



**Universidad**  
Zaragoza

**PROYECTO FIN DE CARRERA**

**INGENIERÍA INDUSTRIAL**

**Predicción de cargas en el fémur para  
paciente-específico combinando redes  
neuronales y elementos finitos.**

**MARCOS EXTREMIANA DAROCA**

Directora

**M<sup>o</sup> ANGELES PEREZ ANSÓN**

Co-directora

**NOELIA GARIJO MILLÁN**

Departamento de Ingeniería Mecánica  
Escuela de Ingeniería y Arquitectura  
Universidad de Zaragoza

Zaragoza, Septiembre de 2013



*En primer lugar, me gustaría expresar aunque no tenga palabras para ello, mi más sincero agradecimiento a la Directora de este proyecto, Dña. M<sup>a</sup> Ángeles Pérez Ansón, que sin su apoyo, dedicación y esfuerzo no hubiera podido ser realizado. Me gustaría destacar en estas líneas, que además de ser una gran profesora, siempre dedicada en cuerpo y alma a su trabajo, es una persona cercana y atenta con el alumno. De esta manera, quiero decir, que aparte de haber conocido a una extraordinaria profesora y profesional en estos años de Universidad, he conocido a una bellísima persona de la cual me llevo una gran amistad.*

*Agradecer también a la Co-directora de este proyecto, Noelia Garijo Millán, por su ayuda continua, por sus consejos y por saberme guiar en los momentos más complejos del proyecto.*

*A Leyre por su empuje y apoyo incondicional, por intentar ayudarme en todo en lo que estuviere en su mano y por saber motivarme en los momentos más críticos del año.*

*A mis padres, Ernesto y Mercedes, que gracias a ellos he tenido la oportunidad de formarme académicamente en esta Universidad, mostrando siempre su entera disposición, animándome y sabiendo valorar el esfuerzo que he realizado.*

*Y para finalizar, agradecimiento para todos los amigos que me llevo de todo estos años de Universidad, ya que gracias a ellos y aunque no lo sepan, han hecho posible el que llegue al lugar donde me encuentro ahora.*

ZARAGOZA, Septiembre del 2013

Marcos Extremiana Daroca

## RESUMEN

La Biomecánica es la disciplina que trata el análisis y predicción de la mecánica de los seres vivos, por tanto, sirve de ayuda para entender el funcionamiento motor de los organismos, caracterizar el comportamiento de tejidos y órganos desde el punto de vista estructural y, predecir los cambios microestructurales que sufren estos por distintas alteraciones.

Respecto a los cambios microestructurales, la estructura del hueso se adapta en respuesta a las alteraciones de carga que sufre. Debido a esta circunstancia, existen diferentes modelos de acuerdo a leyes matemáticas que estudian el comportamiento de los huesos, lo que se ha llamado modelos de remodelación ósea.

Actualmente, muchos de estos modelos se están revisando. Esto es debido a la creciente necesidad surgida en la Biomecánica para crear modelos que se adapten a un paciente específico. Dentro del modelado de paciente específico uno de los retos más importantes es la predicción de cargas que un paciente soporta, las cuales crean una determinada distribución de densidades óseas. Esta predicción de cargas sirve de gran ayuda a la hora de elegir por ejemplo, una prótesis que se ajuste en la mejor medida a un determinado paciente específico.

De acuerdo con la situación actual en el modelado de paciente específico, se ha desarrollado en este proyecto un modelo matemático que combina la aplicación de redes neuronales y la implementación de un modelo de remodelación ósea, empleando para ello el método de elementos finitos. Este modelo nos permitirá obtener las condiciones de carga que producen una determinada distribución de densidades.

Este proyecto plantea la resolución de dos problemas: el problema de remodelación ósea y el problema inverso de remodelación ósea. Para la resolución del primero, se pretende estudiar el comportamiento del fémur sometido a unas cargas, las cuales simulan la situación de marcha de un sujeto específico. Para ello se ha utilizado un modelo de remodelación ósea en concreto conjuntamente al método de elementos finitos. La resolución de este problema nos dará como resultado una determinada distribución de densidades en el fémur, las cuales servirán como entradas para el problema inverso de remodelación ósea.

La resolución del problema inverso de remodelación ósea requiere de técnicas muy costosas y laboriosas, de manera que, a fin de simplificar el proceso y reducir el coste computacional, se ha utilizado la aplicación de una red neuronal (RNA). De esta forma, las densidades obtenidas en el fémur nos servirán como entrada para nuestra red neuronal, la cual, una vez entrenada, nos predecirá con elevada exactitud y con un tiempo computacional adecuado las condiciones de carga que producen la distribución de densidades en el fémur obtenidas en el problema de remodelación ósea. Para comprobar el correcto funcionamiento de la red neuronal, se realizarán una serie de validaciones tanto dentro como fuera del rango de paciente específico.



# Índice General

<b>1. Introducción.....</b>	<b>1</b>
1.1. Introducción.....	1
1.2. Objetivos.....	2
1.3. Descripción del proyecto.....	2
<b>2. Redes neuronales.....</b>	<b>4</b>
2.1. El modelo biológico.....	4
2.2. Modelo de neurona artificial.....	5
2.2.1. Entradas y salidas.....	6
2.2.2. Pesos sinápticos.....	6
2.2.3. Regla de propagación.....	6
2.2.4. Función de activación.....	7
2.2.5. Función de salida.....	7
2.3. Arquitectura de una red neuronal.....	8
2.4. Funcionamiento de la red neuronal.....	8
2.4.1. Fase de entrenamiento.....	8
2.4.2. Fase de operación o test.....	9
2.5. Redes neuronales con conexión hacia delante.....	9
2.5.1. Perceptrón simple.....	9
2.6. Entrenamiento de la red neuronal.....	10
2.6.1. Algoritmo Backpropagation.....	10
2.6.2. Generalización.....	11
<b>3. Metodología desarrollada.....</b>	<b>13</b>
3.1. Introducción.....	13
3.2. Definición del problema de remodelación ósea.....	14
3.2.1. Modelo de remodelación ósea.....	14
3.2.1. Modelo 3D de elementos finitos del fémur.....	15
3.2.3. Condiciones de carga del modelo.....	18
3.3. Definición del problema inverso de remodelación ósea.....	20
3.3.1. Entradas y salidas del problema inverso de remodelación ósea.....	21
3.3.2. Características de la red neuronal utilizada.....	22

<b>4. Resultados.....</b>	<b>23</b>
4.1. Evaluación de la red neuronal.....	23
4.2. Resultados de la red neuronal aplicada a la resolución del problema inverso de remodelación ósea.....	24
4.2.1. Modelo de entrenamiento.....	24
4.2.2. Reducción del número de entradas para la red neuronal.....	27
4.2.3. Reducción del número de casos utilizados en el entrenamiento de la red neuronal.....	29
4.2.4. Comparación de los resultados obtenidos para los diferentes modelos de entrenamiento.....	30
4.3. Validación.....	33
<b>5. Conclusiones y futuras líneas de investigación. ....</b>	<b>35</b>
5.1. Resumen del proyecto realizado.....	35
5.2. Conclusiones.....	36
5.2. Futuras líneas de investigación.....	38
<b>6. Bibliografía. ....</b>	<b>39</b>

# Índice de figuras

<b>Figura 2.1:</b> Neurona biológica.....	4
<b>Figura 2.2:</b> Neurona artificial.....	5
<b>Figura 2.3:</b> Perceptrón multicapa (MLP).....	10
<b>Figura 2.4:</b> Generalización. a) Situación idealizada. b) Situación real.....	12
<b>Figura 3.1:</b> Esquema de la metodología desarrollada en el proyecto.....	14
<b>Figura 3.2:</b> Proceso realizado.....	16
<b>Figura 3.3:</b> Segmentación y proceso de reconstrucción del fémur mediante MIMICS.....	16
<b>Figura 3.4:</b> Fémur mallado.....	17
<b>Figura 3.5:</b> Esquema de división del ciclo de marcha en distintas fases.....	18
<b>Figura 3.6:</b> Modelo 3D de elementos finitos del fémur con las condiciones de carga aplicadas. Cada par de cargas representan las acciones sufridas en la cabeza femoral del fémur y sus acciones inducidas en el abductor muscular. Carga 1: Pie entra en contacto con el suelo de forma completa. Carga 2: momento de abducción. Carga 3: Momento de aducción.....	19
<b>Figura 3.7:</b> Distribución de desviaciones típicas obtenidas en el fémur para las condiciones de carga aplicadas: a) distribución de las densidades de los 74416 elementos de la malla 3D del elementos finitos del fémur; b) 42 elementos con mayor desviación típica, que representan las entradas para la red neuronal.....	21
<b>Figura 4.1:</b> Error de carga relativo obtenido para el modelo inicial de entrenamiento.....	25
<b>Figura 4.2:</b> Error de ángulo relativo obtenido para el modelo inicial de entrenamiento.....	26
<b>Figura 4.3:</b> Error relativo total obtenido para el modelo inicial de entrenamiento.....	26
<b>Figura 4.4:</b> Valores medios en valor absoluto de los pesos sinápticos para las 42 entradas seleccionadas del modelo de elementos finitos del fémur.....	27
<b>Figura 4.5:</b> Distribución de desviaciones típicas obtenidas en el fémur para las condiciones de carga aplicadas: a) 42 elementos con mayor desviación típica; b) 21 elementos con mayor desviación típica.....	28
<b>Figura 4.6:</b> Evolución del error relativo total para los diferentes modelos de entrenamiento de la red neuronal. a) 1000 casos con 42 entradas. b) 500 casos con 42 entradas. c) 1000 casos con 21 entradas. d) 500 casos con 21 entradas.....	31
<b>Figura 4.7:</b> Tiempo computacional obtenido para los diferentes modelos de entrenamiento.....	33

# Índice de tablas

<b>Tabla 2.1:</b> Funciones de activación.....	7
<b>Tabla 3.1:</b> Condiciones de carga del modelo.....	20
<b>Tabla 4.1:</b> Error relativo y coeficiente de correlación para el primer modelo de entrenamiento de la red neuronal.....	24
<b>Tabla 4.2:</b> Error relativo y coeficiente de correlación para el modelo de entrenamiento 1000 casos y 21 entradas.....	28
<b>Tabla 4.3:</b> Error relativo y coeficiente de correlación para el modelo de entrenamiento 500 casos con 42 entradas.....	29
<b>Tabla 4.4:</b> Error relativo y coeficiente de correlación para el modelo de entrenamiento 500 caos y 21 entradas.....	30
<b>Tabla 4.5:</b> Errores de test relativos totales de los diferentes modelos de entrenamiento para las dos capas intermedias de neuronas óptimas obtenidas.....	32
<b>Tabla 4.6:</b> Resultados obtenidos para las 3 validaciones realizadas a la red neuronal seleccionada.....	34

# Capítulo 1

## 1. Introducción.

### 1.1. Introducción.

El comportamiento mecánico de los huesos largos, como el fémur, ha sido motivo de estudio desde finales del siglo XIX. Posteriormente, el interés por el comportamiento interno del tejido óseo se retomó con nuevas técnicas experimentales y con mejores herramientas de cálculo. Estos modelos tienen como objetivo, conocer el comportamiento de los huesos largos bajo la acción de cargas externas, particularmente en las articulaciones que forman los miembros inferiores bajo condiciones extremas de carga.

El hueso aparte de ser un material poroso, heterogéneo y anisótropo es considerado un tejido vivo en constante cambio. Estos cambios producidos en el hueso, modifican su geometría externa y su estructura interna. Son cambios morfológicos en respuesta a diferentes factores como cargas externas, la influencia hormonal, nutrición, etc. Este proceso de cambio microestructural se conoce normalmente con el nombre de remodelación ósea, donde son considerados los cambios en las distribuciones de las propiedades del material **[Wolff, 1982]**.

Muchas teorías y modelos matemáticos han sido desarrollados para analizar la microestructura del hueso y sus propiedades mecánicas en función de un patrón de carga determinado **[Doblaré y García, 2001; Beaupre et al., 1990; Huiskes et al., 1987]**. Los modelos de remodelación ósea desarrollados tradicionalmente se han aplicado en modelos de elementos finitos demostrando ser herramientas muy útiles para predecir la respuesta del hueso después de la implantación de la prótesis **[Folgado et al., 2008]**.

Los resultados de estos trabajos constituyen la base para desarrollar modelos, orientados al conocimiento del estado de esfuerzos que soportan los huesos en articulaciones, como el fémur. La mayoría de los estudios realizados en este campo, se enfocan al extremo proximal del fémur y la articulación de la cadera. En el caso particular del extremo distal del fémur y la articulación de la rodilla, hace unos años se carecía de la información necesaria. Actualmente, gracias a los avances producidos existe la información que aporte los elementos necesarios para entender el comportamiento biomecánico y del análisis de esfuerzos.

El modelado de paciente específico se está convirtiendo en un tema de enorme actualidad y de creciente importancia **[Galivarov et al., 2010]**. Uno de los retos más complejos en el ámbito de la biomecánica y en concreto en la creación de modelos de paciente específico es la determinación de las cargas que dicho paciente está soportando, las cuales generan la estructura ósea específica (distribución de densidades óseas) de dicho

paciente. La importancia de la determinación de las cargas, radica en que éstas se pueden utilizar para el diseño de la prótesis más adecuada para el paciente en el caso que la situación lo requiera.

Este proyecto se ha realizado dentro del departamento de Ingeniería Mecánica, en el área de Mecánica de Medios Continuos y Teoría de Estructuras de la Universidad de Zaragoza.

## 1.2. Objetivos.

El objetivo de este Proyecto Fin de Carrera es la estimación de las cargas que actúan sobre el fémur de un paciente específico a partir de la distribución de su densidad ósea.

Para alcanzar este objetivo se va a plantear una metodología que combina el método de los elementos finitos con las redes neuronales. Para extrapolar este problema a la vida real y obtener unos resultados más concretos se puede utilizar información de un paciente en particular como su geometría del hueso y la distribución de densidad ósea obtenida mediante un escáner.

En realidad, el problema que se plantea es de dinámica inversa. Partiendo de una distribución de densidades conocidas, se quiere saber qué cargas generan estas densidades, como ya se explicó anteriormente, esto se debe a que la estructura morfológica del hueso varía en función de las condiciones de carga (remodelación).

La aplicación de estas metodologías de dinámica inversa es muy compleja y costosa [Fischer et al., 1995], sin embargo, existen otras técnicas que requieren un tiempo computacional menor, lo cual resulta muy interesante para aplicarlo en la vida real.

Por ello, en este proyecto se va a utilizar una metodología que consiste en la aplicación de redes neuronales, en concreto, perceptrón multicapa (MLP) y el análisis por elementos finitos con un modelo de remodelación ósea. Cabe destacar que esta técnica se ha venido utilizando con éxito en otro tipo de aplicaciones [Martinez et al., 2011].

## 1.3. Descripción del proyecto.

Este Proyecto Fin de Carrera está dividido en 5 capítulos, seguidamente se realizará una breve descripción de cada uno de ellos.

En el **Capítulo 2** se realiza una introducción a las redes neuronales artificiales, explicando detalladamente el modelo de neurona artificial, así como la arquitectura de una red neuronal. También se explicarán los tipos de redes neuronales con conexión hacia delante, terminando con el método de entrenamiento de la red neuronal.

