VOL33, NÚMERO 1, AÑO 2020

DESARROLLO DE LA COMPETENCIA DIDÁCTICO-MATEMÁTICA EN PROBABILIDAD CON DOCENTES DE EDUCACIÓN INFANTIL A TRAVÉS DE LA ADAPTACIÓN Y EXPERIMENTACIÓN DE UN JUEGO

DEVELOPING DIDACTIC-MATHEMATICAL COMPETENCE IN PROBABILITY WITH CHILDHOOD EDUCATION TEACHERS THROUGH THE ADAPTATION AND EXPERIMENTATION OF A GAME

Pablo Beltrán-Pellicer, Maria Ricart, Assumpta Estrada
Universidad de Zaragoza. Universidad de Lleida. Universidad de Lleida (España)
pbeltran@unizar.es, maria.ricart@matematica.udl.cat, aestrada@matematica.udl.cat

Resumen
Presentamos los resultados obtenidos en el seno de una investigación orientada al desarrollo de la competencia didáctico-matemática en probabilidad con docentes de educación infantil. La tarea que se propone es el diseño de un juego en el que se han de tomar decisiones empleando un razonamiento probabilístico informal. Los resultados, en particular la diversidad de objetos matemáticos puestos en juego y los errores conceptuales manifestados por las participantes, señalan la riqueza de este tipo de tareas y la necesidad de potenciar el desarrollo de esta competencia tanto en futuros docentes como en los programas de formación permanente. Además, este tipo de actividades se revela como una oportunidad para el aprendizaje de conocimientos específicos.

Palabras clave: invención de problemas, juegos de probabilidad, formación de profesores

Abstract
We present the results obtained in a research aimed at the development of didactic-mathematical competence in probability in teachers of early childhood education. The task proposed consists of the design of a game in which decisions must be made by using informal probabilistic reasoning. The results, in particular the diversity of mathematics objects used, and the conceptual errors shown by the participants, indicate the richness of this type of tasks and the need to promote the development of this competence both in prospective teachers and in continuing education programs. In addition, this type of activity proved to be an opportunity for learning specific knowledge.

Key words: problem posing, probability games, teacher training

Introducción

Hay un consenso en la comunidad de investigadores en educación matemática en que la resolución de problemas debería ser el eje sobre el que articular la enseñanza y el aprendizaje (English & Gainsburg, 2016). Sin embargo, no está claro qué significa abordar la resolución de problemas ni tampoco hay un acuerdo en cómo debería ser tal propuesta curricular. Una forma de trabajar la resolución de problemas es la invención, generación de problemas o *problem posing* (Singer, Ellerton, & Cai, 2015). En ese sentido, dentro de la formación del profesorado, se ha utilizado el diseño o adaptación de juegos como actividad introductoria a la invención de problemas (Milinković, 2015). En este trabajo se presentan los resultados de una experiencia realizada en un curso de posgrado para maestros de infantil y primaria, orientada al desarrollo de la competencia de análisis didáctico-matemático sobre probabilidad.

Marco teórico

El estudio se enmarca en el Enfoque Ontosemiótico del Conocimiento y la Instrucción Matemáticos (EOS) (Godino, Batanero, & Font, 2007), donde ha surgido el modelo de Conocimientos y Competencias Didáctico-Matemáticas (CCDM de aquí en adelante), un modelo de categorías para describir, en detalle, tanto el conocimiento didáctico-matemático (Pino-Fan y Godino, 2015) como las competencias profesionales del docente de matemáticas (Breda, Pino-Fan, & Font, 2017; Font, 2018; Godino, Giacomone, Batanero, & Font, 2017). En concreto, esta investigación se centra en estudiar un tipo de tarea específicamente diseñada para desarrollar la competencia general de diseño e intervención didáctica y, particularmente, la subcompetencia en análisis ontosemiótico en un contexto de probabilidad.

La competencia didáctico-matemática conocida como competencia general de diseño e intervención didáctica en el modelo del CCDM está compuesta por cinco subcompetencias, siendo una de ellas la subcompetencia de análisis ontosemiótico de prácticas matemáticas, que es en la que se centra este trabajo. Esta consiste en el reconocimiento, por parte del profesor, de los objetos matemáticos (situaciones-problema, conceptos, elementos lingüísticos, procedimientos, proposiciones y argumentos) emergentes e intervinientes en una práctica matemática, además de sus significados (Godino et al., 2017). Dicha subcompetencia es la que capacita al docente para comprender los aprendizajes de sus alumnos, así como evaluar su nivel de competencia matemática e, incluso, gestionar la institucionalización del conocimiento.

