sintetizable del ADC, modulador PWM, control en coma fija e interfaz de usuario. Se realiza una simulación en coma fija utilizando el modelado VHDL no sintetizable previamente desarrollado. Finalmente se realiza la implementación física con la generación del fichero **.bit* con la configuración de la FPGA.

En el capítulo 5 se explica el banco de pruebas utilizado donde está montado el convertidor *Buck* y se realizan pruebas de laboratorio que se comparan con los resultados obtenidos en simulación.

Finalmente en el capítulo 6 se resumen las conclusiones del trabajo realizado y se propone una posibilidad de continuación del trabajo orientada al empleo de un observador en el control por realimentación de estado.

Los ficheros de código de simulación y los ficheros VHDL se encuentran en el CD anexo, en anexo 3 se describe el contenido de dicho CD.

2 MODELADO DEL CONVERTIDOR

2.1 Convertidor *Buck*

La Fig. 1 muestra el convertidor *Buck* (*step-down*) ideal.

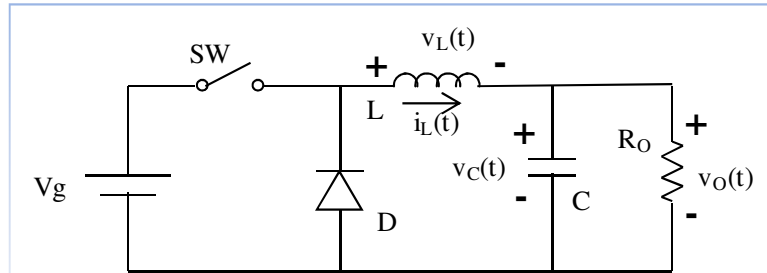


Fig. 1. Convertidor *Buck*.

El interruptor de potencia *SW* conduce un tiempo t_{ON} dentro de un período T_{SW} . Se define la relación de servicio (*duty ratio*):

$$d(t) = \frac{t_{ON}}{T_{SW}}, \text{ cumpliéndose } d'(t) = 1 - d(t). \quad (2.1)$$

El resto del tiempo dentro del período T_{SW} se denomina t_{OFF} , $t_{OFF} = T_{SW} - t_{ON}$. A la relación de servicio en régimen estacionario se la denomina D , con $D' = 1 - D$.

Se dice que el convertidor trabaja en modo de conducción continuo CCM cuando la corriente por la bobina $i_L(t)$ no llega a hacerse cero en ningún momento durante el período T_{SW} . En CCM la relación de tensiones medias entre entrada y salida viene determinada por la relación de servicio en estado estacionario:

$$D = \frac{V_O}{V_g}. \quad (2.2)$$

En modo CCM el convertidor presenta dos topologías diferentes, como muestra la Fig. 2

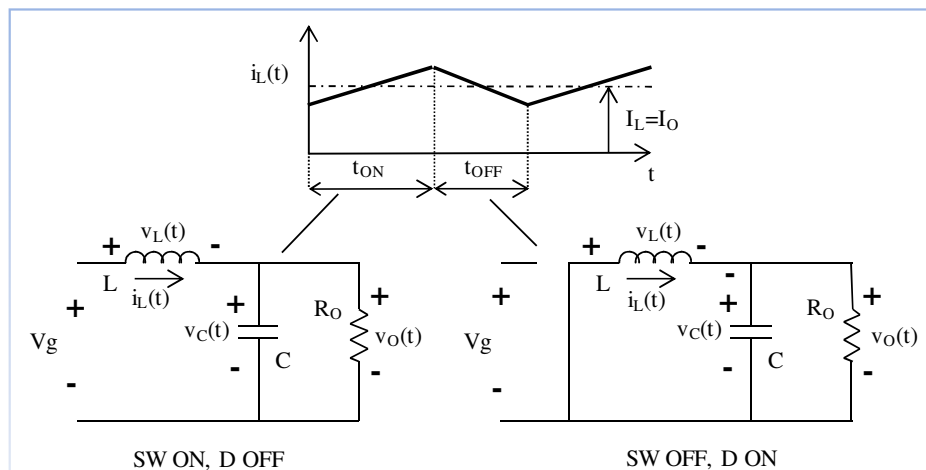


Fig. 2. Topologías del convertidor *Buck* en CCM.

Si la corriente $i_L(t)$ llega a hacerse cero se dice que el convertidor trabaja en modo de conducción discontinuo DCM. En este caso, además de los conocidos t_{ON} y t_{OFF} aparece un tercer período de tiempo denominado Δ cuya topología es la mostrada en la Fig. 3.

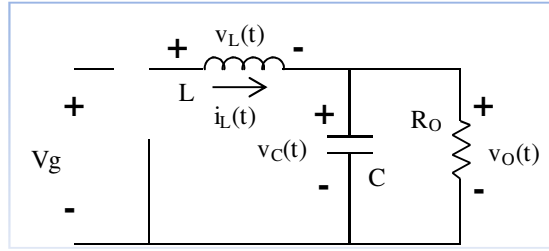


Fig. 3. Topología del convertidor Buck en intervalo Δ .

Puede encontrarse una descripción completa del convertidor *Buck* en [6].

2.2 Modelo de estado de pequeña señal

La notación de variables así como los datos del convertidor pueden consultarse en los anexos. En [7] se desarrolla la descripción interna de un sistema por medio del modelo de estado.

2.2.1 Modelo promediado de gran señal

Supuesto que el convertidor *Buck* trabaja en CCM, se plantea un sistema con variables instantáneas de gran señal, con $n = 2$ variables de estado, $m = 2$ entradas y $p = 2$ salidas.

Como vector de estado:

$$x(t) = \begin{pmatrix} i_L(t) \\ v_C(t) \end{pmatrix}. \quad (2.3)$$

Como vector de entradas:

$$u(t) = \begin{pmatrix} V_g \\ V_F \end{pmatrix}. \quad (2.4)$$

Como vector de salidas:

$$y(t) = \begin{pmatrix} i_L(t) \\ v_O(t) \end{pmatrix}. \quad (2.5)$$

Se trata de un sistema lineal y variante en el tiempo, la Fig. 4 muestra la topología en el intervalo t_{ON} donde se plantea la ecuación de estado (2.6) y de salida (2.7):

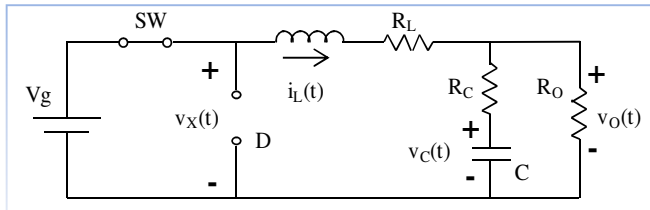


Fig. 4. Modelo de estado en intervalo t_{ON} .

Donde la matriz dinámica A_1 , de entradas B_1 y de salidas C_1 se pueden expresar:

$$A_1 = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}, B_1 = \begin{pmatrix} \frac{1}{L} & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, C_1 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ e & f \end{pmatrix}. \quad (2.8)$$

Los coeficientes a, b, c, d, e y f se encuentran en anexo A1.

La Fig. 5 muestra la topología en el intervalo t_{OFF} , con ecuación de estado (2.9) y de salida (2.10):

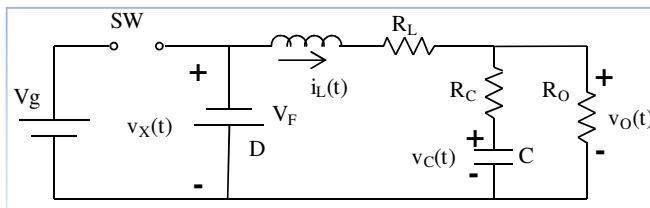


Fig. 5. Modelo de estado en intervalo t_{OFF} .

$$\dot{x}(t) = A_2 x(t) + B_2 u(t) \quad (2.9)$$

$$y(t) = C_2 x(t). \quad (2.10)$$

Alumno: Roberto Velázquez NIA: 327988	Memoria Trabajo de Fin de Máster	Página 9 de 52
	Control digital de un convertidor <i>Buck</i> mediante realimentación lineal del estado	

Donde la matriz dinámica A_2 , de entradas B_2 y de salidas C_2 se pueden expresar:

$$A_2 = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}, B_2 = \begin{pmatrix} 0 & \frac{-1}{L} \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, C_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ e & f \end{pmatrix}. \quad (2.11)$$

Con las variables de estado X , entrada U , salida Y de gran señal promediadas en T_{SW} :

$$X = \frac{1}{T_{SW}} \int_t^{t+T_{SW}} x(\tau) d\tau, U = \frac{1}{T_{SW}} \int_t^{t+T_{SW}} u(\tau) d\tau, Y = \frac{1}{T_{SW}} \int_t^{t+T_{SW}} y(\tau) d\tau. \quad (2.12)$$

Y la relación de servicio D de gran señal promediada en T_{SW} :

$$D = \frac{1}{T_{SW}} \int_t^{t+T_{SW}} d(\tau) d\tau. \quad (2.13)$$

Promediando las matrices en (2.8) y (2.11) para una relación de servicio D , se obtiene el modelo promediado de gran señal:

$$\dot{X} = (DA_1 + D'A_2)X + (DB_1 + D'B_2)U \quad (2.14)$$

$$Y = (DC_1 + D'C_2)X. \quad (2.15)$$

2.2.2 Modelo de pequeña señal

Las matrices promediadas en el punto de operación con una relación de servicio de gran señal D_0 son:

$$A = D_0A_1 + D'_0A_2 \quad (2.16)$$

$$B = D_0B_1 + D'_0B_2 \quad (2.17)$$

$$C = D_0C_1 + D'_0C_2. \quad (2.18)$$

La ecuación de estado en el permanente del punto de operación con una entrada U_0 se expresa:

$$0 = (D_0A_1 + D'_0A_2)X_0 + (D_0B_1 + D'_0B_2)U_0 = AX_0 + BU_0. \quad (2.19)$$

De donde se obtiene el vector de estado en el punto de operación en función de la acción:

$$X_0 = -A^{-1}BU_0. \quad (2.20)$$

Las ecuaciones (2.14) y (2.15) son no lineales. Linealizando en el punto de operación utilizando para ello la igualdad (2.20), se obtiene la expresión del modelo de estado de pequeña señal:

$$\dot{x} = Ax + Bu + B_d d \quad (2.21)$$

$$y = Cx. \quad (2.22)$$

Donde x , u , d e y son variables de pequeña señal. La matriz B_d de entradas respecto a la entrada d se expresa como:

$$B_{d_{2 \times 1}} = (A_1 - A_2)X_0 + (B_1 - B_2)U_0. \quad (2.23)$$

Aplicando principio de superposición considerando nula la entrada u en el modelo de estado formado por (2.21) y (2.22), se obtiene la función de transferencia en continuo $G_{yd}(s)$ respecto a la entrada d :

$$G_{yd}(s) = \left(\frac{83824 (s + 1762)}{(s + 2171.5 \pm 7911.8i)} \right) \cdot \left(\frac{6498 (s + 56818)}{(s + 2171.5 \pm 7911.8i)} \right). \quad (2.24)$$

Alumno: Roberto Velázquez NIA: 327988	Memoria Trabajo de Fin de Máster	Página 10 de 52
	Control digital de un convertidor <i>Buck</i> mediante realimentación lineal del estado	

En la Fig. 6 se representa diagrama de *Bode* de $G_{yd}(s)$.

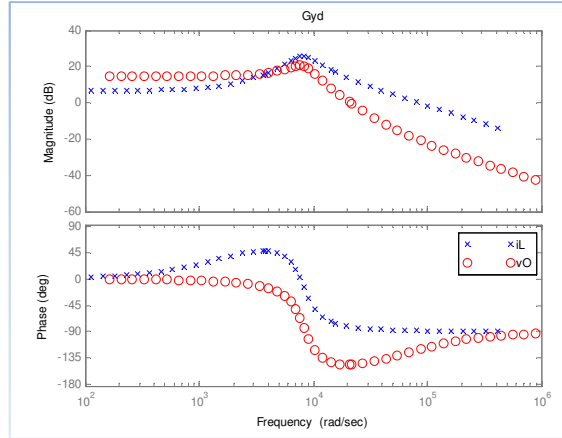


Fig. 6. Diagrama de *Bode* de $G_{yd}(s)$.

La dinámica es de un sistema de segundo orden con cero y dos polos complejos conjugados, con una frecuencia natural $w_n = 8204 \text{ rad/seg}$ y un coeficiente de amortiguamiento $\xi = 0.264$. En la frecuencia amortiguada $w_p = w_n \sqrt{1 - \xi^2} = 7911 \text{ rad/seg}$ se mide el pico de resonancia en el diagrama de *Bode* y el periodo de la frecuencia amortiguada es:

$$T_p = \frac{2\pi}{w_p} = 0.794 \text{ ms.} \quad (2.25)$$

En [8] se explica la teoría de sistemas de segundo orden y la representación de diagramas de *Bode*.

Ya que la entrada de control es d , el modelo de estado en pequeña señal a utilizar para el cálculo de la ley de control es:

$$\dot{x} = Ax + B_d d \quad (2.26)$$

$$y = Cx. \quad (2.27)$$

Con $n = 2$ variables de estado, $m = 1$ entrada y $p = 2$ salidas.

Puesto que la ley de control se calcula directamente en discreto, se discretiza la ecuación de estado (2.26) por el método *Zero Order Hold* con un periodo de muestreo T_{sw} . La discretización por *Zero Order Hold* se realiza mediante la función *c2d* de *Matlab*, en [9] se estudian varios métodos de discretización.

Se obtiene la expresión del modelo de estado en pequeña señal en discreto:

$$x(k+1) = Fx(k) + Gd(k) \quad (2.28)$$

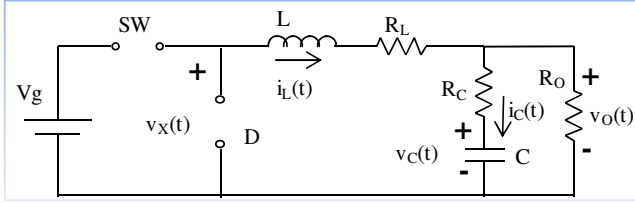
$$y(k) = Cx(k). \quad (2.29)$$

2.3 Modelo de estado conmutado

El modelo conmutado es un modelo lineal variante en el tiempo y de gran señal. Es utilizado para simulación, es decir, no se utiliza en absoluto para el cálculo de la ley de control. Como se describe en este apartado, la relación de servicio $d(k)$ calculada por el control se aplica en simulación a un modelo de estado conmutado discretizado en T_{CLK} , siendo $T_{CLK} \ll T_{sw}$ y teniendo en cuenta que el modelo de estado de pequeña señal (2.28) y (2.29) utilizado para el cálculo de la ley de control ha sido discretizado en T_{sw} .

Alumno: Roberto Velázquez NIA: 327988	Memoria Trabajo de Fin de Máster	Página 11 de 52
	Control digital de un convertidor <i>Buck</i> mediante realimentación lineal del estado	

Además de los modelos de gran señal instantáneos obtenidos en 2.2.1 para los intervalos t_{ON} y t_{OFF} , se calcula el correspondiente al intervalo Δ como indica la Fig 7, con ecuación de estado (2.30) y de salida (2.31):



$$\dot{x}(t) = A_3 x(t) + B_3 u(t) \quad (2.30)$$

$$y(t) = C_3 x(t). \quad (2.31)$$

Fig. 7. Modelo de estado en intervalo Δ .

Donde la matriz dinámica A_3 , de entradas B_3 y de salidas C_3 se pueden expresar:

$$A_3 = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & d \end{pmatrix}, B_3 = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, C_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & f \end{pmatrix}. \quad (2.32)$$

La utilidad del modelo conmutado es hacer evolucionar el estado del sistema en un periodo de tiempo mucho menor que T_{SW} . Se utiliza para ello la señal de reloj de la FPGA con un periodo T_{CLK} . Puesto que la simulación del sistema se realiza en discreto, se discretizan en T_{CLK} los tres modelos de estado de gran señal correspondientes a los intervalos t_{ON} , t_{OFF} y Δ por el método *Zero Order Hold*.

Intervalo t_{ON} , discretizando (2.6) y (2.7) se obtiene:

$$x(k+1) = F_1 x(k) + G_1 u(k) \quad (2.33)$$

$$y(k) = C_1 x(k). \quad (2.34)$$

Intervalo t_{OFF} , discretizando (2.9) y (2.10) se obtiene:

$$x(k+1) = F_2 x(k) + G_2 u(k) \quad (2.35)$$

$$y(k) = C_2 x(k). \quad (2.36)$$

Intervalo Δ , discretizando (2.30) y (2.31) se obtiene:

$$x(k+1) = F_3 x(k) + G_3 u(k) \quad (2.37)$$

$$y(k) = C_3 x(k). \quad (2.38)$$

Siendo c la señal de control del interruptor de potencia SW , las tres configuraciones expuestas son $q1$ para t_{ON} , $q2$ para t_{OFF} y $q3$ para Δ . La Fig. 8 muestra las condiciones de transición en un diagrama de estados.

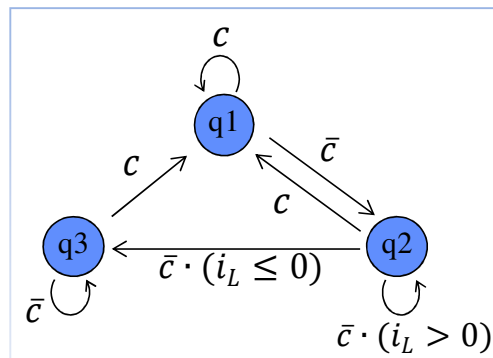


Fig. 8. Diagrama de estados del modelo conmutado.

El módulo del contador digital en el modulador es:

$$N_c = \frac{f_{CLK}}{f_{SW}} = 500. \quad (2.39)$$

Alumno: Roberto Velázquez NIA: 327988	Memoria Trabajo de Fin de Máster	Página 12 de 52
	Control digital de un convertidor <i>Buck</i> mediante realimentación lineal del estado	

Se tienen N_C periodos T_{CLK} dentro de un periodo T_{SW} . Por cada de uno de estos periodos T_{CLK} se aplica el modelo correspondiente al intervalo t_{ON} , t_{OFF} o Δ dependiendo de la acción $d(k)$ calculada por el control y del estado. Puesto que la ley de control es calculada sobre un modelo que es muestreado en T_{SW} , se debe tomar una muestra del estado por cada periodo T_{SW} . Más adelante en este trabajo se determina cuál de las N_C muestras es la idónea a registrar como estado del sistema y ser utilizada en el cálculo de la acción en el siguiente periodo T_{SW} .