En el **Capítulo 3** se centra en la metodología seguida para el desarrollo de este proyecto tanto para el problema de remodelación ósea como para la resolución del problema inverso planteado. Esta metodología incluye la presentación del modelo de remodelación ósea, el modelo 3D de elementos finitos del fémur utilizado, así como las condiciones de carga empleadas para el problema de remodelación ósea. Además se explicarán las entradas y salidas del problema inverso de remodelación ósea, así como las características de la red neuronal utilizada en este proyecto.

En el **Capítulo 4** se detallan los criterios de evaluación seguidos para la red neuronal así como los diferentes modelos utilizados para su entrenamiento. Se expondrán los efectos que produce la reducción del número de casos y de datos entradas a la hora de ajustar la red neuronal, así como los tiempos computacionales obtenidos para las diferentes combinaciones de neuronas para la capa intermedia de la red neuronal. Por último se mostrarán los resultados obtenidos para la validación de la red neuronal seleccionada, tanto dentro como fuera del rango de las condiciones de carga establecidas para el paciente específico.

Y por último en el **Capítulo 5** se realizará un resumen del proyecto desarrollado, se mostrarán las conclusiones más relevantes de este estudio y las diferentes líneas de investigación que podrán llevarse a cabo en el futuro para mejorarlo.

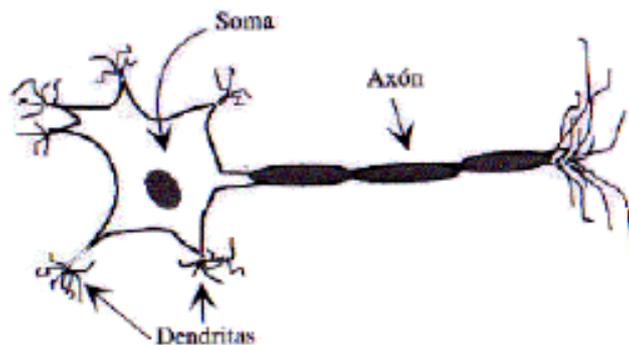
# Capítulo 2

## Redes Neuronales.

Las redes neuronales artificiales (RNA) son modelos matemáticos que intentan reproducir el funcionamiento del sistema nervioso. Como todo modelo realizan una simplificación del sistema real que simula y toma las características principales del mismo para la resolución de una tarea determinada.

### 2.1. El modelo biológico.

El cerebro es el elemento principal del sistema nervioso humano y está compuesto por un tipo especial de célula llamada neurona. Una neurona es una célula viva y como tal posee todos los elementos comunes de las células biológicas. A su vez, las neuronas tienen características propias que les permiten comunicarse entre ellas, lo que las diferencia del resto de las células biológicas. La *Figura 2.1* muestra la estructura típica de una neurona biológica.



*Figura 2.1: Neurona biológica*

Se observa que la neurona biológica está compuesta por un *cuerpo celular* o *soma*, del cual se desprende un árbol de ramificaciones llamado *árbol dendrítico*, compuesto por las *dendritas*. Del soma también parte una fibra tubular, llamada *axón*, el cual suele ramificarse cerca de su extremo. Las dendritas actúan como un canal de entrada de señales provenientes desde el exterior hacia la neurona, mientras que el axón actúa como un canal de salida. El espacio entre dos neuronas vecinas se denomina *sinapsis*.

Desde un punto de vista funcional, las neuronas conforman un procesador de información sencillo. Constan de un subsistema de entrada (dendritas), un subsistema de procesamiento (el soma) y un subsistema de salida (axón). Como característica principal destaca su capacidad de interacción con otras neuronas, las señales nerviosas pueden ser

eléctricas o químicas. La transmisión química se da principalmente en la comunicación entre neuronas mientras que la eléctrica se produce dentro de una neurona [Martínez et al., 2003].

En general, una neurona recibe información de cientos de neuronas vecinas y la transmite a otras tantas neuronas. La comunicación entre neuronas se lleva a cabo de la siguiente manera: el soma de las neuronas transmisoras o presinápticas genera un pulso eléctrico llamado potencial de acción. El pulso eléctrico se propaga a través del axón en dirección a las sinapsis. La información se transmite a las neuronas vecinas utilizando un proceso químico, mediante la liberación de neurotransmisores. Estos neurotransmisores se transmiten a través de la sinapsis hacia la neurona receptora. La neurona receptora o postsináptica toma la señal enviada por cientos de neuronas a través de las dendritas y la transmite al cuerpo celular. Estas señales pueden ser excitadoras (positivas) o inhibitorias (negativas) [Gurney, 1997]. El soma es el encargado de integrar la información proveniente de las distintas neuronas. Si la señal resultante supera un determinado umbral (umbral de disparo) el soma emite un pulso que se transmite a lo largo del axón dando lugar a la transmisión eléctrica a lo largo de neurona. Al llegar la señal al extremo del axón se liberan neurotransmisores que permiten transmitir la señal a las neuronas vecinas [Nascimento, 1994]. Este modelo biológico es la base que siguen los distintos sistemas basados en neuronas artificiales y que brevemente se van a presentar en los siguientes apartados.

## 2.2. Modelo de neurona artificial.

La neurona artificial es un elemento de procesamiento simple que a partir de un vector de entradas produce múltiples salidas. En general podemos encontrar tres tipos de neuronas artificiales y podemos clasificarlas según su función en:

- Neuronas de entrada: Son aquellas que reciben directamente la información desde el exterior.
- Neuronas ocultas: Llamadas de esta forma a las neuronas que reciben la información desde otras neuronas artificiales. Es en estas neuronas donde se realiza la representación de la información almacenada.
- Neuronas de salida: Las cuales reciben la información ya procesada y la devuelven al exterior.

En la *Figura 2.2* se muestran todos los elementos que componen una neurona artificial:

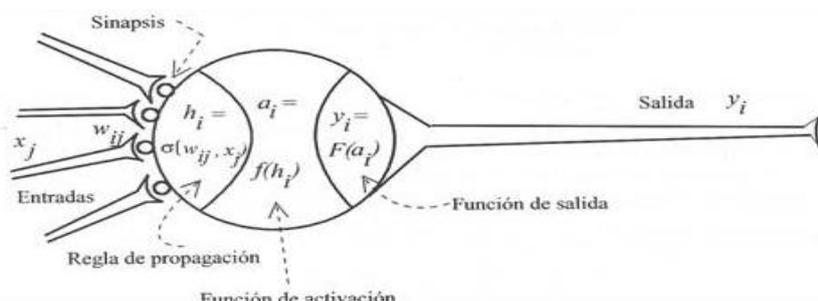


Figura 2.2: Neurona artificial

- **Conjunto de entradas,  $x_j(t)$ :** Reciben la información, esta puede ser proveniente del exterior o de otra neurona artificial.
- **Pesos sinápticos,  $w_{ij}$ :** Representan el grado de comunicación entre dos neuronas artificiales. Estos pesos pueden ser excitadores o inhibidores.
- **Regla de propagación,  $\sigma_i$ :** Integra la información proveniente de las distintas neuronas artificiales, entradas y pesos sinápticos, y proporcionan el valor potencial postsináptico de la neurona.
- **Función de activación,  $f_i$ :** Provee el estado de activación de la neurona  $i$ .
- **Función de salida,  $F_i$ :** Representa la salida actual de la neurona  $i$ .

A continuación se presentan los puntos expuestos anteriormente de una forma más detallada.

### 2.2.1. Entradas y salidas.

Las entradas y salidas de una neurona pueden ser clasificadas en dos grandes grupos, binarias o continuas. Las neuronas binarias (digitales) sólo admiten dos valores posibles. En general en este tipo de neurona se utilizan los siguientes dos alfabetos  $\{0,1\}$  o  $\{-1,1\}$ . Por su parte, las neuronas continuas (analógicas) admiten valores dentro de un determinado rango, que en general suele definirse como  $[-1, 1]$ . La selección del tipo de neurona a utilizar depende de la aplicación y del modelo a construir.

### 2.2.2. Pesos sinápticos.

El peso sináptico  $w_{ij}$  define la fuerza de una conexión sináptica entre dos neuronas, la neurona presináptica  $i$  y la neurona postsináptica  $j$ . Los pesos sinápticos pueden tomar valores positivos, negativos o cero. En caso de una entrada positiva, un peso positivo actúa como excitador, mientras que un peso negativo actúa como inhibidor. En caso de que el peso sea cero, no existe comunicación entre el par de neuronas. Mediante el ajuste de los pesos sinápticos la red es capaz de adaptarse a cualquier entorno y realizar una determinada tarea.

### 2.2.3. Regla de propagación.

La regla de propagación determina el potencial resultante de la interacción de la neurona  $i$  con las  $N$  neuronas vecinas. El potencial resultante  $h_i$  se puede expresar de la siguiente manera:

$$h_i(t) = \sigma_i(W_{ij}, X_j(t))$$

La regla de propagación más simple y utilizada consiste en realizar una suma de las entradas ponderadas con sus pesos sinápticos correspondientes:

$$h_i(t) = \sum W_{ij} * X_j(t)$$

### 2.2.4. Función de activación.

La función de activación determina el estado de activación actual de la neurona en base al potencial resultante  $b_i$  y al estado de activación anterior de la neurona  $a_i(t-1)$ . El estado de activación de la neurona para un determinado instante de tiempo  $t$  puede ser expresado de la siguiente manera:

$$a_i(t) = f_i(a_i(t-1), h_i(t))$$

Sin embargo, en la mayoría de los modelos se suele ignorar el estado anterior de la neurona, definiéndose el estado de activación en función del potencial resultante  $b_i$ :

$$a_i(t) = f_i(h_i(t))$$

La *Tabla 2.1* muestra un listado de algunas de las funciones de activación más utilizadas en los distintos modelos de redes neuronales artificiales.

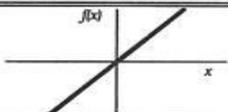
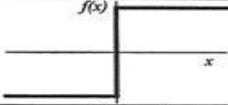
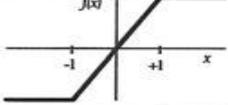
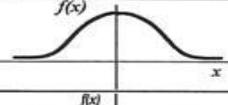
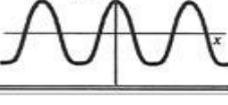
	Función	Rango	Gráfica
<b>Identidad</b>	$y = x$	$[-\infty, +\infty]$	
<b>Escalón</b>	$y = \text{sign}(x)$ $y = H(x)$	$\{-1, +1\}$ $\{0, +1\}$	
<b>Lineal a tramos</b>	$y = \begin{cases} -1, & \text{si } x < -l \\ x, & \text{si } -l \leq x \leq l \\ +1, & \text{si } x > l \end{cases}$	$[-1, +1]$	
<b>Sigmoidea</b>	$y = \frac{1}{1 + e^{-x}}$ $y = \text{tgh}(x)$	$[0, +1]$ $[-1, +1]$	
<b>Gaussiana</b>	$y = Ae^{-Bx^2}$	$[0, +1]$	
<b>Sinusoidal</b>	$y = A \text{sen}(\omega x + \varphi)$	$[-1, +1]$	

Tabla 2.1: Funciones de activación.

### 2.2.5. Función de salida.

La función de salida proporciona el valor de salida de la neurona, en base al estado de activación de la neurona. En general se utiliza la función identidad, es decir:

$$y_i(t) = F_i(a_i(t)) = a_i(t)$$

## **2.3. Arquitectura de una red neuronal.**

Una vez definida el tipo de neurona que se utilizará en un modelo de redes neuronales artificiales es necesario definir la topología de la misma. La organización y disposición de las neuronas dentro de una red neuronal se denomina topología, y viene dada por el número de capas, la cantidad de neuronas por capa, el grado de conectividad, y el tipo de conexión entre neuronas.

Las neuronas suelen agruparse en unidades funcionales denominadas capas. Se denomina capa de entrada a aquella que está compuesta por neuronas de entradas y por lo tanto recibe información procedente desde el exterior. Análogamente, se denomina capa oculta y capa de salida a aquellas capas que están compuestas por neuronas ocultas y de salida respectivamente. Una red neuronal artificial está compuesta por una o más capas, las cuales se encuentran interconectadas entre sí. Entre un par de neuronas de la red neuronal artificial pueden existir conexiones. Estas conexiones son las sinapsis, tienen asociadas un peso sináptico, y son direccionales. Cuando la conexión se establece entre dos neuronas de una misma capa hablamos de conexiones laterales o conexiones intra-capas. Por el contrario, si la conexión se establece entre neuronas de distintas capas se la denomina conexión inter-capas. Si la conexión se produce en el sentido inverso al de entrada-salida la conexión se llama recurrente o realimentada.

Una red puede estar formada por una única capa de neuronas. En este caso hablamos de redes monocapa, y las neuronas que conforman dicha capa cumplen la función de neuronas de entrada y salida simultáneamente. Cuando la red está compuesta por dos o más capas hablamos de redes multicapa. A su vez, hablamos de redes neuronales con conexión hacia delante (redes feedforward) cuando las conexiones entre las distintas neuronas de la red siguen un único sentido, desde la entrada de la red hacia la salida de la misma. Cuando las conexiones pueden ser tanto hacia delante como hacia atrás hablamos de redes recurrentes (redes feedback).

## **2.4. Funcionamiento de la red neuronal.**

Durante la operatoria de una red neuronal podemos distinguir claramente dos fases o modos de operación: la fase de aprendizaje o entrenamiento, y la fase de operación o test. Durante la primera fase, la fase de aprendizaje, la red es entrenada para realizar un determinado tipo de procesamiento. Una vez alcanzado un nivel de entrenamiento adecuado, se pasa a la fase de operación, donde la red es utilizada para llevar a cabo la tarea para la cual fue entrenada.

### **2.4.1. Fase de entrenamiento.**

Una vez seleccionada el tipo de neurona artificial que se utilizará en una red neuronal y determinada su topología es necesario entrenarla para que la red pueda ser utilizada. Partiendo de un conjunto de pesos sinápticos aleatorio, el proceso de aprendizaje busca un conjunto de pesos que permitan a la red desarrollar correctamente una determinada tarea. Durante el proceso de aprendizaje se va refinando iterativamente la solución hasta alcanzar un nivel de operación suficientemente bueno.

El proceso de aprendizaje se puede dividir en tres grandes grupos de acuerdo a sus características en: [Isasi Viñuela y Galván León, 2004; Yao, 1999]

- Aprendizaje supervisado. Se presenta a la red un conjunto de patrones de entrada junto con la salida esperada. Los pesos se van modificando de manera proporcional al error que se produce entre la salida real de la red y la salida esperada.
- Aprendizaje no supervisado. Se presenta a la red un conjunto de patrones de entrada. No hay información disponible sobre la salida esperada. El proceso de entrenamiento en este caso deberá ajustar sus pesos en base a la correlación existente entre los datos de entrada.
- Aprendizaje por refuerzo. Este tipo de aprendizaje se ubica entre medio de los dos anteriores. Se le presenta a la red un conjunto de patrones de entrada y se le indica a la red si la salida obtenida es o no correcta. Sin embargo, no se le proporciona el valor de la salida esperada. Este tipo de aprendizaje es muy útil en aquellos casos en que se desconoce cual es la salida exacta que debe proporcionar la red.