Metodología

Se trata de un estudio de caso que sigue una metodología cualitativa e interpretativa (Hernández, Fernández, & Baptista, 2014). Las participantes con las que se lleva a cabo la experiencia son nueve maestras sin experiencia docente, cuatro en Educación Infantil y cinco en Educación Primaria, que cursan un máster de formación especializada para maestros. En el curso de posgrado donde se contextualiza esta experiencia se abordaron algunos juegos de probabilidad y actividades para desarrollar específicamente la competencia de análisis ontosemiótico de prácticas matemáticas. La observación participante es la técnica de recogida de datos, junto con el análisis de las producciones de las estudiantes, las cuales consisten en el trabajo que desarrollaron en dicho curso y que se describe a continuación.

Se propuso a las participantes realizar un proyecto basado en la adaptación o diseño de un juego para trabajar contenidos de probabilidad. Se exigía elaborar un prototipo y una propuesta para llevar el juego al aula, así como efectuar un análisis ontosemiótico de los objetos matemáticos involucrados y una valoración a priori de la idoneidad didáctica. En este trabajo se presenta el análisis detallado de la adaptación del juego conocido en ocasiones como "la carrera de caballos". Este juego lo realizó una de las parejas de Educación Infantil. En él, los participantes eligen entre seis o doce fichas, dependiendo de si se lanza uno o dos dados, e intentan predecir el ganador. Por turnos, se lanzan los dados y se avanza la ficha cuyo número coincide con la cara en cuestión o con la suma (si se juega con dos dados). El objetivo didáctico en el juego con un dado es proporcionar una experiencia sobre sucesos simples y equiprobables, puesto que todos tienen probabilidad 1/6. Sin embargo, con el juego de dos dados se considera la suma, que es un suceso compuesto, ocasionando que cada resultado tenga una probabilidad diferente.

El trabajo realizado por cada equipo de estudiantes se corresponde a un proceso de ingeniería didáctica orientada al diseño (Godino, Rivas, Arteaga, Lasa, & Wilhelmi, 2014). La primera fase de la ingeniería, el análisis preliminar, es la elección del juego de manera consensuada por el profesor-investigador. Una vez definidos los objetivos de aprendizaje que se pretenden conseguir con la adaptación del juego, las participantes elaboran un prototipo y realizan un análisis ontosemiótico de objetos y significados, a priori, del juego, siendo esto la segunda fase. Después, experimentan con el prototipo y con la actividad de aula asociada (proyecto estadístico sobre las partidas). Finalmente, llevan a cabo un análisis ontosemiótico a posteriori, después de una sesión en la que se probaron los juegos de todas las participantes, con el objetivo de validarlos y recoger propuestas de mejora.

Análisis de resultados

La variación del juego más destacable que propusieron las estudiantes consistió en emplear una ruleta en lugar de los dados para determinar la ficha que avanza, siendo un coche en su caso. Así pues, se va haciendo girar la ruleta y se mueve el coche en cuyo color se para la ruleta. Esta está pensada para ser reconfigurable según avanza el juego mediante un sistema adhesivo (Figura 1). La ruleta, que es un material clásico en la enseñanza y aprendizaje de la probabilidad, proporciona una experiencia diferente a la de los dados, puesto que se trata de sucesos simples ("rojo", "verde", etc.) pero no necesariamente equiprobables. De esta manera, para escoger el coche (ficha) con mayor probabilidad de victoria hay que elegir el color de la ruleta cuyo sector presenta mayor área. En cualquier caso, como veremos, el instrumento generador de eventos aleatorios cambia dependiendo del número de jugadores.

