A.
rec
Liur

~~104-2~~

80-20

5-6

CURSO
DE ARQUITECTURA CIVIL,
PARA LA INSTRUCCION DE LOS DISCIPULOS

DE LA REAL ACADEMIA
DE SAN FERNANDO.

TRATADO DE ARITHMETICA.

En Madrid, en la Imprenta de Joachin Ibarra.
Año de 1765.

PROEMIALES.

Matematica quiere decir por excelencia *disciplina* ó *doctrina*, porque es lo mas sublíme que se aprende en las Escuelas, porque no hay profesion á quien no convenga y sobre todo por la certidumbre de sus demostraciones.

El objeto de la *Matematica* es la *quantidad* considerada en general. *Quantidad es todo lo que puede ser aumentado ó disminuido, lo que tiene partes*; y asi, no solo conviene á los *cuerpos* como estendidos en *longitud*, *latitud* y *profundidad*, sino al *movimiento*, al *tiempo*, á los *sones* &c. como capaces de grados, de mas y de menos.

Divídense las *Matematicas* en *puras* y *mixtas*: aquellas son las que consideran á la quantidad independiente de qualquiera qualidad sensible, como la *Geometria* y la *Arithmetica*, no importando si lo que esta numéra son arboles ú hombres, y si el triangulo de que aquella habla es de madera ó de hierro. Las mixtas consideran la quantidad acompañada de afeccion sensible; y porque su contemplacion pertenece á la *Filosofia Natural* ó *Fisica*, se llaman *Phisico-Matematicas*: tales son la *Musica*, la *Mecanica*, la *Astronomia*, la *Geografia* &c.

Igualmente se divide la *Matematica* en *Teorica* y *Práctica*, y por consiguiente la Geometria: aquella enseña las propriedades de las cosas, y esta demuestra su utilidad midiendo ó figurando. No depende tan absolutamente la *Matematica Practica* de la *Teorica*, que no pueda saberse aquella sin esta ultima; pero vista la incertidumbre con que se camina sin su socorro, debe considerarse como indispensable.

Del método respectivo á las Matematicas.

Método Matematico es el que á imitacion de los antiguos Geómetras siguen escrupulosamente los modernos quando tratan aquellas Ciencias que pertenecen á las Matematicas.

Empiezan por las *Definiciones*, siguen los *Postulados* y *Axiomas*, de que se forman los *Teoremas*: despues los *Problemas*, que producen *Corolarios* y *Scholios* ó *Notas*.

Definicion es una explicacion clara y distinta de las palabras y las cosas: como *triangulo una figura que consta de tres angulos.*

Postulado es un principio evidente, manifiesto é indispensable, como que *un número puede ser añadido á otro número.* Wolfio llama á los Postulados Axiomas de la segunda especie.

Axioma es una proposicion tan evidente que no necesita de demostracion, como *todas las lineas tiradas de un centro á la circunferencia son iguales entre sí.*

Teorema es una verdad de especulacion, que se necesita probar, *como los tres angulos de qualquiera triangulo son iguales á dos rectos.*

Problema es una verdad de práctica, como la que enseña á dividir una linea en dos partes iguales.

Lemma es una proposicion á modo de titulo, que esto significa, que se suele anteponer á otra ú otras proposiciones.

Corolario es una conseqüencia facil, que nace de lo yá demostrado.

En los *Scholios* ó *Notas* se resuelven las dudas, se indica el uso de las *Proposiciones*, se notan las fuentes y los Autores que tratan del asunto, en fin se aprende lo que es bueno, util y agradable.

Del método respectivo á la Obra.

Proponiendose la Academia la ejecucion de un Curso de Arquitectura, compuesto de aquellas partes de la Matematica que conducen á constituír un perfecto Arquitecto, se imaginó el siguiente plan; y se advierte que de las quatro partes en que vá dividido, se toman indiferentemente los Tratados á proporcion que se cree mas importante su estudio.

PLAN

PLAN DE LA OBRA.

Primera Parte. Comun á todas las de la Arquitectura.	*Arithmetica.* *Geometría.* *Secciones Cónicas.* *Aplicacion de la Geometría y Secciones Cónicas á la medida de los edificios civiles.* *Esfera y Gnomónica.*
Segunda Parte. La firmeza de las Fabricas para la construccion.	*Statica , Hidrostatica Maquinaria.* *Calidades de los terrenos.* *Conocimiento de los materiales , y sus usos.* *Albañilería , cortes de Cantería y Carpintería.* *Fortificacion de una Plaza.* *Daños de los edificios y sus remedios.*
Tercera Parte. La comodidad para la distribucion.	*Situacion , disposicion de las Fabricas, y sus formas cómodas.* *Casas de particulares y de Campo , y su distribucion interior.* *Conduccion de las aguas , y sus calidades.* *Fuentes.*
Quarta Parte. La hermosura de las Fabricas para el dibujo.	*La delineacion de las tres Ordenes de Arquitectura.* *Prespectiva.* *Optica.* *Adorno de casas y jardineria.* *Monumentos , Templos, Plazas, Edificios públicos.*

INTRODUCCION A LA ARITHMETICA.

ARithmetica viene de *Arithmos*, que significa *número*, y números son unos signos que las gentes han escogido para exprimir la quantidad determinada de partes, que conciben en una quantidad continua. La necesidad que á los principios para el lógro de los mayores inventos se sirvió de medios muy ordinarios, inspiró á los hombres el modo de contar por los dedos, y sin duda de ésto procede que quasi todos los Pueblos adoptaron el mismo systéma de numeracion en la progresion decupla ó de diez, de cuyo número de dedos constan las manos. En adelante las Naciones mas cultas se sirvieron de las letras de sus Alphabetos, como se vé por las cifras que los *Romanos* nos han comunicado. Los números que vulgarmente usamos con el nombre de *cifras Arabigas*, se deben á los *Arabes*, que con las demás Ciencias, de que eran casi los unicos depositarios, los introdujeron en *España* al tiempo de su conquista; pero su estension y uso freqüente á los Reynos de Castilla y Leon, y de estos á toda la Europa, se debe al Rey Don Alonso el Sabio, que los adoptó como los mas acomodados, que mayormente facilitan la práctica del comercio, y contribuyen á la perfeccion de las Ciencias y de las Artes.

El uso de la *Arithmetica* se difunde generalmente á todos los otros Tratados de la Matematica, y por esto se antepone á ellos. Quál sea su influxo en la vida civil, quál en la Fisica y otras partes de la Filosofia; quál en fin en perfeccionar el entendimiento, la experiencia lo enseñará á quien por su aplicacion lo merezca.

ADVERTENCIAS.

Las citas que justifican las pruebas de las Proposiciones, Corolarios, &c. se referirán por el número marginal entre parentesis.

Se

Se distinguirán las Proposiciones teoricas de las prácticas, nombrando á estas con el titulo de Problemas, y á aquellas con el de Teorema, á fin de que los que se contentan con la sola práctica, omitan todo lo correspondiente á la teorica.

Estos Tratados se dan en quadernos para el mas facil uso de los discipulos de la Academia, á quienes van dirigidos; y porque no yendo consecutivos, por atenderse ahora á los que mas falta hacen, no se puede formar libro con ellos hasta la conclusion de la obra, en que se trabaja.

TABLA
DE LOS CAPITULOS Y SECCIONES contenidas en este Tratado.

CAPITULO I.

De los principios y operaciones generales de la Arithmetica Vulgar.

SECCION I.

DEFINICION I.

1 *ARithmetica es la ciencia de los numeros*, enseñandonos el modo de contar con facilidad y seguridad. Llamase vulgar porque exercita las operaciones con las diez notas ó cifras de que vulgarmente se usa.

DEFINICION II.

2 *Numero es el caracter ó cifra con que se explica y determina la quantidad ó magnitud de una cosa*; estas cifras ó caractéres son:

uno	dos	tres	quatro	cinco	seis	siete	ocho	nueve	cero.
1	2	3	4	5	6	7	8	9	0.

Cada uno de estos caractéres, quando se halla solo significa las unidades sobredichas; esto es, 1 significa uno ó *unidad*, 2 significa dos ó *dos unidades*; y asi seguidamente hasta el 9 que expresa *nueve unidades* (solo el cero por sí solo no tiene valor alguno) *cuyos caractéres se llaman tambien numeros dígitos.*

Y porque estos caractéres son los unicos significativos que tiene la Arithmetica, se hace preciso valerse de ellos para escribir los numeros mas crecidos, anteponiendo unos á otros y nombrandolos con distintas voces; y asi anteponiendo el 1 al cero se dice 10, *diez*, que es una *decena*. En este caso se tienen dos guarismos de los quales el cero no es significativo, solo sirve de ocupar puesto para que el uno pase à segundo lugar con aumento de valor. A este segundo guarismo van acompañando primeramente todos los guarismos significativos de este modo:

11 once, que es una decena y uno.
12 doce, que es una decena y dos.
13 trece, que es una decena y tres.
14 catorce, que es una decena y quatro.
15 quince, que es una decena y cinco.
16 diez y seis, que es una decena y seis.
17 diez y siete, que es una decena y siete.
18 diez y ocho, que es una decena y ocho.
19 diez y nueve, que es una decena y nueve.
20 veinte, que son dos decenas.

Despues todos los guarismos buelven á acompañar al dos del 20, hasta que llegan á tres decenas, que son 30, treinta; al tres del treinta acompañan otra vez todos los mismos guarismos, hasta que sube á quatro decenas, que son 40, quarenta; al quatro del quarenta buelven á acompañar los mismos guarismos, hasta llegar à cinco decenas, que son 50, cinquenta; al cinco del cinquenta acompañandole dichos guarismos hasta subir á seis decenas, son 60; al seis del sesenta acompañado con los mismos guarismos hasta llegar á siete decenas, son 70, setenta; al siete del setenta acompañado de los mismos guarismos, hasta llegar á ocho decenas, son 80, ochenta; al ocho del ochenta acompañado de los mismos guarismos, hasta llegar à nueve decenas, son 90, noventa.

Y asi prosiguiendo hasta que se completen diez decenas, que son 100, ciento, en donde por diez se pone 10: y porque este diez es de decenas se pone otro cero, con que se tienen tres guarismos.

Ahora al 1 del 100 ván acompañando todos los guarismos de la primera centena que son desde 1

á

á *99*, hasta que cumplen dos centenas que son 200, doscientos. Despues al dos del 200 acompañan otra vez los mismos guarismos hasta que hacen tres centenas ó 300: y con este orden prosiguiendo à cumplir diez centenas que son 1000, mil, donde hay quatro guarismos, pues por el diez se ponen 10 por ser de centenas y estas tener dos ceros, se añaden otros tantos con que son quatro, y asi prosiguiendo infinitamente.

DEFINICION III.

3 El Numero se divide en *par* é *impar*. Numero par es aquel que se puede dividir enteramente en dos partes iguales, como 4. Numero impar es el que no se puede dividir enteramente en dos partes iguales, como 5.

4 Los caractéres ó numeros quando se juntan muchos, uno al lado del otro, aumentan su valor en decupla proporcion, de esta suerte: principiando por la derecha de quien lee, el primer caracter vale *unidades*, el segundo vale *decenas*, como diez, veinte, treinta y asi subiendo hasta noventa; el tercero vale *centenas*, como ciento, ducientos y asi hasta novecientos: Sirva de exemplo el numero 296. El primer caracter á la derecha 6, significa seis, y por estar en el primer lugar vale seis unidades; el segundo es 9, nueve, y por estar en el segundo lugar significa nueve decenas ó noventa; el que se sigue es 2, dos, y por estar en el tercer lugar vale dos centenas ó ducientos: y leyendolos juntos de la siniestra á la derecha serán todos ducientos noventa y seis.

5 El cero por sí solo ó antes de numero no tiene valor, pero quando le sigue le aumenta en decupla proporcion; y asi 2 solo significa dos, y con un cero 20 es veinte, y con dos ceros ducientos &c.

6 Para dar el valor debido á los caractéres ó cifras se han de observar tres cosas, la figura del caracter, el lugar, la dignidad; y por cada cosa de estas tiene cada caracter su valor.

7 Las figuras de los caractéres son diez, cuyo valor queda explicado: los lugares solo son tres, el primero á la derecha es de unidades, el segundo de decenas y el tercero de centenas, como se ha dicho.

Las dignidades pueden ser infinitas, como unidad, millar, cuento ó millon, bicuento &c. y en cada dignidad se hallarán los tres lugares referidos que proceden con el orden siguiente:

de bicuentos			de millares de cuentos			de cuentos			de millares			de unidades		
Centena	Decena	Unidad	Centena	Decena	Unidad	Centena	Decena	Unidad	Centena	Decena	Unidad	Centena	Decena	Unidad
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2.	2	2	2.	2	2	2.	2	2	2.	2	2	2.

En-

8 Entendiendo esto, quien sepa numerar una cuenta de tres caractéres numerará otra qualquiera por crecida que sea. Dividase toda la série de tres en tres comenzando por la mano derecha, como se vé en la siguiente.

15. 314. 657. 823. 146.
2. 1.

Pongase debajo del primer numero de la tercera division 1, á la quinta 2, y observando la misma orden, se continuará la numeracion al infinito. Estos numeros sirven de *exponentes*, que son los que declaran las dignidades en que está distribuída la série de numeros propuestos: el 1 significa cuentos, el 2 bicuentos &c. y los que no tienen exponentes son millares, menos el primero á la derecha, que siempre pertenece á las unidades. Lo que se vé claramente cotejando estas reparticiones con las de la tabla antecedente.

PROBLEMA I.

9 *Leer qualquiera cantidad dada en numeros.*

Sea el numero dado para numerar el del exemplo antecedente; y porque el numero del primer punto, empezando por la izquierda son 15, y tiene debajo el exponente 2 serán quince bicuentos; los que se siguen hasta el segundo punto son 314, y porque no tienen exponente son trescientos y catorce mil; los que se siguen hasta el otro punto son 657, y porque llevan el exponente 1, serán seiscientos cinquenta y siete cuentos; y los que siguen hasta otro punto 823, por no tener exponente son ochocientos veinte y tres mil, por estár dichos caractéres en la dignidad de millares; y las ultimas tres cifras que siguen 146, por estár en las unidades son ciento quarenta y seis unidades.

SCHO-

SCHOLIO II.

10 Respecto de que al proponer este problema se puede hallar la série de los numeros dados interpolada con el cero, y esto ocasionar alguna dificultad al principiante, para mayor extension se pone el exemplo siguiente, que en su resolucion se comprenden las dificultades que en este problema pueden acontecer.

Exemplo.

Sea el numero 6, 078, 034, del qual se pide su expresion.

Desde luego se observan dos divisiones ó ternarios completos y el principio de un tercero: hay pues cuentos ó millones y millares &c. (n. 9.) por lo que son seis cuentos setenta y ocho mil y treinta y quatro, sin pronunciar nada sobre las centenas de mil, ni en la centena simple, cuyos lugares se hallan ocupados por un cero.

Del mismo modo se enunciará asi la quantidad siguiente.

3, 709, 800, 265, 403,

Tres bicuentos, setecientos nueve mil, ochocientos cuentos, doscientos sesenta y cinco mil, quatrocientos y tres.

Aunque la execucion de la resolucion de este problema parezca facil á aquellos que están versados en el cálculo, deben los principiantes poner cuidado y exercitarse con varios exemplos.

PROBLEMA II.

11 *Poner en numero qualquier cantidad propuesta por discurso.*

RE-

RESOLUCION.

Si freqüentemente es regular errarse ó turbarse en la resolucion del problema antecedente por falta de exercitarlo, no lo es menos en la del presente, por lo que se propone el siguiente modo para proceder con toda seguridad.

Sea propuesto *trescientos quatro cuentos*, *ciento y quatro*; *que se ha de exprimir en cifras*. Escribase 3 por los trescientos cuentos;

Despues de lo qual, descendiendo por orden de centenas ó decenas de cuentos, observese si el discurso hace mencion de las decenas de cuento; no hay nada: pongo cero *o* despues del *tres* 3, lo que indica que no hay decena de cuentos; en las unidades de cuentos encuentro *quatro*, que exprimo por la cifra quatro 4, puesto despues del cero, pasando de la izquierda á la derecha, porque los numeros se enuncian con este orden: despues de las unidades de cuentos vienen las centenas de miles en que no hay cosa, cuyo lugar se ocupará con un cero *o* puesto al lado del quatro 4; lo mismo se hará por las decenas de miles y las unidades de miles, que al discurso nada indican: pondránse pues seguidamente al cero *o* antecedente otros dos ceros; y pasando à las centenas, que vienen despues de las unidades de miles, como el discurso exprime un ciento, señalará con 1 seguidamente á los tres ceros. Despues de los cientos vienen las decenas, en cuyo lugar se pondrá un cero *o*, pues que en el discurso nada se dice; en fin despues de las decenas vienen las unidades simples, que se expresarán por la cifra *quatro* 4, como está enunciado; de modo, que trescientos quatro cuentos, ciento y quatro, se exprime por las cifras 304000104.

Siendo bien conocido el valor y la expresion de los

los numeros, es menester exercitarse en disponer las cifras en el orden conveniente.

PROBLEMA III.

12 *Dadas diferentes partidas de numeros, colocarlas en el lugar que les corresponde*: v. g. se ha recibido de una parte 3064. reales: de otro lado 18069. reales: de otra parte 398. reales, que se quieren disponer los unos sobre los otros, segun el lugar que les es debido.

RESOLUCION.

Pongase desde luego la cantidad que tenga mas cifras, como 18069: despues seguidamente por debajo las otras dos cantidades; de modo, que las unidades estén directamente en el lugar de las unidades de la primera, las decenas bajo las decenas &c. como está figurado en A.

$$\begin{array}{r} \text{A} \\ \left.\begin{array}{r} 18069 \\ 3064 \\ 398 \end{array}\right\} \text{R.}^{\text{s}} \end{array}$$

13 Todo numero supone muchas unidades, y no se podria hacer comparacion de numero alguno, si no se compusiese de unidades de una misma especie. Y asi quando se dice *6*, todas las unidades que componen este numero se juzgan del mismo genero ó de la misma especie, como *6* manzanas, *6* casas ó sombreros &c.

