



Universidad
Zaragoza



Escuela de
Ingeniería y Arquitectura
Universidad Zaragoza



OPTIMIZACIÓN DE RODAMIENTOS MAGNÉTICOS BASADOS EN SUPERCONDUCTORES

Autor: Alberto Aliaga Sanclemente

Directores: Jesús Letosa Fleta y

Mario Mora Alfonso

Especialidad: I.T.I., Electrónica

Septiembre 2013.

A mis padres, hermana y al resto de mi amada familia, por no dejar de darme ánimos, auxilio y consejo. No hay espacio en esta página para agradecerlos todo lo que habéis hecho a lo largo de estos emocionantes años.

A Jesús Letosa y a Mario Mora, mis tutores, por su extrema paciencia a la hora de resolver mis mil dudas y por sus sabios consejos. A Israel Cabistany, por su gran ayuda a la hora de modificar el prototipo y por venir en nuestro auxilio en los ensayos de tracción. A Antonio Badía, por sus preciosas gráficas de superconductores.

A mis amigos, siempre tan pacientes cuando les hablaba de mi proyecto. Y siempre tan dados a hacerme olvidar de toda preocupación.

A Gandalf el Gris y al Doctor, por sus perlas de sabiduría. A Aramis, mi leal perro, por velar por mi seguridad mientras redactaba esta memoria. A Muse, por darle banda sonora a este proyecto. A 4chan, por sus locos momentos.

Índice

1. Introducción.....	5
2. Objetivos.....	6
3. Cojinetes magnéticos.....	7
3.1. Estado actual de la tecnología.....	7
4. El prototipo del volante de inercia.....	10
4.1. ¿Qué es un volante de inercia?.....	10
4.2. Funcionamiento del prototipo.....	10
4.3. Estado inicial del prototipo.....	12
5. Simulación numérica de los cojinetes magnéticos radiales utilizados.....	15
5.1. Descripción.....	15
5.1.1. Diagrama de flujo del programa.....	18
5.1.2. Resumen del diagrama de flujo.....	19
5.2. Funcionamiento interno.....	20
5.2.1. Parámetros geométricos.....	21
5.2.3. Áreas de trabajo y fronteras.....	22
5.3. Resultados de las simulaciones.....	23
5.3.1. Dos anillos coaxiales imanados.....	23
5.3.2. Dos anillos coaxiales más un imán cilíndrico (Caso 1).....	24
5.3.3. Dos anillos coaxiales más un imán cilíndrico (Caso 2).....	25
5.3.4. Rigidez radial de los rodamientos (Caso especial).....	27
5.4. Conclusiones de la simulación.....	27
5.5. Alternativa propuesta.....	28
6. Ensayo de fuerzas generadas por los superconductores.....	30
6.1. Descripción.....	30
6.1.1. Ensayo Zero Field Cooling (ZFC).....	31
6.1.2. Ensayo Field Cooling (FC) a Altura mínima.....	31
6.1.3. Ensayo FC a una altura intermedia.....	32

6.2. Resultados	32
6.3. Ensayo radial de fuerzas (Caso especial).....	34
6.4. Simulación numérica del comportamiento del superconductor	35
7. Cálculo de la posición óptima del rotor	38
7.1. Rigidez axial en el rotor	39
8. Conclusiones.....	41
9. Anexos	42
9.1. Cálculo de la permeabilidad para modelizar imanes permanentes en FEMM	42
9.2. Imán de levitación	43
9.3. Peso de la parte móvil del prototipo	43
9.4. Estimación de la posición del superconductor	43
9.5. Estimación del punto de equilibrio en el rotor	45
9.6. Detalles del prototipo de Boeing	46
9.7. Máxima fuerza posible de un YBCO sobre el rotor	47
9.8. Fuerzas en los ensayos FC1, 2, 3 y 4	48
9.9. Código de nuestra simulación numérica (Rodamientos.m).....	49
9.10. Código de nuestra simulación numérica (Trazado.m)	50
9.11. Código de nuestra simulación numérica (Materializado.m)	52
9.12. Código de nuestra simulación numérica (Datos.m).....	53
10. Bibliografía.....	55
10.1. Linkografía	56

1. Introducción

Con este proyecto continúo el trabajo que se ha realizado en forma de proyectos fin de carrera en torno al «*Prototipo de volante de inercia levitado mediante superconductores*» iniciado por Pedro J. Lambea **[Bibliografía: 3]**.

El trabajo realizado en esta memoria parte de la necesidad de reducir las fuertes oscilaciones que sufre el volante de inercia cuando trabaja a bajas velocidades y a mejorar la levitación del rotor. Un volante de inercia es un elemento mecánico pasivo que aporta al sistema una inercia adicional, permitiendo almacenar energía cinética.

Para resolver el problema de la estabilidad radial, se propuso la instalación de unos cojinetes radiales magnéticos en el prototipo. La instalación de un cojinete de esta clase trae fuerzas indeseadas en el eje axial, por lo que fue necesario realizar primero una simulación numérica para conocer cuan grandes serían estas fuerzas y también unos ensayos de tracción sobre el superconductor inferior del prototipo, con el fin de saber si podría compensar las fuerzas axiales del cojinete.

El problema de la levitación fue estudiado aprovechando las gráficas de fuerzas obtenidas en los ensayos de tracción antes citados. Mediante el estudio de rigideces se calculó la posición óptima a la que debería instalarse el rotor en la máquina, para poder aprovechar al máximo las fuerzas de los superconductores.

Los objetivos de este proyecto están expuestos más detalladamente en el siguiente capítulo.

En los capítulos 3 y 4 se explican las bases del prototipo de volante de inercia sobre el que se trabaja en esta memoria. Desde su especial manera de trabajar mediante superconductores, pasando por sus partes, hasta su funcionamiento.

El estudio de la estabilidad mediante cojinetes magnéticos se encuentra en el capítulo 5. Aquí es donde se encuentra la simulación numérica de los campos magnéticos y las fuerzas axiales que generan los cojinetes magnéticos radiales que se propone instalar.

Los capítulos 6 y 7 alojan, respectivamente, los distintos ensayos de fuerzas sobre el superconductor y el estudio, a través de la información recogida en los ensayos, de la posición óptima del rotor. El capítulo 8 contiene las conclusiones obtenidas al juntar los estudios realizados sobre el cojinete radial y sobre los superconductores.

2. Objetivos

El objetivo del proyecto es el de conseguir una mejor levitación del volante de inercia y el mejorar la estabilidad radial del rotor. Cuando el prototipo opera a bajas velocidades es inestable y requiere apoyo de un cojinete mecánico para el arranque y parada. La estabilidad que buscamos tiene que ser tanto radial como axial. Para esto he estudiado la posición óptima del rotor en el prototipo y la conveniencia de la instalación de cojinetes radiales magnéticos, basados en imanes permanentes anulares coaxiales, colocados uno en la parte móvil y otro en la estática.

Para alcanzar estos objetivos, fue necesario fijar ciertos objetivos secundarios :

- La programación de una simulación numérica que calcule las fuerzas axiales que generan los cojinetes radiales, del tipo estudiado (anulares coaxiales) sobre el rotor cuando este salga de su posición de equilibrio axial.
- El análisis mediante una simulación numérica de una posible alternativa al diseño de cojinetes magnéticos propuesto.
- El estudio de la fuerza de atracción y repulsión axial que produce el superconductor cuando se enfría a distintas distancias del imán de levitación. Esto es importante para saber si los cojinetes utilizados, basados en un superconductor-imán, son capaces de contrarrestar las fuerzas axiales de los cojinetes radiales y para estimar la posición óptima del rotor.
- El estudio experimental de las fuerzas radiales que ejerce el superconductor sobre el imán de levitación. Esto será importante para averiguar cuanto contribuye el superconductor en la estabilidad axial.

3. Cojinetes magnéticos

Para comprender nuestra decisión de trabajar en este proyecto sobre cojinetes magnéticos, necesitamos adentrarnos en qué son y su función en la máquina.

Desde que Samuel Earnshaw demostrara en 1842 que no se puede estabilizar un imán en una posición fija utilizando exclusivamente otros imanes permanentes. Esto significa que puede conseguirse un equilibrio estable frente a pequeños desplazamientos en ciertas direcciones, pero a costa de inestabilidad en otras.

Esto no impidió la publicación de patentes conscientes de las limitaciones de dichas estabilizaciones, que comenzaron a aparecer durante el Proyecto Manhattan (1942-1946), en las que se trabajaba en la estabilización radial de las centrifugadoras de enriquecimiento de isótopos (empleados para fabricar bombas atómicas) mediante bobinas. **[Bibl.10]** Esto supuso un salto cualitativo sobre los imanes permanentes, ya que mediante el uso de electroimanes puede controlarse activamente el campo magnético generado.

Aun así, hizo falta esperar a la revolución de la electrónica para poder controlar con eficacia las bobinas generadoras de campo magnético mediante circuitos de regulación automática, que dependiendo de la posición del cuerpo a estabilizar, aplican un campo u otro.

3.1. Estado actual de la tecnología

Para la estabilización de un rotor se han propuesto a lo largo de la historia distintas soluciones. La principal y más usada hoy en día es mediante un bobinado que mantiene un campo regulado mediante un controlador que se guía por la posición del rotor.

Nosotros, en cambio, nos centramos en este proyecto en otra alternativa: los cojinetes por levitación mediante superconductores (ver capítulo 4.2. para conocer su funcionamiento). Esta alternativa posee ciertas cualidades que la hacen especial:

- No necesita un sistema de control automático. Los propios superconductores regulan el campo en función de la posición del rotor del volante de inercia.
- Puede seguir trabajando en el caso de que se diera un fallo eléctrico que privara al sistema de su alimentación. Solo necesita mantener los superconductores a una temperatura por debajo de 94K.
- No necesita ningún sistema de lubricación ya que, al igual que el resto de los cojinetes magnéticos, no hay rozamientos físicos debido a que el rotor está

levitando. Si además se opera en vacío, se anula incluso la fricción causada por el aire. Es por esto por lo que también necesita menor mantenimiento.

Por otro lado, trae también inconvenientes que es necesario tener en cuenta:

- Los superconductores ofrecen menos fuerzas que los imanes de neodimio [ver Anexos 9.7.], por lo que necesitaremos instalar muchos para ofrecer las mismas fuerzas que los imanes.
- Los superconductores son elementos muy caros. Un disco de YBCO es 100 veces más caro que un imán de neodimio del mismo tamaño.
- Las bajas temperaturas a las que hay que operar para con los superconductores conlleva restricciones en el diseño: aislamiento térmico, rigideces en materiales muy fríos, sistema de refrigeración...

Esta es la línea que han seguido ciertas investigaciones desde los años 90, cuando aprovechando dichas ventajas, se pudo poner pequeños rotores a velocidades superiores a las 100.000 rpm. **[Bibl.12]**

La universidad de Cambridge diseñó en 1999 un prototipo de volante de inercia de 40kg que levitaba gracias a 20 pastillas YBCO a 50.000 rpm. La misma universidad consiguió en el 2001 un prototipo motor-generator, que era capaz de devolver 2kW a 19.000 r.p.m., aunque podía llegar a trabajar a 28.000 rpm. **[Bibl.13]** Puede verse un esquema de este prototipo en la *Figura 1*.

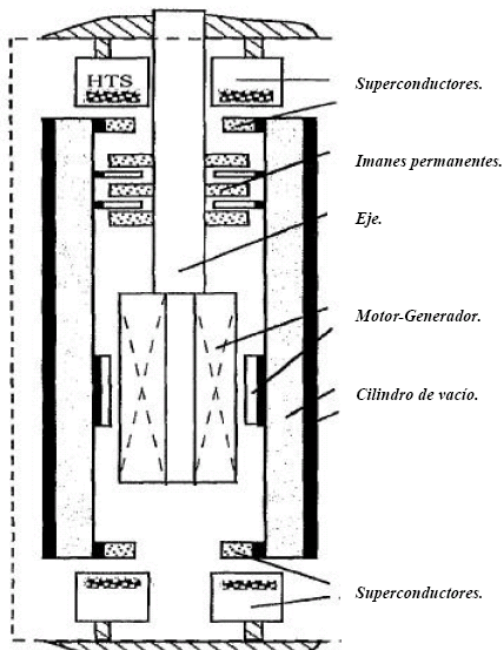
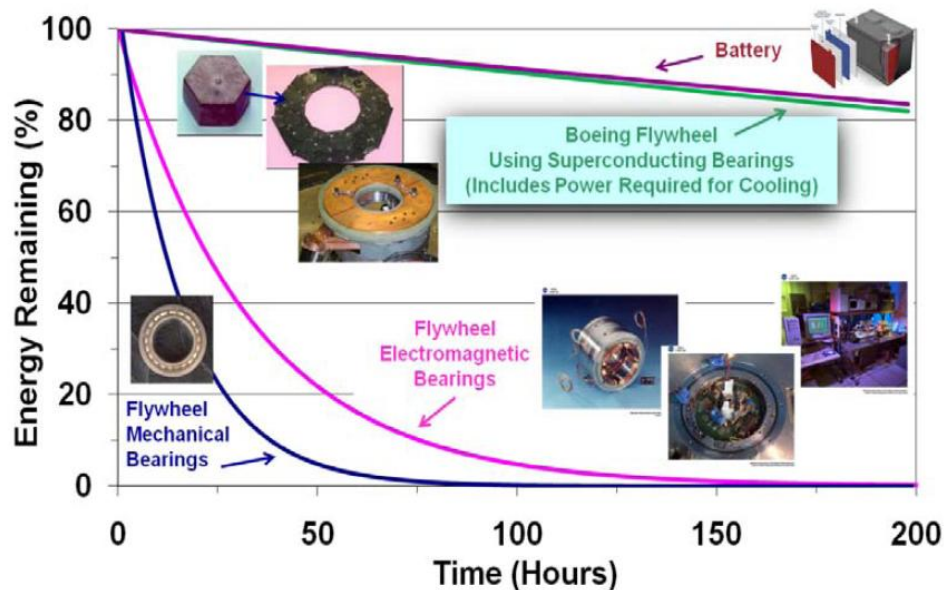


Fig. 1 – Sección de un volante de inercia sostenido por superconductores

Otro prototipo interesante que adoptó esta idea de levitación fue desarrollado en el 2003 en los laboratorios de Morioka, en Japón, que ofrece 10kW a 6.000 rpm. Un salto notable, ya que a velocidades inferiores a 10.000 rpm es capaz de almacenar mucha más energía que los anteriores modelos.

Quizás el prototipo más interesante sea el que terminó Boeing en el 2010, capaz de ofrecer 5kWh, pudiendo dar hasta 3kW. **[Bibl. 15]** Nos interesa este modelo por su manera de situar los superconductores en el prototipo, que pasan a estar aquí en el rotor. Esta llamativa configuración tiene como ventaja que aprovecha mejor los superconductores, al aprovechar ambos lados.



A través de sus estudios sobre sus prototipos, Boeing demostró que la levitación mediante superconductores podía conservar la energía tan bien como una batería. Satisfechos por sus resultados, instalaron este volante en un pueblo de Alaska, con el fin de sustituir al generador secundario que entraba en funcionamiento para cubrir la demanda cuando se producían picos. Al año de ser instalado, habían conseguido ahorrar 80,000\$ en combustible y reducir el mantenimiento del generador a la mitad **[Bibl.16]**. Poder llegar a mantener tan bien la energía en el volante, sin apenas pérdidas, es la base de este proyecto. Para más información sobre este prototipo: **Anexos 9.6.**

4. El prototipo del volante de inercia

4.1. ¿Qué es un volante de inercia?

Un volante de inercia es un elemento mecánico pasivo que aporta al sistema una inercia adicional de modo que le permite almacenar energía cinética. El volante continúa su movimiento por inercia cuando cesa el par motor que lo propulsa, por lo que se opone a las aceleraciones bruscas en un movimiento rotativo. Esta propiedad es muy útil para alimentar una red eléctrica cuando se da un pico de consumo: en ese momento se le puede sustraer su energía cinética y devolverla a la red. **[Anexos 9.6.]**

En el prototipo con el que se trabaja en este proyecto, el volante de inercia es el rotor de jaula de ardilla de un motor trifásico. El tamaño y peso del rotor son muy limitados, por lo que el momento de inercia actual (y por lo tanto, la energía cinética de este) es también limitado. Esto es debido a que la energía cinética conservada en un cuerpo rígido que rota es directamente proporcional a la masa de este, cuadráticamente al radio que abarca esta respecto al eje de revolución y cuadráticamente proporcional a la velocidad angular **[Bibl. 8: pág. 297]**. Esto quiere decir que para dos volantes de inercia de la misma masa, almacenará mayor energía el que sea más ancho. Habrá que tener también en cuenta la limitación que conlleva la rigidez de un material, para evitar torsiones y la destrucción del volante a altas velocidades.