#### **2.4.2. Fase de operación o test.**

Una vez finalizada la fase de aprendizaje, la red puede ser utilizada para realizar la tarea para la que fue entrenada. Una de las principales ventajas que posee este modelo es que la red aprende la relación existente entre los datos, adquiriendo la capacidad de generalizar conceptos. De esta manera, una red neuronal puede tratar con información que no le fue presentada durante de la fase de entrenamiento.

### **2.5. Redes neuronales con conexión hacia adelante.**

Este tipo de redes neuronales son las que mayor aplicación práctica tienen, se caracterizan por su organización en capas y conexiones estrictamente hacia adelante, utilizando entrenamientos de tipo supervisado.

Dentro de este grupo destacaremos el perceptrón y el perceptrón multicapa (MLP) los cuales desarrollaremos a continuación.

#### **2.5.1. Perceptrón simple.**

Este modelo tiene gran importancia histórica ya que fue el primer modelo en poseer un mecanismo de entrenamiento que permite determinar automáticamente los pesos sinápticos que clasifican correctamente a un conjunto de patrones a partir de un conjunto de ejemplos.

La arquitectura del perceptrón está compuesta por dos capas de neuronas, una de entrada y una de salida. La capa de entrada es la que recibe la información proveniente del exterior y la transmite a las neuronas sin realizar ningún tipo de operación sobre la señal de entrada. En general la información entrante es binaria. La función de activación de las neuronas de un perceptrón es del tipo escalón, dando de esta manera sólo salidas binarias. Cada neurona de salida del perceptrón representa a una clase. Una neurona de salida responde con 1 si el vector de entrada pertenece a la clase a la que representa y responde con 0 en caso contrario.

El algoritmo de entrenamiento del perceptrón se encuentra dentro de los denominados algoritmos por corrección de errores. Este tipo de algoritmos ajustan los

pesos de manera proporcional a la diferencia entre la salida actual proporcionada por la red y la salida objetivo, con el fin de minimizar el error producido por la red.

### 2.5.2. Perceptrón multicapa (MLP).

El perceptrón multicapa es una extensión del perceptrón simple. La topología de un perceptrón multicapa está definida por un conjunto de capas ocultas, una capa de entrada y una de salida. No existen restricciones sobre la función de activación aunque en general se suelen utilizar funciones sigmoideas (ver *tabla 2.1*). A continuación se expone el esquema tipo para una MLP, el cual es el modelo más utilizado actualmente, ver *Figura 2.3*.

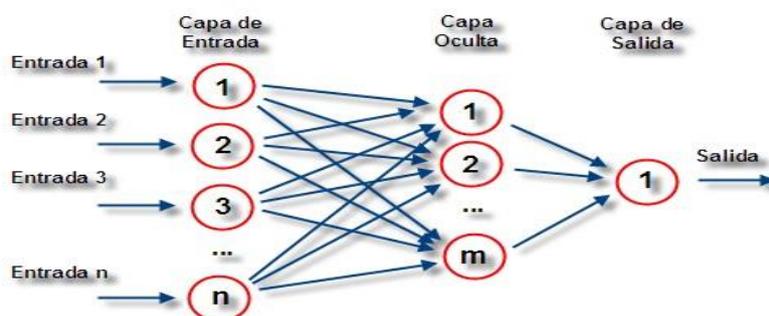


Figura 2.3. Perceptrón multicapa (MLP)

## 2.6. Entrenamiento de la red neuronal.

En el contexto de las redes neuronales el entrenamiento o aprendizaje puede ser visto como el proceso de ajuste de los parámetros libres de la red [Yao, 1995]. Partiendo de un conjunto de pesos sinápticos aleatorios, el proceso de entrenamiento busca un conjunto de pesos que permitan a la red desarrollar correctamente una determinada tarea. Este proceso de entrenamiento, es un proceso iterativo, en el cual se va refinando la solución hasta alcanzar un nivel de operación lo suficientemente bueno.

La mayoría de los métodos de entrenamiento utilizados en las redes neuronales con conexión hacia delante consisten en proponer una función de error que mida el rendimiento actual de la red en función de los pesos sinápticos. El objetivo del método de entrenamiento es encontrar el conjunto de pesos sinápticos que minimizan (o maximizan) la función. El método de optimización proporciona una regla de actualización de los pesos que en función de los patrones de entrada modifica iterativamente los pesos hasta alcanzar el punto óptimo de la red neuronal.

### 2.6.1. Algoritmo Backpropagation.

El algoritmo de entrenamiento/aprendizaje supervisado más común utilizado para una MLP, es el algoritmo llamado Backpropagation. Este algoritmo surgió de la búsqueda de un algoritmo para entrenar específicamente a la MLP. Es un tanto complejo ya que se toma la información del comportamiento de la red en el sentido directo de la red y en el sentido inverso, esto se realiza por la necesidad de modificar el comportamiento de las capas ocultas.

El algoritmo Backpropagation tiene como objetivo usar la diferencia entre las salidas deseadas y las salidas actuales en la capa de salida de la red para cambiar los pesos

(indicados con valores aleatorios pequeños) con el fin de reducir al mínimo esta diferencia (error). Esto se logra mediante una serie de interacciones donde se modifica cada peso de derecha a izquierda (sentido inverso de la propagación de información en la red) hasta modificarse los pesos de la capa de entrada prosiguiendo nuevamente con la propagación de la información de entrada, esto hasta que la diferencia entra la salida deseada y la obtenida en cada neurona de salida sea mínima [Fristsch, 1996].

El algoritmo Backpropagation es el método que desde un principio se desarrolló con el fin de entrenar redes neuronales multicapa y se demostró su eficiencia suficiencia en el entrenamiento de redes para resolver diversos problemas, pero en muchos casos resultó ser muy lento. A través de los años han surgido algoritmos más poderosos, aunque más complejos, la mayoría partiendo de la base de este algoritmo, propagar el error hacia atrás. De cualquier forma, es recomendable el uso de este algoritmo cuando se trata el diseño de una MLP, ya que no es demasiado complejo, se entiende fácilmente su finalidad, y sirve para comprender más rápido los algoritmos que se basan en él.

### 2.6.2. Generalización.

Una vez finalizada la fase de aprendizaje, la red puede ser utilizada para realizar la tarea para la que fue entrenada. Una de las principales ventajas que posee este modelo es que la red aprende la relación existente entre los datos, adquiriendo la capacidad de generalizar conceptos. De esta manera, una red neuronal puede tratar con información que no le fue presentada durante de la fase de entrenamiento [Chirungrueng, 1988].

Cuando se evalúa una red neuronal no sólo es importante evaluar si la red ha sido capaz de aprender los patrones de entrenamiento. Es imprescindible también evaluar el comportamiento de la red ante patrones nunca antes vistos. Esta característica de las redes neuronales se la conoce como capacidad de generalización y es adquirida durante la fase de entrenamiento. Es necesario que durante el proceso de aprendizaje la red extraiga las características de las muestras, para poder luego responder correctamente a nuevos patrones.

De lo dicho anteriormente surge la necesidad de evaluar durante la fase de entrenamiento dos tipos de errores. El **error de aprendizaje**, que indica la calidad de la respuesta de la red a los patrones de entrenamiento y el **error de test**, que indica la calidad de la respuesta de la red a patrones nunca antes vistos. Para poder obtener una medida de ambos errores es necesario dividir el set de datos disponibles en dos, el set de datos de entrenamiento, y el set de datos de evaluación. El primero se utiliza durante la fase de entrenamiento para que la red pueda extraer las características de los mismos mediante el ajuste de sus pesos sinápticos, así la red logra una representación interna de la función. El set de evaluación se utiliza para evaluar la capacidad de generalización de la red.

La causa más común de la pérdida de capacidad de generalización es el **sobreaprendizaje**. Esto sucede cuando la cantidad de ciclos de entrenamientos tiende a ser muy alta. Se observa que la respuesta de la red a los patrones de entrenamiento es muy buena mientras que la respuesta a nuevos patrones tiende a ser muy pobre. Al aumentar el número de ciclos la red tiende a sobreajustar la respuesta a los patrones de entrenamiento, a expensas de una menor capacidad de generalización. La *Figura 2.4.a* muestra una situación idealizada de lo dicho anteriormente. En la misma se observa que en un determinado punto se empieza a perder capacidad de generalización como consecuencia del sobreaprendizaje.

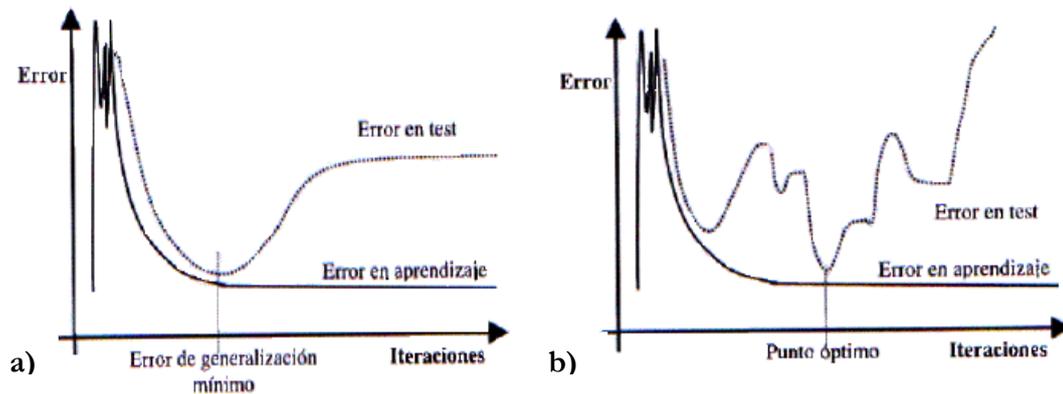


Figura 2.4: Generalización. a) Situación idealizada. b) Situación real.

En la *Figura 2.4.b* se muestra una situación más real del mismo caso. A medida que transcurre el proceso de aprendizaje se obtienen varios mínimos sobre el conjunto de evaluación. Existen diversas técnicas de parada temprana aunque en la mayoría de los casos se deja que el proceso de aprendizaje avance hasta alcanzar una cota de error razonable, guardando periódicamente las distintas configuraciones intermedias para luego seleccionar la de menor error de evaluación.

En ocasiones la pérdida de capacidad de generalización se produce por el uso excesivo de neuronas ocultas en la red neuronal. Esto hace que la red tienda a ajustar con mucha exactitud los patrones de entrenamiento, evitando que la red extraiga las características del conjunto.

# Capítulo 3

## Metodología desarrollada.

### 3.1. Introducción.

En este proyecto se ha desarrollado una metodología que consiste en resolver dos problemas y comparar sus resultados obtenidos; estos dos problemas son el problema de remodelación ósea y el problema inverso de remodelación ósea.

El problema de remodelación ósea se ha resuelto utilizando un modelo de elementos finitos 3D de un fémur real de un paciente específico. Este modelo de remodelación ósea se ha resuelto varias veces con el objetivo de obtener un amplio rango de densidades óseas debidas a la acción de diversas cargas. Esta variación de carga se ha realizado con el objetivo de suplir la carencia de datos, en referencia a diferentes casos de pacientes específicos. Por ello, se ha cogido una geometría real de un único paciente y se ha sometido a diferentes condiciones de carga, obteniéndose diversas distribuciones óseas, ver *Figura 3.1*.

Por otro lado, la resolución del problema inverso de remodelación ósea nos dará como datos de salida el módulo de carga y la inclinación que genera una determinada distribución de densidad. Para obtener estos datos de salida se hace necesaria la utilización de un modelo matemático. En este proyecto y como ya se explicó en capítulos anteriores, se ha utilizado el modelo de red neuronal artificial (RNA). Una vez establecido el modelo matemático a utilizar debemos determinar los parámetros de entrada, en nuestro caso corresponden a los elementos seleccionados de la malla 3D de elementos finitos del fémur de mayor desviación típica de densidad, los cuales se han obtenido en el modelo de remodelación ósea anterior.

Para finalizar, se validarán los datos de carga obtenidos mediante la red neuronal seleccionada con las condiciones de carga introducidas en el modelo de remodelación ósea, las cuales se corresponden con los datos de carga del paciente. Dicho desarrollo del proyecto se expone en el siguiente esquema, ver *Figura 3.1*.

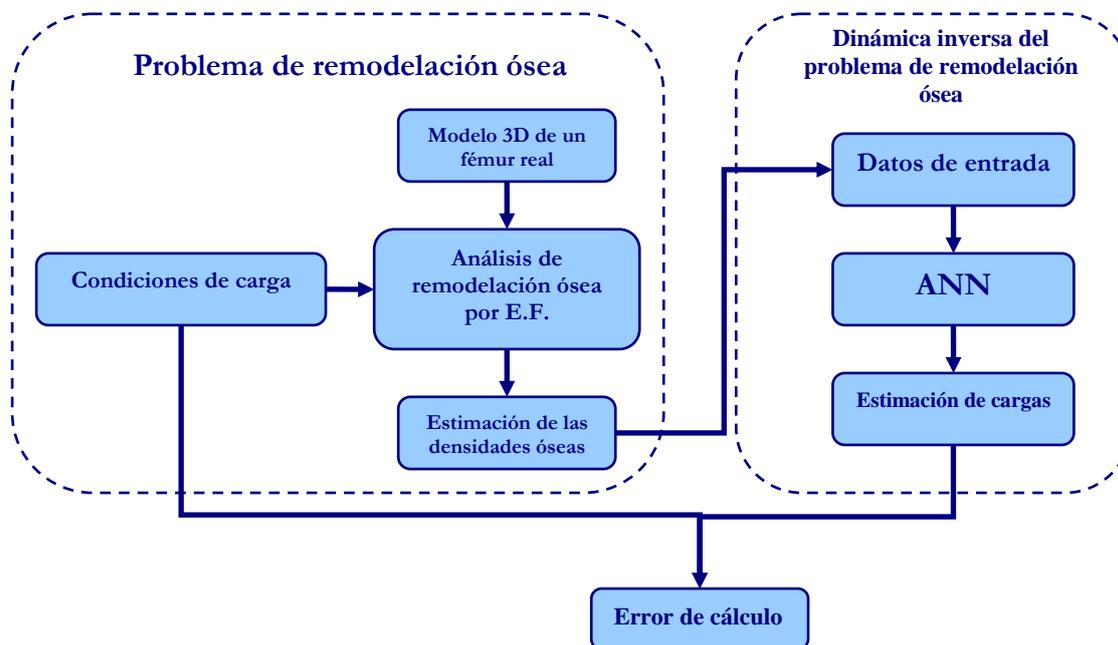


Figura 3.1: Esquema de la metodología desarrollada en el proyecto

## 3.2. Definición del problema de remodelación ósea.

A continuación, se exponen en este apartado los pasos seguidos para la solución del problema de remodelación ósea.

En primer lugar, es necesario tomar como referencia para la resolución del problema, un modelo de remodelación ósea que se aproxime al comportamiento real del hueso ante la acción de diversa cargas.

Una vez seleccionado el modelo de remodelación ósea más adecuado, se ha realizado un modelo 3D de elementos finitos del fémur del paciente específico. Posteriormente, y a fin de simular diferentes casos de paciente específico, se ha sometido al modelo 3D del fémur a diferentes condiciones de carga. Al final como resultado del problema de remodelación ósea obtendremos una serie de distribuciones de densidad óseas diversas.

