

Trabajo Fin de Grado

Magisterio en Educación Primaria

Estudio del juego como recurso para trabajar la
probabilidad en Educación Primaria

A study of the game as a resource to work with
probability in primary education

Autora

Rosa Mir Burgués

Directora

Nuria Begué Pedrosa

FACULTAD DE EDUCACIÓN

Año 2022

RESUMEN

El presente trabajo tiene como objetivo principal el estudio del uso de los juegos matemáticos como recurso para la enseñanza de las matemáticas en Educación Primaria, concretamente, de la probabilidad. Por ello, el marco teórico trata desde el concepto global de juego, hasta conceptos más específicos como son la relación entre los juegos matemáticos y la enseñanza. A su vez, también trata nociones básicas sobre la probabilidad que aparecerán posteriormente en los juegos propuestos. A continuación, se presentan tres juegos de conocimiento y una actividad experimental en los que se concretan cuáles son los objetivos de cada uno de ellos en la adquisición de conocimientos sobre la probabilidad. El objetivo que se persigue en los siguientes juegos y actividades es partir trabajando, mediante la experimentación, el significado intuitivo de la probabilidad, hasta llegar al significado frecuencial, pasando por el significado clásico. Después, se contextualiza tanto el CEIP Juan XXIII, como el aula y se comenta y se explica tanto la implementación, como el análisis de los resultados de los juegos. Finalmente, el trabajo concluye con las conclusiones sobre los resultados obtenidos.

Palabras clave: matemáticas, juegos educativos, probabilidad, experimentación.

ABSTRACT

The hereby presented study sets its primary goal in the study of the use of mathematical games as a resource for teaching mathematics in Primary Education, specifically, probability. Therefore, the theoretical framework covers from the global concept of games to to more specific concepts as the links between mathematical games and teaching. Aside from that, it also includes basic notions of probability which will later on appear in the proposed games. Following said framework, three knowledge games and an experimental activity will be proposed, all of whose objectives in the acquisition of the knowledge in probability are specified within. The objective aimed to achieve in the following games and activities is to thread from a basis of experimentation, the intuitive meaning of probability until they can reach the frequential meaning, having seen the classical meaning. After that, contextualisation is provided for the CEIP Juan XXIII and for the classroom, and the implementation and the analysis of the results of the games are commented and explained. Finally, the study concludes with the conclusions drawn from the obtained results.

Keywords: Mathematics, educative games, probability, experimentation.

ÍNDICE

1. INTRODUCCIÓN.....	10
2. MARCO TEÓRICO.....	12
2.1 EL JUEGO.....	12
2.1.1 Concepto de juego.....	12
2.1.2 Relación entre el juego y las matemáticas.....	13
2.1.3 Los juegos educativos matemáticos y su clasificación.....	15
2.1.4 Juegos educativos matemáticos y su enseñanza.....	15
2.1.5 Ventajas y desventajas del uso de los juegos para aprender las matemáticas.....	16
2.2 LA PROBABILIDAD.....	17
2.2.1 Marco legislativo.....	17
2.2.2 Significado intuitivo de probabilidad.....	19
2.2.3 Significado clásico de probabilidad.....	20
2.2.4 Significado frecuencial de probabilidad.....	21
3 ANÁLISIS DE LOS JUEGOS EDUCATIVOS MATEMÁTICOS.....	21
3.1 CARRERA DE COCHES.....	22
3.2 CRUZAR EL RÍO.....	23
3.3 CARRERA DE CABALLOS.....	25
3.4 LA CAJA MÁGICA.....	27
4 METODOLOGÍA DE APLICACIÓN EN EL AULA.....	29
4.1 CONTEXTUALIZACIÓN DEL CENTRO.....	29
4.2 CONTEXTUALIZACIÓN DEL AULA.....	30

4.3	TEMPORALIZACIÓN Y METODOLOGÍA.....	33
4.4	RECOGIDA DE DATOS.....	34
5	EXPERIMENTACIÓN Y ANÁLISIS DE LOS RESULTADOS.....	34
5.1	IMPLEMENTACION DE LOS JUEGOS.....	35
5.1.1	Implementación Juego 1: “Carrera de coches”.....	36
5.1.2	Implementación Juego 2: “Cruzar el río”.....	38
5.1.3	Implementación Juego 3: “Carrera de caballos”.....	39
5.1.4	Implementación Actividad experimental: “La caja mágica”.....	40
5.2	ANÁLISIS DE LOS RESULTADOS.....	41
5.2.1	Análisis de los resultados del Juego 1: “Carrera de coches”.....	41
5.2.2	Análisis de los resultados del Juego 2: “Cruzar el río”.....	48
5.2.3	Análisis de los resultados del Juego 3: “Carrera de caballos”...	51
5.2.4	Análisis de los resultados de Actividad experimental 4: “La caja mágica”.....	52
6	CONCLUSIONES Y VALORACIÓN PERSONAL.....	56
7	REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....	59
8	ANEXO.....	62

1. INTRODUCCIÓN

El presente trabajo tiene como objetivo principal el estudio del uso de los juegos matemáticos como recurso para la enseñanza de las matemáticas en Educación Primaria, concretamente, de la probabilidad.

El trabajo se compone de los siguientes apartados principales: marco teórico, análisis de los juegos educativos matemáticos, metodología de aplicación en el aula, experimentación y análisis de los resultados y conclusiones.

El marco teórico se subdivide en dos apartados: el juego y la probabilidad. El primer apartado aborda el concepto de juego, la relación entre el juego y las matemáticas, los juegos matemáticos y su clasificación, los juegos matemáticos y su enseñanza y ventajas y desventajas del uso de los juegos para aprender las matemáticas. El segundo de los apartados aborda el marco legislativo, el significado intuitivo de probabilidad, el significado clásico y el significado frecuencial.

El siguiente de los apartados corresponde al análisis de los juegos educativos matemáticos en el que se hace una enumeración y descripción de los juegos de conocimiento que se van a llevar al aula para hacer el posterior estudio sobre la probabilidad. En cada uno de ellos se describen los objetivos didácticos, los materiales utilizados y las reglas del juego.

A continuación, en el apartado de metodología de aplicación en el aula, se contextualiza el CEIP Juan XXIII y el aula en la que se va a llevar a cabo el estudio, se establece la temporalización, la metodología y la recogida de datos.

En el siguiente apartado se muestra la experimentación y el análisis de los resultados. En primer lugar, se explica la implementación de cada uno de los juegos junto con las dificultades que han surgido y cómo se han resuelto y, en segundo lugar, la interpretación y el análisis de los resultados obtenidos en cada uno de ellos.

En el último de los apartados principales aparecen las conclusiones acerca de todos los apartados comentados anteriormente, llegando a una reflexión propia del uso de los juegos matemáticos como recurso para trabajar el contenido de la probabilidad en el área de matemáticas.

Finalmente, para concluir el trabajo aparecen los apartados de referencias bibliográficas y anexo. En el primero de éstos, se incluyen todos los autores junto con los estudios que realizaron en los que se ha apoyado el presente estudio. Por otro lado, en los anexos se muestra el material utilizado en las diferentes sesiones para llevar a cabo la experimentación de los juegos: “Carrera de coches”, “Cruzar el río”, “Carrera de caballos” y la actividad experimental “La caja mágica”.

2. MARCO TEÓRICO

A continuación se va a realizar un análisis bibliográfico sobre los conceptos más relevantes del presente estudio, estos son, “juego” y “probabilidad”. A su vez, el término “juego” se subdivide en apartados que abordan el concepto, la relación entre el juego y las matemáticas, los juegos educativos matemáticos y su clasificación, juegos educativos matemáticos y su enseñanza y ventajas y desventajas del uso de los juegos para aprender las matemáticas. Por otro lado, el concepto de “probabilidad” se ubica en el marco legislativo y, posteriormente, se aborda el significado intuitivo, el clásico y el frecuencial de ésta.

2.1 EL JUEGO

2.1.1 Concepto de juego

En primer lugar, es necesario analizar las diferentes concepciones que se tienen acerca de los Juegos Educativos Matemáticos para poder investigar cómo podemos implementarlos en las aulas de Educación Primaria. Vamos a comenzar mostrando las dos primeras acepciones del Diccionario de la Real Academia Española (RAE): *1. Acción y efecto de jugar por entretenimiento. 2. Ejercicio recreativo o de competición sometido a reglas, y en el cual se gana o se pierde.* En estas dos acepciones que nos proporciona la RAE se pueden observar conceptos muy interesantes como es la “competición”. Huizinga (1949) en su libro *Homo Ludens* ya nos habla sobre este término: *“El espíritu de competición en el juego es, como impulso social, más antiguo que la cultura misma y se extiende por todas las etapas de la vida como fenómeno cultural...”* (p. 173). A su misma vez, nos hablan de únicamente un tipo de juego: aquel en el que se gana o se pierde. Roth (1902) distingue siete clases de juegos y estos se clasifican en: imaginativos, realistas, imitativos, discriminativos, competitivos,

propulsivos y de placer. Vista la clasificación de Roth, la RAE únicamente hace referencia a los juegos competitivos. En la segunda acepción también aparece el término “reglas” indispensable para la comprensión y ejecución del juego. Edo et al. (2008) concretan la importancia de éstas: *“una actividad colectiva basada en reglas fijas, sencillas, comprensibles y asumidas por todos los participantes. Las reglas establecerán no sólo los objetivos para el conjunto de jugadores, sino también los objetivos específicos de cada uno de los participantes que deberán buscar las estrategias para bloquear y/o ganar al resto de los participantes”* (p.62).

Por tanto, si tomáramos como única referencia estas consideraciones, el juego se entiende como una actividad recreativa universal que tiene como principal objetivo el placer del entretenimiento en el que, principalmente, se compite para ganar o perder con una serie de reglas pautadas con anterioridad al juego.

2.1.2 Relación entre el juego y las matemáticas

Ahora bien, una vez clara la definición de juego, vamos a concretar qué es el juego matemático teniendo en cuenta las similitudes que encontramos entre el juego y las Matemáticas.

Ascher (1991), en su libro *Ethnomathematics* plasma que los juegos matemáticos son los que dependen de la suerte o aquellos en los que las estrategias dependen de la lógica. Coincido con Bishop (1998) en que la definición de Marcia Ascher es bastante limitada ya que en algunos juegos como los puzles, paradojas, el memory o los juegos de imitación encontramos ideas matemáticas como reglas, procedimientos, planes, estrategias y/o modelos.

Por otro lado, debemos comentar la estrecha relación que comparten el juego y las matemáticas. A continuación aparece la correspondencia que han establecido Winter y Ziegler (1983) entre los juegos de reglas y el pensamiento matemático:

JUEGOS	PENSAMIENTO MATEMÁTICO
Reglas del juego	Reglas de construcciones, reglas lógicas, instrucciones, operaciones.
Situaciones iniciales	Axiomas, definiciones, lo “dado”.
Jugadas	Construcciones, deducciones.
Figuras de juego	Medios, expresiones y términos.
Estrategia de juego	Utilización hábil de las reglas, reducción de ejercicios conocidos a fórmulas.
Situaciones resultantes	Nuevos teoremas, nuevos conocimientos.

Tabla 1. Relación entre el juego y el pensamiento matemático.

Retomando los objetivos que persigue el juego, mencionábamos que, principalmente, era el entretenimiento. Ahora bien, los juegos matemáticos por el hecho de ser juegos, ¿persiguen el mismo objetivo?, ¿o están pensados para otros fines? Edo (2008) en su definición de juego matemático nos da la respuesta: *“un buen juego en la clase de matemáticas, puede ser una actividad satisfactoria, generadora de diversión e incluso de placer, pero al mismo tiempo puede requerir al jugador esfuerzo, rigor, atención, memoria, así como puede ser la herramienta adecuada para que se produzcan aprendizajes conceptuales, procedimentales y de actitudes”*. Por tanto, mantiene el objetivo de juego pero va más allá: tienen un gran potencial didáctico en el que si elegimos de forma minuciosa los juegos que llevamos a las aulas podemos conseguir que se produzcan aprendizajes.