En [10] se expone con detalle el modelo conmutado con restricciones de un convertidor.

3 DISEÑO DEL CONTROL DIGITAL

3.1 Esquema de integradores

Partiendo del modelo en pequeña señal en discreto obtenido en (2.28) y (2.29) se aplica un esquema de control que incluye un integrador $x_R(k)$ del error $e(k)$ de la referencia $r(k)$ respecto a $v_O(k)$ con una ganancia L_R , como muestra la Fig. 9:

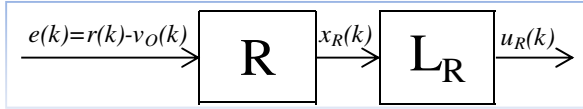


Fig. 9. Integrador.

$$x_R(k+1) = F_R x_R(k) + G_R e(k) \quad (3.1)$$

$$F_R = I, G_R = I. \quad (3.2)$$

El vector de estado es realimentado mediante la ley de control L_S mientras que la variable $v_O(k)$ a comparar con $r(k)$ se obtiene mediante la matriz C_X operando a partir del vector de estado calculado mediante C^{-1} a partir de la salida medida. El esquema de control se muestra en la Fig 10.

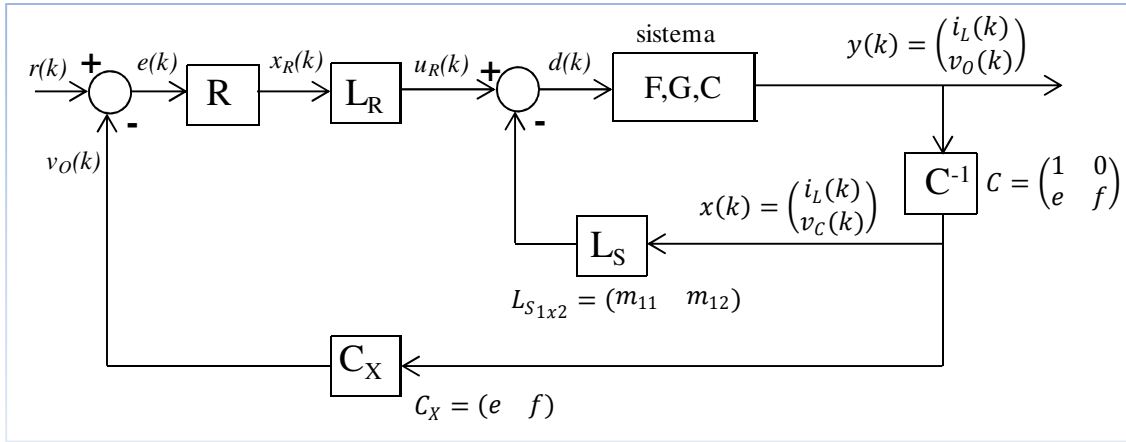


Fig. 10. Esquema de control con integrador.

El esquema de control por realimentación de estado con integradores está descrito en [11].

Se plantea un nuevo sistema de orden 3 utilizando $x_R(k)$ como nueva variable de estado, donde las ecuaciones de estado y salida son:

$$\begin{pmatrix} i_L(k+1) \\ v_c(k+1) \\ x_R(k+1) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} F & 0 \\ -G_R C_X & F_R \end{pmatrix} \begin{pmatrix} i_L(k) \\ v_c(k) \\ x_R(k) \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} G \\ 0 \end{pmatrix} d(k) + \begin{pmatrix} 0 \\ G_R \end{pmatrix} r(k) \quad (3.3)$$

$$\begin{pmatrix} i_L(k) \\ v_O(k) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} C & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} i_L(k) \\ v_c(k) \\ x_R(k) \end{pmatrix}. \quad (3.4)$$

Que denotando con el subíndice i se expresan:

$$x_i(k+1) = F_i x_i(k) + G_i d(k) + G_{ref} r(k) \quad (3.5)$$

$$y_i(k) = C_i x_i(k). \quad (3.6)$$

Puesto que la acción $d(k)$ puede ser expresada de la forma:

$$d(k) = -L_i x_i(k) = -(L_S \quad -L_R) x_i(k). \quad (3.7)$$

Sustituyendo en la ecuación de estado (3.5) se obtiene:

$$x_i(k+1) = (F_i - G_i L_i) x_i(k) + G_{ref} r(k). \quad (3.8)$$

Alumno: Roberto Velázquez NIA: 327988	Memoria Trabajo de Fin de Máster	Página 14 de 52
	Control digital de un convertidor <i>Buck</i> mediante realimentación lineal del estado	

Donde $(F_i - G_i L_i)$ es la nueva matriz dinámica y sus valores propios (las raíces de $|zI - F_i + G_i L_i|$) los polos del bucle cerrado de $\frac{v_C(z)}{r(z)}$, $\frac{i_L(z)}{r(z)}$ y $\frac{x_R(z)}{r(z)}$.

La asignación de polos se realiza mediante la función *place* en *Matlab* cuyo algoritmo está descrito en [12]. Este algoritmo requiere que con una entrada $r(k)$ de dimensión 1x1 no se puede repetir ni siquiera un polo. El resultado es la ley de control L_i :

$$L_{i1 \times 3} = (L_S \quad -L_R) \quad (3.9)$$

$$L_{S1 \times 2} = (m_{11} \quad m_{12}). \quad (3.10)$$

Puesto que se deben de asignar 3 polos ya que el sistema es de orden 3, se opta por un sistema de segundo orden dominante cuasi críticamente amortiguado con un tiempo de respuesta:

$$tr = 0.5 \text{ ms.} \quad (3.11)$$

Siendo este tiempo tr coherente con el periodo T_P de la frecuencia amortiguada de la función de transferencia del convertidor visto en (2.25).

3.2 Simulación en números reales

La ley de control L_i y esquema de control presentados en 3.1 se testean utilizando el modelo conmutado descrito en 2.3. La finalidad de esta simulación es el alcanzar conclusiones que faciliten la implementación en FPGA y la comparación con otros tipos de control.

3.2.1 Instante de muestreo

Como se ha visto en 2.3, se tienen N_C periodos T_{CLK} dentro de un periodo T_{SW} . Puesto que el modelo utilizado para el cálculo de la ley de control es un modelo promediado, lo ideal sería utilizar un vector de estado medido que fuera la media del estado en los N_C periodos T_{CLK} dentro de un periodo T_{SW} . Esto sería posible en simulación pero no lo es en la implementación en la FGPA, donde solamente se hace un muestreo del estado por periodo T_{SW} . La simulación sobre el modelo conmutado permite especificar en qué iteración en T_{CLK} de las N_C que componen un periodo T_{SW} se realiza el muestreo.

Lo ideal es que el estado muestreado sea lo más parecido posible al promediado del estado en T_{SW} . Esto se conseguiría muestreando en el instante medio del intervalo t_{OFF} si el sistema ha alcanzado el estacionario, para ello se utiliza un modulador *symmetric off time* como se describe en [13] cuyo punto central coincide con el instante medio del intervalo t_{OFF} . Se conseguiría lo mismo con un modulador *symmetric on time* muestreando en el instante medio del t_{ON} .

Se realizan simulaciones tomando la medida en el instante medio del intervalo t_{OFF} y tomando la medida en el instante final del intervalo t_{ON} . En la implementación práctica no es aconsejable ésta última opción ya que la conversión del ADC puede verse afectada por el ruido de la conmutación del interruptor SW .

Ambas situaciones de muestreo se comparan en la Fig. 11.

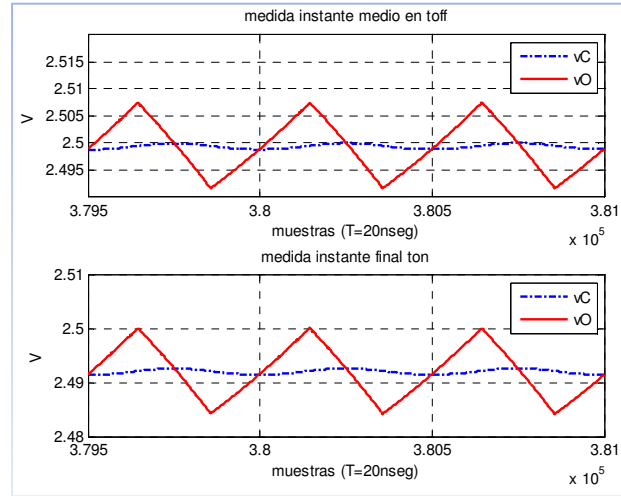


Fig. 11. Comparación por instante de muestreo

Puede apreciarse cómo el control lleva a consigna a la salida en el instante de medida. La medida del estado en el instante medio t_{OFF} es claramente favorable, puesto que la medida corresponde con los valores medios $V_C = V_O$, si el convertidor ha alcanzado el estacionario.

3.2.2 Aproximación del estado por la salida

Ya que en el estacionario los valores medios de $v_C(t)$ y $v_O(t)$ son iguales con $V_C = V_O$, se simula sustituyendo la variable de estado $v_C(k)$ por $v_O(k)$. El esquema se muestra en la Fig. 12.

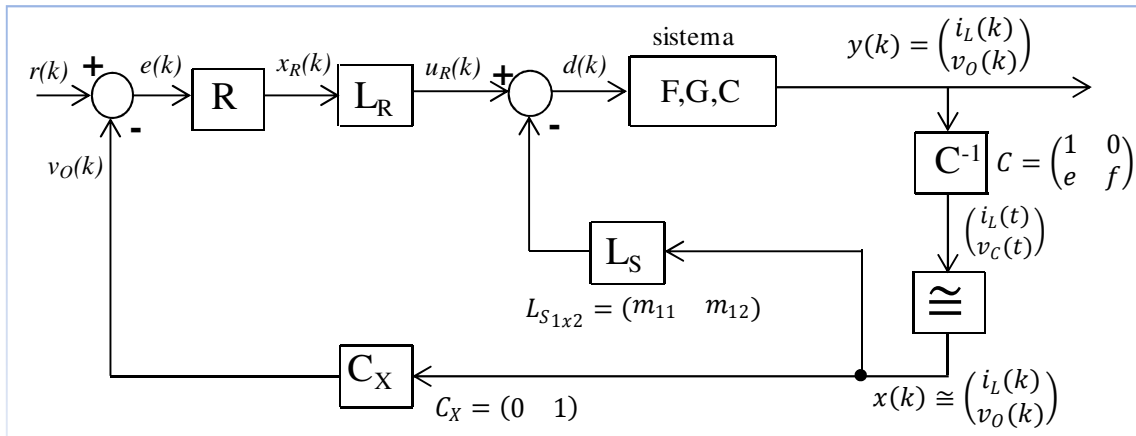


Fig. 12. Esquema de control con integrador con aproximación de $v_C(k)$ por $v_O(k)$.

Se realiza la misma asignación de polos en bucle cerrado que en 3.1. Se utiliza la matriz $C_X = \begin{pmatrix} 0 & 1 \end{pmatrix}$ en la realimentación de $v_O(k)$. Además C_X interviene en la ecuación de estado (3.3) y por tanto en la ley de control calculada L_i . La matriz de salidas C sigue siendo la misma que en el caso de no aproximación e interviene en el cálculo de la ley de control. El vector de estado aproximado $x(k) \cong \begin{pmatrix} i_L(k) \\ v_O(k) \end{pmatrix}$ se utiliza en el cálculo de la acción $d(k)$ en lugar del vector de estado medido $x(k) = \begin{pmatrix} i_L(k) \\ v_C(k) \end{pmatrix}$ utilizado en el caso de no aproximación.

En la Fig. 13 se compara la salida en el *start-up* con y sin aproximación v_C por v_O . En la Fig. 14 se compara el transitorio debido a un cambio en la carga $R_O = 2.5 \Omega$ a $R_O = 5 \Omega$.

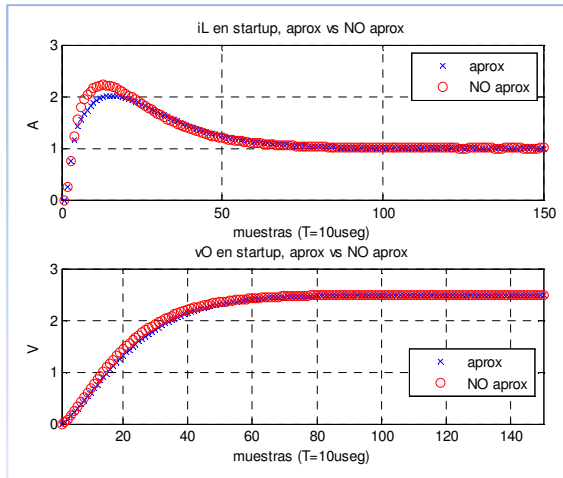


Fig. 13. Comparación del *start-up* con y sin aproximación de $v_C(k)$ por $v_O(k)$.

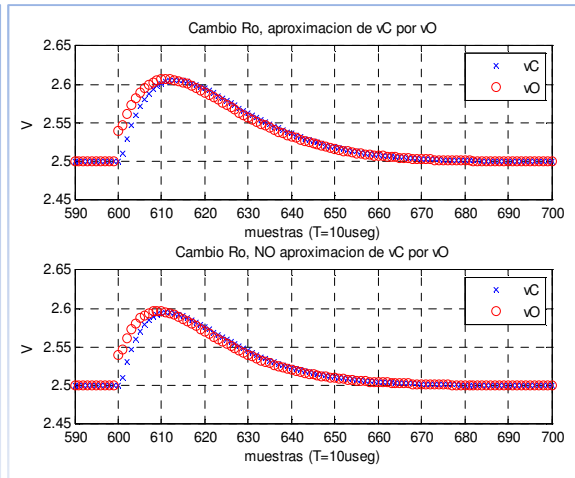


Fig. 14. Comparación del cambio en R_O con y sin aproximación de $v_C(k)$ por $v_O(k)$.

Se puede comprobar que en ambos casos una dinámica muy similar, no sólo en el cambio de carga R_O sino también en el *start-up* y en el cambio de tensión de alimentación V_g . Las muestras de $v_C(k)$ y $v_O(k)$ difieren en el transitorio y se igualan en el permanente, ya que en el permanente los valores medios son iguales con $V_C = V_O$.

3.2.3 Efecto de antiwindup

La acción aplicada $d(k)$ no es infinita sino que se encuentra limitada por un modelo de saturación tal que:

$$d_{min} = 0.1, d_{max} = 0.85. \quad (3.12)$$

Por esta razón se analiza el efecto de un esquema de antiwindup que compense la integración del error cuando la acción permanece saturada cierto tiempo.

Aplicando la dinámica referida en (3.11) y la aproximación v_C por v_O descrita en 3.2.2, se comprueba en simulación que la relación de servicio d no se satura en el *start-up*, sin embargo si se satura en el cambio desde una situación en lazo abierto aplicando D_0 a una situación de control en lazo cerrado. Es en este cambio donde se analiza el efecto de un esquema de antiwindup.

Se analizan tres situaciones

1. No se aplica antiwindup
2. Antiwindup simplificado. No se integra cuando la acción está saturada.
3. Esquema de antiwindup *formal* con acción de dimensión 1x1 como se describe en [14]. Se comprueba que el control por realimentación de estado tiene una dinámica similar a un control modo tensión con las especificaciones:

$$\text{Margen de fase } MF = 60^\circ, \text{ frecuencia de cruce } f_c = 5 \text{ kHz}. \quad (3.13)$$

Se aplica el tracking que se aplicaría a un control modo tensión con las especificaciones en

$$(3.13) \text{ según } \frac{awu}{v}(s) = \frac{1}{s \cdot \sqrt{T_i \cdot T_d}}, \text{ se discretiza en } T_{SW} \text{ por } tustin.$$

La Fig. 15 muestra el esquema de antiwindup.

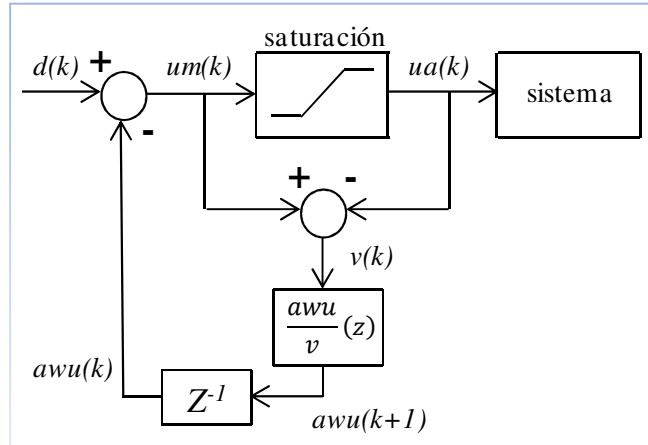


Fig. 15. Esquema de antiwindup.

En el mencionado cambio de lazo abierto a lazo cerrado, la Fig. 16 muestra la acción saturada $ua(k)$ mientras que la Fig. 17 muestra la corriente $i_L(k)$ y la tensión $v_o(k)$.

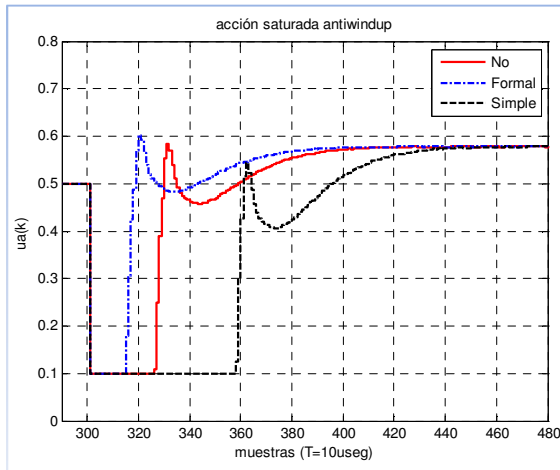


Fig. 16. Comparación de la acción saturada con y sin antiwindup.

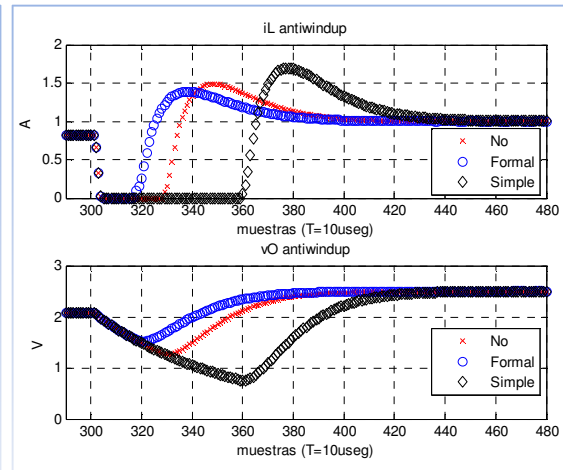


Fig. 17. Comparación de la salida con y sin antiwindup.