Figura 1. *Juego ¡Voy a ser el más rápido!*

En las instrucciones del juego, las estudiantes distinguen el modo de jugar dependiendo de si se trata de dos, tres o cuatro jugadores. Para dos jugadores, se utiliza una moneda como instrumento generador de sucesos aleatorios y, de esta forma, se hace avanzar el coche de cada jugador dependiendo si sale una opción u otra. Observemos que aquí el juego ofrece la misma probabilidad de éxito para ambos jugadores. Sin embargo, se introduce un elemento que puede hacer variar las opciones para cada jugador. Cuando se llega a la quinta casilla, se toma la primera tarjeta del mazo de preguntas, que exige la puesta en juego de lenguaje sobre probabilidad a nivel informal y, en caso de no dar con la respuesta correcta, el jugador pierde un turno. Los textos de las tarjetas son:

- ¡Has tenido suerte! Puedes volver a tirar.
- ¿Es posible que al lanzar la moneda salga cara?
- ¿Es posible que al lanzar la moneda salga cruz?
- ¿Es posible o imposible que salga una opción diferente a cara o cruz?
- ¿Es posible o imposible que salga cara dos veces consecutivas?
- ¿Es imposible que salga tres veces seguidas cruz?
- ¿Es posible o imposible que salga cruz dos veces consecutivas?
- ¿Es imposible que salga tres veces seguidas cara?

En el caso de tres jugadores, el instrumento que genera los sucesos aleatorios pasa a ser un dado, y cada jugador ha de elegir dos números (de un dado cúbico de seis caras). Al igual que para la modalidad de dos jugadores, la probabilidad de ganar es la misma, inicialmente, para cada jugador. Las preguntas que aparecen en las tarjetas de la quinta casilla son:

- ¡Has tenido suerte! Puedes volver a tirar.
- ¿Es posible que salga el número 4?
- ¿Es imposible que salga el número 1?
- ¿Es posible o imposible que salga el número 0?
- ¿Es posible que al lanzar el dado dos veces salga el número 3?
- ¿Es posible o imposible que salga el número 9?
- ¿Es imposible que al lanzar el dado dos veces salga el número 2?
- ¿Es posible o imposible que al lanzar el dado salga el número 1 tres veces consecutivas?

La ruleta es el instrumento que va a introducir el azar en las partidas a cuatro jugadores, cobrando importancia la elección inicial del color del coche. Para ello, los jugadores han de analizar la ruleta y razonar sobre el color más probable. Aunque no se aprecia en la Figura 1, la ruleta está formada por sectores circulares que se pueden poner y quitar gracias a un sistema de velcros. Las preguntas que aparecen en las tarjetas de la quinta casilla son:

- ¡Has tenido suerte! Puedes cambiar la ruleta
- ¿Es posible o imposible que salga el color azul en la ruleta?
- ¿Qué color tiene mayor probabilidad de salir?
- ¿Es posible que gane el coche de color naranja?
- ¿Es posible o imposible que salga en la ruleta el color rosa?
- ¿Es seguro que va a ganar el coche que va primero?
- ¿Es posible que gane el coche de color verde?
- ¿Es coche tiene menos posibilidad de salir?

En la descripción del juego se observan imprecisiones o confusiones, que ponen de manifiesto algunas carencias en el conocimiento matemático especializado. Esto se traduce en una baja competencia de análisis. Por ejemplo, al señalar que el juego no es equiprobable hacen referencia al "tanto por ciento" en lugar de emplear expresiones como "probabilidad de cada resultado" o "probabilidad de cada suceso simple":

> En esta versión, el juego no es equiprobable ya que varía el tanto por ciento que tiene cada suceso.

Así mismo, en el trabajo, las estudiantes realizan un análisis sobre cómo influye la probabilidad en el juego, distinguiendo los diferentes casos en función del número de jugadores. De esta manera, en la Figura 2 se representan los diagramas de sectores que muestran las probabilidades de cada suceso en los casos de dos y tres jugadores (moneda y dado).

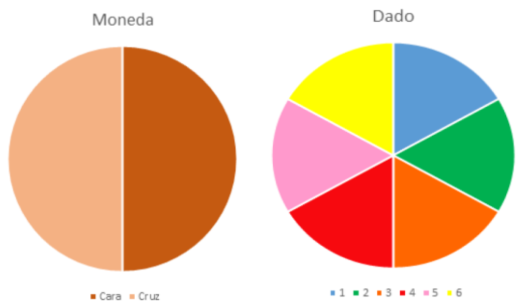

Figura 2. *Diagrama de sectores con los resultados posibles para uno y dos jugadores (moneda y dado).*

Las estudiantes complementan estos diagramas con el cálculo de la probabilidad para cada uno de los sucesos a partir de la regla de Laplace. Si bien utilizan fracciones en la explicación, se encuentran más cómodas utilizando porcentajes para la probabilidad (Tabla 1).