2.1.3 Los juegos educativos matemáticos y su clasificación

Para conseguir éste propósito debemos conocer los dos tipos de juegos matemáticos que existen según Gairín (1990): los juegos de conocimiento y los juegos de estrategia. Los juegos de conocimiento son aquellos en los que es necesario que los jugadores utilicen conceptos o algoritmos matemáticos para el correcto desarrollo de éstos. Distinguimos entre juegos pre-instruccionales, co-instruccionales y post-instruccionales según el momento y forma de aplicación.

- Pre-instruccionales: el juego es un vehículo para el aprendizaje ya que mediante éstos descubren nuevos conceptos.
- Co-instruccionales: el juego no es el único recurso del aprendizaje, sino que lo acompaña.
- Post-instruccionales: el juego sirve para afianzar el aprendizaje ya que éste sirve como refuerzo tras haber trabajado el tema.

Por otro lado, distinguimos los juegos de estrategia que son aquellos en los que su práctica requiere poner en práctica habilidades y razonamientos relacionados directamente con las Matemáticas para dar con la estrategia ganadora.

2.1.4 Juegos educativos matemáticos y su enseñanza

Según varios estudios, entre ellos, el realizado por Gairín (1990) la utilización de juegos educativos en el aula tiene efectos beneficiosos. Para que se den estos efectos es necesario buscar la forma más eficaz de aplicarlos, como indica el Informe Cockroft (1985) *“...el empleo cuidadosamente planificado de rompecabezas y juegos matemáticos puede contribuir a clarificar las ideas del programa y a desarrollar el pensamiento lógico”*.

Gairín (1990) establece una serie de indicaciones al profesorado para la correcta aplicación de los juegos matemáticos en el aula y para potenciar al máximo la eficacia de éstos. En primer lugar, se debe mantener un equilibrio entre la “matemática lúdica” y la “matemática seria”; el éxito del juego depende en gran medida del entusiasmo que muestre el profesor/a; el maestro/a toma un rol pasivo aunque siempre debe servirles como guía y corregirles si es necesario; plantear un juego en las aulas requiere la propia experiencia en el juego para poder obtener información sobre las posibles soluciones o las vías que dan a error en el juego.

2.1.5 Ventajas y desventajas del uso de los juegos para aprender las matemáticas

Una vez claras las pautas a seguir para potenciar al máximo los efectos beneficiosos de los juegos matemáticos en los estudiantes vamos a analizar las ventajas y desventajas del uso de los juegos para aprender matemáticas.

Si observamos las investigaciones de Burgess (1969), la de Bright et al. (1985) y el trabajo de Butler (1988), las conclusiones de la efectividad del juego son más precisas: la información es aprendida más deprisa que con otras metodologías, los juegos producen tendencia creciente a asistir regularmente a la escuela, se fomentan los procesos de socialización incluyendo el fomento de amistades interraciales y de grupos descohesionados, los estudiantes obtienen los mismos conocimientos y destrezas que las obtenidas mediante otras situaciones de aprendizaje, es posible que se consiga una mayor motivación en la actividad y no por la materia, los juegos matemáticos mantienen las habilidades matemáticas durante un largo periodo de tiempo, la utilización de la fantasía el estímulo o la curiosidad puede incrementar la efectividad de los juegos, etc.

Aunque las mayores desventajas las tratan Sallan y Amigo (2010) indicando que se encuentran a nivel organizativo, por el desconocimiento de los propios profesores, por la presión de los programas curriculares, autoridades educativas, etc.

2.2 LA PROBABILIDAD

En el presente estudio nos hemos centrado en buscar juegos que trabajen el contenido de la probabilidad, esto es, introducir progresivamente y mediante la experimentación los contenidos que se presentan en el siguiente punto. El objetivo es que el alumnado comience a dar sentido al significado frecuencial y clásico de la probabilidad, así como al significado intuitivo de la misma.

Por tanto, en este apartado abordaremos los conceptos nombrados anteriormente y los relacionaremos con los contenidos del currículo de 4º de Educación Primaria ya que va a ser el curso en el que se va a llevar a cabo el estudio.

2.2.1 Marco legislativo

Para el diseño y la realización de este proyecto se han considerado los documentos legislativos relacionados con la etapa educativa a la que va dirigido.

A continuación se presentan la Ley Orgánica 3/2020 del 29 de diciembre, por la que se modifica la Ley Orgánica 2/2006, de 3 de mayo, de Educación y la Ley Orgánica 8/2013, de 9 de diciembre, para la mejora de la calidad educativa ya que se va a hacer referencia a los dos currículos.

En la Orden ECD/850/2016, de 29 de julio que modifica la Orden de 16 de junio de 2014 que regula el currículo de la Educación Primaria, identificamos que para el curso que nos corresponde en el presente trabajo el contenido de probabilidad se presenta en el “Bloque 5: Estadística y Probabilidad”. En concreto, el contenido que se desglosa para este curso es el siguiente: recogida, ordenación y clasificación de datos en función de más de un criterio, realización e interpretación de gráficos sencillos (diagramas de barras, lineales y circulares), estimaciones basadas en la experiencia sobre el resultado (posible, imposible, seguro) de situaciones en las que interviene el azar.

Por su parte, Orden ECD/1112/2022, de 18 de julio, por la que se aprueban el currículo y las características de la evaluación de la Educación Primaria, se introduce el sentido estocástico, el cual se orienta hacia el razonamiento y la interpretación de datos y valoración crítica, además, comprende los saberes vinculados con la comprensión y comunicación de fenómenos aleatorios en situaciones de la vida cotidiana. En el sentido estocástico, se indica que se debe prestar atención a los diferentes significados de probabilidad: intuitivo, clásico y frecuencial y apostar por el aprendizaje a través de la experiencia. En cuanto a la concreción de los saberes básicos para el segundo ciclo, los conocimientos, destrezas y actitudes que incluye el documento curricular son, para el punto “E.2. Predictibilidad e incertidumbre: Reconocimiento de la incertidumbre en situaciones de la vida cotidiana y mediante la realización de experimentos. Identificación de suceso seguro, suceso posible y suceso imposible. Comparación de la probabilidad de dos sucesos de forma intuitiva”. (Orden ECD/1112/2022, p. 26112). Además, en la propuesta que se describirá a continuación se consideran ciertos saberes correspondientes al apartado E.1. Distribución e inferencia. En particular, consideramos la elaboración de gráficos estadísticos, como el gráfico de barras y el gráfico circular.

También, se espera el desarrollo de estrategias sencillas para la recogida, clasificación y organización de datos cuantitativos discretos.

Aunque pueda existir cierta conexión entre los contenidos o saberes presentados en ambos documentos curriculares, se observa una caracterización más detallada y completa de los mismos en el nuevo currículo. Además, un aspecto para destacar del nuevo documento curricular es la caracterización de situaciones de aprendizaje que han supuesto una guía para el diseño de las situaciones planteadas. Otro elemento que ha favorecido al diseño de la propuesta se corresponde con el apartado en el que se presentan las sugerencias didácticas y metodológicas que han sido consideradas para la elaboración de nuestra propuesta. En este sentido, se expresa que el trabajo se realice en torno a pequeños grupos, debido a los efectos positivos que tiene para el proceso de aprendizaje del alumnado. Este aspecto se ha considerado en la metodología de la propuesta presentada como se describirá en el apartado correspondiente.

Atendiendo a la caracterización del sentido estocástico, se presentan una serie de significados de la probabilidad que son objeto de trabajo en la etapa escolar en la que nos enmarcamos. Los siguientes apartados buscan caracterizar los tres significados que se pretenden movilizar a través de los juegos planteados a los alumnos: significado intuitivo de la probabilidad, significado frecuencial de la probabilidad y significado clásico de la probabilidad.

2.2.2 Significado intuitivo de probabilidad

Alsina y Vásquez (2016) definen el significado intuitivo de probabilidad como aquel que utiliza términos de uso común para referirse a la incertidumbre y expresar el grado de creencia en relación con sucesos inciertos, es decir, aquel que realiza una evaluación personal de probabilidad en lugar de ser teórica o experimental. Los

términos de uso común a los que hacen referencia Alsina y Vásquez son, por ejemplo: “más probable que”, “menos probable que”, o “igual de probable que”. Dicho significado de la probabilidad es el primero que se adquiere y se empieza a construir en los primeros años de vida.

2.2.3 Significado clásico de probabilidad

Todo indica que el punto de partida de la teoría de la probabilidad es el estudio de los juegos de azar que en todas las culturas se han practicado desde la antigüedad.

La primera definición formal acerca de la probabilidad viene de la mano de Moivre (1718) en *The Doctrine of Chances* en la que indica: “*Si constituimos una fracción cuyo numerador es el número de chances (posibilidades) con la que el suceso podría ocurrir y el denominador el número de chances con las que puede ocurrir o fallar, esta fracción será una definición propia de la probabilidad de ocurrencia*” (p.1).

Tiempo después, Laplace (1995) publica un texto sobre el tema donde aparece la definición que conocemos, actualmente, como Regla de Laplace. Para dicho autor, la probabilidad de un suceso se entiende como “*una fracción cuyo numerador es el número de casos favorables y cuyo denominador el número de todos los casos posibles*” (p.28).

Para poder poner en práctica la Regla de Laplace debemos tener en cuenta que todos los eventos del espacio muestral deben ser equiprobables, esto es, que todos los sucesos posibles del espacio muestral del experimento tienen que tener la misma probabilidad de ocurrencia. Si por el contrario éstos no lo son, serán no equiprobables.

2.2.4 Significado frecuencial de probabilidad

Von Mises (1952/1928) fue el primero en definir la probabilidad en su concepción frecuencial como el valor hacia el cual tiende la frecuencia relativa en un gran número de ensayos.

Para hablar del significado frecuencial de la probabilidad es necesario introducir y comprender la Ley de los grandes números en la que se basa la afirmación anterior. En ella se indica que *“cuantas más tentativas se hagan, más reducido es el porcentaje de éxito del valor de la probabilidad”* (Bernouilli, 1713).

Dicha definición frecuencial de la probabilidad permite aumentar la posibilidad de cálculo de probabilidades ya que no se exige que los sucesos elementales sean equiprobables.

3. ANÁLISIS DE LOS JUEGOS EDUCATIVOS

MATEMÁTICOS

En el actual apartado se va a realizar un análisis de diferentes juegos educativos matemáticos, concretamente de tres: “Carrera de coches”, “Cruzar el río”, “Carrera de caballos” y una actividad experimental: “La caja mágica”.

Todos ellos tienen en común que se va a trabajar conceptos clave de la probabilidad, además, se van a llevar al aula en un momento en el que no han visto ninguno de los términos ya que la probabilidad pertenece a uno de los temas que se dan en los últimos temas del libro, por lo que estamos ante juegos de conocimiento, concretamente, pre-instruccionales y que, a su vez, los alumnos deben emplear ciertas estrategias favorecedoras para conseguir ganar.

3.1 “CARRERA DE COCHES”

Número de jugadores

Tres, uno para cada uno de los coches (rojo, verde y amarillo).

Objetivos didácticos

- Recoger y registrar información cuantificable utilizando recursos sencillos de representación gráfica: gráfico de barras y gráfico circular.
- Introducción de los términos “más probable que”, “menos probable que” e “igual de probable que”, esto es, el significado intuitivo de probabilidad.
- Cálculo o estimación de la probabilidad de los sucesos a través de la experimentación, asociado con el significado frecuencial de la probabilidad.

Materiales

El tablero de juego mostrado en la Figura 1 se les proporciona en las fichas de trabajo y se compone de una cuadrícula con cuarenta y cinco casillas que corresponden a los movimientos posibles de los coches rojo, azul y amarillo, siendo la casilla cuarenta y cinco la que indica la meta.

El segundo de los materiales que requiere este juego son dos monedas de un euro. Éstas son las que van a indicar qué coche debe avanzar en cada una de las tiradas.