3.2.4 Comparación con control modo tensión

Se comparan en simulación el control por realimentación del estado con un control modo tensión de dinámica similar como lo es el especificado en (3.13). Las especificaciones de los controles son

Control modo tensión:

- 2° orden dominante subamortiguado, margen de fase $MF = 60^\circ$, frecuencia de cruce $f_c = 5$ kHz, tiempo de respuesta $tr = 0.12$ ms, polos dominantes en $-26180 \pm 34907i$.

- Compensador:

$$C(s) = K \frac{(1 + T_i s) \left(1 + \frac{s}{w_z}\right)}{T_i s \left(1 + \frac{s}{w_p}\right)}. \quad (3.14)$$

Para su cálculo se utiliza el *Método del factor k* desarrollado en [15].

- Se utiliza esquema de antiwindup *formal* de 3.2.3.

Alumno: Roberto Velázquez NIA: 327988	Memoria Trabajo de Fin de Máster	Página 18 de 52
	Control digital de un convertidor <i>Buck</i> mediante realimentación lineal del estado	

Control por realimentación del estado:

- 2º orden dominante críticamente amortiguado, frecuencia de cruce $f_c = 725$ Hz, tiempo de respuesta $tr = 0.5$ ms, polos dominantes aproximadamente en -9509 .
- No se utiliza antiwindup. Aproximación de estado por la salida (v_c por v_o).

La Fig. 18 compara el Bode del lazo cerrado en discreto $\frac{v_o(z)}{r(z)}$ de ambos controles.

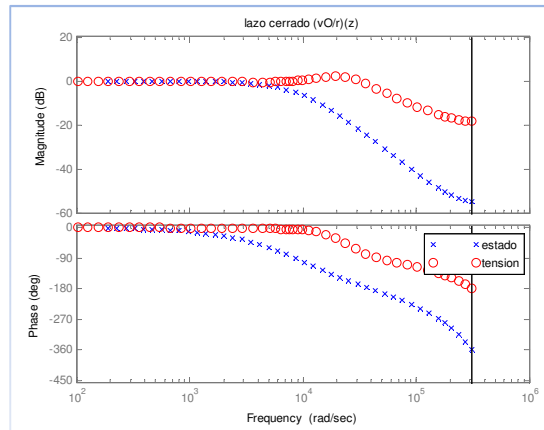


Fig. 18. Comparación del lazo cerrado entre controles por realimentación del estado y modo tensión.

La Fig. 19 muestra un *start-up* y un cambio en la carga de $R_o = 2.5 \Omega$ a $R_o = 5 \Omega$. La Fig. 20 compara ambos controles ante un cambio en la tensión de entrada V_g de 5 V a 7 V:

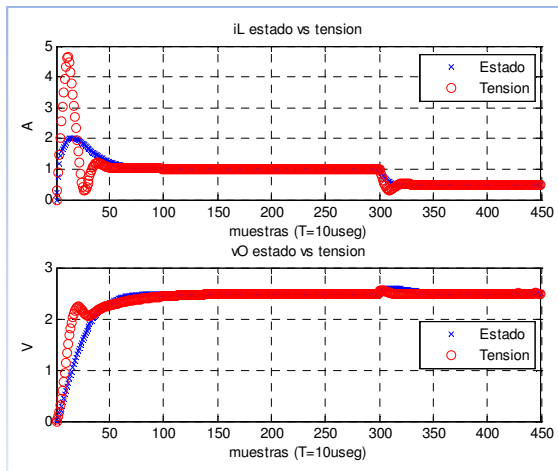


Fig. 19. Comparación del *start-up* y cambio R_o entre controles por realimentación del estado y modo tensión.

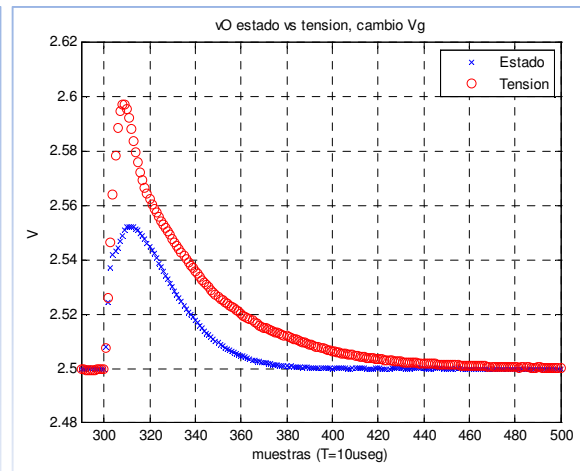


Fig. 20. Comparación cambio en V_g entre controles por realimentación del estado y modo tensión.

Se observa cómo el control por realimentación del estado responde notablemente mejor en el *start-up*, también responde mejor en el cambio de alimentación V_g , en cambio el control modo tensión tiene mejor respuesta en el cambio de carga R_o .

En el control modo tensión se puede observar la acción saturada durante el *start-up*. No es así sin embargo en el control por realimentación de estado. Durante el *start-up*, desactivando el antiwindup en el control modo tensión se tendría sobrepasamiento en $v_o(t)$, e incluso con el antiwindup activado el pico de corriente $i_L(t)$ durante esta fase de *start-up* es muy superior al del control por realimentación de estado.

Alumno: Roberto Velázquez NIA: 327988	Memoria Trabajo de Fin de Máster	Página 19 de 52
	Control digital de un convertidor <i>Buck</i> mediante realimentación lineal del estado	

El control por realimentación del estado presenta una mayor sencillez en cuanto al uso de muestras previas utilizadas para el cálculo de la acción $d(k)$ en la iteración k . El control por realimentación del estado utiliza una única muestra previa para el integrador, mientras que el control modo tensión utiliza cuatro muestras previas (dos para el error y otras dos para la relación de servicio).

3.2.5 Esquema de control con observador

Se realiza la simulación de un esquema de control por realimentación del estado basado en un observador total de estado y perturbación. La ventaja de este esquema es la aplicación de un control por realimentación del estado sin medir la corriente por la bobina $i_L(t)$, además del filtrado inherente en un observador. En [16] se describen esquemas de control basados en observadores.

Se introduce una perturbación $p(k)$ substractiva de la acción $d(k)$. De esta forma $p(k)$ suma los efectos de todas las posibles perturbaciones que afectan a $d(k)$, como son la variación en la tensión de alimentación V_g y la variación en la carga R_o . Así con $q = 1$ perturbaciones y una matriz de entradas de la perturbación:

$$G_p = -G. \quad (3.15)$$

Con $n = 2$ variables de estado $x(k) = \begin{pmatrix} i_L(k) \\ v_C(k) \end{pmatrix}$, $m = 1$ entradas $d(k)$, con $p = 1$ salidas $y(k) = v_o(k)$, se plantea el modelo de estado de pequeña señal en discreto:

$$x(k+1) = Fx(k) + Gd(k) + G_p p(k) \quad (3.16)$$

$$y(k) = Cx(k). \quad (3.17)$$

Donde la matriz de salidas C coincide con la matriz C_X :

$$C = C_X = \begin{pmatrix} e & f \end{pmatrix}. \quad (3.18)$$

La Fig. 21 muestra el esquema de control con observador

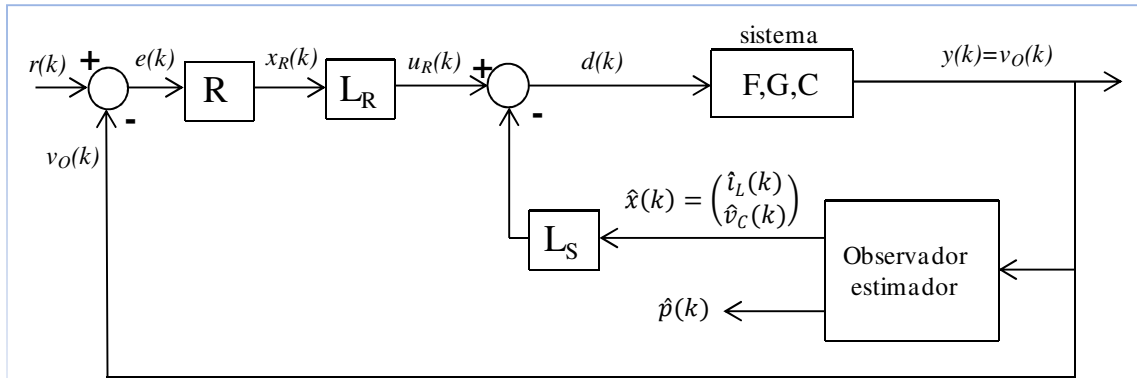


Fig. 21. Esquema de control con observador.

El observador estimador de estado y perturbación es de orden 3 y su vector de estado es el error en la estimación del vector de estado del sistema y la estimación de la perturbación:

$$x^*(k) = \begin{pmatrix} \tilde{i}_L(k) \\ \tilde{v}_C(k) \\ \hat{p}(k) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \tilde{x}(k) \\ \hat{p}(k) \end{pmatrix}. \quad (3.19)$$

Alumno: Roberto Velázquez NIA: 327988	Memoria Trabajo de Fin de Máster	Página 20 de 52
	Control digital de un convertidor <i>Buck</i> mediante realimentación lineal del estado	

La asignación de polos del observador se realiza mediante la función *place*, aplicando una dinámica de segundo orden dominante cuasi críticamente amortiguado y un tiempo de respuesta del observador *tro* relacionado con el tiempo de respuesta del lazo cerrado del esquema de integradores *tr* (3.11):

$$tro = \frac{tr}{5}. \quad (3.20)$$

La matriz dinámica del observador se descompone en las matrices F_{OP} y C_{OP} :

$$F_{OP} = \begin{pmatrix} F & -G_P \\ 0 & I \end{pmatrix}_{3 \times 3} \quad (3.21)$$

$$C_{OP} = (CF \quad -CG_P)_{1 \times 3}. \quad (3.22)$$

Las matrices F_{OP} y C_{OP} intervienen en la asignación de polos mediante la función *place*, obteniéndose la ley del observador L_{OP} :

$$L_{OP} = \begin{pmatrix} L_O \\ L_P \end{pmatrix}_{3 \times 1} \quad (3.23)$$

$$L_O = \begin{pmatrix} n_{11} \\ n_{21} \end{pmatrix}_{2 \times 1}. \quad (3.24)$$

El vector de estado estimado $\hat{x}(k)$ interviene en el cálculo de la acción $d(k)$ mientras que la entrada del integrador $x_R(k)$ sigue siendo el error $e(k)$ de la referencia $r(k)$ respecto a $v_O(k)$. La acción saturada $ua(k)$ presentada en 3.2.3 es utilizada en el cálculo del vector de estado predicho $\bar{x}(t)$.

En simulación se compara el control con observador y el control por realimentación de estado sin observador, en este último no se aplica la aproximación de v_C por v_O . El control con observador ofrece una dinámica del estado muy similar al control sin observador sobre todo en *start-up* y cambio en alimentación V_g . Sin embargo puede observarse una acción saturada $ua(k)$ bastante diferente en el cambio de carga R_O .

La Fig. 22 compara ambos controles en un *start-up* y la Fig. 23 los compara en un cambio en la carga de $R_O = 2.5 \Omega$ a $R_O = 5 \Omega$.

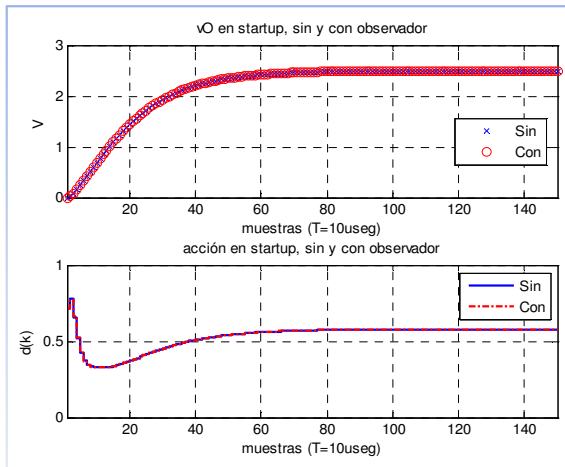


Fig. 22. Comparación del *start-up* con y sin observador.

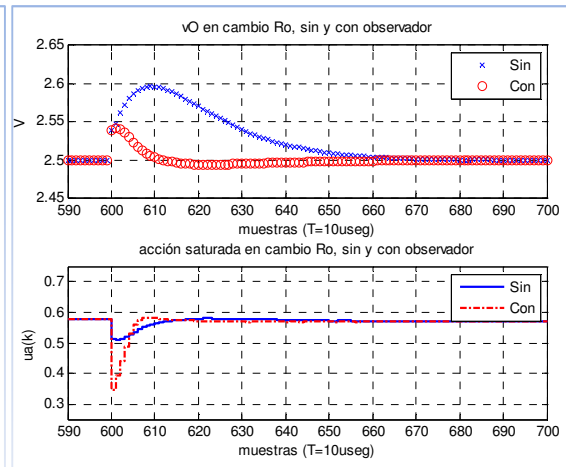


Fig. 23. Comparación del cambio en R_O con y sin observador.

Alumno: Roberto Velázquez NIA: 327988	Memoria Trabajo de Fin de Máster	Página 21 de 52
	Control digital de un convertidor <i>Buck</i> mediante realimentación lineal del estado	

3.2.6 Comparativa por número de productos

Puesto que la realización de un producto consume recursos de hardware en la FPGA, se considera de interés comparar el número de productos por ciclo de conmutación en T_{SW} entre los controles presentados hasta ahora. Para esta comparación en ninguno de ellos se aplica antiwindup. Se muestra en la Fig. 24 y las leyendas significan lo siguiente

- Estado formal: visto en 3.1.
- Estado aprox.: aproximación de v_C por v_O , visto en 3.2.2.
- Tensión: compensador (3.14), visto en 3.2.4.
- Observador: observador estimador de orden total de estado y perturbación, visto en 3.2.5.

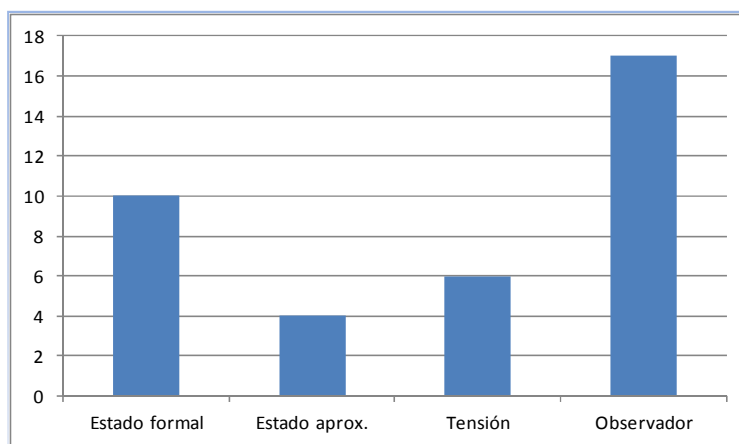


Fig. 24. Comparación por número de productos.

Para la dinámica especificada en (3.11), las prestaciones ofrecidas por el control por realimentación del estado utilizando la aproximación de v_C por v_O son muy similares a las del mismo control sin la mencionada aproximación. Sin embargo con la aproximación se tiene una gran sencillez en el cálculo. Mediante el observador se consigue una dinámica similar al control por realimentación del estado con la ventaja de no ser necesaria la medida de i_L . Como contrapartida la complejidad en el cálculo es mucho mayor.

3.3 Simulación en coma fija

Adoptando simplificaciones según las simulaciones realizadas hasta ahora, se realiza una simulación en coma fija definiendo los formatos numéricos de las variables. Se comprueba que con la resolución elegida en el ADC y en el PWM no hay ciclos límite y se alcanza el error cuantizado cero, esa misma resolución es la utilizada en la FPGA.

3.3.1 Simplificaciones adoptadas

Se adoptan las siguientes simplificaciones:

- Instante de muestreo: punto medio de intervalo t_{OFF} , visto en 3.2.1.
- Aproximación de v_C por v_O , visto en 3.2.2.
- No se aplica antiwindup, visto en 3.2.3.

Alumno: Roberto Velázquez NIA: 327988	Memoria Trabajo de Fin de Máster	Página 22 de 52
	Control digital de un convertidor <i>Buck</i> mediante realimentación lineal del estado	

3.3.2 Formatos numéricos

La resolución adoptada en el ADC es de 8 bits y se consideran los valores de $i_L(k)$, $v_o(k)$ y $r(k)$ como normalizados a fondo de escala y cuantizados. El formato numérico utilizado es $\langle u, 8, 8 \rangle$.

La tensión de referencia y de fondo de escala del ADC es:

$$V_{FS} = 3.3 \text{ V.} \quad (3.25)$$

El fondo de escala de tensión es:

$$FE_V = V_{FS} = 3.3 \text{ V.} \quad (3.26)$$

La ganancia del sensor de corriente se expresa como el producto de la resistencia de medida por la ganancia del amplificador:

$$R_{SENSE} = 0.05 \Omega, G_{INA} = 50 \rightarrow G_I = R_{SENSE} * G_{INA} = 2.5 \text{ V/A.} \quad (3.27)$$

El fondo de escala de corriente es:

$$FE_I = \frac{V_{FS}}{G_I} = 1.32 \text{ A.} \quad (3.28)$$

Según (2.39) el módulo del contador digital en el modulador es N_C , así la resolución del PWM es:

$$q_{PWM} = 1/N_C = 0.002. \quad (3.29)$$

El número de bits del contador en el modulador debe ser mayor que $\log_2(N_C)$:

$$n_{PWM} > \log_2(N_C) = 8.9 \rightarrow n_{PWM} = 9. \quad (3.30)$$

El *duty command* se denota como $d_C(k)$ y es el entero a comparar con el contador del modulador digital, teniendo en cuenta que $ua(k)$ es la acción $d(k)$ saturada como se mostró en Fig. 15:

$$d_C(k) = ua(k) * N_C, \text{ con } ua(k) \in [d_{min}, d_{max}]. \quad (3.31)$$

Como para representar $d_C(k)$ se precisan n_{PWM} bits, se utiliza el formato $\langle u, 9, 0 \rangle$.

La FPGA utilizada dispone de multiplicadores hardware de 18 bits, por esta razón las señales y coeficientes que intervienen en multiplicaciones se codifican en 18 bits en la escala necesaria.

Como las variables de entrada se consideran normalizadas a fondo de escala y por tanto están en el rango $[0, 1)$, en algún punto posterior en el esquema de bloques es necesario volver a realizar un producto por el correspondiente fondo de escala. Este producto se integra en la codificación de coeficientes.