Ahora mismo podría dar 1W de potencia durante 8 segundos **[Bibl. 3: pág. 58]**. Se espera poder incluir algún día en el rotor un disco de considerable radio y masa para poder almacenar mayor energía cinética y poder incluso llegar a sustraer energía de este para poder aprovecharla en algún sistema eléctrico mediante la instalación de un generador.

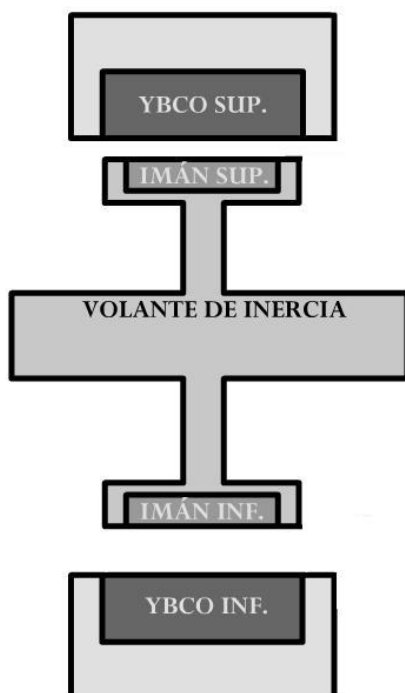


Fig.2 – Esquema de nuestro prototipo

4.2. Funcionamiento del prototipo

Nuestro volante de inercia está suspendido magnéticamente por dos superconductores “YBCO” (llamados así por sus componentes: Itrio, Bario y Óxido de Cobre) de tipo 2 que interactúan con unos imanes situados a ambos extremos del volante de inercia. Esta levitación tiene como fin el eliminar fricciones mecánicas que frenarían al volante hasta pararlo.

La levitación se debe a una propiedad que tienen los superconductores que les permite atrapar campos magnéticos y “memorizarlos” en su interior a base de vórtices (también llamados fluxones). Los fluxones son pequeñas regiones donde circulan unas corrientes que mantienen un campo magnético.

Cuando un superconductor en presencia de un imán atrapa el campo de éste y, por ejemplo, se aleja el imán, comienzan a aparecer fuerzas en sentido contrario al desplazamiento sobre el imán.

Esto se debe a que el superconductor comienza a generar unas elevadas corrientes internas que se opondrán a la variación de campo magnético, lo que se traduce en una fuerza de atracción mutua. Si se acercara el imán sucedería lo mismo, salvo que en este caso se trataría de repulsión. La posición en la que se encuentre el imán respecto del superconductor en el momento del enfriado es un punto de equilibrio estable. Debido a que esta fuerza (atracción/repulsión) se da tanto para variaciones radiales como axiales, se puede decir que el sistema es totalmente estable, volviendo siempre a la posición de equilibrio después de una pequeña perturbación.

Esta propiedad es aprovechada en los dos extremos del volante de inercia, donde se han colocado dos imanes de NdFeB (llamados “imanes de levitación” en esta memoria) a una distancia relativamente cercana de los dos superconductores. De esta manera tenemos, en teoría, una estabilidad en todas las direcciones y una levitación sin rozamientos.

4.3. Estado inicial del prototipo

El prototipo de volante de inercia con el que se ha trabajado en este proyecto es prácticamente igual al que dejó el anterior alumno que trabajó en él (Alberto Aparicio, [Bibl. 2]) El prototipo consiste en las siguientes partes:

- Un **motor trifásico**. Lo que ahora consideramos como el volante de inercia (o la parte que contiene la mayor parte del momento de inercia) es el rotor de este. Fue diseñado en el proyecto de Pedro J. Lambea [Bibl. 3: pág. 40]. El estator de éste aparece en la *Figura 4*.
- Una **caja de acomodación**. En ella se encuentra una placa de acomodación de señales y otra del sensor de velocidad. Su función es informar al microcontrolador de la velocidad del rotor. [Bibl. 2 : pág.65]
- La **caja del microcontrolador**. Desde aquí se controla el volante. Como entrada tiene la señal de la caja de acomodación. Sus salidas dan a la pantalla del microcontrolador, la caja de relés y a la pinza que sujeta al rotor del volante mediante un opto acoplador. [Bibl. 2 : pág.9]
- La **caja de relés**. Los relés están para abrir o cortar la señal del variador de frecuencia encargado de hacer girar el motor. [Bibl. 2 : pág.64]
- El **variador de frecuencia**. Es el encargado de alimentar al motor trifásico. En él se puede fijar la frecuencia a la que funcionará el motor (y por lo tanto la velocidad a la que el motor trabaja) y controlar los picos de corriente a la hora de arrancar el motor (evitando que el motor reciba daños). El variador de frecuencia siempre estará funcionando ya que no está conectado directamente al microcontrolador. El micro solo puede cortar la señal del variador mediante los relés, si se desea apagar el variador hay que accionar manualmente su botón de apagado. El variador se alimenta directamente de la red (230V – 50Hz) [Bibl. 2 : pág.58]
- La **pinza eléctrica**. Es necesaria para sostener el rotor cuando los superconductores del volante de inercia no están funcionando y son incapaces de generar fuerzas que lo hagan levitar. Las pinzas se activan al encender el micro y solo se soltarán cuando el rotor supere las 2200 rpm. [Bibl. 2 : pág.40] *Figura 6*.

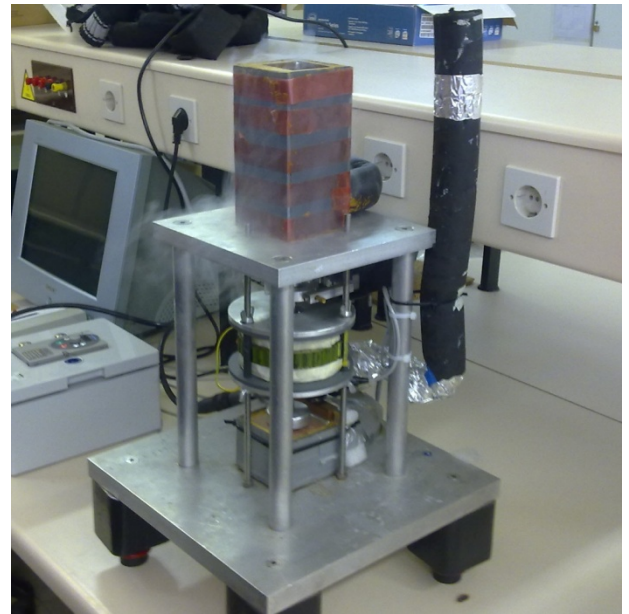


Fig. 3 – Fotografía de nuestro prototipo en funcionamiento

- La **fuentes de alimentación**. Es la encargada de alimentar a la pinza eléctrica y al microcontrolador. Al igual que el variador de frecuencia, está conectada directamente a la red eléctrica. [Bibl. 2 : pág.56]
- El **sensor de velocidad**. Situado justo frente al rotor. Es de tipo fotoeléctrico y funciona por infrarrojos. [Bibl. 2 : pág.36]

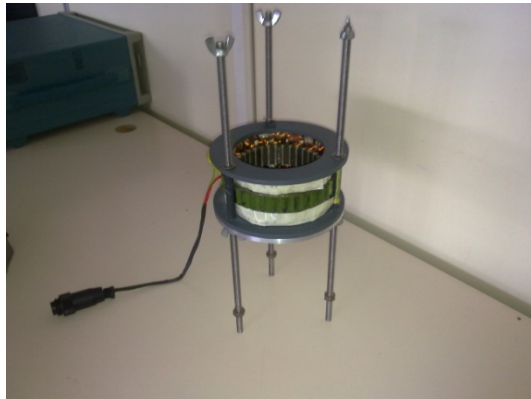


Fig. 4 – Estator del motor



Fig.5 – Caja del variador de frecuencia



Fig. 7 – Pinza eléctrica del rotor



Fig. 6 – Caja de control

Poco después de acabar A.Aparicio el proyecto, el Servicio de Instrumentación Electrónica de la universidad realizó ciertas modificaciones a los elementos electrónicos exteriores que diseñó:

- El microcontrolador, la acomodación y la fuente de alimentación fueron almacenados en una caja (Figura 7). En esta memoria la llamaremos “Caja de control”. Desde la caja se puede iniciar el volante y controlar el estado de este mediante la pantalla del microcontrolador.
- Al variador de frecuencia se le añadieron unos contactores eléctricos que sustituyeron a los relés que usó A.Aparicio. Estos fueron almacenados en la misma caja metálica (Figura 5). En esta memoria la llamaremos “Caja del variador”. La

caja del variador recibe órdenes de la caja de control y está conectada con el estator del volante de inercia. Desde la caja del variador se puede controlar la frecuencia del motor y hacer paradas de emergencia.



Fig. 8 – Perfil de la caja del variador

Hay que comentar también que las conexiones fueron también cambiadas en el taller para facilitar el montaje del prototipo. Como se ve en la *Figura 8*, cada conexión tiene su propio enchufe (de 2,3 y 4 orificios), que impide realizar montajes erróneos y comprometer el funcionamiento del prototipo.

Nota: Salvo que sea estrictamente necesario, no es recomendable desconectar el cable de alimentación de la pinza eléctrica, puesto que resulta muy difícil volver a conectarlo de nuevo.

5. Simulación numérica de los cojinetes magnéticos radiales utilizados

Para estabilizar el rotor radialmente se plantea la posibilidad de instalar unos cojinetes magnéticos radiales que dispone el departamento de Ingeniería Eléctrica. El problema con estos cojinetes son las fuerzas que aportan al rotor cuando este sufre una alteración axial y desplaza el cojinete interior respecto del exterior. Si estas fuerzas superan la capacidad de repulsión/atracción de los superconductores tendremos un impacto del rotor contra estos.

Para poder hallar la fuerza que producirán estos cojinetes se ha realizado una simulación a ordenador con un programa de elementos finitos (*FEMM*) [Bibl. 1] en dos dimensiones, controlado desde un programa de cálculo numérico (*QtOctave*) [Linkografía: 3] en la que se calculan las fuerzas que estos producen cuando el rotor se desplaza de su posición de equilibrio en dirección axial.

Se han seleccionado los programas anteriormente citados para la realización de las simulaciones presentadas en este proyecto por ser software libre y por ser utilizados en la bibliografía moderna. [Link: 5][Link: 6]

5.1. Descripción

Octave es un paquete de cálculo numérico (un software libre, similar al conocido programa comercial Matlab) con un lenguaje de programación propio que permite automatizar secuencias de cálculo.

Además el programa de cálculo numérico de campos electromagnéticos por elementos finitos dispone de una serie de rutinas que permiten controlar todos sus comandos desde el lenguaje de Octave.

En este proyecto he desarrollado un programa de Octave que permite simular cojinetes del tipo descrito anteriormente de forma parametrizada (es decir introduciendo en un fichero de texto (Datos.m) las características geométricas y de materiales deseadas).

El programa permite realizar de forma automatizada, en una sucesión de simulaciones en las que se va alterando poco a poco la situación de los componentes magnéticos del rotor para poder calcular las fuerzas entre estos cuando se dan variaciones axiales. Se han hecho tres tipos de simulaciones:

- Contando solo los cojinetes radiales, sin ninguna otra influencia magnética sobre ellos. (Ambos con el norte situado en la parte superior)

- Añadiendo el imán de levitación inferior a la anterior simulación con el norte de este en su parte superior (Considerando que los rodamientos se añadirán en la parte inferior del rotor y, por lo tanto, serán influidos por éste)
- Invirtiendo la posición del imán de levitación. Será igual al caso anterior salvo que ahora será el sur quien esté en la parte superior.

Dada la simetría de revolución del problema a resolver, realizaremos un modelo 2D axisimétrico. Esto nos da un cálculo más rápido y procesa todo más rápidamente que en 3D, pero lleva la desventaja de no poder desarrollar diseños que no sean simétricos en torno al eje. Esto quiere decir que si, por ejemplo, se decidiera acercar el rodamiento magnético interior (ver *Figura 11*), por una desestabilización del rotor de nuestro volante, hacia el rodamiento exterior, FEMM lo interpretaría como que el rodamiento interior tiene un radio mayor.

Esta manera de trabajar sobre cuerpos magnéticos se puede observar en la *Figura 9*, donde muestra como quedarían los campos magnéticos en 2D. En la figura también se puede ver como quedarían nuestros cojinetes magnéticos anulares (dos rectángulos amarillos superiores) y del imán de levitación (rectángulo amarillo inferior) en FEMM. Para comprender mejor el diseño, observe la *Figura 11*, que sería el resultado de revolucionar la sección 2D de la *Figura 9*.

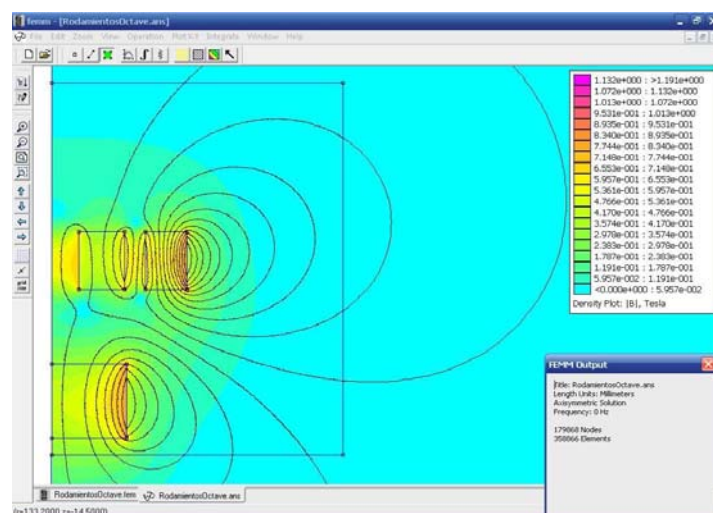


Fig. 9 – Simulación electromagnética procesada por FEMM

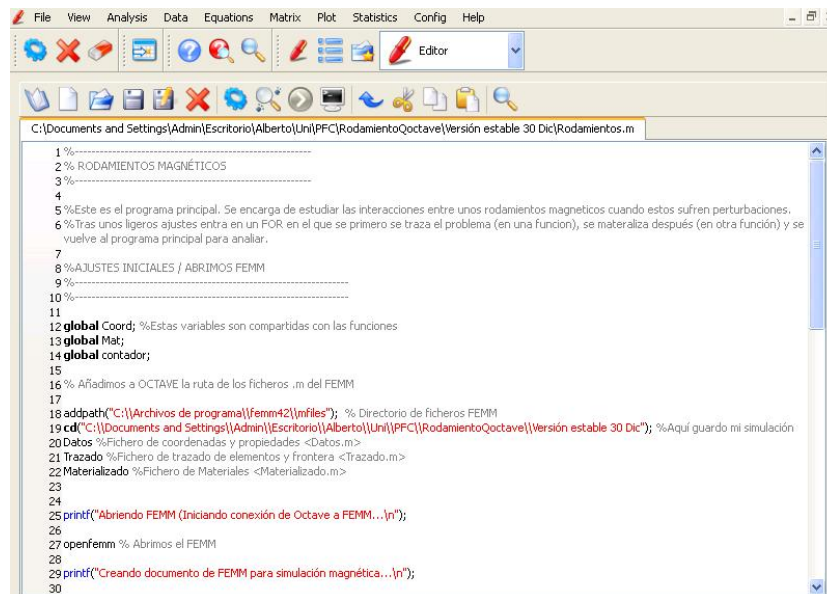
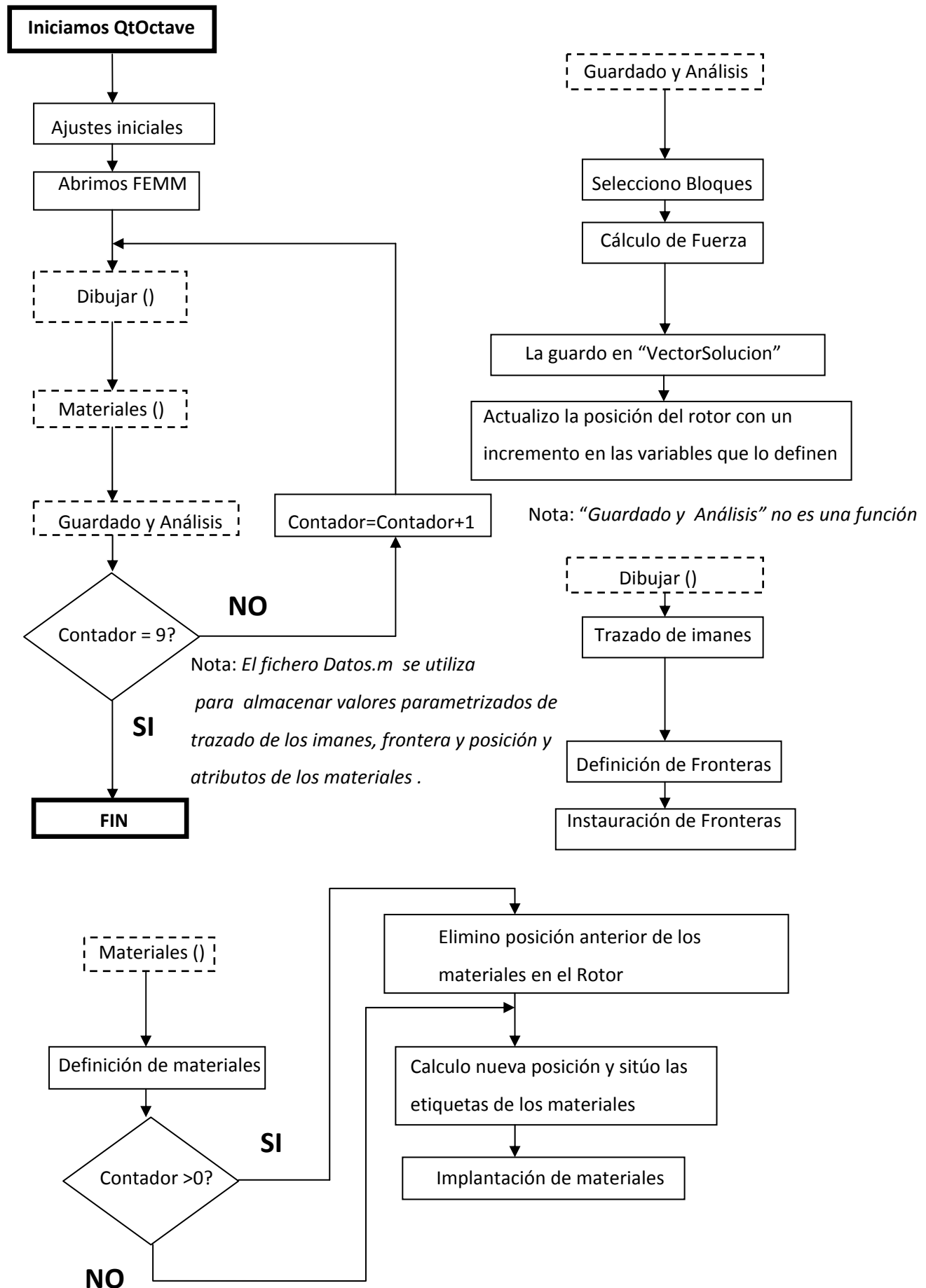