Tabla 1. *Análisis de probabilidad para el caso de dos jugadores.*

	Probabilidad (%)	Explicación
Cara	50%	Hay 50%, 0.50 o ½ de probabilidad de ganar Hay la misma probabilidad de ganar en los dos casos
Cruz	50%	

Más interesante resulta el análisis para el caso de cuatro jugadores, donde el análisis con diagramas de sectores es un reflejo de las diferentes configuraciones de la ruleta (Figura 3).

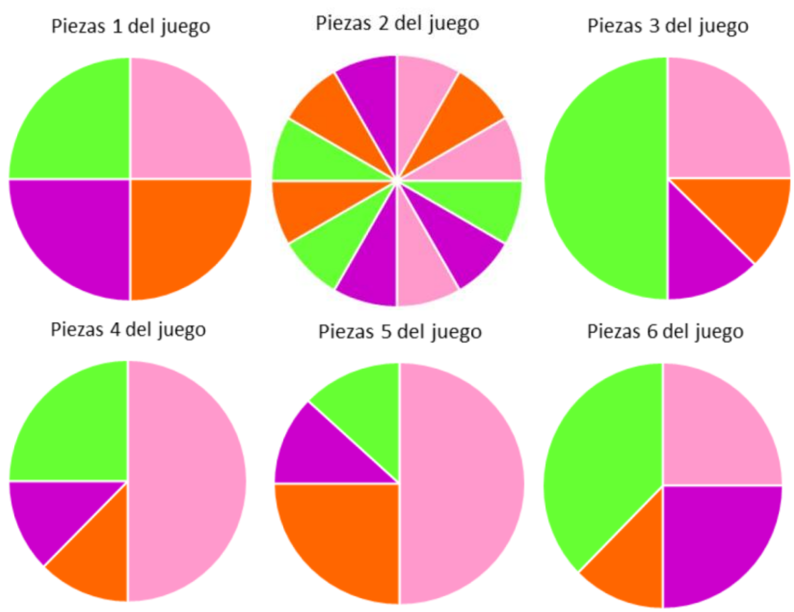

Figura 3. *Juego ¡Voy a ser el más rápido!*

Para cada una de las configuraciones, las estudiantes proporcionan una tabla similar a la Tabla 1, donde calculan la probabilidad de cada suceso. Resulta interesante observar que las explicaciones son pertinentes cuando se trata de sucesos equiprobables, como en el dado, pero no cuando no son equiprobables. Esto puede deberse a una errata o a una dificultad a la hora de manejar la representación fraccionaria de la probabilidad, pero no disponemos de más datos para profundizar en ello. Así, para las piezas 1 del juego, se expresan así:

> En todos los casos hay un 8.33%, 0.833 o 3/12 de que salga uno de los cuatro colores.
> Los 4 colores tienen la misma posibilidad de salir ganador

En cambio, para las piezas 4 del juego, escriben lo siguiente (Tabla 2), donde las explicaciones no aportan el argumento que conduce al cálculo de la probabilidad, además de haber una errata en la representación fraccionaria del naranja y del lila:

Tabla 2. *Análisis de probabilidad para el conjunto de piezas 4 (cuatro jugadores).*

	Probabilidad (%)	**Explicación**
Rosa	50%	Hay 50%, 0.50 o 4/8 de posibilidades de que salga ganador
Naranja	12.5%	Hay 12’5%, 0.125 o 4/8 de posibilidades de que salga ganador
Lila	12.5%	Hay 12’5%, 0.125 o 4/8 de posibilidades de que salga ganador
Verde	25%	Hay 25%, 0.25 o 2/8 de posibilidades de que salga ganador