14 Llamanse *numeros de una misma especie* aquellos que son compuestos de las mismas unidades; un numero se hace mayor quando se le añaden unidades ó numeros de la misma especie, y se disminuye quando se le quitan, que son las unicas mutaciones á que estàn sujetos los numeros.

15 El aumento de una cantidad ó de un numero solo puede hacerse de dos modos; esto es, añadiendoles

les semejantes á el mismo ó mas grandes ó mas pequeños que él, como si á 4 añado una vez, 2 veces, 3 veces &c. estos numeros serán semejantes á aquel á quien se han añadido; y si á 4 se añaden 6, ó 3 á quatro 4, el primero añadido es mas grande y el segundo mas pequeño; de lo que se deducen dos operaciones principales de la Arithmetica, que son la Suma y la Multiplicacion: esta se consigue por el primer modo y aquella por el ultimo.

16 Por la misma razon es evidente que no se puede disminuir un numero sino es de dos maneras; la una quitandole una ó muchas veces un numero menor que él, como si de doce quito una ó muchas veces 3; la otra quitandole qualesquiera otros números, con tal que sean mas pequeños que él, como 5, 4, 7, &c. de cuyos dos modos se deducen otras dos reglas principales de Arithmetica, que son la Resta y la Particion: ésta sale del primer modo y la otra del segundo.

De qualquier modo que se quiera usar de una cantidad ó de un numero solo se podrá conseguir su aumento ó disminucion; cuya consideracion produce dos operaciones que son la *Suma* y la *Resta*.

SECCION II.

DE LA PRIMERA OPERACION GENERAL que es sumar numeros enteros.

DEFINICION IV.

17 *Sumar* es hallar un numero igual á otros numeros dados de la misma especie, como si se quiere sumar 2, 5, 8: 15 es la suma de los tres.

AXIOMAS.

1.º

18 *Las cosas iguales à una misma ó á cantidades iguales son tambien iguales; y si de dos cosas iguales una fuere mayor ó menor que otra tercera, tambien lo será la otra.*

2.º

Si á cosas iguales se añaden iguales, los todos serán iguales.

3.º

Si á cosas iguales se añaden desiguales, será mayor aquella que tenga la cantidad mayor, y menor la que tenga la menor.

4.º

El todo es mayor que su parte, y es igual à todas sus partes juntas.

PROBLEMA IV.

19 *Sumar numeros enteros.*

RESOLUCION.

Si los numeros no fueren muy compuestos con facilidad se executa la suma de ellos de memoria; y asi que 3 y 4 hacen siete, que 9 y 6 hacen 15, que 2 y 12 hacen 14, por sí mismo es manifiesto; pero quando se hubieren de sumar numeros mas compuestos,

Se dispondrán las partidas de los numeros dados de suerte que las unidades correspondan á las unidades, las decenas á las decenas, centenas á centenas y asi en las demás especies, como se ha dicho en el proble-

ma

ma antecedente (n. 12.) tirando por bajo de todas una raya, despues de la qual se pone la suma de todos, como se verá en el siguiente

Exemplo.

Tres oficiales se han empleado en la construccion de una obra; el primero hizo 18069 pies de mamposteria; el segundo hizo 3064; el tercero 398: se pide quántos pies tienen hechos entre los tres?

	18069	Pies.
	3064	
	398	
Suma total	21531	

RESOLUCION.

Empiecese la suma por la columna de las unidades diciendo: 9 y 4 son 13, y 8 son 21 unidades, en las quales hay dos decenas y una unidad la qual se pondrá debajo de la columna de las unidades, y se pasará con las dos decenas á la columna correspondiente para juntarla con los numeros que en ella se encuentren, diciendo: 2 y 6 son 8, y 6 son 14, y 9 son 23 decenas, en las que se encuentran dos que corresponden á las centenas, por lo que dejando las 3 decenas en la segunda columna de las decenas, paso con las dos que corresponden á centenas á la columna de estas, y digo: 2 y 3 son 5, no haciendo mencion de los ceros, porque como se ha dicho estos no tienen valor; y poniendo los cinco en su correspondiente lugar de centenas, paso á la columna que sigue de los miles, diciendo: 8 y 3 son 11, en que hay una decena y una unidad de miles; pongo bajo de ella el 1, y paso con la decena á la columna de las decenas de miles, diciendo: 1 y 1 son 2 que por no haber mas cifras á que unirlos, los pongo debajo de esta columna; y acabada la operacion de este modo, saldrá por suma 21531 pies de mamposteria que se han hecho entre los tres oficiales propuestos.

DEMOSTRACION.

Las cantidades con las quales se acaba de operar son compuestas de unidades, decenas, centenas &c: lo que se buscaba era poner ó juntar las unidades con las unidades, las decenas con las decenas &c. esto es lo que se ha executado en la resolucion del problema propuesto: luego se ha de tener lo que se busca.

SCHOLIO I.

20 Para asegurarse de qualquier equivocacion que pudiera cometerse en la suma, se repetirá ésta desde abajo ácia arriba, y aun tambien otra vez desde arriba ácia abajo, pues no es facil que con este duplicado cotejo se dexe de advertir si se cometió algun error.

SCHOLIO II.

21 Para no fatigar la memoria quando los numeros son muy crecidos, se sumarán estos, y en llegando á 10 se dejará en aquella nota una señal, se llevará el exceso que hubiere, uniendolo á las notas inferiores de aquella columna, y debajo se escribirá el ultimo exceso llevando para la segunda columna tantas decenas como señales se dexaron en la primera, y asi en las demás, lo que se puede vér en el exemplo propuesto.

SECCION III.

DEL SUMAR NUMEROS ENTEROS con sus partes.

DEFINICION V.

22 *Al sumar numeros enteros con sus partes*, llaman tam-

tambien sumar *numeros denominados*, que son aquellos que numéran cosas de diferentes especies, como doblones, pesos, reales, arrobas &c. para cuyas operaciones se observará lo siguiente.

PROBLEMA V.

23 *Sumar numeros denominados.*

RESOLUCION.

1.° Se escribirán los enteros debajo de los enteros, y las partes cada especie debajo de su correspondiente, con tal orden que la especie de mayor valor esté á la izquierda, y la de menor valor á la derecha.

2.° Comiencese á sumar la especie de menor valor; y en llegando á hacer el numero que iguala á la especie immediata ácia la izquierda, se hará (si importáre para la memoria) una señal al lado tantas veces quantas llegáre á la especie siguiente, y lo que sobráre se escribirá debajo.

3.° Despues se llevarán tantas unidades como señales hubiere para juntarlas con la columna de la especie siguiente, la que se sumará del mismo modo. La suma de la ultima columna siempre se hará como en los enteros.

Exemplo 1.°

Sean propuestas para sumar las cantidades que se ponen en A

	Doblones.	Pesos.	Reales.	Maravedis.
A	5462	$3'$	$13'$	28
	248	1	9	$21'$
	2153	$2'$	$12'$	$26'$
	7865	0	6	7

En el supuesto de que cada doblon tiene quatro pesos, cada peso 15 reales y cada real 34 maravedis, se dará principio por la especie menor que en este caso son maravedis; (art. 2. n. 23.) y pasando de una especie menor á otra mayor, se tendrá la suma total 7865 doblones, 6 reales y 7 maravedis.

Exemplo 2.°

Se quieren sumar las partidas de B que son de diferentes pesos.

	Quintales.	Arrobas.	Libras.	Onzas.
B	2456	2'	16	8
	362	1	20'	14'
	1243	0	13'	5
	402	3'	8	2
Suma	4465	0	8	13

En inteligencia de que cada quintal vale 4 arrobas, cada arroba 25 libras, cada libra 16 onzas, observando lo que se ha prevenido (en el n. 23.) se hallará que la suma total en este exemplo es de 4465 quintales, 8 libras, 13 onzas.

Exemplo 3.°

Pidese sumar las cantidades C de varias medidas.

Para la resolucion de este exemplo se ha de entender que la vara Castellana se compone de tres pies, cada pie de 12 pulgadas, cada pulgada de 12 lineas.

	Varas.	Pies.	Pulgadas.	Lineas.
C	3461	2	8	6
	539	1	10'	4
	7254	2'	6'	10'
Suma	11256	1	1	8

La

La suma total es 11256 varas, 1 pie, 1 pulgada y 8 lineas, la qual resulta despues de observado lo prevenido arriba.

SCHOLIO.

Los exemplos propuestos bastan para que los principiantes comprendan la práctica de la Adiccion compuesta, á las quales puede darse aplicacion determinada, como en el 1.º exemplo que se puede proponer diciendo:

Tres comerciantes recibieron cada uno una de las partidas propuestas: se quiere saber quánto recibieron entre todos que será lo que salió en la suma.

El segundo exemplo se puede propòner diciendo:

Quatro sugetos llevan de un lugar á otro, cada uno de ellos una de las partidas de peso que se proponen en el exemplo, y se quiere saber la suma de todas; y ultimamente en el tercero exemplo se puede decir:

Tres hombres hicieron escavacion de una zanja, y cada uno de ellos hizo una de las partidas propuestas: se quiere saber quántas varas, pies, pulgadas hicieron entre todos.

SECCION IV.

DE LA SEGUNDA OPERACION GENERAL que es restar enteros por enteros.

DEFINICION VI.

24 *Restar* es buscar la diferencia que hay entre dos cantidades ó numeros propuestos.

AXIO-

25 *AXIOMAS.*

1.º

Si de cosas iguales se quitan iguales, los residuos serán iguales.

2.º

Si de cosas iguales se restan desiguales, los residuos serán desiguales, siendo mayor aquel que resulta quitando la cantidad menor; y menor el que proviene de la resta de la mayor.

3.º

Si de un todo se restan todas sus partes, el residuo será o ú nada.

26 La resta en los numeros no muy compuestos se executa igualmente de memoria lo mismo que el sumar, pues la diferencia 8 entre 18 y 10 immediatamente se presenta, sucediendo lo mismo en qualquier otras cantidades de poco valor.

Pero si las partidas propuestas fueren de numeros crecidos, se obrará del modo siguiente.

PROBLEMA VI.

27 *Se sabe que el Mayorazgo de una familia tiene 40837 pesos de renta á el año, y el Segundo 12094: se desea saber quánta renta tiene el primero mas que el segundo.*

RESOLUCION.

Es claro que se ha de buscar la diferencia de 40837 pesos á 12094; por consequencia se ha de rebajar el numero pequeño del mayor, pues no es posible lo contrario.

Dis-

Disponganse los numeros dados como se ha hecho en la adiccion, poniendo la cantidad menor bajo de la mayor y succesivamente restense las unidades de las unidades, las decenas de las decenas, las centenas de las centenas como en el siguiente

Exemplo.

40837 Pesos
12094

28743 Resta ó diferencia.

Empiezase esta operacion por las unidades (n. 12.) diciendo: quien de 7 quita 4, restan 3; escribase 3 bajo las unidades: despues pásese á la columna de las decenas y se vé que de tres no pueden restarse 9; pero haciendo reflexion aqui que del lugar de las centenas se toma una decena y se transfiere al lugar del 3, valdrá 10 decenas que juntas con las 3 hacen 13, y se podrá decir: quien de 13 decenas quita 9, quedan 4 que se escribirán debajo; y como el 8 en las centenas yá no vale sino 7 se dejará en él para memoria una señal.

Prosiguiendo la operacion en la columna de las centenas se dirá: quien de 7 quita *o*, quedan 7, pues en este caso el cero no tiene valor; pero pasando á la columna de millares se encuentra que de *o* no se puede restar 2, por lo que tomando 1 decena de las 4 que hay en la columna que se sigue, valdrá 10 unidades de millares; y dejando una señal sobre el 4 se dirá: quien de 10 quita 2, restan 8 que se escribe debajo; y en fin pasando á la columna ultima en que, aunque hay 4, solo se contarán 3 por el uno que se tomó arriba diciendo: quien de 3 quita el 1, quedan 2 que escribo debajo. Lo qual executado se verá que la diferencia ó resta de los numeros dados en 28743 es la renta que tiene de mas el Mayorazgo.

DEMOSTRACION.

Es evidente que se tiene la diferencia de dos cantidades dadas quando se conoce la diferencia de cada una de sus partes; la operacion antecedente se ha reducido á encontrar la diferencia entre las unidades, decenas, centenas &c. de los numeros propuestos que son sus partes (n. 2.) incluídas en el numero 28743, que en virtud de la operacion será igual al total de la diferencia (n. 18. Ax. 4) por consiguiente es la resta que se pide.

SCHOLIO I.

28 Para comprobar la operacion se sumará la diferencia hallada 28743, y si compusieren entre los dos la cantidad principal 40837 es indicio de no haverse cometido error.

SCHOLIO II.

29 La suma y resta son operaciones contrarias, de suerte que deshace la una lo que hizo la otra; por esta razon sirven mutuamente de prueba la una á la otra.

Prueba del sumar.

Si las partidas que se han sumado son dos, restese de la suma qualquiera de las dos partidas y quedará la otra si está bien hecha la suma; pero si las partidas sumadas son mas de dos, restese qualquiera partida de la suma y la resta ha de ser igual á la suma de las

las otras partidas como se vé en los siguientes

Exemplos.

	421	1.ª ...	325
	352	2.ª ...	146
		3.ª ...	128
Suma	773	Suma	599
	421	Partid. 1.ª	325
Prueba	352	Prueba	274

Igual á la suma de las partidas 2.ª y 3.ª

Prueba del restar.

Sumese la paga con la resta y ha de salir la deuda.

Exemplo.

Deuda....	353
Paga.....	239
Resta.....	114
Prueba....	353

SCHOLIO.

30 Entendido bien el problema antecedente y su exemplo se pueden resolver qualesquier otros que se propongan, porque en él se encuentran todos los casos que pueden ocurrir en el restar enteros de enteros aplicados al comercio humano, como se vé en los exemplos siguientes.

Exemplo 1.°

Un comerciante emprendiò su comercio con 268492 reales, y al cabo de cierto tiempo encontrò que su caudal subia á 739263 reales: se pide quánto ganó?

RESOLUCION.

Es evidente que restando el caudal que tenia quando se puso en el comercio de la suma total que encontró al cabo de cierto tiempo, el residuo será su ganancia; y asi no queda que hacer mas que observar lo prevenido en el problema antecedente y se encontrará que la ganancia fué de 470771 reales.

739263	
268492	
470771	Ganancia.

Exemplo 2.°

Algunos oficiales hicieron 6000 varas de mamposteria, de las quales se les han pagado 4532: quántas faltan que pagarles?

RESOLUCION.

En este exemplo se advierte que la cantidad superior no tiene unidades, decenas, ni centenas; por cuya razon es preciso tomar una unidad de miles en los millares para poder restar las unidades, decenas y centenas del numero inferior, no obstante de que se puede resolver este exemplo observando lo prevenido en el (n. 27) para mayor inteligencia se obrará de este modo.

Tó-

Tómese de las unidades de miles del numero superior una; pero como un mil es muy grande para restar desde luego dos unidades, y para esto basta con una decena, dexense las centenas que se puedan en la columna de las centenas que serán hasta 9, de modo que el punto puesto encima del ό significa 9, despues de lo que, como queda todavia una centena que es aún muy grande para restarle dos unidades, dexense todas las centenas que se pueden que serán hasta 9, y el punto puesto sobre el ό valdrá 9; en cuya consequencia no quedando mas que una decena se seguirá la resta en todo como en los exemplos antecedentes.

6όό0
4532

Resta . . . 1468

SECCION V.

DEL RESTAR NUMEROS DENOMINADOS.

PROBLEMA VII.

31 *Dadas qualesquiera dos cantidades de numeros denominados restar de la mayor la menor.*

RESOLUCION.

Habiendo de restar numeros denominados ó numeros enteros con sus partes, se escribirá la cantidad que se vá á restar bajo de la otra, colocando cada especie debajo de su semejante; y tirando una raya como queda prevenido se principiará á restar por la especie inferior y se seguirá de unas en otras hasta la superior de los

los enteros; y si no se pudiere por ser el numero inferior mayor que el superior, se tomará la diferencia del numero inferior á la especie mayor siguiente: esta diferencia sumada con el numero superior se escribirá debajo de la raya llevando 1 para juntarlo con el numero inferior de la especie immediata, observando las reglas dadas (n. 23) segun la especie que se proponga.

Una persona tiene 2654 doblones, 2 pesos, 12 reales y 20 maravedis, de los quales tiene que pagar 721 doblones, 1 peso, 14 reales y 6 maravedis; se pide quántos le quedan?

RESOLUCION.

Disponganse las cantidades propuestas como se ha prevenido y sigase la operacion observando lo dicho.

SCHOLIO.

Del mismo modo se podrán resolver los exemplos siguientes.

Exemplo.

	Doblones.	Pesos.	Reales.	Maravedis.
De	2654	2	12	20
Restar	721	1	14	6
Residuo	1933	0	13	14

OTRO.

	Quintales.	Arrobas.	Libras.	Onzas.
De	342	3	20	12
Restar	94	1	16	10
Residuo	248	2	4	2

SEC-

SECCION VI.

DE LA TERCERA OPERACION GENERAL que es multiplicar.

DEFINICION VII.

32 *Multiplicar* es hallar un numero que contenga tantas veces á uno de los dados como el otro contiene la unidad, v. g. multiplicar 4 por 3 es hallar el numero 12 que contenga tantas veces á uno de ellos, 4 como 3 contiene á la unidad: el numero 12 se llama *producto*, el numero 4 *multiplicado* y el 3 *multiplicador*.

