

Trabajo Fin de Grado

Modelo dinámico del mecanismo de un
limpiaparabrisas

Dynamic model of a windshield wiper

Autor

Alberto Benés Iruzubieta

Directores

Beatriz Sánchez Tabuenca
María José Cantero Medina

Grado en Ingeniería de Tecnologías Industriales

A mis padres, mi hermana y mi abuela, por brindarme la oportunidad de estudiar aquello que me gusta, por estar siempre y por apoyarme en los momentos más difíciles.

A los compañeros de clase que se convirtieron en amigos, por animarme a seguir adelante durante toda la carrera y por dejarme compartir más que los estudios junto a ellos.

Finalmente, a mis dos directoras del Trabajo de Fin de Grado, Beatriz Sánchez Tabuenca y María José Cantero Medina, por ofrecerme su dedicación, conocimientos y tiempo en todo momento para que este proyecto saliese adelante.

A todos vosotros, gracias.

Modelo dinámico del mecanismo de un limpiaparabrisas

RESUMEN

El objetivo del proyecto es realizar el modelo dinámico del mecanismo de un limpiaparabrisas para establecer un procedimiento de simulación de un sistema mecánico dando así una ampliación y aplicación real y visual a los conocimientos obtenidos en la asignatura de Mecánica del Grado en Ingeniería de Tecnologías Industriales.

En un primer lugar se realiza el estudio y recopilación de información acerca de los diferentes tipos de mecanismos de un limpiaparabrisas para seleccionar el sistema a estudiar. Posteriormente se plantea el desarrollo matemático del movimiento del mecanismo y se realiza la selección de los métodos matemáticos para resolver el sistema de ecuaciones obtenido mediante un programa de cálculo computacional. Dicho algoritmo implementado permite estudiar las variables cinemáticas y dinámicas del sistema en diferentes condiciones.

En segundo lugar, se define un modelo virtual del mecanismo mediante un programa CAD de simulación 3D (SolidWorks) para la visualización del movimiento, obteniendo una vista gráfica sobre cómo se comportará el sistema en la realidad y que características tendrá.

Por último, se hace una comparación sobre las variables cinemáticas y dinámicas del mecanismo obtenidas en ambos casos. De esta forma, se muestra cómo los modelos teóricos y matemáticos estudiados a lo largo del Grado coinciden con los programas de modelado ampliamente extendidos en el ámbito laboral para el diseño de nuevos sistemas.

ABSTRACT

The objective of the project is to carry out the dynamic model of a windshield wiper mechanism in order to establish a simulation procedure of a mechanical system, thus giving a real and visual extension and application to the knowledge obtained in the Mechanics course of the Industrial Technologies Engineering Degree.

First of all, the study and compilation of information about the different types of windshield wiper mechanisms is carried out in order to select the system to be studied. Subsequently, the mathematical development of the movement of the mechanism is proposed and the selection of the mathematical methods to solve the system of equations obtained by means of a computational calculation program is carried out. This implemented algorithm allows the study of the kinematic and dynamic variables of the system under different conditions.

Secondly, a virtual model of the mechanism is defined by means of a 3D simulation CAD program (SolidWorks) for the visualization of the movement, obtaining a graphic view of how the system will behave in reality and what characteristics it will have.

Finally, a comparison is made on the kinematic and dynamic variables of the mechanism obtained in both cases. In this way, it is shown how the theoretical and mathematical models studied throughout the Degree coincide with the modeling programs widely used in the work environment for the design of new systems.

TABLA DE CONTENIDO

RESUMEN	ii
TABLA DE CONTENIDO	1
INTRODUCCIÓN	3
1. DESCRIPCIÓN DEL SISTEMA	5
2. MODELO MATEMÁTICO DEL MOVIMIENTO DEL LIMPIAPARABRISAS.....	10
2.1. Dimensionado del sistema. Ley de Grashof.	10
2.2. Definición del modelo cinemático y dinámico. Sistema de ecuaciones.	11
3. SIMULACIÓN DEL MOVIMIENTO DEL SISTEMA MEDIANTE SOLIDWORKS	18
3.1. Geometría de las piezas y ensamblaje del mecanismo.....	19
3.2. Simulación del movimiento.....	25
3.3. Cálculo de la trayectoria, velocidades y aceleraciones.	26
3.4. Cálculo de las fuerzas externas del sistema.	28
4. RESOLUCIÓN DEL MODELO MATEMÁTICO DEL MOVIMIENTO CON MATLAB	29
4.1. Software empleado.	29
4.2. Métodos numéricos para la resolución del sistema.	29
4.3. Dinámica “inversa” y “directa”	29
4.3.1. Cálculo de la posición, velocidad y aceleración.	30
4.3.2. Cálculo del par motor y acciones.	33
5. COMPARACIÓN DE LOS RESULTADOS OBTENIDOS	34
6. ANÁLISIS DE LA FUERZA DE ROZAMIENTO	41
CONCLUSIONES Y LÍNEAS FUTURAS.....	43
BIBLIOGRAFÍA	45
INDICE DE FIGURAS.....	47
INDICE DE TABLAS.....	48
ANEXOS	49
ANEXO I: Cálculo de los momentos de inercia.....	50
ANEXO II: Método Newton-Raphson.....	52
ANEXO III: Código de Matlab.	57
ANEXO IV: Sistema de ecuaciones dinámica “directa”	71

INTRODUCCIÓN

Desde hace ya un tiempo atrás, la sociedad avanza cada vez más hacia un mundo globalizado, donde los procesos manuales tienen una tendencia a desaparecer para dejar paso a procesos automáticos. De esta manera, se está consiguiendo aumentar tanto la seguridad como la comodidad cada vez más en prácticamente todas las tareas que realizamos en el día a día, y el transporte, no iba a ser menos. Ahora que la mayoría de medios de transporte avanzan hacia una conducción más autónoma, es importante saber cuáles son las medidas de seguridad que se aplican. Además, es aún más importante conocer sobre que bases se han creado todos esos sistemas para poder avanzar hacia los nuevos desarrollos del futuro.

Dentro de la amplia cantidad de factores que afectan a la seguridad de los medios de transporte, las condiciones climáticas adversas son la causa de la gran mayoría de ellos. Independientemente del medio y el trayecto que se elija, en general no es posible prever con completa exactitud cuál será el clima, la cual además disminuye conforme aumenta la antelación con la que queremos conocer esa previsión meteorológica.

Es por eso que, desde la invención y fabricación del primer automóvil a principios del siglo XX, el ser humano ha estado desarrollando sistemas de seguridad que permitan contrarrestar en gran medida la dependencia respecto del clima para poder realizar los desplazamientos deseados. Entre tales sistemas de seguridad, podemos mencionar el limpiaparabrisas. El primero de ellos “fue inventado alrededor de diez años después de la fabricación del primer automóvil” (Sharveswaran A, 2020).

El limpiaparabrisas es un elemento imprescindible en una amplia variedad de máquinas (automóviles, maquinaria agrícola, ferrocarriles...). Su función consiste en apartar de la zona del cristal a través de la cual tiene que mirar el conductor, los restos de líquido provenientes de la lluvia o cualquier otra salpicadura, que pueden disminuir la seguridad en la conducción al obstruir la completa visibilidad del conductor.



Figura 1. Ejemplo de funcionalidad del limpiaparabrisas.

En base a este hecho, el objetivo de este Trabajo de Fin de Grado es realizar el modelo dinámico del mecanismo de un limpiaparabrisas, para establecer un procedimiento de simulación de un sistema mecánico correspondiente a la asignatura de Mecánica del Grado en Tecnologías Industriales. De esta forma, se muestra la aplicabilidad a la vida real de los conocimientos adquiridos a lo largo del Grado, y cómo los modernos sistemas mecánicos de los coches de última generación se construyen a partir de diferentes modelos matemáticos y la composición de mecanismos simples.

Para ello, se realiza la definición de un modelo virtual mediante un programa CAD para la visualización del movimiento. Gracias a dicho programa es posible simular y calcular, sin necesidad de invertir grandes cantidades de dinero en prototipos, cómo se comporta el mecanismo elegido.

Posterior al modelado 3D, se desarrolla el modelo matemático del mecanismo y se resuelve a través de un programa de cálculo computacional, que permite estudiar las variables cinemáticas y dinámicas en diferentes condiciones. El programa elegido para tal resolución es Matlab, utilizado en diversas asignaturas del Grado y ampliamente empleado en diversos proyectos de desarrollo por su gran potencial. De esta forma, se resuelve el sistema de la que es conocida como forma “inversa”. Los datos de entrada a nuestro sistema son las velocidades de los diferentes puntos del limpiaparabrisas.

Una vez terminada la resolución de los parámetros del sistema a través de ambos programas (SolidWorks y Matlab), se realiza una comparación de los resultados obtenidos, con objeto de evaluar la eficiencia y aplicabilidad de distintos métodos computacionales para estudiar el comportamiento cinemático y dinámico del limpiaparabrisas elegido, que es un sistema mecánico de un grado de libertad accionado por un motor rotatorio eléctrico.

Finalmente, se realiza un estudio del par motor en función de la fuerza de fricción a partir de un modelo aproximado para las ecuaciones del modelo matemático teórico.

1. DESCRIPCIÓN DEL SISTEMA

“Ante la necesidad de limpiar los cristales helados de los tranvías de Nueva York, en el año 1903, Mary Anderson diseña y fabrica la primera patente de un limpiaparabrisas como un sistema simple de una varilla y un punto de rotación” (Sharveswaran A, 2020). A diferencia de los actuales, este mecanismo se activaba de forma manual.

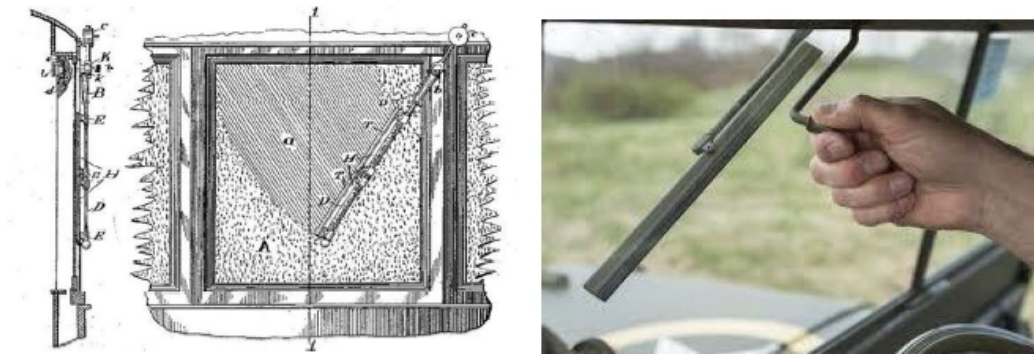


Figura 2. Diseño del primer limpiaparabrisas de la historia.

Pocos años más tarde, tanto Charlotte Bridgwood en 1917 como William M. Folberth y Fred Folberth en 1919, inventan los primeros limpiaparabrisas automáticos (Sharveswaran A, 2020). Sin embargo, estos primeros diseños aún se enfrentan a diferentes problemas como la velocidad o la fuerza del mecanismo, los cuales imposibilitan una completa eficiencia del sistema frente a los sistemas manuales ya existentes.

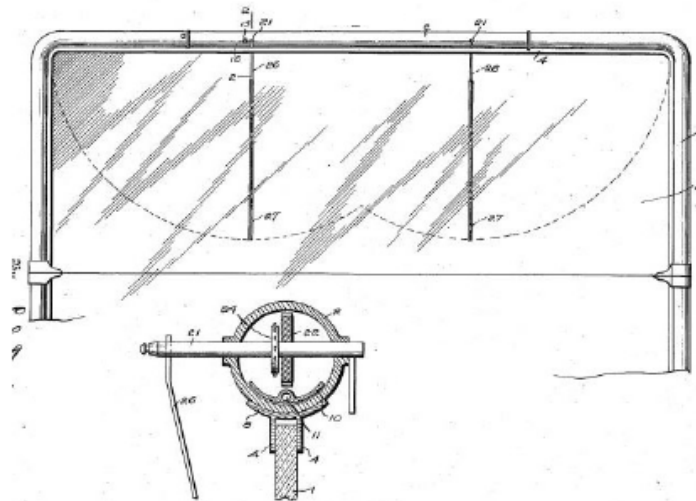


Figura 3. Diseño de limpiaparabrisas automático inventado por los hermanos Folberth.

Desde la invención del primer limpiaparabrisas, una multitud de sistemas han sido desarrollados para mejorar aquellos primeros diseños de principios del siglo XX. Todos ellos bajo la premisa de eliminar con el mayor éxito los líquidos del cristal que imposibiliten la correcta visión y, en

consecuencia, la correcta conducción, pero a su vez, sin generar molestias al cruzarse en el campo de visión del piloto.

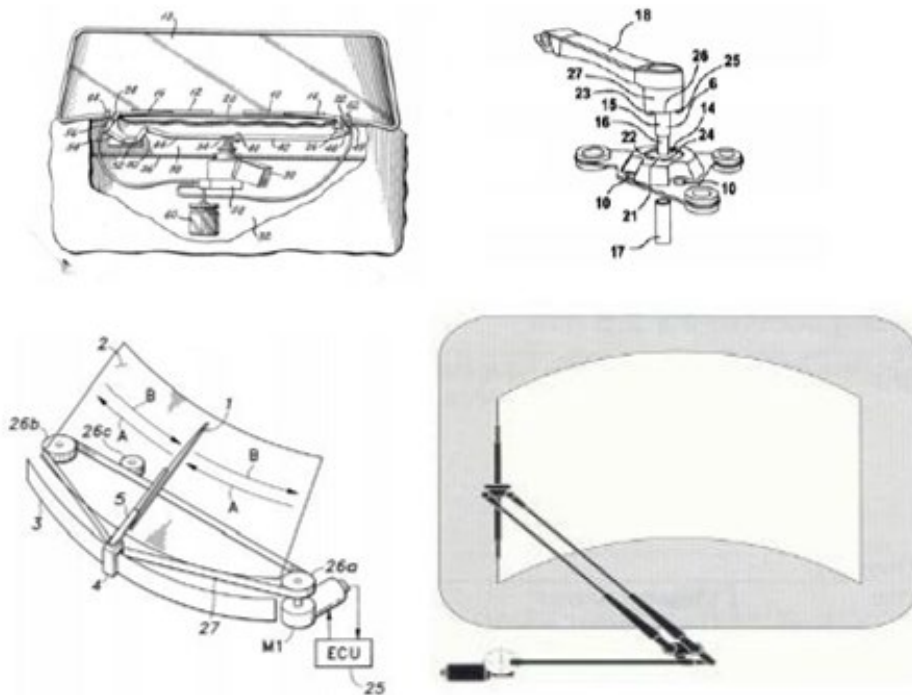


Figura 4. Diversos mecanismos de limpiaparabrisas diseñados en el siglo XIX.

Finalmente, tras más de cien años de desarrollo, se ha llegado a los modernos mecanismos que se fabrican hoy día, de los que podemos hacer la siguiente clasificación según el diseño, la dirección del movimiento y el número de brazos del sistema:

- Un único brazo: Igual que los limpiaparabrisas antiguos, donde un único brazo debe abarcar la mayor parte del cristal.
- Dos brazos con dirección opuesta: En este caso hay dos brazos que se mueven de manera opuesta, ambos brazos se mueven hacia afuera o ambos brazos realizan el movimiento hacia dentro.

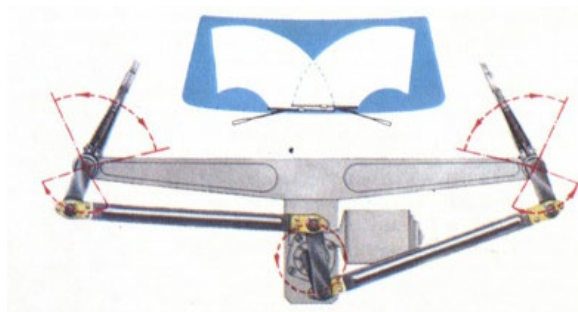


Figura 5. Limpiaparabrisas de dos brazos con dirección opuesta.

- Dos brazos en tándem: Hay dos brazos en el mecanismo cuya rotación se realiza a la vez. Es el mecanismo más común y el cual suelen llevar la mayoría de los automóviles utilizados en la actualidad.

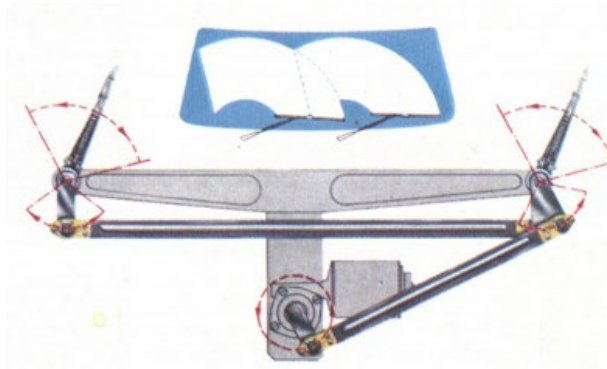


Figura 6. Limpiaparabrisas de dos brazos en tándem.