Una vez descrito el juego y realizados los cálculos de las probabilidades, las estudiantes proceden a realizar un análisis ontosemiótico para identificar los objetos matemáticos emergentes de los sistemas de prácticas que se ponen en marcha. Comienzan distinguiendo tres situaciones-problema. En primer lugar, la que se articula en torno a la pregunta “¿cuál será el coche ganador?”, que no es sino la cuestión que motiva el juego en sí. Resulta interesante que las participantes identifiquen una segunda situación al momento en que a uno de los jugadores le aparece la tarjeta que le permite cambiar las piezas de la ruleta (“Has tenido suerte, ¡puedes cambiar las piezas de la ruleta!”). Aunque cabría la posibilidad de abordar esta pregunta dentro de la situación global que supone el juego, la acción de reconfigurar la ruleta es distinta de la de elegir un coche. Los objetos matemáticos que emergen de los sistemas de prácticas son distintos en cada caso. Así, reconfigurar la ruleta implica evaluar diferentes opciones, mientras que la elección del coche solamente conlleva analizar un escenario. La tercera de las situaciones está relacionada con el proyecto estadístico que se lleva a cabo como tarea de clase y que consiste en la elaboración de pictogramas que recogen la frecuencia de cada color en cada partida. Entonces, surge la pregunta: “¿cómo interpreto el pictograma si no he visto la partida de juego?”.

Después de identificar las situaciones-problema, el análisis de las estudiantes prosigue con el resto de los objetos primarios. Como registros lingüísticos, distinguen el uso del verbal, simbólico y gráfico, confundiendo el gráfico con el simbólico, puesto que asimilan el gráfico con la “grafía” de los números, en lugar de con el pictograma. Así, señalan:

> Lenguaje gráfico: En el momento de interpretar los datos del pictograma, los discentes realizarán el conteo de coches y escribirán la grafía del número total de veces que ha salido (frecuencia absoluta).

Los conceptos-definición, son un tipo de enunciado en forma de regla que se distingue de las proposiciones porque estas últimas son falsables. Suelen coincidir con los “conceptos” que marca el currículo y que luego aparecen en los libros de texto como definiciones. En el desarrollo del juego, no aparece de forma explícita ningún concepto-definición, pero implícitamente se hace referencia a varios, entre los que las estudiantes encuentran los siguientes: experimento aleatorio, suceso elemental, espacio muestral, suceso seguro, suceso imposible, sucesos equiprobables, probabilidad, predecir, moda, estadística descriptiva, muestra, valor, datos, frecuencia absoluta y pictograma.

Dado que en el juego no aparecen estos conceptos-definición de manera explícita, pero sí pueden enunciarse parcialmente algunos de ellos durante la institucionalización, las participantes señalan elementos lingüísticos relacionados con ellos. Esta clasificación denota cierta confusión, al igual que en el trabajo sobre el juego del *Tabú* o de las palabras prohibidas (Beltrán-Pellicer, Ricart y Estrada, 2019), para identificar los objetos primarios del EOS. Ocurre que la consideración como conceptos-definición de expresiones como "datos" o "predecir", no responde a una necesidad operativa.

Entre las proposiciones y propiedades identificadas por las participantes (Tabla 3) se pone de manifiesto, otra vez, esta dificultad con los conceptos, ya que la frecuencia absoluta aparece como proposición, pero se trata de un concepto-definición. La confusión puede deberse a que las tres primeras proposiciones que enuncian son fruto de hacer una acción física durante el juego (tirar dados, monedas o girar una ruleta). De esta manera, las estudiantes asocian el concepto de frecuencia a la acción de avanzar el coche, otra acción física que se da en el juego. Por lo tanto, parece que enuncian como proposición todo aquello que es resultado de hacer una acción física con las piezas del juego. Además, el significado en la situación que describen para la frecuencia absoluta es realmente el procedimiento necesario para calcularla. En cuanto al resto de proposiciones, se aprecia que están bien redactadas como enunciados falsables, y solamente señalamos la necesidad de haber precisado un poco más su significado. De esta manera, para la probabilidad de los colores de cada ruleta se podría haber expresado lo mismo en términos de área y de sectores circulares.