Tambien se puede decir que el multiplicar no es mas que un sumar abreviado, pues lo mismo es multiplicar 4 por 3 que el sumar el 4 tres veces, como es facil de conocer.

33 *AXIOMAS.*

1.°

Si cosas iguales se multiplican por una misma ó iguales cosas, los productos saldrán iguales.

2.°

Si cosas iguales se multiplican por desiguales, los productos serán desiguales, siendo mayor aquel producto procedido de la cantidad mayor, y el menor el de la menor.

PROBLEMA VIII.

34 *Multiplicar un numero por otro.*

RESOLUCION.

La multiplicacion de un solo numero por otro se debe saber de memoria para poder multiplicar numeros

mas

mas compuestos, á cuyo fin sirve la siguiente tabla inventada por *Pythagoras*, por lo que se llama Pythagorica.

1	2	3	4	5	6	7	8	9
2	4	6	8	10	12	14	16	18
3	6	9	12	15	18	21	24	27
4	8	12	16	20	24	28	32	36
5	10	15	20	25	30	35	40	45
6	12	18	24	30	36	42	48	54
7	14	21	28	35	42	49	56	63
8	16	24	32	40	48	56	64	72
9	18	27	36	45	54	63	72	81

PROBLEMA IX.

35 *Formar el quadrado ò tabla Pythagorica.*

RESOLUCION.

Llaman comunmente á este quadrado el librete, esto es una tabla en que está puesto el producto de las 9 primeras cifras multiplicadas por sí mismas, cuya formacion se comprende muy bien en la figura antecedente.

Uso de esta tabla.

36 Por la antecedente tabla se hallará el producto de una sola cifra por otra de este modo.

Se

Se ha de multiplicar 8 por 6, esto es, quiero saber quánto hacen 6 veces 8: busco el 6 arriba en la forma de la tabla y el 8 en el lado izquierdo, y en la casilla correspondiente á los dos numeros dichos hallo 48, y lo mismo hallaré tomando el 8 arriba y el 6 al lado, pues lo mismo son 6 veces 8 que 8 veces 6 (n. 33. Ax.). De la propria suerte se hallarán los demás numeros.

37 Para multiplicar pues un número por otro que ambos sean compuestos, v. g. que se hayan de multiplicar 8463 por 2013 se escribirá el multiplicador 2013 bajo de el multiplicando 8463 en la forma prevenida en los problemas antecedentes.

Exemplo 1.°

8463	Multiplicando.
2013	Multiplicador.
25389	
8463	
0000	
16926	
17036019	Producto.

Comiencese á multiplicar todas las notas del multiplicando 8463 por la primera nota 3 de la izquierda del multiplicador 2013 diciendo asi: 3 veces 3 son 9 unidades; 3 veces 6 son 18 decenas: esto es 1 centena y 8 decenas: por lo que escribo 8 immediato al 9 y guardo la centena para numerarla con las centenas (n. 17.); 3 veces 4 son 12 centenas, y 1 que llevo son 13 centenas; esto es un millar y 3 centenas, por lo que escribiendo 3 centenas immediato al 8, guardo el millar para contarle con los millares; 3 veces 8 son 24 millares, y 1 que llevo son 25; escribo pues 5 immediato al 3 y las dos decenas de millares immediatas al mismo 5, con lo que se tendrá que el producto de 3 por 8463 es 25389.

Para multiplicar por la segunda nota 1 del mismo multiplicador se dirá: una vez 3 son 3 decenas, que por ser de esta especie escribo debajo del 8; una vez 6 es 6, una vez 4 es 4, una vez 8 es 8, que unos y otros escribiré en los lugares correspondientes, con lo que tendré que el producto de 8463 por 1 es el mismo 8463.

Representando el 0 nada (n. 2.) su producto será todos ceros ó nada.

Multiplicando por la quarta nota 2 se dirá: 2 veces 3 son 6 millares, por lo que se escribirá 6 en la correspondencia de los millares (n. 17.); 2 veces 6 son 12; esto es 12 deçenas de millares, por lo que escribiré 2 immediato al 6 y llevaré una centena de millar para numerarla con las de su especie; 2 veces 4 son 8 centenas de millares y una que llevo son 9 centenas de millares; escribo pues 9 immediato á 2: 2 veces 8 son 16, que escribo immediato al 9 por no haber mas notas en el multiplicando, y asi tendré el producto de 2 por 8463 igual á 16926.

Sumense todos los productos parciales, y la suma 17036019 será el producto total que se desea.

DEMOSTRACION.

Cada uno de los productos parciales en virtud de la operacion hecha contiene tantas veces la cantidad dada á multiplicar, como la nota por quien se multiplica contiene de unidades; el producto hallado es la suma de todos los productos parciales en virtud asimismo de la operacion (n. 17.): luego el producto hallado do 17036019 contiene tantas veces al número 8463, como el número 2013 contiene de unidades: luego se ha multiplicado uno por otro segun el problema mandaba (n. 32.)

SCHOLIO I.

38 Para reducir las cosas de especie superior y de mayor valor á otras de especie inferior ó de menor valor, se observará primero quántas cosas de la especie inferior componen una de la superior; segundo multiplíquese el número dado de la especie superior por el número que expresa quántas cosas de la especie inferior hacen una de la superior, y el producto será la resolucion que se pretende: lo que se entenderá con la práctica de los exemplos siguientes.

Exemplo 1.°

Quierese saber 342 varas quántas pulgadas componen?

RESOLUCION.

Multiplíquese 342 por 3, y se tendrá 1026 pies los quales se multiplicarán por 12, y el producto 12312 serán las pulgadas que se buscan.

Exemplo 2.°

Pidese 25 pesos quántos reales hacen?

RESOLUCION.

Multiplíquese cada peso por 15 reales, y se tendrá 25 multiplicado por 15 igual á 375 reales por el valor de 25 pesos.

Exemplo 3.º

Preguntase 3500 hombres á 4 reales al dia quánto ganan al mes?

RESOLUCION.

Multipliquese 3500 por 4, y el producto será 14000 los quales multiplicados por 30 dias darán 420000 reales.

SCHOLIO II.

39 La multiplicacion de los numeros denominados se entenderá con mas facilidad despues de explicados los quebrados, por lo qual se omite ahora su práctica y se pondrá en su correspondiente lugar.

SECCION VII.

DE LA QUARTA OPERACION GENERAL que es partir enteros.

DEFINICION VIII.

40 *Partir* ó *Dividir* es hallar un número que contenga tantas veces la unidad, como el que se ha de partir contiene de veces á aquel por quien se debe partir. Por exemplo el partir 12 por 4 es hallar el número 3 que contenga tantas veces la unidad como el 12 contiene á el 4: el número 12 se llama *dividendo*, el número 4 *divisor* y el número 3 *quociente*.

DEFINICION IX.

41 Todo número ó cantidad que se contiene en otro un cierto número de veces sin residuo alguno, se lla-

llama *parte aliquota* de aquel número, como el 3 respecto de 12, porque le contiene exactamente 4 veces: del mismo modo el 4 es parte aliquota de 24, porque le contiene 6 veces justamente.

Al contrario si un número ó cantidad es contenido en otro una ó muchas veces con algun residuo, éste número se llama *parte aliquanta*, como lo es el 5 respecto del 12, porque le contiene dos veces con el residuo 2.

DEFINICION X.

42 Llamanse *partes aliquotas semejantes* ciertos numeros que están contenidos igual número de veces en sus enteros, como 3 se contiene 4 veces en 12, y 6 tambien es contenido 4 veces en 24: 3 y 6 son partes aliquotas semejantes.

AXIOMA.

43 *Si cosas iguales se parten por iguales, los quocientes serán iguales; y al contrario si cosas iguales se parten por desiguales, los quocientes serán desiguales, siendo mayor aquel que procede de la particion por el menor número ó cantidad y menor el que procede de la mayor.*

PROBLEMA X.

44 *Partir un numero por otro.*

RESOLUCION.

Caso 1.°

En que el partidor consta de una sola nota, v. g. se ha de partir 9465 por 5.

Escribase el 5 bajo el 9 y vease quántas veces cabe el 5 en el 9: y respecto de que cabe una vez se escribirá 1 por quociente primero á la derecha del dividendo

$$\begin{array}{l} 000 \\ \cancel{4}\cancel{4}\cancel{1}0 \\ \cancel{9}\cancel{4}\cancel{6}\cancel{5} \;|\; \underline{1893} \\ \cancel{5}\cancel{5}\cancel{5}\cancel{5} \end{array}$$

do segun se vé figurado ; multipliquese el quociente 1 por el divisor 5, y el producto 5 restese del dividendo 9 colocando el residuo 4 sobre el 9 despues de borrados con una rayita, asi el dividendo 9 como el divisor:

Adelantese el 5 bajo el 4 y se tendrá para partir 44 por 5, que reconociendoles cabe á 8; escribase 8 en el quociente en seguida del 1 y multipliquese el nuevo quociente por el divisor 5, cuyo producto 40 restese de 44 diciendo: 5 veces 8 son 40, á 44 ván 4, que se escribirán encima del 4, y llévo 4, á 4 vá nada ó cero, y se escribirá *o* encima del 4 de 44.

Adelantese el 5 debajo el 6 y se partirá 46 por 5, cuyo quociente 9 se escribirá en seguida del 6 en el quociente; multipliquese el nuevo quociente 9 por el divisor 5, con lo que se tendrá 45, que restado de 46, esto es el 5 del 6 y el 4 del 4, se pondrá *o* encima del 4 y 1 encima del 6.

Ultimamente partiendo 15 por 5 (adelantando éste una nota) dará el quociente 3; multipliquese 3 por 5 y el producto 15 restado de 15, esto es el 5 del 5 y el 1 del 1 dá cero que se pondrá encima del 5 y del 1.

Del mismo modo se continuará la particion caso de haver mas notas en el dividendo. En el exemplo presente es el quociente 1893.

DEMOSTRACION.

El número 1893 segun el tenor de la resolucion y operacion contiene tantas veces la unidad, quantas el dividendo 9465 contiene el 5: luego el número 1893 es el quociente que se solicita.

Caso 2.º

Quando el divisor es de dos ó mas notas, por exemplo habiendo de partir 3675 *por* 21.

```
 0
 0~~1~~
 ~~1~~~~5~~00
 ~~3~~~~6~~~~7~~~~5~~ |175
 ~~2~~~~1~~~~1~~~~1~~
   ~~2~~~~2~~
```

Escribase 21 debajo del 36 y vease quántas veces cabe la nota primera 2 del divisor en la primera nota 3 del dividendo, y hallando ser una vez se escribirá el 1 en el lugar del quociente; multipliquese despues 1 por todo el divisor 21, y el producto 21 restese del dividendo 36 en este modo: 1 vez 1 es 1, á 6 ván 5 que se escribirá encima del 6; 1 vez 2 es 2, á 3 vá 1 que se escribirá encima del 3, borrando con una rayita el ~~1~~, el ~~2~~, el ~~6~~ y el ~~3~~ á medida que se ván nombrando.

Adelantese el divisor una nota, esto es: pongase 2 debajo del 11 y el 1 debajo del 7; y respecto que el dividendo ahora es 157, vease en 15 quántas veces cabe el 2, y siendo 7 se escribirá 7 en el quociente; multipliquese 7 por 21 y el producto restese de 157 asi: 7 por 1 es 7, á 7 vá *o* que pongo encima del 7; 7 por 2 son 14, á 15 vá 1 que escribo encima del 5 y un cero sobre el 1.

Adelantese el divisor una nota mas, esto es, pongase el 1 debajo del 5 y el 2 debajo del 1; y respecto de que el dividendo ahora es 105, vease en 105 quántas veces cabe 21, reconociendo para ello que en 10 cabe 5 veces el 2; escribase pues 5 en el quociente y multipliquese 5 por 21 y el producto restese de 105 diciendo: 5 veces 1 es 5, á 5 vá *o*, 5 veces 2 es 10, á 10 pago; y por quanto no sobró cosa alguna, será el quociente 175, por la misma razon que en el caso primero queda demostrado.

SCHOLIO I.

45 Si la primera nota de la izquierda del divisor fue-

fuese mayor que la primera nota de la izquierda del dividendo, se adelantará el divisor una nota mas; por exemplo, habiendo de partir 882 por 9 se escribirá el 9 debajo del segundo 8.

SCHOLIO II.

46 Si en alguna de las particiones parciales menores fuere menor el dividendo que el divisor, esto es, que no le pudiere tocar á 1 se escribirá *o* al quociente, por exemplo, habiendo de partir 856 por 8 les toca por quociente 107.

SCHOLIO III.

47 Sucede con freqüencia no poderse dár en el quociente todo el número que indica las veces que la primera nota del divisor está contenida en la correspondiente del dividendo, siendo necesario dár algo menos, lo que se vá tanteando hasta que el producto del quociente por el divisor se pueda restar del dividendo; esto se consigue mas bien por el mucho exercicio que con reglas.

SCHOLIO IV.

48 A este fin es muy conveniente proponerse varios exemplos para multiplicar, y despues partir el producto por el multiplicando ó multiplicador, pues con el conocimiento del quociente que debe venir se procede con todo acierto y presteza en las operaciones, en cuya conformidad se adquiere un habito para partir en qualesquiera otros casos dados con prontitud.

SCHOLIO V.

49 Lo que se haya de observar quando de la particion sobráre algo, por exemplo partiendo 10 por 3 que

que sobra 1 despues de tocarle á 3, se dirá en el siguiente Capit. de los *Quebrados.*

Proponense los siguientes exemplos para imponerse mas en la resolucion de las reglas dadas para partir.

Exemplo 1.°

Se desea saber 11220 *maravedises quántos reales y pesos componen?*

SOLUCION.

Partase 11220 por 34 maravedises que cada real tiene, y el quociente será 330 reales; partanse estos 330 por 15 que cada peso tiene, y el quociente 22 pesos será el valor de los maravedises dados.

Exemplo 2.°

Debiendose partir 35520 *reales entre* 37 *compañeros, preguntase á quántos pesos toca à cada uno?*

SOLUCION.

Partase 35520 reales por 37, y el quociente serán 960 reales que partidos por 15 dará 64 pesos por el continente de cada uno.

Exemplo 3.°

Preguntase 2889 *pies quántas varas hacen?*

SOLUCION.

Partase 2889 por 3 valor de cada vara, y el quociente 963 serán las varas que contienen los 2889 pies propuestos.

Verificacion ó examen del multiplicar y partir.

50 La prueba real del multiplicar es partir, y la del partir es multiplicar. Para examinar pues si la multiplicacion está acertada, partase el producto por el multiplicador, y ha de salir la cantidad; ó partase el producto por la cantidad, y ha de salir el multiplicador, como multiplicando 124 por 12 es el producto 1488; partase éste por 12 y salen 124, ó partase el mismo producto por 124, y salen 12.

Para examinar si la particion está bien hecha, multipliquese el quociente por el partidor, y el producto será la misma cantidad, como partiendo 1488 por 12 será el quociente 124; multipliquese 124 por 12 saldrá el producto 1488: esta prueba es infalible; otras hay, que omitimos por la brevedad.

Abreviar la multiplicacion y particion en ciertos casos.

51 Por poca atencion que se ponga al valor de las cifras respecto al lugar que ocupan (que se llama *valor local*) algunas veces se pueden abreviar las operaciones de la multiplicacion y particion.

Se ofrece multiplicar 144 por 100: escribase 24400 poniendo dos ceros seguidamente á 244 sin otra forma, porque por la institucion de las cifras qualquiera cantidad que se adelante de dos lugares de la derecha á la izquierda se hace 100 veces mayor de lo que era; y en efecto por la posicion de los dos ceros las unidades del numero 244 se han hecho 400, esto es cien veces mayor el 4; las otras cifras han aumentado á proporcion de sus valores.

Para multiplicar 244 por 1000 escribase 244000; en una palabra, añadanse tantos ceros al multiplicando quan.

quantos tiene el multiplicador, con tal que estos ceros empiecen por el lugar de las unidades siguiendo sin alguna intermision.

Quando el multiplicador y el multiplicando son terminados por una série de ceros sin interrupcion, como si se propusiese el multiplicar 923000 por 2400, se hace simplemente la multiplicacion de los numeros significativos 923 por 24, y se añaden á su producto 22152 tantos ceros quantos hay en el multiplicador y en el multiplicando para tener el producto total. Porque desde luego multiplicando 923 unidades se tiene un producto mil veces mas pequeño, pues que es 923 miles que se han de multiplicar: y asi en esta mira se debe aumentar el producto de tres ceros, á fin de que salgan mil veces mayores; en segundo lugar 923 no siendo multiplicados mas que por 24 dán un producto mil veces mas pequeño á razon de su multiplicador, que es 2400, número mil veces mayor que 24; luego por este otro medio el producto debe ser aún cien veces mayor y crecer por consequencia de dos ceros, además de los tres ceros que el multiplicando tiene.

Generalmente luego que el multiplicador está entreverado de ceros, la multiplicacion no se hace por ceros.

Exemplo.

Se ha de multiplicar 24013 por 60020.

OPERACION.

```
     24013
     60020
    ------
    480260
  144078 . .
 ----------
1441260260
```

 So-

Solo se multiplicará por las cifras significativas 2 y 6 y se señalará un punto ó un cero en el lugar de cada cero, como se vé en la operacion, á fin de que el producto de las cifras significativas ocupe el lugar que le conviene.

La division debe abreviarse, y se abrevia en el efecto por un camino contrario al de la multiplicacion; quierese dividir 64000 por 100, quitese dos ceros al dividendo, escribase simplemente 640, este es el quociente que se busca. Porque si una cantidad se hace 100 veces mayor añadiendola dos ceros, por precision se hará menor 100 veces suprimiendolos: y si se dividiese 64000 por 1000, se quitarán 3 ceros por la misma razon.