Es importante destacar el papel fundamental que juegan las fichas de trabajo en cada uno de los juegos y actividades ya que les permite dar unas respuestas iniciales que van modificando a lo largo de la sesión tras haber reflexionado sobre conceptos que trabajan de forma experimental con la ayuda de las preguntas realizadas que inducen a la reflexión de las mismas. (*Véase las fichas de trabajo en el Anexo*).

- Hacer estimaciones basadas en la experiencia sobre el resultado (sucesos posibles e imposibles) de situaciones sencillas en las que interviene el azar.
- Cálculo de probabilidades mediante la información obtenida en la experimentación del juego, asociado al significado frecuencial de probabilidad.

Materiales

El tablero de juego mostrado en la Figura 2 se les proporciona en las fichas de trabajo y está formado por doce casillas numeradas del uno al doce en las que deberán colocar las fichas de juego.

Por otra parte, es necesaria la utilización de dos dados convencionales de seis caras que indicarán cuáles son las fichas que deben “cruzar el río”.

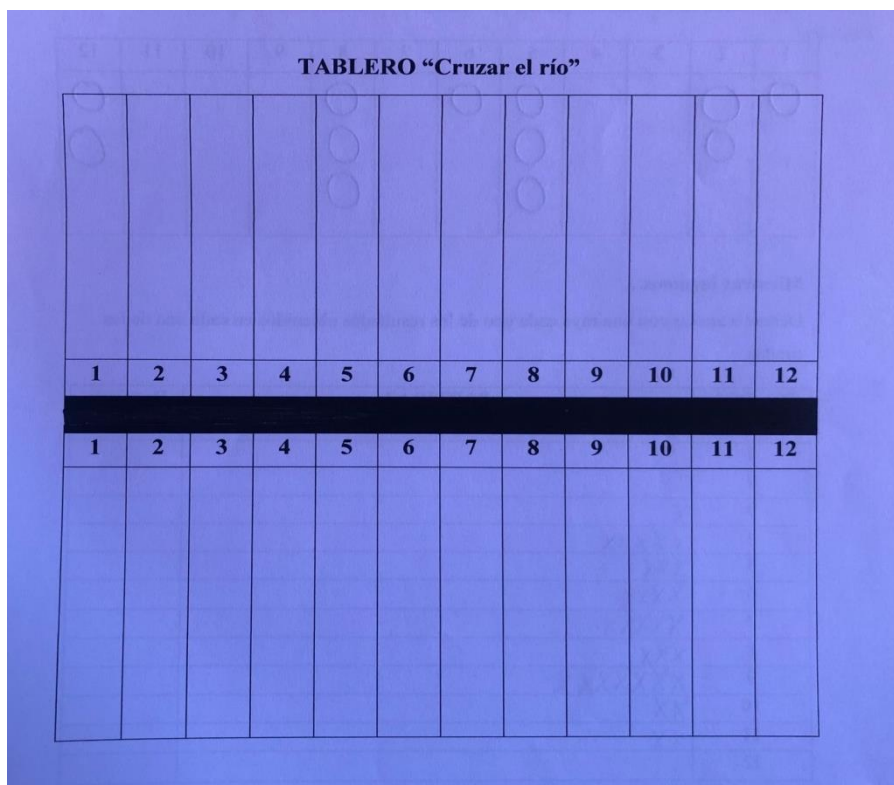


Figura 2. Tablero de juego “Cruzar el río”.

Descripción y reglas del juego

El juego está diseñado para la participación de dos jugadores; cada uno de ellos dispone de doce fichas. El objetivo del juego es “cruzar el río”, es decir, conseguir que todas las fichas pasen de un lado a otro. Para ello, dispondrán de dos dados que deberán tirar, sumar los puntos obtenidos en las caras superiores de los dados y pasar la ficha o las fichas que están situadas en dicho número. Gana el primer jugador que consigue pasar al otro lado del río todas las fichas. La primera indicación que se les dará será: “reparte las doce fichas en los números como tú quieras, es decir, puedes poner una ficha en cada número, varias en un número, etc.”

3.3 “CARRERA DE CABALLOS”

Número de jugadores

De dos a seis.

Objetivos didácticos

- Realizar e interpretar representaciones gráficas: gráfico de barras.
- Hacer estimaciones basadas en la experiencia sobre el resultado (sucesos posibles e imposibles) de situaciones sencillas en las que interviene el azar.
- Reflexión sobre la equiprobabilidad y la no equiprobabilidad de los materiales utilizados.
- Cálculo de probabilidades mediante la información obtenida en la experimentación del juego, asociado al significado frecuencial de probabilidad.



Figuras 4, 5 y 6. Dado trucado.

Descripción y reglas del juego

Cada jugador coloca su ficha en la casilla de salida sobre el caballo al que apuesta. Se lanzará un dado y el número obtenido será el caballo que avance una posición. Gana el que antes llegue a la meta.

3.4 “LA CAJA MÁGICA”

Número de participantes

Indefinidos.

Objetivos didácticos

- Trabajar el significado frecuencial de la probabilidad mediante la experimentación.
- Conectar el significado clásico con significado frecuencial a través de la experimentación.
- Valorar la experimentación para la estimación de la probabilidad.

Materiales

Una bolsa opaca negra que se muestra en la Figura 7 cuyo objetivo principal es que no se vea el color que tienen las diferentes bolas.

El interior de la bolsa contiene siete bolas rosas y tres bolas verdes para cada uno de los grupos que se muestran en la Figura 8 y con las que se va a realizar el estudio de la probabilidad trabajando el significado frecuencial y clásico de ésta.



Figura 7. Bolsa negra opaca.



Figura 8. Bolsa con siete bolas rosas y tres bolas verdes.

Descripción y reglas

Disponemos de una bolsa: “La caja mágica”. En dicha bolsa disponemos de diez bolas del mismo tamaño pero de dos colores diferentes: rosa y verde. Se va a realizar el experimento de sacar una bola al azar (sin mirar) y se va a averiguar qué color es más probable que salga en la “caja mágica”.

4. METODOLOGÍA DE APLICACIÓN EN EL AULA

En el presente apartado, en primer lugar, se va a contextualizar tanto el centro como el aula en los que se lleva a cabo el estudio, posteriormente, se explica la metodología a seguir, la temporalización y cómo se van a tomar los datos.

4.1 CONTEXTUALIZACIÓN DEL CENTRO

El CEIP Juan XXIII se encuentra en la ciudad de Zaragoza, en la calle Juan XXIII, esto es, el distrito Delicias.

Tras consultar los datos proporcionados por el Ayuntamiento de Zaragoza, Delicias es el barrio, junto al Casco Histórico, que mayor densidad y población extranjera tiene ya que es de 33.459,42 hab/km² y de 22,83%, respectivamente, frente a 726,35 hab/km² y 14,25% de media en Zaragoza. Por otro lado, también destaca por su población envejecida con numerosos casos de ancianos que viven solos siendo la edad media 46,9 años. El nivel de renta es bajo y desigual según sectores ya que existen subdistritos como Ciudad Jardín que tiene una renta superior a la media de la ciudad y la zona antigua y central de Delicias conforman los dos subdistritos más pobres de la ciudad. Por tanto, la renta media del distrito es de 10.156 euros por persona frente a

11.620 euros de media en la ciudad, 1.463 euros menos. El nivel de personas sin estudios es de 35,92% y el de estudios superiores es de 11,3%.

El centro Juan XXIII es un claro reflejo del distrito: se caracteriza fundamentalmente por una gran diversidad cultural, ya que acoge un importante sector de población de origen eminentemente extranjero. Por otra parte, igual que sucede en el barrio, el nivel socioeconómico de muchas de las familias que tienen hijos e hijas matriculados en el centro, es medio-bajo. En algunas ocasiones, se dan incluso situaciones de desestructuración familiar, presentándose necesidades no de tipo económico, sino social y personal. El nivel de estudios medio es muy bajo, registrándose incluso casos de analfabetismo, especialmente en las familias procedentes de África. Estas situaciones repercuten en la implicación de los padres y madres en el proceso educativo de los alumnos y alumnas del centro, en algunos casos, por la imposibilidad de comunicarse con los maestros y maestras del centro o por no poder ayudar con las tareas y contenidos trabajados en clase.

El centro acoge dos vías por curso que comprenden desde 1º de Educación Infantil hasta 6º de Educación Primaria. Los espacios que dispone el centro son: una biblioteca reformada recientemente, un gimnasio, un aula de música, un comedor y dos patios. En cuanto a los recursos de aula, todas ellas disponen de recursos TIC como un proyector, una pizarra digital, un ordenador para el maestro y otros dos a disposición del alumnado. Además, todas ellas cuentan con una pizarra tradicional.

4.2 CONTEXTUALIZACIÓN DEL AULA

El estudio se ha llevado a cabo en un aula de 4º de Educación Primaria. El centro acoge dos vías por curso por lo que la asignada, a su vez, es la correspondiente al grupo

4ºA. El grupo-clase está formado por veintidós alumnos y alumnas con características y necesidades educativas diferentes y, por tanto, con ritmos de aprendizaje muy dispares.

Los alumnos de 4ºA son, mayormente, de origen extranjero, lo que refleja claramente el gran porcentaje de éstos en el resto del centro. En el aula conviven trece nacionalidades diferentes y, a pesar de que predomina la rumana en todo el centro, no ocurre en esta clase.

El nivel socioeconómico es, por lo general, bajo. Además, se aprecian claras necesidades de tipo social, como familias desestructuradas o poca implicación por parte de algunas familias en el proceso educativo.

Todo ello afecta directamente al rendimiento de los alumnos y alumnas de forma que coincide en la mayor parte de los casos que las familias que se implican en el proceso de enseñanza-aprendizaje se refleja en sus hijos con un mayor interés, esfuerzo y, por tanto, mejores resultados y lo mismo ocurre en el caso contrario, las familias que no se implican suelen coincidir con actitudes de sus hijos pasivas, una gran falta de atención, hiperactividad y resultados en el aprendizaje bajos.

Se percibe un número elevado de casos que presentan inatención, o bien por falta de calidad atencional o bien por problemas en la atención sostenida junto con actitudes impulsivas, inquietud o movimiento constante. Estos aspectos se tienen en cuenta en la distribución de los alumnos y alumnas por el espacio de forma que se procura que dos alumnos con estas características no estén cerca para evitar distracciones mayores.

Por otra parte, a pesar del elevado porcentaje de alumnos y alumnas de origen extranjero, no hay ningún problema con la comunicación o el idioma ya que se trata de

segundas o terceras generaciones de inmigrantes o bien extranjeros que provienen de países latinoamericanos, únicamente existe un caso que se explicará a continuación.

En cuanto a los alumnos con necesidades específicas de apoyo educativo el porcentaje es un tanto alarmante, ya que el 27,27% de los alumnos y alumnas pertenecen a éste grupo. Éstos reciben apoyo en diferentes áreas como son Matemáticas y Lengua Castellana durante dos horas a la semana. Hay un caso con dificultades en el idioma, el alumno está en un programa de inmersión lingüística ya que éste se mudó a España en el primer trimestre del curso desde Armenia y no conocía nada el castellano. Recibe apoyo por parte de la PT en las áreas de Matemáticas, Lengua Castellana, Ciencias Sociales y Ciencias de la Naturaleza, al menos, dos horas al día. El pronóstico es muy bueno ya que se comunica correctamente (aunque le falta vocabulario) y tiene capacidades suficientes como para superar con éxito el curso.

Tanto por parte de la maestra-tutora, como por parte de todo el equipo docente y personal del centro se intenta atender a las necesidades de todos los alumnos y alumnas del grupo-clase y del centro en general.

El grupo-clase presenta una escasa cohesión. No es usual que se den situaciones de acoso escolar, conflictos o enfrentamientos graves pero sí que existen pequeñas disputas entre algunos de ellos. Esto hace que se formen, a su vez, grupos pequeños en los que el eje común de estos son gustos o preferencias y, en algunos casos, la nacionalidad.

La escasa cohesión afecta de manera directa al trabajo de clase ya que, en algunas ocasiones, la maestra apuesta por el trabajo cooperativo y a menudo surgen quejas o pequeños conflictos por los agrupamientos realizados.