En los siguiente apartados se expone detalladamente los pasos seguidos en el problema de remodelación ósea, hasta la consecución de las citadas distribuciones de densidad óseas en el fémur del paciente específico.

### 3.2.1. Modelo de remodelación ósea.

El hueso es un material poroso, heterogéneo y anisótropo. Además es un tejido vivo en constante cambio. Estos cambios que se producen en el hueso son importantes cambios morfológicos en respuesta a la situación mecánica a la que se encuentra solicitado, modificando su geometría externa y su estructura interna. Este proceso adaptativo se conoce con el nombre de remodelación ósea adaptativa. En concreto este proceso de

remodelación puede ser externo, en que la forma geométrica externa cambia con el tiempo, o interno, en el que las propiedades del material cambian con el tiempo sin alterar su forma.

Estos procesos suceden simultáneamente. Para el desarrollo de este proyecto se ha utilizado un modelo de remodelación ósea anisótropo desarrollado por **Doblaré y García [2002]**.

**Doblaré y García [2002]** plantean la utilización de los conceptos de la Mecánica del Daño anisótropo como marco general para la formulación del problema de remodelación ósea. Es de destacar que en este modelo el estímulo no es una medida del microdaño, sino que el estímulo vuelve a ser la medida del estado de las deformaciones locales e instantáneas del hueso. Por tanto, cuando se habla de *variables de daño* habrá que entender mejor *variables internas microestructurales* sin identificación con ningún daño real.

Este modelo de remodelación se basa en los principios de la Mecánica del Daño Continuo utilizando la teoría de daño como herramienta matemática para la formulación de la capacidad de la remodelación ósea. Este modelo es capaz de predecir la distribución ósea anisotrópica y no homogénea en el hueso.

Las variables independientes internas son las que definen la microestructura del hueso, la densidad aparente y el "*fabric tensor*". La densidad aparente cuantifica el grado de porosidad del hueso y el "*fabric tensor*" que mide el grado de anisotropía de la estructura ósea. El "*fabric tensor*" se demuestra que está alineado con el tensor de elasticidad, mientras que utilizando los principios de la teoría respecto a las variable internas queda demostrado que las direcciones de ortropía coinciden con los ejes principales de daño.

El modelo de remodelación ósea se ha implementado en una subrutina de ABAQUS.

### 3.2.1. Modelo 3D de elementos finitos del fémur.

El método de elementos finitos (MEF) es un método numérico general para la aproximación de soluciones de ecuaciones diferenciales muy utilizado en diversos problemas de ingeniería y física.

El método de elementos finitos es muy usado debido a su generalidad y facilidad de introducir dominios de cálculo complejos (en dos o tres dimensiones). Además el método es fácilmente adaptable a problemas de difusión del calor, de mecánica de fluidos para calcular campos de velocidades y presiones (fluidomecánica) o de campo electromagnético. Dada la imposibilidad práctica de encontrar la solución analítica de estos problemas, con frecuencia en la práctica ingenieril los métodos numéricos, y en particular los elementos finitos se convierten en la única alternativa práctica de cálculo.

Para la obtención del modelo 3D de elementos finitos del fémur se han seguido varios pasos, los cuales se exponen a continuación, ver *Figura 3.2*:

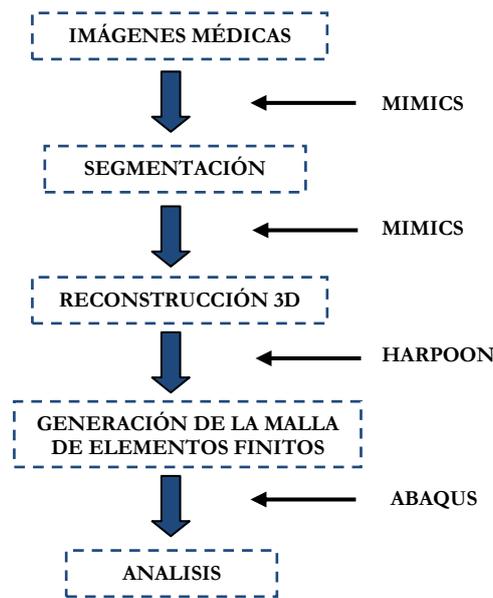


Figura 3.2: Proceso realizado

En primer paso del proceso realizado, consiste en la reconstrucción geométrica del fémur, la cual se ha realizado mediante el programa comercial MIMICS. Se ha partido de imágenes médicas de un fémur humano de un varón de 25 años, dichas imágenes médicas utilizadas en este proyecto para la reconstrucción del fémur, fueron obtenidas mediante Tomografía Axial Computarizada Helicoidal (TAC).

Una vez con las imágenes en el programa MIMICS, se inició la reconstrucción de la geometría. En primer lugar se realizó una segmentación automática a partir de la escala de grises (lo realiza MIMICS por defecto). A partir de esta segmentación automática, las imágenes se fueron retocando manualmente. En función de la intensidad de dicha escala se ha podido diferenciar las diferentes partes del fémur, esto quiere decir, que según aumenta el nivel de grises aumenta la densidad del material. A continuación en la *Figura 3.3* se puede observar la imagen del proceso de reconstrucción con MIMICS.

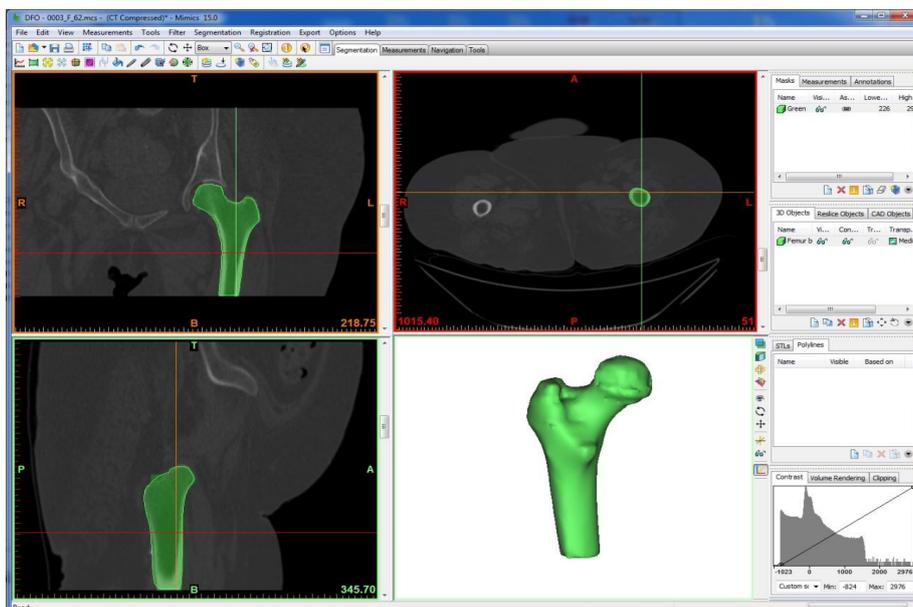


Figura 3.3: Segmentación y proceso de reconstrucción del fémur mediante MIMICS.

Una vez realizada la reconstrucción del fémur, se ha realizado una malla del volumen generado de la geometría. Para realizar la malla del fémur, se ha utilizado el programa comercial HARPOON que nos ha generado dicha malla de forma automática.

Para la construcción del modelo tridimensional del fémur generado en MIMICS, se han exportado los ficheros en formato stl, para posteriormente ser abiertos con el programa HARPOON. Cabe destacar, que este programa está especialmente indicado para mallar diferentes volúmenes de forma automática con diferentes niveles de exactitud.

Para el mallado se pueden utilizar diferentes tipos de elemento según las necesidades de adaptación a la geometría del volumen. Se pueden destacar dentro de este tipo de elementos:

- Hexaedros C3D8 con 8 nodos, de fácil cálculo pero de difícil adaptación a la geometría del volumen lo que los hace inexactos en su acoplamiento.
- Tetraédricos C3D4 con 4 nodos en cada esquina, estos elementos de mallado tienen como ventaja su adaptabilidad a los volúmenes.
- Prisma rectangular C3D6 con 6 nodos, es realmente una combinación a los dos anteriores, con adaptabilidad buena no tanto como los tetraédricos y de un cálculo más sencillo.

Finalmente se optó para el mallado del fémur, utilizar elementos tetraédricos C3D4 debido a su mejor adaptabilidad, estos elementos se obtuvieron de la librería de elementos de ABAQUS. Una vez obtenida la malla de todo el fémur se obtuvo en todo el modelo de elementos finitos completo, un total de: 74461 elementos y 14342 nodos y como se ha mencionado anteriormente todos los elementos son tetraédricos. Cabe destacar, que el tamaño medio de la malla es de 2 mm, previamente se realizó un estudio previo de convergencia de la malla para establecer el tamaño más adecuado de la misma. En la *Figura 3.4* se puede observar el fémur mallado.

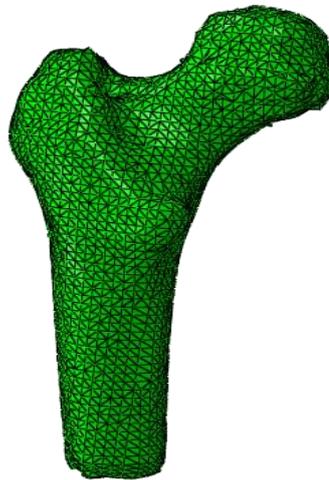


Figura 3.4: Fémur mallado.

### 3.2.3. Condiciones de carga del modelo.

Las condiciones de carga tanto en la articulación de la cadera como en la articulación de la rodilla, están determinadas por las fuerzas de contacto y por las fuerzas debidas a los músculos que las rodean. Numerosos estudios coinciden, en que las cargas a las que está sometido el fémur son debidas principalmente a los músculos [Duda et al., 1998], pero sin embargo, resulta inviable la medición en vivo de las mismas. Podemos encontrar en la literatura un gran número de modelos computacionales que permiten estimar las fuerzas musculares durante la realización de una cierta actividad [Lu et al., 1997]. Estos modelos matemáticos resultan costosos y complejos, de esta forma por cuestiones de sencillez, es normal tomar cargas de la literatura [Behrens et al., 2009].

Centrándonos en nuestro estudio, se han considerado el comportamiento de remodelación ósea del fémur bajo la acción de tres casos simultáneos de carga. Estos tres casos de carga simulan los esfuerzos que sufre el fémur a la hora de caminar, que como es bien sabido, es el proceso más frecuente llevado a cabo por un paciente (Figura 3.5). Cada uno de estos tres casos de carga se compone por un lado, de un conjunto de cargas que actúan sobre la cabeza femoral del fémur y por el otro lado, de las reacciones inducidas por estas cargas en el músculo abductor.

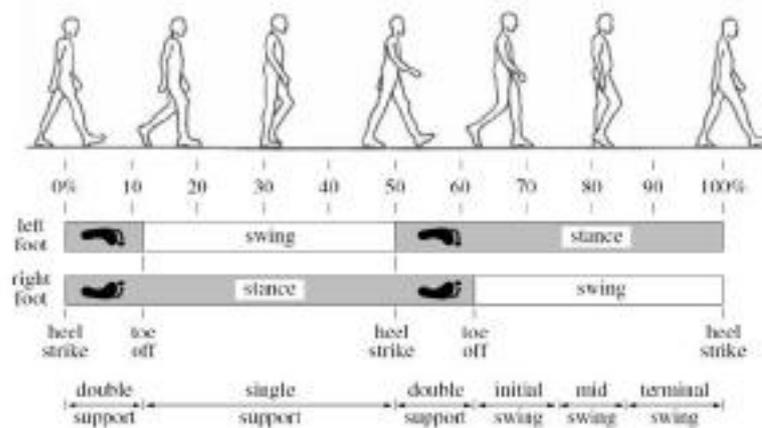


Figura 3.5: Esquema de división del ciclo de marcha en distintas fases.

Se pueden llegar a distinguir un total de siete fases diferentes en el proceso de marcha del ser humano. No obstante, en este proyecto, por cuestiones de simplicidad se ha dividido el ciclo de marcha en tres fases de una manera similar a la observado en otros estudios [Behrens et al., 2009]. (Ver Figura 3.5)

Cada fase se ha introducido en el modelo de remodelación ósea como un caso de carga. El primer caso de carga, representa el momento cuando el pie entra el contacto con el suelo de forma completa y el otro pie queda suspendido en el aire, mientras que los otros dos casos de carga representan los momentos alternativos de abducción y aducción respectivamente (Figura 3.6), en otras palabras, representan los movimientos de alejamiento y acercamiento de la pierna respecto a su plano medio [Jacobs, 1994]. Los valores de dichos casos de carga se muestran detalladamente en la Tabla 3.1.

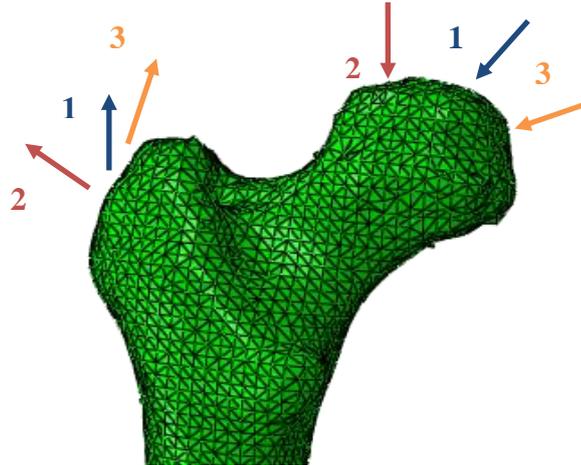


Figura 3.6: Modelo 3D de elementos finitos del fémur con las condiciones de carga aplicadas. Cada par de cargas representan las acciones sufridas en la cabeza femoral del fémur y sus acciones inducidas en el abductor muscular. Carga 1: Pie entra en contacto con el suelo de forma completa. Carga 2: momento de abducción. Carga 3: Momento de aducción.

Tomamos como punto de partida para la simulación del problema de remodelación ósea una situación arbitraria (comportamiento isotrópico y una densidad uniforme de  $0.5\text{gr}/\text{cm}^3$ ). Para esta situación arbitraria, aplicamos una secuencia de cargas anteriormente explicada. Los cambios producidos por esta secuencia de cargas nos producirán cambios en la distribución ósea real del fémur. Estos cambios son debidos a que durante la simulación la estructura interna del hueso (densidad y propiedades mecánicas), se adapta a la mecánica del estímulo. Al final del proceso el hueso posee una distribución de la densidad y del módulo de Young heterogénea.

Debido al hecho de que las cargas presentan variaciones durante el desarrollo de las actividades más habituales y ante la imposibilidad de obtener estos datos reales, se han tomado un amplio rango de cargas [Bergmann et al., 2001; Heller et al., 2001]. Esta variación se estima en un 15% para la magnitud de fuerza y en un 10% para el ángulo/orientación [Bergmann et al., 2001; Heller et al., 2001]. En nuestro caso al tratarse de un modelo 3D tendremos dos ángulos, un ángulo que corresponde con el plano frontal y otro ángulo que corresponde con el plano sagital. La variación para dichos parámetros (carga y ángulo) se muestra en la Tabla 3.1 y cada variación representa un problema de remodelación ósea diferente.

La fuerza correspondiente al momento en que el pie toca el suelo de forma completa (caso 1), se supone que es predominante respecto a los otros dos casos de carga (casos 2 y 3), ver Figura 3.6. De este modo la variación de cada parámetro se considera respecto al valor de carga del caso 1, y el resto de los valores de carga varían en función de esta proporción.