Quando el dividendo no es terminado con ceros de seguida, como quando se tiene que dividir 34693 por 1000, se deben quitar siempre tantas cifras significativas como el divisor tiene ceros seguidos precedidos de la unidad, y asi se escribirá en el quociente 34; pero se debe tener cuenta de las cifras significativas quitadas que se señalan asi $\frac{693}{1000}$ seguidamente al quociente 34, dejando para los *Quebrados* la explicacion de esta operacion.

Quando el dividendo y el divisor son terminados por una série de ceros, como si se tubiese que dividir 24000 por 300, se suprimirán al dividendo tantos ceros quantos hay en el divisor, de quien se quitan tambien los ceros y se hace la operacion sobre el resto; aqui se dividirá simplemente 240 por 3; la razon es que 24000 es lo mismo que 240 multiplicado por 100, y 300 es lo mismo que 3 multiplicado por 100. Ahora pues dividiendo 240, multiplicados por 100 entre 3 multiplicados por 100, se vé que 100 multiplicado por 240 su producto se divide por el triple de 100; por cuya consequencia el 100 debe disminuirse de una y otra parte, pues que la division es contraria á la multiplicacion.

Si solo hubiese un cero al fin del dividendo en tanto

que

que el divisor tubiese muchos, se suprimirá simplemente un cero al dividendo y un cero al divisor; y asi si 3240 se han de dividir por 300, se reducirá á 32 que se ha de dividir por 30; la razon es clara.

Otras particularidades aunque pequeñas habia que advertir, pero con el uso de las operaciones y la inteligencia de los Quebrados se harán patentes y faciles de resolver á los principiantes; por lo qual se omite la extension de este particular.

Todos los métodos ó modos de usar en la práctica de la Arithmetica se reducen á quatro operaciones como se ha visto, que son *sumar*, *restar*, *multiplicar y partir*.

Las diferentes transformaciones á que se someterán las cifras en adelante unicamente serán la aplicacion de estos métodos, á los que solo se ha de recurrir quando se tenga algun trabajo ó dificultad en executarlo de memoria. El Arte solo se ha establecido para alivio de la naturaleza; en tanto que esta pueda pasar sin su socorro será siempre lo mejor no buscarlo; y esto se advierte, porque aquellos que toman la pluma para los calculos menores, incurren en una pereza que se hace muy comun.

No se ha hablado de la multiplicacion y division compuesta ó de numeros denominados, porque estas operaciones se harán mas inteligibles luego que hayamos explicado los Quebrados.

CAPITULO II.

De los Quebrados.

SECCION I.

DE LAS QUATRO OPERACIONES generales del sumar, restar, multiplicar y partir quebrados.

DEFINICION XI.

52 LLamase fraccion ó quebrado á un todo ó unidad dividido en partes iguales, de las quales se toma una ó algunas, como quando se considera dividida la vara en quatro partes iguales; si se toma una de estas partes será un quarto de vara, si dos serán dos quartos, y si tres tres quartos.

De donde se sigue que para formar un quebrado son menester dos numeros, de los quales el uno significa las partes iguales en que se divide el entero ó la unidad, y el otro las que se toman.

El modo de escribirles es poner debajo de una raya el número de las partes en que se considera dividida la unidad, y sobre la raya el número que declara quántas de aquellas partes se toman, como $\frac{1}{4}$ un quarto, $\frac{2}{4}$ dos quartos &c.

El número superior se llama *numerador* y el inferior *denominador*.

COROLARIO I.

53 *Las mismas partes contiene el numerador de su denominador, que el quebrado de la unidad.*

CO-

COROLARIO II.

54 *Consiste pues el quebrado en la particion de un número por otro, siendo el dividendo el numerador, el divisor el denominador y el quociente el valor del quebrado* (n.40.)

COROLARIO III.

55 *Si el quociente del numerador de un quebrado por su denominador fuere igual al quociente del numerador de otro por su denominador, los quebrados serán iguales, y desiguales si estos quocientes fueren desiguales, siendo mayor aquel cuyo quociente sea mayor.*

SCHOLIO.

56 El quebrado cuyo numerador es menor que su denominador se dice *proprio*, é *improprio* si el numerador fuere igual ó mayor que el denominador.

COROLARIO I.

57 *Asi qualquier quebrado improprio se podrá reducir á enteros, partiendo el numerador por el denominador*, como $\frac{8}{3}$ de peso, que reducido es 2 pesos y $\frac{2}{3}$ de otro peso: $\frac{15}{5}$ de vara reducido es 3 varas, y asi otros.

COROLARIO II.

58 *Si á un entero se le pone por denominador la unidad misma se tendrá expresado en forma de quebrado.* Asi 8 enteros en forma de quebrados serán $\frac{8}{1}$ ó 8 unos, pues conservan el mismo valor de 8 enteros.

COROLARIO III.

59 *Si un número entero se quiere reducir á un denomina-*

nador determinado, se multiplicará el tal entero por el referido denominador. Asi 8 enteros reducidos á 4 ó quartos serán $\frac{32}{4}$ pues 32 partido por 4 es igual á los mismos 8 enteros.

COROLARIO IV.

60 *Si una expresion de enteros y quebrados* 8 *y* $\frac{3}{4}$ *se quiere reducir toda á una especie ó denominacion*, por exemplo de quartos, se multiplicará 8 por 4, y al producto $\frac{32}{4}$ se añadirá el numerador 3; esto es $\frac{35}{4}$ porque reducidos á enteros serán 8 y $\frac{3}{4}$.

COROLARIO V.

61 Ultimamente se infiere de lo dicho *que para hallar el valor de un quebrado de una especie determinada ó reducir un quebrado á enteros, se debe multiplicar el numerador por el valor de cada unidad de él, y el producto partirse por el denominador, con lo que el quociente dará el valor del tal quebrado en aquella especie*, v. g. si se quiere saber $\frac{2}{3}$ de peso quánto vale en reales, se multiplicará el numerador 2 por 15, valor de cada peso, y el producto 30 se partirá por el denominador 3 para tener 10 reales igual valor al del quebrado propuesto.

COROLARIO VI.

62 Si los $\frac{2}{3}$ fueren de un peso duro se multiplicará el 2 por 20 reales, valor de cada peso fuerte, con lo que se tendrá 40 que se partirán por 3, siendo su quociente 13 reales y $\frac{1}{3}$ de real: cada real vale 34 maravedises, luego multiplicando el numero 1 por su valor 34 se tendrá 34 para partir por 3, que su quociente será 11 maravedises y $\frac{1}{3}$ de otro maravedi; por lo que se concluirá que el valor de $\frac{2}{3}$ de peso duro es 13 reales, 11 ma-

maravedises y $\frac{1}{3}$ de otro de quien se podria del mismo modo hallar su valor, si hubiese otra especie inferior al maravedi.

Lo mismo se observará en qualquier quebrado de distinta especie, como si los $\frac{2}{3}$ propuestos fuesen de un pie y se quisiese saber quántas pulgadas hacen, se multiplicará el número 2 por 12 pulgadas que tiene cada pie, y el producto 24 partido por el denominador 3 dará el quociente 8, que son las pulgadas que valen los $\frac{2}{3}$ propuestos.

COROLARIO VII.

63 De las definiciones del quebrado se sigue asimismo, que siendo las partes iguales en que se considera dividido el entero cosas de una misma especie, los quebrados que tengan una misma denominacion ó denominador son numeros de una misma especie.

COROLARIO VIII.

64 No pudiendose comparar sino numeros de una misma especie *para saber si un quebrado es igual, mayor ó menor que otro, deben tener un mismo denominador, con lo que atendiendo solo á los numeradores se sabrá la magnitud del uno al respecto del otro.*

COROLARIO IX.

65 Por esto mismo *si el numerador de un quebrado* $\frac{3}{5}$ *se multiplica por un entero* 4, *el quebrado resultante* $\frac{12}{5}$ *será tanto mayor que* $\frac{3}{5}$, *como el entero* 4 *es mayor que la unidad* (n. 32.); *y al contrario si el numerador se parte por qualquier número* 3, *el quebrado restante* $\frac{1}{5}$ *será tanto menor que* $\frac{3}{5}$, *como la unidad es menor que* 3 (n.40.)

COROLARIO X.

66 Tambien por quanto subsistiendo un mismo numerador, tanto mayor son las partes del quebrado quanto menos sean las divisiones de la unidad ó denominador (n. 53.), se sigue *que si el denominador de un quebrado* $\frac{3}{5}$ *se multiplica por un número* 4, *el quebrado resultante* $\frac{3}{20}$ *será tanto menor que* $\frac{3}{5}$, *como la unidad es menor que* 4 (n. 32.) *y al contrario si el denominador del quebrado* $\frac{3}{5}$ *se parte por qualquiera número por exemplo* 5, *el quebrado* $\frac{3}{1}$ *será tanto mayor que* $\frac{3}{5}$, *como* 5 *es mayor que la unidad* (n. 40.)

COROLARIO XI.

67 Por lo que *si el numerador y denominador de un quebrado* $\frac{3}{5}$ *se multiplica por un mismo número* 4 *y de los productos se forma otro quebrado* $\frac{12}{20}$, *éste será igual al propuesto*, pues multiplicando el numerador 3 por 4, el quebrado $\frac{12}{5}$ es mayor 4 veces que $\frac{3}{5}$ (n.66.), y multiplicando el denominador 5 por el mismo 4, el quebrado $\frac{12}{20}$ es menor 4 veces que $\frac{12}{5}$ (n. 67.): luego es igual al producto $\frac{3}{5}$.

COROLARIO XII.

68 Del mismo modo *si el numerador y denominador de un quebrado* $\frac{12}{20}$ *se parten por un mismo número* 4 *y de los quocientes se forma el quebrado* $\frac{3}{5}$, *éste será igual al propuesto* $\frac{12}{20}$, pues partiendo 12 por 4 el quebrado $\frac{3}{20}$ es quatro veces menor que $\frac{12}{20}$ (n. 66.), y partiendo 20 por 4 el quebrado $\frac{3}{5}$ es quatro veces mayor que $\frac{3}{20}$ (n.67.): luego es igual á $\frac{12}{20}$.

DEFINICION XII.

69 *Medir un número á otro* se dice quando le parte

te exactamente, asi 4 mide al 8, y la unidad mide á qualquiera número entero: el número que asi mide á otro se dice *parte aliquota* suya, á distincion de otro que no le mide exactamente, como el 3 al 5 que se dice *parte aliquanta*, cuyas definiciones se explicaron en el (n. 41.)

DEFINICION XIII.

70 *Comun medida* de dos ó mas numeros es la que les parte exactamente, como el 2 al 6 y al 10; *y comun medida mayor* se llama el mayor número que les divide exactamente.

71 AXIOMAS.

1.° *Si un número 3 mide á qualesquiera otros 6, 9, 12, tambien medirá á la suma de ellos 27.*

2.° *Si un número 3 mide á un todo 27 y á su parte 9, tambien medirá al residuo 18.*

3.° *Si un número 3 mide á qualesquiera otros 6 y 12, tambien medirá al producto de ellos 72; y si no los midiere, por exemplo 4 y 5, tampoco medirá al producto 20.*

PROBLEMA XI.

72 *Hallar la mayor medida comun de dos numeros, por exemplo*

360 y 297.

RESOLUCION.

Partase el número mayor 360 por el menor 297, y sin atencion al quociente 1 notese el residuo 63; por éste partase el número menor 297, y aunque les toca á 4, solo se debe hacer consideracion del residuo 45 para partir por éste el primer residuo 63: su quociente es

 uno

uno y el residuo 18; continúese á partir el segundo residuo 45 por el tercero 18, y cabiendole á 2, sobran 9; por él partase el tercer residuo 18; y por quanto de esta division nada sobra se concluirá que el ultimo partidor 9 es la mayor comun medida de los numeros propuestos.

DEMOSTRACION.

Que 9 sea medida de 360 y 297 se vé de la misma série de la operacion, pues 9 se mide exactamente á sí mismo (n. 40.) por consiguiente á 18 que es el agregado de 9 y 9 (n. 72.): luego tambien á la suma de 9, 18 y 18 que es 45, y á la de 45 y 18 que es 63, como tambien á la multiplicacion de 63 por 4, sumada con 45 que son 252, que juntos con 45 es igual á 297; y ultimamente á 297 juntos con 63 que es igual á 360 (n. 72.)

Que el mismo 9 sea la medida comun y la mayor entre los dos numeros propuestos es evidente, porque en las particiones hechas se dió lo mas que se pudo dár.

SCHOLIO I.

73 Las particiones se deberán continuar hasta que sobre cero ó la unidad; *si sobra cero* como se ha visto, *el ultimo partidor será la mayor medida comun, y si sobra la unidad es señal de que aquellos numeros no tienen otra comun medida que la unidad.* Llamanse estos numeros *primos*, á distincion de los otros que se dicen *compuestos.*

SCHOLIO II.

74 Si se busca la mayor medida comun de tres ó mas numeros 35, 49, 56, se hallará primero la mayor medida comun de 35 y 49, que segun las reglas dadas es

7;

7; y buscando despues la mayor medida comun de 7 y 56, se hallará ser 7, el qual es la mayor medida comun de los tres, y asi de otros.

PROBLEMA XII.

75 *Reducir un quebrado á la menor expresion conservando la igualdad, por exemplo*

$$\frac{297}{360}$$

RESOLUCION Y DEMOSTRACION.

Hallese la mayor medida comun del numerador y denominador 297 y 360 que será 9 (n. 73.), por lo qual partanse los referidos numeros y los quocientes 33 y 40 dispuestos en forma de quebrados $\frac{33}{40}$ darán un quebrado igual al propuesto (n. 69.), reducido á menor expresion, pues el partidor es el mayor.

SCHOLIO.

76 Si los numeros de un quebrado no fueren muy crecidos se podrá reducir á menor expresion con mas commodidad, tomando primero la mitad del numerador y denominador mientras se pueda; despues el tercio, el quarto, el quinto &c. todas las veces que los numeros lo permitan; asi el quebrado $\frac{30}{36}$ se podrá reducir, tomando la mitad de 30 y 36, con lo que el quebrado $\frac{15}{18}$ será igual á $\frac{30}{36}$ (n. 73.): y por quanto no se puede tomar otra vez la mitad de 15 y 18, tómese el tercio, con lo que el quebrado $\frac{5}{6}$ será igual á $\frac{15}{18}$ que es igual á $\frac{30}{36}$ (n. 73.), y queda tambien reducido á la menor expresion, pues 5 y 6 son los menores numeros en que su valor puede expresarse.

PRO-

PROBLEMA XIII.

77 *Reducir los quebrados à un comun denominador, conservando la igualdad.*

RESOLUCION Y DEMOSTRACION.

Multipliquense los denominadores entre sí, y el producto será el nuevo denominador; multipliquense asimismo el numerador de cada quebrado por todos los denominadores de los otros, á excepcion del suyo proprio, y se tendrá el nuevo numerador en cada quebrado.

Exemplo 1.°

Reducidos á un comun denominador los quebrados $\frac{1}{2}$ y $\frac{2}{3}$ se tendrá $\frac{3}{6}$ por el valor del $\frac{1}{2}$, y $\frac{4}{6}$ por el valor de $\frac{2}{3}$.

$$\begin{array}{ccc} 3 & & 4 \\ \frac{1}{2} & \times & \frac{2}{3} \\ & 6 & \end{array}$$

Exemplo 2.°

Reducidos á un comun denominador los quebrados $\frac{1}{3}$ $\frac{2}{5}$ y $\frac{3}{4}$, se tendrá $\frac{20}{60}$ por el valor de $\frac{1}{3}$; por el de $\frac{2}{5}$ se tendrá $\frac{24}{60}$; y por el de $\frac{3}{4}$ saldrá $\frac{45}{60}$; porque multiplicando v. g. en el exemplo 1.° asi el numerador 1 como el denominador 2 del quebrado $\frac{1}{2}$, el quebrado $\frac{3}{6}$ será igual al propuesto, entendiendose lo mismo en los otros (n. 68.)

$$\begin{array}{ccccc} 20. & & 24. & & 45. \\ \frac{1}{3} & \times & \frac{2}{5} & \times & \frac{3}{4} \\ & & 60. & & \end{array}$$

SCHOLIO.

78 La reduccion de los quebrados compuestos á un quebrado simple es la misma que la del exemplo antecedente, por lo que se omite repetir en este caso la operacion.

PRO-

PROBLEMA XIV.

79 *Sumar Quebrados.*

RESOLUCION Y DEMOSTRACION.

Si los quebrados tienen un mismo denominador sumense los numeradores, y la suma de estos será numerador de un quebrado, el qual dandole el mismo denominador será la suma de los quebrados, como la suma de $\frac{2}{7}$ y $\frac{3}{7}$ es $\frac{5}{7}$.

Si los quebrados tienen diferentes denominadores reduzcanse á un comun denominador (n.78.) y sumense los numeradores, como $\frac{2}{3}$ y $\frac{3}{4}$ reducidos son $\frac{8}{12}$ y $\frac{9}{12}$, será la suma de los quebrados propuestos $\frac{17}{12}$.

Exemplo.

Sumar $\frac{1}{2}$ $\frac{2}{3}$ $\frac{3}{4}$ y $\frac{4}{5}$ reducidos á un comun denominador, éste será 120; busquese á cada quebrado su correspondiente numerador, como se vé en el exemplo figurado, y la suma de todos 326 será el nuevo numerador correspondiente al denominador comun, los quales compondrán el quebrado $\frac{326}{120}$ por la suma de los quebrados propuestos; y siguiendo el mismo orden en la resolucion de este exemplo se pueden resolver quantos se propongan de la misma naturaleza.

$$\begin{array}{c} 326 \\ 60.\ 80.\ 90.\ 96. \\ \frac{1}{2} \times \frac{2}{3} \times \frac{3}{4} \times \frac{4}{5} \\ 120 \end{array}$$

Si se ofreciere sumar quebrados compuestos reduzcanse primero á simples y hagase la operacion por la misma regla.