Fig. 10 – Interfaz de QtOctave

Mientras que FEMM se encarga del cálculo sobre elementos finitos en la simulación magnética, Octave se encarga de dirigir las acciones de FEMM mediante la ejecución de las líneas de código (a través de un intérprete). En la *Figura 10* se puede ver cómo queda un fichero de texto para Octave, cuando abre nuestro programa principal (Rodamientos.m), sin ejecutarlo aún. Tras esto, solo haría falta enviar el código a Octave y FEMM comenzaría a trabajar. En este proyecto se maneja Octave mediante el entorno gráfico Qt octave, por considerarlo un entorno más amigable al programador, aunque puede utilizarse directamente Octave desde la línea de comandos con los ficheros de código en modo texto.

5.1.1. Diagrama de flujo del programa



5.1.2. Resumen del diagrama de flujo

El programa inicia al ejecutar el código del archivo *“Rodamientos.m”* (Anexos 9.9.) en QtOctave. Los ajustes que anteceden a la ejecución de FEMM son para establecer las direcciones de los ficheros de FEMM y de nuestros ficheros que contienen el resto del programa.

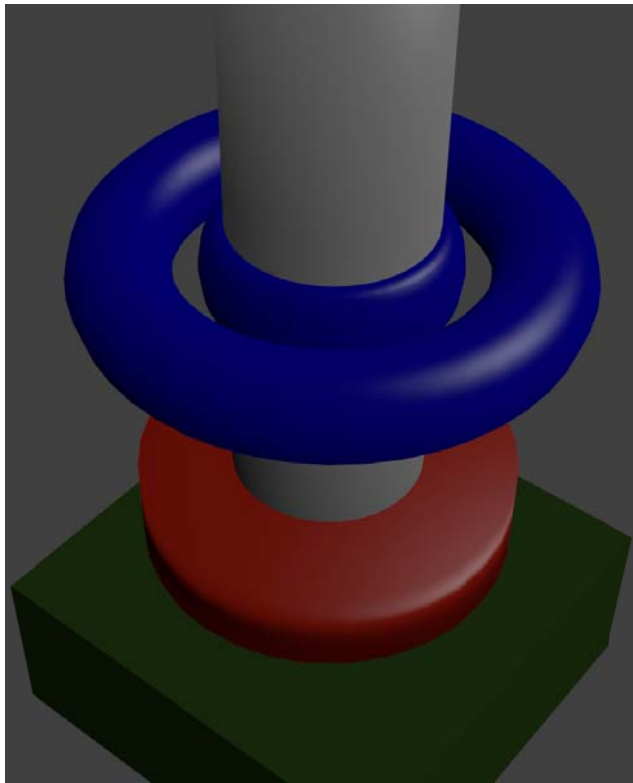
Tras esto se procederá a entrar en un bucle, en el que se irán desplazando los elementos magnéticos del rotor un milímetro (aunque esta medida puede ser cambiada por el usuario) cada vez que se llegue al final del ciclo, para salir del bucle cuando se considere que ya se ha movido lo suficiente como para que las fuerzas resultantes comiencen a caer (en nuestro caso 9 mm).

Una vez entrados en el bucle, el programa abre el fichero *“Trazado.m”* (Anexos 9.10.), que nos sirve para ejecutar la función Dibujar(). Esta función se encarga de trazar los elementos encontrados en la *Figura 13*, que nos servirán para delimitar los componentes magnéticos y la frontera. Estos valores se encuentran parametrizados en el fichero *“Datos.m”* (Anexos 9.12.), para poder editar la simulación a gusto del usuario. (Para saber más, consultar capítulo 5.2.2.)

Tras esto, el fichero *“Materializado.m”* (Anexos 9.11.) es abierto para ejecutar la función Materiales(). Aquí establecemos las propiedades de los materiales que se van a usar y se define el material de cada elemento de la simulación. Esto último se hace en las etiquetas de material, posicionadas siempre, en el caso de que formen parte de los elementos magnéticos desplazados, en el centro del elemento. Conseguimos que esten centradas las etiquetas actualizando su posición cada vez que se mueve el rotor.

Una vez establecidos todos los parámetros de la simulación, se procede al guardado y análisis: FEMM guarda, analiza la simulación y carga la solución. Sobre este resultado, selecciona los bloques del rotor (anillo interior e imán de levitación) y mide la fuerza a la que son sometidos, guardandola en un vector. El vector contendrá al final de la simulación una sucesión de fuerzas ordenadas en función de la posición del rotor en ese momento.

5.2. Funcionamiento interno



Para la realización de esta simulación hay que comentar primero como estarían situados los cojinetes magnéticos radiales (marcados en azul en la *Figura 11*) respecto del volante de inercia.

Para su correcto funcionamiento, el anillo interior del cojinete ha de ser solidario al rotor del motor (marcado en gris en la *Figura 11*) y el anillo exterior ha de estar perfectamente alineado con su homólogo interior.

Fig. 11 - Esquema de los rodamientos magnéticos

Solidario con el rotor está también el imán de levitación inferior (marcado en rojo en la *Figura 11*), que al estar tan cercano al cojinete, influye magnéticamente sobre éste. Por ello tenemos en cuenta dicha influencia en la simulación. El superconductor (marcado en verde) se encuentra bajo el imán de levitación inferior. Por limitaciones a la hora de emular su complejo comportamiento, no se incluye en la simulación numérica.

Para simplificar y poder entender mejor el funcionamiento del programa, se han catalogado los parámetros que definen estos elementos en función de lo que representan en el mundo físico:

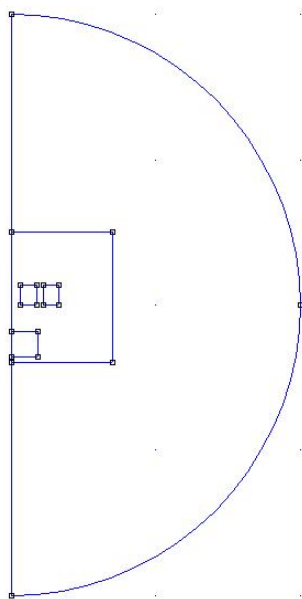
- Parámetros geométricos: Empleados por FEMM para situar todos los elementos no magnéticos en la simulación y también para establecer las propiedades de todos los materiales de la simulación.
- Parámetros de posición de los objetos magnéticos: Definidos aparte debido a que son los únicos elementos que cambian de posición a lo largo de la simulación.
- Áreas de trabajo y fronteras: Empleados para establecer densidad de cálculo en el aire (mallado) y las propiedades de los campos magnéticos en las fronteras.

5.2.1. Parámetros geométricos

Todos estos parámetros están almacenados en un fichero denominado *Datos.m* (ver Anexos 9.12., donde se encuentra el código del fichero) . Se pueden dividir en:

- **Arco-frontera.** Servirá para delimitar los límites de la simulación. Todo aquello más allá de este arco se considera irrelevante para la simulación. Está dividido en dos partes para agilizar el cálculo de Octave. *Está almacenada dentro de la clase “Coord.”* (mirar al inicio de Anexos 9.12.)
- **Rectángulo interior.** Es la zona donde se concentra la simulación. Esto es debido a que aquí tenemos una alta densidad de mallado (el mallado son pequeños polígonos que representan fragmentos del componente a simular y sobre los que se realizan los cálculos) para calcular con exactitud las interacciones entre los componentes magnéticos que se alojan en el interior de esta área. *Está almacenada dentro de la clase “Coord.”*
- **Coordenadas de las etiquetas del aire.** *Está almacenada dentro de la clase “Coord.”*
- **Propiedades de los materiales:** mallado, permeabilidad, coercitividad y dirección del campo (en ese orden). *Almacenadas en la clase “Mat.”*

Nota: En *Datos.m* se encuentran también los atributos que definen los componentes magnéticos (*explicados en el siguiente apartado de la memoria*) y también un ligero cálculo para hallar el punto medio de los arcos (*esto se hace para facilitar la selección de los arcos a la hora de aplicar las propiedades de la frontera*)



5.2.2. Parámetros de posición de los elementos magnéticos

En la simulación distinguimos tres elementos magnéticos:

- Anillo interior
- Anillo exterior
- Imán de levitación

Sus atributos principales son:

- El Anillo interior y exterior comparten el mismo material.

Fig. 11 – Elementos de la simulación representados por FEMM

- El imán de Levitación tiene su anchura fija (a 10 mm). Además de ser un disco y no un anillo como los cojinetes.

Como la simulación estudia las fuerzas que se dan cuando el rotor sufre alteraciones en el eje Z tenemos que **b1**, **b2**, **f1** y **f2** (ver *Figura 13*) serán sometidos a una sucesión de incrementos de $\pm 1\text{mm}$.

5.2.3. Áreas de trabajo y fronteras

En la simulación distinguimos dos áreas de cálculo previamente definidas en los parámetros geométricos, ambas claramente visibles en la *Figura 12*:

- El rectángulo interior.
- El arco exterior - frontera.

Como la zona exterior no es relevante para nuestros cálculos, ya que está lo bastante alejada de los elementos magnéticos (el campo más allá del rectángulo interior es tan bajo que FEMM no lo tiene en cuenta) como para no influir notablemente, he dejado el mallado en esa zona 10 veces mayor que en la zona interior. Esto nos sirve para agilizar el cálculo. En FEMM significará que mesh size = 2 en la exterior y 0.2 en la interior.

La frontera (el arco exterior) está situada lo suficientemente lejos como para que no afecte a la zona interior. La condición de contorno en la frontera es tangencial, esto quiere decir que en la solución del problema se impone la condición de que las líneas del campo sean tangenciales a esta frontera. Esta condición se introduce en FEMM indicando que el potencial magnético del vector **A** sea constante en la frontera (tomamos $A=0$). Esto se debe a que al ser **A** una constante, su derivada será igual a cero; así tendremos un campo tangencial a la frontera [4]:

$$\vec{B} = \nabla \times \vec{A} = \frac{dA_z}{du_n} \cdot \vec{u}_t - \frac{dA_z}{du_t} \cdot \vec{u}_n$$

$$\frac{dA_z}{du_t} = 0$$

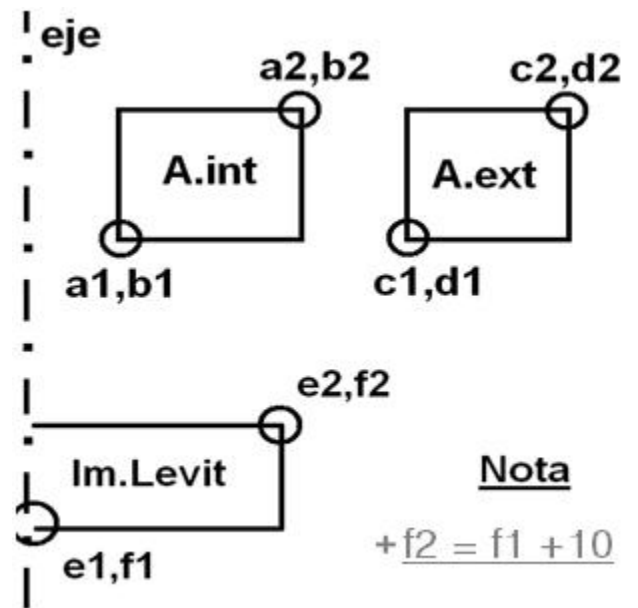


Fig. 12 – Esquema de la representación física de nuestras variables en el programa

5.3. Resultados de las simulaciones

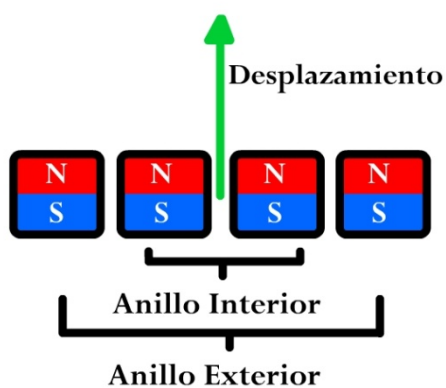
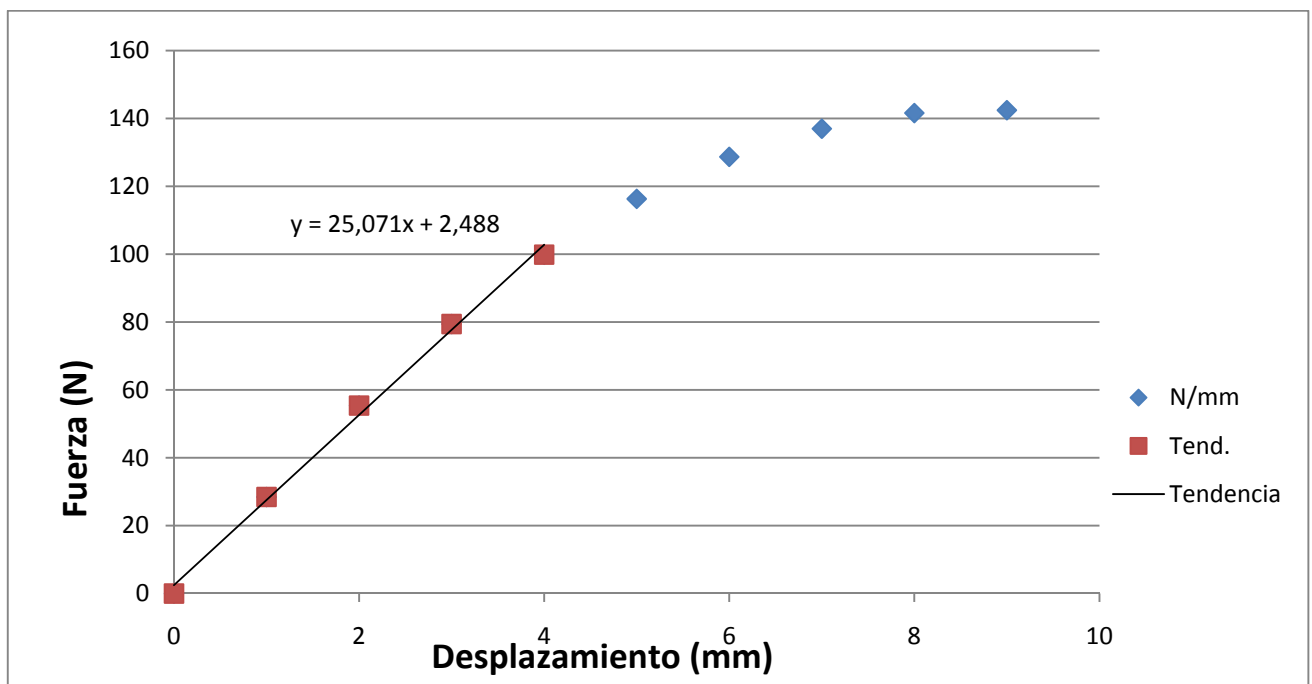
5.3.1. Dos anillos coaxiales imanados

Desplazamiento axial (mm)	Fuerza (N)
0	0
1	28,46
2	55,39
3	79,43
4	99,87
5	116,33
6	128,7
7	137
8	141,62
9	142,46

En este caso no es necesario incluir un desplazamiento negativo ya que el modelo es totalmente simétrico.