Tabla 3. *Proposiciones y propiedades identificadas por las participantes.*

Proposiciones y propiedades	Significado en la situación
Hay la misma probabilidad de que al lanzar la moneda salga cara o cruz.	Cuando un niño/a lance la moneda (cara o cruz) solo tendrá la posibilidad de obtener uno de los dos resultados. Tanto una opción como la otra tiene la misma probabilidad de salir (50%, 0.5 o ½).
Hay la misma probabilidad de que al lanzar un dado al aire salga un número del 1 al 6.	Al lanzar un dado es seguro que saldrá un número del 1 al 6 (ambos incluido). Por el contrario, es imposible que salga cualquier número inferior o superior a los mencionados. Cabe decir que, si el dado no está sesgado, hay la misma probabilidad de salir un número que otro (16,6%), por la cual cosa, es un juego equiprobable.
Al girar la ruleta, tiene mayor probabilidad de salir el color que ocupa más espacio del todo.	El color que ocupa más espacio es el que tiene mayor probabilidad de salir porque ocupa "x" del todo, mientras que los otros colores ocupan una porción inferior.
La frecuencia absoluta es el número de veces que cada coche ha avanzado una casilla	En el pictograma, los discentes deberán hacer el recuento de coches que han salido, y anotar, posteriormente, su correspondiente grafía. De este modo, en el pictograma podremos encontrar la frecuencia absoluta de cada uno de los datos

Los procedimientos que identifican las participantes se recogen en la Tabla 4. En esta ocasión, al contrario que en el trabajo anterior (Beltrán-Pellicer et al., 2019), están bastante bien clasificados como tales, puesto que todos ellos son, efectivamente, procedimientos de cálculo o recuento. Sin embargo, hay imprecisiones a la hora de describirlos. El procedimiento denotado como "suma" se relaciona con unas acciones de conteo en la situación. Por ello, habría resultado más correcto denotar este procedimiento como "situación de recuento". No obstante, no está claro, puesto que sí recogen el procedimiento de recuento en la Tabla 4.

Tabla 4. *Procedimientos identificados por las participantes.*

Procedimientos	Significado en la situación
Suma	Cuando los niños/as creen el pictograma, cada vez que su coche avanza una casilla, este/a añadirá un nuevo coche en el pictograma. Después, contarán todos los coches y añadirán el número total de coches. Por lo tanto, se utiliza la suma en el sentido de añadir.
Técnica de recuento recitando la secuencia numérica y señalando la grafía de cada símbolo (correspondencia uno a uno)	Para interpretar el pictograma, los discentes contarán el número de veces que ha salido un determinado color de coche, señalando a su vez cada coche del pictograma. Es decir, si el coche de color verde ha avanzado 10 casillas, en el pictograma habrá 10 coches de color verde, y por lo tanto, los discentes harán el recuento recitando la secuencia numérica y a su vez, señalando cada uno de los coches.

En cuanto a los argumentos (Tabla 5) se observa un fenómeno similar al encontrado en el trabajo sobre el juego *Tabú* (Beltrán-Pellicer, et al., 2019), apreciándose una dificultad a la hora de explicitarlos o encontrarlos. Así, el argumento 1 sobre la moda está redactado como un enunciado justificativo, pero es erróneo, puesto que la moda no tiene por qué ser el color del coche ganador. Por otro lado, escriben el argumento 2 con estructura de proposición, cuando podrían haber escrito “el coche verde es imposible que avance porque su color no está en la ruleta”. El argumento 3 es correcto, mientras que el argumento 4 es circular y, además, en la explicación en la situación se aprecia una confusión en torno a la idea de equiprobabilidad, identificándola con el caso de dos sucesos elementales. Esto es algo que aparece, como hemos visto, bien reflejado en la proposición relativa al caso del dado.