Por otro lado, había un claro caso de aislamiento. Esto se debía a que en el segundo trimestre se incorporó en el centro y la adaptación a un nuevo país y a un nuevo centro le ha resultado complicada. Recientemente, se ha incorporado un nuevo niño del mismo país que el anterior y el aislamiento ha desaparecido.

4.3 TEMPORALIZACIÓN Y METODOLOGÍA

El tiempo empleado para implementar los juegos en el aula se vio limitado por la programación anual del centro, por lo que se dispuso de cincuenta minutos por cada juego teniendo así un total de tres horas y veinte minutos destinados a dicha intervención. El tiempo disponible se distribuyó en cuatro sesiones realizadas en la cuarta y quinta semana de abril, en los días que se indican a continuación.

FECHA	TIEMPO	JUEGO
22 de Abril	50 min	“Carrera de coches”
26 de Abril	50 min	“Cruzar el río”
29 de Abril	50 min	“Carrera de caballos”
29 de Abril	50 min	“La caja mágica”

Tabla 2. Temporalización por sesión.

A continuación, se presenta la distribución temporal por sesión que se va a llevar a cabo junto con los pasos a seguir en cada fragmentación del tiempo.

TEMPORALIZACIÓN	ORGANIZACIÓN EN EL AULA
10 minutos	Presentación y explicación de las reglas del juego
5 minutos	Reparto del material
25 minutos	Juego y trabajo autónomo

10 minutos	Reflexión sobre las respuestas dadas
------------	--------------------------------------

Tabla 3. Distribución temporal a seguir en las sesiones de intervención.

La metodología que comparten los juegos y la actividad experimental es, primeramente, el trabajo cooperativo. El trabajo cooperativo está presente de alguna manera en todas las sesiones, no en el propio juego porque son rivales, sino a la hora de compartir reflexiones para llegar a construir el conocimiento. Por otro lado, la gamificación es un tipo de metodología cuyo objetivo principal es aprender jugando, además, su carácter lúdico favorece la interiorización de los conocimientos, por lo que los juegos educativos matemáticos son un buen recurso para conseguir dichos propósitos.

Además, es importante destacar la metodología empleada en las fichas de trabajo. Las fichas de trabajo están estructuradas de tal forma que cada pregunta realizada durante las partidas del juego les hace reflexionar sobre la respuesta dada anteriormente, a su vez, dichas preguntas guían y/o acompañan el conocimiento que emerge en el aula.

4.4 RECOGIDA DE DATOS

La recogida de datos se ha llevado a cabo mediante la observación directa y el análisis de las repuestas dadas en las fichas de trabajo realizadas en cada una de las sesiones para cada uno de los juegos propuestos.

5. EXPERIMENTACIÓN Y ANÁLISIS DE LOS RESULTADOS

La puesta en práctica de los juegos “Carrera de coches”, “Cruzar el río”, “Carrera de caballos” y la actividad experimental “La caja mágica” se desarrolló en el curso de 4ºA.

Debido a que el tiempo era muy limitado, ya que me tuve que ajustar al horario establecido y a la programación, en algunas ocasiones se modificó la organización temporal del aula, es decir, se tuvo que intervenir en varias ocasiones en el trabajo autónomo para reconducirles en el aprendizaje por las dudas que presentaban en la realización de las fichas y en alguna de las sesiones no se acabó el trabajo programado para dicha sesión, aunque sí que se consiguió reflexionar sobre la experimentación realizada en cada una de ellas.

A continuación se presenta la información más relevante sobre la implementación de los juegos y la experimentación y el análisis de los resultados que se han considerado de mayor interés, esto son, las respuestas más significativas de los juegos: “Carrera de coches”, “Cruzar el río”, “Carrera de caballos” y la actividad experimental: “La caja mágica”.

5.1 IMPLEMENTACIÓN DE LOS JUEGOS

Los juegos fueron llevados a cabo al aula en un momento en el que no habían visto ningún término relacionado con la probabilidad ya que éstos contenidos suelen aparecer en los últimos temas del libro. Por tanto, estamos hablando de juegos pre-instruccionales en los que se pretende, mediante la experimentación, llegar al conocimiento de estos nuevos conceptos.

Las agrupaciones realizadas en los siguientes juegos no estuvieron regidas por los resultados académicos sino por afinidad ya que, como he mencionado anteriormente, es una clase poco cohesionada y a menudo surgen pequeños conflictos entre ellos, así que se consideró primordial evitarlos desde el principio. Además, también se tuvo en cuenta no agrupar juntos a alumnos que presenten rasgos de hiperactividad ya que esto provoca que no realicen sus tareas.

5.1.1 Implementación Juego 1: “Carrera de coches”

La agrupación realizada para el siguiente juego fue de tres alumnos por grupo, un alumno por cada coche, formándose un total de siete grupos.

En los primeros diez minutos se presentó el juego y se explicaron las reglas, a su vez, repartía las hojas sobre las que iban a trabajar y, posteriormente, el material necesario para jugar, en este caso, las monedas. Tras preguntar si el juego había quedado claro y recibir una respuesta unánime afirmativa, se les indicó que comenzaran a responder la primera pregunta de la ficha situada en el apartado “Antes de jugar”.

Tras estas indicaciones procedí a pasarme por los grupos formados y, en muchas ocasiones se me preguntó que cómo se jugaba. Esto refleja la gran inatención que presenta el grupo-clase. Por lo que se explicó nuevamente en qué consistía el juego y lo que debían de hacer antes de jugar.

Una vez comprobado que habían respondido a la primera pregunta, se les animó a jugar. Mientras jugaban a menudo surgían dudas de qué parte de la moneda era la cara y qué parte era la cruz, así que les anoté en el tablero a todos los grupos cuál era cada parte con un dibujo para que no hubiese confusiones.

Los ritmos de juego en los diferentes grupos eran muy dispares por lo que se les indicó que en cuanto acabaran de jugar continuaran con las preguntas del apartado “Después de jugar”.

La primera de las dificultades surgió a la hora de representar la información en el primero de los gráficos ya que muchos de ellos decían “no sé cómo hacerlo”. Tras estos comentarios se les dio la pista de observar el tablero de juego ya que en el mismo se observaba una representación en barras de los tres coches.

Anexo I
TABLERO "Carrera de coches"
(Anota con una cruz las posiciones que avanza cada uno de los coches)

	M	E	T	A
1				
2				
3				
4				
5				
6				
7				
8				
9				
10				
11				
12				
13				
14				
15				
16				
17				
18				
19				
20				
21				
22				
23				
24				
25				
26				
27				
28				
29				
30				
31				
32				
33				
34				
35				
36				
37				
38				
39				
40				
41				
42				
43				
44				
45				
46				
47				
48				
49				
50				
51				
52				
53				
54				
55				
56				
57				
58				
59				
60				
61				
62				
63				
64				
65				
66				
67				
68				
69				
70				
71				
72				
73				
74				
75				
76				
77				
78				
79				
80				
81				
82				
83				
84				
85				
86				
87				
88				
89				
90				
91				
92				
93				
94				
95				
96				
97				
98				
99				
100				
101				
102				
103				
104				
105				
106				
107				
108				
109				
110				
111				
112				
113				
114				
115				
116				
117				
118				
119				
120				
121				
122				
123				
124				
125				
126				
127				
128				
129				
130				
131				
132				
133				
134				
135				
136				
137				
138				
139				
140				
141				
142				
143				
144				
145				
146				
147				
148				
149				
150				
151				
152				
153				
154				
155				
156				
157				
158				
159				
160				
161				
162				
163				
164				
165				
166				
167				
168				
169				
170				
171				
172				
173				
174				
175				
176				
177				
178				
179				
180				
181				
182				
183				
184				
185				
186				
187				
188				
189				
190				
191				
192				
193				
194				
195				
196				
197				
198				
199				
200				
201				
202				
203				
204				
205				
206				
207				
208				
209				
210				
211				
212				
213				
214				
215				
216				
217				
218				
219				
220				
221				
222				
223				
224				
225				
226				
227				
228				
229				
230				
231				
232				
233				
234				
235				
236				
237				
238				
239				
240				
241				
242				
243				
244				
245				
246				
247				
248				
249				
250				
251				
252				
253				
254				
255				
256				
257				
258				
259				
260				
261				
262				
263				
264				
265				
266				
267				
268				
269				
270				
271				
272				
273				
274				
275				
276				
277				
278				
279				
280				
281				
282				
283				
284				
285				
286				
287				
288				
289				
290				
291				
292				
293				
294				
295				
296				
297				
298				
299				
300				
301				
302				
303				
304				
305				
306				
307				
308				
309				
310				
311				
312				
313				
314				
315				
316				
317				
318				
319				
320				
321				
322				
323				
324				
325				
326				
327				
328				
329				
330				
331				
332				
333				
334				
335				
336				
337				
338				
339				
340				
341				
342				
343				
344				
345				
346				
347				
348				
349				
350				
351				
352				
353				
354				
355				
356				
357				
358				
359				
360				
361				
362				
363				
364				
365				
366				
367				
368				
369				
370				
371				
372				
373				
374				
375				
376				
377				
378				
379				
380				
381				
382				
383				
384				
385				
386				
387				
388				
389				
390				
391				
392				
393				
394				
395				
396				
397				
398				
399				
400				
401				
402				
403				
404				
405				
406				
407				
408				
409				
410				
411				
412				
413				
414				
415				
416				
417				
418				
419				
420				
421				
422				
423				
424				
425				
426				

¿te parecen justas las reglas del juego?”. En dicha reflexión se introdujeron los términos “más probable que”, “menos probable que” e “igual de probable”, esto es, el significado intuitivo de la probabilidad.

5.1.2 Implementación Juego 2: “Cruzar el río”

La agrupación realizada para el siguiente juego fue por parejas. De esta forma, se formaron nueve parejas en total.

La sesión comenzó y los primeros cinco minutos fueron dedicados a presentar el juego y explicar las reglas. Después, se repartieron las hojas sobre las que iban a trabajar y el material necesario para jugar, en este caso, dos dados convencionales de seis caras a cada una de las parejas. Tras preguntar si el juego había quedado claro y recibir una respuesta unánime afirmativa, se les indicó que comenzaran a responder la primera pregunta de la ficha situada en el apartado “Antes de jugar” de la primera partida.

Nuevamente, al pasar al trabajo autónomo y realizar las observaciones por los diferentes grupos, los grupos volvían a preguntar cómo se jugaba al juego y qué tenían que hacer, hecho que sucedió en el Juego 1. Por tanto, se volvieron a explicar las reglas del juego y se les invitó a jugar.

Dicho juego no presentó grandes dificultades ya que el procedimiento era muy sencillo: debían tirar los dados, sumar los números obtenidos y anotarlo. Y, las preguntas posteriores les hacían reflexionar sobre lo ocurrido en la partida.

Debido al tiempo tan limitado que disponíamos no se pudieron acabar las fichas programadas para la sesión ya que cada una de las partidas duró más tiempo de lo esperado. Así pues, todos los grupos realizaron al menos dos partidas y se pusieron en

común las reflexiones realizadas a partir de las preguntas de la partida 1 y 2. Esto es, reflexionar acerca de qué números son un suceso posible y cuáles son un suceso imposible (estimaciones basadas en la experiencia sobre el resultado de situaciones sencillas en las que interviene el azar), además de si dichos sucesos son equiprobables o no equiprobables (significado clásico de probabilidad).

El tiempo destinado al juego y al trabajo autónomo fue de treinta minutos aproximadamente y, por tanto, los últimos diez minutos de la sesión se destinaron a la reflexión grupal.

5.1.3 Implementación Juego 3: “Carrera de caballos”

La agrupación realizada para el tercero de los juegos fue en grupos de cuatro, formando un total de cinco grupos.

La estructura metodológica y temporal es muy similar a la de los juegos anteriores, es decir, los primeros diez minutos se presenta y se explica el juego, después se reparte el material, en este caso, el dado trucado y, finalmente se anima a que jueguen y reflexionen mediante las fichas de trabajo.