En nuestro caso, para el estudio de este proyecto se ha elegido el limpiaparabrisas de dos brazos en tándem, que como ya se ha comentado, es el más utilizado actualmente.

Particularizando al mecanismo de la Figura 6, si el elemento que une ambos brazos del limpiaparabrisas se sitúa por encima de su punto de rotación (acoplador del balancín en la Figura 7); y el punto de rotación del motor (punto O en la Figura 7) se coloca a la misma altura que los de los brazos, se obtiene:

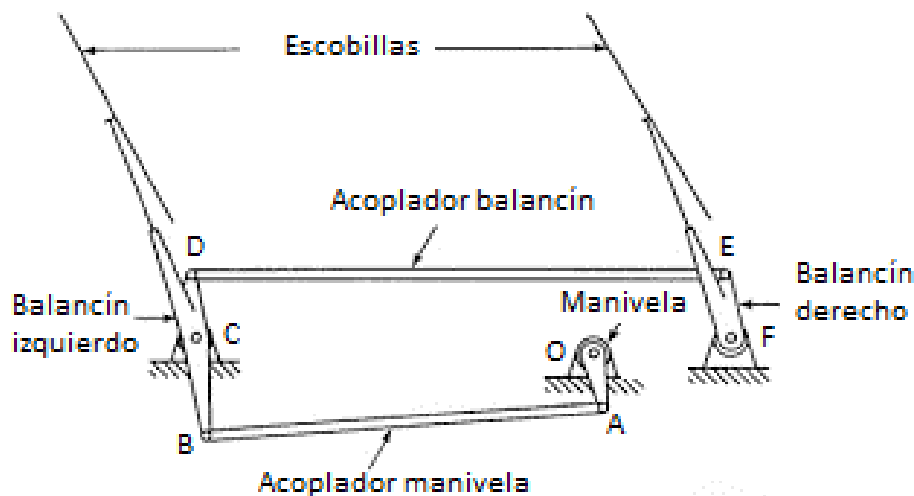


Figura 7. Mecanismo intermedio entre la Figura 5 y el cuadrilátero articulado.

Se puede observar en la Figura 7 que tanto la unión de los puntos O, A, B y C como la de los puntos C, D, E y F forman uno de los sistemas más conocidos en el estudio de la mecánica, el cuadrilátero articulado o mecanismo de cuatro barras. Este sistema es la base de una inmensa cantidad de sistemas mecánicos utilizados hoy en día como puede ser el mecanismo de apertura y cierre del maletero de un automóvil o el brazo de una pala excavadora. Considerando como ejemplo el cuadrilátero OABC, dicho sistema, está formado por un sólido fijo, (sólido OC en este caso) y tres barras móviles (los sólidos de extremos OA, AB y BC) (Wikipedia, Mecanismo de cuatro barras, 2022). Además, el cuadrilátero articulado es un mecanismo estudiado a lo largo de la asignatura de Mecánica ya mencionada anteriormente.

Para una mayor claridad de este sistema formado por dos cuadriláteros se ha situado la manivela OA que es accionada por el motor, a la izquierda, y los tres puntos fijos O, C y F se han colocado alineados. De esta manera, se muestra en la Figura 8 el que en adelante será el sistema de estudio de este proyecto.

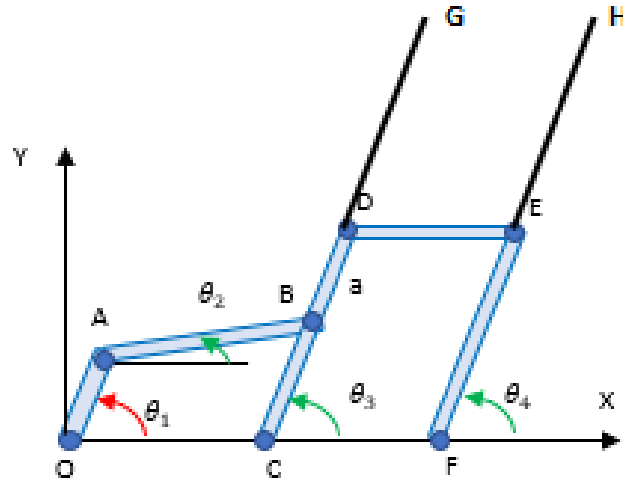


Figura 8. Mecanismo del limpiaparabrisas a estudiar.

Se puede observar en la Figura 8 que el primer cuadrilátero OABC es el encargado de accionar con un movimiento oscilatorio a la barra CD del segundo cuadrilátero cuyas barras CD y EF son solidarias a las escobillas del limpiaparabrisas, DG y EH.

Este sistema ha sido elegido sobre la base de que este proyecto, está más enfocado en el estudio mecánico del sistema y los diferentes métodos aplicados para ello que en el diseño de un mecanismo de limpiaparabrisas novedoso y estético. De esta forma, un limpiaparabrisas aplicado a los vehículos de hoy en día no podría contener un elemento rotatorio cuyo movimiento fuese en dirección al motor del coche, por seguridad para el mismo.

Es por ello que las medidas elegidas para el dimensionado del sistema de estudio son las indicadas en la Tabla 1, buscando unas dimensiones no desproporcionadas en base a que la medida más común del varillaje de un limpiaparabrisas actual es aproximadamente 50 centímetros.

Datos geométricos			
Sólido	Extremos	Longitud	Longitud (cm)
0	OC	r_o	24,5
0	CF	r_5	30
1	OA	r_1	10.6
2	AB	r_2	22
3	CB	r_3	15
3	DG = EH	r_6	34.5
4	FE	$r_4 = r_3 + a$	30
5	DE	r_5	30

Tabla 1. Dimensiones del mecanismo.

En cuanto al espesor de los elementos del sistema, se ha escogido un espesor de 5mm.

En lo que respecta al material de los sólidos del sistema, se ha decidido utilizar el acero F125, por ser un material con gran resistencia y tenacidad, con un recubrimiento cincado en negro que permitirá al material aguantar de manera duradera las inclemencias meteorológicas como lluvia, nieve o cambios de temperatura.

2. MODELO MATEMÁTICO DEL MOVIMIENTO DEL LIMPIAPARABRISAS

En primer lugar, para analizar el sistema mecánico a estudiar en este proyecto, es necesario entender dos conceptos, qué es un sólido rígido y cómo se llega a la esquematización del sistema mecánico a estudiar.

“Un sólido rígido se define como un sistema de partículas que se caracteriza por ser:

- Continuo: las partículas que lo constituyen están infinitamente próximas.
- Indeformable: la distancia entre cualquier par de puntos del sólido permanece constante” (Llado París & Sánchez Tabuenca, 2018).

Por otro lado, un sistema mecánico es una idealización de una máquina. Dada la complejidad de la gran mayoría de sistemas mecánicos reales, es comúnmente necesario hacer una esquematización del problema para simplificar su análisis cinemático. Esta simplificación gráfica debe incluir todas las “características necesarias para poder describir y comprender de forma sencilla aquellos aspectos que interesan, principalmente los enlaces entre sólidos, ya que indican las posibilidades de movimiento relativo entre sólidos” (Llado París & Sánchez Tabuenca, 2018).

Además, esta esquematización del “sistema mecánico debe contener la información geométrica necesaria para poder definir inicialmente los parámetros del movimiento, y efectuar su análisis cinemático” (Llado París & Sánchez Tabuenca, 2018). En este tipo de representaciones se eliminan los elementos no relevantes, dejando en un segundo plano los detalles constructivos y la estética.

De esta manera, siguiendo las especificaciones citadas previamente en este apartado y realizando las modificaciones pertinentes comentadas en el apartado anterior, el sistema mecánico real de la Figura 6 se transforma en el esquema de estudio representado en la Figura 8. De ahora en adelante, el esquema representado en la Figura 8 será el sistema a estudiar y se tratará como un sólido rígido.

2.1. Dimensionado del sistema. Ley de Grashof.

Como se ha comentado anteriormente, el sistema principal del mecanismo es el cuadrilátero articulado o mecanismo de cuatro barras. Dicho sistema puede realizar diferentes movimientos en función de la longitud de los sólidos que lo conforman. En este caso es necesario que el sólido 1 (OA) realice una vuelta de revolución completa (360°) a gracias a un motor de velocidad angular constante para que los sólidos 3 y 4 (CG y FH respectivamente) realicen un movimiento oscilante produciendo el barrido de las escobillas del limpiaparabrisas.

Para comprobar que el dimensionado del sistema se corresponde con este tipo de movimiento se ha utilizado la ley de Grashof que “establece que un mecanismo de cuatro barras tiene al menos una articulación de revolución completa, si y solo si la suma de las longitudes de la barra más corta y la barra más larga es menor o igual que la suma de las longitudes de las barras restantes” (Wikipedia, Ley de Grashof, 2022).

Ecuación de Grashof

$$S + L \leq P + Q \quad (1)$$

S = longitud del sólido más corto

L = longitud del sólido más largo

P = longitud del sólido restante

Q = longitud del otro sólido restante

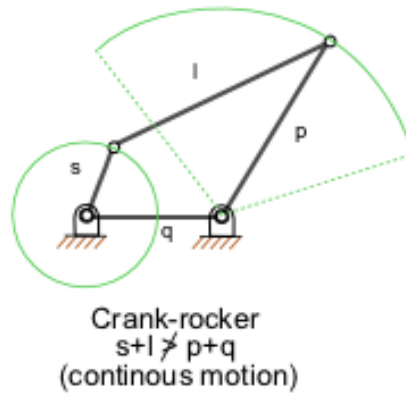


Figura 9. Ejemplo del movimiento del cuadrilátero articulado según la Ley de Grashof.

En base a esto, sustituyendo los valores de la Tabla 1 en la ecuación (1) se comprueba que el sistema en el que se va a trabajar cumple la ley de Grashof y por tanto realiza el movimiento deseado. En general:

$$r_1 + r_0 \leq r_2 + r_3 \quad (1)$$

Así por ejemplo,

$$10.5 + 24.5 \leq 22 + 15$$

$$35 \leq 37$$

2.2. Definición del modelo cinemático y dinámico. Sistema de ecuaciones.

Una vez que se comprueba que las dimensiones elegidas son válidas para el sistema en estudio es posible analizar la cinemática del mismo.

A la hora de definir un sólido para realizar el estudio de su movimiento, es necesario determinar una serie de coordenadas generalizadas (CG¹) y velocidades generalizadas (VG²), que según como se haya especificado el sistema (orientación y puntos escogidos) pueden superar el mínimo necesario. Para ello, con el objetivo de optimizar el problema se calcula el número de coordenadas independientes y grados de libertad del sistema.

¹ CG: Coordenadas Generalizadas

² VG: Velocidades Generalizadas

- Coordenadas independientes (CI): “Son el número mínimo de variables geométricas que describen la situación del sólido o sistema mecánico” (Llado París & Sánchez Tabuenca, 2018). Se obtienen del siguiente modo:

$$n^{\circ}CI = n^{\circ}CG - n^{\circ} \text{ ecuaciones de enlace integrables} \quad (2)$$

- Grados de libertad (GL): “Son el número mínimo de VG independientes necesarias para obtener la velocidad de cualquier punto del sistema mecánico” (Llado París & Sánchez Tabuenca, 2018). Se obtienen del siguiente modo:

$$n^{\circ}GL = n^{\circ}VG - n^{\circ} \text{ ecuaciones de enlace} \leq n^{\circ}CI \quad (3)$$

De esta manera, definimos las CG y VG del sistema:

$$CG: \theta_1, \theta_2, \theta_3, \theta_4 \text{ donde } \theta_3 = \theta_4$$

$$VG: \dot{\theta}_1, \dot{\theta}_2, \dot{\theta}_3, \dot{\theta}_4 \text{ donde } \dot{\theta}_3 = \dot{\theta}_4$$

Por otro lado, es importante entender que el movimiento del sistema corresponde con un movimiento plano, es decir, “todos los puntos del sistema describen trayectorias en planos paralelos al Plano de Movimiento, plano perpendicular al eje de giro (eje Z)” (Llado París & Sánchez Tabuenca, 2018).

Al contrario que el movimiento en 3D, el movimiento plano ofrece una serie de particularidades que permiten mayor flexibilidad a la hora de definir la situación de los sólidos del sistema. “El sistema está proyectado sobre el mismo plano, lo que posibilita que su resolución geométrica permita obtener las relaciones entre las CG, y a su vez, las ecuaciones de enlace cinemáticas a partir de la derivada temporal de estas relaciones” (Llado París & Sánchez Tabuenca, 2018).

Teniendo en cuenta estas consideraciones, para este caso en particular se obtienen las ecuaciones de la posición mediante la resolución geométrica del sistema, es decir, igualando las dos posibilidades que tenemos para llegar a cualquier punto del sólido 3 desde el origen. De esta manera se tienen en cuenta todos los enlaces entre sólidos del sistema y sus condiciones de enlace. Además, dado que el sólido 5 es una referencia traslacional, es decir, no realiza ningún tipo de rotación respecto de la referencia absoluta, solo se traslada, los sólidos 3 y 4 tendrán la misma velocidad para sus diferentes puntos, pues sus dimensiones son iguales.

Ecuaciones de posición

$$\begin{aligned} \text{eje } x &\rightarrow (r_o - r_1 \cos \theta_1 = r_2 \cos \theta_2 - r_3 \cos \theta_3) & (4) \\ \text{eje } y &\rightarrow (r_1 \sin \theta_1 = -r_2 \sin \theta_2 + r_3 \sin \theta_3) & (5) \end{aligned}$$

Como se ha comentado, derivando las ecuaciones (4) y (5) se obtienen las ecuaciones de enlace.

Ecuaciones de enlace/Ecuaciones de la velocidad

$$\begin{aligned} (r_1 \dot{\theta}_1 \sin \theta_1 = -r_2 \dot{\theta}_2 \sin \theta_2 + r_3 \dot{\theta}_3 \sin \theta_3) & (6) \\ (r_1 \dot{\theta}_1 \cos \theta_1 = -r_2 \dot{\theta}_2 \cos \theta_2 + r_3 \dot{\theta}_3 \cos \theta_3) & (7) \end{aligned}$$

Además, es posible confirmar que las ecuaciones de enlace del sistema son integrables y por tanto sustituyendo en las ecuaciones (2) y (3):

$$n^{\circ}CI = 3 - 2 = 1 \text{ coordenada independiente}$$

$$n^{\circ}GL = 3 - 2 = 1 \text{ grado de libertad}$$

Por último, para acabar de definir el movimiento del sistema, es posible plantear las ecuaciones que nos permiten calcular la aceleración de los diferentes puntos del sistema derivando las ecuaciones (6) y (7).

Ecuaciones de la aceleración

$$\begin{pmatrix} r_1 \ddot{\theta}_1 \sin \theta_1 + r_1 \dot{\theta}_1^2 \cos \theta_1 = -r_2 \ddot{\theta}_2 \sin \theta_2 - r_2 \dot{\theta}_2^2 \cos \theta_2 + r_3 \ddot{\theta}_3 \sin \theta_3 + r_3 \dot{\theta}_3^2 \cos \theta_3 \\ r_1 \ddot{\theta}_1 \cos \theta_1 - r_1 \dot{\theta}_1^2 \sin \theta_1 = -r_2 \ddot{\theta}_2 \cos \theta_2 + r_2 \dot{\theta}_2^2 \sin \theta_2 + r_3 \ddot{\theta}_3 \cos \theta_3 - r_3 \dot{\theta}_3^2 \sin \theta_3 \end{pmatrix} \quad (8)$$

$$(9)$$

Una vez se han definido todas las ecuaciones que permiten analizar la cinemática del sistema, se desarrolla el modelo dinámico del mismo.

Para ello, se aplican los Teoremas de Newton-Euler al sistema mecánico: Teorema de la Cantidad de Movimiento y Teorema del Momento Cinético. La aplicación de estos teoremas permite establecer una relación entre el movimiento de los sólidos del sistema y las acciones que lo producen.

- **Teorema de la Cantidad de Movimiento (TCM):** En el marco de la mecánica clásica o newtoniana, la cantidad de movimiento se define como el producto de la masa por la velocidad (Sevilla, 2019):

$$\vec{p} = m\vec{v}$$

Si se estudia la variación temporal de ese vector cantidad de movimiento, lo que se obtiene es la segunda ley de Newton que, aplicada a un sólido, permite obtener la ecuación del Teorema de la Cantidad de Movimiento:

$$\sum_S \vec{F}_{ext^3}(P) = m\vec{\gamma}_{Abs^4}(G) \quad (10)$$

Donde el sólido se puede considerar como una partícula G, que concentra toda la masa, que se traslada debido a las fuerzas externas.