Por simulación en reales no cuantizados se obtienen los rangos que llegan a alcanzar las variables $d(k)$ y $x_R(k)$, esto permite establecer el formato numérico en que se representan:

$$x_R(k) \in [0, 60), d(k) \in (-4, 1]. \quad (3.32)$$

Se utilizan 6 cuantizadores tanto en la codificación de coeficientes como en la cuantización de variables, para ello se utilizan las funciones *quantize* y *quantizer* de *Matlab*.

El *duty command* calculado $d_C(k)$ por el control en coma fija se aplica al modelo conmutado descrito en 2.3, de la misma forma que se ha hecho en las simulaciones en números reales presentadas a lo largo del capítulo 3. De esta manera se comprueba en simulación el correcto funcionamiento del control en coma fija con los formatos numéricos utilizados.

En [17] se lleva a cabo un estudio detallado de codificación y aritmética digital.

La Fig. 25 muestra el esquema de control en coma fija.

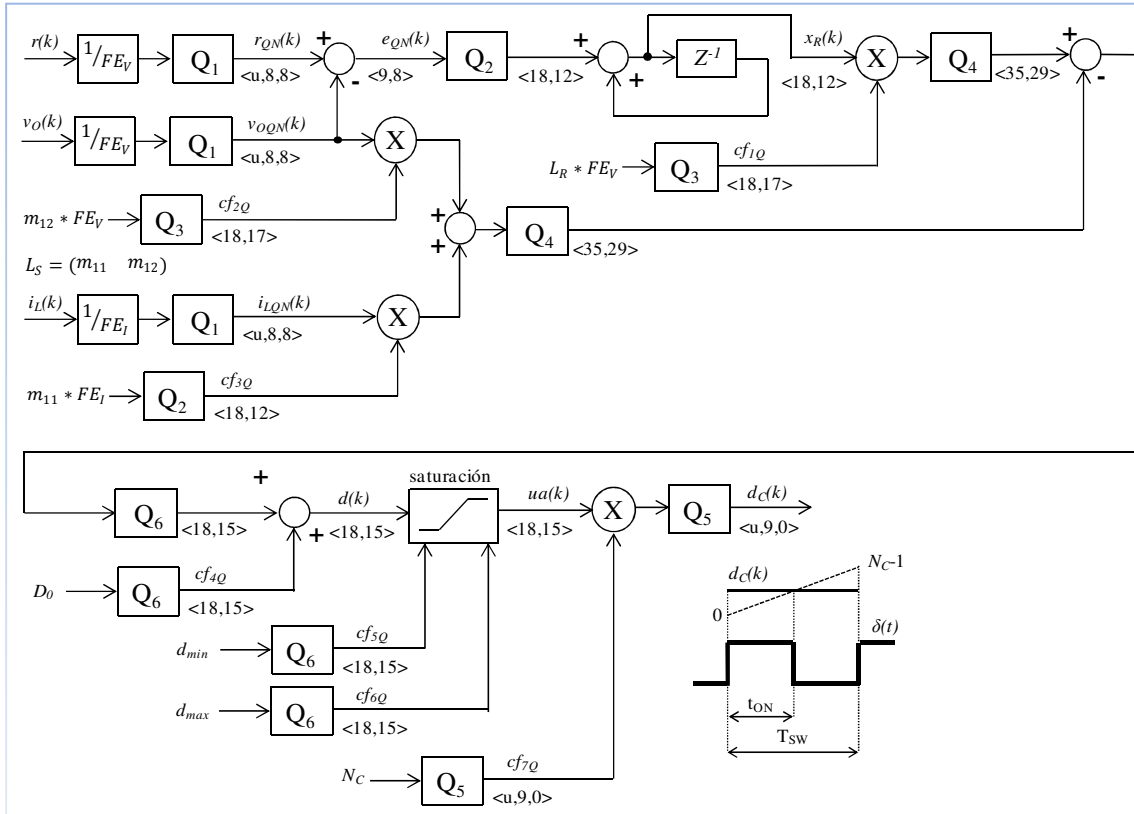


Fig. 25. Esquema de control en coma fija.

La Fig. 26 muestra la salida cuantizada y normalizada, además del *duty command* en un *start-up* y en un cambio en la carga de $R_O = 2.5 \Omega$ a $R_O = 5 \Omega$.

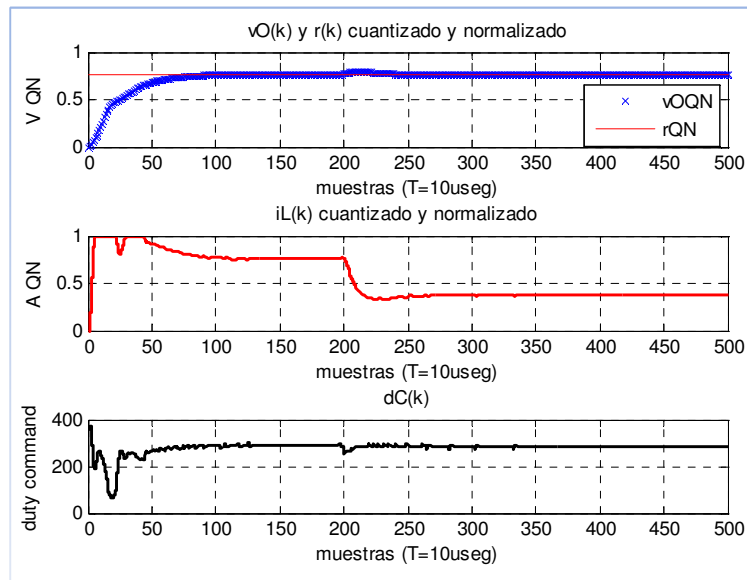


Fig. 26. Salida cuantizada y normalizada, *duty command*.

Alumno: Roberto Velázquez NIA: 327988	Memoria Trabajo de Fin de Máster	Página 24 de 52
	Control digital de un convertidor <i>Buck</i> mediante realimentación lineal del estado	

Ante un cambio en la carga de $R_O = 2.5 \Omega$ a $R_O = 5 \Omega$, la Fig. 27 muestra la evolución de $e_{QN}(k)$ y de $d_C(k)$ donde puede observarse la obtención del error cuantizado cero y la ausencia de ciclos límite.

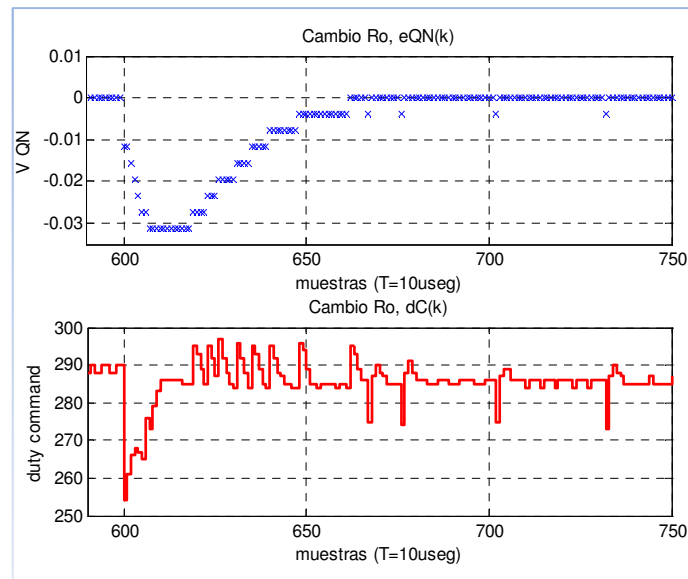


Fig. 27. Error cuantizado y normalizado,
duty command

La Fig. 28 muestra $i_L(k)$ y $v_O(k)$ durante el mismo transitorio de cambio en la carga de $R_O = 2.5 \Omega$ a $R_O = 5 \Omega$.

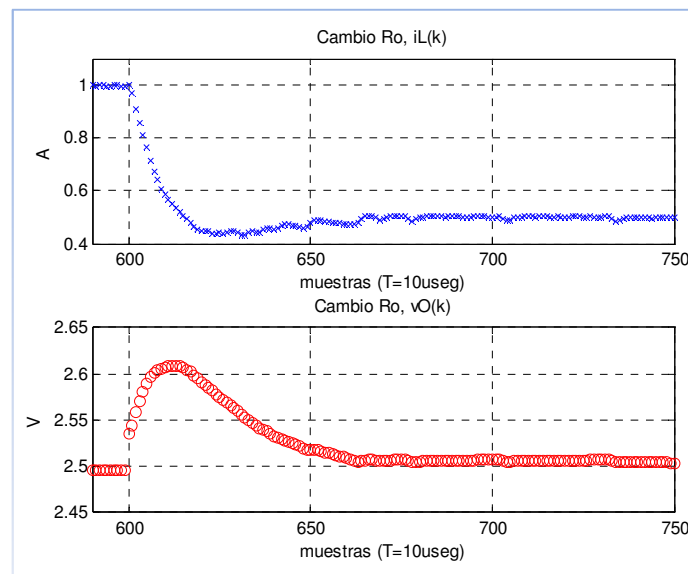


Fig. 28. Salida con control en coma fija.

Alumno: Roberto Velázquez NIA: 327988	Memoria Trabajo de Fin de Máster	Página 25 de 52
	Control digital de un convertidor <i>Buck</i> mediante realimentación lineal del estado	

4 IMPLEMENTACIÓN EN FPGA

4.1 Testbench en VHDL

Se realiza un testbench en VHDL no sintetizable para testear el código VHDL sintetizable en la FPGA. Son necesarios dos modelados no sintetizables en VHDL, uno para el convertidor *Buck* y otro para el ADC. Para validar estos modelados se realiza una simulación del control en números reales en testbench no sintetizable.

4.1.1 Modelado del convertidor conmutado

Utilizando los coeficientes a , b , c , d , e y f presentados en la 2.2.1 se obtiene el modelo de estado en continuo para cada intervalo t_{ON} , t_{OFF} y Δ .

Durante los intervalos t_{ON} y t_{OFF} se aplica la ecuación dinámica (4.1) y de salida (4.2). La tensión de entrada $v_X(t)$ toma el valor de V_g durante t_{ON} y de $-V_F$ durante t_{OFF} . Las ecuaciones dinámica y de salida son:

$$\begin{pmatrix} \frac{di_L(t)}{dt} \\ \frac{dv_C(t)}{dt} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \begin{pmatrix} i_L(t) \\ v_C(t) \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \frac{1}{L} v_X(t) \quad (4.1)$$

$$v_O(t) = \begin{pmatrix} e & f \end{pmatrix} \begin{pmatrix} i_L(t) \\ v_C(t) \end{pmatrix}. \quad (4.2)$$

Durante el intervalo Δ se aplica la ecuación de estado (4.3) y de salida (4.4), la tensión de entrada $v_X(t)$ es nula:

$$\begin{pmatrix} \frac{di_L(t)}{dt} \\ \frac{dv_C(t)}{dt} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & d \end{pmatrix} \begin{pmatrix} i_L(t) \\ v_C(t) \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix} v_X(t) \quad (4.3)$$

$$v_O(t) = \begin{pmatrix} 0 & f \end{pmatrix} \begin{pmatrix} i_L(t) \\ v_C(t) \end{pmatrix}. \quad (4.4)$$

(4.1) y (4.3) se discretizan en T_{CLK} utilizando el método *Euler hacia delante* obteniendo expresiones analíticas en función de la resistencia de carga R_O . Estas expresiones analíticas descritas en VHDL no sintetizable constituyen el modelo del convertidor conmutado.

Se utiliza la señal cGI como salida del modulador, ésta es utilizada por el modelado del convertidor para aplicar la ecuación de estado correspondiente a t_{ON} , t_{OFF} o Δ . En [18] se describen alternativas de modelado en VHDL de convertidores conmutados.

4.1.2 Modelado del conversor ADC

Se utilizan dos conversores ADC para la lectura de $v_O(t)$ y $i_L(t)$, aunque son de 12 bits se utilizan con un número de bits $n = 8$ tal y como se analizó en 3.3.2. Los conversores son de lectura serie mediante las señales $SDATA$ y $SDATA_IL$ compartiendo las señales de selección nCS y clock $SCLK$.

La tensión cuantizada por bit viene dada por:

$$V_{LSB} = V_{FS} / 2^n. \quad (4.5)$$

Alumno: Roberto Velázquez NIA: 327988	Memoria Trabajo de Fin de Máster	Página 26 de 52
	Control digital de un convertidor <i>Buck</i> mediante realimentación lineal del estado	

Siendo V_{IN} la tensión de entrada, el resultado de la conversión en n bits es q :

$$q = \text{round} \left(\frac{V_{IN}(2^n - 1)}{V_{FS} - V_{LSB}} \right). \quad (4.6)$$

G_I es la ganancia del sensor de corriente explicada en (3.27). La Fig. 29 muestra esquemáticamente el conexionado de los dos conversores ADC.

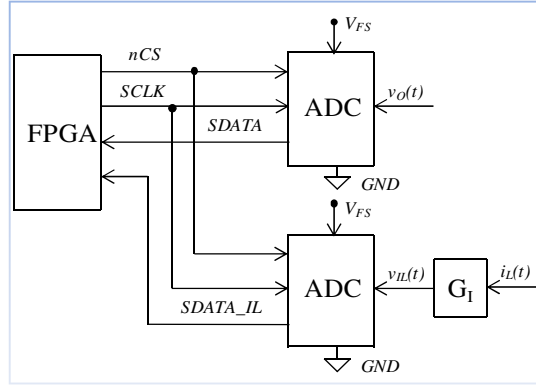


Fig. 29. Conversores ADC.

La señal $cCONV_START$ es activada por el modulador. Indica el instante en que se realiza el muestreo. El conversor ADC utilizado *ADCS7476* activa el modo *hold* con el flanco de bajada de la señal nCS . Las señales VO_ctr y IL_ctr capturan los valores de $v_O(k)$ y $i_L(k)$ que emplea el modelado VHDL del control en reales.

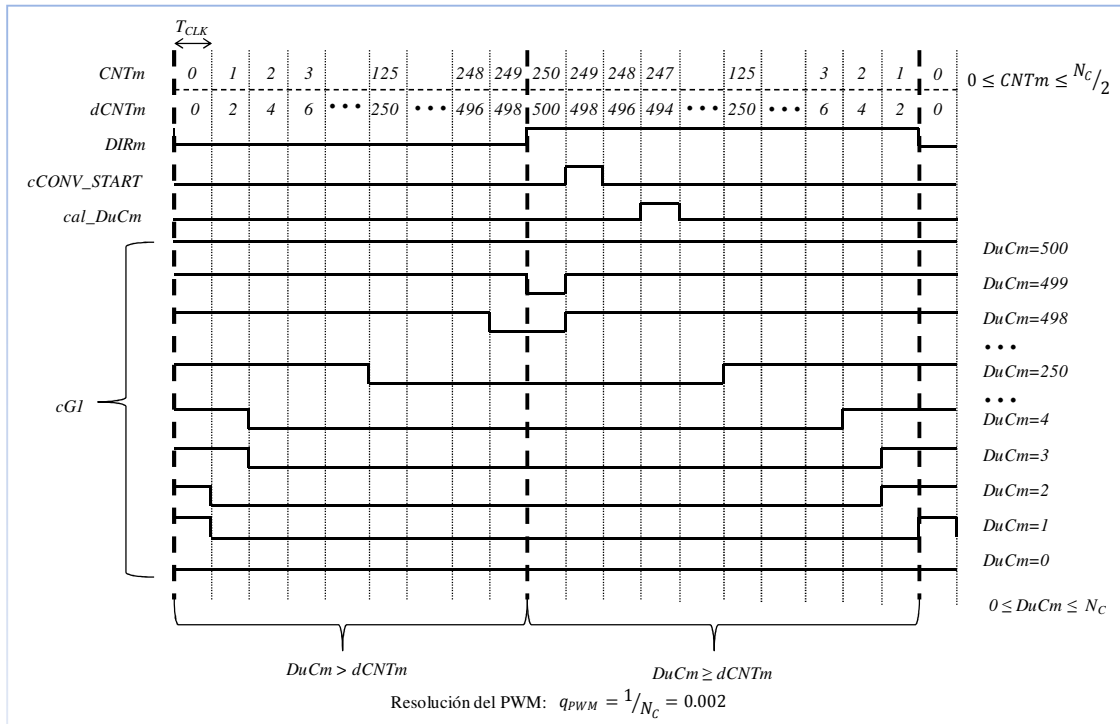
El resultado q de la conversión se almacena en las señales $conv_aux$ y $conv_aux_IL$, desde estas señales se copia con el retardo modelado en $TCONV$ en las señales de 12 bits $DATA$ y $DATA_IL$. Éstas son argumentos de los *procedures* $write_serial(...)$ y $write_serial_IL(...)$ que modelan el protocolo de lectura de datos del conversor ADC, respondiendo a la actividad en las líneas nCS y $SCLK$ generada por el VHDL sintetizable.

4.1.3 Modelado del modulador

Se realiza el modelado en VHDL no sintetizable de un modulador *symmetric off time* con el fin de realizar una simulación del control en números reales en testbench. Como se analizó en 3.2.1, en este tipo de modulador su punto central coincide con el instante medio del intervalo t_{OFF} , donde se inicia la lectura de los conversores ADC.

En (2.39) se establece el módulo del contador digital N_C y en (3.29) la resolución q_{PWM} del PWM. El contador digital se realiza mediante la señal de 8 bits $CNTm$, la señal $DuCm$ representa el *duty command* como se analizó en (3.31), la señal $DIRm$ es el sentido de conteo del contador, la variable $dCNTm$ establece el estado de la señal cGI , siendo ésta utilizada en el modelado del convertidor conmutado. La señal $cCONV_START$ inicia la lectura de los conversores ADC y la señal cal_DuCm inicia el cálculo de un nuevo *duty command*.

La Fig. 30 ilustra el funcionamiento del modulador.



4.1.4 Modelado del control en números reales

El modelado del modulador activa la señal *cal_DuCm* dos ciclos de reloj después del muestreo del estado en las señales *VO_ctr* e *IL_ctr*. En el flanco de subida de *cal_DuCm* se calcula el nuevo valor de *duty command*, se aplica saturación y redondeo en la conversión a una señal *DuCm* de tipo *std_logic_vector* de 9 bits que es comparada con el contador *CNTm* en el modelado del modulador.

4.1.5 Simulación en números reales

Con la finalidad de testear el modelado del convertidor conmutado y del conversor ADC, se realiza una simulación en números reales en lazo cerrado en VHDL en testbench no sintetizable, utilizando el modulador y control modelados.