Primero, se les indica que deben contestar a la pregunta perteneciente al apartado “Antes de jugar” en la que eligen el caballo con el que van a jugar. Posteriormente, empieza el juego. Se le dedican unos quince minutos a las dos partidas del juego.

La primera de las dificultades surgió en el gráfico, donde varios de ellos preguntaron: “¿este se hace como los que hicimos el otro día, no?”. Dicha pregunta se realizó porque en el juego 1 se les dio una pista para que vieran cómo podían realizar un gráfico de barras mediante los datos obtenidos, a lo que se le respondió que sí.

La segunda de las dificultades surgió en la tabla de la probabilidad, en la que se les indica que deben rellenar con su expresión verbal y con la probabilidad numérica con cada uno de los números de los caballos. Se les indicó, nuevamente, que para rellenar la expresión verbal tenían que fijarse en las veces que habían tirado el dado y de todas ellas, cuántas había salido el número que les indicaban. Una vez hecho esto, se les explicó que en el apartado de la probabilidad numérica únicamente tenían que fijarse en lo que habían escrito y transformarlo en números. Además, se les puso un ejemplo: “si tengo dos caramelos de fresa y uno de limón, ¿cuál es la probabilidad de que saque uno de limón?, ¿y uno de fresa?”. Para que llegaran a las conclusiones necesarias se les siguió preguntando: “¿cuántos caramelos hay en total?”, “¿y de limón?”, “¿y de fresa?”, “entonces la probabilidad es uno de tres para el limón y dos de tres para el de fresa, ¿no?”, “ahora bien, ¿cómo se escribe lo que acabamos de decir en forma de fracción?”.

Por último y enlazando la reflexión con este último ejercicio, se procedió a reflexionar sobre lo visto en la sesión: la equiprobabilidad de un dado convencional y la no equiprobabilidad del dado trucado, es decir, el significado frecuencial de probabilidad.

5.1.4 Implementación Actividad Experimental: “La caja mágica”

La agrupación realizada para la última actividad es, como el Juego 3, de cuatro miembros por grupo, siendo un total de cinco grupos.

Como los juegos anteriores, la estructura y la metodología es la misma por lo que paso a la explicación del desarrollo del juego.

Antes de comenzar a jugar, se les pide que contesten a la pregunta que aparece en el apartado “Antes de jugar”. Después, se les invita a sigan las instrucciones que se les indican en la ficha de trabajo y jueguen. Una vez rellenaron todos la primera tabla

que aparece en las fichas, se les indicó que la segunda se haría conjuntamente con el resto de grupos. Posteriormente, siguieron con el trabajo autónomo.

La única dificultad que surgió en la realización de las fichas fue en los gráficos circulares. Dicha dificultad surgió porque cada uno de los gráficos estaba dividido en diez partes iguales y los datos que tenían que tener en cuenta para rellenarlo comprendían hasta el número cien. Por tanto, se les hizo reflexionar sobre la relación que podían tener el diez y el cien.

Por último, los diez minutos restantes de sesión se dedicaron a reflexionar sobre la actividad trabajada en la sesión, esto es, el significado frecuencial de la probabilidad en la experimentación y el significado clásico en la representación de los gráficos circulares, intentando así que relacionaran estos dos significados.

5.2 ANÁLISIS DE LOS RESULTADOS

A continuación se van a analizar e interpretar las respuestas a las preguntas más significativas de los juegos “Carrera de coches”, “Cruzar el río”, “Carrera de caballos” y la actividad experimental “La caja mágica”.

5.2.1 Análisis de los resultados del Juego 1: “Carrera de coches”

En primer lugar, se va a analizar la primera de las preguntas realizada antes de comenzar el juego “Carrera de coches” y cuyo fin es averiguar cuáles son sus creencias en relación a la aleatoriedad.

Cuestión nº 1: “Antes de jugar, ¿qué coche vas a elegir?, ¿por qué?”

RESPUESTAS	Nº ALUMNOS
Color favorito	14

Tiene probabilidades de ganar	3
Da suerte	1
Otras respuestas	3

Tabla 4. Respuestas a la Cuestión nº 1 del Juego 1.

Analizando la Tabla 4, los resultados obtenidos indican una clara tendencia a elegir el coche porque es “su color favorito” siendo catorce de las veintiún respuestas totales, es decir, un 66,66%.

Por otro lado, es muy interesante ver como tres respuestas ya contemplan el término “tener probabilidad de”, aunque analizando estos tres casos concretos podemos ver más profundamente sus justificaciones:

Niño 1: *“amarillo, porque cuando las monedas de un euro se ponen en cara y cruz puedo moverme en las casillas y tengo más probabilidades”.*

Niño 2: *“el rojo porque es muy fácil tener las dos monedas en las cruces”.*

Niño 3: *“voy a elegir el coche amarillo porque yo creo que hay más posibilidades y además es mi color favorito”.*

En el caso del “Niño 1” su justificación es correcta y se dio cuenta desde el principio que el coche ganador era el amarillo, en el caso del “Niño 2” contempla los términos de más probable y menos probable (significado intuitivo de probabilidad) pero llega a un razonamiento erróneo y en el caso del “Niño 3” introduce el término “más posibilidades” pero no lo justifica y lo refuerza con “es mi color favorito”.

A continuación, se analizan las respuestas tras el juego. El objetivo de la pregunta es comprobar si mediante la experimentación se dan cuenta de que “cara y

cruz” tiene el doble de posibilidades de salir y que, por tanto, el amarillo ganará en la mayor parte de las ocasiones. A su vez, se espera que desechen la opción de “la suerte”.

Cuestión nº 2: “Después de jugar. Observa el resultado. Si tuvieses que elegir de nuevo un coche, ¿cuál elegirías y por qué?”

RESPUESTAS	Nº ALUMNOS
“Amarillo porque sale más cara y cruz”/ ”tiene más posibilidades de salir”	12
“Amarillo porque da suerte”	2
Azul	3
Rojo	4

Tabla 5. Respuestas a la Cuestión nº 2 del Juego 1.

En esta ocasión, como se muestra en la Tabla 5, cambian drásticamente las respuestas ya que la respuesta más repetida es “amarillo porque sale más cara y cruz” / “tiene más posibilidades de salir” siendo doce alumnos los que lo responden frente a tres en la ocasión anterior. Por tanto, se obtienen los progresos esperados ya que las elecciones de la mayor parte de los alumnos ahora no se rigen por factores externos o “la suerte”.

La siguiente de las actividades que se va a analizar es la “representación de un gráfico circular”. En dicha actividad se pretende que los alumnos observen los datos de la tabla de las probabilidades y realicen una representación aproximada de los datos para que, de forma visual plasmen la probabilidad de que gane cada uno de los coches.

Cuestión nº 3: “Representa la información de la tabla en el siguiente gráfico circular”

RESPUESTAS	Nº ALUMNOS
Representación correcta aproximada: 50% Amarillo, 25% Azul, 25%	13

Rojo	
Representación con porcentajes erróneos: 45% Amarillo, 27% Azul, 33% Rojo / 44% Amarillo, 32% Azul, 29% Rojo	8

Tabla 6. Respuestas a la Cuestión nº 3 del Juego 1.

Podemos observar en la Tabla 6 que el 61,9% de los casos realizaron una representación aproximada de las probabilidades de los coches rojo, azul y amarillo correctamente (Figura 10), y el 38,1% que equivale a las ocho respuestas restantes, realizan una representación con porcentajes erróneos (Figura 11), por lo que ésta no es correcta.

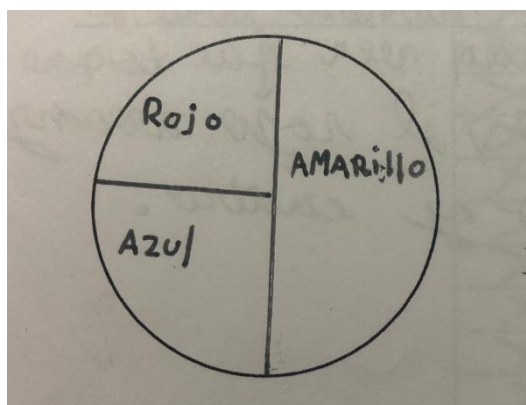


Figura 10. Ejemplo de representación aproximada de las probabilidades de los coches rojo, azul y amarillo.

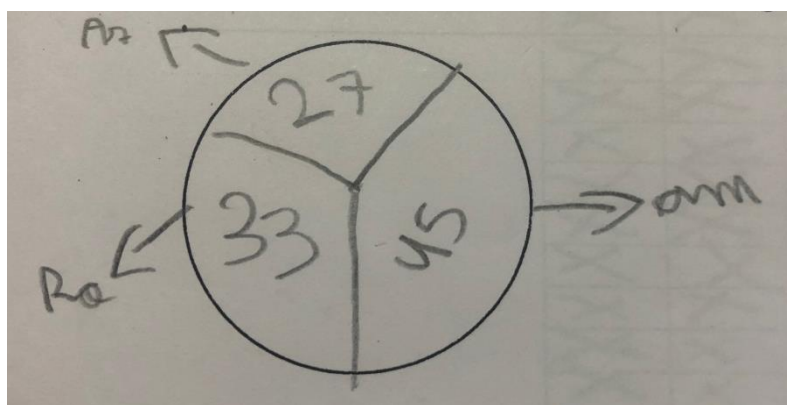


Figura 11. Ejemplo de representación errónea de las probabilidades de los coches rojo, azul y amarillo.

En el primero de los casos, dividieron el gráfico circular por la mitad, a una de las mitades le asignaron la probabilidad del coche amarillo y la otra de las mitades la dividieron nuevamente en dos partes iguales estableciendo que una de las partes era la probabilidad del coche azul y la otra, la del coche rojo.

En el segundo de los casos, siguieron exhaustivamente los datos de la tabla, es decir, rellenaron el gráfico circular con lo escrito en la siguiente afirmación: “*Probabilidad de que avance el coche rojo. De cada ___ veces que lance las monedas espero que ___ veces salga dos caras*”. Lo que ocurrió fue que en la mayor parte de los casos el número de lanzamiento de monedas era algo superior a cien veces por lo que los porcentajes había que ajustarlos para que fueran correctos. Ejemplo: “*Probabilidad de que avance el coche rojo. De cada 105 veces que lance las monedas espero que 33 veces salga dos caras*. Así pues, establecían que el porcentaje perteneciente al gráfico circular de la probabilidad de que avanzara el coche rojo era de 33%.

La siguiente de las preguntas va enfocada a las probabilidades de ganar de cada uno de los coches por lo que se pretende que se den cuenta de que no todos tienen las mismas posibilidades de ganar y por qué ocurre esto.

Cuestión nº4: “¿Crees que todos los coches tienen las mismas posibilidades de ganar?”

RESPUESTAS	Nº ALUMNOS
No, sin justificación	2
No, con justificación errónea	5
No, porque tiene más posibilidades de ganar el amarillo	13
Sin respuesta	1

Tabla 7. Respuestas a la Cuestión nº 4 del Juego 1.

De nuevo, atendiendo a los resultados de la Tabla 7, el 100% de las respuestas son “No” por lo que se dan cuenta de que no todos los coches tienen las mismas probabilidades de ganar. Algunos de ellos únicamente contestan “no” porque no saben por qué ocurre, otros, lo justifican de manera errónea, por ejemplo: “los demás son lentos”. Por otra parte, las trece respuestas incluidas en “No porque tiene más posibilidades de ganar el amarillo”, encontramos justificaciones más elaboradas como: “porque el amarillo tiene el doble de posibilidades de ganar”, “sale más veces cara y cruz que cara y cara o cruz y cruz”, “el amarillo tiene dos posibilidades y el rojo y el azul no”, entre otras. Estos razonamientos apuntan a que al hablar de “el doble de posibilidades” o “dos posibilidades” tienen en cuenta que de las cuatro posibilidades existentes (cara y cara, cara y cruz, cruz y cara, cruz y cruz) en dos de ellas avanza el coche amarillo, por tanto, tiene el doble de posibilidades que el resto de coches.