PROBLEMA XV.

80 *Restar Quebrados.*

RESOLUCION Y DEMOSTRACION.

Si los quebrados fueren de un mismo denominador, se se hará la resta solo en los numeradores, como si de $\frac{4}{5}$ se resta $\frac{2}{5}$, el residuo será $\frac{2}{5}$.

Pero si fueren de diferentes denominadores se reducirán á un comun denominador (n.78.), y restando despues un numerador de otro, el residuo será el quebrado que se pide (n.64. 24.): como si se resta $\frac{1}{2}$ de $\frac{3}{4}$ reducidos á un comun denominador, se tendrá $\frac{4}{8}$ en lugar de $\frac{1}{2}$, y $\frac{6}{8}$ en el de $\frac{3}{4}$, por lo que se vé que la diferencia de estos nuevos quebrados está en sus numeradores, en los que hecha la resta, se tendrá $\frac{2}{8}$ ó $\frac{1}{4}$ por el residuo ó resta que se busca.

$$\begin{array}{ccc} & 2 & \\ 4 & & 6 \\ \frac{1}{2} & \times & \frac{3}{4} \\ & 8 & \end{array}$$

SCHOLIO.

81 En la resta de los quebrados pueden acontecer varios casos que piden atencion, como son los siguientes.

1.° Si se hubiere de restar un quebrado de muchos reduzcanse todos á un comun denominador y restese el uno de la suma de los otros, como si $\frac{1}{2}$ se hubiere de restar de la suma de $\frac{1}{3}$ y $\frac{2}{5}$, reducidos todos á un comun denominador, serán $\frac{15}{30}$, $\frac{10}{30}$ y $\frac{12}{30}$; sumense los dos ultimos, y será la suma $\frac{22}{30}$; restense $\frac{15}{30}$ de $\frac{22}{30}$, y será el residuo $\frac{7}{30}$.

2.° Si se ofreciere restar enteros y quebrados de un número entero, basta restar el numerador del quebrado de su denominador, poner la resta por numerador del nuevo quebrado, y llevar uno para añadir al entero siguiente que se ha de restar, como en el exemplo siguiente si de 9 se quita el numerador 4 quedan 5, que con el mismo denominador es $\frac{5}{9}$, y llevo 1, que junto con el 3 hacen 4; restados de 24, quedan 20, y se tendrá por la resta que se busca 20 y $\frac{5}{9}$.

Exem-

Exemplo.

Deuda.... 24
Paga..... $3\frac{4}{9}$

Residuo.. $20\frac{5}{9}$

3.° Para restar enteros y quebrados de enteros y quebrados reduzcanse los quebrados á un comun denominador; y si el quebrado de la deuda es mayor que el que se ha de restar, restese un quebrado de otro como en el caso primero y sigase la resta de los enteros.

4.° Pero si hecha la reduccion de los quebrados se halláre que el quebrado de la paga es mayor que el de la deuda, restese el numerador mayor del denominador, el residuo se añadirá al numerador menor, y lo que resultáre será el numerador del quebrado de la resta, y se guardará un entero para juntarle con los enteros siguientes que se han de restar.

Si en los casos sobredichos hubiere quebrados compuestos reduzcanse á sencillos, y se obrará con las mismas reglas.

La demostracion del restar quebrados es la misma que la de los enteros.

PROBLEMA XVI.

82 *Multiplicar Quebrados.*

RESOLUCION Y DEMOSTRACION.

Multipliquense los numeradores entre sí, y se tendrá el nuevo numerador; multipliquense asimismo los denominadores entre sí, y el producto será el nuevo denominador: la figuracion de esta regla es como se vé en los siguientes

Exemplo 1.° *Exemplo 2.°*

$$\overset{4}{\underset{15}{\tfrac{2}{3}\times\tfrac{2}{5}}}\qquad\qquad\overset{6}{\underset{20}{\tfrac{3}{4}\times\tfrac{2}{5}}}$$

En el primer exemplo $\frac{2}{3}$ multiplicado por $\frac{2}{5}$ su producto es igual à $\frac{4}{15}$ y en el segundo el de $\frac{3}{4}$ por $\frac{2}{5}$ es $\frac{6}{20}$, que reducido á menor denominacion (n. 76.) es lo mismo que $\frac{3}{10}$.

SCHOLIO.

83 *Para multiplicar un quebrado por número entero* se multiplicará el numerador por el entero, y al producto se le pondrá el mismo denominador, como si se han de multiplicar $\frac{3}{4}$ por 2 se multiplicará el numerador 3 por 2, y será el producto $\frac{6}{4}$ que reducidos á enteros (n.62.) serán 1 y $\frac{2}{4}$ ó $\frac{1}{2}$.

Para multiplicar un quebrado por un número igual á su denominador basta borrar el denominador y dexar el numerador como entero, y asi para multiplicar $\frac{3}{4}$ por 4 basta quitar el denominador 4, y el producto será 3 enteros. La razon es clara, porque multiplicando $\frac{3}{4}$ por 4 salen 12, que reducidos á enteros (n. 62.) son 3 enteros.

Si se ofreciere multiplicar enteros y quebrados por enteros y quebrados, se reducirán los enteros á quebrados, cada entero á la especie de quebrados que le acompaña, y se obrará como se ha dicho en la primera parte de este Scholio.

84 *Aplicacion de la doctrina que incluye el Scholio antecedente que servirá de luz y exemplo para otros muchos de la misma naturaleza.*

Supónganse 3 varas de paño y $\frac{2}{3}$ á 5 reales y $\frac{3}{4}$, quántos reales importan?

He-

Hecha la operacion de reducir los enteros á quebrados, multiplicados uno por otro, se tendrá por las 3 varas y $\frac{2}{3}$ á 5 reales y $\frac{1}{4}$ el quebrado $\frac{253}{12}$, que reducido á enteros (n. 62.) salen 12 reales y $\frac{1}{12}$, cuya cantidad es el valor que se busca.

Para saber el valor del quebrado $\frac{1}{12}$ de real, se reducirá á maravedises, que es la especie menor que le corresponde, multiplicando el numerador por 34 maravedises, y su producto dividase por el denominador 12 que en este exemplo saldrá al quociente 2 maravedises y sobran $\frac{8}{34}$ que reducido á menor denominacion es igual á $\frac{4}{17}$. Todo consta de los numeros.

PROBLEMA XVII.

85 *Partir Quebrados.*

RESOLUCION.

Multipliquese el numerador del dividendo por el denominador del divisor, y se tendrá el nuevo numerador; multipliquese asimismo el denominador del dividendo por el numerador del divisor, y el producto será el nuevo denominador del quebrado quociente, como es evidente por lo dicho en los num. 78. 68. 65.

Exemplo 1.°

$\frac{2}{3}$ por $\frac{1}{5}$ es igual á $\frac{10}{3}$ ó 3 y $\frac{1}{3}$

$\frac{1}{2}$ por $\frac{1}{4}$ es igual á $\frac{4}{2}$ ó 2 enteros.

SCHOLIO.

86 En la particion de los quebrados pueden ocurrir varias circunstancias, como se vé en los siguientes casos.

1.° *Para partir enteros por quebrados* se expresarán los enteros en forma de quebrados (n. 59.) y en lo demás se seguirá la regla antecedente: asi 4 partido por $\frac{3}{5}$ es igual á $\frac{4}{1}$ multiplicado por $\frac{3}{5}$ que será igual á $\frac{20}{3}$ ó despues de reducidos á 6 y $\frac{2}{3}$.

2.° Para partir entero y quebrado por entero y quebrado se reducirá cada entero á la especie de su quebrado (n. 61.) y en lo demás se partirán los quebrados resultantes, asi 9 y $\frac{3}{4}$ partido por 6 y $\frac{2}{3}$ será igual á $\frac{195}{128}$.

$$\left.\begin{array}{lll} \text{Partir} & 9\frac{3}{4} & \text{ó } \frac{39}{4} \\ \text{Por} & 6\frac{2}{5} & \text{ó } \frac{32}{5} \end{array}\right\} \text{será el quociente } \frac{195}{128}$$

COROLARIO.

87 De lo dicho se puede inferir *que para partir un quebrado* $\frac{2}{5}$ *por otro* $\frac{2}{3}$ bastará poner el denominador 3 del divisor por numerador y el numerador 2 por denominador, asi $\frac{3}{2}$; y multiplicando despues el un quebrado $\frac{2}{5}$ por el otro $\frac{3}{2}$, el producto $\frac{3}{5}$ será el quociente: tengase aqui presente lo prevenido de la reduccion de quebrados (n. 76. y siguiente.)

SCHOLIO I.

88 Es de notar que el multiplicar en los quebrados disminuye el número, y el partir lo aumenta; siendo contrario á lo que sucede con los enteros, lo que atendiendo á la definicion del partir, que consiste como se dixo (n. 40.) en hallar un número que contenga tantas veces la unidad como el dividendo al divisor, resulta que en los enteros el multiplicador aumenta el número, pues siendo qualquiera de ellos mayor que la unidad, el que venga debe ser mayor que el otro, otras tantas veces; al contrario en los quebrados,

dos, porque como qualquiera de ellos es menor que la unidad, siendo proprio (n. 57.), el producto debe ser tanto menor que el uno, como el otro es menor que la unidad. Lo mismo por su termino se debe entender del partir.

SCHOLIO II.

89 Para el examen y prueba de las operaciones de los quebrados sirve la misma doctrina dada para los enteros (n. 50.), y asi para la prueba del sumar quebrados se resta un quebrado de los dados, y el residuo será la suma de los otros quebrados dados; y al contrario en el restar, si hecha la resta se suma el residuo con el quebrado menor, la suma ha de ser igual con el quebrado mayor.

Y por quanto el examen del multiplicar es el partir, si se parte el quebrado que salió de la multiplicacion por uno de los quebrados que se multiplicaron, el quociente ha de ser igual al otro quebrado; y al contrario siendo el examen del partir el multiplicar, si el quebrado que salió por quociente se multiplica por el quebrado que sirviò de partidor, el producto será igual al otro quebrado: lo que es claro y no hay necesidad de exemplos.

SCHOLIO III.

90 En las Secciones VI y VII del multiplicar y partir enteros se omitieron estas operaciones en los numeros denominados para despues de la explicacion de los quebrados, las que se dán en los siguientes problemas.

PROBLEMA XVIII.

91 *Multiplicar numeros denominados.*

Este problema se puede resolver de muchas maneneras: para el intento bastará saberse una, dexando al curioso la libertad de imponerse en los demás consultando los Autores que se estienden en esta materia.

Las dificultades que pueden ocurrir en la resolucion de este problema son dos; es á saber multiplicar una especie por muchas, y multiplicar muchas especies por muchas.

DIFICULTAD I.

92 *Multiplicar una especie por muchas.*

RESOLUCION.

Multipliquese la cantidad dada por la especie mas alta del multiplicador: vease el número de la especie menor, qué parte ó partes sea de la especie mayor, y se tomará de la cantidad semejante parte ó partes, y sumandolas con el producto antecedente se sabrá el valor que se busca.

Exemplo.

Quiero saber quánto valen 24 varas de paño ó de mamposteria á 4 pesos y 5 reales cada vara? Multipliquense las 24 varas por los 4 pesos, y salen 96 pesos; y porque 5 reales son la tercera parte de un peso tómese la tercera parte de 24 que son ocho, y suponiendo ser pesos escribanse, que sumados con los 96, es el valor que se busca 104 pesos.

24 Varas	
4 Pesos	5 rs.
96	
8	
104	

DEMOSTRACION.

Que las 24 varas multiplicadas por los 4 pesos dán 96 pesos consta de la regla general del multiplicar: que por los 5 reales hayan de tomarse 8 pesos tercio de 24,

es

es claro; porque como 5 reales sea la tercera parte de un peso, las 24 varas por razon de los 5 reales valdrán $\frac{24}{3}$ de peso, esto es 8 enteros ó pesos.

DIFICULTAD II.

93 *Multiplicar muchas especies por muchas especies.*

RESOLUCION.

Quando en la cantidad y multiplicador hay muchas especies se multiplicará primero la mayor especie de la cantidad por todas las especies del multiplicador como en el exemplo pasado: hecho esto se tomarán de todo el multiplicador aquella ó aquellas partes proporcionales, segun fueren las de las especies de la cantidad, respecto de su especie proxima menor, y la suma de todo será el producto que se busca: mejor se entenderá en el siguiente

Exemplo.

8 Varas	2 palmos	
4 Pesos	10 rs.	17 mrs.
32		
2	10	
2	10	
0	.8	
0	.4	
2	.5	18 $\frac{1}{2}$
39	14	18 $\frac{1}{2}$

Multipliquense las 8 varas por los 4 pesos y darán 32 pesos; para saber el valor de las 8 varas por razon de los 10 reales se examinará, qué parte ó partes son los diez reales de un peso; y porque éste se compone de 15 reales, se dirá que los 10 son dos terceras partes de los 15 ó de un peso; y asi tomando la tercera parte de las 8 varas que es 2 pesos y 10 reales, se escriben duplicando la misma partida, que cada una será la tercera parte, y juntas, las dos terceras partes, valor que corresponde á los diez reales sobredichos; y continuando la operacion se encuentra que por los 17 maravedises que es la mitad de 1 real se ha de tomar en las 8 varas lo que le corresponde: para esto vease qué parte ó partes componen la ultima partida de los reales, y se halla que es correspondiente á 15 reales, por lo que sacando la quinta parte que es valor que corresponde á un real, esto es 8 reales se señalan como cosa que no debe de entrar en la operacion, pues solo se ha de sacar su mitad 4 que es lo que toca á los 17 maravedises. Ultimamente falta saber el valor de los 2 palmos, para lo que vease qué parte son de la vara, y como ésta tiene 4 palmos se vé que los 2 es su mitad, y asi se tomará por su mitad la mitad del multiplicador que es 2 pesos 5 reales 8 maravedises $\frac{1}{2}$, los quales sumados con las partidas que le preceden (menos la señalada) darán por todo el valor de las 8 varas y 2 palmos 39 pesos 14 reales 8 maravedises $\frac{1}{2}$, que es lo que se busca.

SCHOLIO.

94 El exemplo propuesto es uno de los mas dificultosos de resolver, por lo que entendido bien será facil á los principiantes la inteligencia de qualesquiera otros que se pueden proponer.

PROBLEMA XIX.

95 *Partir numeros denominados.*

RESOLUCION.

Reduzcase la cantidad á la ultima especie como tambien el divisor, cuyas cantidades serán los numeradores de dos quebrados que se han de formar, á quienes corresponden por denominadores las partes en que se divide el entero de sus ultimas especies. Formamados los dos quebrados se partirán como se ha dicho, y el quociente reducido á enteros dará los numeros denominados que se buscan.

Exemplo.

8 varas y 2 palmos de paño costaron 40 pesos, 12 reales, 14 maravedises: pidese quánto vale cada vara?

RESOLUCION.

Reducido el precio del modo sobredicho forma el quebrado A, y la cantidad reducida forma el quebrado B, y partiendo el quebrado A por B es el quociente el quebrado C.

$$A\ \frac{20822}{34} \qquad B\ \frac{34}{4} \qquad C\ \frac{83288}{1156}$$

Reduzcase el quebrado C á enteros ó pesos y será 4 pesos, 11 reales, 29 maravedises $\frac{221}{289}$, por el precio de cada vara de paño.

SCHOLIO.

96 La prueba de las quatro operaciones de los numeros denominados es la misma que la de los enteros y quebrados, porque el restar se prueba por el sumar, y al contrario. Tambien el multiplicar se prueba por el partir.

Al multiplicar y partir numeros denominados llaman tambien multiplicar y partir por partes aliqüotas.

La aplicacion de las dos reglas de multiplicar y partir numeros denominados en las medidas que se ofrecen al Architecto, se verá con mayor inteligencia en el Tratado de Geometría, en donde se pondrán todos los casos en que las puede aplicar para su uso.

CAPITULO III.

De la Razon y Proporcion.

SECCION I.

97 EN este capitulo se trata de la doctrina mas universal y util nó solo de la Arithmetica y Geometría, sino tambien del dilatado campo de las Mathematicas : sus proposiciones son unos meros Axiomas, mayormente atendiendo al principio en que se establecen.

Los Mathematicos para abreviar algunas expresiones y operaciones han inventado algunos signos que las indiquen, de los quales se usará algunas veces en las Secciones siguientes.

Este signo = significa igual, y asi $4 = 4$ se lee 4 igual á 4.

Este signo > significa mayor, y asi $6 > 3$ se lee 6 mayor que 3.

Este signo < significa menor, y asi $4 < 6$ se lee 4 menor que 6.

Este signo + significa mas, y asi $7 + 2$ se lee 7 mas 2, esto es indicar que 7 se ha de sumar con 2, por lo que particularmente se aplica este signo al sumar.

Este signo — significa menos, y asi $7 - 2$ se lee 7 menos 2; esto es que de 7 se deben restar 2 : aplicase este signo particularmente al restar.

Este signo (.) significa multiplicado, y asi $4 \cdot 3$ se lee 4 multiplicado por tres.

Este signo (:) significa partido, y asi $12 : 4$ se lee 12 partido por 4.

SCHOLIO.

98 Además de estos signos se usa de otros, todos

dos con el fin de abreviar las expresiones en lo escrito, para que pareciendo éstas lo mas despejadas que sea posíble, se venga con prontitud en conocimiento de lo que se propone.

DEFINICION XIV.

99 La comparacion de dos numeros ó de dos cantidades de una misma especie se llama *Razon.*

Componese la Razon de dos terminos, el que se compara que se dice *antecedente*, y aquel con quien se compara *conseqüente.*

Dividese la Razon en *Razon Arithmetica* y *Razon Geometrica.*

DEFINICION XV.