- **Teorema del Momento Cinético (TMC):** Par movimiento plano respecto un punto B del sólido.

$$\sum_S \vec{M}_{ext}(B) - \overline{BG} \wedge m \vec{\gamma}_{Abs}(B) = I_{Bz} \dot{\vec{\Omega}}_{Abs}(\text{sólido}) \quad (11)$$

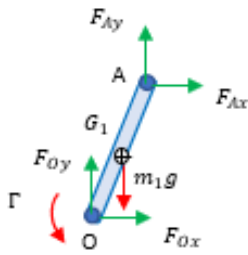
Donde \vec{I}_B es el tensor de inercia del punto $B \in \text{sólido}$, $\dot{\vec{\Omega}}_{Abs}(\text{sólido})$ su aceleración angular, y $\sum_S \vec{M}_{ext}(B)$ el sumatorio de momentos externos respecto al punto B de las acciones externas aplicadas en el sólido y $\vec{\gamma}_{Abs}(B)$ la aceleración absoluta del punto B.

³ Ext: Externas

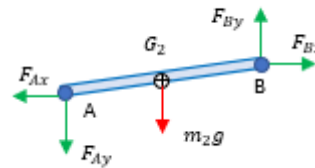
⁴ Abs: Sistema de referencia Absoluta

Dado que el sistema está en 2D y no en 3D, es posible representar de manera gráfica todas las fuerzas externas que influyen en el mecanismo, facilitando de esta manera cuáles serán las acciones necesarias a implementar en los teoremas citados anteriormente para resolver la dinámica del problema. Las fuerzas de enlace en los pares de rotación entre sólidos se indican en verde, y en rojo las acciones a distancia debidas a la gravedad y el par motor, y la fuerza de rozamiento debida al contacto de las escobillas con el cristal.

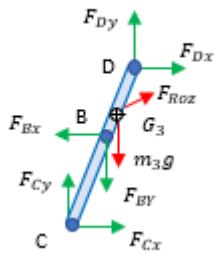
Sólido 1:



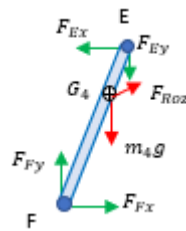
Sólido 2:



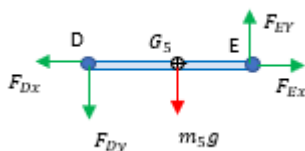
Sólido 3:



Sólido 4:



Sólido 5:



Tanto en la representación gráfica de las acciones como en la formulación matemática de las ecuaciones del sistema no se tienen en cuenta las fuerzas aerodinámicas ni la fuerza de rozamiento, la cual se estudiará más adelante. Para ello, se han señalado en rojo las fuerzas de rozamiento, cuyo valor se considera nulo en este capítulo. Sin embargo, para el estudio de la fuerza de rozamiento en el capítulo 6, se aplicarán las mismas ecuaciones teniendo en cuenta dichas fuerzas de rozamiento.

Por otro lado, como ya se ha comentado anteriormente, para la aplicación del TCM es necesario saber previamente la aceleración del centro de gravedad de los sólidos del sistema. Puesto que el mecanismo es tratado como un sólido rígido, podemos calcular en la referencia de estudio

Ref, la velocidad y la aceleración de cualquier punto P de uno de los sólidos siendo B otro punto contenido en el sólido de la siguiente manera:

$$\bar{v}_{Ref^5}(P) = \bar{v}_{Ref}(B) + \bar{\Omega}_{Ref}(sólido) \wedge \overline{BP} \quad (12)$$

$$\bar{v}_{Ref}(P) = \bar{v}_{Ref}(B) + \dot{\bar{\Omega}}_{Ref}(sólido) \wedge \overline{BP} + \bar{\Omega}_{Ref}(sólido) \wedge (\bar{\Omega}_{Ref}(sólido) \wedge \overline{BP}) \rightarrow$$

$$\bar{v}_{Ref}(P) = \bar{v}_{Ref}(B) + \dot{\bar{\Omega}}_{Ref}(sólido) \wedge \overline{BP} - \Omega^2_s \overline{BP} \quad (13)$$

Considerando como referencia de estudio la absoluta en la ecuación (13), se obtiene:

$$\bar{v}_{Abs}(G_1) = \begin{bmatrix} a_{G1x} \\ a_{G1y} \end{bmatrix} = r_{G1} \ddot{\theta}_1 \begin{bmatrix} -\text{sen}\theta_1 \\ \text{cos}\theta_1 \end{bmatrix} - r_{G1} \dot{\theta}_1^2 \begin{bmatrix} \text{cos}\theta_1 \\ \text{sen}\theta_1 \end{bmatrix}$$

$$\bar{v}_{Abs}(A) = \begin{bmatrix} a_{Ax} \\ a_{Ay} \end{bmatrix} = r_1 \ddot{\theta}_1 \begin{bmatrix} -\text{sen}\theta_1 \\ \text{cos}\theta_1 \end{bmatrix} - r_1 \dot{\theta}_1^2 \begin{bmatrix} \text{cos}\theta_1 \\ \text{sen}\theta_1 \end{bmatrix}$$

$$\bar{v}_{Abs}(G_2) = \begin{bmatrix} a_{G2x} \\ a_{G2y} \end{bmatrix} = r_1 \ddot{\theta}_1 \begin{bmatrix} -\text{sen}\theta_1 \\ \text{cos}\theta_1 \end{bmatrix} - r_1 \dot{\theta}_1^2 \begin{bmatrix} \text{cos}\theta_1 \\ \text{sen}\theta_1 \end{bmatrix} + r_{G2} \ddot{\theta}_2 \begin{bmatrix} -\text{sen}\theta_2 \\ \text{cos}\theta_2 \end{bmatrix} - r_{G2} \dot{\theta}_2^2 \begin{bmatrix} \text{cos}\theta_2 \\ \text{sen}\theta_2 \end{bmatrix}$$

$$\bar{v}_{Abs}(G_3) = \bar{v}_{Abs}(G_4) = \begin{bmatrix} a_{G3x} \\ a_{G3y} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{G4x} \\ a_{G4y} \end{bmatrix} = r_{G3} \ddot{\theta}_3 \begin{bmatrix} -\text{sen}\theta_3 \\ \text{cos}\theta_3 \end{bmatrix} - r_{G3} \dot{\theta}_3^2 \begin{bmatrix} \text{cos}\theta_3 \\ \text{sen}\theta_3 \end{bmatrix}$$

$$\bar{v}_{Abs}(G_5) = \bar{v}_{Abs}(D) = \begin{bmatrix} a_{G5x} \\ a_{G5y} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{Dx} \\ a_{Dy} \end{bmatrix} = r_3 \ddot{\theta}_3 \begin{bmatrix} -\text{sen}\theta_3 \\ \text{cos}\theta_3 \end{bmatrix} - r_3 \dot{\theta}_3^2 \begin{bmatrix} \text{cos}\theta_3 \\ \text{sen}\theta_3 \end{bmatrix}$$

Finalmente, conociendo todos los datos y teniendo en cuenta los cálculos explicados previamente en este apartado, es posible aplicar el TCM y el TMC a cada uno de los sólidos para obtener el sistema de ecuaciones que tras su resolución permita conocer todos los parámetros dinámicos del sistema,

Sólido 1, extremos OA:

$$\text{TCM} \rightarrow \sum_s \bar{F}_{\text{ext}}(P) = m \bar{v}_{Abs}(G_1)$$

$$F_{Ox} + F_{Ax} = m_1 a_{G1x} \quad (14)$$

$$F_{Oy} + F_{Ay} - m_1 g = m_1 a_{G1y} \quad (15)$$

$$\text{TMC} \rightarrow \sum_s \bar{M}_{\text{ext}}(O) = I_{Oz} \dot{\bar{\Omega}}_{Abs}(\text{barra 1})$$

$$\Gamma - m_1 g r_{G1} \text{cos}\theta_1 + r_1 (-F_{Ax} \text{sen}\theta_1 + F_{Ay} \text{cos}\theta_1) = I_{Oz} \ddot{\theta}_1 \quad (16)$$

donde Γ es el par motor que hace girar el motor que da movimiento al mecanismo.

⁵ Ref: Sistema de referencia

Sólido 2, extremos AB:

$$\text{TCM} \rightarrow \sum_s \bar{F}_{\text{ext}}(P) = m\bar{Y}_{\text{Abs}}(G_2)$$

$$-F_{Ax} + F_{Bx} = m_2 a_{G2x} \quad (17)$$

$$-F_{Ay} + F_{By} - m_2 g = m_2 a_{G2y} \quad (18)$$

$$\text{TMC} \rightarrow \sum_s \bar{M}_{\text{ext}}(A) - \overline{AG} \wedge m\bar{Y}_{\text{Abs}}(A) = I_{Az} \ddot{\Omega}_{\text{Abs}}(\text{barra } 2)$$

$$\begin{aligned} -m_2 g r_{G2} \cos \theta_2 - r_2 (F_{Bx} \sin \theta_2 - F_{By} \cos \theta_2) + m_2 r_{G2} (a_{Ax} \sin \theta_2 - a_{Ay} \cos \theta_2) \\ = I_{Az} \ddot{\theta}_2 \quad (19) \end{aligned}$$

Sólido 3, extremos CD:

$$\text{TCM} \rightarrow \sum_s \bar{F}_{\text{ext}}(P) = m\bar{Y}_{\text{Abs}}(G_3)$$

$$F_{Cx} - F_{Bx} + F_{Dx} + F_{RG3x} = m_3 a_{G3x} \quad (20)$$

$$F_{Cy} - F_{By} + F_{Dy} + F_{RG3y} - m_3 g = m_3 a_{G3y} \quad (21)$$

$$\text{TMC} \rightarrow \sum_s \bar{M}_{\text{ext}}(C) = I_{Cz} \ddot{\Omega}_{\text{Abs}}(\text{barra } 3)$$

$$\begin{aligned} (-m_3 g + F_{RG3y}) r_{G3} \cos \theta_3 - F_{RG3x} r_{G3} \sin \theta_3 + r_3 (F_{Bx} \sin \theta_3 - F_{By} \cos \theta_3) \\ - (r_3 + a) (F_{Dx} \sin \theta_3 - F_{Dy} \cos \theta_3) = I_{Cz} \ddot{\theta}_3 \quad (22) \end{aligned}$$

Sólido 4, extremos FE:

$$\text{TCM} \rightarrow \sum_s \bar{F}_{\text{ext}}(P) = m\bar{Y}_{\text{Abs}}(G_4)$$

$$F_{Fx} - F_{Ex} + F_{RG4x} = m_4 a_{G4x} \quad (23)$$

$$F_{Fy} - F_{Ey} - m_4 g + F_{RG4y} = m_4 a_{G4y} \quad (24)$$

$$\text{TMC} \rightarrow \sum_s \bar{M}_{\text{ext}}(F) = I_{Fz} \ddot{\Omega}_{\text{Abs}}(\text{barra } 4)$$

$$\begin{aligned} (-m_4 g + F_{RG4y}) r_{G4} \cos \theta_4 - F_{RG4x} r_{G4} \sin \theta_4 + (r_4 + a) (F_{Ex} \sin \theta_4 - F_{Ey} \cos \theta_4) \\ = I_{Fz} \ddot{\theta}_4 \quad (25) \end{aligned}$$

Sólido 5, extremos DE:

$$\text{TCM} \rightarrow \sum_s \bar{F}_{\text{ext}}(P) = m\bar{Y}_{\text{Abs}}(G_5)$$

$$-F_{Dx} + F_{Ex} = m_5 a_{G5x} \quad (26)$$

$$-F_{Dy} + F_{Ey} - m_5 g = m_5 a_{G5y} \quad (27)$$

$$\text{TMC} \rightarrow \sum_s \bar{M}_{\text{ext}}(D) - \overline{DG} \wedge m \bar{\gamma}_{Abs}(D) = I_{Dz} \ddot{\bar{\Omega}}_{Abs}(\text{barra } 5) = \bar{0}$$

$$-m_5 g r_{G5} + r_5 F_{Ey} - m_5 a_{Dy} r_{G5} = 0 \quad (28)$$

Como es posible observar tras aplicar los teoremas, las ecuaciones de la (14) a la (28) constituyen el modelo matemático del movimiento, un sistema de 15 ecuaciones con 15 incógnitas, que tras su resolución permite conocer todas las fuerzas de enlace y el par motor que producen el movimiento del sistema en el entorno planteado:

Incógnitas: $\Gamma, F_{Ox}, F_{Oy}, F_{Ax}, F_{Ay}, F_{Bx}, F_{By}, F_{Cx}, F_{Cy}, F_{Dx}, F_{Dy}, F_{Ex}, F_{Ey}, F_{Fx}, F_{Fy}$

$$\begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & -r_1 \sin \theta_1 & r_1 \cos \theta_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -r_2 \sin \theta_2 & r_2 \cos \theta_2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & r_3 \sin \theta_3 & -r_3 \cos \theta_3 & 0 & 0 & -(r_3 + a) \sin \theta_3 & (r_3 + a) \cos \theta_3 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & (r_4 + a) \sin \theta_4 & -(r_4 + a) \cos \theta_4 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Gamma \\ F_{Ox} \\ F_{Oy} \\ F_{Ax} \\ F_{Ay} \\ F_{Bx} \\ F_{By} \\ F_{Cx} \\ F_{Cy} \\ F_{Dx} \\ F_{Dy} \\ F_{Ex} \\ F_{Ey} \\ F_{Fx} \\ F_{Fy} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} m_1 a_{G1x} \\ m_1 a_{G1y} + m_1 g \\ I_{Oz} \ddot{\theta}_1 + m_1 g r_{G1} \cos \theta_1 \\ m_2 a_{G2x} \\ m_2 a_{G2y} + m_2 g \\ I_{Az} \ddot{\theta}_2 + m_2 g r_{G2} \cos \theta_2 - m_2 r_{G2} (a_{Ax} \sin \theta_2 - a_{Ay} \cos \theta_2) \\ m_3 a_{G3x} - F_{RG3x} \\ m_3 a_{G3y} + m_3 g - F_{RG3y} \\ I_{Cz} \ddot{\theta}_3 + (m_3 g - F_{RG3y}) r_{G3} \cos \theta_3 + F_{RG3x} r_{G3} \sin \theta_3 \\ m_4 a_{G4x} - F_{RG4x} \\ m_4 a_{G4y} + m_4 g - F_{RG4y} \\ I_{Fz} \ddot{\theta}_4 + (m_4 g - F_{RG3y}) r_{G4} \cos \theta_4 + F_{RG4x} r_{G4} \sin \theta_4 \\ m_5 a_{G5x} \\ m_5 a_{G5y} + m_5 g \\ m_5 r_{G5} (g + a_{Dy}) \end{bmatrix}$$

3. SIMULACIÓN DEL MOVIMIENTO DEL SISTEMA MEDIANTE SOLIDWORKS

Como la propia empresa indica, “SOLIDWORKS es un software de diseño CAD 3D (diseño asistido por computadora) para modelar piezas y ensamblajes en 3D y planos en 2D. El software que ofrece un abanico de soluciones para cubrir los aspectos implicados en el proceso de desarrollo del producto. Sus productos ofrecen la posibilidad de crear, diseñar, simular, fabricar, publicar y gestionar los datos del proceso de diseño” (Systèmes, SOLIDBI, Inspira tu innovación, 2022).

Además del apartado central de diseño 3D sobre el que se fundamenta el programa, SOLIDWORKS tiene varios plug in⁶ que permiten al usuario final hacer un estudio mucho más específico y detallado sobre el nuevo diseño. Estos plug in van desde la integración de información eléctrica sobre el sistema hasta el diseño de PCBs⁷ para componentes electrónicos, incluso permite diseñar los componentes proporcionando el mejor código de programación para el mecanizado de la pieza. En el caso de estudio de este proyecto, utilizaremos el plug in SOLIDWORKS simulation y SOLIDWORKS motion. Son los plug in más usados dado que permiten someter a las piezas del mecanismo a unas fuerzas externas parecidas a las que experimentarían en la realidad. Este amplio abanico de posibilidades es de gran utilidad para hacer estudios sobre estructuras o mecanismos, evitando a las empresas invertir grandes cantidades, tanto de material como económicas, para realizar prototipos.