Para este proyecto se han simulado en un primer lugar 1000 combinaciones de carga, y posteriormente a fin de obtener resultados con los que contrastar se simularon también 500 casos de carga (Tabla 3.1). Resumiendo tenemos por un lado 1000 problemas de remodelación ósea y por otro lado 500 problemas de remodelación ósea, los cuales han sido resueltos.

Modulo y orientación de las fuerzas de los tres casos de carga.							
Casos de carga	Ciclos /día	Cargas aplicadas en la cabeza femoral del fémur			Fuerza de reacción del abductor muscular		
		Módulo(N)	PS (°)	PF (°)	Módulo(N)	PS (°)	PF (°)
1	6000	2392	24	4	703	-31	2
2	2000	1158	3	-38	351	3	12
3	2000	1548	58	1	469	-38	1
Variación de los parámetros de carga							
Parámetros		Variación			Variación de cada parámetro		
1000 combinaciones de carga	Magnitud de fuerza	±15%			10		
	Ángulo sagital (PS)	±10%			10		
	Ángulo frontal (PF)	±10%			10		
500 combinaciones de carga	Magnitud de fuerza	±15%			5		
	Ángulo sagital (PS)	±10%			10		
	Ángulo frontal (PF)	±10%			10		

Tabla 3.1: Condiciones de carga del modelo.

### 3.3. Definición del problema inverso de remodelación ósea.

El problema inverso de remodelación ósea tiene como objetivo predecir las cargas musculoesqueléticas (módulo de carga y ángulo de inclinación) producidas en el fémur. Estas cargas representan las salidas del problema inverso de remodelación ósea.

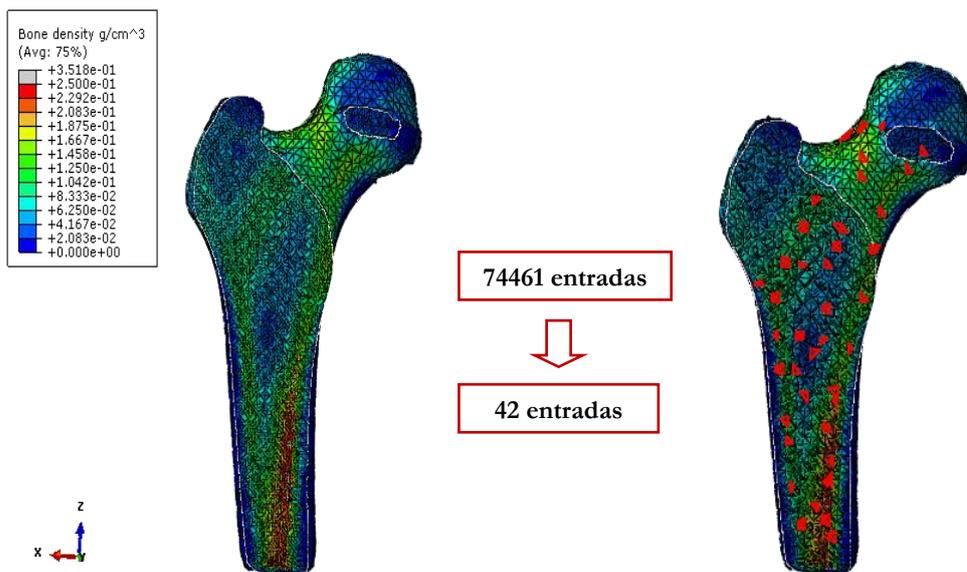
Para obtener estas datos de salida es necesario la utilización de un modelo matemático, en este proyecto y como ya se explicó en capítulos anteriores se ha utilizado el modelo de red neuronal artificial (RNA). Una vez establecido el modelo matemático a utilizar debemos determinar los parámetros de entrada. Para garantizar el correcto funcionamiento de la red neuronal debemos someterla a un entrenamiento el cual nos permitirá seleccionar la opción más adecuada para nuestra red neuronal, de esta forma, nos garantiza el menor error posible. Para finalizar, una vez modelada de forma óptima nuestra red neuronal y predichas las cargas de salida, se procede a comparar los datos de salida obtenidos mediante la red neuronal con las datos del paciente específico.

A continuación se exponen más detalladamente las entradas y salidas del problema inverso de remodelación ósea, así como las características de la red neuronal utilizada en este proyecto.

### 3.3.1. Entradas y salidas del problema inverso de remodelación ósea.

Las entradas del problema inverso corresponden a una selección de puntos de la malla 3D de elementos finitos con mayor desviación de densidad ósea. Para esta selección de puntos de la malla se han utilizado técnicas estadísticas basadas en la media y desviación típica a fin de reducir el coste computacional de la red neuronal.

En un primer lugar se generaron la media y la desviación típica de densidad ósea de los 74461 elementos de la malla 3D de elementos finitos del fémur. Con todas estas densidades se seleccionaron los 42 elementos con mayor desviación típica, los cuales se han utilizado como entradas para nuestra red neuronal. Cabe destacar que los 42 elementos seleccionados no corresponden exactamente a los elementos de mayor desviación ya que muchos de ellos se localizaron en la zona cortical del fémur. Debido a este hecho, se seleccionaron otros con menor desviación típica de densidad a fin de conseguir una distribución más armoniosa de las entradas de la red neuronal. En la *Figura 3.7* se observa como en la zona del cortical (zona roja) es donde se ha encontrado mayor concentración de densidades, y de cómo se han seleccionado los puntos de la forma más homogénea posible a lo largo de la geometría del fémur.



*Figura 3.7: Distribución de desviaciones típicas obtenidas en el fémur para las condiciones de carga aplicadas: a) distribución de las densidades de los 74416 elementos de la malla 3D del elementos finitos del fémur; b) 42 elementos con mayor desviación típica, que representan las entradas para la red neuronal.*

Las salidas del problema inverso, corresponden a las condiciones de carga (módulo de carga y ángulos frontal y sagital) proporcionadas por la red neuronal entrenada, para una distribución de densidades de un paciente específico en concreto. El objetivo es que estos datos de salida proporcionados por la red neuronal sean similares a los proporcionados por el paciente específico. Para ello será necesario una validación de la red neuronal, tanto para

las cargas dentro del rango generalizado para pacientes específicos como para los casos de pacientes con características especiales (*apartado 4.3*).

### **3.3.2. Características de la red neuronal utilizada.**

La red neuronal utilizada en este proyecto consta de 42 entradas (*apartado 3.3.1*) una capa oculta y tres salidas las cuales corresponden a la magnitud de fuerza y los ángulos sagital y frontal respectivamente. Como función de entrada se ha utilizado una función sigmoidea y como función de salida se ha utilizado una función lineal (*apartado 2.2.4*). Para el entrenamiento de la red neuronal se ha utilizado el algoritmo Backpropagation (*apartado 2.6.1*).

Para la capa oculta se ha seleccionado entre diferentes opciones con neuronas intermedias (de 3 a 50 neuronas), la capa con un menor error relativo.

En el siguiente capítulo observaremos, a fin de obtener un entrenamiento más completo de la red neuronal, que se obtuvieron varios modelos de entrenamiento, reduciéndose los casos de carga a 500 y las entradas a 21.

# Capítulo 4

## Resultados.

### 4.1. Evaluación de la red neuronal.

Para evaluar correctamente nuestra red neuronal artificial hemos utilizado la técnica de validación cruzada. Consiste en dividir los datos de la muestra, en nuestro caso en dos subconjuntos: un subconjunto utilizado para entrenar al modelo (90% de los datos) y otro subconjunto utilizado para validar y testear el modelo (10% de los datos). En esta técnica aleatoria se han realizado 10 iteraciones y para cada una de estas iteraciones, el subconjunto de validación ha ocupado una posición diferente a lo largo de los datos de la muestra.

La ventaja de la validación cruzada es que utiliza todos los datos disponibles de entrenamiento y el error final es independiente de los datos seleccionados en cada modelo. Con el fin de predecir la exactitud de nuestra red neuronal artificial se han utilizado los siguientes errores:

$$\text{Error relativo} = \text{abs} \frac{(\hat{\theta} - \theta)}{\theta}$$

$$\text{Coeficiente de correlación}(r_{xy}) = \frac{\sigma_{xy}}{(\sigma_x \sigma_y)}$$

Donde  $\hat{\theta}$  son los datos de predicción,  $\theta$  son los datos reales,  $\sigma_{xy}$  es la covarianza y  $\sigma_x$  y  $\sigma_y$  son las desviaciones típicas de las variables x e y.

Los resultados obtenidos para el error relativo se calculan en base a los subconjuntos de test y entrenamiento de la validación cruzada. Mediante el coeficiente de correlación medimos el grado de intensidad de la relación entre los datos de entrenamiento. Estos datos se utilizan para generar el modelo, de manera que el correspondiente error nos indicará si el modelo se ha entrenado correctamente. Por otro lado, los datos de test se utilizan para validar el modelo, de manera que el correspondiente error nos indica si el modelo es adecuado para simular el problema.

Antes de introducirnos en los diferentes modelos de entrenamiento utilizados para nuestra red neuronal y comentar los resultados obtenidos, es importante destacar los valores que aparecen en las gráficas. Estos valores corresponden a los errores de aprendizaje y a los errores de test.

- **Error de aprendizaje:** corresponde a los errores obtenidos en función de los datos con que se entrena el modelo, es decir, los mismos valores utilizados para enseñar a la red neuronal.
- **Error de test:** compara el error que se produce al introducir en nuestra red datos no utilizados anteriormente, comparándolo posteriormente con el obtenido para los datos reales.

## 4.2. Resultados de la red neuronal aplicada a la resolución del problema inverso de remodelación ósea.

### 4.2.1. Modelo de entrenamiento.

Como modelo inicial de entrenamiento para nuestra red neuronal se han tomado 1000 casos (para diferentes condiciones de carga y ángulo) y 42 elementos de entrada.

A continuación se exponen en la *Tabla 4.1* para diferentes números de neuronas en la capa intermedia, los errores obtenidos para la carga, el ángulo y el error total obtenido, que es suma de los dos anteriores. También se muestra el coeficiente de correlación. Siempre que hablemos de error nos estaremos refiriendo a un error relativo, en este caso sería *error relativo de carga* y *error relativo de ángulo*.

		<i>Error relativo (%) y coeficiente de correlación</i>								
		<i>Neuronas capa intermedia</i>								
		3	5	10	15	20	25	30	40	50
Error de carga (%)	Test	0,03166	0,02106	0,02655	0,02890	0,04091	0,03468	0,03251	0,03967	0,03314
	Aprendizaje	0,02702	0,01628	0,01679	0,00786	0,00348	2,94E-7	9,62E-8	2,98E-8	2,87E-7
	$r_{xy}$	0,99999	0,99999	0,99999	0,99999	0,99999	0,99999	0,99999	0,99999	0,99999
Error de ángulo (%)	Test	25,1045	21,4411	17,9726	12,1305	7,7832	0,30154	0,13496	0,16335	0,12832
	Aprendizaje	23,9019	20,6915	15,9623	11,4385	7,4555	0,24661	0,11255	0,13787	0,11532
	$r_{xy}$	0,99999	0,99999	0,99999	0,99999	0,99999	0,99999	0,99999	0,99999	0,99999
Error total (%)	Test	25,1362	21,4621	17,9991	12,1594	7,82413	0,33621	0,16742	0,20302	0,16145
	Aprendizaje	23,9291	20,7078	15,9791	11,4464	7,45901	0,24661	0,11255	0,13787	0,11532
	$r_{xy}$	0,99999	0,99999	0,99999	0,99999	0,99999	0,99999	0,99999	0,99999	0,99999

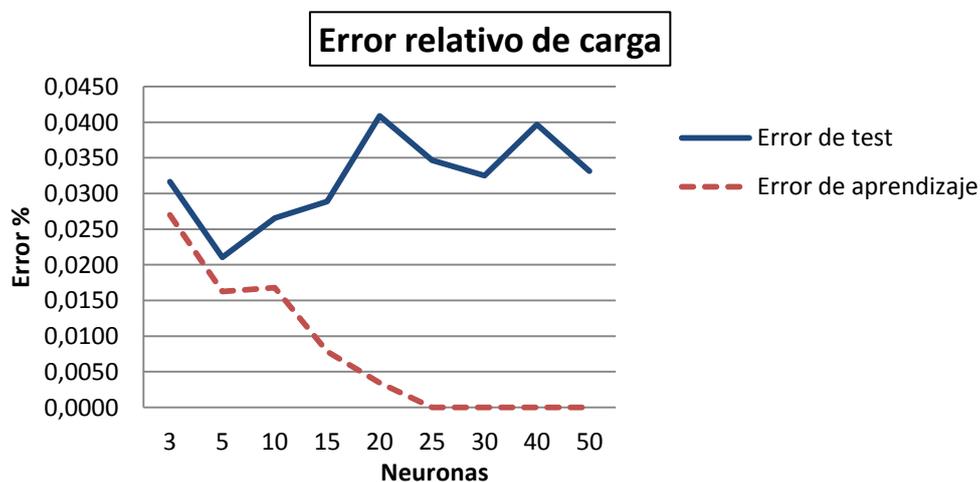
*Tabla 4.1: Error relativo y coeficiente de correlación para el primer modelo de entrenamiento de la red neuronal*

A continuación, en las *Figuras 4.1 y 4.2* se observa la evolución del error relativo respecto al número de neuronas de la capa intermedia obtenido, tanto para la carga como para el ángulo del modelo inicial respectivamente.

En la *Figura 4.1* se muestran los errores de aprendizaje y de test obtenidos para la carga. Se observa que mientras el error de aprendizaje disminuye de forma continua según aumenta el número de neuronas, el error de test no sigue una trayectoria tan homogénea. El error disminuye hasta llegar al entrenamiento de capa intermedia con 5 neuronas, posteriormente el error va aumentando progresivamente hasta alcanzar el último punto de entrenamiento que corresponde a la capa intermedia con 50 neuronas. Cabe destacar que para 30 neuronas se alcanza un mínimo relativo, el cual será descartado debido a que es de valor superior al obtenido para una capa intermedia con 5 neuronas.

De esta forma y a la vista de los resultados del error de carga, se determina como solución óptima una capa intermedia con **5 neuronas**. Se ha considerado esta solución ya que a partir de ella nos aparece el llamado sobreentrenamiento, el cual nos produce una pérdida de generalización por el uso excesivo de neuronas en la capa intermedia de la red neuronal. Es decir, al aumentar el número de neuronas del modelo el resultado no mejora.

En la *Figura 4.2* los valores representados corresponden a los errores obtenidos para el error relativo del ángulo. Tanto el error de test como el error de aprendizaje tienen unos valores muy similares, los cuales disminuyen según incrementamos el número de neuronas. Estos errores son de un orden bastante superior a los obtenidos para el error relativo de carga. Gráficamente es difícil de determinar la solución que optimice el error, pero si nos dirigimos a la *Tabla 4.1* y a la *Figura 4.3* se observa que el menor error total (error de test) se consigue para una capa intermedia con 30 neuronas. De esta forma, seleccionaremos como solución óptima una capa intermedia con **30 neuronas**.