Como resultado obtenemos una tendencia lineal aproximada, en torno al origen de:

$$\text{Fuerza} = 25x + 2.5 \text{ N}$$



Consideramos que un desplazamiento positivo se da cuando el rotor/anillo interior se desplaza hacia arriba.

Fig. 13 – Esquema de la posición de los dos anillos magnéticos

5.3.2. Dos anillos coaxiales más un imán cilíndrico (Caso 1)

En este caso tenemos que el imán de levitación tiene el norte en la parte superior. Los cojinetes tendrán el norte en la parte superior, tanto en este caso como en el siguiente, tal y como muestra la siguiente imagen:

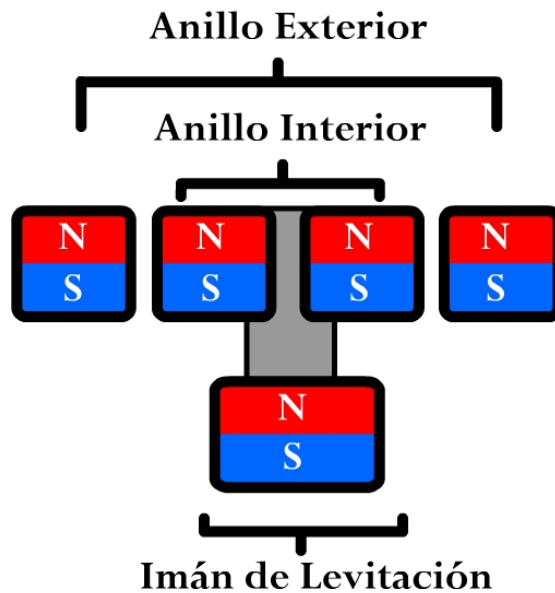
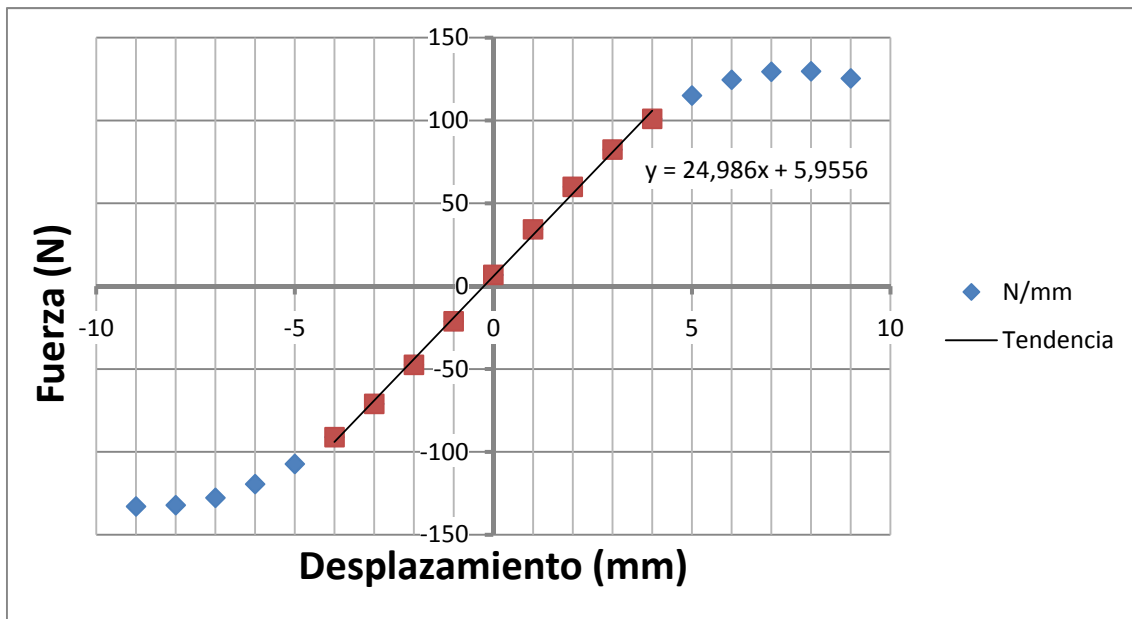


Fig. 14 Esquema de la posición de los dos anillos magnéticos con la influencia del imán de levitación

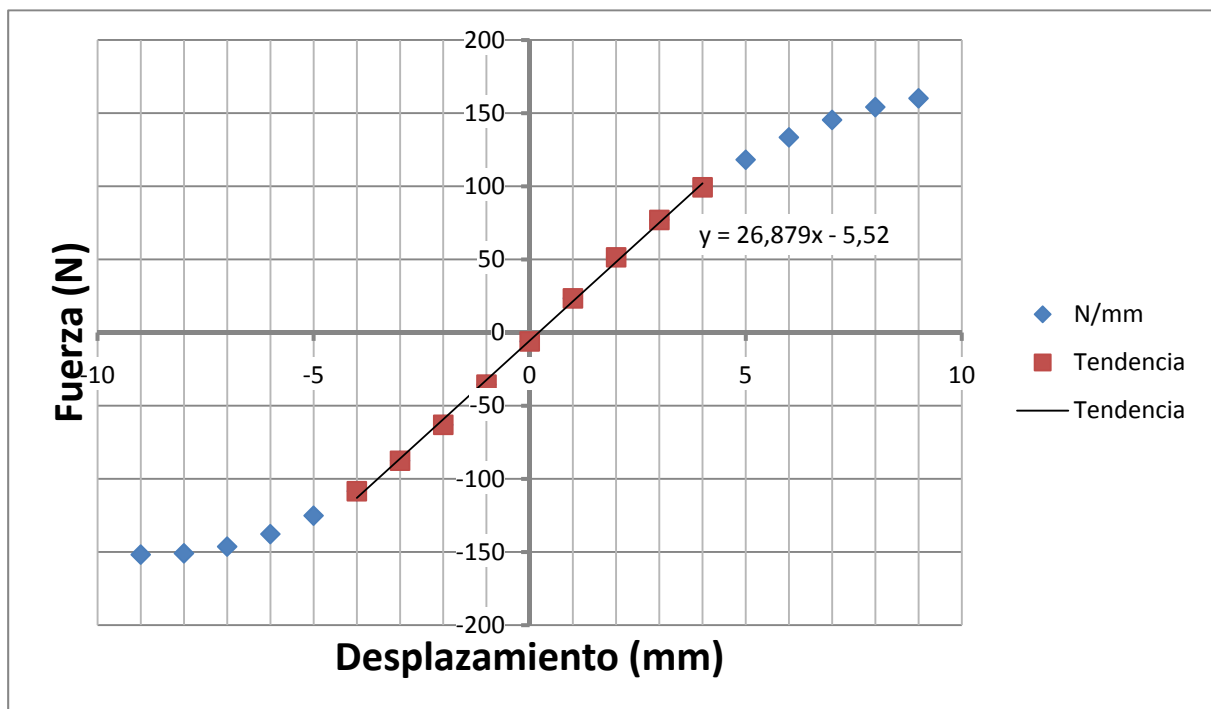
Desplazamiento (mm)	Fuerza (N)	Desplazamiento (mm)	Fuerza (N)
-9	-132,97	0	6,79
-8	-132,16	1	34,3
-7	-127,73	2	59,95
-6	-119,47	3	82,43
-5	-107,3	4	100,97
-4	-91,12	5	115,07
-3	-71,05	6	124,55
-2	-47,48	7	129,45
-1	-21,19	8	129,72
0	6,79	9	125,42

Como resultado de la simulación obtenemos una tendencia aproximada de Fuerza = $23.6 + 9.5$ N para los casos en los que el rotor ascienda y de Fuerza = $24.6 + 4.3$ N para los casos en que descienda.



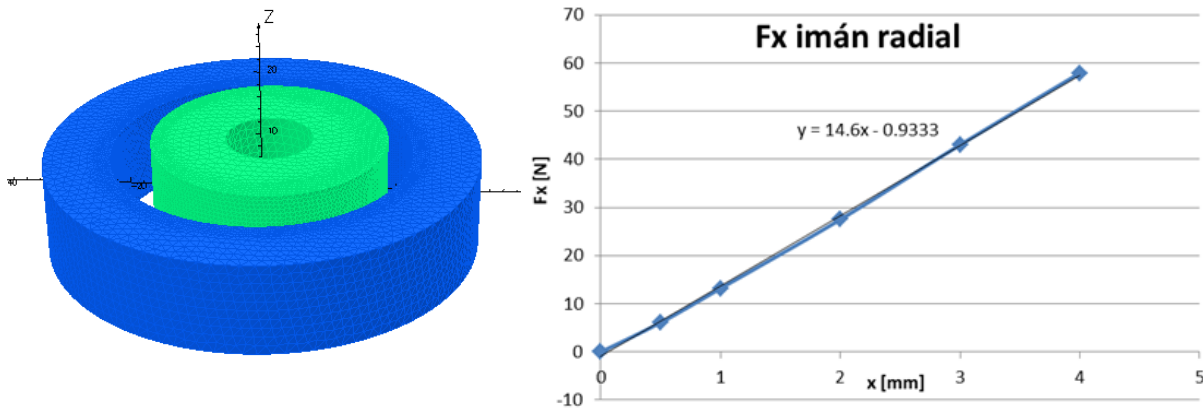
Desplazamiento (mm)	Fuerza (N)	Desplazamiento (mm)	Fuerza (N)
-9	-151,81	0	-6,08
-8	-150,92	1	23,35
-7	-146,31	2	51,44
-6	-137,76	3	76,98
-5	-125,18	4	99,32
-4	-108,43	5	118,12
-3	-87,61	6	133,38
-2	-63,08	7	145,31
-1	-35,57	8	154,12
0	-6,08	9	160,11

Como resultado de la simulación obtenemos una tendencia aproximada de Fuerza = 26.4 - 3.8 N para los casos en los que el rotor ascienda y de Fuerza = 25.6 - 8.8 N para los casos en que descienda.



5.3.4. Rigidez radial de los rodamientos (Caso especial)

Para conocer las fuerzas radiales que era capaz de ofrecer el cojinete radial, se realizó en un proyecto de investigación [Bibl. 9], una simulación en 3D con el programa OPERA en la que se desplazaba el rodamiento interior en el eje radial (algo imposible con FEMM)



Se comprobó que ofrecía una rigidez de 13,6 N/mm , un valor muy superior al obtenido en los superconductores (ver capítulo 6.3.)

5.4. Conclusiones de la simulación

Para poder elegir el mejor modelo, tenemos que fijarnos en las fuerzas que añade cada caso al sistema cuando el rotor sufre una perturbación y desalinea los dos anillos magnéticos. En todos los modelos, la rigidez es positiva, esto quiere decir que cuanto más se desplace el rotor en una dirección, mayor será la fuerza que genere el cojinete radial en esa dirección. Esto añade inestabilidad al sistema, por lo que el modelo más interesante será el que menos fuerzas aporte.

Si se tiene en cuenta la influencia del imán de levitación por limitaciones a la hora de anular la influencia de este último, nos queda decidir entre lo que se ha denominado antes como Caso 1 y Caso 2.

Comparando ambas gráficas de fuerzas, se observan unas fuerzas muy altas, en el Caso 1 se presenta una rigidez de **25 N/mm** y en el Caso 2 de **26,9 N/mm** (un 10% de diferencia). Con esto en cuenta y suponiendo que los superconductores puedan compensar estas fuerzas [Capítulo 8: Conclusiones] , la configuración a aplicar es la del Caso 1, ya que la pendiente es inferior a la del Caso 2 y por lo tanto, ofrecerá menos fuerza axial ante perturbaciones cualquier desplazamiento vertical del rotor.

Si se consiguiera alejar lo suficiente el imán de levitación de los cojinetes radiales como para no influir sobre ellos (el caso estudiado en el capítulo 5.3.1.), tendríamos nuestra solución óptima debido a que, aunque tenga la misma rigidez que el Caso 1, sus fuerzas son las menores.

5.5. Alternativa propuesta

Tras comprobar que los cojinetes magnéticos radiales que disponemos no eran viables para nuestro prototipo debido a las altas fuerzas radiales desestabilizadoras que introducen, se probó un diseño distinto para reducir el problema. Este nuevo diseño sería similar en configuración, solo que en este caso, el anillo exterior sería considerablemente más largo que el interior. (ver *Figura 17*)

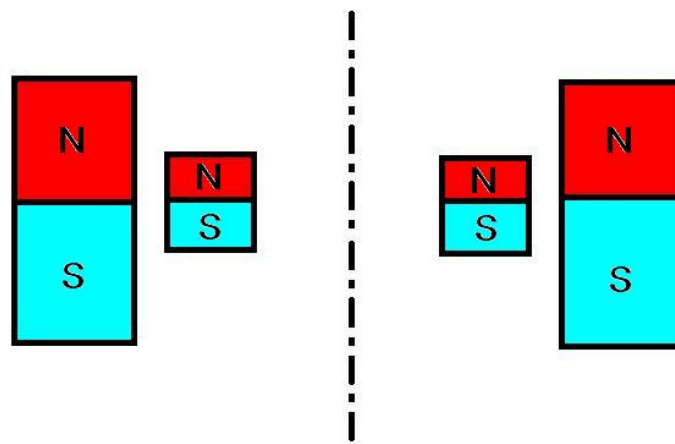
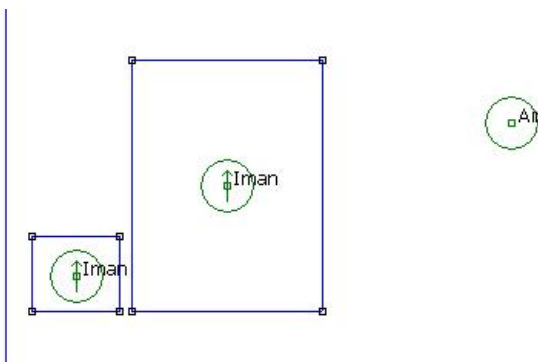


Fig. 16 – Esquema de los rodamientos magnéticos propuestos

Para probar la viabilidad de este nuevo diseño, se realizó una simulación idéntica a las anteriores, solo que ahora empleando los imanes anulares N35251010 (Diámetro mayor: 25mm, Diámetro menor: 10mm, Altura: 10mm) y N35723 (Diámetro mayor:

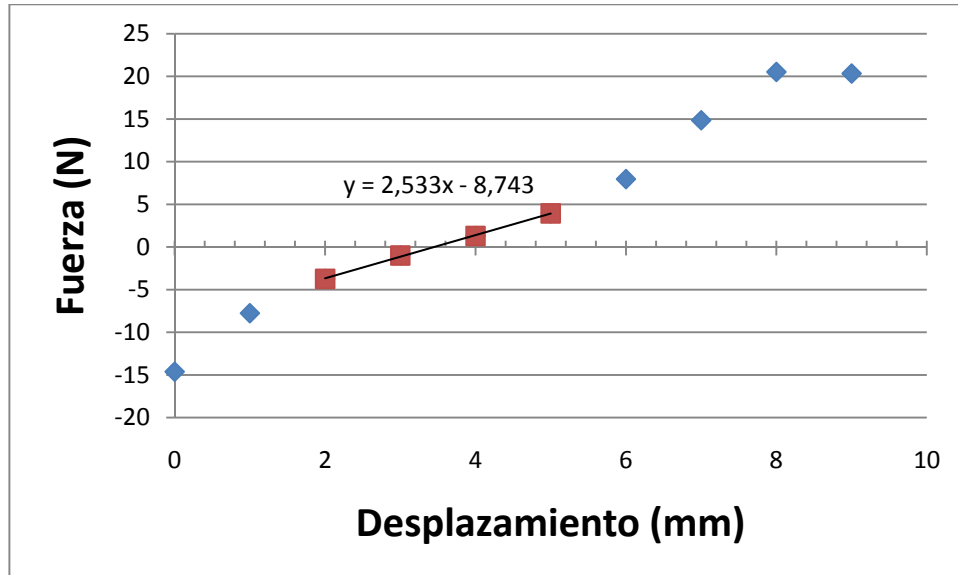
7mm, Diámetro menor: 2mm, Altura: 3mm), fabricados por Idemag [\[Link 2\]](#).



Se realizaron dos simulaciones, la primera teniendo en cuenta el imán de levitación Inferior y la segunda omitiendo a este. Ambas simulaciones comienzan con los dos anillos alineados por su parte inferior y con el anillo interior ascendiendo. (Ver *Figura 18*)

Fig. 17 – Posición de nuestra configuración antes del inicio de la simulación

Aunque la simulación comience en esta posición, la situación óptima del anillo interior sería alineándolo con el centro del anillo exterior. (Ascendiendo 3.5mm el anillo interior respecto de la posición inicial) Se debe de tener esto en cuenta, cuando se analicen las fuerzas, para estimar si es viable o no la instalación de estos cojinetes.