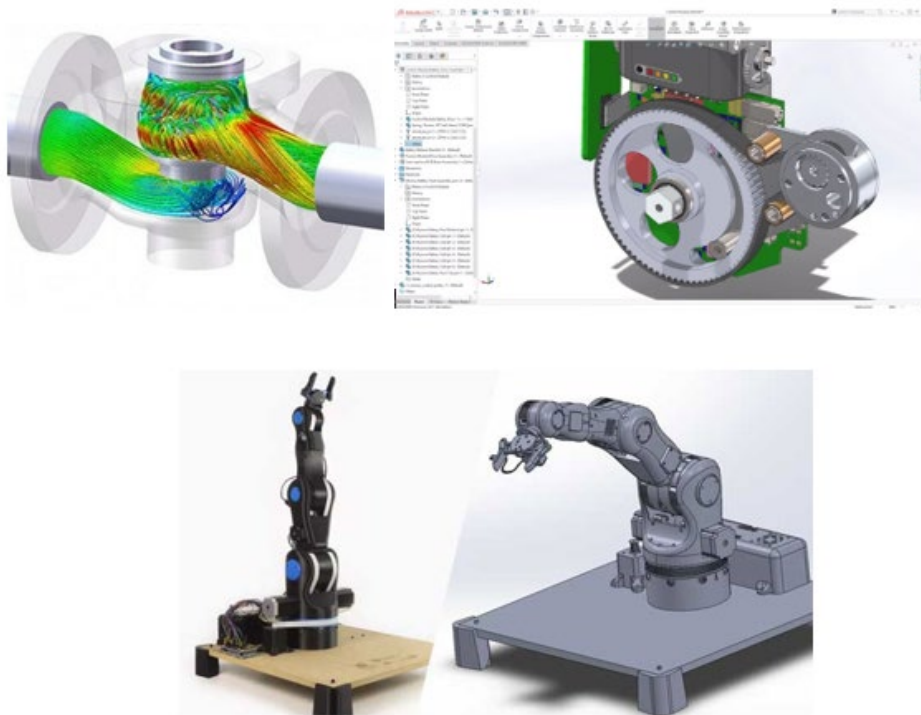


Figura 10. Diversos ejemplos de la aplicación de SOLIDWORKS a sistemas reales.

⁶ Pequeños programas complementarios que amplían las funciones de aplicaciones web y programas de escritorio.

⁷ Printed Circuit Board o placa de circuito impreso.

3.1. Geometría de las piezas y ensamblaje del mecanismo.

Como se ha comentado anteriormente, se considera cada uno de los sólidos como una barra que tendrá un enlace en cada uno de sus extremos. Para ello, se realizan 2 orificios de 10mm de diámetro en los extremos de cada una de las barras, donde irían colocados los correspondientes elementos que permitan el anclaje y giro (por ejemplo, bulones). La distancia entre centros de dichos orificios corresponde con las medidas de la Tabla 1 para cada uno de los elementos del sistema. De esta forma, se puede modelar en SOLIDWORKS la forma que tendrá cada uno de los sólidos del sistema.

Primero se dibuja la forma que tendrá la barra:

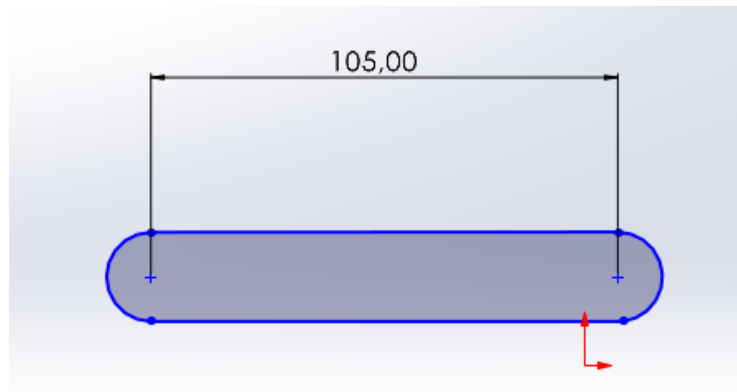


Figura 11. Primer croquis del sólido 1 del sistema.

Después se realizan los orificios citados para los extremos:

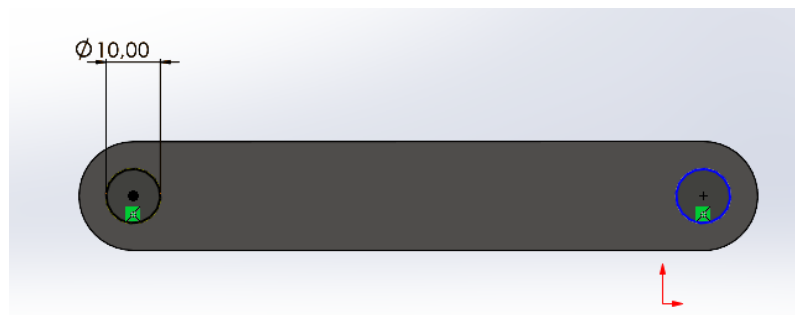


Figura 12. Agujeros del sólido 1 del sistema.

Una vez se realiza el dibujo en 2D, se otorga a las piezas un espesor de 5mm para obtener el diseño en 3D.

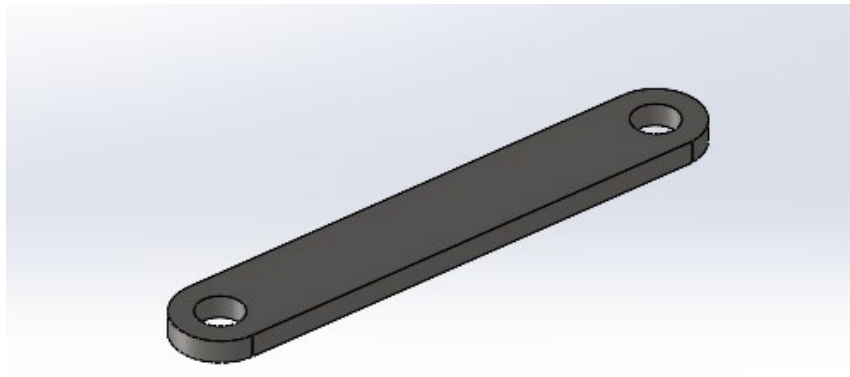


Figura 13. Diseño en 3D del sólido 1 del sistema.

Se realizan los mismos pasos para realizar el modelado de los sólidos 2 y 5 del sistema.

Sólido 2:

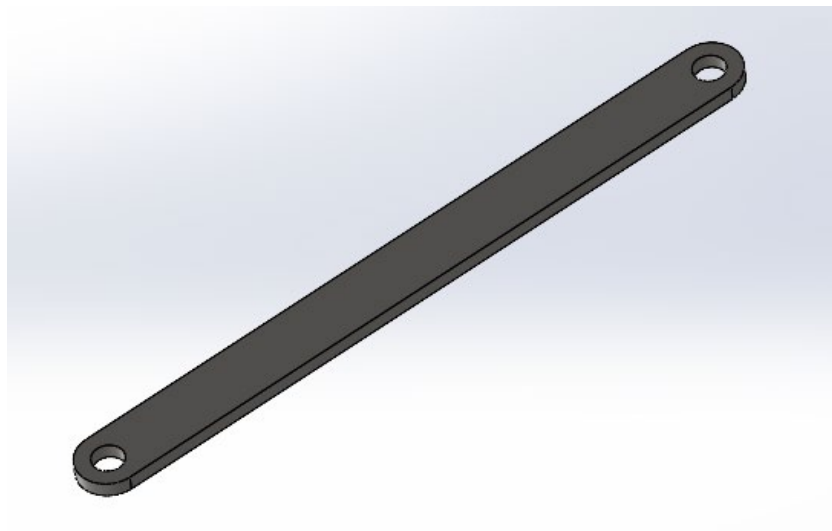


Figura 14. Diseño en 3D del sólido 2 del sistema.

Sólido 5:

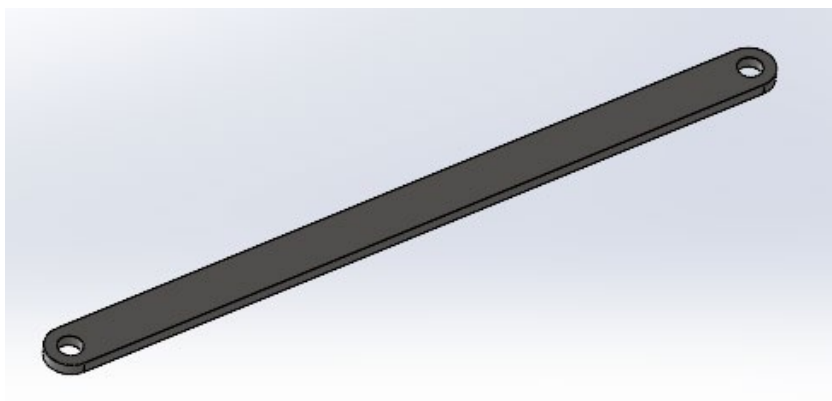


Figura 15. Diseño en 3D del sólido 5 del sistema.

En el caso de los sólidos 3 y 4, estos tienen un diseño diferente. La barra 3 está formada por 3 orificios del mismo tamaño que los anteriores para los puntos C, B y D del sistema. Por otro lado, la barra 4 solo contiene 2 orificios de este tipo, para los puntos F y E del mecanismo. Sin embargo, a partir de los puntos D y E de cada barra correspondientemente, ambos sólidos se estrechan para terminar en una sección más estrecha donde se realiza un orificio de 5mm de diámetro para los puntos G y H que posteriormente servirá para colocar las escobillas que estén en contacto con el cristal.

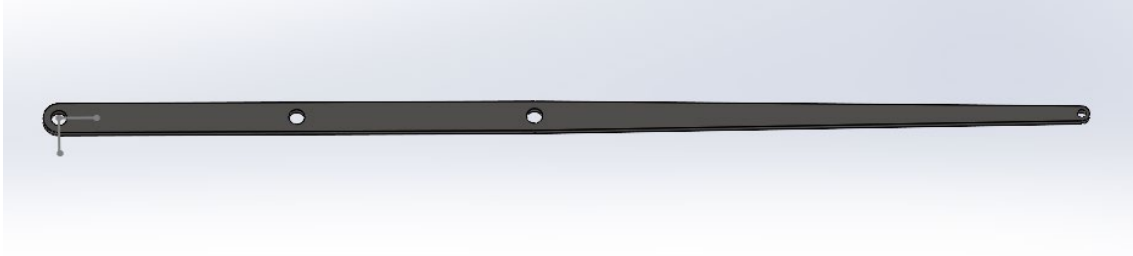


Figura 16. Diseño en 3D del sólido 3 del sistema.

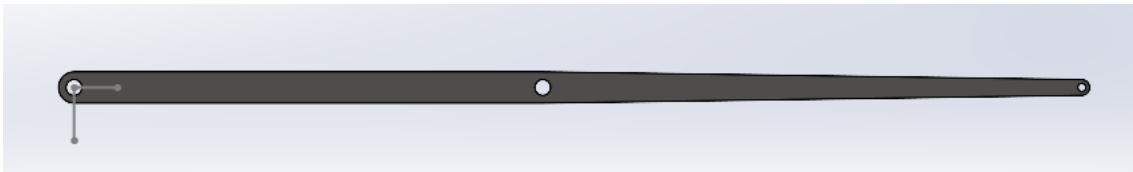


Figura 17. Diseño en 3D del sólido 4 del sistema.

Por último, el soporte que hará de referencia absoluta y sobre el que irán fijos los puntos O, C y F del sistema se ha diseñado como dos piezas planas en la parte que apoya sobre el suelo y redondeadas en la parte opuesta, favoreciendo la estética. Estas dos piezas están unidas por un cilindro de dimensiones iguales a las de los orificios que atraviesan a las barras en sus extremos para poder encajarlas en dichos cilindros.

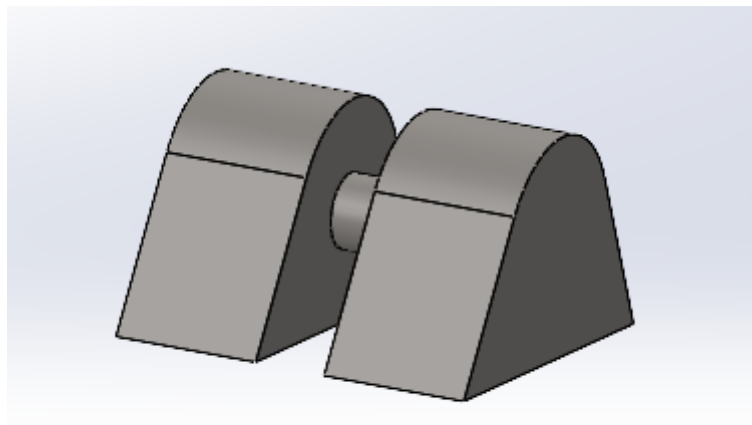


Figura 18. Diseño en 3D de una parte del soporte del sistema.

Sin embargo, para el punto O del sistema donde se sitúa el motor que activa el mecanismo, se ha modelado un pequeño motor eléctrico de forma que el soporte queda de la siguiente manera:

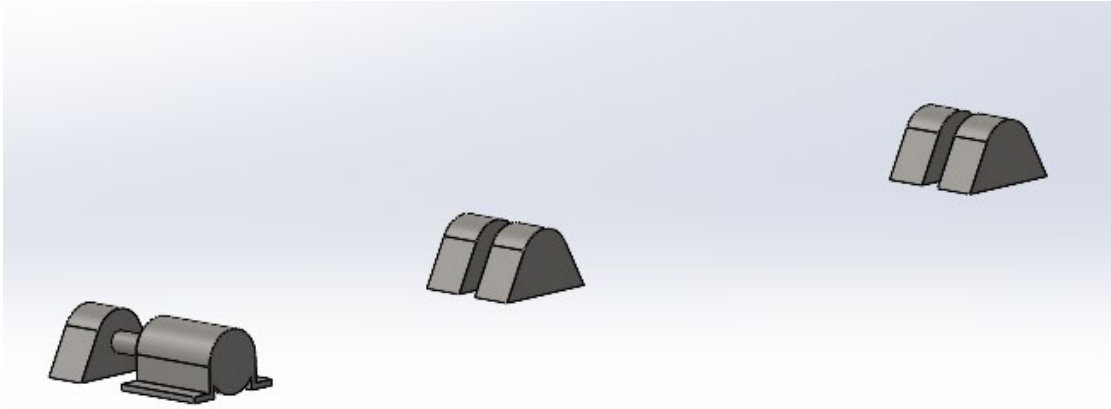


Figura 19. Diseño en 3D del soporte del sistema.

Con todas las piezas del mecanismo ya definidas, es hora de asignar a cada una el material correspondiente, lo que permite conocer la masa y otros datos necesarios para el análisis dinámico del problema.

En este caso, se necesita un material de gran resistencia y una buena tenacidad. Además, el material debe poder soportar las inclemencias del tiempo, tanto frío como calor y disponer de gran resistencia a la corrosión. Por ello, el material elegido para el mecanismo del limpiaparabrisas es el acero F-125 (DIN 1.7225 (42CrMo4)). Es un acero muy utilizado que pertenece al grupo de los aceros F-120 y F-130 (aceros aleados de gran resistencia de construcción), cuyas aplicaciones principales son la fabricación de bielas, ejes, cigüeñales... Con el objetivo de otorgar resistencia frente a la corrosión, se aplica un cincado del material en color negro que lo protegerá tanto del aire como de la humedad que reciba cuando esté instalado en el vehículo.

A partir de los datos proporcionados por SOLIDWORKS, es posible completar la siguiente tabla con las propiedades del material citado.

Propiedades del material DIN 1.7225	
Módulo elástico	210000 N/mm ²
Coefficiente de Poisson	0.28
Módulo cortante	79000 N/mm ²
Densidad de masa	7800 Kg/m ³
Límite de tracción	1000 N/mm ²
Límite elástico	750 N/mm ²
Coefficiente de expansión térmica	1.1e-05 /K
Conductividad térmica	14 W/(m·K)
Calor específico	440 J/(kg·K)

Tabla 2. Propiedades del Acero F125

A continuación, SolidWorks también proporciona para cada sólido la masa, posición del centro de masa y el momento de inercia respecto del centro de masa, datos necesarios para resolver el sistema de ecuaciones del modelo matemático del movimiento.

En este caso, se podría considerar que las barras del mecanismo son uniformes de tal forma que el centro de gravedad esté en el centro y el momento de inercia de una barra respecto al centro de gravedad o el extremo es conocido, pero para las barras 3 y 4 es más real obtener los datos másicos de las mismas a partir el software.

A través del Teorema de Steiner, formulado a continuación, utilizando el momento de inercia proporcionado por SolidWorks y sabiendo la posición del centro de masa, es posible calcular cual será el momento de inercia de cada uno de los sólidos respecto del extremo sobre el que giran.