La última de las preguntas a analizar sobre el Juego 1 está enfocada a las reglas del juego. Como no tienen las mismas probabilidades de ganar todos los coches el objetivo es que busquen unas reglas justas para que todos ellos tengan las mismas probabilidades de ganar y, a su vez, afianzar estos nuevos conocimientos.

Cuestión nº 5: “¿Te parecen justas las reglas del juego? Si la respuesta es “no”, inventa unas nuevas reglas para el juego”

RESPUESTAS	Nº ALUMNOS
No porque siempre gana el amarillo. Sin reglas.	11
Sí	1
No. Jugar con una moneda	2
No. Jugar con tres monedas	1
No. Jugar dos jugadores solo, uno con el rojo y otro con el azul	1

No. Jugar con un dado y asignarle a cada color dos números.	2
Sin respuesta	3

Tabla 8. Respuestas a la Cuestión nº 5 del Juego 1.

Como se muestra en la Tabla 8, el 94,44% de las respuestas coinciden en que las reglas del juego no son justas, aunque tan solo seis de ellos razonan para intentar dar con unas reglas justas.

En primer lugar “jugar con una moneda” estos dos estudiantes razonaban que si con dos monedas tenía el coche amarillo el doble de posibilidades, con una sola moneda tendría las mismas posibilidades que el coche rojo y el coche azul. Dicho razonamiento es erróneo ya que las combinaciones posibles siguen siendo: cara y cara, cara y cruz, cruz y cara y cruz y cruz, es decir, el coche amarillo tiene el doble de posibilidades que el resto.

En segundo lugar “jugar con tres monedas”. El estudiante planteaba jugar con tres monedas aunque las reglas del avance de los coches se mantenían, es decir, si en el lanzamiento de las tres monedas aparecía cara y cara avanzaba el coche rojo, independientemente de cuál fuera la tercera moneda. A su vez, si esa tercera moneda era cruz, también avanzaba el coche amarillo porque encontramos una combinación de cara y cruz. El razonamiento es erróneo ya que el coche amarillo sigue teniendo más posibilidades de ganar que el coche rojo y el azul.

El tercero de los razonamientos fue: “jugar dos jugadores solo, uno con el rojo y otro con el azul”. En este caso planteaban dos únicos jugadores en los que avanzan con las reglas actuales, es decir, el rojo con dos caras y el azul con dos cruces, en el caso de salir cara y cruz no avanza ninguno de los dos. Dicho razonamiento es correcto ya que,

en este caso, sí existen las mismas probabilidades de que avance el coche rojo y el coche azul.

El último de los razonamientos fue: “jugar con un dado y asignarle a cada color dos números”. En estas nuevas normas se propone asignarle dos número a cada coche, por ejemplo, el amarillo avanza con el número uno y dos, el coche rojo avanza con el tres y el cuatro y el coche azul avanza con el cinco y el seis. El razonamiento que proponen estos dos alumnos es correcto ya que se les asigna a cada coche la probabilidad del 33,33% de que avancen.

5.2.2 Análisis de los resultados del Juego 2: “Cruzar el río”

En el juego “Cruzar el río” se les ofrecen doce fichas y doce números por lo que se espera que en la primera de las preguntas coloquen aleatoriamente, sin ninguna estrategia, una ficha en cada uno de los números.

Cuestión 1: “Antes de jugar. ¿Cómo vas a distribuir las fichas si quieres ganar?”

RESPUESTAS	Nº ALUMNOS
No colocación de una ficha por cada número	11
Colocación de una ficha en cada número	9

Tabla 9. Respuestas a la Cuestión nº 1 del Juego 2.

En primer lugar, la observación directa de cómo colocan las fichas nos permite identificar que el alumnado no sigue una estrategia. Dentro de estas respuestas, la Tabla 9 caracteriza aquellas en las que la distribución se corresponde con asignar a cada valor una ficha. En estos casos, observamos que estos alumnos no identifican que el uno es un suceso imposible. En el caso de las otras respuestas, a pesar de que no se ha asignado el

uno, podemos deducir que no identifican que este suceso no puede obtenerse a través de la formulación de preguntas en el aula.

Tras realizar una partida, la segunda pregunta pretende que reflexionen sobre los resultados obtenidos para la distribución de las fichas en la segunda partida. En este sentido, la Tabla 10 refleja los resultados obtenidos tras la reflexión de la primera de las cuestiones.

Cuestión 2: “Después de jugar la primera partida. ¿Vas a cambiar la distribución de las fichas en la próxima partida?”

RESPUESTAS	Nº ALUMNOS
Sí, el uno no puede salir porque hay dos dados y el número “x” sale más veces	3
Sí, el uno no puede salir porque hay dos dados.	13
No	3
Sin respuesta	1

Tabla 10. Respuestas a la Cuestión nº 2 del Juego 2.

En dieciséis de las ocasiones, las respuestas son afirmativas justificando que el uno no puede salir ya que se dispone de dos dados y el menor número que se puede obtener es el dos.

En el caso de las tres respuestas negativas, se va a analizar detenidamente si su decisión de no cambiar las fichas es porque inicialmente no han colocado ninguna ficha en el uno y quieren seguir manteniendo dicha distribución o porque no se han dado cuenta de que el número uno no puede salir. En el primero de los casos la respuesta dada fue “lo voy a poner igual”, en esta ocasión todas sus fichas se concentraban en los

números 6, 7 y 12 distribuidos de forma aleatoria. En el segundo y tercero de los casos fue “no, porque pasaría lo mismo”, dicha respuesta coincide ya que eran dos alumnos del mismo grupo y su distribución de las fichas era la misma: una en cada uno de los números. En el primer caso (distribución en los números 6, 7 y 12) podemos deducir que su distribución le funcionó y no quiere cambiar las fichas y en el segundo y tercer caso (una ficha en cada número), no se dieron cuenta que el número uno no podía salir.

En la siguiente de las preguntas a analizar, el objetivo era que, una vez se hayan dado cuenta de que el número uno no puede salir, que centraran su atención en qué números era más probable que saliesen.

Cuestión nº 3: “Después de jugar la segunda partida. ¿Vas a cambiar la distribución de las fichas en la próxima partida?”

RESPUESTAS	Nº ALUMNOS
Sí, porque hay números que salen más que otros	8
Sí	2
No	2
Sin respuesta	8

Tabla 11. Respuestas a la Cuestión nº 3 del Juego 2.

En la siguiente pregunta hay que tener en cuenta de que un número elevado de estudiantes no llegó a contestar las preguntas ya que el tiempo de juego fue mucho mayor al esperado.

De las doce respuestas recibidas, reflejadas en la Tabla 11, diez de ellos deciden volver a cambiar su distribución, siendo ocho de ellos los que justifican que deciden cambiarlo porque hay números que salen más que otros. Las dos respuestas negativas

coinciden en la distribución de las fichas: en todos los números menos en el uno, por lo que se interpreta que no se dieron cuenta que había ciertos números que salían con más facilidad que otros.

5.2.3 Análisis de los resultados del Juego 3: “Carrera de caballos”

Antes de jugar, como en todos los juegos anteriores se les realiza una pregunta para comprobar qué creencias tienen en relación a la aleatoriedad.

Cuestión n° 1: “Antes de jugar, ¿qué caballo elegirías si quieres ganar? Justifica tu respuesta”

RESPUESTAS	Nº ALUMNOS
Número, sin justificación	15
Sin respuesta	7

Tabla 12. Respuestas a la Cuestión n° 1 del Juego 3.

Como se identifica en la Tabla 12, las quince respuestas recibidas fueron de únicamente el número de caballo sobre el que iban a apostar, sin ninguna justificación.

Después de jugar la primera partida se pretende que se hayan dado cuenta de que el dado está trucado (aunque visualmente ya se ve), que número no puede salir nunca y cuáles son los que tienen más probabilidad de salir.

Cuestión n° 2: “Después de jugar. Si tuvieses que elegir un nuevo caballo, ¿cuál sería?”

RESPUESTAS	Nº ALUMNOS
El 5 porque ha ganado/ porque sale muchas veces	9
El 2 porque sale muchas veces	1

El 4	1
El 1 porque sale todo el rato	1
Sin respuesta	10

Tabla 13. Respuestas a la Cuestión nº 2 del Juego 3.

En ninguno de los casos eligen el seis ya que nunca puede caer el dado por la cara del número uno. En cuanto a las respuestas recibidas, plasmadas en la Tabla 13, cada uno de los alumnos ha observado cuál o cuáles eran los números que más salían y han apostado por ellos. Las respuestas son diversas ya que cada dado estaba moldeado de forma diferente por lo que las probabilidades de que salieran ciertos números eran diferentes.

5.2.4 Análisis de los resultados de Actividad Experimental: “La caja mágica”

En la última de las actividades comenzaremos de igual manera analizando cuáles son sus creencias en relación a la aleatoriedad.

Cuestión nº 1: “Antes de jugar, ¿de qué color crees que vas a sacar la bola? ¿Por qué?”

RESPUESTAS	Nº ALUMNOS
Color favorito	12
Da suerte	2
Tiene probabilidades de ganar	3
Sin justificación	1
Respuesta dada tras realizar la experimentación (han respondido a dicha pregunta sin seguir el orden pautado, es decir, después de la experimentación)	4

Tabla 14. Respuestas a la Cuestión nº 1 de la Actividad Experimental.

Analizando la Tabla 14, el 54,54% de las respuestas eligen el tipo de bola por ser su color favorito, otras de las opciones que consideran el resto de alumnos para su elección de color son porque “da suerte” o porque “tiene probabilidades de ganar”. Esta última opción la consideran sin haber visto cuántas bolas había de cada color por lo que no sé en qué fundamentan que el color elegido tiene más probabilidades de ganar.

A continuación se les lanza la siguiente pregunta para comprobar si tras los juegos realizados ven que para saber cuál es la probabilidad de que salga cada una de las bolas hay que experimentar y jugar.

Cuestión n° 2: “¿Cómo podemos averiguar qué color es más probable que salga?”

RESPUESTAS	Nº ALUMNOS
Jugando. (Se apoyan en la experimentación para identificar cuál es más probable)	3
No contestan a lo que se les pregunta	13
No contestan	6

Tabla 15. Respuestas a la Cuestión n° 2 de la Actividad Experimental.

Como se observa en la Tabla 15, trece de las veintidós respuestas no contestaban a lo que se preguntaba y seis alumnos no contestaron por lo que se deduce que no entendieron la pregunta o no se les ocurría cómo hacerlo. Cabe destacar que tres alumnos respondieron “jugando” por lo que tienen adquirido que para averiguar la probabilidad de un suceso es necesario experimentar, en este caso, jugando.

Tras las preguntas realizadas antes de jugar, se les pregunta acerca de la probabilidad después del juego.

Cuestión n° 3: “Después de jugar. ¿Cuál es más probable que salga?”

RESPUESTAS	Nº ALUMNOS
El rosa porque hay más / la mayoría de las bolas son rosas	17
El rosa porque hay pocas probabilidades de que salga el verde	1
El rosa. (Sin justificar)	1
Sin respuesta	3

Tabla 16. Respuestas a la Cuestión nº 3 de la Actividad Experimental.

Analizando la Tabla 16, podemos observar que todos los alumnos que contestaron a la pregunta se dieron cuenta de que las bolas rosas tenían más probabilidad de salir, siendo once de ellos los que apuntan a que la mayor parte de las bolas tienen que ser rosas.

Después, tras experimentar todos los grupos con las bolas y poner en común los resultados, se les pide que calculen la probabilidad de que salga una bola rosa y de que salga una bola verde coloreando un gráfico circular dividido en diez secciones iguales.

Cuestión nº 4: “¿Cuál es la probabilidad de que salga el rosa? ¿Y el verde?”