100 La *Razon Arithmetica* se halla quando se atiende á la diferencia que hay entre dos numeros ó cantidades comparadas entre sí: como si se compara 6 á 2 atendiendo á su diferencia 4: cuya razon será bien expresada si se acompaña con el signo de restar de este modo $6 - 2$.

Razon Geometrica es quando en la comparacion de dos cantidades 6 y 2 de la misma naturaleza se atiende al quociente 3 que resulta de la division del antecedente por el conseqüente, ésta se expresa asi $6 : 2$.

COROLARIO.

101 *El dividendo y divisor de qualquier particion forman una Razon Geometrica* (n. 40.), como tambien *el numerador y denominador de qüalquier quebrado forman otra* (n. 55.); y por consiguiente la Razon de 6 á 2 se podrá expresar asi, $6 : 2$, ó bien $\frac{6}{2}$.

DEFINICION XVI.

102 *Exponente* de una Razon 6 : 2 es el quociente 3 que resulta de la particion del antecedente 6 por el conseqüente 2. Dicese tambien *denominador de la Razon* quando el antecedente es mayor que el conseqüente.

COROLARIO I.

103 Infierese que *la Razon se mide por su exponente* (n.100.); por lo que *si los exponentes de dos ó mas razones son iguales ó semejantes, las razones serán iguales ó semejantes; y si son desiguales, las razones serán desiguales, siendo mayor aquella Razon cuyo exponente sea mayor.*

COROLARIO II.

104 Tambien se infiere del antecedente Corolario que *las cantidades iguales tienen una misma Razon á una tercera; y una tercera tiene una misma Razon á las cantidades iguales*, porque de la comparacion de dichas cantidades con la tercera resultarán dos razones iguales que tendrán un mismo ó iguales exponentes.

COROLARIO III.

105 De que se sigue que *las cantidades que tubieren la misma Razon á una tercera serán iguales*: como tambien *que de dos cantidades desiguales la que fuere mayor tendrá mayor Razon á otra tercera que la mas pequeña; y la tercera tendrá mayor Razon á la mas pequeña que á la grande.*

COROLARIO IV.

106 De dos cantidades la que tiene mayor Razon á una tercera es la mayor, y aquella será la menor á quien la tercera tubiere mayor razon.

COROLARIO V.

107 Ultimamente se infiere que *las razones como* 6 : 2 y 12 : 4 *iguales á otra tercera* 3 : 1 *son iguales entre sí*, pues siendo sus exponentes iguales al de la tercera, lo serán entre sí (n. 18.) por consiguiente las razones.

DEFINICION XVII.

108 *Proporcion* es la union é igualdad de dos razones, y los terminos que las componen se dicen *proporcionales*.

DEFINICION XVIII.

109 Si las razones que componen la proporcion fueren Arithmeticas, la proporcion será *Arithmetica*; y *Geometrica* si las razones fueren Geometricas.

SCHOLIO.

110 La proporcion Arithmetica se señala de este modo 5 . 7 ∵ 10 . 12; esto quiere decir que hay la misma diferencia de 5 á 7 que de 10 á 12.

La proporcion Geometrica se expresa de este modo 3 . 6 :: 4 . 8 que es lo mismo que decir, que siendo la razon de 3 á 6 igual á la de 4 á 8, del mismo modo es contenido el 3 en el 6 que el 4 en el 8.

El primer y ultimo termino de una proporcion se lla-

llaman los extremos de la proporcion, y el segundo y tercero son los medios, y asi se dicen medios proporcionales.

DEFINICION XIX.

111 Porque la proporcion se forma de dos razones iguales, los terminos que las componen se dicen *proporcionales*, los quales pueden ser continuos ó no continuos, por lo que la proporcion se divide en continua y no continua.

DEFINICION XX.

112 *Proporcion continua* es aquella cuyos terminos guardan tal orden que el antecedente de la primera Razon es á su conseqüente, como este mismo conseqüente es al termino que le sigue, y este á otro; y asi al infinito como 2 : 4 :: 4 : 8.

SCHOLIO.

113 La proporcion continua si fuese Geometrica, para conocerla desde luego se expresa de este modo :: 2 . 4 . 8; y si fuese Arithmetica ∴ 5 . 7 . 9 . de que se infiere que la proporcion Geometrica continua se podrá expresar con tres terminos, esto es :: 2 . 4 . 8.

DEFINICION XXI.

114 *Proporcion no continua* es aquella cuyos terminos no están continuados en la misma Razon, como 2 . 4 :: 3 . 6, porque el conseqüente primero 4 no tiene la misma Razon con el antecedente 3 que 2 con 4.

CO-

COROLARIO.

115 Siguese que en la regla de multiplicar *el producto* 12, *el multiplicando* 4, *el multiplicador* 3 *y la unidad son proporcionales*: como tambien en la de partir *el dividendo* 12, *divisor* 4, *quociente* 3 *y la unidad* 1 *son proporcionales* (n.40. 47.)

DEFINICION XXII.

116 *Terminos omologos* ó de una misma Razon, quando se comparan dos proporciones, son los antecedentes de una con los antecedentes de la otra, y los conseqüentes de la primera con los conseqüentes de la segunda.

DEFINICION XXIII.

117 Si la Razon de una cantidad á otra ó de un número á otro fuere la misma que de éste á un tercero, que de éste á un quarto, que de éste á un quinto &c. los referidos terminos forman una *progresion*: *Arithmetica*, si la Razon que reyna en todos fuere Arithmetica: y *Geometrica* si Geometrica. Asi 1, 2, 3, 4, 5, 6 &c. forman una *progresion Arithmetica*, porque la diferencia de los terminos es 1; y 1, 2, 4, 8, 16, 32 &c. forman una *progresion Geometrica*, de cuya Razon el exponente es $\frac{1}{2}$: si vá decreciendo como 32, 16, 8, 4, 2, 1 su exponente ó denominador es 2 (n. 102.)

SECCION II.

De las Proporciones Arithmeticas.

PROPOSICION I.

THEOREMA.

118 *En toda proporcion Arithmetica la suma de los extremos es igual á la suma de los medios , como*

$$\left.\begin{array}{l} 8 \,.\, 5 \therefore 15 \,.\, 12 \\ 9 \,.\, 15 \therefore 18 \,.\, 24 \end{array}\right\} \begin{array}{l} 8 + 12 = 5 + 15 \\ 9 + 24 = 15 + 18 \end{array}$$

PROPOSICION II.

THEOREMA.

119 *En toda proporcion Arithmetica la suma de los extremos es igual al duplo del medio , como*

$$\left.\begin{array}{l} 6 \,.\, 5 \therefore 5 \,.\, 4 \\ 4 \,.\, 16 \therefore 16 \,.\, 28 \end{array}\right\} \begin{array}{l} 6 + 4 = \text{al duplo de } 5 \\ 9 + 24 = \text{al duplo de } 16 \end{array}$$

COROLARIO I.

120 Siguese que dados los tres primeros terminos de una proporcion Arithmetica , como 8 , 6 , 12 se hallará el quarto proporcional sumando el segundo 6 con el tercero 12 , y de su suma 18 quitese el primero 8 y el residuo ó diferencia 10 será el número ó el termino quarto proporcional que se busca , porque 8 . 6 ∴ 12 . 10 &c.

CO-

COROLARIO II.

121 Tambien se sigue que siendo dados los dos primeros terminos de una proporcion continua para hallar el tercero, como si fuesen propuestos 8 y 6, se habrá de duplicar el segundo termino 6 que será 12, y restando el primero 8, la diferencia 4 será el número ó tercer termino proporcional que se busca, porque 8 . 6 ∵ 6 . 4 &c.

PROBLEMA XX.

122 *Dados dos números 4, 12 hallar un medio proporcional Arithmetico.*

RESOLUCION.

Sumese el primero 4 con el segundo 12, y tomese la mitad 8 de su suma 16, el 8 será el medio proporcional Arithmetico buscado, porque 4 . 8 ∵ 8 . 12 &c.

SECCION III.

De las Proporciones Geometricas.

PROPOSICION III.

THEOREMA.

123 *En toda proporcion Geometrica el producto ó multiplicacion de los extremos es igual al de los medios, como*

24 : 8 :: 6 : 2 } Porque 24 multiplicado por 2 = 48, asi como 8 multiplicado por 6 es tambien igual á 48; como tambien

4 : 10 :: 8 : 20 } 4 multiplicado por 20 = 80, como 8 multiplicado por 10 = 80.

PROPOSICION IV.

THEOREMA.

124 *En toda proporcion Geometrica continua el producto de los extremos es igual al quadrado del medio proporcional , como*

$32 : 8 :: 8 : 2 \left\{ \begin{array}{l} 32 \text{ multiplicado por } 2 = 64 \text{, como} \\ 8 \text{ multiplicado por } 8 = 64 \text{, ó bien} \end{array} \right.$

$12 : 6 :: 6 : 3 \left\{ \begin{array}{l} 12 \text{ multiplicado por } 3 = 36 \text{, como} \\ \text{el quadrado de } 6 = 36. \end{array} \right.$

PROBLEMA XXI.

125 *Dados los tres primeros terminos de una proporcion Geometrica , como 24 , 8 , 18 , hallar el quarto proporcional.*

RESOLUCION.

Multipliquese el segundo termino 8 por el tercero 18 , y dividase su producto 144 por el primero 24 , el quociente 6 será el número buscado , porque 24 : 8 :: 18 : 6.

PROBLEMA XXII.

126 *Dados los dos terminos de una proporcion Geometrica continua , hallar el tercero , v. g. siendo dados 12 y 6.*

RESOLUCION.

Quadrese el número 6 que será 36 , y divididos por el número 12 , el quociente 3 será el termino ó número buscado , porque 12 : 6 :: 6 : 3.

PRO-

PROBLEMA XXIII.

127 *Dados dos números 36 y 4 hallar un medio proporcional Geometrico.*

RESOLUCION.

Multipliquense estos dos numeros dados 36 y 4, y de su producto 144 saquese la raíz quadrada 12, y ésta será la media proporcional Geometrica que se pide, porque 36 : 12 :: 12 : 4.

DEFINICION XXIV.

128 Quando se compara el antecedente 6 al conseqüente 2, como el antecedente 12 al conseqüente 4, la proporcion se llama *directa*.

6 : 2 :: 12 : 4

DEFINICION XXV.

129 Si se compara el conseqüente 2 al antecedente 6, como el conseqüente 4 al antecedente 12, la proporcion se llama *inversa*.

6 : 2 :: 12 : 4
2 : 6 :: 4 : 12

COROLARIO.

130 *Si quatro cantidades 6, 2, 12, 4 fueren proporcionales directamente* 6 : 2 :: 12 : 4, tambien lo serán invirtiendo 2 : 6 :: 4 : 12, pues el producto de los extremos 2 . 12 = 6 . 4; luego la proporcion subsiste (n. 123.)

DEFINICION XXVI.

131 Quando se compara el antecedente 6 al antecedente 12, como el consequente 2 al consequente 4, la proporcion se llama *alterna*.

6 : 2 :: 12 : 4
6 : 12 :: 2 : 4

COROLARIO.

132 *Si quatro cantidades fueren proporcionales directamente* 6 . 2 :: 12 . 4, *tambien lo serán alternando* 6 : 12 :: 2 : 4, pues siendo por suposicion 6 : 2 :: 12 : 4, la proporcion no se destruye por esta mutacion, respecto de que siempre resulta que la multiplicacion de los extremos 6 . 4 = á la de los medios 12 . 6, luego son proporcionales dichos terminos (n. 123.)

DEFINICION XXVII.

133 Quando se compara el antecedente 6 + el consequente 2, esto es 8 al consequente 2, como el antecedente 12 + 4 consequente, esto es 16 al consequente 4, la proporcion se llama *compuesta*.

6 : 2 :: 12 : 4
6+2=8 : 2 :: 12+4=16 : 4

COROLARIO I.

134 *Si quatro cantidades fueren directamente proporcionales* 6 : 2 :: 12 : 4, *tambien lo serán componiendo* 6 + 2 : 2 :: 12 + 4 : 4, lo que es facil de concebir si se atiende á que en esta composicion solo se aumentan á los antecedentes de la proporcion iguales partes á las de sus consequentes, en cuyo caso el aumento de una y otra parte guarda la misma igualdad de razones,

nes, y por consiguiente la proporcionalidad, respecto de que se verifica siempre que la multiplicacion de los extremos 8 . 4 = 16 . 2 que son los medios.

COROLARIO II.

135 *Si quatro ó mas cantidades fueren proporcionales* 6 : 2 :: 12 : 4, *la suma de los antecedentes* 6 + 12 es á *la de los conseqüentes* 2 + 4, *como qualquier antecedente* 12 *à su conseqüente* 4, porque siendo 6 : 2 :: 12 : 4, será alternando 6 : 12 :: 2 : 4, y componiendo 6 + 12 : 12 :: 2 + 4 : 4, y alternando otra vez esta proporcion compuesta se tendrá 6 + 12 : 2 + 4 :: 12 : 4.

6 : 2 :: 12 : 4
6 + 12 :: 2 + 4 :: 12 : 4

DEFINICION XXVIII.

136 Quando se compara la diferencia 4 entre el antecedente 6, y el conseqüente 2 al mismo conseqüente 2, como la diferencia 8 entre el antecedente 12, y su conseqüente 4 al mismo conseqüente 4, la proporcion se dice *dividida* ó *dividiendo*.

COROLARIO.

137 *Si quatro cantidades fueren directamente proporcionales* 6 : 2 :: 12 : 4, *tambien lo serán divididas*, esto es 6 — 2 : 2 :: 12 — 4 : 4, pues siendo por suposicion 6 : 2 :: 12 : 4, si se atiende á que las diferencias que hay en una y otra Razon de la proporcion propuesta tienen la misma Razon que los terminos de quienes proceden, quitadas de estas aquellas diferencias, las razones residuas quedarán con la misma igualdad y proporcion, pues en este caso tambien resulta la igualdad en la multipli-

plicacion de los extremos 4, y 4 á la de los medios 2 y 8.

DEFINICION XXIX.

138 *Razon compuesta ó Razon multiplicada* es la que resulta de la multiplicacion de los terminos de diferentes razones, siendo su antecedente el producto de todos los antecedentes, y el conseqüente el producto de todos los conseqüentes: por exemplo si en las razones 1 : 2, 3 : 4, 5 : 6 se multiplican consequtivamente todos los antecedentes 1, 3, 5 y despues todos los conseqüentes 2, 4, 6, los productos 15 y 48 comparados el uno á el otro forman una nueva Razon, cuyo antecedente es 15 y su conseqüente 48; y se llama Razon compuesta de las razones de 1 á 2, de 3 á 4 y de 5 á 6.

DEFINICION XXX.

139 Quando las razones de que se forma la compuesta son iguales, se distingue ésta con otros nombres particulares, llamandose *duplicada* si se compone de dos razones iguales; *triplicada* si se compone de tres razones iguales; *quadruplicada* si de quatro razones iguales.

Por exemplo si de las razones 2 : 3 y 4 : 6 se forma la compuesta 8 : 18 se dice duplicada de la que hay de 2 : 3 ó de 4 : 6 la Razon de 2 : 3 se llama *subduplicada* de la de 8 : 18. Asimismo si de las tres razones iguales 2 : 3, 4 : 6, 8 : 12 se forma la compuesta 64 : 216, se dice *triplicada* de la que hay de 2 : 3, ó de 4 : 6, ó de 8 : 12, y la Razon de 2 : 3 se llama *subtriplicada* de la de 64 : 216.

COROLARIO I.

140 *Si tres cantidades 3, 9, 27 son continuas pro-*

por-

porcionales, la primera 3 á la ultima 27 está en Razon compuesta duplicada de 3 á 9, por componerse la Razon de 3 á 27 de las dos intermedias 3 : 9 y 9 : 27.

COROLARIO II.

141 *Si quatro cantidades* 3, 9, 27, 81 *fueren continuas proporcionales, la primera* 3 *á la ultima* 81 *está en Razon triplicada de la primera* 3 *á la segunda* 9, por componerse la Razon de 3 á 81 de las tres razones iguales intermedias 3 : 9, 9 : 27, 27 : 81.

Uno y otro Corolario es facil de concebir atendiendo á lo dicho en los articulos antecedentes.

SECCION IV.

De las Reglas de Proporcion.

DEFINICION XXXI.

142 *Regla de proporcion de tres* es la que enseña á buscar un quarto proporcional á tres numeros dados, como si á 18, 6 y 15 se quiere hallar el quarto proporcional 5.

COROLARIO I.

143 *Debe pues multiplicarse el segundo 6 por el tercero 15 y el producto partirse por el primero 18, para tener el quarto proporcional 5 que se desea.*

COROLARIO II.

144 Respecto de que en quatro terminos proporcionales 24, 12, 8, 4 el primero 24 contiene tantas veces al segundo 12 como el tercero 8 al quarto 4

(n.

(n. 112. 113.), ó alternando el primero al tercero como el segundo al quarto (n. 132.), si la regla de tres se aplica á especies determinadas, deben las especies que se numéran guardar esta misma proporcion de los numeros que las expresan.

COROLARIO III.

145 Consistiendo la proporcion en la igualdad de dos razones, y cada una de estas en la comparacion de dos cosas de una misma especie (n. 108.) se sigue, *que en la proporcion ó regla de tres aplicada á numeros numerados, solo pueden entrar dos especies, de una debe ser la primera Razon y de otra la segunda.*

COROLARIO IV.

146 Por consiguiente *para disponer la regla de tres en la debida forma, deben ser el primer y tercer termino de una especie, y el segundo y quarto que se busca de otra*; ó el primero y segundo de una especie, y el tercero y quarto de otra.

DEFINICION XXXII.

147 La regla de tres se llama *directa* quando el primer termino crece ó mengua respecto del tercero, como el segundo respecto del quarto que se busca. Por exemplo si 8 hombres ganan 20 pesos, 4 hombres ganarán 10 pesos; ó bien si 8 hombres ganan 20 pesos, 16 hombres ganarán 40 pesos; pues en el primer caso, asi como 8 es doble de 4, 20 lo es de 10; y en el segundo caso, asi como 8 es la mitad de 16, asi tambien 20 es la mitad de 40.