Cuando se analizó el comportamiento bajo la influencia del Imán de levitación, se descartó este diseño, puesto que aportaba fuerzas demasiado altas como para poder ser compensadas por los superconductores.

En cambio, el diseño sin influencia del imán de levitación se mostró prometedor. La simulación nos presentó unas fuerzas axiales lo suficientemente bajas (2,5 N/mm de rigidez) como para poder ser compensadas por los superconductores (ver capítulo 7.1.). Será necesario, en el caso de instalar estos cojinetes, eliminar la influencia del imán de levitación, alejándolo en un nuevo diseño del rotor, lo suficiente como para no afectar a los cojinetes magnéticos. Estimando esta distancia con FEMM, la interacción entre el cojinete y el imán de levitación cae notablemente pasados los 30mm de separación. Esta configuración sería preferible a la de los cojinetes magnéticos disponibles.

Para completar el diseño de este cojinete, sería necesario recalcular las fuerzas radiales con una simulación 3D.

6. Ensayo de fuerzas generadas por los superconductores

Una vez calculadas las fuerzas que serán capaces de ejercer los imanes permanentes cuando sufran variaciones, necesitaremos saber las fuerzas que son capaces de generar los superconductores (también llamados YBCO en la memoria) sobre el imán de levitación y si son capaces de compensar al rotor cuando a este se le añaden las fuerzas de los cojinetes magnéticos.

6.1. Descripción

El ensayo de fuerzas consiste en dejar el superconductor en una posición fija y mover el imán de levitación inferior ($\varnothing 36\text{mm}$, 18mm) [Link.2] axialmente empleando una máquina de ensayos de tracción. [Link.4]



Fig. 18 – Máquina utilizada para el ensayo de fuerzas

La máquina con la que realizamos el ensayo es un *sistema de suelo universal*, modelo 5980 de la casa Instron (Figura 19). Utilizamos un bastidor con capacidad de carga de 250 kN, con un margen de error del $\pm 0,5\%$ y a un muestreo de 20 datos/mm.

Tendremos, dependiendo de la distancia a la que se enfríe el superconductor respecto del imán, tres ensayos diferentes:

6.1.1. Ensayo Zero Field Cooling (ZFC)

Objetivo: Medir la fuerza de repulsión que ejerce el superconductor cuando trabaja a ZFC (Sin presencia de campo magnético en el superconductor cuando se enfría). Es el caso en el que mayor será la fuerza de repulsión.

Según la práctica habitual de este ensayo, el imán deberá estar a 60mm de distancia sobre el superconductor mientras este esté siendo enfriado (una distancia suficiente para asegurar un campo despreciable en el imán) **[Bibl. 5: pág. 3]**. Para asegurar el correcto enfriamiento del superconductor habrá que esperar unos 10-15 minutos desde el momento en el que se haya llenado el depósito con nitrógeno líquido.

Después de haber asegurado el correcto enfriamiento habrá que iniciar el ensayo haciendo descender lentamente la máquina hasta que llegue a la altura mínima (0.5 mm), de ahí se subirá hasta 30mm, donde consideraremos el final de este ensayo.

Una vez terminado el ensayo se procederá a calentar el superconductor. No hará falta un calentamiento prolongado, puesto que una vez superados los 90K (183 °C) el superconductor pierde sus propiedades especiales. Para asegurarse de que el superconductor ha pasado ese punto solo hay que ver las fuerzas que se están visualizando en la pantalla de la máquina de ensayos de tracción, en cuanto bajen a cero significará que ya está caliente.

- La velocidad de acercamiento del imán al superconductor se ha fijado en : 10mm/minuto

6.1.2. Ensayo Field Cooling (FC) a Altura mínima

Objetivo: Medir la fuerza de atracción que ejerce el superconductor cuando es enfriado con la caja en contacto con el imán (el caso en el que mayor será la fuerza de atracción)

El imán deberá estar a la mínima distancia posible (0.2 mm, teniendo cuidado de que el hielo no una al imán con la caja) mientras el superconductor sea enfriado.

Tras haber asegurado el enfriamiento del superconductor se procederá al alejamiento del imán hasta haber alcanzado una distancia de 30mm respecto a este y de ahí se bajará hasta la posición mínima, posición que supondrá el fin de este ensayo. El fin de este ciclo de alejamiento-acercamiento es el de medir las pérdidas que se pueden dar

por pérdida de líneas de campo atrapadas en el YBCO (ciclo de histéresis). Al igual que en el caso anterior, una vez acabado se procederá al calentamiento de la caja. [Bibl. 6: pág. 5]

- La velocidad de acercamiento del imán al superconductor se ha fijado en : 10mm/minuto

6.1.3. Ensayo FC a una altura intermedia

Objetivo: Medir las fuerzas, tanto de atracción como de repulsión, que aparecen cuando el superconductor es enfriado a distancias cercanas al imán (emulando el comportamiento que se da en el volante de inercia)

Se enfriará el superconductor con el imán a 1, 2, 3, 4, 5 y 10mm sobre este. Al igual que en el caso anterior, el tiempo de espera podrá ser menor que en el primer caso.

Tras el enfriamiento se acercará el imán hasta la distancia mínima (0,2mm) y tras esto se procederá a alejar el imán hasta una distancia de 30mm.

Una vez acabado el ensayo se procederá a calentar la caja hasta haberse asegurado de que ya no quede ningún vestigio de humedad y se dará por acabado los ensayos.

- La velocidad de acercamiento del imán al superconductor se ha fijado en : 10mm/minuto

6.2. Resultados

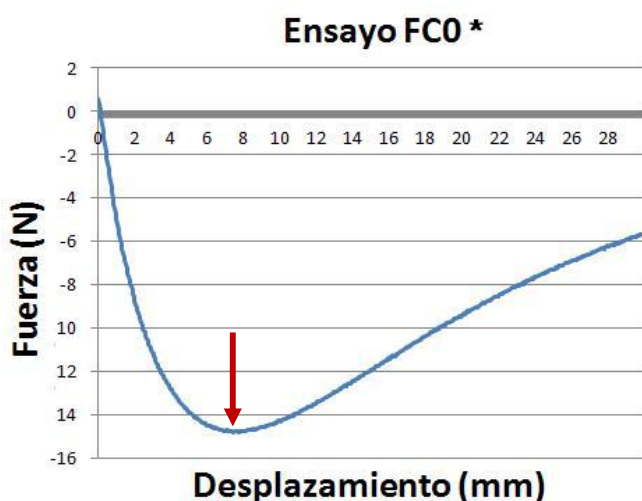


Fig. 20 – Gráfica de fuerzas en FC0

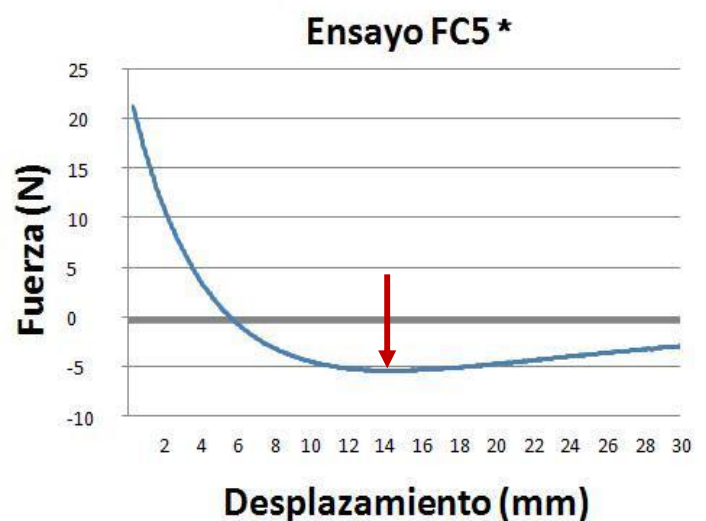


Fig. 19 – Gráfica de fuerzas en FC5

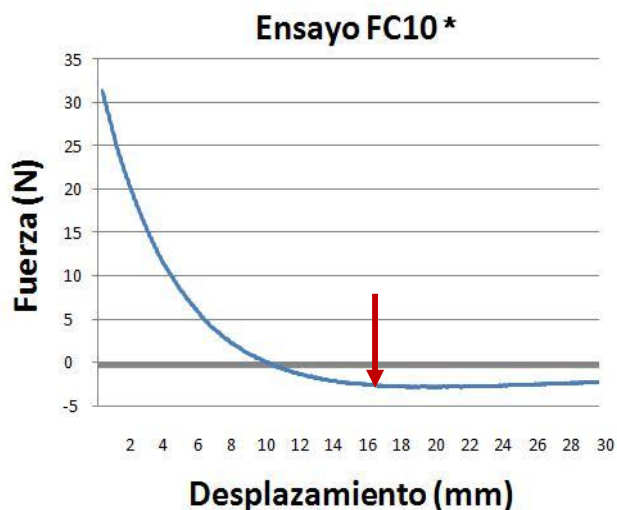


Fig. 22 – Gráfica de fuerzas en FC10



Fig. 21 – Gráfica de fuerzas en ZFC

Nota 1: Las distancias son respecto a la superficie del depósito del superconductor, no respecto al superconductor. Para saber más sobre distancias, consultar **Anexos 9.4**.

Nota 2: Las flechas muestran el punto donde mayor fuerza de atracción ejerce el superconductor sobre el imán.

Nota 3: El resto de las gráficas de fuerzas se encuentran en **Anexos 9.8**.

Tras los ensayos se pudo empezar a vislumbrar el patrón que siguen las fuerzas cuando se opera en Field Cooling (FC):

- Cuanto menor sea la distancia FC, mayor será la fuerza de atracción del YBCO al intentar separar el imán.
- Cuanto menor sea la distancia FC, más cerca del punto en el que fue enfriado el YBCO respecto del imán (donde tenemos 0N de fuerza en las gráficas) se encuentra el pico máximo de fuerza de atracción.
- Las pérdidas de fuerza por histéresis se reducen conforme la distancia FC aumenta y apenas pasan de un Newton.
- Los ensayos a distancias FC altas permiten altas fuerzas de repulsión al acercar el imán.
- Con desplazamientos cortos apenas se dan variaciones de fuerza sobre el imán. O dicho de otra manera, la rigidez en el sistema (N/mm) es reducida.

Cabe decir también que sospechamos que parte del bajo rendimiento en fuerzas del YBCO viene de que es posible que con el uso (continuos enfriados/calentamientos, golpes...) se haya degradado.

6.3. Ensayo radial de fuerzas (Caso especial)

Este ensayo se diferencia del axial en que aquí tenemos la base en posición vertical. El eje Z (mostrado en la *Figura 24*), que nos sirve para marcar el desplazamiento, cambia de sentido respecto al axial, apuntando ahora hacia abajo.

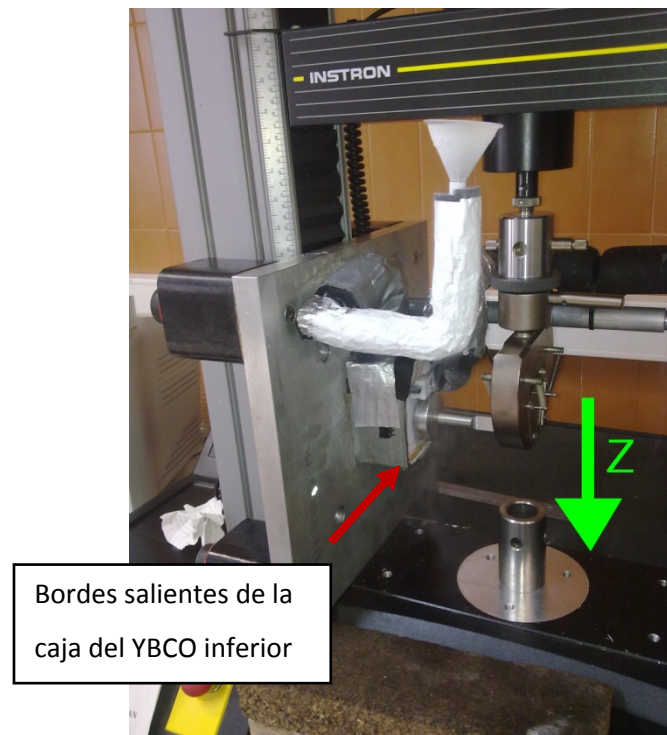


Fig. 23 – Fotografía del ensayo de fuerzas radiales

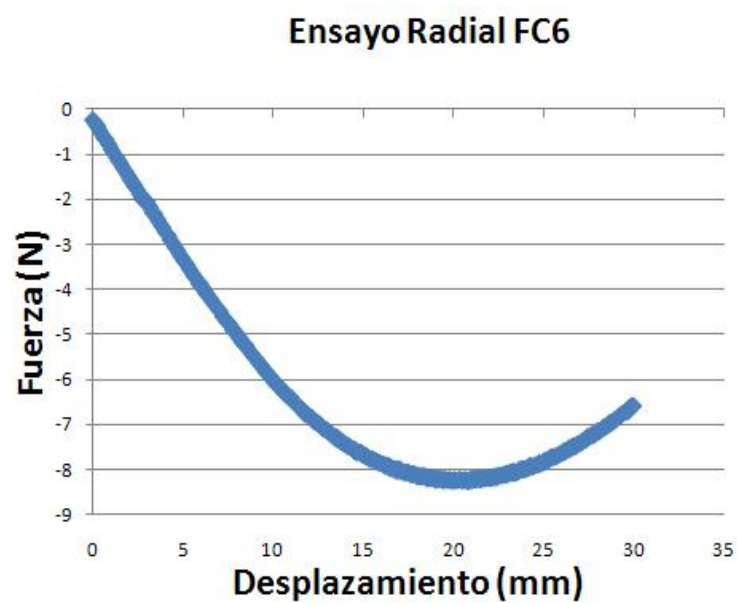


Fig. 24 – Gráfica de fuerzas radiales en FC6

Por problemas con la máquina universal de ensayos de tracción solo se pudo hacer un ensayo. Aun así se puede intuir que las fuerzas que genera el superconductor radialmente son bastante más pobre que axialmente. La rigidez $(-\frac{dF}{dx})$ [7] en los puntos más cercanos al de equilibrio es de solo 0,616 N/mm y el pico de fuerzas también resulta pobre (≈ 8 N de atracción)



El problema que se tuvo con este ensayo venía de la incapacidad física de colocar la base del prototipo dentro de la máquina de ensayos y que además resultaba muy difícil mover la pinza sin golpear partes del prototipo. (Nótese la posición en la que se encuentra la tubería en la parte superior derecha de la *Figura 26* y los bordes salientes de la caja que contiene al superconductor, marcados por una flecha, en la *Figura 24*)

Tras varios intentos se vio que la única configuración en la que se podía trabajar era en FC6 (y distancias cercanas a esta).