*Figura 4.1: Error de carga relativo obtenido para el modelo inicial de entrenamiento*

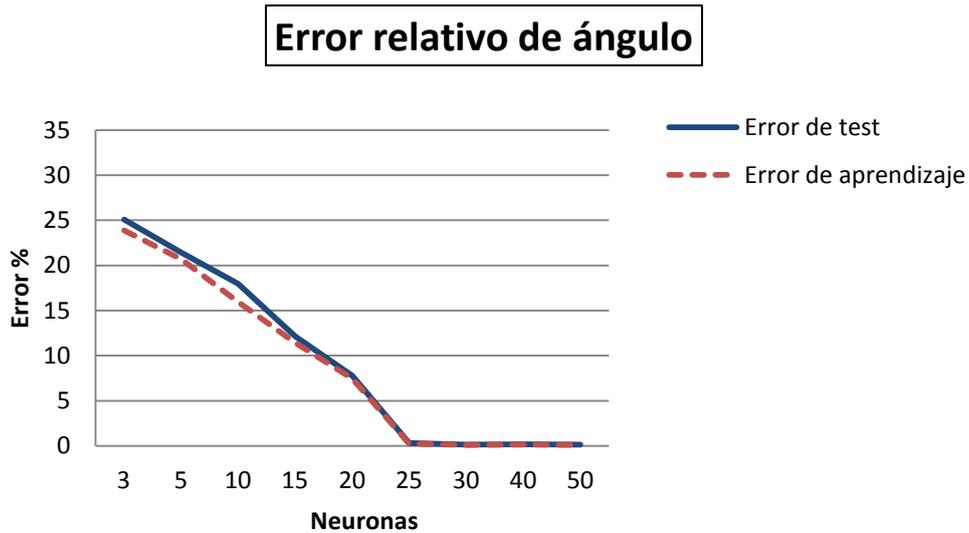


Figura 4.2: Error de ángulo relativo obtenido para el modelo inicial de entrenamiento

Para obtener una visión conjunta del modelo se ha englobado los errores obtenidos tanto para la carga como para el ángulo. En la *Figura 4.3* se muestra el error total producido en el modelo de entrenamiento para las diferentes capas intermedias. Los errores relativos obtenidos para el ángulo son de un orden mayor respecto a los errores relativos de carga. De esta manera, será el error relativo obtenido para el ángulo el que tenga mayor peso a la hora de determinar el número óptimo de neuronas en la capa intermedia. Analizando los datos numérica y gráficamente, se ha determinado que el número de neuronas de la capa intermedia que optimizan funcionamiento del modelo de entrenamiento es de **30 neuronas**.

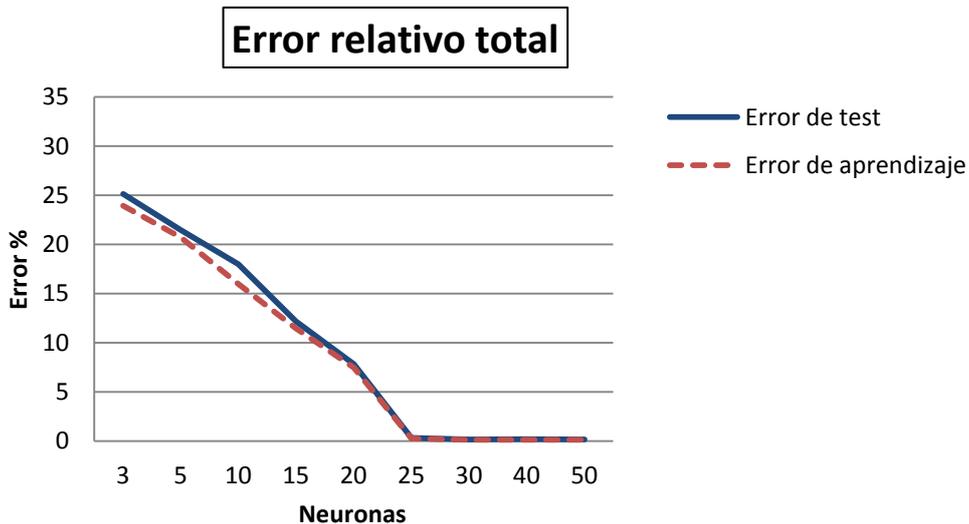


Figura 4.3: Error relativo total obtenido para el modelo inicial de entrenamiento

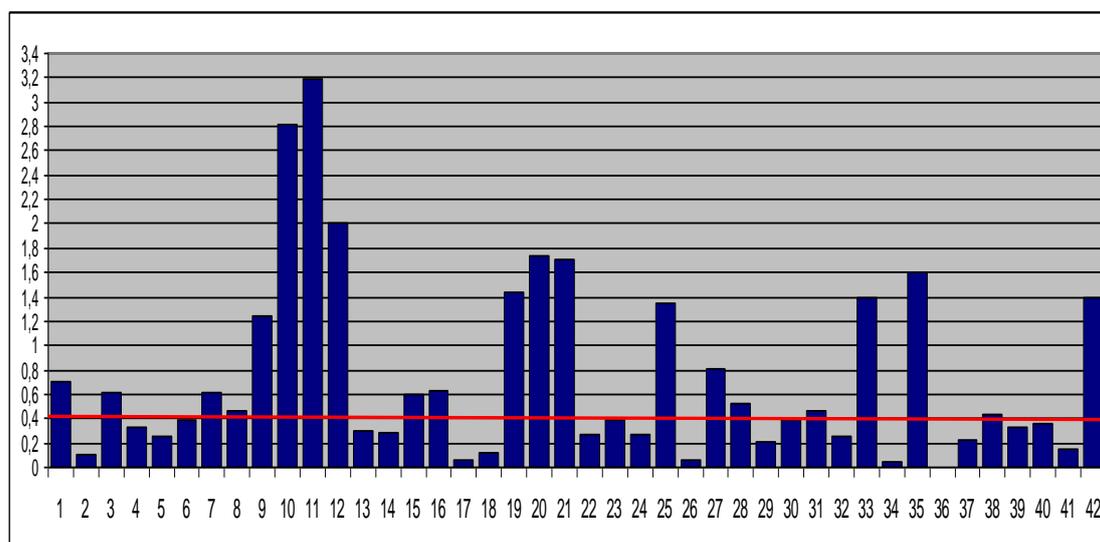
## 4.2.2. Reducción del número de entradas para la red neuronal.

En un primer momento se utilizó una técnica estadística basada en la media y desviación típica para reducir el número de entradas (valores de densidad de los elementos del fémur), ya que si tomamos todas las entradas el coste computacional que obtenemos es muy elevado (*apartado 3.3.1*). En un principio las entradas se redujeron de los 74461 puntos de integración conocidos del modelo de elementos finitos del fémur a 42 entradas, se tomó como criterio de selección aquellos puntos de integración (entradas) con la desviación típica mayor.

Con el fin de reducir aún más el número de datos de entrada y por tanto reducir el coste computacional de entrenamiento de la red se realizó el siguiente estudio.

Para la reducción de los elementos de entrada a la red, se partió de los datos obtenidos para el modelo de entrenamiento con 1000 casos. Del error total se obtuvo como ya se explicó en *apartado 4.2.1* una capa intermedia óptima para nuestra red neuronal con 30 neuronas. Para esta capa intermedia se evaluó la media de los pesos sinápticos de todas las entradas (30 neuronas, 42 elementos) y se seleccionaron los 21 elementos con mayor media en valor absoluto como nuevos elementos de entrada.

En la *Figura 4.4* podemos observar los valores medios en valor absoluto de los pesos sinápticos, obtenidos para los 42 elementos de entrada considerados inicialmente y cómo se seleccionaron aquellos con mayor media. El límite está marcado por la línea roja que aparece en dicha figura, cabe destacar que los 21 elementos seleccionados se sitúan por encima de la citada línea roja.



*Figura 4.4. Valores medios en valor absoluto de los pesos sinápticos para las 42 entradas seleccionadas del modelo de elementos finitos del fémur.*

Cuando se obtuvieron los puntos con mayor desviación típica en el fémur la mayoría de ellos se localizaron en el borde de la zona cortical y del esponjoso, zona de mayor densidad ósea del modelo 3D del fémur (*Figura 4.5*). Con el fin de obtener un mejor estudio de la red neuronal se tomaron, a pesar de tener menor desviación típica, otros puntos de integración situados en zonas como la cabeza y cuello del fémur. En las siguientes figuras (*Figura 4.5.a* y *Figura 4.5.b*) se observa la distribución de estos elementos de entrada a lo largo del modelo 3D del fémur.

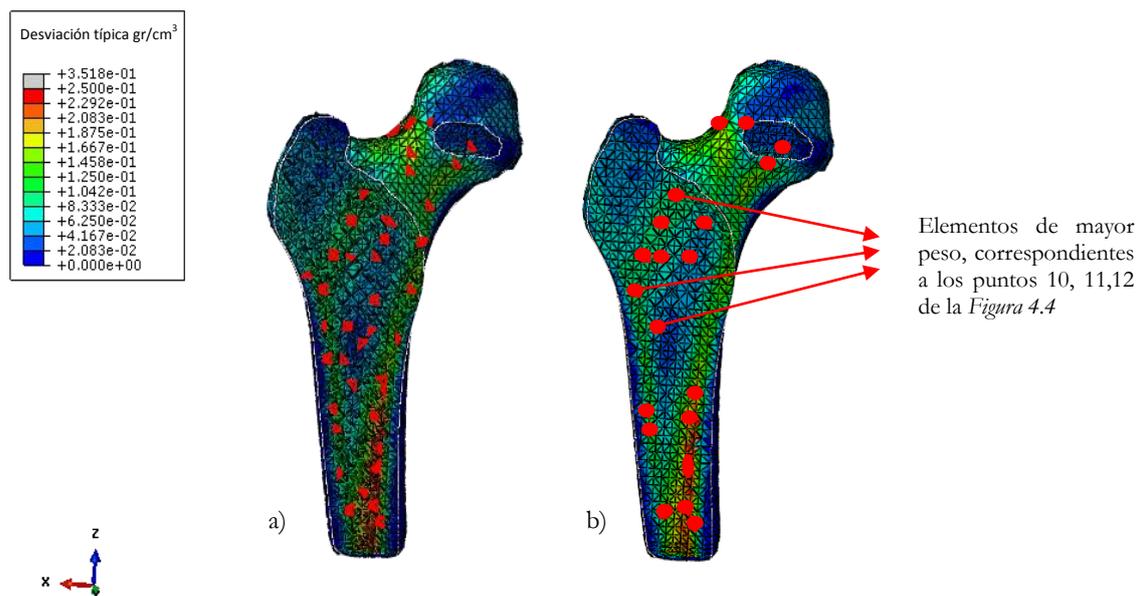


Figura 4.5: Distribución de desviaciones típicas obtenidas en el fémur para las condiciones de carga aplicadas: a) 42 elementos con mayor desviación típica; b) 21 elementos con mayor desviación típica

A continuación se exponen los resultados obtenidos para el modelo de 1000 casos con los 21 elementos de entrada seleccionados, ver *Figura 4.5.b*, con el fin de reducir el coste computacional de la red neuronal. Podemos observar a simple vista que los errores obtenidos para el ángulo (error más influyente a la hora de obtener el error total) al reducir el número de entradas, son menores para los primeros casos de entrenamiento (hasta capa intermedia con 20 neuronas). Sin embargo, el error no se hace prácticamente nulo hasta alcanzar la capa intermedia con 50 neuronas, hecho que para el modelo con 42 entradas se producía a partir de la capa intermedia con 25 neuronas. Respecto al coste computacional, los datos obtenidos se expondrán más detalladamente en secciones posteriores.

		<b>Error relativo (%) y coeficiente de correlación</b>								
		<b>Neuronas capa intermedia</b>								
		<b>3</b>	<b>5</b>	<b>10</b>	<b>15</b>	<b>20</b>	<b>25</b>	<b>30</b>	<b>40</b>	<b>50</b>
Error de carga (%)	Test	4,04553	0,03471	0,02336	0,01702	0,01531	0,01395	0,02669	0,02306	0,03574
	Aprendizaje	0,03956	0,02984	0,01905	0,01297	0,00781	0,00415	0,00963	0,00252	7,39E-8
	$r_{xy}$	0,99999	0,99999	0,99999	0,99999	0,99999	0,99999	0,99999	0,99999	0,99999
Error de ángulo (%)	Test	18,2467	15,6413	10,3822	6,86782	6,39366	4,18632	5,99656	2,47466	0,13792
	Aprendizaje	17,4281	15,5266	9,45698	6,50332	6,31143	3,84119	5,57075	2,11870	0,10632
	$r_{xy}$	0,99999	0,99999	0,99999	0,99999	0,99999	0,99999	0,99999	0,99999	0,99999
Error total (%)	Test	18,2923	15,6761	10,4055	6,88485	6,40897	4,20023	6,02324	2,49772	0,17336
	Aprendizaje	17,4677	15,5564	9,47603	6,51629	6,31924	3,84535	5,58034	2,12122	0,10632
	$r_{xy}$	0,99999	0,99999	0,99999	0,99999	0,99999	0,99999	0,99999	0,99999	0,99999

Tabla 4.2: Error relativo y coeficiente de correlación para el modelo de entrenamiento 1000 casos y 21 entradas.

### 4.2.3. Reducción del número de casos utilizados en el entrenamiento de la red neuronal.

Con el fin de obtener un mejor entrenamiento de la red neuronal y de esta forma poder ajustarla de la forma más exacta posible, se han creado dos nuevos modelos de entrenamiento. Para estos modelos de entrenamiento se han reducido el número de casos utilizados para entrenar y testear. Concretamente, se redujeron el número de casos de carga manteniendo el mismo número de casos para la variación del ángulo.

Además de reducir el número de casos, se ha estudiado el efecto combinado de también reducir el número de entradas. Por lo tanto, se han utilizado 500 casos con 42 y 21 entradas.

En primer lugar nos centraremos en el modelo de entrenamiento para el cual hemos seleccionado como entradas de la red neuronal los 42 elementos más característicos del fémur 3D. (Ver Figura 4.1.a).

Los errores obtenidos para este modelo de entrenamiento (500 casos y 42 entradas) son de un orden muy similar al obtenido para el modelo con 1000 casos, simplemente cabe comentar que los errores alcanzan valores cercanos al cero a partir de una capa intermedia con 15 neuronas.

Para el modelo con 21 entradas, los errores son del orden inferior para los obtenidos para 42 entradas, en este modelo el error total adquiere valores cercanos a cero a partir de una capa intermedia con 25 neuronas. De todos modos, los errores totales obtenidos para los cuatro modelos de entrenamiento los comentaremos de forma más detallada en el apartado 4.2.4 donde se podrán entender mejor mediante gráficas.

A continuación se exponen los resultados obtenidos para los dos modelos de entrenamiento con 500 casos y 42 entradas (Tabla 4.3) y 21 entradas (Tabla 4.4).