DE-

DEFINICION XXXIII.

148 Regla de tres *inversa* se llama quando el primero crece ó mengua respecto del tercero, como el quarto respecto del segundo. Por exemplo si 8 hombres hacen cierta obra en 20 dias, 4 hombres la harán en 40 dias; pues asi como 8 hombres es doble de 4, asi tambien 40 dias lo es de 20: ó bien si 8 hombres hacen una obra en 20 dias, 16 hombres la harán en 10 dias; pues asi como 8 hombres es la mitad de 16, tambien los 10 dias es la mitad de 20 dias.

COROLARIO.

149 *La regla inversa se reduce á directa, poniendo el tercer termino por primero; y el primero por tercero* (n. 147.), esto es, se mudarán mutuamente los referidos terminos.

Exemplo 1.°

Un caminante se sabe, hace 7 leguas en 5 horas: preguntase quántas horas empleará para caminar 28 leguas?

RESOLUCION.

Respecto de que lo que se busca son horas será este termino el quarto ó ultimo de la proporcion; por consiguiente su semejante 5 horas será el segundo, 7 leguas el primero, y 28 el tercero (n.146.), esto es, que la question ordenada para resolverse será asi: Si 7 dán 5, 28 qué darán? Reflexionando que si un caminante en una hora anda una legua, en tres anda tres &c. se vé que las especies que se numéran guardan entre sí la proporcion de los numeros que las expresan; y por quanto al paso que las 28 leguas crecen respecto de 7, se conoce deben crecer las horas en que se han de caminar ; luego la regla de tres es directa.

Multiplicando pues el segundo termino 5 por el tercero 28 , y el producto dividiendolo por el primero 7 , se tendrá, hecha la operacion, el quociente 20 horas por el quarto proporcional que se busca : de suerte que si en 5 horas se andan 7 leguas , en 20 horas se caminarán 28 (n. 143.)

Exemplo 2.°

Un hombre gasta 120 *pesos en* 24 *dias : preguntase en* 60 *dias quántos gastará?*

RESOLUCION.

Dispuestos los terminos en la debida forma el gasto que se busca será el quarto termino , su semejante 120 pesos será el segundo ; 24 dias el primero , y 60 dias el tercero , con lo que se tendrá la formula siguiente : Si 24 dias dán 120 pesos , 60 dias quántos pesos darán ? (n. 146.)

Las especies que se numéran yá se vé que guardan la proporcion de los numeros que las expresan, pues si á un dia corresponde 1 de gasto, á dos corresponden 2, á tres 3 &c. Asimismo reconociendose que al paso que 60 dias es mayor que 24 , el quarto debe ser mayor que el segundo 120 , y se concluirá que la question propuesta es de regla de tres directa (n. 147.)

Será pues el quarto termino que se busca igual al producto del segundo termino 120 por el tercero 60 partido por el primero 24 ; hecha la operacion se tendrá el quociente 300 pesos por el quarto termino que se busca : de suerte que si en 24 dias se gastan 120 pesos, en 60 dias se gastarán 300 (n. 143.)

Exem-

Exemplo 3.º

Cien trabajadores executan una escavacion en 15 dias; otra igual porcion de escavacion en quántos dias la harán 25 hombres?

RESOLUCION.

Ordenada la question como previene el articulo (n. 146.) será 100 hombres el primer termino, 15 dias el segundo, 25 hombres el tercero, y los dias que se buscan el quarto.

Atendiendo á que el trabajo es proporcional al tiempo ó á la gente que en él se emplea, y á que si 100 hombres hacen una obra en 15 dias, 25 hombres la hacen en mas dias, esto es, que el primero crece respecto del tercero en la misma razon que el quarto respecto del segundo; se verá que es una regla de tres inversa (n. 148.), y reducida á directa será 25 hombres á 100 como 15 á lo que venga, y hecha la operacion saldrá 60 dias por el termino que se busca.

Exemplo 4.º

Se quiere saber, 245 pies de Castilla quántos hacen de París, bajo el supuesto de que 6 pies de París hacen proximamente 7 de Castilla.

RESOLUCION.

Si 7 dán 6, 245 darán, hecha la operacion, 210 pies de París.

SCHOLIO I.

150 En el tratado de Geometría se dará la noticia necesaria sobre la proporcion que guarda el pie de

Castilla con el de los Países estrangeros.

Exemplo.

Diez varas de tela costaron 15 pesos, 25 varas qué costarán?

RESOLUCION.

Si 10 dán 15, 25 darán (hecha la regla) 37 pesos y $\frac{1}{2}$.

SCHOLIO II.

151 Si algun termino de la propuesta fuere de un todo y sus partes, se reducirá á la especie de estas (n. 60.), y en lo demás se observarán las reglas dadas. Por exemplo, si 12 hombres ganan por su trabajo al dia 3 pesos y 3 reales, 18 hombres quánto ganarán?

Reducidos los pesos á reales, se tendrá 48 reales: luego si 12 dán 48, 18 darán 72.

SCHOLIO III.

152 La regla de tres con quebrados se trata del mismo modo que si fuera de enteros, multiplicando el segundo por el tercero y partiendolo por el primero para que resulte el quarto (n. 143); y así si en $\frac{1}{3}$ de dia gana $\frac{2}{3}$ de peso, en 1 $\frac{1}{2}$ dia quánto ganará? esto es si $\frac{1}{3}$ dá $\frac{2}{3}$, 1 $\frac{1}{2}$ darán (hecha la regla) 2 pesos, 10 reales y 17 maravedises.

SCHOLIO IV.

153 El examen y prueba de la regla de tres siendo directa, es (atendiendo á que los terminos que la componen son proporcionales) multiplicar los medios entre sí y los extremos á fin de que los productos salgan iguales.

SCHO-

SCHOLIO V.

154 Para imponerse con mas perfeccion en esta regla de tres será bueno proponer á los principiantes algunos exemplos semejantes á los antecedentes y á los que siguen.

Exemplo 1.°

Con 32 reales ganó uno en un año 16, con 64 en el mismo tiempo quánto ganará?

RESOLUCION.

Si 32 dán 16 qué darán 64? hecha la regla se tendrá por ganancia 32, que es el quarto proporcional.

Exemplo 2.°

Se quiere saber, 12575 reales puestos á ganancias á razon de 5 por 100 en cada año quánto darán?

RESOLUCION.

Dispuesta la regla de tres se dirá: Si 100 dán 5 qué darán 12575? y saldrá por la ganancia que se pide 628 reales y $\frac{75}{100}$, que reducido á la especie menor de maravedises (n. 61.) vale este quebrado 25 maravedises.

Exemplo 3.°

Desease saber, de 12000 reales bajando el 5 por 100 quánto resta de principal?

RESOLUCION.

Sepase primero quánto ganan los 12000 reales propuespuestos á razon de 5 por 100, hecha la regla de tres saldrán 600 por la ganancia, los quales se restarán de los 12000 y el residuo 11400 será lo que pueda bajar el 5 por 100.

SCHOLIO VI.

155 Si se quiere saber el valor de qualquier genero á tanto por 100 el millar se obrará de este modo.

Exemplo.

Quierese saber, una partida de ladrillo á 50 *reales el millar quánto vale el* 100?

RESOLUCION.

Dispongase la regla de tres diciendo, si 1000 valen 50 qué valdrán 100? siguiendo la regla se tendrá 5 por el valor de los 100 ladrillos.

SCHOLIO VII.

156 Se quiere saber por el valor de los reditos de una casa quánto es el principal de donde proceden? se obrará de este modo.

Exemplo.

Uno tiene una casa que le renta en cada un año 4000 *reales á* 5 *por* 100, *quiere saber quánto vale el principal, ó quánto es todo el valor de dicha casa?*

RESOLUCION.

Ordenese la regla de tres diciendo, si 5 de reditos vienen de 100 de principal, de dónde vendrán 4000? si-

siguiendo la regla viene el quociente 80000 reales, que es el valor de la casa.

SCHOLIO VIII.

157 Este exemplo es de suma utilidad al Architecto, y sobre este conocimiento se considera y gradúa el parage y estado de una fabrica, de que está compuesta, para arreglarla á mas ó menos premio segun el estado de la cosa.

CAPITULO IV.

De las Progresiones en general.

SECCION I.

De la Progresion Arithmetica.

DEFINICION XXXIV.

158 P*Rogresion Arithmetica es una série de numeros que tienen entre sí una misma ó igual diferencia*, como 1 . 2 . 3 . 4 . 5 . &c.

Llamase *progresion ascendente* quando los numeros ván aumentando como 3 . 6 . 9 . 12 . 15 . 18 . &c.

Dicese *progresion descendente* quando los numeros ván descendiendo, como 18 . 15 . 12 . 9 . 6 . 3.

PROPOSICION V.

THEOREMA.

159 *En toda progresion Arithmetica la suma de dos terminos igualmente distantes de los extremos es igual á la*

la suma de los mismos extremos.

DEMOSTRACION.

Sea qualquier progresion Arithmetica 3 . 7 . 11 . 15 . 19 . 23 . 27 . cuya diferencia sea 4, para probar que la suma de los extremos 3 y 27 es igual á la suma de 7 y 23 igualmente distantes de los mismos extremos, se ha de concebir que si del extremo mayor 27 se quita la diferencia 4, quedarán los terminos 23 y 27 — 4 iguales, por exceder el termino 27 al 23 en solo la dicha diferencia. Tambien si la misma diferencia quitada se añade al menor extremo 3, quedarán los terminos 3 y 7 — 4 iguales: luego si á los iguales 27 — 4 = 23 se añaden los iguales 3 y 7 — 4, esto es 3 + 27 . y 7 + 23 = 30; por la misma razon serán iguales las sumas 7 + 23 y 11 + 19 : luego 3 + 27 y 11 + 19 son iguales.

COROLARIO I.

160 Infierese *que la suma de qualesquiera dos terminos es igual á la suma de qualesquiera otros dos terminos igualmente distantes de los sobredichos.*

COROLARIO II.

161 Tambien se infiere que *en la progresion Arithmetica de terminos impares la suma de los extremos es igual al duplo del termino medio.*

PROBLEMA XXIV.

162 *Dado el primero y ultimo termino de una progresion y el numero de sus terminos hallar la suma de todos.*

RE-

RESOLUCION.

Súmese el primero y ultimo termino ; multipliquese esta suma por el número de los terminos, y la mitad del producto será la suma que se busca.

COROLARIO I.

163 En la progresion natural como 0 . 1 . 2 . 3 . 4 . 5 . 6, si el mayor termino 6 se multiplica por el que se habia de seguir si prosiguiera la progresion, que en este caso es el 7, la mitad del producto será la suma de todos los terminos de la progresion, porque siendo el primer termino cero no hay que sumarle con el ultimo, y asi basta multiplicar al ultimo por el número de los terminos, que en esta progresion natural es tanto como el número que se sigue.

COROLARIO II.

164 De lo dicho se colige la resolucion de las questiones semejantes á la del exemplo siguiente.

Exemplo.

Si un pozo que tiene 15 palmos de hondo se abre por 36 pesos, otro pozo que ha de tener 28 palmos de hondo por quánto se abrirá?

RESOLUCION.

Porque quanto mas se profunda es mayor el trabajo, antes de formar la regla de tres se han de imaginar dos progresiones naturales, cuyo primer termino sea cero, y el ultimo en la primera sea 15 y en la otra

28. La suma de la primera progresion segun la regla dada será 120 y la de la segunda será 406. Digase pues, si 120 valen 36, qué valdrán 406? y el quatro proporcional $121\frac{4}{5}$ es el termino que se busca.

Del mismo modo se sacará el valor de aquellos edificios en que los precios aumentan al paso que la obra se levanta.

SECCION II.

De la Progresion Geometrica.

DEFINIION XXXV.

165 *Progresion Geometrica* es una série de números que igualmente se contienen unos á otros, ó que continuamente tienen un mismo quociente como 1 . 2 . 4. 8 . 16. &c.

La progresion Geometrica es ascendente quando los terminos ván aumentando en Razon Geometrica; y *descendente* quando disminuyen en la misma Razon. La progresion Geometrica se señala con una linea y dos puntos arriba y abajo de ella ÷

SCHOLIO.

166 Las principales propriedades de la progresion Geometrica son semejantes á las de la progresion Arithmetica, con sola la diferencia de que lo que en aquellas se resuelve, mediante la suma, en esta se encuentra por la multiplicacion. Y como el tratar de su doctrina con la estension que pide nos apartaria de la brevedad que se ha propuesto á la formacion de este Compendio, basta lo dicho para conseguir una mediana luz en la resolucion de algunos casos que pueden ocurrir en la aplicacion de la Arithmetica á las partes mathematicas que concurren á perfeccionar el estudio de la Architectura; pero como la her-

hermosura y proporcion de las partes que componen un cuerpo total de ella, la fundaron y consiguieron los Antiguos con la instruccion y conocimientos de la proporcion harmónica, á quienes se debe seguir si se quiere lograr en nuestras obras aquella admiracion y forma que aun hoy dia se conserva y advierte en las ruinas que nos quedan; esto obliga á el Architecto á tener algunos principios fundamentales de dicha proporcion harmónica, los quales se pueden vér en los tratados de Arithmetica que explican esta materia con mayor extension; y por ahora basta la noticia siguiente.

167 La *proporcion harmónica* ha tomado este nombre por el uso y aprecio que de ella hacen los Musicos en sus composiciones: fórmase ésta de la proporcion Arithmetica y de la Geometrica, como se colige de la definicion que sigue.

DEFINICION XXXVI.

168 *Proporcion harmónica* es aquella en quien la diferencia de los dos primeros terminos entre quatro cantidades es á la diferencia del tercero y quarto terminos, como el primer termino es á el ultimo.

SCHOLIO I.

169 El termino medio puede considerarse con dos respectos, esto es, puede servir de conseqüente á la primera Razon y de antecedente á la segunda, como sucede en las proporciones Arithmeticas y Geometricas, en cuyo caso la diferencia del primero y segundo termino es á la diferencia del segundo y tercer termino, como el primero es al tercero, v. g. 2 . 3 . 6 están en proporcion harmónica, respecto de que 1 : 3 :: 2 : 6.

Por la misma razon 2 . 3 . 6 . 12 están en proporcion harmónica, porque 1 : 6 :: 2 : 12.

La proporcion harmónica puede disminuir al infinito, pero no aumentar.

SCHOLIO II.

170 El que quisiere vér con bastantes fundamentos las pruebas de que la hermosura y harmonía de la Architectura la consiguieron los grandes Architectos con el conocimiento y uso que hicieron de la proporcion harmónica para composicion de sus cuerpos, puede vér el Curso de Architectura de Francisco Blondel, escrito para el uso de la Academia Real de París en el Reynado de Luis XIV año de 1675; como tambien la Obra de lo esencial y bueno en los Artes por C. E. Briseux, impreso en París año de 1752, en donde podrá instruirse el curioso con bastante perfeccion.

CAPITULO V.

De las Potencias y sus Raices.

SECCION I.

DEFINICION XXXVII.

171 SI qualquiera número 2 se multiplica por sí mismo, el producto 4 se llama *Número quadrado*; y el referido número 2 se dice *Raíz quadrada* de 4.

DEFINICION XXXVIII.

172 Si el número quadrado 4 se multiplica por su raíz 2, el producto 8 se llama *Número cubico*, y el 2 *raíz cubica* del 8.

SCHO-

SCHOLIO.

173 Si se continúa la multiplicacion de qualesquiera numeros repitiendola al infinito, los productos resultantes se distinguen comunmente con los nombres generales de *Potencias*, *Potestades*, *Dignidades* ó *Grados.*

De la Raiz Quadrada.

DEFINICION XXXIX.

174 *Extraer la raiz quadrada de un número* 4 *es hallar el número* 2, *que multiplicado por sí mismo le produce.*

SCHOLIO I.

175 Para facilitar las operaciones en la extraccion de la raíz quadrada y cubica se deberá tener presente ó de memoria la siguiente

TABLA

De los Quadrados y Cubos de los numeros *dígitos.*

Raíces ...	0.	1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.	9.	10.
Quadrados	0.	1.	4.	9.	16.	25.	36.	49.	64.	81.	100.
Cubos ...	0.	1.	8.	27.	64.	125.	216.	343.	512.	729.	1000.

SCHOLIO II.

176 Antes de pasar á la práctica de las raíces se han de tener presentes para inteligencia de sus problemas los principios generales en que se fundan sus operaciones.

1.º Que un número que solo consta de dos notas no puede tener mas de una en su raíz: de que se sigue que un número quadrado tiene tantas notas en su raíz quadrada quantas veces es divisible de dos en dos, pu-

dien-

diendo acontecer que la ultima division solo tenga una nota, lo que sucede quando su número es impar; pero esto no impide que la raíz quadrada no tenga tantas notar como divisiones haya en el número propuesto.

2.° Se conoce con facilidad que la raíz quadrada de un número compuesto de tres ó de quatro notas tiene dos notas: que la raíz quadrada de un número compuesto de cinco ó seis notas tiene tres, y asi de las demás, tomando la mayor mitad del número de notas quando es impar.

3.° Que el quadrado de un número mayor que 9 no puede tener mas de dos notas, porque 81 que es el quadrado de 9 no tiene mas.

4.° Que el quadrado de las dos notas mas pequeñas debe tener tres notas, pues que 100 es el quadrado de 10 que son las dos notas mas pequeñas.

5.° Que las dos notas mayores como 99 no pueden tener en su quadrado mas de quatro notas, que es lo mismo que decir que quatro notas nunca tendrán por raíz mas de dos notas.