- **Teorema de Steiner:** “El teorema de Steiner (denominado así en honor a Jakob Steiner) establece que el momento de inercia con respecto a cualquier eje paralelo a un eje que pasa por el centro de masa, es igual al momento de inercia con respecto al eje que pasa por el centro de masa más el producto de la masa por el cuadrado de la distancia entre los dos ejes” (Tareas, 2014):

$$I_{P,eje} = I_{CM,eje} + Md^2$$

Aplicando dicho teorema es posible completar la siguiente tabla:

Datos de los sólidos del sistema		
Sólido	Masa (Kg)	Momento inercia (Kg*m ²)
1	$m_1 = 0.08821$	$I_{OZ} = 0.0003443403325$
2	$m_2 = 0.17773$	$I_{AZ} = 0.002934475$
3	$m_3 = 0.43452$	$I_{CZ} = 0.050703593$
4	$m_4 = 0.43758$	$I_{FZ} = 0.050773125$
5	$m_5 = 0.24013$	$I_{DZ} = 0.007319698$

Tabla 3. Datos de masas y momentos de inercia del sistema

Una vez definidos los elementos del mecanismo, se procede a realizar el montaje del mismo. En este caso, se selecciona un nuevo archivo en SOLIDWORKS y se elige la opción ensamblaje, que permite juntar las diferentes piezas que hayan sido diseñadas.

En primer lugar, se coloca el soporte, pieza que será fija y que actuará como referencia absoluta del sistema. Una vez colocado el soporte, se añaden piezas de forma consecutiva y se ensamblan mediante relaciones de posición. Es decir, se restringe el movimiento de las piezas estableciendo relaciones como la concentricidad de los orificios donde el mecanismo deber rotar o la coincidencia de las caras que no deben desplazarse en la dirección del eje OZ. Este punto es importante dado que el análisis de fuerzas posterior se hará en función de las relaciones establecidas.



Figura 20. Ensamble del sólido 1 y el soporte del mecanismo.



Figura 21. Ensamble del sólido 2 al ensamblaje de la Figura 20.



Figura 22. Ensamble del sólido 3 al ensamblaje de la Figura 21.



Figura 23. Ensamble total del mecanismo.

3.2. Simulación del movimiento.

La simulación del movimiento con Solidworks proporciona una animación realista del mismo de tal forma que se puede apreciar la correspondencia entre el movimiento de la barra accionada por el motor y el movimiento de las escobillas durante un ciclo completo. Para ello, primero se accede a la pestaña “Estudio de movimiento” y además se activan los complementos SOLIDWORKS Motion y SOLIDWORKS Simulation. En dicha pestaña existe la posibilidad de realizar 3 tipos de animación: Animación, Movimiento básico y Análisis de movimiento. Para este caso, se elige la tercera opción, dado que es la más completa y permitirá mostrar todos los cálculos necesarios.

Una vez definido cómo será el campo de trabajo, es necesario añadir las fuerzas externas que actúan sobre el sistema. Para ello se añade un motor rotatorio en el punto O, el cual hará girar el mecanismo a 35rpm de manera constante, y se agrega la fuerza de la gravedad en el eje Y con un valor de 9.81m/s^2 .

Definidos todos los parámetros se puede obtener el movimiento del sistema. Para ello se define un estudio de movimiento con una duración de 2 segundos, de esta forma el sistema realizará un poco más de una revolución completa del sólido 1 y se podrán comparar de manera gráfica los resultados con los obtenidos de manera teórica. Además, dado que en la resolución a través de Matlab se realizarán 361 iteraciones para completar una vuelta completa de la barra 1, se configura la animación en SolidWorks para que realice el mismo número de iteraciones en cada vuelta.

3.3. Cálculo de la trayectoria, velocidades y aceleraciones.

Una vez modelado el sistema, es posible obtener diversos resultados del estudio del movimiento citado.

En primer lugar, interesa conocer la trayectoria que realizan los puntos del sistema para comprobar que realizan el movimiento requerido.

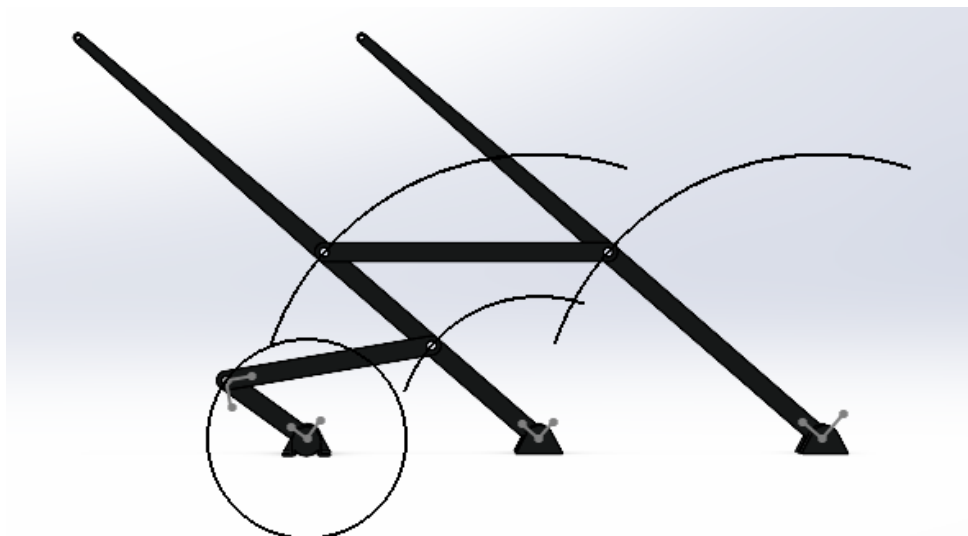


Figura 24. Trayectorias de los puntos del sistema.

Por otro lado, el software también permite el cálculo de los desplazamientos de las piezas tanto lineal como angularmente. Por ejemplo:

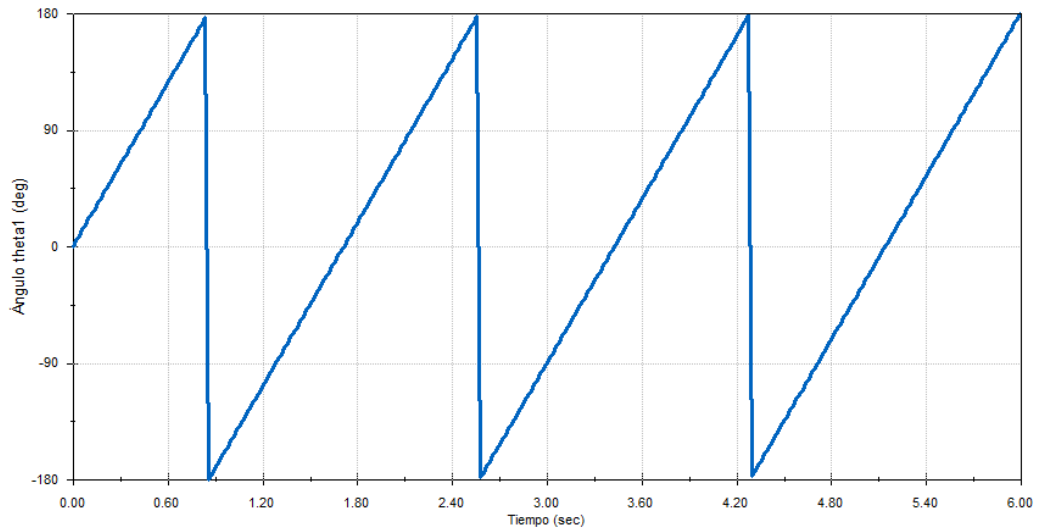


Figura 25. Ángulo θ_1 .

Sin embargo, para el estudio de este proyecto, la herramienta que más puede ayudar es la que permite calcular la velocidad y aceleración del sistema, tanto lineal como angular. Por ejemplo:

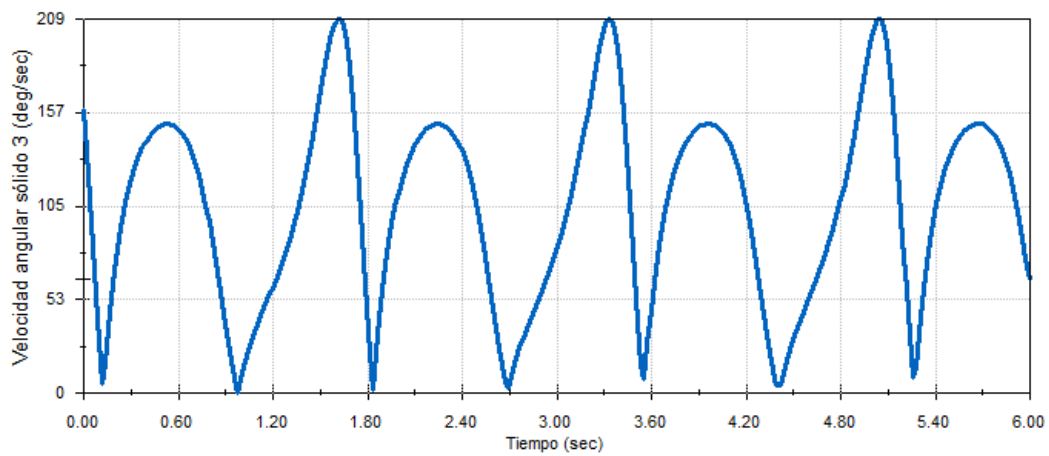


Figura 26. Velocidad angular del sólido 3.

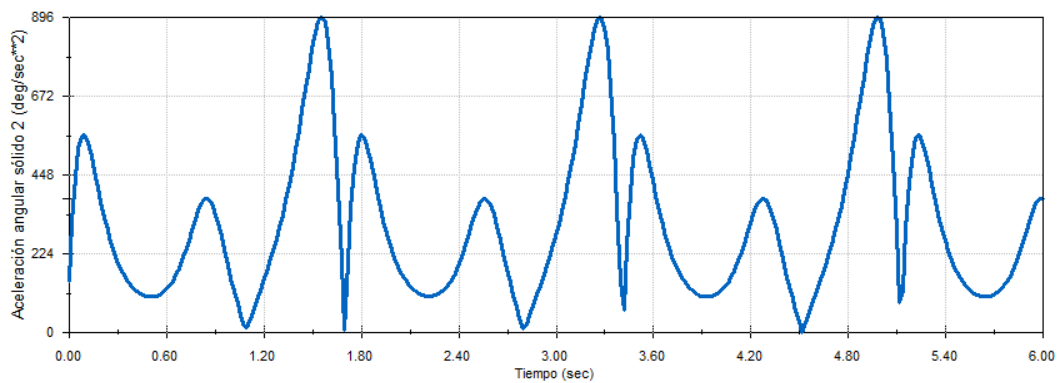


Figura 27. Aceleración angular del sólido 2.

3.4. Cálculo de las fuerzas externas del sistema.

Por último, a continuación del subapartado anterior, SOLIDWORKS permite también la obtención de las diferentes acciones de enlace en los puntos de unión entre los sólidos, lo que permite estudiar la dinámica del problema. Por ejemplo, es posible obtener:

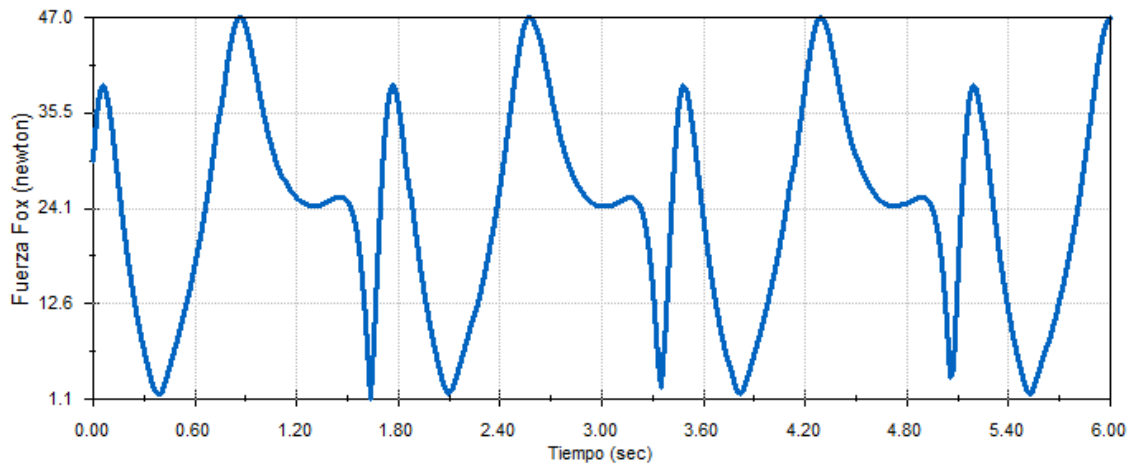


Figura 28. Fuerza F_{ox} .

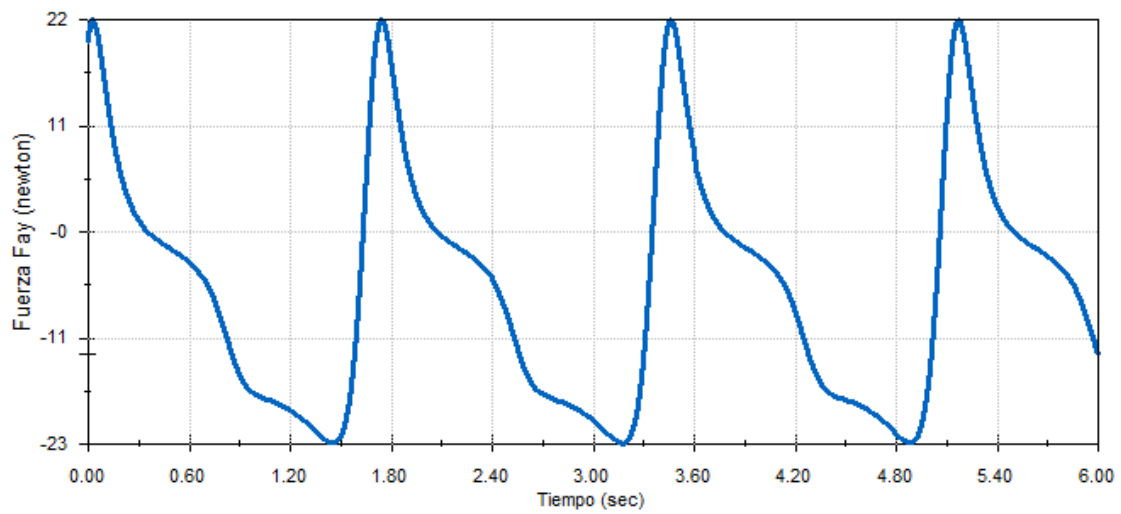


Figura 29. Fuerza F_{ay} .

4. RESOLUCIÓN DEL MODELO MATEMÁTICO DEL MOVIMIENTO CON MATLAB

En este capítulo se explica cómo se ha implementado el modelo matemático del sistema en un programa de cálculo computacional para poder resolver de forma teórica el sistema mecánico de este proyecto.

4.1. Software empleado.

El software de cálculo computacional elegido para la resolución de las ecuaciones del sistema ha sido MATLAB. "MATLAB es una plataforma de programación y cálculo numérico utilizada por multitud de ingenieros y científicos para analizar datos, desarrollar algoritmos y crear modelos" (Moler, 1984). En este caso, se utiliza el entorno que proporciona Matlab para programar diferentes archivos y funciones ejecutables en el programa. Dichos archivos permiten obtener el resultado de las ecuaciones descritas en capítulo 2, es decir, los parámetros cinemáticos y dinámicos necesarios para resolver el sistema mecánico.

4.2. Métodos numéricos para la resolución del sistema.

Recordemos que en el apartado 2 del proyecto se plantearon dos ecuaciones de posición (ecuaciones (4) y (5)) a partir de cuyas derivadas se obtienen las ecuaciones de velocidad y aceleración del sistema (ecuaciones (6) (7) (8) y (9)), es decir, las ecuaciones necesarias para calcular los parámetros cinemáticos en diferentes condiciones. Estas ecuaciones de posición forman un sistema que no puede ser resuelto por sustitución, dado que al contener funciones trigonométricas y formar parte nuestras incógnitas de los argumentos de las mismas, se tiene un sistema de 2 ecuaciones no lineales con 2 incógnitas. Por ello, es necesaria la aplicación de un método numérico que mediante sucesivas iteraciones permita hallar la solución más próxima a la solución real del sistema reduciendo el error a la mínima cantidad posible.

Tras analizar el sistema de ecuaciones a resolver, se ha decidido aplicar el método Newton-Raphson para la resolución del problema, dado que aporta gran compatibilidad con el software SOLIDWORKS, es un método numérico muy utilizado en la práctica y ha sido estudiado a lo largo del Grado de Ingeniería de Tecnologías Industriales en la Universidad de Zaragoza.

4.3. Dinámica "inversa" y "directa".

A la hora del estudio de un sistema mecánico existen dos posibles vías de resolución en función de cuáles sean los datos de entrada conocidos.

En primer lugar, la forma más estudiada consiste en resolver el sistema mecánico conociendo la posición y sus dos derivadas sucesivas en todo instante. Esta vía de resolución es conocida como dinámica "inversa".