La señal *nba* permite mantener el convertidor en bucle abierto y comparar el periodo de la frecuencia amortiguada del convertidor modelado en testbench con el periodo T_p (2.25) de la w_p obtenida en 2.2.2. Las formas de onda obtenidas son muy similares a las obtenidas en simulación en *Matlab* y se puede comprobar que el control alcanza la consigna.

4.2 Descripción en VHDL sintetizable

Dejando activos únicamente en el testbench presentado en 4.1 el modelado del convertidor conmutado y del conversor ADC, se dispone de una herramienta donde testear el código VHDL sintetizable a implementar en la FPGA. Se desarrolla el control de los conversores ADC, modulador *symmetric off time*, control en coma fija e interfaz de usuario y visualización en visualizador de 7 segmentos. Finalmente se

Alumno: Roberto Velázquez NIA: 327988	Memoria Trabajo de Fin de Máster	Página 28 de 52
	Control digital de un convertidor <i>Buck</i> mediante realimentación lineal del estado	

realiza una simulación del control en coma fija en lazo cerrado comprobándose la obtención del error cuantizado cero y la ausencia de ciclos límite.

4.2.1 Control del conversor ADC

El conexionado de los conversores ADC se ha descrito en 4.1.2 y en Fig. 29. Se comparten las señales de selección nCS y de clock $SCLK$, las señales de lectura serie son $SDATA$ y $SDATA_IL$.

La frecuencia máxima en la señal $SCLK$ es $f_{SCLK_MAX} = 20$ MHz, para conseguir este requerimiento se divide por dos f_{CLK} en la señal $enck$, esta se utiliza para hacer evolucionar una máquina de estados a partir de la cual se obtiene una señal $SCLK$ de frecuencia $f_{SCLK} = 12.5$ MHz.

El modulador activa la señal $START_ADC$ de duración un ciclo de reloj en el punto medio del intervalo t_{OFF} , con ello se inicia la secuencia de lectura de un dato del conversor ADC. Para el control de la secuencia se utiliza una máquina de estados en la señal $estado$ cuyos estados son $IDLE$, $START$, $CK0$, $CK1$ y FIN . Tras la activación de la señal nCS , el conversor entrega 15 bits de datos en los subsiguientes 15 flancos de bajada de la señal $SCLK$, entregando el dato $D0$ en el decimo quinto flanco de bajada. Para una mayor robustez las señales nCS y $SCLK$ son registradas y no simplemente combinacionales.

Las señales reg y reg_IL son los registros de desplazamiento de 15 bits donde se realiza el registro bit a bit de las señales de datos $SDATA$ y $SDATA_IL$. En 3.3.2 se estableció que el control utiliza muestras de $v_O(k)$ y $i_L(k)$ cuantizadas en 8 bits, por ello terminado el registro de los 15 bits en el estado FIN se realiza un truncado a 8 bits en las señales DA y DA_iL . Un ciclo de reloj después y en el mismo estado FIN , se activa la señal eoc de duración un ciclo de reloj indicando al control que se dispone de una nueva muestra de estado.

La duración de una lectura del conversor ADC es de $66 \cdot T_{CLK}$. La lectura de los dos conversores se realiza de forma concurrente. La Fig. 31 muestra el cronograma para la lectura de $v_O(k)$.

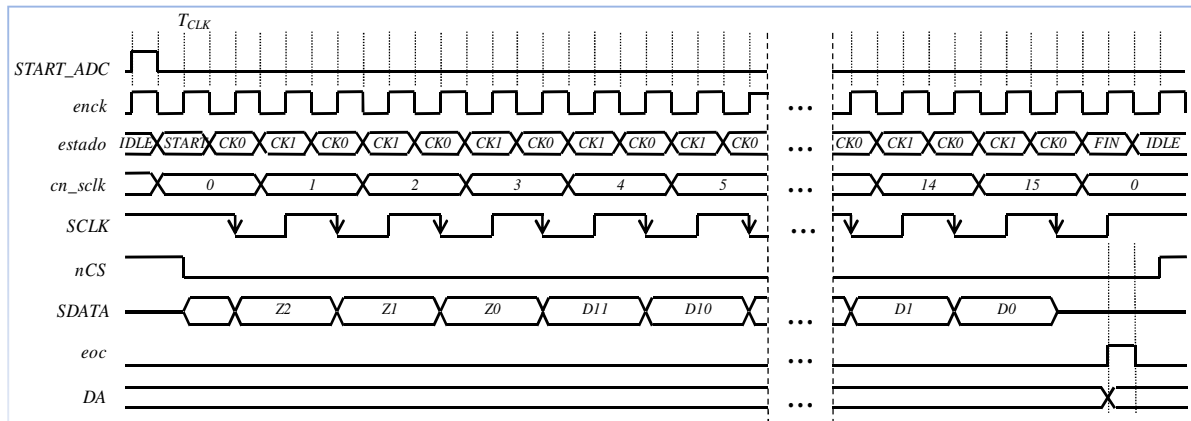


Fig. 31. Cronograma de control del conversor ADC.

4.2.2 Modulador

El módulo del contador digital N_C se definió en (2.39) y el número de bits n_{PWM} de este contador se definió en (3.30). En (3.31) se explicó que aplicado el modelo de saturación a la relación de servicio, el *duty command* se compara con el contador estableciendo el valor de salida PWM.

Alumno: Roberto Velázquez NIA: 327988	Memoria Trabajo de Fin de Máster	Página 30 de 52
	Control digital de un convertidor <i>Buck</i> mediante realimentación lineal del estado	

La FPGA utilizada dispone de multiplicadores hardware de 18 bits, por ello las señales y coeficientes que participan en productos están codificados en 18 bits a la escala necesaria. Los coeficientes $cf1Q$, $cf2Q$, $cf3Q$, $cf4Q$, $cf5Q$, $cf6Q$ y $cf7Q$ son los presentados en Fig. 25 codificados en enteros.

En la simulación en coma fija descrita en 3.3.2 se ha obtenido el número real representado \hat{U}_R por medio de la función *quantize*, además se obtiene el entero U que representa a \hat{U}_R con la expresión:

$$U = \frac{\hat{U}_R}{2^{-Q}} \quad (4.8)$$

Siendo Q la escala a la que está representado el número real U_R . Se introduce un error ε de cuantificación que dependerá del número de bits utilizados para representar el número, ε se expresa como:

$$\varepsilon = U_R - \hat{U}_R. \quad (4.9)$$

En VHDL el entero U se convierte en un objeto de tipo *signed* utilizando la correspondiente función de conversión:

```
constant cf1: signed(17 downto 0) := conv_signed(37229, 18); --
s, 18, 2^-17, 0.284034729
```

En el esquema de control de Fig. 33 se realizan 4 productos, estos se efectúan de manera que únicamente se ejecuta un producto por ciclo T_{CLK} . La señal *acc* actúa de acumulador y en ella son acumulados los cuatro productos. Esta secuencia se controla mediante el contador *cntacc* de módulo 4, por ello el control demora $4 \cdot T_{CLK}$ en realizar el cálculo del *duty command* y registrarlo en la señal *dc* de 9 bits.

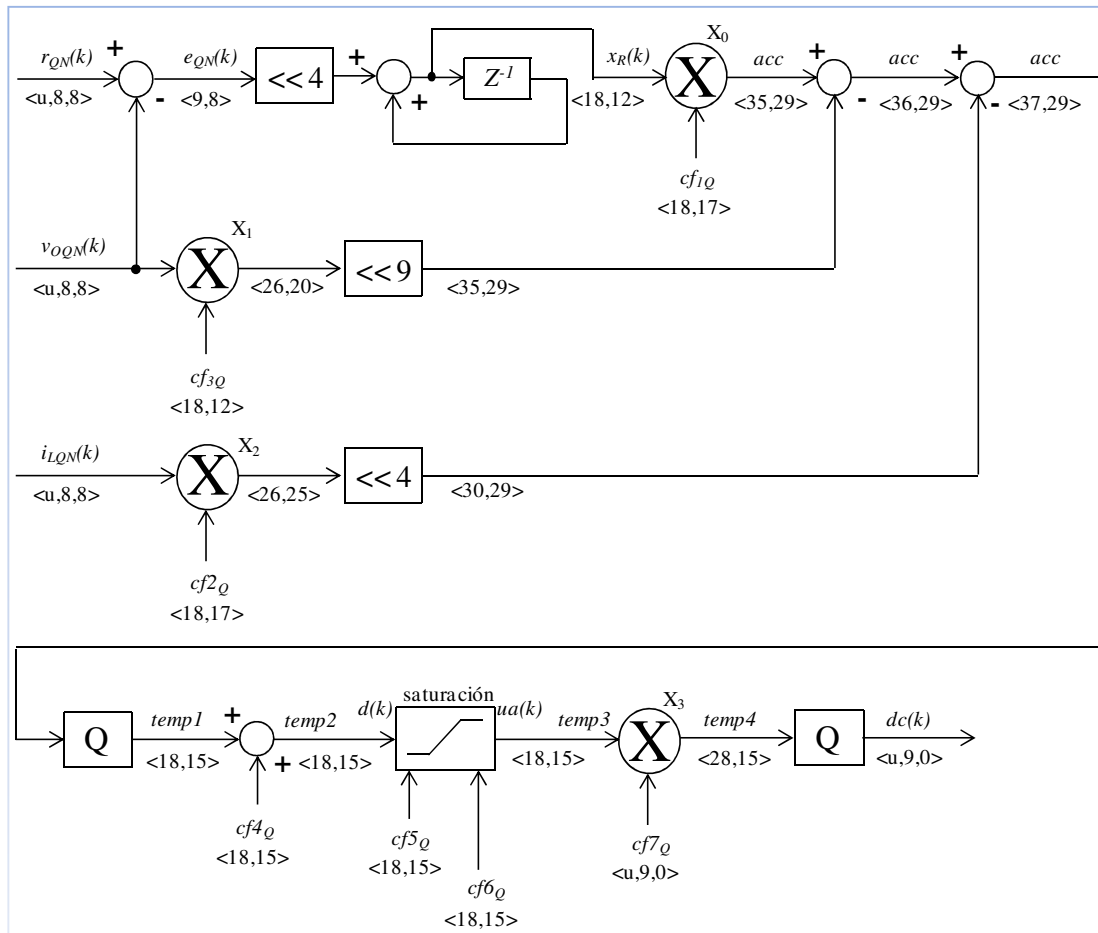


Fig. 33. Esquema de control en coma fija en VHDL sintetizable.

En los productos denotados como X_i en Fig. 33, el subíndice i indica el valor del contador $cntacc$ durante el ciclo de reloj en el que se efectúa el producto X_i .

Cuando eoc está activa y con anterioridad al inicio de la secuencia acumulativa se registra el integrador x_R , en este ciclo de reloj las señales DA y DA_{iL} resultado de la lectura de los ADC ya han sido registradas, como se muestra en Fig. 31. La Fig. 34 muestra la secuencia acumulativa en acc según el contador $cntacc$.

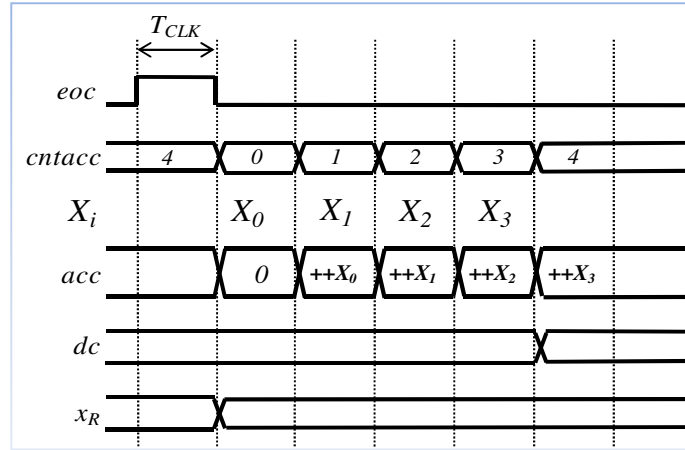


Fig. 34. Acumulador.

4.2.4 Interfaz de usuario

Se realiza el código VHDL sintetizable que permite una interacción con el usuario mediante los interruptores y visualizadores de 7 segmentos de la tarjeta de evaluación de la FPGA. Se utilizan los interruptores SW0, SW1 y SW2. Se utilizan cuatro visualizadores, en los tres primeros se visualiza $v_O(t)$ o $i_L(t)$ con una precisión de dos decimales, el cuarto es usado para mostrar información adicional activando algunos de sus segmentos.

A partir de las señales DA y DA_{iL} resultado de la lectura de los conversores ADC, mediante tabla combinacional se obtienen las señales de 12 bits DO y DO_{iL} codificadas en BCD. Siendo $n = 8$ el número de bits del conversor ADC como se analizó en 3.3.2, la tabla combinacional tiene un total de 2^n valores. Para visualizar corriente en centésimas de amperio, con q resultado de la conversión y FE_I fondo de escala de corriente definido en (3.28), cada valor de la tabla se calcula con la expresión:

$$I_{IN} = \text{round}(100 \cdot q \cdot FE_I). \quad (4.10)$$

La decodificación de BCD a 7 segmentos se lleva a cabo mediante la matriz de constantes $ssgmnt$. Los cuatro visualizadores se activan por exploración con un tiempo de activación por cada visualizador de 1.31 ms.

Mediante el interruptor SW0 se activa la señal SW_HI_LOAD . Esta señal indica que la carga R_O a aplicar es la nominal del modelo $R_O = 2.5 \Omega$. Para indicar esto se activa el segmento d del dígito 4. Mediante el interruptor SW1 se activa la señal SW_CLOSED . Esta señal indica que se aplica el lazo cerrado de control, con SW_CLOSED desactivada se aplica la relación de servicio D_O del punto de operación. Para indicar lazo cerrado se activa el segmento a del dígito 4.

Alumno: Roberto Velázquez NIA: 327988	Memoria Trabajo de Fin de Máster	Página 32 de 52
	Control digital de un convertidor <i>Buck</i> mediante realimentación lineal del estado	

Mediante el interruptor SW2 se activa la señal SW_IL . Esta señal indica que se visualiza $i_L(t)$ en lugar de $v_O(t)$. La visualización de $i_L(t)$ se indica activando el segmento f del dígito 4.

Para evitar el efecto rebote de los interruptores se implementa un filtrado de unos 10 ms en la lectura de los mismos.

La Fig. 35 muestra el interfaz de usuario de forma esquemática.

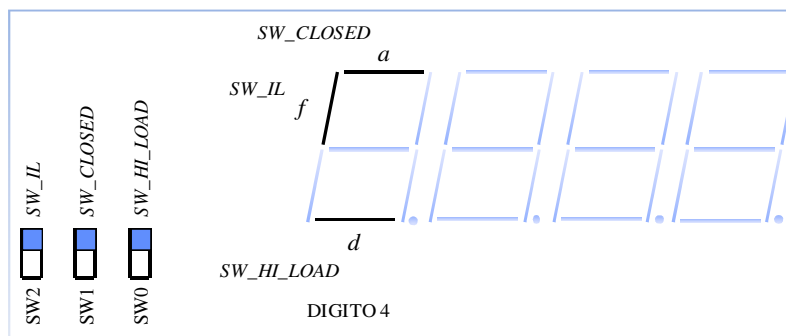


Fig. 35. Interfaz de usuario.

4.2.5 Simulación en coma fija

Utilizando el testbench no sintetizable descrito en 4.1, se realiza una simulación en lazo cerrado del control en coma fija. En el testbench no sintetizable únicamente se utilizan el modelado del convertidor conmutado y el del conversor ADC.

Para esta simulación se añade la señal $CONV_START$ como salida de la FPGA, esta señal es activa durante un ciclo de reloj en el punto medio de t_{OFF} e inicia la conversión analógica a digital en el modelado del conversor ADC. Esta señal $CONV_START$ se utiliza solamente en simulación y se elimina en la generación del fichero de configuración **.bit* de la FPGA.

Para facilitar la simulación se acorta el tiempo de filtrado de los rebotes de los interruptores.

Se simula en lazo abierto y lazo cerrado y ante cambios de carga R_O , comprobándose que se alcanza el error cuantizado cero y la ausencia de ciclos límite.

4.2.6 Implementación en la FPGA

Se realiza el proceso de implementación del VHDL sintetizable que concluye en la obtención del fichero de configuración **.bit* de la FPGA. La frecuencia de reloj a la que trabaja la FPGA es de $f_{CLK} = 50$ MHz como se puede consultar en el anexo A1.

Se configura la FPGA con el fichero **.bit*.

Alumno: Roberto Velázquez NIA: 327988	Memoria Trabajo de Fin de Máster	Página 33 de 52
	Control digital de un convertidor <i>Buck</i> mediante realimentación lineal del estado	

5 RESULTADOS EXPERIMENTALES

5.1 Banco de pruebas utilizado

Se dispone de una tarjeta de evaluación de una FPGA comercial y del convertidor *Buck* montado en un circuito impreso con conexión a la mencionada tarjeta de evaluación. La tarjeta de evaluación utilizada es la *Nexys2* del fabricante *Digilent*, en [19] se encuentra la documentación de dicha tarjeta. La Fig. 36 ilustra el banco de pruebas utilizado.

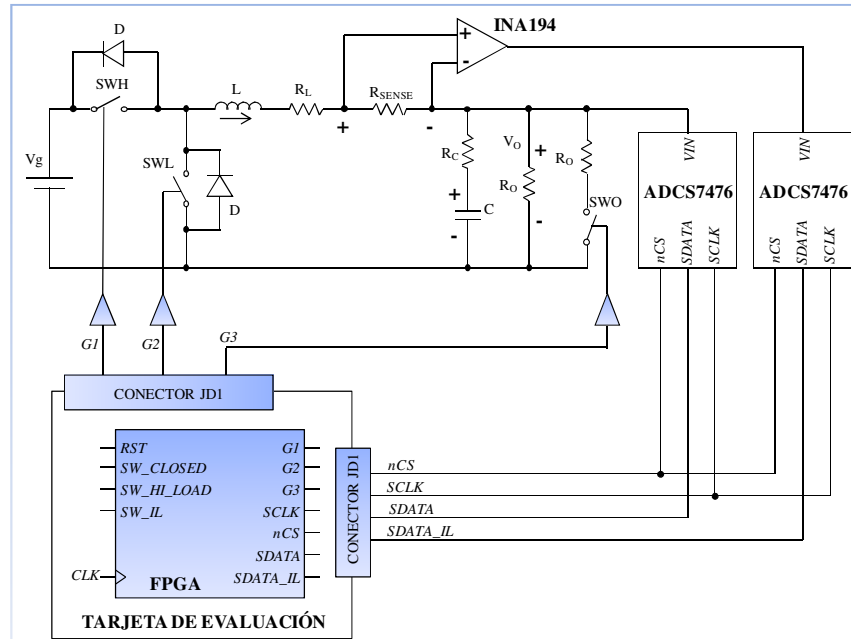


Fig. 36. Banco de pruebas.