		<i>Error relativo (%) y coeficiente de correlación</i>								
		<i>Neuronas capa intermedia</i>								
		3	5	10	15	20	25	30	40	50
Error de carga (%)	Test	0,03668	0,03095	0,07948	0,12262	0,12479	0,07688	0,07045	0,10958	0,08116
	Aprendizaje	0,02616	0,01951	0,00015	1,82E-7	2,66E-8	5,19E-8	3,26E-7	2,87E-7	2,06E-7
	$r_{xy}$	0,99999	0,99999	0,99998	0,99999	0,99999	0,99999	0,99999	0,99999	0,99999
Error de ángulo (%)	Test	29,4605	25,2019	12,3436	0,28323	0,20325	0,21533	0,19055	0,20374	0,16824
	Aprendizaje	27,3614	22,5255	10,8416	0,00165	0,12218	0,15341	0,13623	0,12526	0,12202
	$r_{xy}$	0,99999	0,99999	0,99998	0,99999	0,99999	0,99999	0,99999	0,99999	0,99999
Error total (%)	Test	29,4972	25,2318	12,4231	0,40545	0,32804	0,29221	0,26101	0,31333	0,24941
	Aprendizaje	27,3885	22,5456	10,8421	0,16463	0,12184	0,15341	0,13623	0,12536	0,12202
	$r_{xy}$	0,99999	0,99999	0,99998	0,99999	0,99999	0,99999	0,99999	0,99999	0,99999

Tabla 4.3: Error relativo y coeficiente de correlación para el modelo de entrenamiento 500 casos con 42 entradas.

		<i>Error relativo (%) y coeficiente de correlación</i>								
		<i>Neuronas capa intermedia</i>								
		3	5	10	15	20	25	30	40	50
Error de carga	Test	0,05979	0,03988	0,02651	0,11046	0,03651	0,02063	0,05793	0,04818	0,04054
	Aprendizaje	0,04764	0,02624	0,01412	0,00102	6,43E-6	7,94E-7	5,90E-7	1,90E-7	1,27E-7
	$r_{xy}$	0,99999	0,99999	0,99999	0,99982	0,99999	0,99999	0,99996	0,99999	0,99999
Error de ángulo	Test	18,6202	17,3433	11,8656	5,03094	1,95133	0,13722	0,13702	0,14345	0,11574
	Aprendizaje	18,2077	14,9719	11,0271	4,29943	1,65313	0,10331	0,08862	0,08723	0,08136
	$r_{xy}$	0,99999	0,99999	0,99999	0,99982	0,99999	0,99999	0,99996	0,99999	0,99999
Error total	Test	18,6801	17,2832	11,8921	5,14145	1,97846	0,15785	0,19563	0,19164	0,15628
	Aprendizaje	18,2556	14,9981	11,0412	4,30045	1,65382	0,10331	0,08862	0,08723	0,08136
	$r_{xy}$	0,99999	0,99999	0,99999	0,99982	0,99999	0,99999	0,99996	0,99999	0,99999

Tabla 4.4: Error relativo y coeficiente de correlación para el modelo de entrenamiento 500 casos y 21 entradas.

#### 4.2.4. Comparación de los resultados obtenidos para los diferentes modelos de entrenamiento.

Resumiendo, para el entrenamiento de la red neuronal se utilizaron cuatro modelos, el objetivo es obtener un ajuste mejor para nuestra red y observar los resultados obtenidos al modificar los casos de carga y ángulo y el número de entradas. Los cuatro modelos de entrenamiento utilizados en este proyecto son los siguientes:

- 1000 casos con 42 entradas.
- 500 casos con 21 entradas.
- 1000 casos con 42 entradas.
- 500 casos con 21 entradas.

En este apartado se exponen las cuatro gráficas, ver *Figura 4.5*, obtenidas para el error relativo total de los cuatro modelos de entrenamiento. Se puede observar que el variar el número de entradas de la red neuronal produce cambios más significativos que variar los casos de carga y ángulo utilizados.

Centrándonos en el modelo de 1000 casos, cuando tenemos 42 entradas el error va descendiendo, hasta alcanzar valores cercanos a cero a partir de la una capa intermedia con 25 neuronas. Sin embargo, para los mismos casos pero con 21 entradas, este descenso del error se produce de una manera más suavizada durante el entrenamiento del modelo. Obteniéndose a partir de la capa intermedia con 25 neuronas un ligero sobreentrenamiento.

Para el modelo con 500 casos se produce algo similar a lo descrito anteriormente, para 42 entradas el descenso del error se produce de una forma más brusca, en este caso los errores cercanos a cero los obtendremos a partir de las 15 neuronas en la capa intermedia.

En el mismo modelo pero con 21 entradas este descenso del error se produce más suavemente a medida que aumenta el número de neuronas de la capa intermedia, en este modelo se alcanzan valores muy próximos a cero a partir una capa intermedia con 25 neuronas.

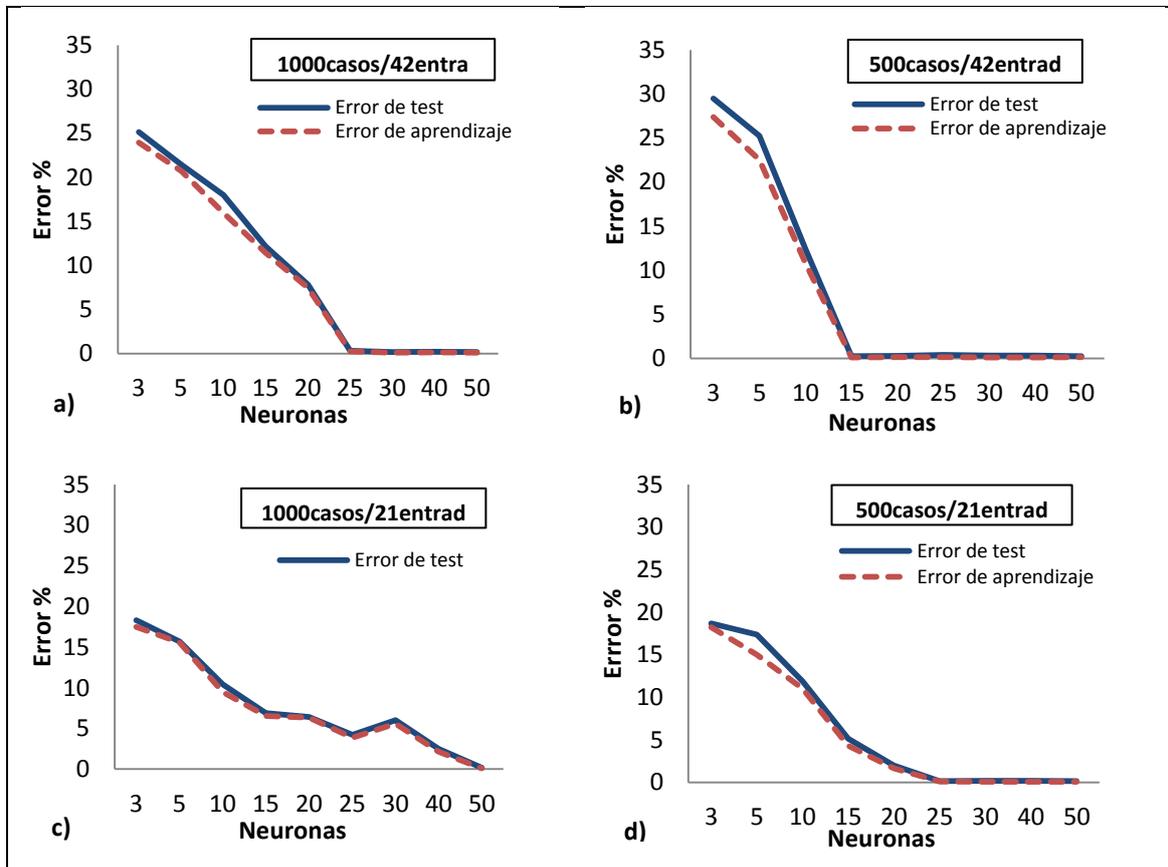


Figura 4.6: Evolución del error relativo total para los diferentes modelos de entrenamiento de la red neuronal a) 1000 casos con 42 entradas b) 500 casos con 42 entradas c) 1000 casos con 21 entradas d) 500 casos con 21 entradas.

Para los modelos de entrenamiento de 1000 y 500 casos con 42 entradas, se ha determinado como óptima una capa intermedia con **30 neuronas**. Para el modelo con 1000 casos en esta capa intermedia se obtuvo el menor error total. Sin embargo, para el modelo con 500 casos no se obtuvo el menor error total para esta capa intermedia, ya que se obtuvo en capas posteriores. Cabe decir que se seleccionó la capa intermedia mencionada ya que a partir de ella nos aparece sobreentrenamiento en la red neuronal, de manera que no es aconsejable la selección de las siguientes capas intermedias. Para los modelos de entrenamiento con 21 entradas simplemente comentar que se han obtenido los menos errores totales para una capa intermedia de **25 neuronas**, la cual se ha tomado como óptima.

En la siguiente tabla comparativa, ver *Tabla 4.5*, se observan los errores relativos para los casos de entrenamiento con 25 y 30 neuronas para la capa intermedia, como antes se ha dicho fueron las soluciones óptimas que se obtuvieron durante el entrenamiento de los diferentes modelos.

Se pueden considerar los resultados de entrenamiento como satisfactorios ya que los errores obtenidos se encuentran por debajo del 1%, a excepción del modelo con 1000

casos y 21 entradas donde se obtuvieron errores del orden 10 veces superior al de los otros modelos de entrenamiento.

Cabe destacar, que el mayor error total para este modelo se obtuvo para una capa intermedia con 30 neuronas. Para los otros modelos de entrenamiento los errores totales para las dos capas intermedias seleccionadas son muy parejos.

Para la capa intermedia con 25 neuronas el menor error se obtuvo para el modelo de entrenamiento de 500 casos con 21 entradas, y para la capa intermedia con 30 neuronas el menor error total se obtuvo para el modelo de entrenamiento de 1000 casos con 42 entradas.

Englobando los errores totales de ambas capas intermedias y a falta de saber el coste computacional de los diferentes modelos de entrenamiento, podemos considerar como la mejor opción para nuestra red neuronal el modelo de 500 casos con 21 entradas, ya que para la capa intermedia con 25 neuronas se obtiene el menor error total y para la capa intermedia con 30 neuronas el error total es prácticamente igual al obtenido para el modelo de 1000 casos con 42 entradas.

Error test relativo total (%)		
	25 neuronas	30 neuronas
1000 casos con 42 entradas	0,33621%	0,16742%
500 casos con 42 entradas	0,29221%	0,26101%
1000 casos con 21 entradas	4,20023%	6,02324%
500 casos con 21 entradas	0,15785%	0,19563%

Tabla 4.5: Errores de test relativos totales de los diferentes modelos de entrenamiento para las dos capas intermedias de neuronas óptimas obtenidas.

A continuación se exponen gráficamente los resultados obtenidos para el coste computacional de los diferentes modelos de entrenamiento, los cuales, no ayudaran a determinar la solución óptima para nuestra red neuronal, ver *Figura 4.7*.

Se puede observar claramente que al aumentar el número de neuronas de la capa intermedia el tiempo computacional aumenta exponencialmente. Este aumento se produce de una forma más brusca para todos los modelos de entrenamiento, a partir de la capa intermedia con 25 neuronas. De esta forma, queda demostrado que el tiempo computacional aumenta al aumentar el número de neuronas de la capa intermedia. A continuación, nos centraremos en cómo se ve afectado el tiempo computacional en función del número de entradas de la red neuronal (*apartado 4.2.2*).

Se determina claramente en la figura, como al reducir el número de entradas de la red neuronal, disminuye el tiempo computacional, siendo esta disminución de un orden mayor para los modelos de entrenamiento con 1000 casos. Es destacable comentar, que este tiempo computacional es menor para los modelos de entrenamiento con 500 casos que para los modelos con 1000 casos.

En función de los resultados obtenidos, tanto para el error relativo como para el tiempo computacional, podemos determinar como solución óptimo para nuestra red neuronal, el modelo de entrenamiento **500 casos y 21 entradas y una capa intermedia con 25 neuronas**. Obteniéndose como valores un error test relativo total igual **0,15785%** y un tiempo computacional de **5 horas y 25 minutos**.

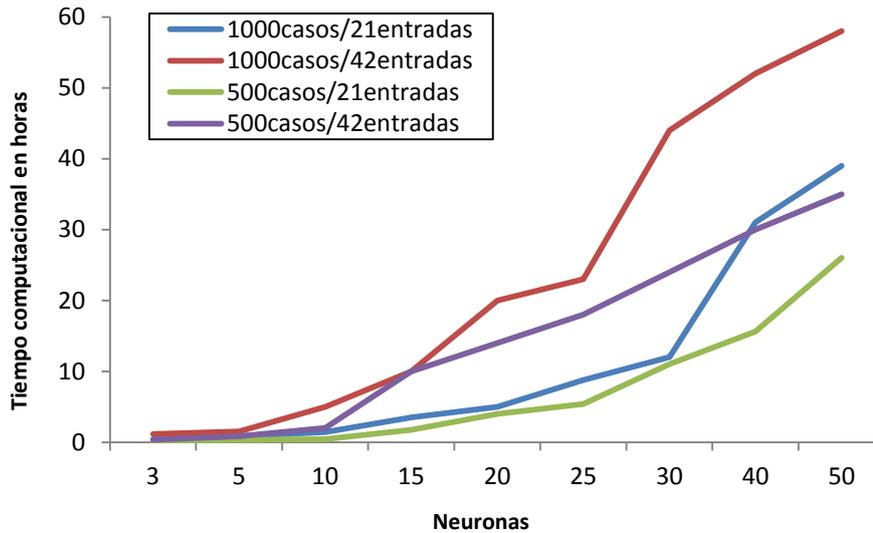


Figura 4.7: Tiempo computacional obtenido para los diferentes modelos de entrenamiento.

### 4.3. Validación.

Para finalizar, se va a utilizar el resultado de las redes neuronales en un ejemplo de validación. En este último apartado del capítulo se van a exponer los resultados obtenidos (módulo de carga y ángulo), para el modelo de entrenamiento **500 casos y 21 entradas y una capa intermedia con 25 neuronas**, en comparación con las condiciones de carga correspondientes a un paciente específico.

El objetivo de esta validación es asegurarnos que la red neuronal seleccionada (*apartado 4.2.4*) está correctamente entrenada. Con bien entrenada se quiere decir, que dicha red puede ser útil a la hora de predecir las cargas de determinados pacientes específicos, a partir de la distribución de sus densidades óseas. Es importante comprobar su correcto funcionamiento tanto para valores dentro del rango de cargas utilizadas para el modelo de remodelación ósea, como para las cargas que estén fuera del rango.

Se han realizado tres validaciones, la primera dentro del rango de cargas como ya se explico en el *apartado 3.2.3*, y las otras dos restantes fuera del rango de carga utilizado en el modelo de remodelación ósea

Para la primera validación, dentro del rango de cargas, se ha seleccionado un caso el cual no ha sido utilizado previamente. Es decir, se ha seleccionado un caso entre dos casos previamente utilizados, en resumen un caso intermedio. Para las validaciones fuera del rango de cargas se han seleccionado dos casos situados en los extremos de los casos de carga generados. La primera de estas validaciones fuera del rango de carga se ha realizado con una variación del 20% de la carga en vez del 15% y la segunda con una variación del ángulo del 15% en vez del 10%.

A continuación se exponen los resultados obtenidos para las tres validaciones realizadas a la red neuronal seleccionada (*Tabla 4.6*). La *validación 1* corresponde al caso dentro del rango de carga empleado, la *validación 2* corresponde a una variación de la carga en un 20% y la *validación 3* representa una variación del 15% del ángulo.