Sin embargo, esto no siempre es posible. Muchas veces a la hora de diseñar o calcular un mecanismo, las limitaciones provienen de los materiales y las fuerzas que estos pueden soportar. Es decir, las fuerzas externas son conocidas (el par motor en este caso) y son el dato de entrada del sistema. Conociendo esto, se resuelve el sistema matemático y se calculan todos los parámetros cinemáticos y dinámicos obteniendo el valor de la velocidad y posición de los puntos del sistema. Esta otra vía de resolución es conocida como dinámica "directa".

Como bien se ha comentado previamente, en este caso se conoce la posición, velocidad y aceleración angular de la barra OA en todo instante, por lo que el sistema mecánico será resuelto de manera “inversa”.

4.3.1. Cálculo de la posición, velocidad y aceleración.

En primer lugar, se debe crear un fichero que contiene todos los datos iniciales conocidos del sistema. En este caso, dicho fichero tiene el nombre de *initialdatainv.m*. En este fichero se escriben primero las dimensiones de los sólidos y también la distancia al centro de masa de cada uno de los sólidos, lo cual es proporcionado por SolidWorks, previamente definido. Posteriormente se definen la velocidad y aceleración de los puntos fijos en la referencia absoluta, que serán valores nulos; la velocidad angular de la barra 1, conocida puesto que corresponde a la velocidad del motor (35 rpm); y la aceleración angular de la barra 1, igual a cero por girar a velocidad angular constante. Finalmente, se añade el momento de inercia, la masa de cada uno de los sólidos y la gravedad, proporcionado todo por SolidWorks.

Una vez se han definido todos los parámetros iniciales del problema, se procede a escribir el fichero principal desde el que se resolverán todas las variables del problema, llamado *DINAMICA INVERSA.m*.

Primero, se limpia el entorno de trabajo y se carga el fichero con los valores iniciales del problema. Posteriormente, se comprueba que el dimensionado del problema cumple la Ley de Grashof y en caso contrario se para la ejecución del código.

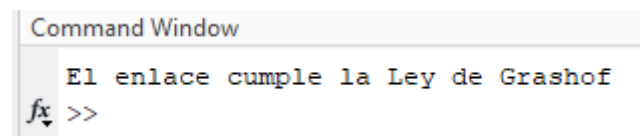


Figura 30. Confirmación del correcto dimensionado del sistema.

Después, se realiza la parte más costosa a nivel computacional del código. Para la resolución de las ecuaciones de la posición a lo largo de una revolución completa del sólido 1, se ha implementado el método de Newton-Raphson (que en adelante indicaremos simplemente como NR) dentro de un bucle. Es decir, el ángulo θ_1 , toma valores de 1° en 1° consecutivamente hasta 360° , de forma que para cada valor de θ_1 , se calcula a través del método numérico cual es la solución de las ecuaciones y se guardan los resultados en un vector correspondiente a cada una de las variables. Como se ha comentado, para cada uno de los valores se ha implementado el método NR dentro del código, tomando como valores iniciales 55° para el ángulo θ_2 y 125° para θ_3 ; se establece una tolerancia de 1×10^{-9} y un número máximo de 30 iteraciones, deteniendo la ejecución del código si no se encuentra una solución antes. Finalmente, una vez calculado el valor de las ecuaciones de posición, se calculan los vectores unitarios para los ángulos calculados, que conociendo la distancia permiten hallar la posición de todos los puntos del sistema.

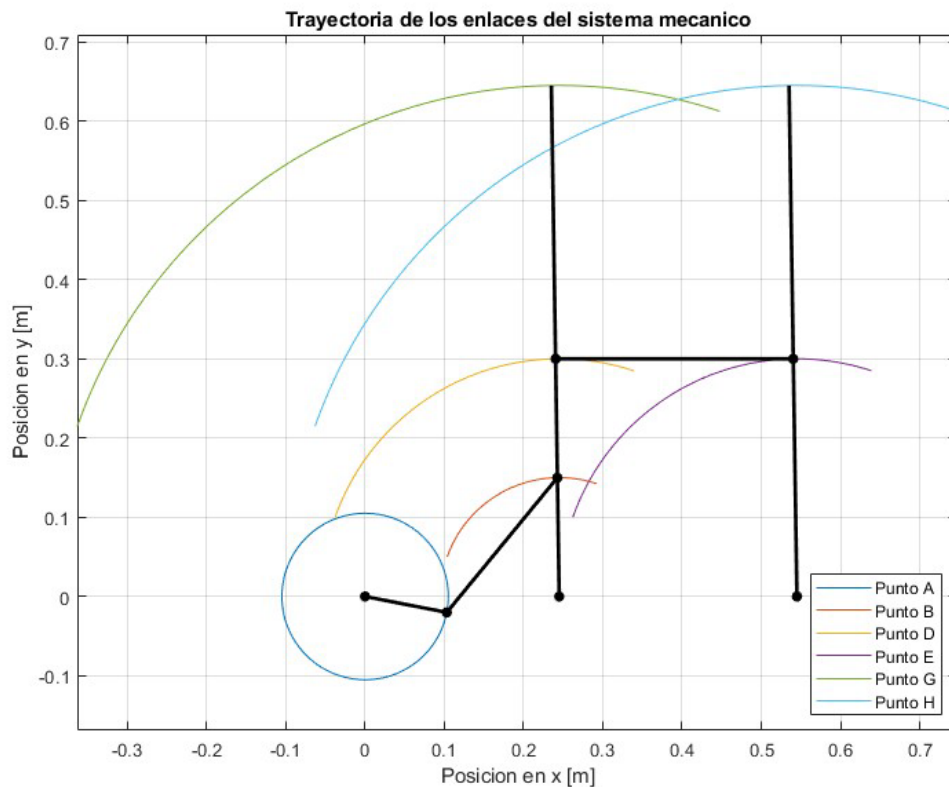


Figura 31. Trayectorias de los puntos del sistema en Matlab.

Posteriormente, se realiza el cálculo de la velocidad y aceleración de los diferentes puntos del mecanismo. Dado que las ecuaciones (6), (7), (8) y (9) son lineales, basta con resolver las ecuaciones (6) y (7) y las ecuaciones (8) y (9) como un sistema lineal de 2 ecuaciones con 2 incógnitas, de la forma $AX = B$, donde X está formado por la velocidad angular o la aceleración angular de los sólidos 2 y 3. Estos cálculos se realizan también de forma iterativa en función de los valores que toman los ángulos durante una vuelta completa de la barra 1 y se almacenan en vectores que permiten su posterior representación gráfica.

Una vez se dispone de los valores de las velocidades y aceleraciones angulares del sistema, se calculan las velocidades y aceleraciones lineales de los diferentes puntos de enlace del mecanismo a través de las funciones *FindVel.m* y *FindAcc.m*, definidas en el ANEXO III.

Finalmente, se representan los valores obtenidos que sean necesarios concluyendo así el cálculo teórico de la parte cinemática del problema. A continuación se muestran algunos ejemplos:

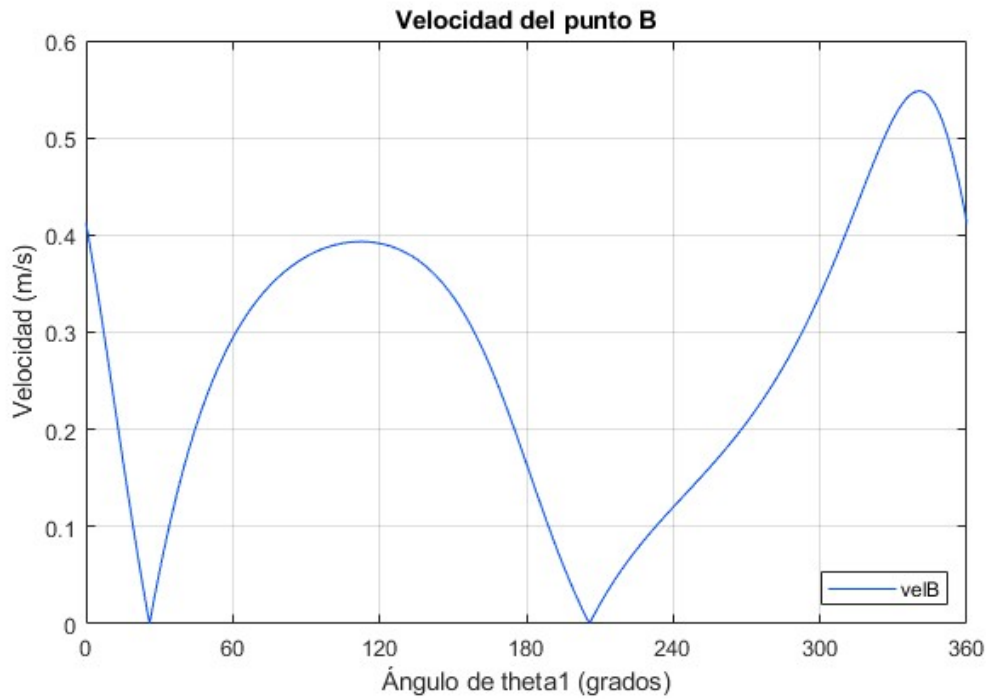


Figura 32. Velocidad del punto B en Matlab.

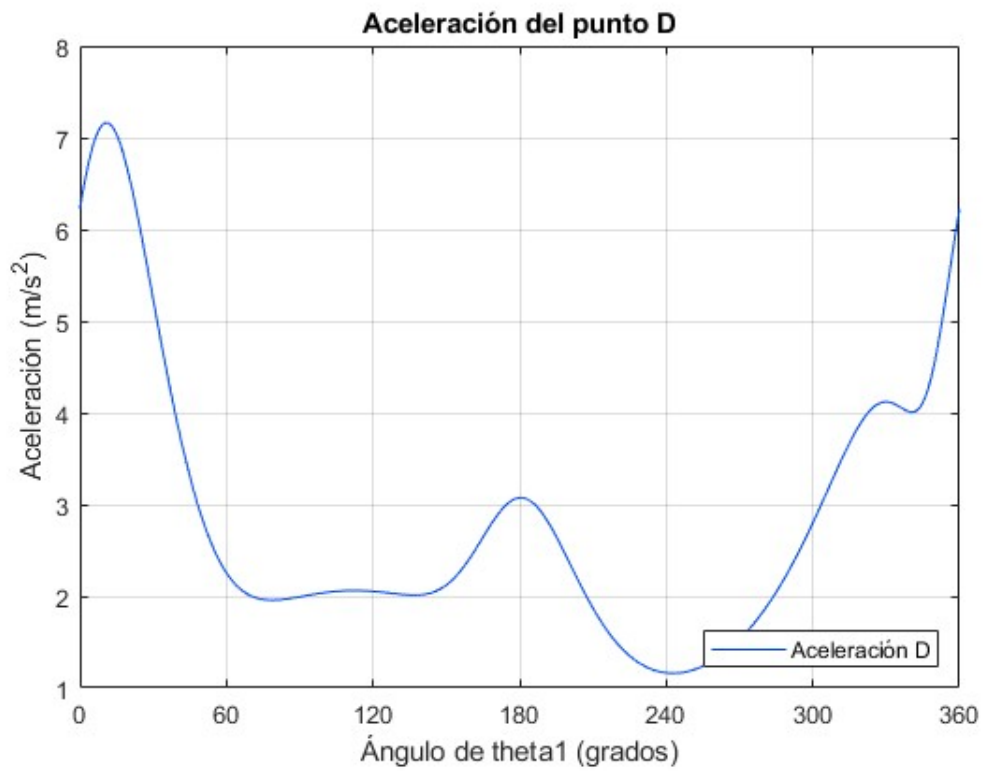


Figura 33. Aceleración del punto D en Matlab.

4.3.2. Cálculo del par motor y acciones.

Al igual que para la resolución de la parte cinemática del mecanismo, para resolver la parte dinámica se van a realizar sucesivas iteraciones y se guardarán los resultados obtenidos en la posición correspondiente de su vector según los valores de θ_1 .

Como se explica en el capítulo 2, para poder aplicar el TCM y el TMC es necesario calcular la aceleración de los centros de masa. De tal modo, al igual que se ha hecho en el apartado 4.3.1 para otros puntos del sistema, se calcula la posición del centro de masa de cada sólido y su aceleración para cada instante.

Posteriormente, se resuelve el sistema formado por las ecuaciones de la (17) a la (31), un sistema de 15 ecuaciones con 15 incógnitas, de la forma $AX = B$ donde X está formado por el par motor y las acciones externas. De este modo, se almacena el valor de cada una de las fuerzas en un vector con 2 filas (una para cada coordenada) y tantas columnas como instantes se hayan calculado.

Finalmente, se representan las fuerzas necesarias a estudiar, así por ejemplo:

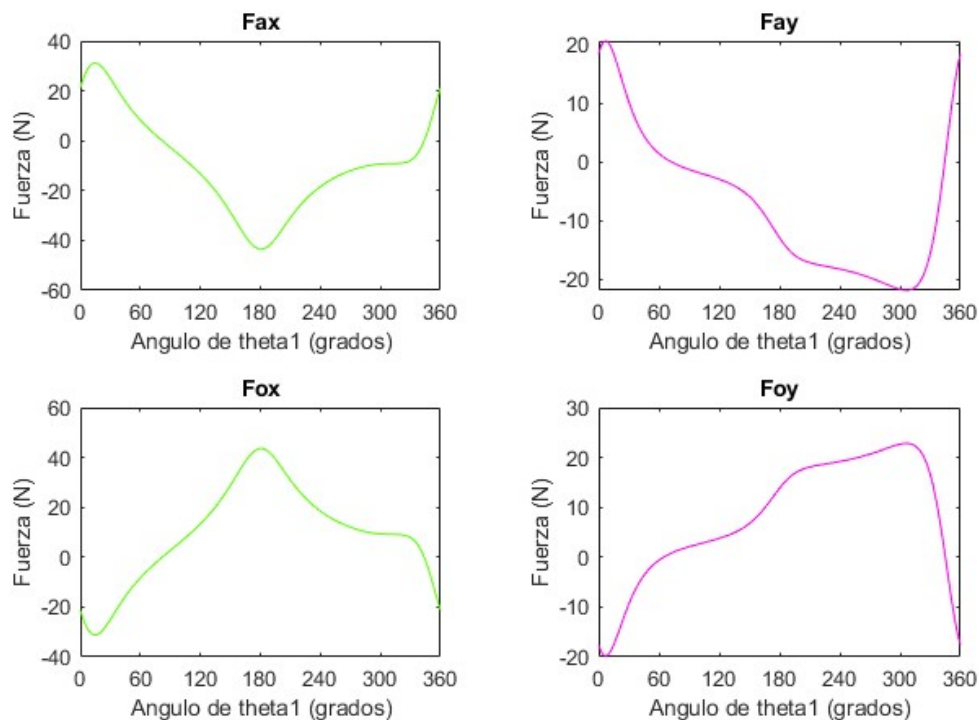


Figura 34. Fuerza en el punto A y el punto O en Matlab.

5. COMPARACIÓN DE LOS RESULTADOS OBTENIDOS

Una vez se dispone de todos los cálculos necesarios, se utiliza este capítulo del proyecto para hacer una comparación de los resultados obtenidos tanto de forma teórica como a través del software de simulación, objetivo principal del proyecto.

Para ello en primer lugar se equiparan las Figuras 24 y 31 las cuales muestran como el mecanismo realiza la misma trayectoria para cada uno de los puntos independientemente de la vía de resolución. De esta forma, se comprueba que el mecanismo realiza el movimiento deseado en el plano.

En segundo lugar, es necesario cotejar que las velocidades del sistema también proporcionan unos valores similares por ambas vías de resolución. Para ello, se realiza una comparación de algunos de los puntos más significativos del sistema: el punto B, punto de enlace entre los sólidos 2 y 3; y el punto D, punto de unión de las barras 3 y 5 para producir el movimiento del sólido 4; y el punto H, extremo más alejado del sistema y donde irá colocada la escobilla más cercana al conductor.