Tabla 5. *Argumentos identificados por las participantes.*

Argumentos	Significado en la situación
1. La moda siempre será el color del coche ganador porque es el suceso que más se repite.	Cuando los discentes interpreten los datos del pictograma realizado por ellos/as mismos, podrán observar la frecuencia absoluta de cada color. Así mismo, se darán cuenta que el coche ganador es el que tiene el número más alto, y por lo tanto, el que más se repite.
2. Un color que no aparece en el espacio muestral es imposible que salga al lanzar la ruleta.	El espacio muestral es el conjunto de cada uno de los sucesos elementales, por la cual cosa, un niño/a deberá predecir que los colores que no aparecen en la ruleta será imposible que avancen casillas, y a consecuencia, que ganen la carrera.
3. Al lanzar el dado es seguro que salga un número de 1 al 6 porque el dado tiene 6 caras con dichos números.	Los sucesos elementales son cada uno de los resultados de un experimento. Por la cual cosa, al lanzar un dado es seguro que va a salir un número del 1 al 6, siendo imposible, salir un número inferior o superior estos.
4. Hay la misma probabilidad de sacar cara que cruz porque el juego es binario y equiprobable	Los juegos equiprobables son aquellos que tienen la misma probabilidad de salir un suceso que otro (50%, 0,5 o ½). Además, los juegos binarios son aquellos que únicamente tienen dos sucesos elementales. Centrándonos en estas características, lanzar la moneda al aire, es un juego equiprobable, porque tienen la misma probabilidad de salir cara que cruz. Cabe decir, que los jugadores no podrán predecir quién va a ser el ganador, porque es un juego justo.

Conclusiones

La propuesta, como experiencia formativa, se ha revelado adecuada, dado que ha permitido desarrollar la competencia de análisis y de diseño didáctico de las participantes al poner de manifiesto una gran diversidad de objetos matemáticos, de significados y errores conceptuales que de otra manera son difíciles de detectar en los estudiantes. El análisis efectuado revela que este tipo de tareas requiere establecer muchas conexiones entre objetos. Por otro lado, el diseño y el análisis del juego en cuestión se enmarcarían en un primer ciclo de una ingeniería didáctica más amplia. Este proceso podría continuar con la implementación en un aula de Educación Infantil, lo que exigiría una modificación del análisis a priori y proporcionaría nuevos resultados para el análisis a posteriori.

El juego elegido por las participantes es un clásico en la enseñanza de la probabilidad y la estadística, al permitir una primera aproximación intuitiva a la idea de probabilidad como frecuencia relativa. El elaborar pictogramas, además, permite no solo conectar probabilidad con registros estadísticos, sino relacionar lenguaje gráfico, verbal y simbólico. Respecto a la situación de los pictogramas, las afirmaciones de las participantes denotan que no comprenden bien la idea de inferencia estadística, manejando de forma poco adecuada los conceptos de muestra o de suceso posible. Además, esa interpretación aislada del pictograma podría relacionarse con que no alcanzan el nivel de síntesis global de lectura de gráficos (nivel 3) (Arteaga, Batanero, Díaz & Contreras, 2009).

Los resultados obtenidos nos invitan a continuar la línea de trabajo. Como experiencia formativa, el diseño o adaptación de estos juegos ha movilizado el conocimiento matemático especializado de las estudiantes (Pino-Fan & Godino, 2015), así como de la competencia de análisis ontosemiótico (Godino et al., 2017). En el análisis realizado por las estudiantes, se han detectado dificultades similares a las encontradas en la propuesta sobre el *Tabú* (Beltrán-Pellicer, et al., 2019); es decir, han tenido dificultades a la hora de aplicar la herramienta de análisis de objetos primarios del EOS, tanto en el sentido del reconocimiento como en explicar el significado del objeto. Esto es algo que puede ser debido a que necesiten más actividades en su formación para desarrollar la competencia asociada.

Resaltamos que, en este caso, los procedimientos han sido mejor categorizados y descritos por las estudiantes que en la adaptación del *Tabú*, donde se confundían con los procesos, posiblemente debido a que el carácter del *Tabú* es completamente discursivo. Los procedimientos, en este caso, han sido bien detectados dada su naturaleza: técnicas de cálculo que las estudiantes tienen bien interiorizadas. Esto puede deberse a que, tradicionalmente, en los procesos de enseñanza y aprendizaje se ha dado mucho peso a los algoritmos y a trabajar de forma mecánica. Por otro lado, no identifican los conceptos, lo que indica que falta reflexión e interiorización de estos. Los utilizan de forma implícita y se aproximan a ellos a partir de otros objetos, pero no son capaces de llegar a formular una definición adecuada de estos.

Agradecimientos: Esta investigación se ha desarrollado dentro del proyecto EDU2016-74848-P (FEDER, AEI) y dentro del grupo S36_17D - Investigación en Educación Matemática (Gobierno de Aragón y Fondo Social Europeo). Igualmente, queremos agradecer la participación a las estudiantes del máster de Formación Avanzada del Profesorado de Educación Infantil y Primaria (UdL) del curso 2017/18.