Fig. 25 – Vista frontal, con el ordenador empleado para manejar la máquina de fondo

6.4. Simulación numérica del comportamiento del superconductor

Para contrastar los resultados hallados en el ensayo de fuerzas en la máquina de tracción con los modelos teóricos, con el fin de asegurarnos de que se realizó correctamente el ensayo y de que la pastilla YBCO funciona correctamente, se le pidió al profesor Antonio Badía (Departamento de Física de la Materia Condensada, Universidad de Zaragoza) la realización de una serie de simulaciones a ordenador en las que se simulara el funcionamiento del superconductor en las mismas condiciones que en el ensayo de fuerzas en el laboratorio. Estas fueron presentadas en el póster que se realizó para la XI Reunión Nacional de Electrocerámica [18] [Link 8]

Las simulaciones dieron unos resultados cercanos a los obtenidos mediante los ensayos de tracción. Aun así se encontraron ciertos problemas a la hora de compararlos, ya que se desconoce la distancia real entre el superconductor y el exterior de la caja que lo contiene (ver **Anexos: Estimación de la posición del superconductor, 9.4.**)

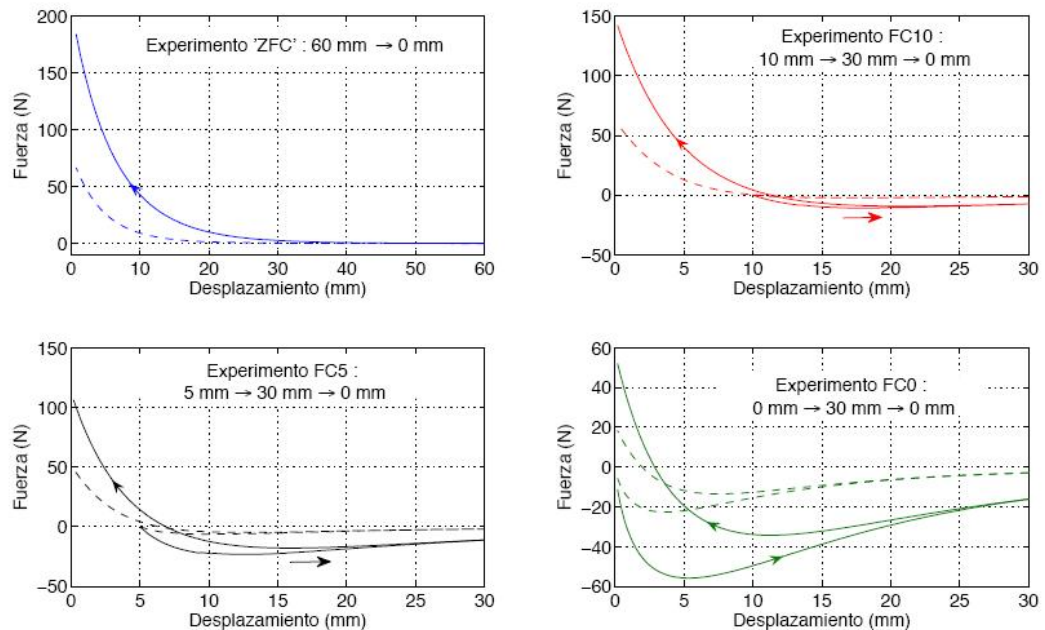


Fig. 26 – Gráfica de fuerzas obtenidas en la simulación

Se desarrollaron también unos perfiles de fuerza/desplazamiento obtenidos mediante simulaciones numéricas para las condiciones utilizadas en los experimentos de tracción, con el fin de saber por donde circulan las corrientes internas del superconductor y poder así visualizar cuanto YBCO se aprovecha. Para esta simulación se utilizaron los parámetros materiales: $m_0M = 1.17 \text{ T}$ para el imán y $J_c = 100 \text{ MA/m}^2$ para el superconductor. Mediante flechas se indica el sentido de los desplazamientos, cuyos extremos se muestran en cada caso. Las líneas continuas representan la geometría real de nuestros ensayos, mientras que las líneas discontinuas corresponden a un imán de la misma altura y mitad de radio

Las corrientes estudiadas en la *Figura 29* tienen su origen en el acercamiento del imán desde gran distancia (60mm) que producen en el superconductor unas corrientes de apantallamiento en sentido horario (azul) que tratan de mantener nulo el campo magnético en su interior. Cuando el imán se enfría cerca del superconductor (*Figura*

28) aparecen corrientes en sentido contrario (rojo) que tratan de mantener la estructura de su campo.

Los resultados obtenidos en estas simulaciones nos muestran que apenas se emplea un 10% del superconductor en el ensayo FC y sobre un 3% en ZFC. Idealmente el ensayo ZFC debería de ser cercano al 0% y el FC debería de poder aprovechar el máximo del superconductor. Se considera, a través de esta simulación, que el superconductor no está siendo aprovechado al máximo en el prototipo de volante de inercia y que quizás con uno más pequeño (y, por lo tanto, más barato) obtendríamos las mismas fuerzas.

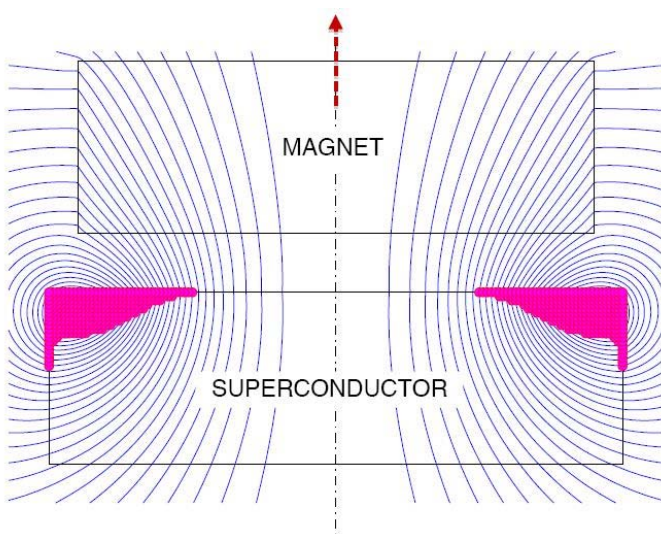


Fig. 27 – Corrientes en el YBCO (ensayo FC)

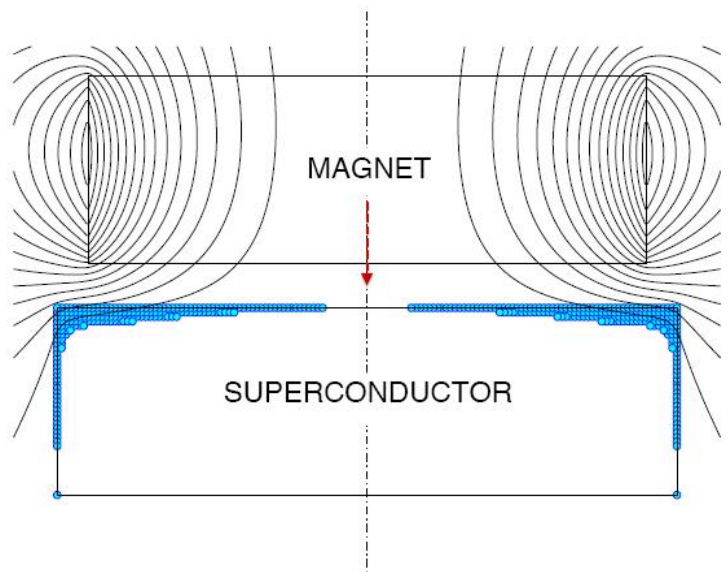


Fig. 28 – Corrientes en el YBCO (ensayo ZFC)

Nota: Para conocer más sobre la eficiencia de nuestro YBCO: consultar **Anexos 9.7**.

7. Cálculo de la posición óptima del rotor

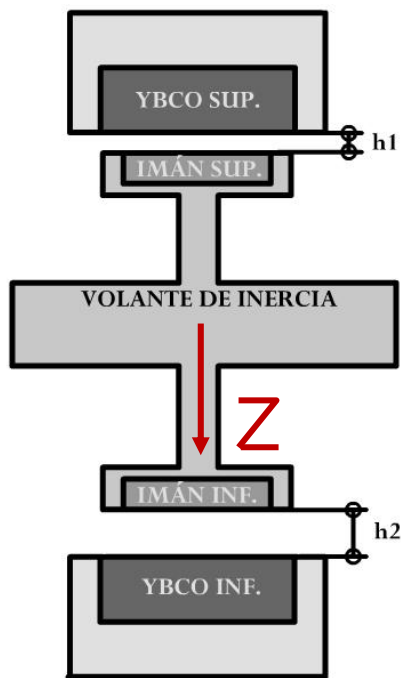


Fig. 29 – Esquema de nuestro prototipo

Cuando se instaló el rotor en el proyecto de Pedro [Bibl. 3], se asumió que cuanto menor fuera la distancia entre los imanes de levitación de los extremos del rotor con los superconductores, mayores serían las fuerzas de levitación sobre el rotor. Durante el transcurso del proyecto nos percatamos que era una asunción precipitada que no tomaba en cuenta las rigideces del par imán/superconductor ni las ventajas que podría tener el trabajar a FCs más altos para aprovechar sus mayores fuerzas de repulsión.

Es por esto por lo que se vio necesario el cálculo de la posición óptima del rotor para poder aprovechar al máximo las fuerzas de los YBCO y para saber si se necesitaba modificar el diseño actual.

Antes de exponer los cálculos es necesario explicar cómo trabajan las configuraciones de imán/superconductor sobre el rotor. En la levitación del rotor intervienen dos superconductores que funcionan de distinta forma. Cuando no hay perturbaciones, solo influye sobre el sistema la fuerza de la gravedad (Eje Z), que hace que el superconductor superior evite la caída gravitatoria del rotor atrayéndolo, mientras que el inferior trabaje repeliéndolo.

Como sabemos, gracias a los ensayos realizados en tema anterior, que el superconductor en FC0 es la configuración más apropiada para atraer al imán, puesto que es la que más fuerza de atracción puede aportar, haremos que el superior trabaje en esta configuración.

Esto significará que el **h1** de la *Imagen 30* será igual, o muy cercano (teniendo en cuenta que el hielo quizás adhiera las superficies), a 0mm en el enfriado de los superconductores. A partir de esto probamos distintas configuraciones del YBCO inferior (**h2** en el enfriado) para encontrar cual nos daría la mejor rigidez en el rotor.

7.1. Rigidez axial en el rotor

La rigidez en este caso se entiende como la relación entre el desplazamiento del rotor ante una perturbación y la fuerza aplicada por los superconductores para devolver al rotor al estado de equilibrio (N/mm). A mayor rigidez, mayor será la facilidad para devolver al rotor a su posición de equilibrio. Su coeficiente lo obtenemos calculando la pendiente en el punto de equilibrio (donde el peso del rotor quedaría contrarrestado por los superconductores) de la función que define la relación fuerza/desplazamiento $-\frac{dF}{dx}$. [Bibl. 7]

Para poder visualizar las tendencias que siguen las rigideces en función del modo de trabajo al que se somete el superconductor inferior, se han hecho tres gráficas en las que se representan las fuerzas que ejercen los superconductores en torno al punto donde se estabiliza el rotor. A continuación las gráficas de rigidez en el punto donde se estabiliza el rotor. Hemos calculado 3 casos a partir de la información experimental recogida en el capítulo anterior:

- FC0 + FC2: Este es el caso en el que menos distancia puede haber entre el rotor y los superconductores. Si la configuración inferior trabajara a un FC inferior, las fuerzas de los superconductores no serían lo suficientemente altas como para compensar los 940 gramos del rotor. Para más información: **Anexos: 9.5.**
- FC0 + FC5: Elegido por ser el caso intermedio.
- FC0 + FC10: Elegido por ser el FC más alto realizado en los ensayos de fuerzas.

Se ha desechado el FC0 + ZFC por carecer esta configuración de estabilidad total debido a que el superconductor en ZFC se limitaría a repeler el imán de levitación inferior.

Nota: Los ensayos de fuerzas se realizaron sobre un nuevo YBCO [Link 1], que reemplazó a los 6 YBCO, de considerable menor tamaño, del depósito inferior usados en los anteriores proyectos. Mientras escribo esta memoria, los 6 viejos superconductores del depósito superior aún no han sido cambiados por el nuevo YBCO. En los cálculos de este capítulo asumo que el YBCO situado en la parte superior del volante es el nuevo y no los 6 que hay ahora instalados (sobre los que no se realizaron medidas)

FC (h1=0mm) + FC (h2=2mm)

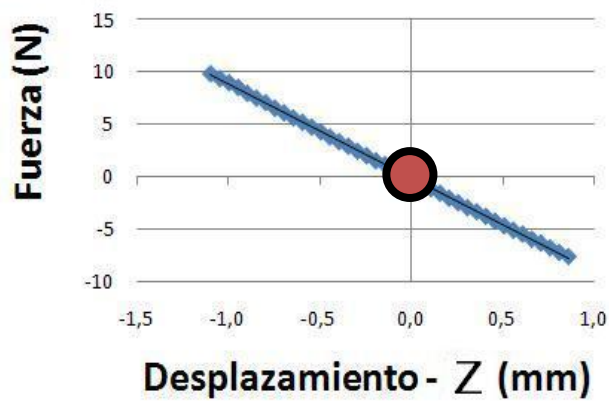


Fig. 30 – Rigidez en la configuración FC0 + FC2

FC (h1=0mm) + FC (h2=5mm)

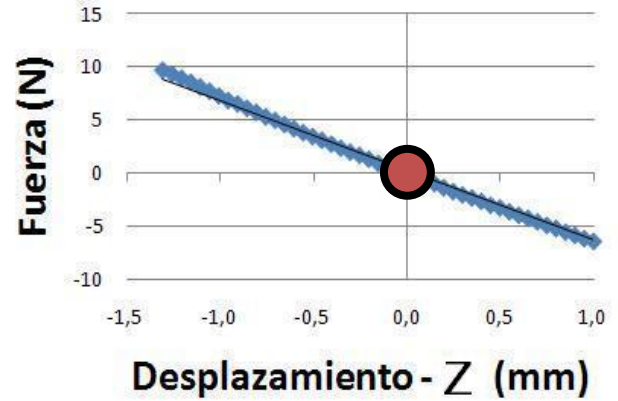


Fig. 31 – Rigidez en la configuración FC0 + FC5

FC (h1=0mm) + FC (h2=10mm)

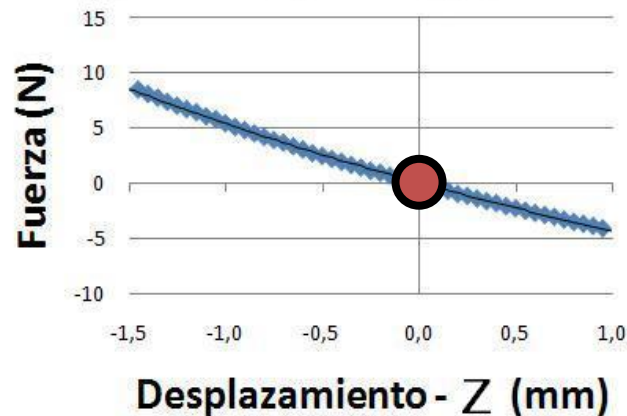



Fig. 32 – Rigidez en la configuración FC0 + FC10

Nota:  marca el punto de estabilidad. Aquí el peso del rotor (ver **Anexos 9.3.**) es contrarrestado por la fuerza de los superconductores.

Cuando calculamos la rigidez [Bibl. 7] en los puntos de estabilidad en cada caso obtenemos:

Caso FC0 + FC2 (Figura 31): **Rigidez = 8,96 N/mm**

Caso FC0 + FC5 (Figura 32): **Rigidez = 6,58 N/mm**

Caso FC0 + FC10 (Figura 33): **Rigidez = 5,77 N/mm**

Con estos datos podemos llegar a la conclusión de que a menor sea la distancia entre el superconductor y el imán de levitación inferior en el momento del enfriado, mayor será la rigidez. Siendo, por lo tanto, la configuración FC0 + FC2 la posición óptima.

8. Conclusiones

Se ha realizado un programa informático capaz de simular las interacciones magnéticas entre rodamientos magnéticos. Siendo, además, un programa fácil de editar, por lo que se pueden simular distintas configuraciones de imanes de forma parametrizada.

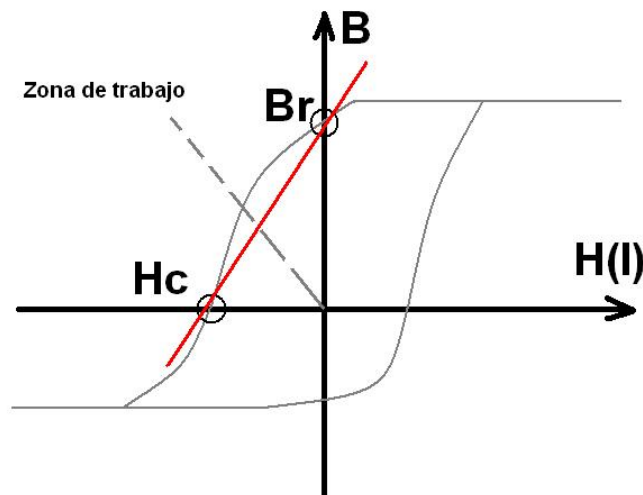
A través de las simulaciones que nos ha ofrecido el programa, se estudió la conveniencia de la instalación de unos cojinetes magnéticos de los que disponía la universidad y se demostró que las fuerzas axiales desestabilizadoras que aplicarían sobre el sistema serían demasiado fuertes como para ser compensadas por los superconductores del prototipo. También llegamos con estos resultados a la conclusión de que habría que alejar el imán de levitación, posiblemente mediante una modificación del rotor, lo suficiente como para no afectar a los cojinetes magnéticos.

Estos resultados me llevaron a estudiar, mediante el mismo programa, una configuración diferente, en la que el anillo exterior de los rodamientos magnéticos fuera considerablemente más largo que el anillo interior. Los resultados concernientes a las fuerzas axiales fueron muy positivos, ofreciendo unas fuerzas axiales muy inferiores, fácilmente compensables por los superconductores. No obstante, queda pendiente el estudio del comportamiento de esta alternativa para el resto de sus grados de libertad.

Gracias a las medidas de fuerzas sobre los superconductores, disponemos de sendas gráficas con las que visualizar el comportamiento de los YBCO en distintos modos de trabajo. Con estas gráficas pudimos averiguar si las fuerzas estudiadas en la simulación numérica podían ser compensadas por los YBCO, calcular la posición óptima del rotor respecto de los superconductores y las fuerzas a las que sería sometido por estos. El trabajo con los superconductores fue realizado a tiempo para ser expuesto en forma de póster en la XI reunión nacional de electrocerámicas.