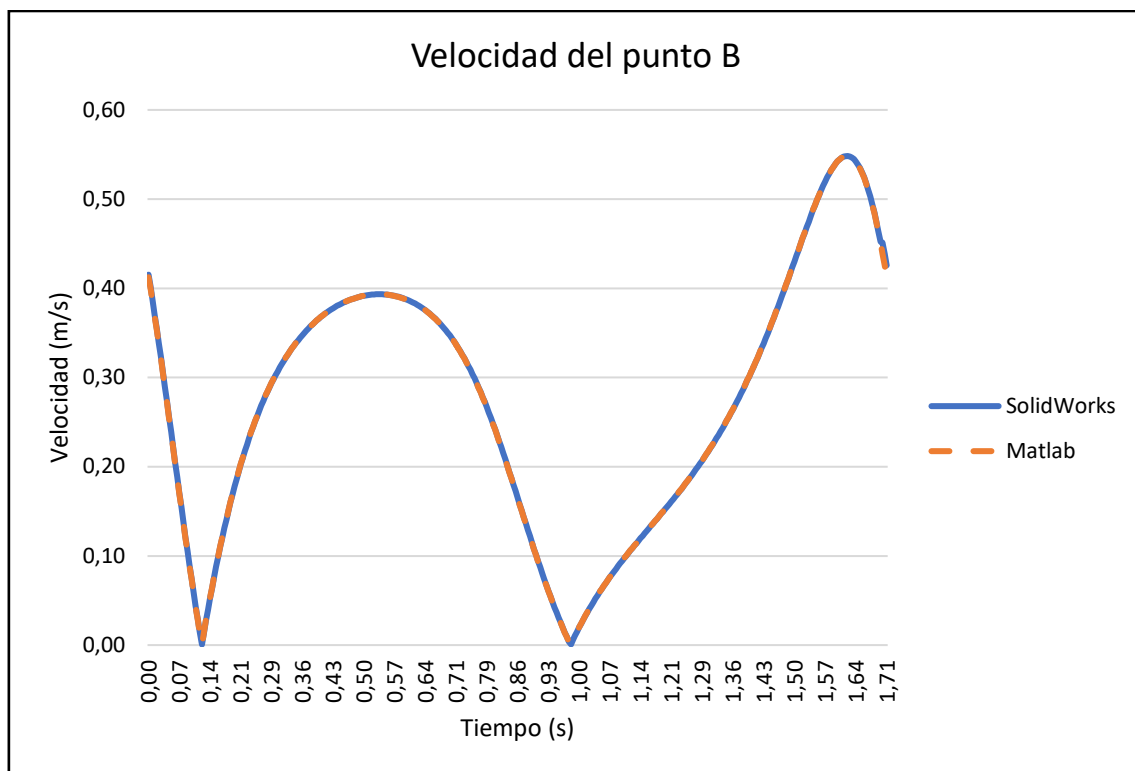


Figura 35. Velocidad del punto B en SolidWorks y Matlab.

Como se puede observar en las Figura 35, a través de ambos programas se obtienen dos gráficas idénticas para el valor de la velocidad del punto B del sistema. Del mismo modo, se puede ver como los resultados coinciden en la Figura 36 para la velocidad del punto D, y en la Figura 37 para la velocidad del punto H.

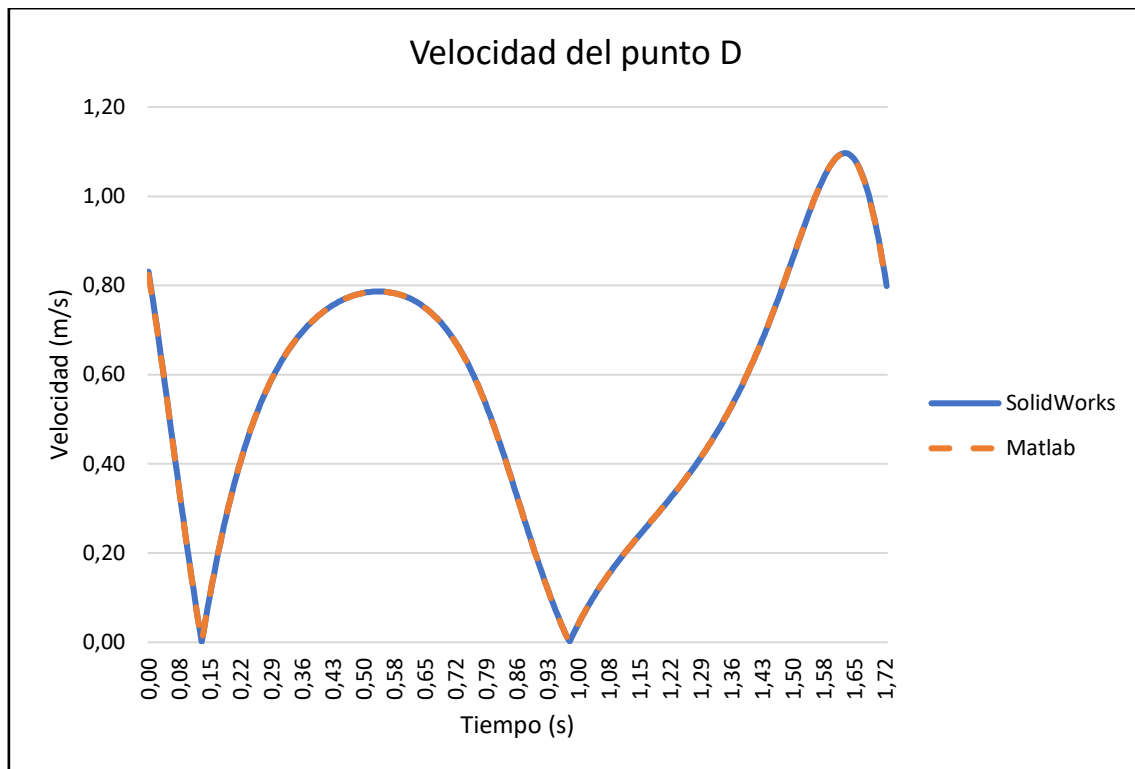


Figura 36. Velocidad del punto D en SolidWorks y Matlab.

Además, en este caso al ser un punto situado al doble de distancia en el sólido que el punto B, el punto realiza un movimiento al doble de velocidad.

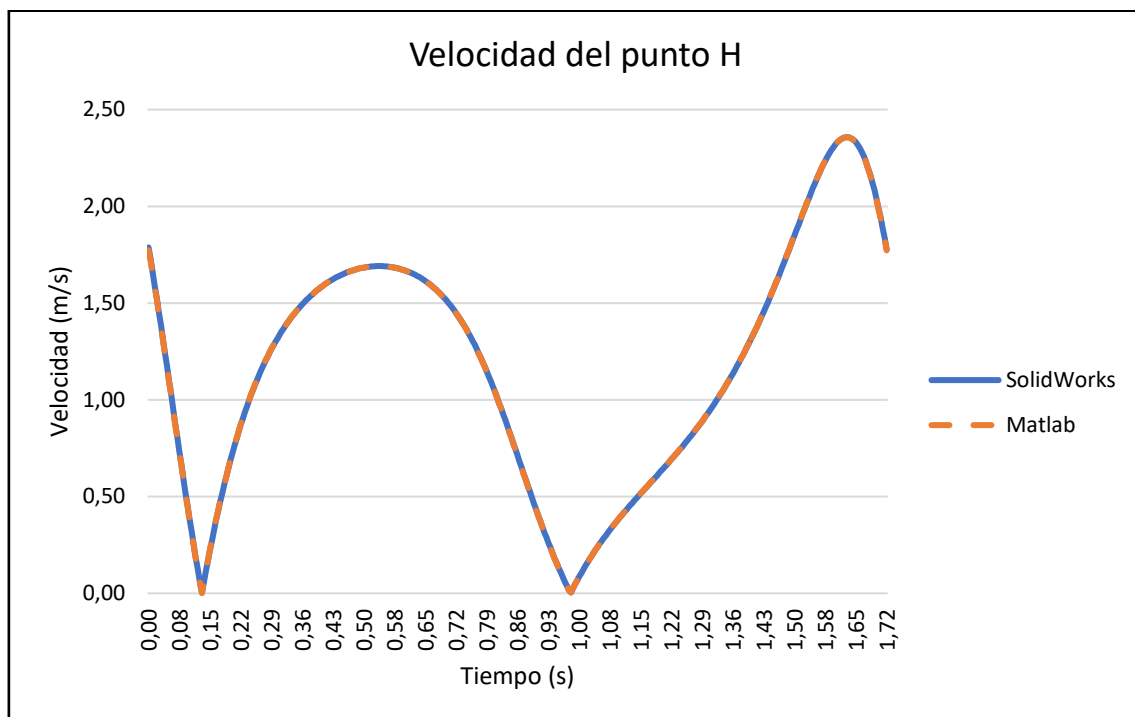


Figura 37. Velocidad del punto H en SolidWorks y Matlab.

Del mismo modo, al ser el punto más alejado en el eje OY dentro de los sólidos 3 y 4, es junto con el punto G, el punto con más velocidad del sistema.

Posteriormente, se van a confrontar las aceleraciones de los puntos G y A del sistema para comprobar que están igualmente calculadas de forma correcta por ambos métodos de resolución.

Aceleración del punto A:

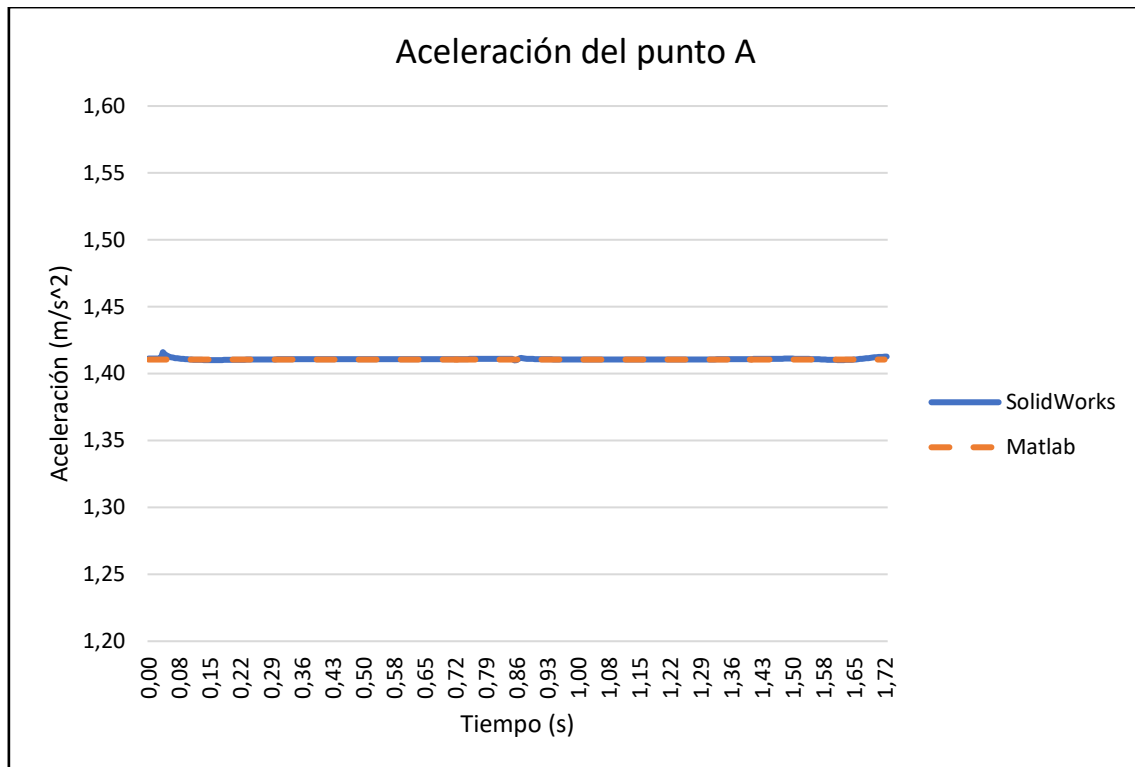


Figura 38. Aceleración del punto A en SolidWorks y Matlab.

En este caso, al ser constante la velocidad a la que gira el sólido 1, es también constante el módulo de la aceleración, con un valor de 1.41 m/s^2 como se puede ver en la Figura 38.

Aceleración del punto G:

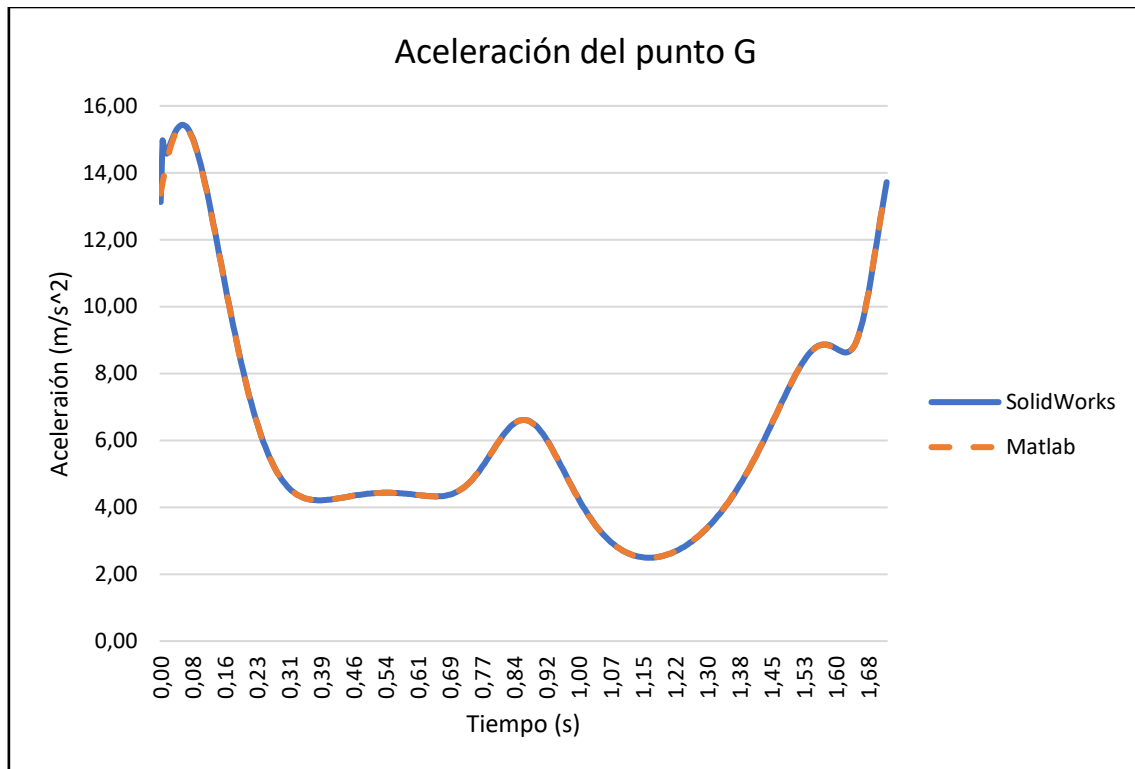


Figura 39. Aceleración del punto G en SolidWorks y Matlab.

Como se puede observar, la aceleración para el punto G coincide en la Figura 39. Además, se advierte que la aceleración alcanza su punto máximo cuando los sólidos 1 y 2 están completamente alineados y el punto G se encuentra en el punto más alejado en el eje OX respecto del punto O. Sin embargo, realiza un pequeño pico de nuevo cuando de nuevo los sólidos 1 y 2 están alineados en la posición opuesta.

Con los resultados citados, es posible concluir que efectivamente se obtienen los mismos resultados para la parte cinemática del problema (trayectorias, velocidades y aceleraciones).

Dicho esto, se procede a cotejar los resultados de la parte dinámica del problema. Para ello, se confrontan los resultados obtenidos por ambas vías de resolución del par motor y las fuerzas en los puntos C y E.

Fuerzas en C:

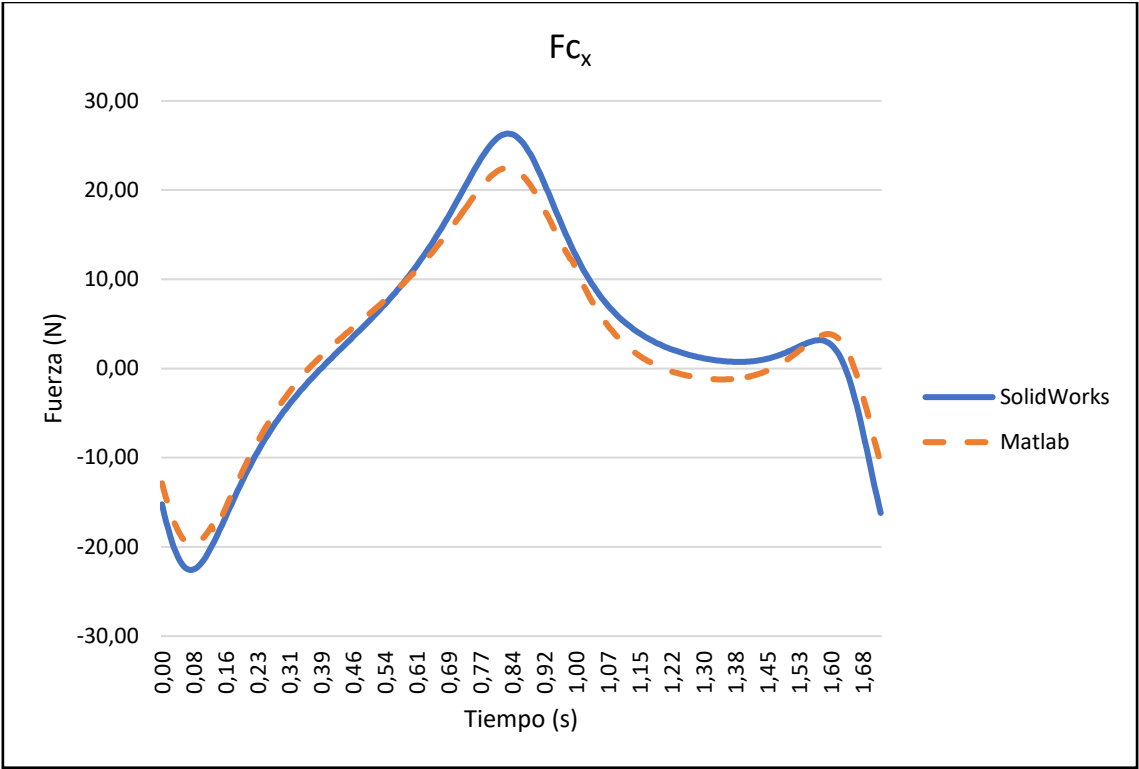


Figura 40. Fuerza en el punto C en la dirección del eje OX.