La señal PWM de la salida $G1$ controla el interruptor principal de potencia SWH . La salida $G2$ está en todo momento no activa como corresponde al convertidor *Buck* funcionando en CCM. La señal $G3$ activa el interruptor SWO que permite aplicar cambios en la carga R_O .

R_{SENSE} y el amplificador *INA194* determinan la ganancia G_I del sensor de corriente presentada en (3.27).

El conversor ADC utilizado es el *ADCS7476* que ha sido explicado en 4.1.2 y 4.2.1 junto con el tratamiento de sus señales de control.

El papel de las señales SW_CLOSED , SW_HI_LOAD y SW_IL ha sido descrito en 4.2.4.

5.2 Resultados y comparación con simulación

Se configura el fichero **.bit* previamente obtenido en la FPGA y se pone en marcha en laboratorio el banco de pruebas descrito en 5.1 capturándose distintas formas de onda en osciloscopio.

Se interacciona con el control según el interfaz de usuario descrito en 4.2.4.

Mediante la visualización de la tensión $v_O(t)$ en el visualizador de 7 segmentos se comprueba el correcto funcionamiento en lazo cerrado tanto para $R_O = 2.5 \Omega$ como para $R_O = 5 \Omega$. Además se comprueba un valor coherente de corriente $i_L(t)$ visualizada por ambos valores de carga R_O .

Alumno: Roberto Velázquez NIA: 327988	Memoria Trabajo de Fin de Máster	Página 34 de 52
	Control digital de un convertidor <i>Buck</i> mediante realimentación lineal del estado	

La Fig. 37 muestra la salida $(i_L(t))$ en el cambio de lazo abierto a lazo cerrado. La Fig. 38 muestra la evolución de la salida PWM $G1$ en el mismo cambio de lazo abierto a lazo cerrado

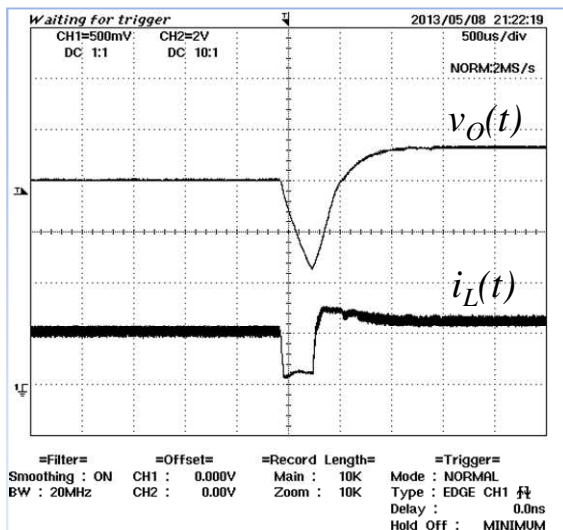


Fig. 37. Salida en cambio de lazo abierto a lazo cerrado.

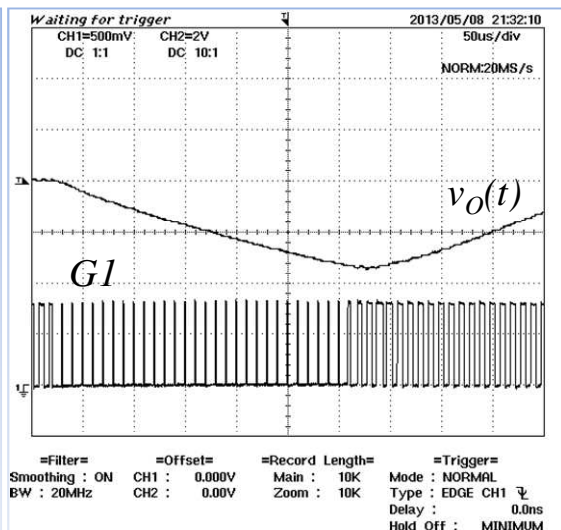


Fig. 38. $v_O(t)$ y PWM en cambio de lazo abierto a lazo cerrado.

La Fig. 39 compara a escala una simulación de $v_O(k)$ frente a una captura de osciloscopio de $v_O(t)$ ante un cambio en la carga de $R_O = 2.5 \Omega$ a $R_O = 5 \Omega$. La similitud de las dos formas de onda refleja una buena exactitud del modelo conmutado utilizado en simulación y descrito en 2.3.

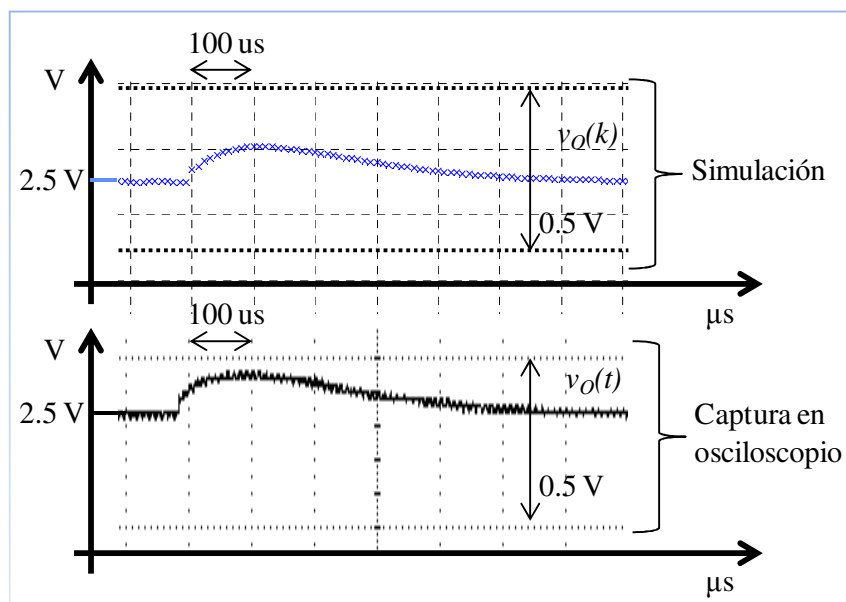


Fig. 39. Comparación de simulación y captura en osciloscopio.

La Fig. 40 muestra el transitorio en la salida ante un cambio en la carga de $R_O = 5\ \Omega$ a $R_O = 2.5\ \Omega$, mientras que la Fig. 41 muestra el transitorio en el cambio de $R_O = 2.5\ \Omega$ a $R_O = 5\ \Omega$.

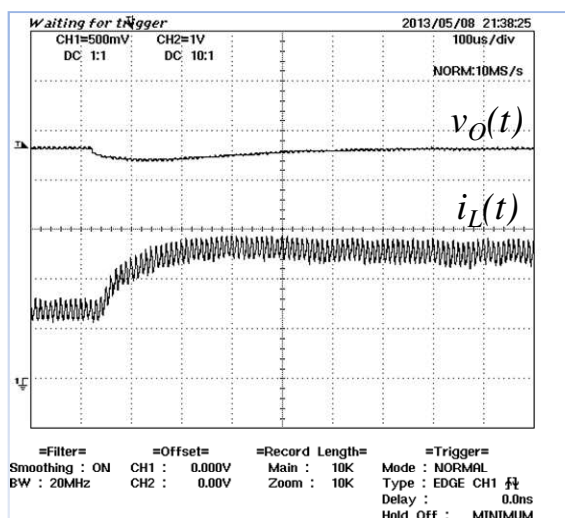


Fig. 40. Cambio $R_O = 5\ \Omega$ a $R_O = 2.5\ \Omega$.

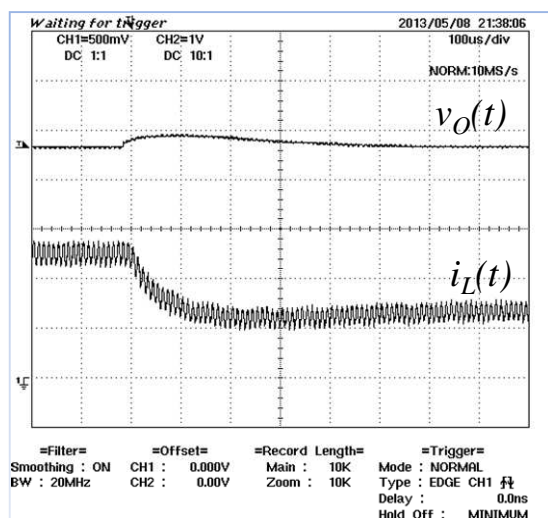


Fig. 41. Cambio $R_O = 2.5\ \Omega$ a $R_O = 5\ \Omega$.

La Fig. 42 muestra el estacionario con una carga $R_O = 2.5\ \Omega$ del rizado en $v_O(t)$ y de la salida PWM GI .

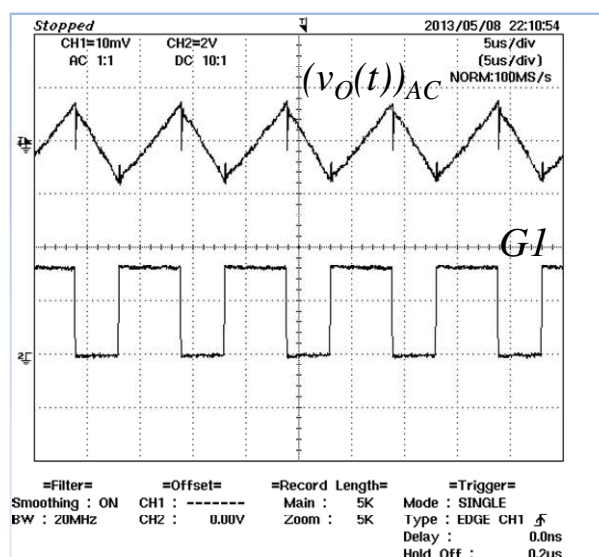


Fig. 42. Estacionario con $R_O = 2.5\ \Omega$.

La Fig. 43 muestra los rizados en $v_O(t)$ e $i_L(t)$ en el permanente con una carga $R_O = 2.5 \Omega$, la ganancia del sensor de corriente es $G_I = 2.5 \text{ V/A}$ como se calculó en (3.27).

La Fig. 44 muestra la señal nCS de selección del conversor ADC que está activa a '0' mientras se realiza la lectura del mismo. Puede observarse el flanco de bajada en el instante medio del t_{OFF} , en ese instante el conversor activa el modo *hold* realizando la captura de la salida medida.

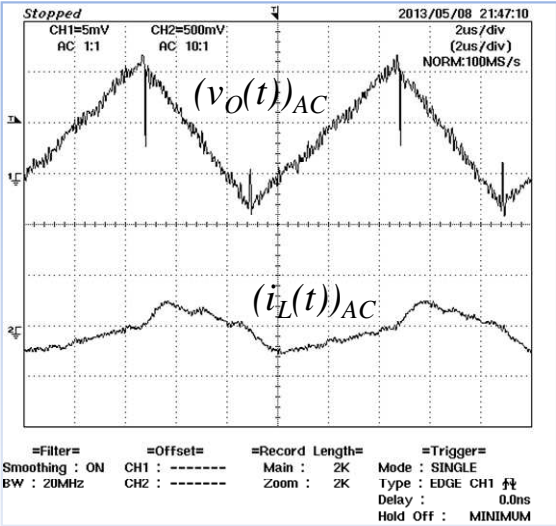


Fig. 43. Rizados en $v_O(t)$ e $i_L(t)$.

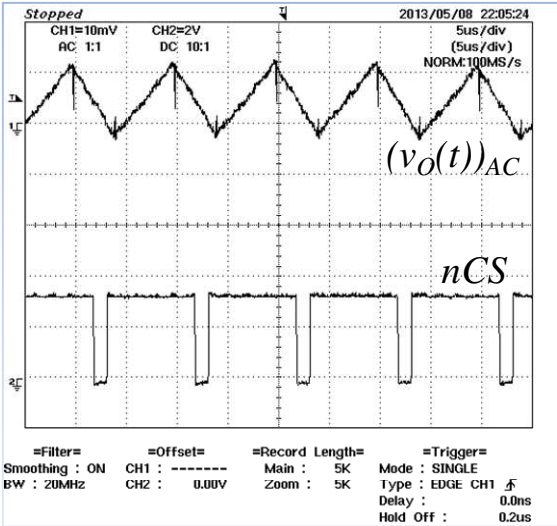


Fig. 44. Señal nCS de selección del conversor ADC.

En lazo cerrado, la Fig. 45 muestra la visualización de $v_O(t)$ en los visualizadores de 7 segmentos con $R_O = 2.5 \Omega$ mientras que la Fig. 46 muestra $i_L(t)$ visualizada en la misma situación.



Fig. 45. Visualización de $v_O(t)$.



Fig. 46. Visualización de $i_L(t)$.

Alumno: Roberto Velázquez NIA: 327988	Memoria Trabajo de Fin de Máster	Página 37 de 52
	Control digital de un convertidor <i>Buck</i> mediante realimentación lineal del estado	

En la Fig. 47 se muestra el montaje en laboratorio utilizado en la elaboración de los resultados experimentales.



Fig. 47. Montaje en laboratorio.

Alumno: Roberto Velázquez NIA: 327988	Memoria Trabajo de Fin de Máster	Página 38 de 52
	Control digital de un convertidor <i>Buck</i> mediante realimentación lineal del estado	

6 CONCLUSIONES Y LINEAS DE TRABAJO FUTURO

6.1 Conclusiones

Con el objetivo de implementar un control por realimentación lineal del estado en un convertidor *Buck*, se ha realizado un estudio teórico que ha comprendido el modelado del convertidor, el cálculo de la ley de control y planteamiento de un esquema de control, simulación y comparación de distintas opciones en la realización del control. Además se ha llevado a cabo la simulación de otros tipos de control y su comparación. Como resultado del estudio teórico se ha concluido en 3.3.1 con una serie de decisiones y simplificaciones adoptadas acerca de cómo implementar el control de la forma más práctica y sencilla en la FPGA. Con estas conclusiones se ha implementado en 4.2 el control por realimentación lineal del estado en una FPGA, para ello en 4.1 se ha realizado previamente un testbench en VHDL no sintetizable con el que se ha realizado una simulación en lazo cerrado de la descripción VHDL sintetizable que finalmente se ha programado en la FPGA. En 5.2 Se han realizado pruebas en laboratorio comprobando el correcto funcionamiento, se han comparado con los resultados previamente obtenidos en simulación dando por bueno el modelo conmutado del convertidor realizado en 2.3.

En 3.2.4 se ha concluido que el control por realimentación lineal del estado ofrece un comportamiento particularmente bueno en el *start-up* del convertidor donde la dinámica obtenida para la tensión de salida $v_O(t)$ es prácticamente la realizada en la asignación de polos del bucle cerrado, observándose además una no saturación de la acción que hace innecesario el uso de esquemas de antiwindup. Merece la pena recalcar que puesto que la corriente $i_L(t)$ participa substrayendo en el cálculo de la acción se ha observado un notable menor pico de corriente $i_L(t)$ en el *start-up* del que se tiene en un control tradicional modo tensión, aunque éste último ofrece mejor respuesta ante cambios en la carga R_O .

Con la adopción de las simplificaciones derivadas de las simulaciones mencionadas, la implementación en la FPGA ha resultado más sencilla que la de un control modo tensión en lo que concierne al número de productos como se muestra en 3.2.6. Sin embargo ha sido necesaria la medida de la corriente $i_L(t)$ lo que ha añadido complejidad y coste económico al hardware.

6.2 Líneas de trabajo futuro

En el esquema de control basado en observador realizado en 3.2.5 se ha comprobado una dinámica del estado muy similar a la obtenida en el control por realimentación de estado sin observador. Junto con la dinámica similar el observador añade las ventajas de la no necesidad de medida de la corriente $i_L(t)$ y el filtrado de la medida inherente en todo observador y resultante en el estado estimado. Como contrapartida se encuentra su mayor complejidad de cálculo, lo que conlleva un mayor número de productos a realizar (como se compara en 3.2.6) y que a su vez redundo en una mayor necesidad de recursos hardware de la FPGA como son los multiplicadores hardware integrados y la frecuencia de reloj.

En la expresión (4.7) se comprueba que se dispone del número de ciclos T_{CLK} suficientes para realizar la lectura del estado e inmediatamente a continuación ejecutar el control implementado en este proyecto. En el caso del control con observador presentado en 3.2.5 se dedicarían $17 \cdot T_{CLK}$ como muestra la Fig. 24, en lugar de los $4 \cdot T_{CLK}$ dedicados en el control implementado en este trabajo. Esto indica que se

Alumno: Roberto Velázquez NIA: 327988	Memoria Trabajo de Fin de Máster	Página 39 de 52
	Control digital de un convertidor <i>Buck</i> mediante realimentación lineal del estado	

dispondría del número de ciclos T_{CLK} suficientes para implementar el esquema de observador, puesto que como indica la expresión (4.7) se dispone de $250 \cdot T_{CLK}$ en total para lectura del estado y cálculo de la acción. El observador descrito 3.2.5 es un observador estimador, cabría la posibilidad de utilizar un observador con mayor complejidad en su algoritmo que requiriese un mayor número de ciclos T_{CLK} .

El hecho de disponer del número de ciclos T_{CLK} suficientes junto con las ventajas del esquema con observador mencionadas, hace considerar de interés como línea de trabajo futuro la implementación en una FPGA de un control digital de un convertidor *Buck* mediante realimentación lineal del estado basado en un esquema de observador.

Para la implementación de un control mediante realimentación de estado con observador se exploraría la posibilidad de utilizar herramientas de síntesis automático como *VIVADO* de *Xilinx* [20]. Esta herramienta generaría de forma automática el VHDL sintetizable del control a partir de un código fuente en lenguaje “C” con el control en números reales. El lenguaje de programación “C” describe una ejecución secuencial de instrucciones al igual que los ficheros de comandos *.m de *Matlab* donde se realizan las simulaciones. Para el desarrollador es en general un lenguaje más amigable que el VHDL.

En caso de ser necesarios un mayor número de multiplicadores hardware o mayor frecuencia de reloj en la FPGA, se pensaría en la utilización de una FPGA y tarjeta de evaluación comercial más modernas y de mejores prestaciones.