9. Anexos

9.1. Cálculo de la permeabilidad para modelizar imanes permanentes en FEMM



Para modelizar un imán de forma lineal en femm hay que definir dos parámetros: su campo coercitivo H_c y la permeabilidad relativa, como la pendiente de la recta marcada en rojo sobre el cuarto cuadrante del ciclo de histéresis del material. Usualmente el fabricante de los imanes da como datos B_r y H_c , aquí se explica brevemente como obtener de ellos μ .

$$\bar{B} = \mu_0 \bar{H} + \underbrace{\mu_0 X \bar{H}}_{\mu} + \bar{B}_r = \underbrace{\mu_0 (1 + X)}_{\mu} \bar{H} + \bar{B}_r = \mu \bar{H} + \bar{B}_r$$

$$B(H=H_c) = 0 \rightarrow \mu = \frac{B_r}{H} = \mu_0 \cdot \mu_r$$

Para saber más sobre estos cálculos: **[Bibl. 11 : pág.464]**

Permeabilidad magnética en el vacío (constante universal):

- $\mu_0 = 4\pi 10^{-7} TmA^{-1}$

Rodamientos radiales (Datos obtenidos en **Bibl. 9**):

- $B_r = 1.25 - 1.28 T$
- $H_c = 915 KA/m$

La solución ($\mu_r=1.08 - 1.11$) será el valor a usar en FEMM para designar las propiedades del material de los imanes utilizados ("*Relative μ* "). Se considera que la permeabilidad es igual tanto axial como radialmente. Para la simulación he usado un μ_r de 1,1.

9.2. Imán de levitación

El material del imán de levitación es distinto al de los cojinetes magnéticos. Los datos para estimar su permeabilidad se pueden encontrar en la web de Idemag (empresa fabricante) **[Link 2]**

- $B_r = 1.22 \text{ T}$
- $H_c = 931 \text{ kA/m}$

Aplicando las mismas operaciones que en el caso anterior, obtenemos un $\mu_r = 1.043$.

9.3. Peso de la parte móvil del prototipo

- | | |
|---|----------------------|
| • Imanes encapsulados con rosca para unir al eje 2x164 gr: | 328 gr |
| • Rotor de jaula de ardilla: | 502 gr |
| • Eje mas rodamiento de sujeción a la pinza de la estructura: | 116 gr |
| • Peso total: | <u>946 gr</u> |

Las medidas fueron realizadas con balanza de +/- 4gr. Solo se midió el peso de uno de los imanes encapsulados, suponiendo el otro de igual peso.

9.4. Estimación de la posición del superconductor

Información obtenida en el ensayo ZFC:

- $\approx 50 \text{ N}$ de fuerza a 0,50mm de distancia entre el imán y la caja

Información dada por el maestro de taller sobre la distancia entre el superconductor y el exterior:

- Entre 1,5 y 2mm

Imán empleado por el fabricante en su ensayo:

- NdFeB. 0,5 T en la superficie y 30mm de diámetro.

Imán empleado por nosotros en el ensayo **[Link 2]**:

- NdFeB. 1,22 T en la superficie y 45mm de diámetro.

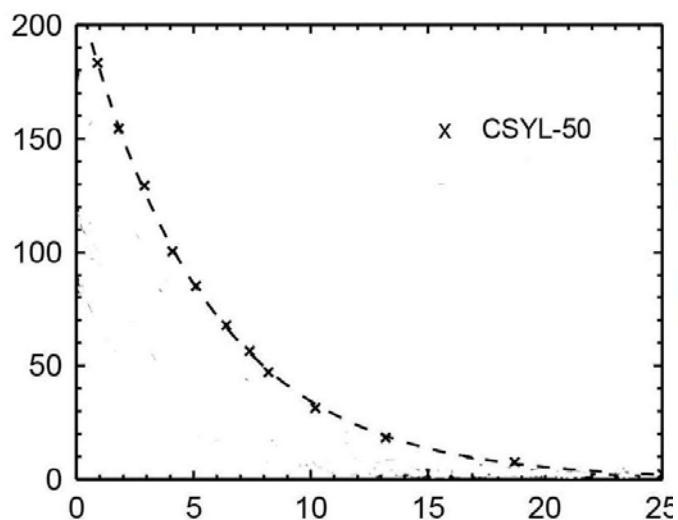


Fig. 33 – Gráfica de fuerzas del YBCO ofrecidas por el fabricante

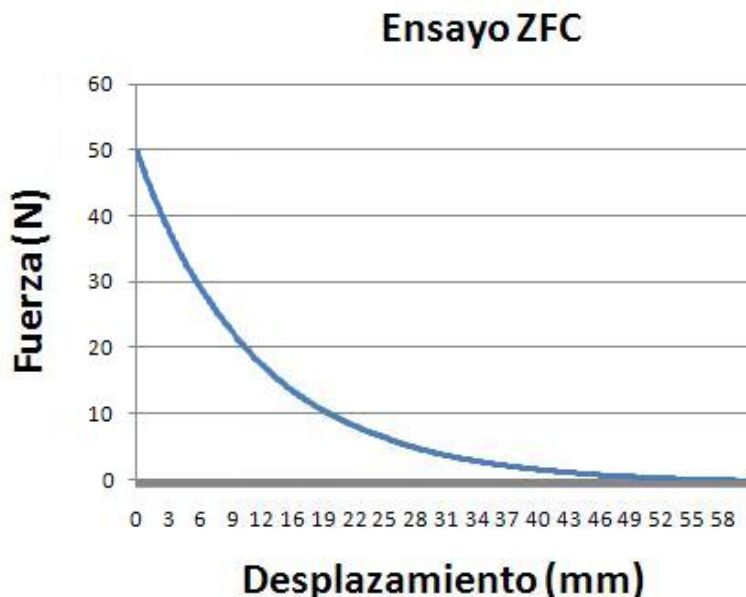


Fig. 34 – Gráfica de fuerzas obtenidas en nuestros ensayos

Figura 34: Gráfica de fuerzas obtenidas en un ensayo ZFC según el fabricante [Link 1]

Figura 35: Gráfica de fuerzas obtenidas en nuestro ensayo ZFC

Distancias aproximadas entre el superconductor y el imán 50N según el fabricante:

- $\approx 8\text{mm}$

Distancia entre el superconductor y el exterior (sustrayendo la distancia entre el imán y la caja) de acuerdo con los datos del fabricante:

- $8 - 0,5 \approx 7,5\text{mm}$

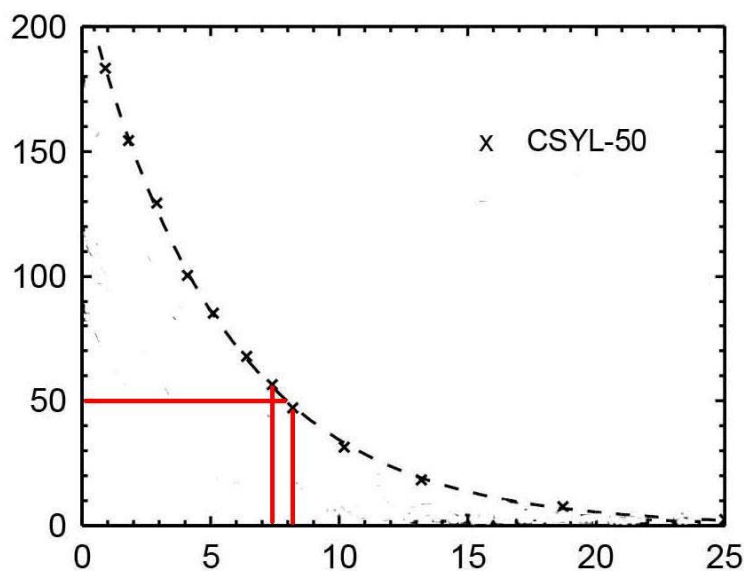


Fig. 35 – Estimación de la posición del YBCO según la gráfica del fabricante

9.5. Estimación del punto de equilibrio en el rotor

Para asegurarnos de que las configuraciones propuestas en el capítulo 7 pudieran aportar suficiente fuerza al rotor como para hacerlo levitar, se calcularon, mediante una hoja de cálculo, las fuerzas que desarrollarían los superconductores dependiendo de la configuración del par imán/superconductor inferior. Para ello se asume que la configuración óptima del par imán/superconductor inferior es FC0.

Nota: Los cálculos se basan en los datos recopilados en los ensayos de fuerzas del capítulo 6.

FC-2mm	
Desp (mm)	Fuer (N)
0	-1,89
1	11,15
2 -	
3 -	
4 -	
5 -	

FC-3mm	
Desp (mm)	Fuer (N)
0	-0,93
1	9,00
2	17,41
3 -	
4 -	
5 -	

FC-4mm	
Desp (mm)	Fuer (N)
0	-1,26
1	8,62
2	16,34
3	23,84
4 -	
5 -	

FC-5mm	
Desp (mm)	Fuer (N)
0	-1,15
1	8,00
2	14,93
3	21,49
4	28,60
5 -	

FC-10mm	
Desp (mm)	Fuer (N)
0	-0,41
1	5,72
2	10,59
3	14,60
4	18,19
5	21,68
6	25,24
7	29,23
8	34,06
9	39,83

En las gráficas muestro la relación entre el desplazamiento del rotor mientras desciende y las fuerzas de los superconductores sobre él.

El punto en el que se sombrea en negrita es en el que se encuentra el equilibrio de fuerzas entre el peso del rotor y la fuerza de los superconductores. O, dicho de otra manera, el punto de levitación.

9.6. Detalles del prototipo de Boeing

Hubo algunos puntos sobre el prototipo de Boeing que no fueron detallados en el capítulo 3 para no extenderlo demasiado:

- La configuración de superconductores que emplean (*Figura 37*). En lugar de usar un solo bloque YBCO con forma de anillo, decidieron unir muchos más pequeños con forma hexagonal, en una configuración con forma de anillo [Bibl.15]. Este montaje abarata costes, ya que es más sencilla su construcción y al estar los YBCO unidos, actúan como si fueran un solo bloque. [Bibl. 17: pág.4]

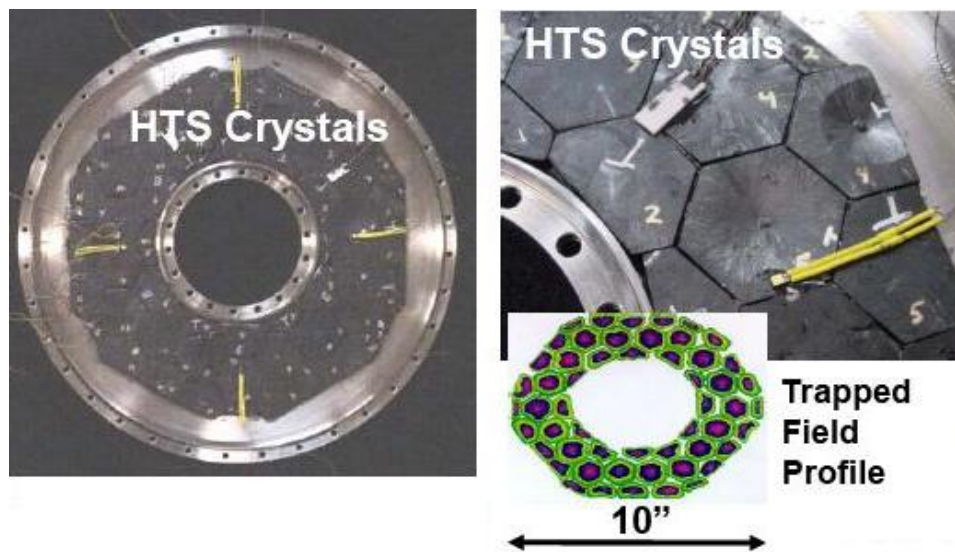


Fig. 36 – Configuración de superconductores empleada por Boeing

- La rápida respuesta ante los picos de consumo del volante de inercia. Mientras que los generadores auxiliares presentan tiempo de retardo (*Figura 38*), la puesta en funcionamiento del volante es inmediata.[Bibl. 16]

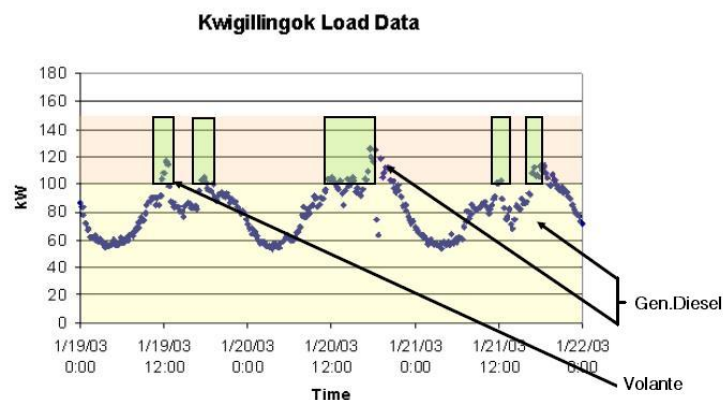


Fig. 37 – Consumo eléctrico de la localidad en la que se probó el prototipo de Boeing

9.7. Máxima fuerza posible de un YBCO sobre el rotor

La máxima fuerza que hemos obtenido entre el imán de levitación y un superconductor se da en el ensayo ZFC (50N) cuando la distancia entre el par imán-superconductor es mínima (para saber más sobre esta distancia: ver Anexos 9.4.). En condiciones óptimas, un superconductor perfecto afectado por el imán de levitación a una determinada distancia podría ofrecer la misma fuerza que la que sufriría el imán de levitación, al acercar a la misma distancia, por otro idéntico a este.

Se calculó esta fuerza usando un programa de elementos (FEMM) para poder comparar la fuerza máxima con las fuerzas que hemos obtenido en los ensayos del capítulo 6.

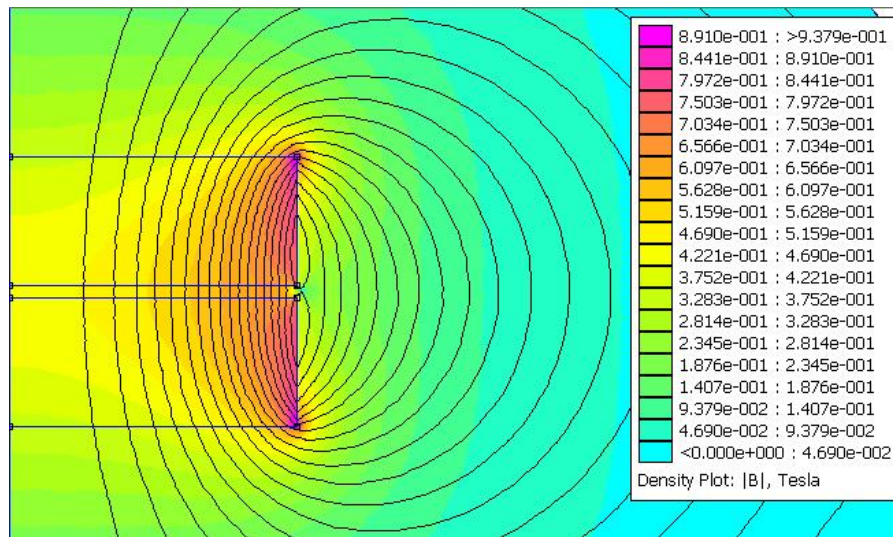


Fig. 38 – Simulación numérica en la que se enfrentaron dos imanes de levitación

Para la simulación se usó nuestro imán de levitación (estudiado en el capítulo 5) y se le añadió uno idéntico a una separación de 1,5mm. Al calcular el tensor de fuerza se obtuvieron en torno a **250 N** (25.5 Kg), unas cinco veces más fuerza que la que pudimos obtener en el ensayo de tracción. Hoy en día, los mejores superconductores ofrecen, ante un imán, un 60% de la fuerza que se daría entre el mismo imán y otro igual.

9.8. Fuerzas en los ensayos FC1, 2, 3 y 4

Por motivos de espacio, en el capítulo 6 se vieron solo las gráficas más significativas para poder extrapolar el funcionamiento del YBCO. Aunque no se añadieron, estas gráficas de fuerzas fueron utilizadas en el capítulo 7 para estudiar las rigideces.