<b>Validación de la red neuronal (RNA)</b>				
		<b>Cargas del problema de remodelación ósea</b>	<b>Predicción de la red neurona</b>	<b>Error relativo (%)</b>
Validación 1	Módulo de carga	2032,796267	2032,796263	1,9677E-07
	Ángulo	0,033913252	0,033929312	0,04733369
Validación 2	Módulo de carga	2869,830024	2750,254751	4,16663258
	Ángulo	0,118577753	0,118778227	0,16876156
Validación 3	Módulo de carga	2750,253773	2750,255426	6,1812E-05
	Ángulo	0,139743888	0,144691948	3,41974912

*Tabla 4.6: Resultados obtenidos para las 3 validaciones realizadas a la red neuronal seleccionada.*

A la vista de los resultados obtenidos se pueden extraer una serie de conclusiones las cuales se comentarán a continuación.

Se puede observar, que los errores obtenidos para la validación dentro del rango de carga, tanto para el módulo de carga como para el ángulo, son próximos a cero tal y como hemos visto en el apartado anterior. Sin embargo, los errores obtenidos para las dos validaciones fuera del rango de carga utilizado, son de un orden mayor. Siendo un dato interesante, el hecho que se produce el mayor error en la variable modificada en dicha validación.

Concluyendo, el error obtenido para la validación del caso dentro del rango es prácticamente nulo, queriendo decir con esto, que podemos predecir con exactitud la carga y el ángulo que producen la distribución de densidades óseas de un paciente específico.

También es importante decir, que se obtiene un mayor error al salir del rango de las cargas utilizadas para el modelo de remodelación ósea. De esta manera se aprecia que teniendo un paciente fuera de los parámetros normales (peso, forma de la huella, etc.) podemos determinar las condiciones de carga pero con una exactitud menor.

# Capítulo 5

## Conclusiones y futuras líneas de investigación.

### 5.1. Resumen del proyecto realizado.

Es bien sabido en el campo de la biomecánica, la importancia que tiene la creación de modelos que sean capaces de determinar las cargas que soporta un paciente a partir de una estructura ósea concreta. Gracias a estos modelos que nos permiten tener conocimiento de estas cargas, es más factible la realización de prótesis que se ajusten de forma más eficiente a las características del paciente.

De esta forma, y debido el creciente desarrollo de los modelos de remodelación en estos últimos años, se ha empleado en este Proyecto Fin de Carrera una metodología que consiste en la aplicación de redes neuronales y el análisis por elementos finitos con un modelo de remodelación ósea. Como se explicó en el *apartado 3.1* se han resuelto dos problemas, el problema de remodelación ósea y el problema inverso de remodelación ósea.

Para la resolución del problema de remodelación ósea el primer paso que se ha seguido, es la elección de un modelo de remodelación ósea en concreto. Para este proyecto se decidió utilizar como modelo el desarrollado por **Doblare y García [2002]** (*apartado 3.2.1*). El objetivo de resolver este problema de remodelación, ha sido el de obtener una distribución de densidades óseas del fémur, las cuales serán las entradas del problema inverso de remodelación, a partir de unas condiciones de carga. Para obtener esta distribución de densidades y una vez seleccionado el modelo de remodelación se generó un modelo 3D de elementos finitos de un fémur real y se le aplicó unas condiciones de carga a fin de simular el proceso de caminar de un ser humano.

Para la consecución del modelo 3D de elementos finitos del fémur (*apartado 3.2.1*), en primer lugar, se reconstruyó el fémur geoméricamente mediante el programa MIMICS a partir de imágenes médicas de un fémur humano de un varón de 25 años. Una vez reconstruido el fémur, se generó la malla del volumen generado a partir del programa HARPOON. Posteriormente y una vez generada la malla se importaron los archivos al programa ABAQUS con el objetivo de analizar la respuesta del fémur (distribución de densidades) a partir de las condiciones de carga aplicadas. Para estas condiciones de carga, debido al hecho de que las cargas presentan variaciones durante el desarrollo de actividades más habituales (en nuestro caso la actividad de caminar), se tomaron un amplio rango de cargas (*apartado 3.2.3*). Más concretamente, un 15% para la magnitud de fuerza y un 10% para los ángulos.

Una vez obtenidas la distribución de densidades óseas del fémur a partir de las condiciones de carga aplicadas, se procedió a resolver el problema inverso de remodelación ósea.

Para resolver dicho problema y predecir las cargas musculoesqueléticas que producen la distribución de densidades en el fémur, es necesario la utilización de un modelo matemático, concretamente en este proyecto se ha utilizado el modelo de red neuronal artificial (RNA) cuyas características se explican en el *apartado 3.3.2*. Para una correcta predicción de las cargas es necesario establecer las entradas de la red neuronal para posteriormente entrenarla con el objetivo de obtener el menor error posible.

Para la determinación de las entradas de la red neuronal, las cuales son la distribución de densidades óseas obtenidas en el problema de remodelación ósea, se decidió reducir en un primer lugar, de 74461 entradas pertenecientes a la malla 3D de elementos finitos del fémur a 42 entradas (*apartado 3.3.1*) y posteriormente, en un segundo lugar a 21 entradas (*apartado 4.2.2*). El objetivo de esta reducción del número de entradas está enfocado a reducir el tiempo computacional de la red neuronal.

Una vez establecidas las entradas el siguiente paso que se ha realizado es el entrenamiento de nuestra red neuronal. Para ello se eligieron cuatro modelos de entrenamiento (*apartado 4.2.4*) de los cuales se calcularon los errores relativos totales para diferentes combinaciones de neuronas para la capa intermedia. En función de los errores relativos totales obtenidos y del coste computacional se determinó como solución óptima para nuestra red neuronal, el modelo de entrenamiento de **500 casos y 21 entradas y una capa intermedia con 25 neuronas** (*apartado 4.2.4*).

El último punto de este proyecto ha consistido en validar nuestra red neuronal seleccionada comparando los resultados de carga obtenidos para la red (módulo de carga y ángulo) con las condiciones de carga correspondientes a un paciente específico (*apartado 4.3*). Se realizaron tres validaciones, una dentro del rango de carga de un paciente específico y las otras dos fuera dicho rango. El objetivo de esta validación ha sido comprobar que el error obtenido entre los resultados de nuestra red neuronal en comparación con los datos reales de un paciente específico son despreciables, a fin de demostrar, que dicho modelo matemático, es válido a la hora de predecir las cargas a partir de la distribución de densidades óseas de un paciente.

## 5.2. Conclusiones.

- En primer lugar y como conclusión principal, podemos determinar que gracias a un correcto modelado la red neuronal se puede llegar a predecir con exactitud las condiciones de carga de un paciente específico a partir de su distribución de densidades. Hablamos de predecir con exactitud siempre que estemos dentro del rango establecidos para pacientes específicos. De esta forma, el modelo matemático desarrollado en este proyecto puede ser utilizado en la vida real para predecir las cargas de un paciente, las cuales nos proporcionen la información necesaria para implantar de forma más eficiente una prótesis para dicho paciente si fuera necesario.
- El modelo matemático desarrollado en este proyecto puede servir como un método aproximado a la hora de predecir las cargas de pacientes que se encuentren fuera del rango determinado para pacientes específicos. Se puede observar claramente en los resultados que los errores obtenidos para estas dos validaciones son mayores

que para la validación dentro del rango de paciente específico. Esto es debido al hecho que es muy difícil englobar en un conjunto a todas las personas, ya que siempre nos podemos encontrar con casos extremos. Sin embargo podemos determinar que para una primera aproximación la cual nos de unos valores de carga como referencia, este modelo matemático desarrollado en este proyecto puede ser perfectamente válido. Posteriormente sería necesario ajustar estos valores de carga obtenidos mediante otras técnicas matemáticas.

- Dentro de los resultados obtenidos para las dos validaciones que se encuentran fuera del rango de paciente específico se observa claramente que se obtiene un error mayor en el parámetro que ha sido modificado. De este hecho, podemos extraer como conclusión, que siempre que estemos tratando a un paciente fuera del rango, el parámetro de sus características físicas (peso, altura, forma de pisada, etc.) que más se aleje de los parámetros de paciente específico, será donde se obtenga el mayor error de cálculo. Hecho muy a tener en cuenta a la hora de aproximar las condiciones de carga de un paciente fuera del citado rango.
- Referente a los tiempos computacionales obtenidos, que demostrado en este proyecto como al disminuir el número de neuronas de la capa intermedia y el número de entradas de la red neuronal, el coste computacional disminuye considerablemente. De esta forma, se hace necesario la selección de una combinación intermedia entre un error bajo y un tiempo computacional asumible.
- Respecto a los resultados obtenidos para los diferentes modelos de entrenamiento no se han obtenido conclusiones muy significativas ya que no podemos establecer un patrón específico a la referente a la evolución del error. Simplemente comentar que al aumentar el número de neuronas de la capa intermedia el error disminuye, pero también como se ha comentado en la conclusión anterior el tiempo computacional aumenta. De manera que surge la necesidad de establecer una combinación intermedia que satisfaga ambas especificaciones.
- Por último y a modo personal, simplemente comentar que la realización de este proyecto me ha servido para poner en prácticas gran parte de los conceptos aprendidos durante la carrera. Me ha enseñado a enfrentarme a un problema real complejo, y a como desenvolverme ante situaciones adversas. También me gustaría decir que gracias a este proyecto he descubierto un mundo apasionante como lo es la biomecánica el cual desconocía prácticamente antes de la realización de este proyecto.

## 5.2. Futuras líneas de investigación.

La remodelación ósea es un fenómeno presente durante toda la vida de una persona y que tiene una gran importancia no sólo en el proceso de reparación de fracturas, sino en multitud de circunstancias como pueden ser: la adaptación del hueso al entorno circundante, la correcta funcionalidad de implantes protésicos o en el proceso de envejecimiento del hueso.

En nuestro proyecto nos hemos centrado en el cálculo de las condiciones de cargas producidas en el fémur a partir de una determinada distribución de densidades óseas. De esta manera, y estableciendo una línea de continuación en el desarrollo de este proyecto sería interesante aplicar este estudio a otros huesos del cuerpo como pueden ser la tibia, el radio, la mandíbula, etc. Si los resultados obtenidos al aplicar este método son suficientemente buenos se podría simular en un proyecto de mayor envergadura el efecto que tiene a largo plazo sobre la densidad ósea la incorporación de un implante.

El modelo de este proyecto se ha desarrollado a partir de datos específicos asociados al fémur, los cuales engloban a una gran parte de la población. Debido a la necesidad de crear modelos que se ajusten de forma más exacta, sería interesante desarrollar como futura línea de investigación un proyecto que consista en el modelado de la red neuronal para un caso real de un paciente tomando como entradas, los valores de la distribución de densidades obtenidas mediante un escáner (tomografía computarizada TC). Sin embargo, en este momento no es posible hacerlo ya que no se conocen las cargas reales con las que comparar las predicciones de la red.

Y por último según mi punto de vista sería interesante para el desarrollo de los conocimientos adquiridos, realizar un proyecto en el cual se estudiaran distintas prótesis para posteriormente predecir a largo plazo las que mejores resultados den para cada paciente específico.

## Bibliografía.

- [1] Beaupre G. S, Orr T. E, Carter D. R, An approach for time-dependent bone modeling and remodeling - theoretical development, *J. Orthop. Res.* 8 (1990) 651–661.
- [2] Behrens B. A, Nolte I, Wefstaedt P, Stukenborg-Colsman C, Bouguecha A. Numerical investigations on the strainadaptive bone remodeling in the periprosthetic femur: Influence of the boundary conditions. *BioMedical Engineering Online*, 8(2009), 1-9.
- [3] Bergmann G, Deuretzbacher G, Heller M, Graichen F, Rohlmann A, Strauss J, Duda G. N, Hip contact forces and gait patterns from routine activities, *J. Biomech.* 34 (2001) 859-871.
- [4] Chinrungrueng C, Analysis of simple neural networks. Master's Report Computer Science Department, University of California at Berkeley (1988).
- [5] Dobarè M, García J, Application of an anisotropic bone-remodelling model based on a damagerepair theory to the analysis of the proximal femur before and after total hip replacement, *J. Biomech.* 34 (2001) 1157-1170.
- [6] Doblare M y García J. M [2002]. Anisotropic bone remodeling model base on a continuum damage-repair theory. *J. Biomech* 35(1) 1-17
- [7] Duda G. N, Heller M, Albinger J, Schulz O, Schneider E, L. Claes. Influence of muscle forces on femoral strain distribution. *J. Biomechanics*, 31 (1998), 841-846.
- [8] Fischer K. J, Jacobs C. R, Carter D. R, Computational method for determination of bone and joint loads using bone density distributions, *J. Biomech.* 28 (1995) 1127-1135.
- [9] Folgado J, Fernandes P, Rodrigues H, Computational study on bone remodeling and osseointegration for a hip replacement using a conservative femoral stem, *Computational Vision and Biomechanics* 1 (2008) 97-106.
- [10] Fritsch J, Modular Neural Networks for Speech Recognition. Master's Thesis. Carnegie Mellon University (1996).

- [11] Galibarov P. E, Prendergast P. J, Lennon A. B, A method to reconstruct patient-specific proximal femur surface models from planar pre-operative radiographs, *Med.Eng.Phys.* 32 (2010) 1180-1188.
- [12] Gurney K, *Neural Nets*. CRC Press. ISBN: 1857285034 (1997).
- [13] Heller M. O, Bergmann G, Deuretzbacher G, Claes L, Haas N. P, Duda G. N, Influence of femoral anteversion on proximal femoral loading: measurement and simulation in four patients, *Clin. Biomech.* 16 (2001) 644-649.
- [14] Huiskes R, Weinans H, Grootenboer H. J, Dalstra M, Fudala B, Sloo T. J, Adaptive bone-remodeling theory applied to prosthetic-design analysis, *J.Biomech.* 20 (1987) 1135–1150.
- [15] Isasi Viñuela P, Galván León I. M, *Redes Neuronales Artificiales. Un enfoque Práctico*, Prentice Hall (2004).
- [16] Jacobs C, *Numerical Simulation of Bone Adaptation to Mechanical Loading*, Dissertation for the Degree of Doctor of Philosophy, Stanford University (1994).
- [17] Lu T. W. Taylor S. J, O'Connor J. J, Walker P. Influence of muscle activity on the forces in the femur: an in vivo study. *J. Biomechanics*, 30(1997), 1101-1106.
- [18] Martínez G, Pasquini R, Servente D , *Sistemas Inteligentes*. Nueva Librería (2003).
- [19] Martínez J, Martínez M, Matías J. M, Taboada J, Classifying slate tile quality using automated learning techniques, *Math Comput Model.*10 (2011).
- [20] Nascimento C, *Artificial Neural Networks in Control and Optimization*. PhD Thesis. University of Manchester, Institute of Science and Technology (UMIST), Control Systems Centre, Manchester, United Kingdom (1995).
- [21] Wolff J, *Das gesetz der transformation der knochen*, Hirschwald, Berlin (1982).
- [22] Yao X, Evolving Artificial Neural Networks, En *Proceedings of the IEEE*, Vol 87(9) (1999) 1423-1447.
- [23] Yao X, Evolutionary Artificial Neural Networks, *Encyclopedia of Computer Science and Technology*, Kent, A., J. G. Williams(eds), Vol 33 (1995) 137-170.