Alumno: Roberto Velázquez NIA: 327988	Memoria Trabajo de Fin de Máster	Página 40 de 52
	Control digital de un convertidor <i>Buck</i> mediante realimentación lineal del estado	

REFERENCIAS

- [1] R. W. Erickson, D. Maksimovic, *Fundamentals of Power Electronics*, Springer Science+Business Media LLC, 2001.
- [2] L. H. Dixon, "Average current-mode control of switching power supplies", in *Unitrode Power Supply Design Seminar Handbook*, 1990.
- [3] R. D. Lorenz, D. B. Lawson, "Performance of Feedforward Current Regulators for Field-Oriented Induction machine Controllers". *IEEE Transactions on Industry Applications*, Vol. IA-23, No. 4, Julio/Agosto 1987, pp. 597-602.
- [4] A. Oliva, S. S. Ang and G. E. Bortolotto, "Digital Control of a Voltage-Mode Synchronous Buck Converter", *IEEE Transactions on Power Electronics*, vol. 21, no. 1, pp. 157-163, January 2006.
- [5] A. Barrado, A. Lázaro, *Problemas de Electrónica de Potencia*, Prentice Hall, 2007, problema 6.46.
- [6] N. Mohan, T. Undeland, W. Robbins, *Power Electronics: Converters, Applications and Design*, John Wiley & Sons, 1989.
- [7] K. Ogata, *Discrete-time control systems*, Prentice Hall, 1987.
- [8] P. H. Lewis, C. Yang, *Sistemas de control en ingeniería*, Prentice Hall, 1999.
- [9] Y. Duan, and H. Jin, "Digital Controller Design for Switch Mode Power Converters", in *Proc. IEEE APEC Conf.*, vol. 2, pp. 967-973, 1999.
- [10] R. B. Sepe. "Quasi-Behavioral Model of a Voltage Fed Inverter and Closed-loop Current Controller Modelling", in *Proc. IEEE PESC Conf.*, 1995, vol. 1, pp. 464-470.
- [11] G. F. Franklin, J. D. Powell, A. Emani-Naeini, *Feedback control of dynamic systems*, Prentice Hall, 2006.
- [12] J. Kautsky and N. K. Nichols, "Robust Pole Assignment in Linear State Feedback", *Int. J. Control*, 41 (1985), pp. 1129-1155.
- [13] D. M. Van de Sype, K. de Gussemé, A. P. Van den Bossche and J. A. Melkebeek, "Small-signal Laplace-domain Analysis of Uniform-sampled Pulse Width Modulators", in *Proc. PESC Conf.*, pp. 4292-4298, 2004.
- [14] K. Astrom, R. Murray, *Feedback Systems*, Princeton University Press, 2008.
- [15] H. D. Venable, "The k-factor: A mathematical Tool for Stability, Analysis and Synthesis", *Proceeding of Powercon 10*, San Diego, CA, March 22-24, 1983.
- [16] K. Ogata, *Ingeniería de Control Moderna*, Prentice Hall, 2003.
- [17] J. I. Artigas, L. A. Barragán, C. Orrite e I. Urriza, *Electrónica Digital Aplicaciones y Problemas*, Prentice Hall, 2001, Capítulo 6.
- [18] L. A. Barragán, I. Urriza, D. Navarro, J. I. Artigas, J. Acero, and J. M. Burdío, "Comparing simulation alternatives of FPGA-based controllers for switching converters", in *IEEE International Symposium on Industrial Electronics*, pp. 419-424, 2007.
- [19] "Digilent Nexys2 Board Reference Manual", revisión de Julio 2011, www.digilentinc.com.

Alumno: Roberto Velázquez NIA: 327988	Memoria Trabajo de Fin de Máster	Página 41 de 52
	Control digital de un convertidor <i>Buck</i> mediante realimentación lineal del estado	

- [20] D. Navarro, O. Lucía, L. A. Barragán, I. Urriza, and O. Jiménez, "High-level synthesis for accelerating the FPGA implementation of computationally-demanding control algorithms for power converters," IEEE Transactions on Industrial Informatics, vol. 9, no. 3, pp. 1371-1379, August 2013.

Alumno: Roberto Velázquez NIA: 327988	Memoria Trabajo de Fin de Máster	Página 42 de 52
	Control digital de un convertidor <i>Buck</i> mediante realimentación lineal del estado	

ANEXO A1: MODELO DE GRAN SEÑAL

A1.1 Notación de variables

Se emplea la siguiente notación en las variables

$x(t) \rightarrow$ variable instantánea en t de gran señal.

$X \rightarrow$ variable promediada de gran señal.

$X_0 \rightarrow$ valor en el punto de operación.

$x \rightarrow$ perturbación de pequeña señal.

$\dot{x}(t), \dot{x}, \dot{X} \rightarrow$ derivadas en el tiempo.

$\hat{x} \rightarrow$ pequeña señal estimada.

$\tilde{x} \rightarrow$ error en pequeña señal.

$\bar{x} \rightarrow$ pequeña señal predicha.

A1.2 Datos

Se utilizan como variables de estado aquellas que en su expresión hay una derivada:

$$v_L(t) = L \frac{di_L(t)}{dt}, \quad i_C(t) = C \frac{dv_C(t)}{dt} \quad (\text{A1.1})$$

Así se tiene un vector de estado $x(t) = \begin{pmatrix} i_L(t) \\ v_C(t) \end{pmatrix}$ con $n=2$ variables de estado.

La topología de un convertidor *Buck* con no idealidades en sus componentes es la mostrada en la Fig. 48.

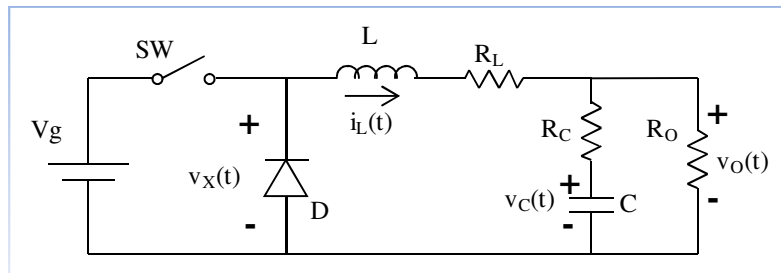


Fig. 48. Convertidor *Buck* con no idealidades.

Los datos son:

$V_g = 5$ V, tensión de entrada.

$V_o = 2.5$ V, tensión de salida.

$V_F = 0.7$ V, tensión forward del diodo.

$L = 68$ μ H.

$C = 220$ μ F.

$R_C = 80$ m Ω , resistencia equivalente serie (ESR).

$R_L = 98$ m Ω , resistencia DC de la bobina.

$R_O = 2.5$ Ω , resistencia de carga.

$f_{SW} = 100$ kHz, frecuencia de conmutación ($T_{SW} = 10$ μ s).

$f_{CLK} = 50$ MHz, frecuencia de operación de la FPGA ($T_{CLK} = 20$ ns).

Se tiene una relación de servicio en el punto de operación $D_0 = \frac{V_o}{V_g} = \frac{1}{2}$.

Alumno: Roberto Velázquez NIA: 327988	Memoria Trabajo de Fin de Máster	Página 43 de 52
	Control digital de un convertidor <i>Buck</i> mediante realimentación lineal del estado	

A1.3 Modelo de estado durante t_{ON}

La topología del convertidor *Buck* es la mostrada en la Fig. 49.

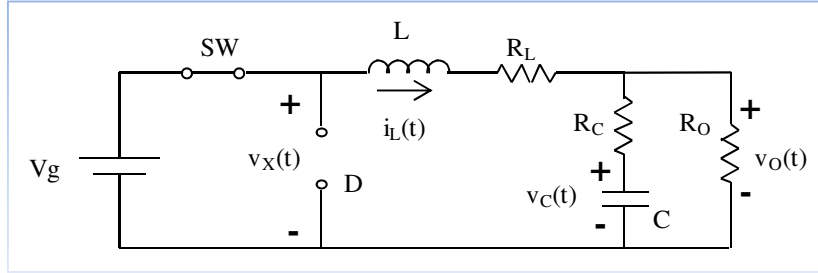


Fig. 49. Convertidor *Buck* durante intervalo t_{ON} .

Se plantean las ecuaciones:

$$v_x(t) = V_g = L \frac{di_L(t)}{dt} + R_L i_L(t) + v_o(t) \quad (A1.2)$$

$$i_L(t) = C \frac{dv_c(t)}{dt} + \frac{v_o(t)}{R_o} \quad (A1.3)$$

$$v_o(t) = v_c(t) + R_c C \frac{dv_c(t)}{dt}. \quad (A1.4)$$

Se busca expresar las derivadas de las variables de estado en función de las propias variables de estado.

Sustituyendo (A1.4) en (A1.3) se obtiene la ecuación de estado de $v_c(t)$:

$$\frac{dv_c(t)}{dt} = \frac{R_o}{C(R_o + R_c)} i_L(t) - \frac{1}{C(R_o + R_c)} v_c(t). \quad (A1.5)$$

Sustituyendo (A1.5) en (A1.4) se obtiene la expresión de $v_o(t)$ en función del vector de estado:

$$v_o(t) = \frac{R_c R_o}{R_o + R_c} i_L(t) + \frac{R_o}{R_o + R_c} v_c(t). \quad (A1.6)$$

Sustituyendo (A1.6) en (A1.2) se obtiene la ecuación de estado de $i_L(t)$:

$$\frac{di_L(t)}{dt} = \frac{-1}{L} \left(R_L + \frac{R_c R_o}{R_o + R_c} \right) i_L(t) - \frac{1}{L} \left(1 - \frac{R_c}{R_o + R_c} \right) v_c(t) + \frac{1}{L} V_g. \quad (A1.7)$$

Tomando como vector de entradas a $u(t) = \begin{pmatrix} V_g \\ V_F \end{pmatrix}$ con $m = 2$ donde durante t_{ON} $v_x(t) = V_g$.

Las ecuaciones (A1.7) y (A1.5) agrupadas matricialmente junto con el vector $u(t)$ forman la ecuación de estado. Esta expresión es de gran señal e instantánea en el tiempo:

$$\begin{pmatrix} \frac{di_L(t)}{dt} \\ \frac{dv_c(t)}{dt} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{-1}{L} \left(R_L + \frac{R_c R_o}{R_o + R_c} \right) & \frac{-1}{L} \left(1 - \frac{R_c}{R_o + R_c} \right) \\ \frac{R_o}{C(R_o + R_c)} & \frac{-1}{C(R_o + R_c)} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} i_L(t) \\ v_c(t) \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \frac{1}{L} & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} V_g \\ V_F \end{pmatrix}. \quad (A1.8)$$

Utilizando (A1.6) y tomando como vector salidas un $y(t) = \begin{pmatrix} i_L(t) \\ v_o(t) \end{pmatrix}$ con $p = 2$ salidas se plantea la ecuación de salida de gran señal instantánea en el tiempo:

$$\begin{pmatrix} i_L(t) \\ v_o(t) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ \frac{R_c R_o}{R_o + R_c} & \frac{R_o}{R_o + R_c} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} i_L(t) \\ v_c(t) \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} V_g \\ V_F \end{pmatrix}. \quad (A1.9)$$

Alumno: Roberto Velázquez NIA: 327988	Memoria Trabajo de Fin de Máster	Página 44 de 52
	Control digital de un convertidor <i>Buck</i> mediante realimentación lineal del estado	

Nombrando como coeficientes los elementos de las matrices se tiene:

$$a = \frac{-1}{L} \left(R_L + \frac{R_C R_O}{R_O + R_C} \right), b = \frac{-1}{L} \left(1 - \frac{R_C}{R_O + R_C} \right) \quad (A1.10)$$

$$c = \frac{R_O}{C(R_O + R_C)}, d = \frac{-1}{C(R_O + R_C)} \quad (A1.11)$$

$$e = \frac{R_C R_O}{(R_O + R_C)}, f = \frac{R_O}{R_O + R_C}. \quad (A1.12)$$

Las matrices que intervienen en el modelo de estado durante t_{ON} son:

$$A_1 = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}, B_1 = \begin{pmatrix} \frac{1}{L} & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, C_1 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ e & f \end{pmatrix}, E_1 = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}. \quad (A1.13)$$

Durante t_{ON} , el modelo de estado de gran señal instantáneo en el tiempo es:

$$\dot{x}(t) = A_1 x(t) + B_1 u(t) \quad (A1.14)$$

$$y(t) = C_1 x(t). \quad (A1.15)$$

A1.4 Modelo de estado durante t_{OFF}

La topología del convertidor *Buck* es la mostrada en la Fig. 50.

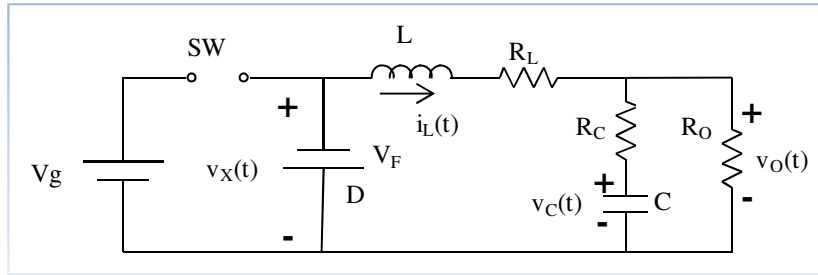


Fig. 50. Convertidor *Buck* durante intervalo t_{OFF} .

Puesto que el convertidor está en modo de conducción continua (CCM) la corriente $i_L(t)$ por la bobina no llega a hacerse cero. Al plantear ecuaciones de nudos y mallas la similitud es completa con la topología durante t_{ON} , la única diferencia reside en que $v_X(t)$ toma el valor de $-V_F$ en lugar de V_g .

Se plantean las ecuaciones:

$$v_X(t) = -V_F = L \frac{di_L(t)}{dt} + R_L i_L(t) + v_O(t) \quad (A1.16)$$

$$i_L(t) = C \frac{dv_C(t)}{dt} + \frac{v_O(t)}{R_O} \quad (A1.17)$$

$$v_O(t) = v_C(t) + R_C C \frac{dv_C(t)}{dt}. \quad (A1.18)$$

Operando como en A1.3 se obtiene la ecuación de estado para $i_L(t)$ donde ahora interviene V_F :

$$\frac{di_L(t)}{dt} = \frac{-1}{L} \left(R_L + \frac{R_C R_O}{R_O + R_C} \right) i_L(t) - \frac{1}{L} \left(1 - \frac{R_C}{R_O + R_C} \right) v_C(t) - \frac{1}{L} V_F. \quad (A1.19)$$

La ecuación de estado de $v_C(t)$ es idéntica a la obtenida en (A1.5):

$$\frac{dv_C(t)}{dt} = \frac{R_O}{C(R_O + R_C)} i_L(t) - \frac{1}{C(R_O + R_C)} v_C(t). \quad (A1.20)$$

Alumno: Roberto Velázquez NIA: 327988	Memoria Trabajo de Fin de Máster	Página 45 de 52
	Control digital de un convertidor <i>Buck</i> mediante realimentación lineal del estado	

La ecuación de salida para $v_o(t)$ es idéntica a (A1.6):

$$v_o(t) = \frac{R_C R_O}{R_O + R_C} i_L(t) + \frac{R_O}{R_O + R_C} v_C(t). \quad (A1.21)$$

Agrupando en forma matricial (A1.19) y (A1.20) se plantea la ecuación de estado durante t_{OFF} , tomando como vector de entradas $u(t) = \begin{pmatrix} V_g \\ V_F \end{pmatrix}$ con $m = 2$ donde durante t_{OFF} $v_X(t) = -V_F$:

$$\begin{pmatrix} \frac{di_L(t)}{dt} \\ \frac{dv_C(t)}{dt} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{-1}{L} \left(R_L + \frac{R_C R_O}{R_O + R_C} \right) & \frac{-1}{L} \left(1 - \frac{R_C}{R_O + R_C} \right) \\ \frac{R_O}{C(R_O + R_C)} & \frac{-1}{C(R_O + R_C)} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} i_L(t) \\ v_C(t) \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & \frac{-1}{L} \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} V_g \\ V_F \end{pmatrix}. \quad (A1.22)$$

Utilizando (A1.21) y tomando como vector salidas $y(t) = \begin{pmatrix} i_L(t) \\ v_o(t) \end{pmatrix}$ con $p = 2$ salidas se plantea una ecuación de salida idéntica al tiempo t_{ON} en (A1.9):

$$\begin{pmatrix} i_L(t) \\ v_o(t) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ \frac{R_C R_O}{(R_O + R_C)} & \frac{R_O}{R_O + R_C} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} i_L(t) \\ v_C(t) \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} V_g \\ V_F \end{pmatrix}. \quad (A1.23)$$

Utilizando los coeficientes definidos en (A1.10), (A1.11) y (A1.12) se expresan las matrices que intervienen en el modelo de estado durante t_{OFF} :

$$A_2 = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}, B_2 = \begin{pmatrix} 0 & \frac{-1}{L} \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, C_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ e & f \end{pmatrix}, E_2 = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}. \quad (A1.24)$$

Durante t_{OFF} , el modelo de estado de gran señal instantáneo en el tiempo es:

$$\dot{x}(t) = A_2 x(t) + B_2 u(t) \quad (A1.25)$$

$$y(t) = C_2 x(t). \quad (A1.26)$$

Se comprueba que en el convertidor *Buck* las matrices A_1 y A_2 son idénticas mientras que las matrices de entradas B_1 y B_2 difieren. Las matrices de salida C_1 y C_2 también coinciden.

A1.5 Modelo de estado durante Δ

Se plantea el modelo de estado del convertidor durante el tiempo Δ en el que la corriente i_L se ha hecho cero considerando al convertidor trabajando en modo de conducción discontinuo (DCM). El intervalo Δ se utiliza en el modelo conmutado para simulación de la ley de control y esquema de control aplicado.

La topología del convertidor *Buck* es la mostrada en la Fig. 51.

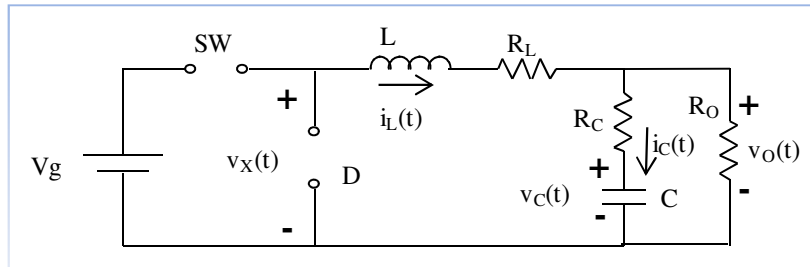


Fig. 51. Convertidor *Buck* durante intervalo Δ .