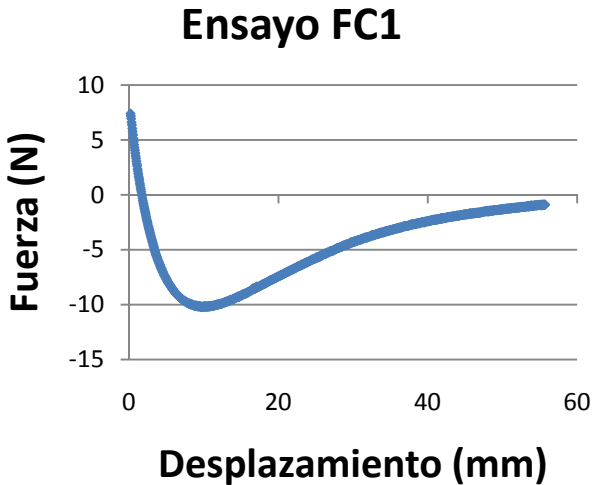


Fig.39

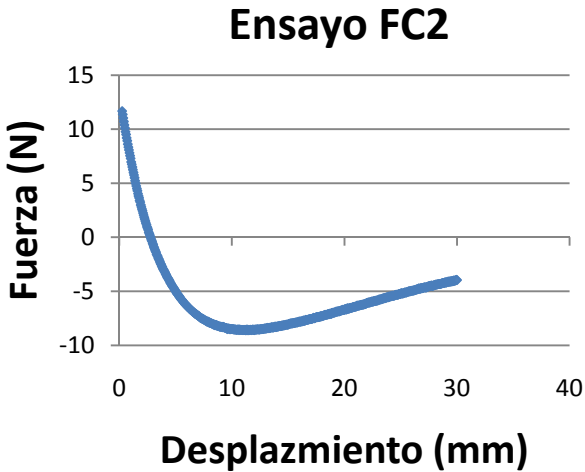


Fig. 40

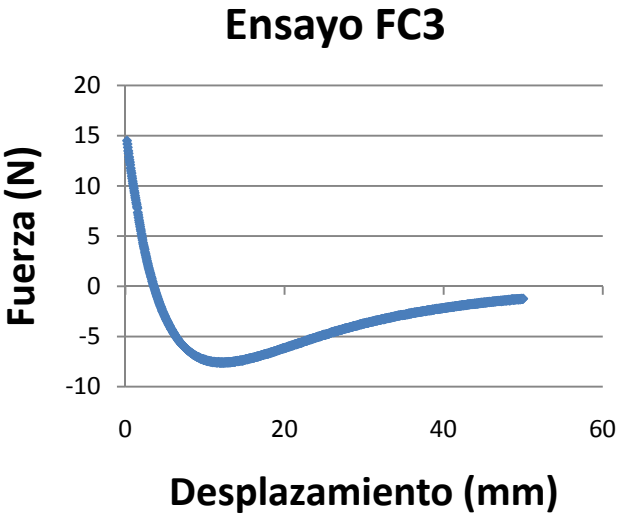


Fig. 42

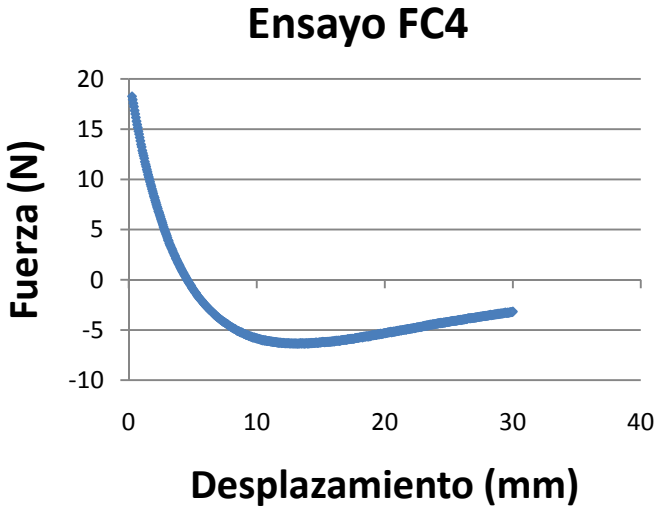


Fig. 41

9.9. Código de nuestra simulación numérica (Rodamientos.m)

```
%AJUSTES INICIALES / ABRIMOS FEMM
global Coord; %Estas variables son compartidas con las funciones
global Mat;
global contador;

addpath("C:\\Archivos de programa\\femm42\\mfiles"); % Directorio de ficheros
FEMM
cd("C:\\Documents and Settings\\Admin\\Escritorio\\Alberto "); %Aquí guardo mi
simulación
Datos %Fichero de coordenadas y propiedades <Datos.m>
Trazado %Fichero de trazado de elementos y frontera <Trazado.m>
Materializado %Fichero de Materiales <Materializado.m>

openfemm
newdocument(0); % Creamos nuevo documento de femm magnético
mi_probdef(0, 'millimeters', 'axi', 1.e-8, 0, 30); % Especificamos las
características del problema en femm

%BUCLE
%Aquí se repetirá continuamente el trazado, materializado y análisis

contador=0;
VectorSolucion= []; %Este vector contendrá los respectivos tensores de fuerza
que vayamos obteniendo.

for contador=0:1:9
    Dibujar(); %Función de Trazado
    Materiales(); %Función de definición y localización de materiales

    %GUARDADO Y ANALISIS
    mi_saveas('RodamientosOctave.fem');
    mi_analyze;
```

```

mi_loadsolution;
mo_selectblock(Mat.a1,Mat.b1); %Selecciono tanto el anillo interior
como el iman de levitación
mo_selectblock(Mat.e1,Mat.f1);
resultado = mo_blockintegral(19); %Calculo del tensor de fuerza en el
eje Z
VectorSolucion(contador+1)=resultado;

Coord.b1=Coord.b1+Coord.Desplazamiento; %Este incremento de
variables se encarga de mover el rotor hacia arriba
Coord.b2=Coord.b2+Coord.Desplazamiento;
Coord.f1=Coord.f1+Coord.Desplazamiento;
Coord.f2=Coord.f2+Coord.Desplazamiento;

end

disp("Solución:");
disp(VectorSolucion);

```

9.10. Código de nuestra simulación numérica (Trazado.m)

```

1; % primera sentencia para que entienda que el fichero contiene funciones
function Dibujar()
global Coord; % Esta función contiene una variable global tipo objeto
estructura de datos
global Mat;
global contador;

%TRAZADOS DE ELEMENTOS
mi_drawarc(Coord.Arcox1,Coord.Arcoy1,Coord.Arcox2,Coord.Arcoy2,90,10);%
arco exterior (1);
mi_drawarc(Coord.Arcox2,Coord.Arcoy2,Coord.Arcox3,Coord.Arcoy3,90,10);%
arco exterior (2);

```

if (contador>0) *%Como el rotor se desplaza, vamos actualizando su posición al mismo tiempo que borramos la antigua*

mi_selectsegment(Mat.a1,Coord.b1); *%El cálculo de la variable Mat se encuentra en "Materializado.m" {función Materiales()}*

mi_selectsegment(Mat.a1,Coord.b2); *%Mat es simplemente la posición media entre los laterales del anillo interior e imán de levitación/inferior*

mi_selectsegment(Mat.e1,Coord.f1);

mi_selectsegment(Mat.e1,Coord.f2);

mi_deleteselected;

end

mi_drawrectangle(Coord.a1,Coord.b1,Coord.a2,Coord.b2); *%anillo interior*

mi_drawrectangle(Coord.e1,Coord.f1,Coord.e2,Coord.f2); *%imán inferior (uno de los que mantiene en parte el volante en levitación)*

mi_drawrectangle(Coord.c1,Coord.d1,Coord.c2,Coord.d2); *%anillo exterior*

mi_drawrectangle(Coord.RectIntx1,Coord.RectInty1,Coord.RectIntx2,Coord.RectInty2); *%rectángulo interior. Aquí usamos más polígonos que en la zona "exterior" (entre el arco y este rectángulo)*

mi_addsegment(Coord.Arcox3,Coord.Arcoy3,Coord.Arcox1,Coord.Arcoy1);
%Frontera izquierda

mi_clearselected;

%TRAZADOS DE FRONTERA

mi_addboundprop('Tangente',0,0,0,0,0,0,0,0,0); *%defino frontera (La que usará el arco);*

mi_selectarcsegment(Coord.ArcMediox1,Coord.ArcMedioy1); *%Aquí selecciono los arcos*

mi_selectarcsegment(Coord.ArcMediox1,Coord.ArcMedioy2);

mi_setarcsegmentprop(5,'Tangente',0,0); *%El arco pasa a ser la frontera ahora*

mi_clearselected;

endfunction

9.11. Código de nuestra simulación numérica (Materializado.m)

```
1; % primera sentencia para que entienda que el fichero contiene funciones
function Materiales()
global Coord; % Esta función contiene una variable global tipo objeto
estructura de datos
global Mat;
global contador;

%DEFINICION DE MATERIALES
mi_addmaterial('Air',Mat.PermeabAire,Mat.PermeabAire,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0);
%defino Aire
mi_addmaterial('Iman',Mat.PermeablmanRod,Mat.PermeablmanRod,Mat.Coerc
itilmanRod,0,0, 0,0,0,0,0,0,0,0); %defino Imán
mi_addmaterial('ImanLevit',Mat.PermeablmanLevit,Mat.PermeablmanLevit,Mat.
CoercitilmanLevit,0,0, 0,0,0,0,0,0,0,0); %defino Imán de Levitación

%LOCALIZACION DE MATERIALES
if (contador>0)
    mi_selectlabel(Mat.a1,Mat.b1); %Actualizo posición del material
    (quitando posiciones antiguas)
    mi_selectlabel(Mat.e1,Mat.f1);
    mi_deleteselectedlabels;
end

Mat.a1=(Coord.a1+Coord.a2)/2; %Cambio de posición de los materiales
Mat.b1=(Coord.b1+Coord.b2)/2;
Mat.c1=(Coord.c1+Coord.c2)/2;
Mat.d1=(Coord.d1+Coord.d2)/2;
Mat.e1=(Coord.e1+Coord.e2)/2;
Mat.f1=(Coord.f1+Coord.f2)/2;

mi_addblocklabel(Mat.a1,Mat.b1); %material anillo interior
```

```
mi_addblocklabel(Mat.c1,Mat.d1); %material anillo exterior
mi_addblocklabel(Mat.e1,Mat.f1); %material imán levitación
mi_addblocklabel(Coord.AireIntX,Coord.AireIntY); %material aire interior
mi_addblocklabel(Coord.AireExtX,Coord.AireExtY); %material aire exterior
```

9.12. Código de nuestra simulación numérica (Datos.m)

%Estas coordenadas posicionan los imanes

```
Coord.a1 = 6.5
Coord.a2 = 17.5
Coord.b1 = 0
Coord.b2 = 14
Coord.c1 = 22.5
Coord.c2 = 32.5
Coord.d1 = 0
Coord.d2 = 14
Coord.e1 = 0
Coord.e2 = 18
Coord.f1 = -36
Coord.f2 = Coord.f1 +10
```

%Estas coordenadas posicionan el arco que hace de frontera y el área interna de procesado

```
Coord.Arcox1 = 0
Coord.Arcoy1 = -200
Coord.Arcox2 = 200 %El arco lo parto en dos. Este será el punto medio de
unión entre las dos mitades {x2,y2}
Coord.Arcoy2 = 0
Coord.Arcox3 = 0
Coord.Arcoy3 = 200
```

%Tenemos que seleccionar los dos medio arcos para hacerlos la frontera. Para seleccionarlos tomamos un punto medio. Lo calculamos aquí.

```
Coord.ArcMediox1 = (Coord.Arcox1 + Coord.Arcox2)/2
```

$\text{Coord.ArcMedioy1} = (\text{Coord.Arcoy1} + \text{Coord.Arcoy2})/2$

$\text{Coord.ArcMedioy2} = (\text{Coord.Arcoy2} + \text{Coord.Arcoy3})/2$

%Estas coordenadas posicionan el rectángulo que servirá como área interna de cálculo. Esta tendrá cierta densidad de mallado, superior a la que hay entre este rectángulo y la frontera.

%OJO: Hay que dejar como mínimo un milímetro de separación con el Imán de Levitación para evitar crear un área vacía cuando este se desplace

$\text{Coord.RectIntx1} = 0$

$\text{Coord.RectInty1} = -40$

$\text{Coord.RectIntx2} = 70$

$\text{Coord.RectInty2} = 50$

%Estas coordenadas posicionan las etiquetas del Aire (interior y exterior)

$\text{Coord.AireIntX} = 20$

$\text{Coord.AireIntY} = 7.5$

$\text{Coord.AireExtX} = 10$

$\text{Coord.AireExtY} = 70$

$\text{Coord.Desplazamiento} = 1$ %Esto fija cuanto se desplaza el rotor al final de cada ciclo del bucle

%Estos valores definen las propiedades de los materiales (tamaño del mallado, permeabilidad, coercitividad y dirección del campo)

$\text{Mat.Mallalman} = 0.2$

$\text{Mat.MallaInterior} = 0.2$

$\text{Mat.MallaExterior} = 2$

$\text{Mat.PermeablmanRod} = 1.1$

$\text{Mat.PermeablmanLevit} = 1.043$

$\text{Mat.PermeabAire} = 1$

$\text{Mat.CoercitilmanRod} = 915000$

$\text{Mat.CoercitilmanLevit} = 931056$

$\text{Mat.Dirlman} = 90$

$\text{Mat.DirlmanLevit} = -90$

10. Bibliografía

1. **David Meeker.** *Finite Element Method Magnetics: [OctaveFEMM Reference Manual](#)*. 2010.
2. **Alberto Aparicio.** *Control con microcontrolador de un prototipo de volante de inercia levitado por superconductores inductores*. Proyecto fin de carrera, EUITIZ 2010.
3. **Pedro Jesús Lambea.** *Prototipo de volante de inercia levitado mediante superconductores*. Proyecto fin de carrera EUITIZ 2008.
4. **Jesús Letosa.** *Análisis y simulación de sistemas eléctricos: El método de elementos finitos para la resolución de problemas electromagnéticos*. (Máster oficial en energías renovables y eficiencia energética). 2011.
5. **Y. Zhao, J.S. Wang, S.Y. Wang, Z.Y. Ren, H.H. Song, X.R. Wang y C.H. Cheng.** *Applications of YBCO melt textured bulks in Maglev technology*. 2003.
6. **Xing-da Wu, Ke-Xi Xu, Yue Cao, Shun-bo Hu, Peng-xiang Zuo y Guan-dong Li.** Modeling of hysteretic behavior of the levitation force between superconductor and permanent magnet. 2012.
7. **Gerhard Schweitzer, Eric H. Maslen.** *Magnetic Bearings. Theory, Design and Application to Rotating Machinery*. 2009.
8. **Young, Freedman.** *Física Universitaria Volumen 1*. 12ª Edición.
9. **Zulema de la Rosa.** *Simulación para el proyecto de investigación CYCIT_2011 de la Universidad de Zaragoza "Rodamientos por levitación magnética para volantes de inercia"*. ENE2011-29741-C02-02, 2011.
10. **Beams, Jesse.** *Production and Use of High Centrifugal Fields*, Science, Vol. 120, 1954.
11. **Kraus – Fleisch.** *Electromagnetismo con aplicaciones*. 5ª Edición.
12. **Moon F. C., Chang P-Z** *Appl. Phys. Lett.* 56 397. 1990.
13. **IEEE Transactions on Applied Superconductivity.** Vol9, n°2. Junio 1999.
14. **IEEE Transactions on Applied Superconductivity.** Vol11, n°1. Marzo 2001.
15. **Mike Strasik** Design, Fabrication, and Test of a 5kWh FESS (Energy Storage Systems Program November 2-4). 2010.
16. **Phil Johnson.** *Superconducting Flywheel Development)DOE Energy Storage Systems, 2006 Peer Review)*
17. **F N Werfel, U Floegel-Delor, R Rothfeld, T Riedel, B Goebel, D Wippich y P Schirrmeister.** *Superconducting bearings, flywheels and transportation*. 2012.

18. **A. Aliaga, M. Tomás, I. Cabistany, J. Letosa, A. Badía, M. Mora.** *Medidas y simulación de las fuerzas de levitación entre un superconductor y un imán permanente para un prototipo de volante de inercia.* 2013.

10.1. Linkografía

- L1) <http://www.can-superconductors.com/> Fabricante de superconductores. De aquí vienen los que usamos en el volante de inercia (CSYL-50) Marzo 2013
- L2) <http://www.idemag.com/unlimitpages.asp?id=27> Fabricante de imanes. De aquí vienen los que usamos para la levitación. (NS-35) Marzo 2013
- L3) <http://www.gnu.org/software/octave/doc/interpreter/> Manual de Octave. Junio 2013.
- L4) http://www.instron.com.es/wa/home/default_es.aspx Fabricante de la Máquina Universal de Ensayos que empleamos para los ensayos de fuerzas. Junio 2013.
- L5) <http://cusenior design.wordpress.com/design/> Columbia University Senior Design 2013. Un proyecto de cojinetes magnéticos con control por realimentación.
- L6) <http://openvolta.org/en/projects> Open Volta project. Un proyecto para investigar motores/generadores de muy alta eficiencia. Junio 2013.
- L7) <http://www.blender.org/> Blender. Programa informático de modelado tridimensional que empleo para hacer el esquema de la situación de los cojinetes.
- L8) <http://www.secv.es/es/generic/xi-reunion-nacional-de-electroceramica-zaragoza-2013/>. Congreso para el que se realizó un póster en el que se explicaba parte de este proyecto. 2013.