6.° Quando se multiplica un número compuesto de muchas notas como 162 por 162, para tener el quadrado del mismo número la primer nota 1 se llama *primera raíz*, la segunda 6 se llama *segunda raíz*, y la tercera nota 2 se llama *tercera raíz*, y asi de las demás.

7.° Si se multiplica un número compuesto de tres notas como 162 por 162, el producto 26244 contiene el Quadrado de la tercera raíz por ella misma: despues el producto de la segunda por la tercera, y el producto de la primera por esta misma tercera. Y ultimamente el producto de la tercera y de la primera por la segunda y su quadrado, y además el producto de la segunda y de la tercera por la primera con su proprio quadrado.

De-

Demostracion de esta regla general.

Multiplicados . . .	162
Por . . .	162
Primer producto	324
Segundo producto . . .	972
Tercer producto . . .	162
Quadrado . . .	26244

Digo pues : 2 veces 2 son 4, que hace el quadrado de la tercera raíz : despues 2 veces 6 son 12, éste es el producto de la segunda raíz por la tercera : y despues 2 veces 1 son dos productos de la primera por la tercera.

Páso á la segunda raíz y digo : 6 veces 2 son 12, producto de la tercera raíz por la segunda : despues 6 veces 6 son 36, éste es el quadrado de la segunda por sí misma : y despues 6 veces 1 son 6, que es el producto de la segunda por la primera.

Voy á la primera raíz y digo : 1 vez 2 es 2, producto de la tercera por la primera : despues 1 vez 6 es 6, producto tambien de la segunda por la primera : ultimamente 1 vez 1 es una, que es el quadrado de esta primera.

Esto se vè mas claro quando el número propuesto se compone de solas dos notas como en el exemplo siguiente.

Multiplicados	32
Por	32
Primer producto	64
Segundo producto . . .	96
Quadrado	1024

Digase asi : 2 veces 2 son 4, que hace el quadrado de la la segunda raíz: despues 2 veces 3 son 6, que hace el producto de la primera raíz por la segunda: consequtivamente 3 veces 2 son 6, que dá un segundo producto de la segunda raíz por la primera: en fin 3 veces 3 son 9, que es el quadrado de la primera.

Lo mismo se ha de decir de todos los demás numeros propuestos de dos, de tres, de quatro ó mas notas. Porque como dexamos dicho arriba, el quadrado de un número compuesto de tres notas contiene el quadrado de la primera raíz, un producto hecho del doble de la primera por la segunda, el quadrado de la segunda, un producto hecho del doble de las dos primeras raíces por la tercera, y en fin el quadrado de la tercera.

Quando el número tiene quatro notas en su raíz, su quadrado debe contener todos los productos de un número que no tenga mas que tres, y además un producto hecho de las tres primeras raíces por la quarta, y tambien el quadrado de esta quarta por sí misma. Lo mismo sucede con los otros numeros que tienen cinco, seis ó mas notas.

PROBLEMA XXV.

177 *Extraer la raíz quadrada de qualquier número propuesto.*

RESOLUCION.

1.° Dividase el número propuesto con comas de dos en dos notas principiando por la derecha; y cada division representará una nota ó numero dígito de la raíz (n. 176. prin. 1.)

2.° Busquese en la tabla de las raíces el número quadrado que se aproxíme mas al número contenido en la primera division á la izquierda: de él se restará este quadrado y se escribirá la raíz en el lugar del quociente.

3.° Despues de haber escrito la resta (si la hubiere) jun-

juntense á ella las notas de la segunda division que deben servir de divisor, dupliquese la raíz hallada y dividanse por el duplo de ella las notas que se hayan de dividir, y el quociente que saliere será la segunda raíz, que se pondrá al lado de la primera.

4.° Escribase lo que resta (si hubiese quedado) y bajese al lado de ella la segunda nota de la misma division, y restese de ellas el quadrado de la segunda raíz.

5.° Continúese la operacion por el mismo método si el número propuesto tubiese mas de dos divisiones, y por este medio se habrá encontrado la raíz quadrada del número dado.

Exemplo 1.°

Se quiere extraer la Raíz quadrada del número 6789.

RESOLUCION.

67, 89 | 82 Raíces	Prueba
Quadrado de 8 = 64	82
	82
Resta 3, 8	
1 6 duplo de la 1.ª raíz 8.	164
	656
Resta 6, 9	Resta . . 65
Quadrado de 2 = ... 4 restado de 69	
	6789
Resta 6 5	

Hechas las divisiones se vé que el número propuesto tiene dos raíces (n. 177.): busquese el quadrado que mas se aproxíma á 67 que son las notas que incluye la primera division de mano izquierda, y se encontrará ser 64, cuya raíz es 8: pongase 8 al lugar del quociente, restese el quadrado de 8 de 67, y quedan 3, al qual junto la nota 8 de la segunda division.

Dividase este número 38 por el duplo de la raíz hallada, que es 16, y el quociente 2 es la segunda raíz, y sobran 6, á cuyo lado bajo el 9, y restado el quadrado 4 de 69 restan 65, porque el número propuesto no es exactamente quadrado.

Exemplo 2.º

Extraer la Raíz quadrada de 214369.

RESOLUCION.

21,43,69 |463 Raíz quadrada.	Prueba
1.ª raíz... 4	463
	463
Resta... 5,4 3	
8,6 Raíz 2.ª	1389
	2778
6 3 Quadrado de la 2.ª raíz.	1852
Resta.... 2 7, 6 9	214369
Duplo de las dos primeras raíces........ 9 2,3 Raíz 3.ª	
0 0 0	

Despues de haber dispuesto el número dado en sus divisiones, busquese el mayor quadrado que se aproxíme á las notas de la primera division á la izquierda, como es el 21, y se halla ser 16, de quien tomando su raíz 4 se pondrá bajo de 21 y en el quociente: restese el quadrado 16 de 21 y queda 5, que se pondrá debajo de la raíz 4.

Bajense al lado del 5 las dos notas de la segunda division, lo que dará 543.

Doblese la primera raíz, y este duplo 8 pongase debajo la penultima nota de 543, teniendo cuidado quando hay

hay muchas de poner siempre la ultima nota de la de este doble de la *primera raíz* debajo de esta penultima de arriba.

Dividanse despues por este duplo las dos notas primeras diciendo : en 54 quántas veces se contiene 8 ? y se halla ser 6 : pongase pues 6, que es la segunda raíz despues del 8, y se pondrá tambien en el quociente á continuacion de la primera.

Multipliquese la segunda raíz 6 por el duplo 8 de la primera, y el producto 48 restese de los 54, cuyo residuo 6 se escribirá bajo del 8 : seguido al 6 se bajará la segunda nota 3 de la segunda division, lo que dará 63.

Restese de 63 el quadrado 36 de la segunda raíz 6, y quedan 27, y á su continuacion se bajarán las notas de la tercera division.

Dividase 2769 por el duplo 92 de las dos primeras raíces 46, y se dirá : en 27 quántas veces entra 9 ? y el quociente 3 será la tercera raíz que se pondrá en seguida de la primera y segunda.

Multipliquese la tercera raíz 3 por el duplo 92, y dará el producto 276, al lado de él adelantando una nota á la derecha se escribirá el quadrado 9 de la raíz 3.

Sumese dicho duplo y quadrado, cuya suma 2769 restese del residuo ultimo que quedó despues de hallada la segunda raíz.

SCHOLIO I.

178 Si en el primer exemplo se quadra la raíz hallada 82, y se añade el residuo 65, y el todo compone el número propuesto 6789, será indicio de no haberse cometido error alguno ; y si en el segundo exemplo se multiplica la raíz hallada 463 por sí misma, y pro-

duce el número propuesto, es prueba de la exactitud de la operacion.

SCHOLIO II.

179 Quien quisiere acostumbrarse á extraer la raíz quadrada de qualquier número con prontitud y facilidad, propongase diferentes numeros para quadrarlos, y despues extrayga de él la raíz quadrada, pues se sabe debe resultar el número propuesto (n. 171.)

SECCION III.

De la Raiz Cubica.

DEFINICION XL.

180 *Extraer la raíz cubica de un número* 8 es hallar el número 2, que multiplicado por su quadrado le produce.

SCHOLIO.

181 Para inteligencia de los problemas siguientes se advierte que dividido qualquier número cubico por la derecha de tres en tres notas, cada division representará una nota de la raíz; sin que obste que la ultima division de la izquierda conste de dos notas ó de una sola.

PROBLEMA XXVI.

182 *Extraer la Raíz cubica de un número dado.*

RE-

RESOLUCION.

1.º Dividase el número dado de tres en tres notas con comas principiando por la derecha, con lo que saldrán tantas notas en la raíz como divisiones.

2.º Busquese en la tabla (n. 175.) el número cubico que se aproxíme mas al de la primera division: restese de él y pongase en el quociente la raíz de este número cubico.

3.º Escribase debajo de el primer caracter de la division siguiente el triple del quadrado de la primera raíz como divisor: hagase despues la division como ordinariamente se acostumbra, y resulta la segunda raíz.

4.º Multipliquese el divisor por el quociente, y escribase debajo el producto que resulta; de suerte que la ultima nota de la derecha del producto del quadrado triple del nuevo quociente multiplicado por el quociente antecedente, se coloque debajo de la segunda nota de la misma division, y el número cubo de la dicha raíz debajo del ultimo á la derecha. En fin se sumarán estos tres productos y se restarán de las notas del número cubico escrito arriba.

5.º Hagase la misma operacion por las divisiones siguientes segun la tercera y la quarta regla, y se hallará la raíz que se busca.

Exemplo 1.°

Sea el número dado, cuya Raíz cubica se quiere sacar, 1740992427.

RESOLUCION.

47,437,928 |362 Raíz
27 Cubo de 3

20,437 Resta y segunda division
27 Triple quadrado de 3

162 Triple quadrado de 3 por 6
324 Triple quadrado de 6 por 3
216 Cubo de 6

19656

781,928 Resta y tercera division
3888 Triple quadrado de 36

7776 Triple quadrado de 36 por 2
432 Triple quadrado de dos por 36
8 Cubo de 2

781928

000000

Dividase el número propuesto con comas de tres en tres notas, como se previene en la primera regla del n. 182, previniendo que la ultima division de la izquierda puede constar de tres notas, dos ó una sola.

Saquese la raíz cubica de la primera division 47, que se escribirá al quociente; si no la tubiese justa como en este caso se tomará la raíz cubica 3 del número proximo menor cubico 27, el qual se pondrá bajo de los

los 47 para restarlo y se tendrá por residuo 20.

A este residuo añadanse en seguida las tres notas de la segunda division, y se tendrá 20437 : quadrese la raíz hallada 3 que será 9 : tripliquese ó multipliquese por tres para tener el triplo quadrado de la primera parte igual á 27, los quales se escribirán debajo del residuo antecedente adelantando una nota á la derecha : partanse por 27 las tres primeras notas de dicho residuo para tener al quociente la segunda raíz 6.

Multipliquese el quociente 6 por el divisor 27 para tener el triple quadrado de 3 por 6, esto es, 162 : quadrese asimismo la nota 6, y será 36, que triplicado será 108, y multiplicado 108 por 3, dará 324 por el producto del triple quadrado de la segunda nota 6 por la primera 3, cuyo producto se escribirá adelantando una nota á la derecha : cubiquese la segunda nota 6 y su cubo 216 escribase debajo del producto antecedente, adelantando siempre una nota á la derecha, y sumese con los productos antecedentes 162, 324, y la suma 19656 restese de 20437, que dá por residuo 781.

Al residuo 781 añadanse á continuacion las otras tres notas 928 de la tercera division, y se tendrá 781928 ; y considerando la raíz hallada 36 como una sola, quadrese y dará 1296, tripliquese y se tendrá 3888. Partiendo pues 781928 por 3888 le tocará á 2, que se escribirán al quociente : despues se multiplicará el 2 por 3888 para tener el producto 7776, triple quadrado de la primera raíz 36 por la segunda 2 : multipliquese tambien el triple quadrado 12 de la segunda raíz 2 por la primera raíz 36 ; y ultimamente cubiquese el 2, cuyos productos 7776, 432, 8 sumense, y la suma 781728 restese de 781928, y siendo la resta cero se concluirá que la raíz cubica de 47, 437, 9 28 es 362.

Exem-

Exemplo 2.°

Habiendo de extraer la raíz cubica de 34793, dividase del mismo modo de tres en tres notas, comenzando por la derecha de la primera division de la izquierda 34: saquese la raíz cubica, y respecto de hallarse 34 entre el cubo 27 y el cubo 64, tómese la raíz de 27 que es 3, y escribase á el quociente, y restando 27 de 34 quedan 7, á cuyo residuo se añadirán en seguida las otras tres notas 793, y se tendrá 7793. Quadrese 3, y se tendrá 9: tripliquese, y se tendrá 27: partase 7793 por 27, y les toca á 2 que escribo al quociente: multipliquese 12 triple quadrado de 2 por la primera parte 30, y se tendrá 360: cubiquese asimismo 2, y se tendrá 8, cuyos productos 8, 360 y 54 colocados en sus respectivos lugares y sumados, dán 5768, que restado de 7793 quedan 2025, por lo que la raíz del número propuesto es 32 y sobran 2025, esto es, que se halla entre 32 y 33.

34,793	32 Raíz
27	Cubo de 3
7,7,793	Resta y segunda division
2, 7	Triple quadrado de 30
5 4	Triple quadrado de 30 por 2
360	Triple quadrado de 2 por 30
8	Cubo de 2
5 768	
2 025	Ultima resta

S C H O L I O I.

183 Si la raíz hallada se cubíca, y en el primer caso

pro-

produce el mismo número dado, y en el segundo se añaden al cubo de 32 los 2025 que sobraron, y en todo componen el número propuesto 34793, es prueba de haberse hecho bien la operacion (n. 181.)

SCHOLIO II.

184 Siendo la extraccion de la raíz cubica mas embarazosa que la quadrada (n. 180.), con mas fuerte razon se encarga aqui que para acostumbrarse á estas operaciones se cubíquen varios numeros, y despues se extrayga de ellos la raíz cubica siguiendo las reglas dadas.

PROBLEMA XXVII.

185 *Extraer la raíz cubica ó quadrada de qualquier quebrado quadrado ó cubico.*

RESOLUCION Y DEMOSTRACION.

Extraygase la raíz quadrada, ó cubica si ésta se desea, del numerador como tambien del denominador, cuyas dos raíces puestas por numerador y denominador de un quebrado, será éste la raíz quadrada ó cubica del quebrado propuesto, pues para quadrar un quebrado se debe multiplicar éste por sí mismo, y para cubicarlo se debe multiplicar el quadrado por su raíz (n. 171. y 172.)

Exemplo.

Sea el quadrado $\frac{225}{625}$, de quien se ha de extraer la raíz quadrada, la raíz del numerador segun las reglas dadas es 15, la del denominador es 25; con que se tendrá que la raíz del quebrado es $\frac{15}{25}$, pues multiplicado $\frac{15}{25}$ por $\frac{15}{25}$ dá $\frac{225}{625}$.

Sea el quebrado $\frac{4096}{9261}$ de quien se debe extraer la

raíz

raíz cubica: la raíz del numerador es 16, la del denominador 21; luego la raíz del quebrado propuesto es $\frac{16}{21}$, el qual cubicado es igual á $\frac{4096}{9261}$ número propuesto.

SCHOLIO I.

186 Quando el denominador de un quebrado no es número quadrado, para sacar su raíz se multiplicará el numerador y denominador por el mismo denominador: de este modo el quebrado no muda de valor, además de que el denominador se hace un quadrado perfecto, lo que contribuye mucho á determinar con mas exactitud el valor de la raíz quadrada.

Exemplo.

Para extraer la raíz quadrada de $\frac{3}{8}$ multipliquese 3 y 8 por 8 para tener el quebrado $\frac{24}{64}$, cuya raíz aproximadamente es $\frac{5}{8}$, respecto de que elevandola al quadrado, sale $\frac{25}{64}$, que solo difiere del quebrado $\frac{3}{8}$ en $\frac{1}{64}$. Del mismo modo la raíz de $\frac{3}{5}$ ó de $\frac{15}{25}$ es $\frac{4}{5}$ aproximadamente.

SCHOLIO II.

187 Tambien para extraer la raíz cubica de un quebrado, cuyo numerador y denominador no son numeros cubicos perfectos, se multiplicarán los dos terminos del quebrado por el quadrado del mismo denominador para tener la raíz cubica que se busca con mas precision.

SCHOLIO III.

188 En qualquiera operacion se debe observar que nunca sobre el doble de la raíz, mas la unidad, pues si esto sucediese es señal que el quociente es pequeño y que les cabe á mas, fundandose esto en que si á un nú-

número quadrado qualquiera 4 se le añade el doble de su raíz 2, igual á 4, mas la unidad, se tiene el quadrado proximo mayor igual á 4, 4 y 1 que son iguales á 9.

SCHOLIO IV.

189 Se debe tener cuidado en la extraccion de la raíz cubica que nunca sobre el triplo del quadrado de la raíz hallada, mas el triplo de la raíz, mas la unidad; pues si esto sucediese debe ser el quociente mayor de lo que se dió en él, fundandose en que si á qualquiera número cubico 8 se le añade el triplo del quadrado de su raíz igual 12, mas el triplo de su raíz igual 6, mas la unidad, se tendrá el cubo proximo mayor igual 27.

SCHOLIO V.

190 Quando solo se quiere indicar la raíz que se ha de extraer de un número, sirve este signo $\surd\overline{\quad}$ escrito encima el exponente de la raíz; y asi $\surd\frac{2}{6}$ quiere decir raíz quadrada de 6: $\surd\frac{3}{9}$ quiere decir raíz cubica de 9.

SCHOLIO VI.

191 Omitimos tratar de las demás raíces superiores, porque su inteligencia no es de tanta utilidad al Architecto como las antecedentes, mayormente en las operaciones Geometricas que se pueden ofrecer.

FIN DE LA ARITHMETICA.