RESPUESTAS	Nº ALUMNOS
Rosa 7/10 y verde 3/10. (Respuesta correcta)	16
Rosa 10/10 y verde 6/10 u otro. (Respuesta incorrecta)	3
Otras respuestas incorrectas. (4/10 y 1/10, ¿? y 3/10, 8/10 y 3/10)	3

Tabla 17. Respuestas a la Cuestión nº 4 de la Actividad Experimental.

El 72,72% de las respuestas, reflejadas en la Tabla 17, son correctas, es decir, colorean siete de las diez partes de color rosa y tres de las diez partes de color verde (Figura 12). Por lo que han sabido interpretar los datos plasmados en la tabla anterior y, finalmente, calcular la probabilidad de cada suceso.

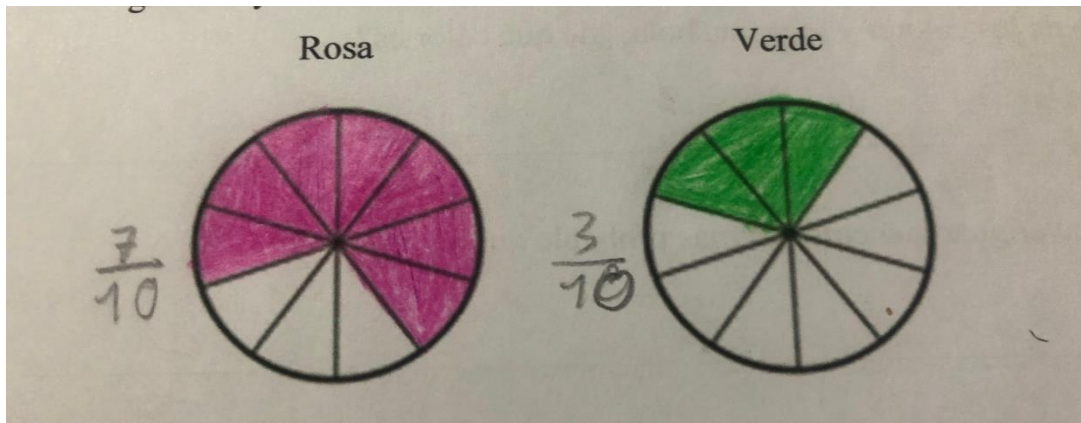


Figura 12. Ejemplo de respuesta correcta (Rosa 7/10 y verde 3/10).

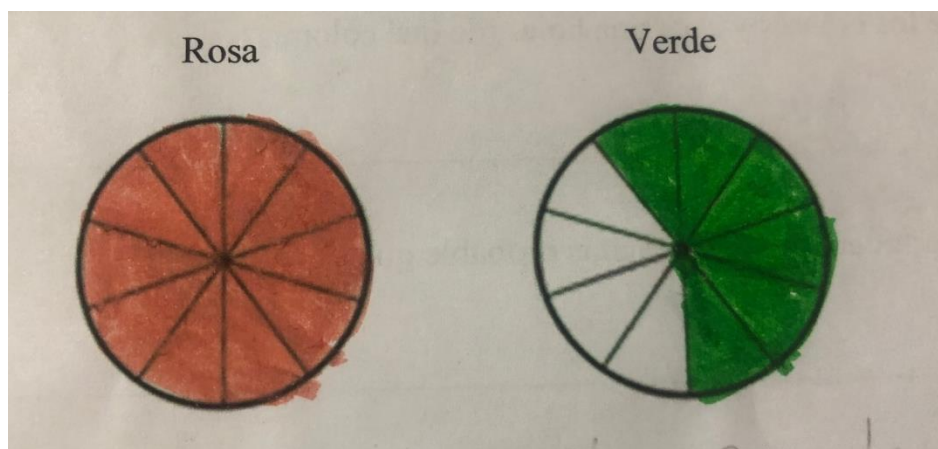


Figura 13. Ejemplo de respuesta incorrecta (Rosa 10/10 y verde 6/10).

Por último, se buscan respuestas más elaboradas con respecto a la elección del color y que lleguen a razonar que es más probable que salga el color rosa pero no es imposible que salga verde, es decir, que aunque ahora apostemos hacia el color que es más probable que salga, puede ser que no salga.

Cuestión n° 5: “¿Por qué bola apostarías si volviéramos a realizar el mismo experimento con las mismas bolas?”

RESPUESTAS	Nº ALUMNOS
Rosa (sin justificación)	11
Rosa porque es más probable	4

Rosa y verde comparación. Ej.:“es más probable que salga la rosa pero también puede salir verde”	4
Sin respuesta	3

Tabla 18. Respuestas a la Cuestión nº 5 de la Actividad Experimental.

La mayor parte de las respuestas no tienen justificación porque el tiempo era muy limitado y no les dio tiempo a plasmar el razonamiento que habían elaborado. Aun así, aparecen respuestas como “rosa porque es más probable” y “es más probable que salga el rosa pero también puede salir verde”. Esta última era la respuesta que se esperaba.

6. CONCLUSIONES Y VALORACIÓN PERSONAL

En este último apartado se van a desarrollar una serie de conclusiones sobre cada uno de los puntos tratados anteriormente con el fin de llegar a la conclusión global de si los juegos educativos matemáticos son un buen recurso para la adquisición de los contenidos de la probabilidad referidos al curso de cuarto de Educación Primaria.

Con respecto al primero de los apartados principales, este es, el marco teórico es conveniente resaltar que ha sido imprescindible la revisión bibliográfica de los diferentes estudios y autores plasmados en la bibliografía para entender la gran cantidad de similitudes que presenta el juego y las matemáticas y cómo y cuándo es conveniente llevarlos al aula. Además, tras la realización del estudio se ha podido comprobar cuáles son las ventajas y las desventajas que presenta la introducción del juego en las aulas. Una de las grandes ventajas que se perciben es la gran acogida que tienen los juegos entre el alumnado ya que no están acostumbrados a construir el aprendizaje siendo ellos el sujeto activo del mismo, además de hacerlo de forma lúdica. Las desventajas que se perciben son la gran implicación que supone por parte del profesorado ya que requiere un análisis exhaustivo de las fuentes, una gran labor a nivel organizativo y, una de las

mayores desventajas, el tiempo, debido a la presión por parte de los programas curriculares.

En cuanto a la selección de los juegos, a pesar de tomar juegos ya creados, se consideraba indispensable analizar el impacto que tienen en alumnos de primaria y si realmente son un recurso efectivo para la enseñanza de la probabilidad. Para ello, no era suficiente con llevar los juegos al aula, sino que era necesario que paralelamente respondieran a una serie de preguntas que les impulsaran a reflexionar y a construir el aprendizaje siempre con el apoyo y la reconducción necesaria del maestro. Por tanto, en los resultados que se han analizado se ha percibido una progresión en el conocimiento y aprendizaje de la probabilidad.

La mayor dificultad que se ha percibido en la implementación de los juegos ha sido el tiempo. Éste era muy limitado y en ciertas ocasiones no se pudo terminar el trabajo asignado para dicha sesión. Además, hubiera sido conveniente tener más tiempo para reflexionar y que más alumnos pudieran participar en la puesta en común, para poder afianzar el conocimiento de una mejor forma.

Para concluir, el objetivo propuesto inicialmente de adquirir conocimientos de probabilidad mediante la experimentación y tomando como recurso principal el juego, se ha cumplido. Además, se han podido comprobar otros beneficios como la socialización con otros compañeros fomentando una mayor cohesión grupal o la motivación ante la actividad a la vez que construyen el conocimiento.

Por tanto, creo que los juegos son un recurso que ofrece muchas posibilidades en el aprendizaje y que se deberían utilizar siempre y cuando vayan combinados de metodologías tradicionales como, por ejemplo, preguntas que reconduzcan el aprendizaje y fomenten la reflexión. Todo esto, requiere una planificación, formación y

un análisis exhaustivo por parte del profesorado ya que debe saber en qué momentos llevarlos al aula y cómo para que los resultados sean satisfactorios. Además, no cabe duda que son un recurso motivador para los estudiantes y que puede mejorar la concepción negativa que se crea de las matemáticas.

7. REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Alsina, A. y Vásquez, C. (2016). *La probabilidad en educación primaria. De lo que debería enseñarse a lo que se enseña*. Revista de Didáctica de las Matemáticas.
- Ascher, M. (1991). *Ethnomathematics – A multi-cultural view of mathematical ideas*. Pacific Grove, California: Brooks/Cole.
- Ayuntamiento de Zaragoza. (s.f) Datos Demográficos del Padrón Municipal de Habitantes. Consultado el 2 de marzo de 2022: <http://www.zaragoza.es/contenidos/estadistica/Cifras-ZGZ-2019.pdf>
- Ayuntamiento de Zaragoza. (s.f) Mapa demográfico. Consultado el 2 de marzo de 2022: <https://www.zaragoza.es/sede/portal/idezar/mapa/demografico/#>
- Ayuntamiento de Zaragoza. (s.f) Observatorio Municipal de estadística. Consultado el 2 de marzo de 2022: <http://demografia.zaragoza.es/>
- Bishop, A. (1998). *El papel de los juegos en educación matemática*. Uno 18, 9-19.
- Bright, G.W., Harvey, J.G. y Wheeler, M.M. (1985). *Learning and Mathematics Games. Journal for Research in Mathematics Education, Monograph number I*, National Council of Teachers of Mathematics. Reston. 1985. pág. 5.
- Burgess, E.E., Jr. (1969). *A study of the effectiveness of the planned usage of mathematical games and the learning of skills and concepts and the attitude toward mathematics and the learning of mathematics of low achieving secondary students*. Florida State University, Tallahassee, 1969.
- Butler, T.T. (1988). *Games and Simulations: Creative Educational Alternatives, Tech Trends, ...* Volumen 33, nº 4, septiembre 1988, pág. 20-28.

- Edo, M., Baeza, M., Deulofeu, J., & Badillo, E. (2008). *Estudio del paralelismo entre las fases de resolución de un juego y las fases de resolución de un problema*. Efim Zelmanov, 14, 61-75.
- Gairín, J.M. (1990). *Efectos de la utilización de juegos educativos en la enseñanza de las matemáticas*. Educar 17, 105-118
- Huizinga, J. (1949). *Homo ludens*. Londres: Routledge and Kegan Paul.
- Informe Cockroft. (1985) *Las matemáticas sí cuentan*. Ministerio de Educación y Ciencia, Madrid, 1985, pág. 82
- Laplace P. S. (1995). *Théorie analytique des probabilités*. Paris: Jacques Gabay.
- Ley Orgánica 3/2020 del 29 de diciembre, por la que se modifica la Ley Orgánica 2/2006, de 3 de mayo, de Educación.
- Ley Orgánica 8/2013, de 9 de diciembre, para la mejora de la calidad educativa (LOMCE).
- Moivre de, A. (1967). *The doctrine of chances*. New York, NY: Chelsea Publishing
- ORDEN del 16 de junio de 2014, de la Consejera de Educación, Universidad, Cultura y Deporte, por la que se aprueba el currículo de la Educación Primaria y se autoriza su aplicación en los centros docentes de la Comunidad Autónoma de Aragón (BOE 20/05/2014).
- Real Academia Española (2014). *Diccionario de la lengua española, 23.ª ed.*, <https://dle.rae.es/juego?m=form> Consultado el día 2 de marzo de 2022.
- ORDEN ECD/850/2016, de 29 de julio, por la que se modifica la Orden de 16 de junio de 2014, de la Consejera de Educación, Universidad, Cultura y Deporte, por la

que se aprueba el currículo de la Educación Primaria y se autoriza su aplicación en los centros docentes de la Comunidad Autónoma de Aragón.

ORDEN ECD/1112/2022, de 18 de julio, por la que se aprueban el currículo y las características de la evaluación de la Educación Primaria y se autoriza su aplicación en los centros docentes de la Comunidad Autónoma de Aragón.

Roth, W.E. (1902). *Games sports and amusements*. North Queensland ethnographic bulletin, n. 4, pp. 7-24.

Sallán, J. G., y Amigo, J. F. (2010). Enseñar matemáticas con recursos de ajedrez. *Tendencias pedagógicas*, 15, 57-90.