Alumno: Roberto Velázquez NIA: 327988	Memoria Trabajo de Fin de Máster	Página 46 de 52
	Control digital de un convertidor <i>Buck</i> mediante realimentación lineal del estado	

Con $i_c(t) = C \frac{dv_c(t)}{dt}$ se plantean las ecuaciones:

$$i_L(t) = 0 \quad (A1.27)$$

$$v_o(t) = v_c(t) + R_C C \frac{dv_c(t)}{dt} \quad (A1.28)$$

$$\frac{v_o(t)}{R_o} = -i_c(t) = -C \frac{dv_c(t)}{dt}. \quad (A1.29)$$

Despejando $v_o(t)$ de (A1.29):

$$v_o(t) = -R_o C \frac{dv_c(t)}{dt}. \quad (A1.30)$$

Sustituyendo en (A1.28) se obtiene la ecuación de estado de $v_c(t)$:

$$\frac{dv_c(t)}{dt} = \frac{-1}{C(R_o + R_C)} v_c(t). \quad (A1.31)$$

Agrupando en forma matricial (A1.27) y (A1.31) se plantea la ecuación de estado durante Δ , tomando

como vector de entradas a $u(t) = \begin{pmatrix} V_g \\ V_F \end{pmatrix}$ con $m = 2$:

$$\begin{pmatrix} \frac{di_L(t)}{dt} \\ \frac{dv_c(t)}{dt} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & \frac{-1}{C(R_o + R_C)} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} i_L(t) \\ v_c(t) \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} V_g \\ V_F \end{pmatrix}. \quad (A1.32)$$

Sustituyendo la ecuación de estado de $v_c(t)$ (A1.31) en la expresión (A1.28) se obtiene la ecuación de salida para $v_o(t)$:

$$v_o(t) = \frac{R_o}{R_o + R_C} v_c(t). \quad (A1.33)$$

Utilizando (A1.33) y tomando como vector salidas un $y(t) = \begin{pmatrix} i_L(t) \\ v_o(t) \end{pmatrix}$ con $p = 2$ salidas se plantea una ecuación de salida para el tiempo Δ :

$$\begin{pmatrix} i_L(t) \\ v_o(t) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & \frac{R_o}{R_o + R_C} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} i_L(t) \\ v_c(t) \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} V_g \\ V_F \end{pmatrix}. \quad (A1.34)$$

Utilizando los coeficientes definidos en (A1.10), (A1.11) y (A1.12) se expresan las matrices que intervienen en el modelo de estado durante Δ :

$$A_3 = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & d \end{pmatrix}, B_3 = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, C_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & f \end{pmatrix}, E_3 = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}. \quad (A1.35)$$

Durante Δ , el modelo de estado de gran señal instantáneo en el tiempo es:

$$\dot{x}(t) = A_3 x(t) + B_3 u(t) \quad (A1.36)$$

$$y(t) = C_3 x(t). \quad (A1.37)$$

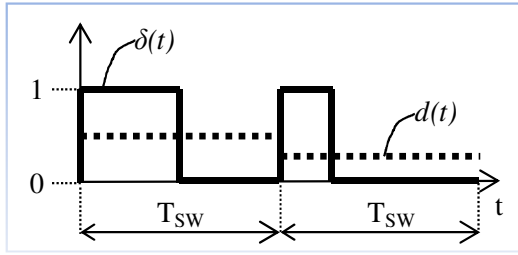
A1.6 Modelo promediado de gran señal

Con las variables de estado X , entrada U y salida Y de gran señal promediadas en T_{SW} :

$$X = \frac{1}{T_{SW}} \int_t^{t+T_{SW}} x(\tau) d\tau, U = \frac{1}{T_{SW}} \int_t^{t+T_{SW}} u(\tau) d\tau, Y = \frac{1}{T_{SW}} \int_t^{t+T_{SW}} y(\tau) d\tau. \quad (A1.38)$$

Alumno: Roberto Velázquez NIA: 327988	Memoria Trabajo de Fin de Máster	Página 47 de 52
	Control digital de un convertidor <i>Buck</i> mediante realimentación lineal del estado	

De acuerdo a la Fig. 52, la variable instantánea de gran señal $d(t)$ es igual a la promediada de gran señal D . Con $\delta(t) \in [0, 1] \rightarrow d(t) \in [0, 1]$ siendo $\delta(t)$ y $d(t)$ funciones continuas:



$$D = \frac{1}{T_{sw}} \int_t^{t+T_{sw}} d(\tau) d\tau. \quad (A1.39)$$

Fig. 52. Promediado de la relación de servicio $d(t)$.

Promediando las matrices en (A1.13) y (A1.24) para una relación de servicio D , se obtiene el modelo promediado de gran señal:

$$\dot{X} = (DA_1 + D'A_2)X + (DB_1 + D'B_2)U \quad (A1.40)$$

$$Y = (DC_1 + D'C_2)X. \quad (A1.41)$$

Las matrices promediadas en el punto de operación con una relación de servicio de gran señal D_0 son:

$$A = D_0A_1 + D'_0A_2 \quad (A1.42)$$

$$B = D_0B_1 + D'_0B_2 \quad (A1.43)$$

$$C = D_0C_1 + D'_0C_2. \quad (A1.44)$$

La ecuación de estado en el permanente del punto de operación con una entrada U_0 se expresa:

$$0 = (D_0A_1 + D'_0A_2)X_0 + (D_0B_1 + D'_0B_2)U_0 = AX_0 + BU_0. \quad (A1.45)$$

De donde se obtiene el vector de estado en el punto de operación, pudiendo ser evaluado como función de la entrada U_0 en el punto de operación y de las matrices A y B promediadas en dicho punto:

$$X_0 = -A^{-1}BU_0 = \begin{pmatrix} 0.8276 \text{ A} \\ 2.0689 \text{ V} \end{pmatrix}. \quad (A1.46)$$

Alumno: Roberto Velázquez NIA: 327988	Memoria Trabajo de Fin de Máster Control digital de un convertidor <i>Buck</i> mediante realimentación lineal del estado	Página 48 de 52
---	--	-----------------

ANEXO A2: MODELO DE PEQUEÑA SEÑAL

A2.1 Introducción de una perturbación $p(t)$

Considerando una perturbación substractiva $p(t)$ de la misma naturaleza que la relación de servicio $d(t)$, de valor P_0 en el punto de operación que actúa como se muestra en la Fig. 53.

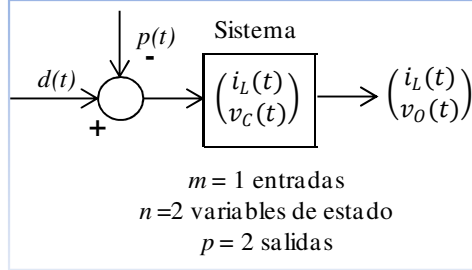


Fig. 53. Perturbación $p(t)$.

Puesto que la perturbación substractiva $p(t)$ es una función continua de la misma naturaleza que $d(t)$ también se cumple que $p(t) = P$.

Conocido que $D' = 1 - D$, en el punto de operación P_0 subtrae a D_0 y añade a D'_0 , de forma que se obtienen las matrices promediadas en el punto de operación definido por D_0 y P_0 :

$$A = (D_0 - P_0)A_1 + (D'_0 + P_0)A_2 \quad (A2.1)$$

$$B = (D_0 - P_0)B_1 + (D'_0 + P_0)B_2 \quad (A2.2)$$

$$C = (D_0 - P_0)C_1 + (D'_0 + P_0)C_2 \quad (A2.3)$$

$$E = (D_0 - P_0)E_1 + (D'_0 + P_0)E_2. \quad (A2.4)$$

Se evalúa el vector de estado X_0 en el permanente del punto de operación partiendo de la entrada U_0 , como se mostró en (A1.46) con $X_0 = -A^{-1}BU_0$.

Planteando el modelo de estado promediado con D y P como variables de gran señal:

$$\dot{X} = [(D - P)A_1 + (D' + P)A_2]X + [(D - P)B_1 + (D' + P)B_2]U \quad (A2.5)$$

$$Y = [(D - P)C_1 + (D' + P)C_2]X + [(D - P)E_1 + (D' + P)E_2]U. \quad (A2.6)$$

Esta ecuación es no lineal puesto que existen productos de variables, así pues es necesario linealizarla en torno al punto de operación y obtener el modelo de pequeña señal.

A2.2 Linealización de la ecuación de estado

Teniendo en cuenta que la relación de servicio en pequeña señal d :

$$d = D - D_0 = 1 - D' - (1 - D'_0) = -(D' - D'_0) = -d'. \quad (A2.7)$$

Partiendo de (A2.5):

$$\begin{aligned} \dot{X} &= [(D - P)A_1 + (D' + P)A_2]X + [(D - P)B_1 + (D' + P)B_2]U \\ &= (D - P)A_1X + (D' + P)A_2X + (D - P)B_1U + (D' + P)B_2U. \end{aligned} \quad (A2.8)$$

Conocido X_0 según (A1.46), se evalúa en el punto de operación:

$$\dot{X}_0 = 0 = (D_0 - P_0)A_1X_0 + (D'_0 + P_0)A_2X_0 + (D_0 - P_0)B_1U_0 + (D'_0 + P_0)B_2U_0. \quad (A2.9)$$

Alumno: Roberto Velázquez NIA: 327988	Memoria Trabajo de Fin de Máster	Página 49 de 52
	Control digital de un convertidor <i>Buck</i> mediante realimentación lineal del estado	

Se linealiza cada sumando a ambos lados de la igualdad aproximando con la primera parcial, obteniendo la ecuación aproximada:

$$(\dot{X})_0 \cong \dot{X}_0 + \left. \frac{\partial(\dot{X})}{\partial \dot{X}} \right|_0 (\dot{X} - \dot{X}_0) = \dot{X}_0 + \dot{x}. \quad (A2.10)$$

$$((D - P)A_1 X)_0 \cong (D_0 - P_0)A_1 X_0 + \left. \frac{\partial((D - P)A_1 X)}{\partial X} \right|_0 (X - X_0) \quad (A2.11)$$

$$+ \left. \frac{\partial((D - P)A_1 X)}{\partial D} \right|_0 (D - D_0) + \left. \frac{\partial((D - P)A_1 X)}{\partial P} \right|_0 (P - P_0)$$

$$= (D_0 - P_0)A_1 X_0 + (D_0 - P_0)A_1 x + A_1 X_0 d - A_1 X_0 p.$$

$$((D' + P)A_2 X)_0 \cong (D'_0 + P_0)A_2 X_0 + \left. \frac{\partial((D' + P)A_2 X)}{\partial X} \right|_0 (X - X_0) \quad (A2.12)$$

$$+ \left. \frac{\partial((D' + P)A_2 X)}{\partial D'} \right|_0 (D' - D'_0) + \left. \frac{\partial((D' + P)A_2 X)}{\partial P} \right|_0 (P - P_0)$$

$$= (D'_0 + P_0)A_2 X_0 + (D'_0 + P_0)A_2 x + A_2 X_0 d' + A_2 X_0 p$$

$$= (D'_0 + P_0)A_2 X_0 + (D'_0 + P_0)A_2 x - A_2 X_0 d + A_2 X_0 p.$$

$$((D - P)B_1 U)_0 \cong (D_0 - P_0)B_1 U_0 + (D_0 - P_0)B_1 u + B_1 U_0 d - B_1 U_0 p. \quad (A2.13)$$

$$((D' + P)B_2 U)_0 \cong (D'_0 + P_0)B_2 U_0 + (D'_0 + P_0)B_2 u - B_2 U_0 d + B_2 U_0 p. \quad (A2.14)$$

En ambos lados de la igualdad y sumando a sumando, se resta la expresión del punto de operación (A2.9) de la aproximada, y agrupando términos se obtiene la ecuación de estado de pequeña señal:

$$\dot{x} = [(D_0 - P_0)A_1 + (D'_0 + P_0)A_2]x + [(D_0 - P_0)B_1 + (D'_0 + P_0)B_2]u$$

$$+ [(A_1 - A_2)X_0 + (B_1 - B_2)U_0]d - [(A_1 - A_2)X_0 + (B_1 - B_2)U_0]p. \quad (A2.15)$$

Según la definición de las matrices promediadas A y B expuestas en (A2.1) y (A2.2), la ecuación de estado de pequeña señal se expresa:

$$\dot{x} = Ax + Bu + [(A_1 - A_2)X_0 + (B_1 - B_2)U_0]d + (-1) \cdot [(A_1 - A_2)X_0 + (B_1 - B_2)U_0]p. \quad (A2.16)$$

Definiendo:

$$B_d = (A_1 - A_2)X_0 + (B_1 - B_2)U_0 \quad (A2.17)$$

$$B_p = (-1) \cdot [(A_1 - A_2)X_0 + (B_1 - B_2)U_0] = -B_d. \quad (A2.18)$$

Finalmente la ecuación de estado en pequeña señal se expresa como:

$$\dot{x} = Ax + Bu + B_d d + B_p p. \quad (A2.19)$$

Siendo:

A matriz dinámica.

B matriz de entradas de la entrada u .

B_d matriz de entradas de la entrada d .

B_p matriz de entradas de la perturbación p .

Alumno: Roberto Velázquez NIA: 327988	Memoria Trabajo de Fin de Máster	Página 50 de 52
	Control digital de un convertidor <i>Buck</i> mediante realimentación lineal del estado	

A2.3 Linealización de la ecuación de salida

Partiendo de (A2.6):

$$Y = [(D - P)C_1 + (D' + P)C_2]X + [(D - P)E_1 + (D' + P)E_2]U \quad (A2.20)$$

$$= (D - P)C_1X + (D' + P)C_2X + (D - P)E_1U + (D' + P)E_2U.$$

Conocido X_0 según (A1.46), se evalúa en el punto de operación:

$$Y_0 = (D_0 - P_0)C_1X_0 + (D'_0 + P_0)C_2X_0 + (D_0 - P_0)E_1U_0 + (D'_0 + P_0)E_2U_0 \quad (A2.21)$$

Aproximando con la primera parcial sumando a sumando en ambos lados de la igualdad y operando algebraicamente como en A2.2:

$$(Y)_0 \cong Y_0 + y. \quad (A2.22)$$

$$((D - P)C_1X)_0 \cong (D_0 - P_0)C_1X_0 + (D_0 - P_0)C_1x + C_1X_0d - C_1X_0p. \quad (A2.23)$$

$$((D' + P)C_2X)_0 \cong (D'_0 + P_0)C_2X_0 + (D'_0 + P_0)C_2x - C_2X_0d + C_2X_0p. \quad (A2.24)$$

$$((D_0 - P_0)E_1U_0)_0 \cong (D_0 - P_0)E_1U_0 + (D_0 - P_0)E_1u + E_1U_0d - E_1U_0p. \quad (A2.25)$$

$$((D' + P)E_2U)_0 \cong (D'_0 + P_0)E_2U_0 + (D'_0 + P_0)E_2u - E_2U_0d + E_2U_0p. \quad (A2.26)$$

Restando la expresión del punto de operación de la aproximación y agrupando términos se obtiene:

$$y = [(D_0 - P_0)C_1 + (D'_0 + P_0)C_2]x + [(D_0 - P_0)E_1 + (D'_0 + P_0)E_2]u \quad (A2.28)$$

$$+ [(C_1 - C_2)X_0 + (E_1 - E_2)U_0]d - [(C_1 - C_2)X_0 + (E_1 - E_2)U_0]p.$$

Según la definición de las matrices promediadas C y E expuestas en (A2.3) y (A2.4), la ecuación de salida de pequeña señal se expresa:

$$y = Cx + Eu + [(C_1 - C_2)X_0 + (E_1 - E_2)U_0]d - [(C_1 - C_2)X_0 + (E_1 - E_2)U_0]p. \quad (A2.29)$$

A2.4 Modelo de estado de pequeña señal del convertidor Buck

Comparando las matrices que intervienen en el modelo de estado durante t_{ON} y t_{OFF} obtenidas en (A1.13) y (A1.24) respectivamente, se comprueba para el convertidor *Buck* que $A_1 = A_2$, $B_1 \neq B_2$, $C_1 = C_2$ y $E_1 = E_2 = 0$.

Sustituyendo estas matrices en la expresión de la matriz de entradas de la entrada d , la expresión de B_d en (A2.17) se simplifica a:

$$B_d = (A_1 - A_2)X_0 + (B_1 - B_2)U_0 = (B_1 - B_2)U_0. \quad (A2.30)$$

Además B_p es la matriz de entradas de la perturbación p con $B_p = -B_d$ según se mostró en (A2.18).

Así mismo la ecuación de salida (A2.29) se simplifica sustituyendo en ella las mencionadas matrices.

De esta forma la expresión del modelo de estado de pequeña señal en el convertidor *Buck* es:

$$\dot{x} = Ax + Bu + B_d d + B_p p \quad (A2.31)$$

$$y = Cx. \quad (A2.32)$$

Siendo:

A matriz dinámica.

B matriz de entradas de la entrada u .

B_d matriz de entradas de la entrada d .

B_p matriz de entradas de la perturbación p .

C matriz de salidas.

Alumno: Roberto Velázquez NIA: 327988	Memoria Trabajo de Fin de Máster	Página 51 de 52
	Control digital de un convertidor <i>Buck</i> mediante realimentación lineal del estado	

ANEXO A3: CONTENIDO CD ANEXO

A3.1 Código *Matlab*

Se encuentra dentro del directorio “simulaciones_matlab”, contiene los siguientes ficheros:

- “tfm_integcontrol_vO_todo.m”: Simulación del esquema de integradores, desarrollo del apartado 3.2 de este trabajo.
- “tfm_integcontrol_aproxvO_q.m”: Simulación del esquema de integradores en coma fija, desarrollo del apartado 3.3.
- “tfm_integestim_vO_todo.m”: Simulación del esquema de integradores con observador, desarrollo del apartado 3.2.5.
- “modeloRoB.m”: Funciones utilizadas por las simulaciones.
- “tabla_clediL.m”: Genera datos para la visualización de la corriente por la bobina $i_L(t)$ en VHDL sintetizable mediante tabla combinacional (ver apartado 4.2.4).
- “tfmdibujar.m”: Dibuja gráficas mostradas en las figuras en este trabajo utilizando los datos almacenados en el workspace “tfmdib.mat”.
- “tfmdib.mat”: Workspace utilizado por “tfmdibujar.m”.

A3.2 VHDL no sintetizable

Directorio “VHDL_no_sintetizable”.

En subdirectorio “tfm_aproxvOr” está el proyecto “tfm_aproxvO.ise” para *Xilinx ISE Project Navigator* 10.1. Simulación en reales en VHDL no sintetizable en fichero de testbench “tfm_aproxvO_test.vhd”, desarrollo del apartado 4.1.

A3.3 VHDL sintetizable

Directorio “VHDL_sintetizable”.

En subdirectorio “tfm_aproxvO” está el proyecto “tfm_aproxvO.ise” para *Xilinx ISE Project Navigator* 10.1. Simulación en coma fija en VHDL sintetizable en fichero “tfm_aproxvO.vhd” y en fichero de testbench “tfm_aproxvO_test.vhd”, desarrollo del apartado 4.2.