Referencias bibliográficas

Arteaga, P., Batanero, C., Díaz, C., & Contreras, J. M. (2009). El lenguaje de los gráficos estadísticos. *Revista Iberoamericana de Educación Matemática, 18*, 93-104.

Beltrán-Pellicer, P., Ricart, M., & Estrada, A. (2019). Una experiencia sobre el diseño de juegos como recurso para desarrollar la competencia didáctico-matemática en probabilidad con docentes de infantil y primaria. En J. M. Contreras, M. M. Gea, M. M. López-Martín, & E. Molina-Portillo (Eds.) *Actas del Tercer Congreso Internacional Virtual de Educación Estadística* (pp. 1-10). Granada: Universidad de Granada.

Breda, A., Pino-Fan, L., & Font, V. (2017). Meta didactic-mathematical knowledge of teachers: criteria for the reflection and assessment on teaching practice. *Eurasia Journal of Mathematics, Science & Technology Education, 13*(6), 1893-1918.

English, L. D., & Gainsburg, J. (2016). Problem solving in a 21st-century mathematics curriculum. En L. D. English, & D. Kirshner (Eds.), *Handbook of international research in mathematics education* (pp. 313-335). New York, NY: Routledge.

Font, V. (2018). Competencias y conocimientos del profesor de matemáticas. Un modelo basado en el enfoque ontosemiótico. *ALME, 31*, 749-756.

Giacomone, B., Godino, J. D., Wilhelmi, M. R., & Blanco, T. F. (2016). Reconocimiento de prácticas, objetos y procesos en la resolución de tareas matemáticas: una competencia del profesor de matemáticas. En J. A. Macías, A. Jiménez, J. L. González, M. T. Sánchez, P. Hernández, C. Fernández, F. J. Ruiz, T. Fernández, & A. Berciano (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XX* (pp. 275-284). Málaga: SEIEM.

Godino, J. D. Batanero, C. y Font, V. (2007). The onto-semiotic approach to research in mathematics education. *ZDM, 39*(1-2), 127-135.

Godino, J. D., Giacomone, B., Batanero, C., & Font, V. (2017). Enfoque ontosemiótico de los conocimientos y competencias del profesor de matemáticas. *Bolema, 31*(57), 90-113.

Godino, J. D., Rivas, H., Arteaga, P., Lasa, A., & Wilhelmi, M. R. (2014). Ingeniería didáctica basada en el enfoque ontológico-semiótico del conocimiento y de la instrucción matemáticos. *Recherches en Didactique des Mathematiques, 34*(2/3), 167-200.

Godino, J. D. (2013). Indicadores de idoneidad didáctica de procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas. *Cuadernos de Investigación y Formación en Educación Matemática, 8*(11), 111-132.

Godino, J. D., Batanero, C., & Font, V. (2007). The onto-semiotic approach to research in mathematics education. *ZDM: The International Journal on Mathematics Education, 39*(1-2), 127-135.

Godino, J. D., Giacomone, B., Batanero, C., & Font, V. (2017). Enfoque ontosemiótico de los conocimientos y competencias del profesor de matemáticas. *Bolema, 31*(57), 90-113.

Godino, J. D., Rivas, H., Arteaga, P., Lasa, A., & Wilhelmi, M. R. (2014). Ingeniería didáctica basada en el enfoque ontológico-semiótico del conocimiento y de la instrucción matemáticos. *Recherches en Didactique des Mathematiques*, *34*(2/3), 167–200.

Hernández, R., Fernández, C., & Baptista, P. (2014). *Metodología de la investigación*. (6ª ed.). México: McGrawHill.

Milinković J. (2015). Conceptualizing problem posing via transformation. En F. Singer, N. Ellerton, & J. Cai (Eds.): *Mathematical Problem posing. Research in mathematics education*. New York, NY: Springer.

Pino-Fan, L. R., & Godino, J. D. (2015). Perspectiva ampliada del conocimiento didáctico-matemático del profesor. *Paradigma, 1*, 87-109.

Singer, F. M., Ellerton, N. F., & Cai, J. (2015). *Mathematical problem posing*. New York, NY: Springer.