Winter y Ziegler. (1983). *Introducción al juego de los conjuntos*. Interduc-Schroedel. Madrid.

8. ANEXO

FICHAS DE TRABAJO JUEGO 1

JUEGO 1: “CARRERA DE COCHES”

Instrucciones y objetivo del juego: El juego está diseñado para la participación de tres jugadores; cada uno de ellos deberá elegir un coche: el “Coche rojo”, el “Coche azul” o el “Coche amarillo”.

El objetivo del juego es recorrer las casillas lo antes posible para ganar la carrera. Para avanzar en las casillas disponemos de dos monedas de 1€ que deberán tirar a la vez. Si en el lanzamiento se obtienen dos caras, avanzará una casilla el “Coche rojo”. Si se obtienen dos cruces, avanzará el “Coche azul”. Si se obtienen una cara y una cruz, avanzará una casilla el “Coche amarillo”. Gana el que primero llega a la meta.

TABLERO “Carrera de coches”

(Véase en el Anexo 1)

RESULTADOS

Jugador 1: _____

Jugador 2: _____

Jugador 3: _____

Antes de jugar, ¿qué coche vas a elegir? ¿Por qué?

Jugad una partida. El tablero del juego “Carrera de coches” se encuentra en el *Anexo I*.

Después de jugar, responde a las siguientes preguntas.

Observa el resultado. Si tuvieses que elegir de nuevo un coche, ¿qué número elegirías y por qué?

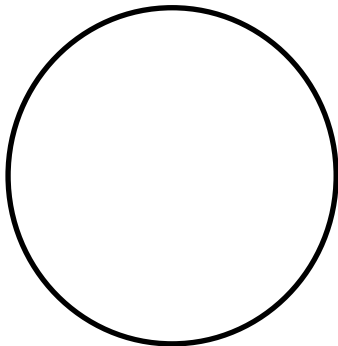
Observa el resultado e intenta representar la información obtenida a continuación utilizando los elementos que aparecen:



Rellena la siguiente tabla para las monedas que habéis empleado a partir del diagrama de tu tablero de juego.

	Expresión verbal de la probabilidad
Probabilidad de que avance el coche rojo.	De cada _____ veces que lance las monedas espero que _____ veces salga dos caras.
Probabilidad de que avance el coche azul	De cada _____ veces que lance las monedas espero que _____ veces salga dos cruces.
Probabilidad de que avance el coche amarillo	De cada _____ veces que lance las monedas espero que _____ veces salga cara y cruz.

Representa la información de la tabla en el siguiente gráfico circular:



¿Hay alguna relación entre los resultados de la tabla y el gráfico circular?

Analiza los resultados, ¿crees que todos los coches tienen las mismas posibilidades de ganar? ¿Por qué?

¿Te parecen justas las reglas del juego? Si la respuesta es “no”, inventa unas nuevas reglas para el juego.

FICHAS DE TRABAJO JUEGO 2

JUEGO 2: “CRUZAR EL RÍO”

Instrucciones y objetivo del juego: El juego está diseñado para la participación de dos jugadores; cada uno de ellos dispone de 12 fichas. El objetivo del juego es “cruzar el río”, es decir, conseguir que todas las fichas pasen de un lado a otro. Para ello, dispondrán de dos dados que deberán tirar, sumar los puntos obtenidos en las caras superiores de los dados y pasar la ficha o las fichas que están situadas en dicho número. Gana el primer jugador que consigue pasar al otro lado del río todas las fichas. La primera indicación que se les dará será: “reparte las 12 fichas en los números como tú quieras, es decir, puedes poner una ficha en cada número, varias en un número, etc.”

TABLERO “Cruzar el río”

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12

RESULTADOS

Jugador 1: _____

Jugador 2: _____

PRIMERA PARTIDA

Antes de jugar, ¿cómo vas a distribuir las fichas si quieres ganar? Justifica tu respuesta. (*Dibuja las fichas con círculos*)

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12

Mientras jugamos...

Deberéis anotar con una raya cada uno de los resultados obtenidos en cada una de las tiradas.

Resultado dados	PARTIDA 1	Recuento
1		
2		
3		
4		
5		
6		
7		
8		
9		
10		

11		
12		

Después de jugar, contesta las preguntas:

1. ¿Han podido cruzar todas tus fichas?

2. En el caso de responder “No” ...

¿Cuáles son las fichas que no han podido cruzar? ¿Por qué?

3. ¿Vas a cambiar la distribución de las fichas en la próxima partida? ¿Por qué?

SEGUNDA PARTIDA

Antes de jugar, ¿cómo vas a distribuir las fichas si quieres ganar? Justifica tu respuesta. (*Dibuja las fichas con círculos*)

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12

Mientras jugamos...

Deberéis anotar con una raya cada uno de los resultados obtenidos en cada una de las tiradas.

Resultado dados	PARTIDA 2	Recuento
1		
2		
3		
4		
5		
6		
7		
8		
9		
10		
11		
12		

Después de jugar, contesta las preguntas:

1. ¿Han podido cruzar todas tus fichas?

2. ¿Creéis que tiene que ver dónde ponemos las fichas con quién gana? ¿Por qué?

3. ¿Vas a cambiar la distribución de las fichas en la próxima partida? ¿Por qué?

TERCERA PARTIDA

Antes de jugar, ¿cómo vas a distribuir las fichas si quieres ganar? Justifica tu respuesta. (*Dibuja las fichas con círculos*)

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12

Mientras jugamos...

Deberéis anotar con una raya cada uno de los resultados obtenidos en cada una de las tiradas.

Resultado dados	PARTIDA 3	Recuento
1		
2		
3		
4		
5		
6		
7		
8		
9		
10		
11		
12		

Después de jugar, rellena la hoja “RESULTADOS TOTALES DE LA SUMA DE LOS DADOS”.

Después, contesta las preguntas:

1. Observa los resultados anotados en la ficha “RESULTADOS TOTALES DE LA SUMA DE LOS DADOS” en la “Partida 1”, en la “Partida 2” y en la “Partida 3”:

¿Cuáles son los números que más se repiten? ¿Por qué ocurre esto?

¿Tiene algo que ver con quien gana y quién pierde?

2. Si jugáramos una última partida ¿cómo distribuirías las fichas? ¿Por qué?

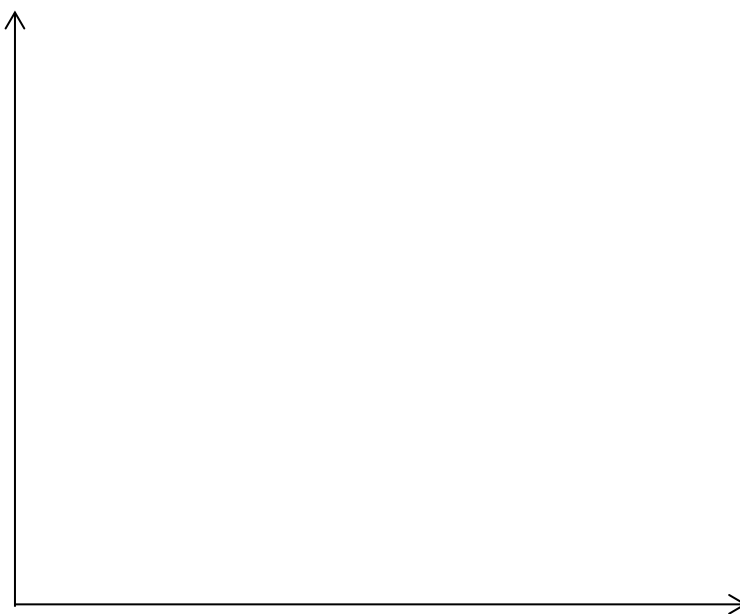
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12

RESULTADOS TOTALES DE LA SUMA DE LOS DADOS

Deberéis anotar con una raya cada uno de los resultados obtenidos en cada una de las tiradas.

Resultado dados	PARTIDAS 1, 2 Y 3	Recuento TOTAL
1		
2		
3		
4		
5		
6		
7		
8		
9		
10		
11		
12		

Representa la información obtenida a continuación utilizando los elementos que aparecen:



Rellena la siguiente tabla para los dados que habéis empleado a partir del diagrama de tu tablero de juego.

	Expresión verbal de la probabilidad	Probabilidad numérica
Probabilidad de sacar 1	De cada _____ veces que lance el dado espero que _____ salga 1.	
Probabilidad de sacar 2	De cada _____ veces que lance el dado espero que _____ salga 2.	
Probabilidad de sacar 3	De cada _____ veces que lance el dado espero que _____ salga 3.	
Probabilidad de sacar 4	De cada _____ veces que lance el dado espero que _____ salga 4.	
Probabilidad de sacar 5	De cada _____ veces que lance el dado espero que _____ salga 5.	
Probabilidad de sacar 6	De cada _____ veces que lance el dado espero que _____ salga 6.	
Probabilidad de sacar 7	De cada _____ veces que lance el dado espero que _____ salga 7.	
Probabilidad de sacar 8	De cada _____ veces que lance el dado espero que _____ salga 8.	
Probabilidad de sacar 9	De cada _____ veces que lance el dado espero que _____ salga 9.	
Probabilidad de sacar 10	De cada _____ veces que lance el dado espero que _____ salga 10.	
Probabilidad de sacar 11	De cada _____ veces que lance el dado espero que _____ salga 11.	
Probabilidad de sacar 12	De cada _____ veces que lance el dado espero que _____ salga 12.	

1. ¿Qué datos has elegido para realizar la representación?

2. ¿Crees que es más fiable lo obtenido en la Partida 1 o en la Partida 2?

3. ¿Qué número es más probable que salga? ¿Por qué?

4. Si tuvieses que jugar una última vez, ¿qué caballo elegirías? ¿por qué?

Rellena la siguiente tabla para el dado que habéis empleado a partir del diagrama de tu tablero de juego.

	Expresión verbal de la probabilidad	Probabilidad numérica
Probabilidad de sacar 1	De cada _____ veces que lance el dado espero que _____ salga 1.	
Probabilidad de sacar 2	De cada _____ veces que lance el dado espero que _____ salga 2.	
Probabilidad de sacar 3	De cada _____ veces que lance el dado espero que _____ salga 3.	
Probabilidad de sacar 4	De cada _____ veces que lance el dado espero que _____ salga 4.	
Probabilidad de sacar 5	De cada _____ veces que lance el dado espero que _____ salga 5.	
Probabilidad de sacar 6	De cada _____ veces que lance el dado espero que _____ salga 6.	

FICHAS DE TRABAJO ACTIVIDAD EXPERIMENTAL

ACTIVIDAD: “LA CAJA MÁGICA”

Instrucciones y objetivo: Disponemos de una caja: “La caja mágica”. En dicha caja disponemos de 10 bolas del mismo tamaño pero de dos colores diferentes: rosa y verde. Se va a realizar el experimento de sacar una bola al azar (sin mirar) y se va a averiguar qué color es más probable que salga en la “caja mágica”.

“LA CAJA MÁGICA”

Antes de jugar, ¿de qué color crees que vas a sacar la bola? ¿Por qué?

Apuesta por uno de los colores y saca una bola, ¿de qué color es?

¿Cómo podemos averiguar qué color es más probable que salga?

Ahora, vamos a ir sacando las bolas una a una y anotando de qué color son. *Márcalo con una cruz.*

BOLAS																					
Color	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	TOTAL
ROSA																					
VERDE																					

A continuación rellenaremos la siguiente tabla todos los grupos de la clase juntos:

	GRUPO 1	GRUPO 2	GRUPO 3	GRUPO 4	GRUPO 5	TOTAL
ROSA						
VERDE						

Observa los resultados de la tabla y contesta:

1. ¿Cuál es más probable que salga? ¿Por qué?

2. ¿Cuál es la probabilidad de que salga rosa? ¿y de que salga verde? Colorea los gráficos y contesta.

Rosa

Verde



3. ¿Por qué bola apostarías si volviéramos a realizar el mismo experimento con las mismas bolas? Realiza una extracción y anota el resultado. ¿Ha salido la bola por la que has apostado?