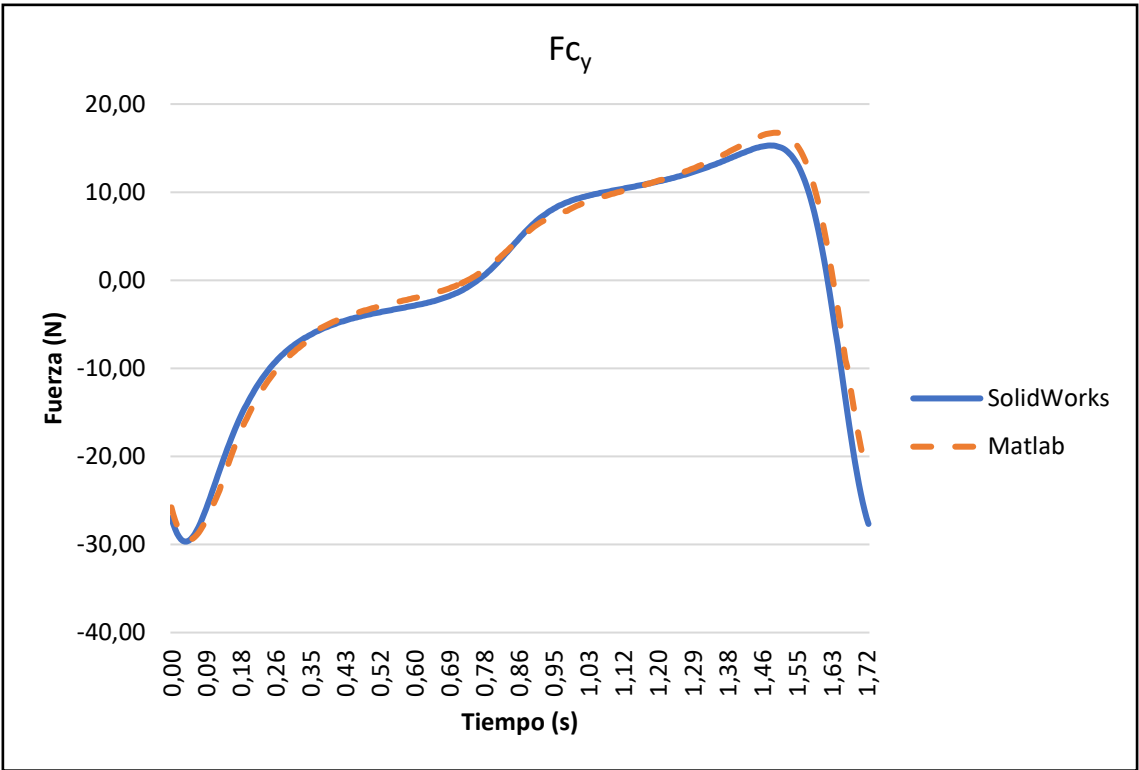


Figura 41. Fuerza en el punto C en la dirección del eje OY.

Fuerzas en E:

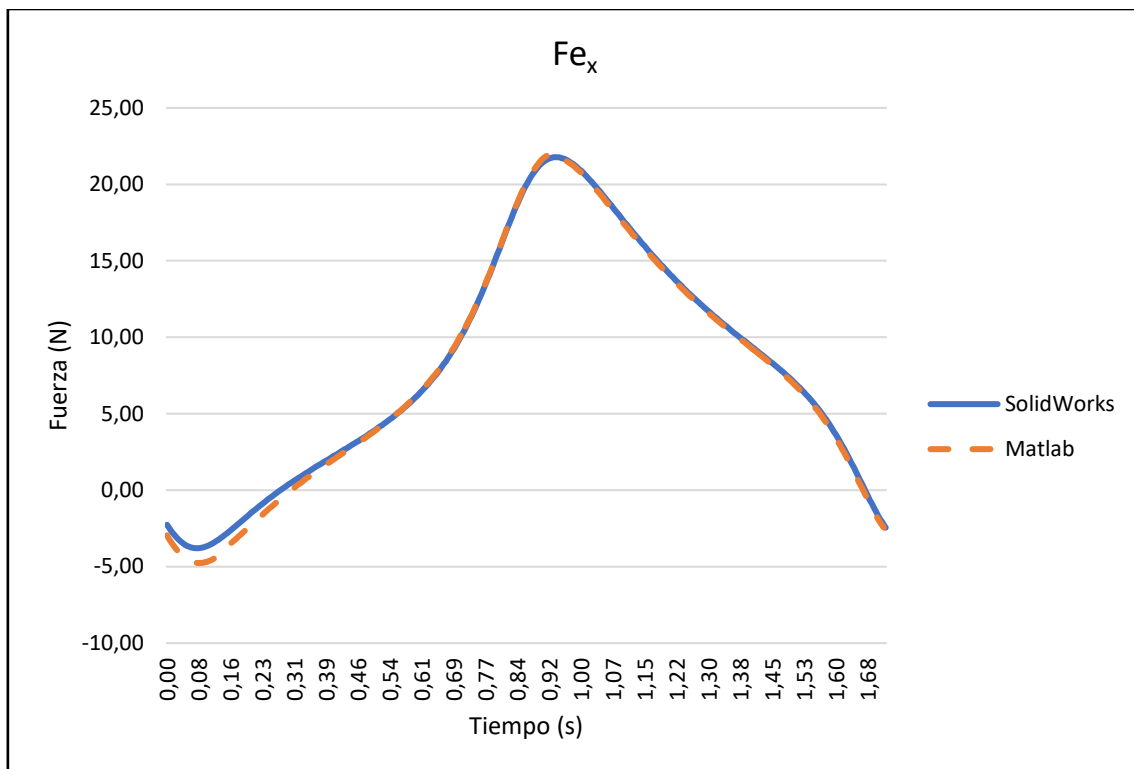


Figura 42. Fuerza en el punto E en la dirección del eje OX.

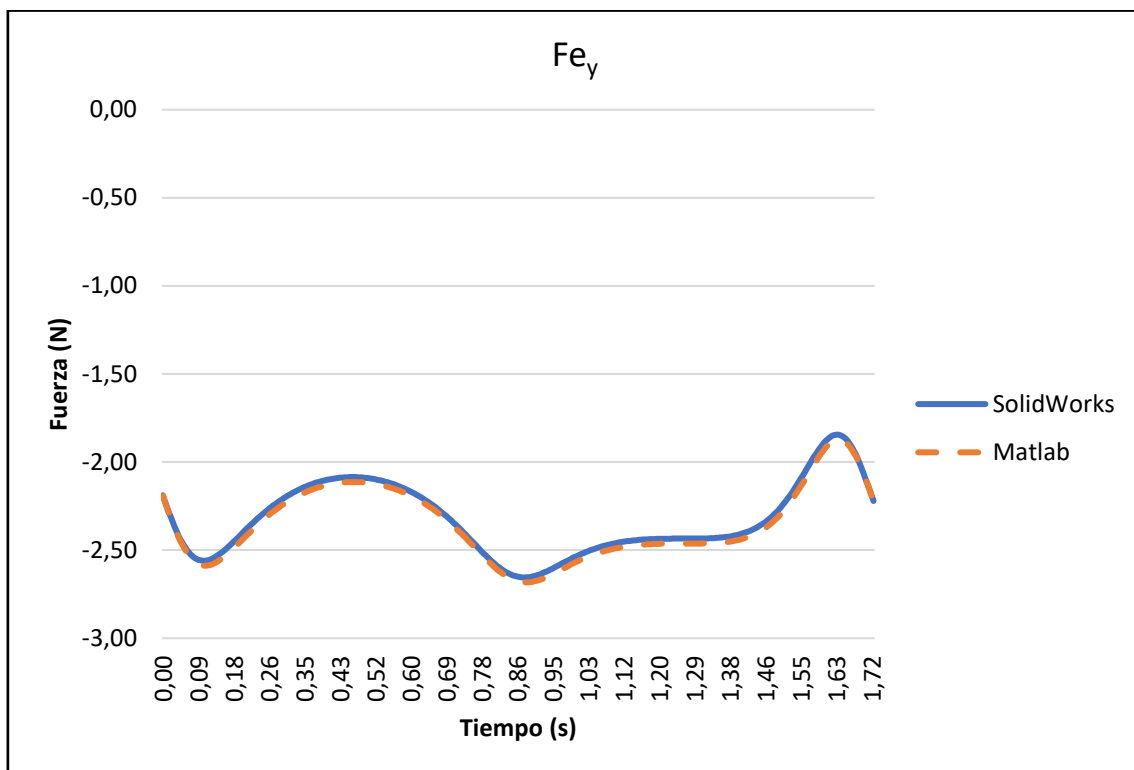
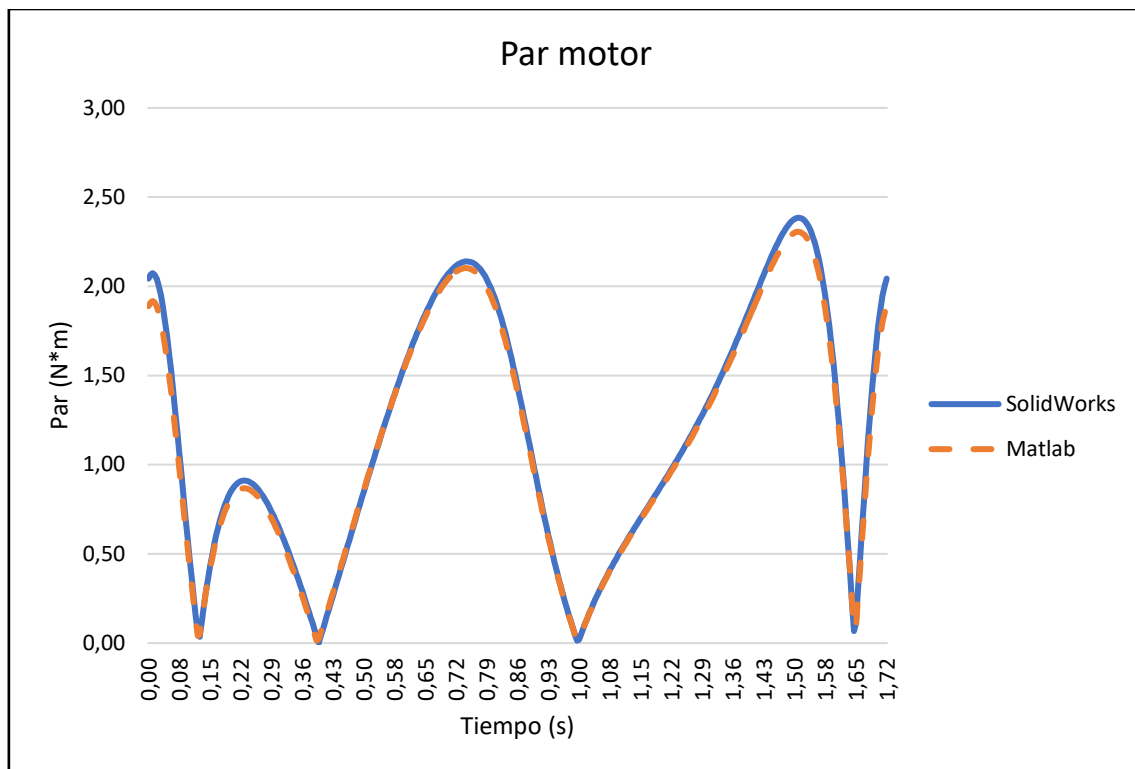


Figura 43. Fuerza en el punto E en la dirección del eje OY.

Par motor:

*Figura 44. Par motor.*

Como se puede comprobar en las figuras 40-44, los resultados obtenidos tanto por SolidWorks como por Matlab también coinciden para el estudio de las variables dinámicas del problema.

De esta manera podemos concluir que, tanto para el cálculo de la parte cinemática como la parte dinámica del problema, ambas vías de resolución están correctamente ejecutadas. Además, se confirma que la resolución del problema de manera teórica coincide con la resolución realizada por el programa de diseño CAD, salvo pequeñas diferencias para los resultados de la parte dinámica debidos a la forma de calcular estos parámetros del programa SolidWorks.

6. ANÁLISIS DE LA FUERZA DE ROZAMIENTO

En este caso, se va a realizar un estudio y comparación más aproximado a la realidad sobre el efecto de la fuerza de rozamiento. Este estudio es un punto importante a tener en consideración, dado que la finalidad de este tipo de mecanismos es eliminar los materiales que se sitúan en la superficie con las que las escobillas del limpiaparabrisas están en contacto.

De tal modo, en la resolución teórica a través de Matlab, se aplica la fuerza de rozamiento como un valor constante en el centro de gravedad de los sólidos 3 y 4, pues son los que están en contacto con el cristal. Para ello, en las ecuaciones planteadas en el capítulo dos, los términos correspondientes a la fuerza de rozamiento que han sido marcados en color rojo anteriormente ya no tienen un valor nulo, si no que se calculan de la siguiente manera.

La fuerza de rozamiento se considera aplicada en el centro de gravedad de cada barra y es opuesta a su velocidad. Se proyecta en los ejes cartesianos OX y OY según las ecuaciones (29) y (30). Considerando la ecuación (29), el término, $(valor) \frac{v_{Gix}}{|\bar{v}_{Gi}|}$, es el módulo de la proyección de la fuerza de rozamiento en el eje OX, y el término, $-\frac{v_{Gix}}{|\bar{v}_{Gix}|}$, es un vector unitario cuyo valor negativo indica que se opone a la velocidad del centro de gravedad en la dirección de dicho eje OX.

$$F_{RGix} = (valor) \frac{v_{Gix}}{|\bar{v}_{Gi}|} \left(-\frac{v_{Gix}}{|\bar{v}_{Gix}|} \right) \quad i = 3,4 \quad (29)$$

$$F_{RGiy} = (valor) \frac{v_{Giy}}{|\bar{v}_{Gi}|} \left(-\frac{v_{Giy}}{|\bar{v}_{Giy}|} \right) \quad i = 3,4 \quad (30)$$

Acorde con la tesis realizada por Mark Dooner en 2016, la fuerza de fricción o fuerza de rozamiento de un polímero elástico contra un cristal, caso de estudio de este limpiaparabrisas, se comporta de la siguiente manera.

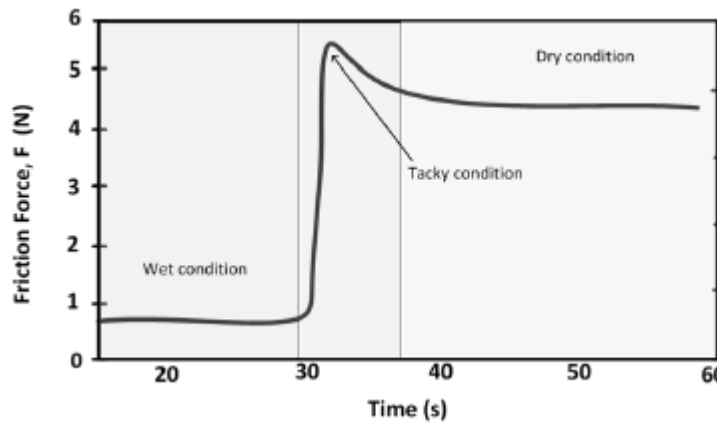


Figura 45. Coeficiente de fricción en diferentes condiciones del limpiaparabrisas (Dye, 2011).

De tal modo, se va a estudiar cómo varía el par motor del sistema de este proyecto en función de los tres valores de la fuerza de fricción reflejados en la Figura 45, y que se implementarán en el término $(valor)$ de las ecuaciones (29) y (30). Estos valores de la fuerza de fricción indican tres estados del limpiaparabrisas, cuando ha caído líquido sobre el cristal y este se encuentra mojado, por la presencia de lluvia por ejemplo; cuando hay líquido sobre el cristal pero no es suficiente para ejecutar de manera continua el mecanismo del limpiaparabrisas y cuando el

crystal está seco. Por eso, se considera la tesis del profesor Mark Dooner donde los valores aproximados de la fuerza de rozamiento para cada situación son:

Mojado: 0,9 N

Transición: 5,5 N

Seco: 4,5 N

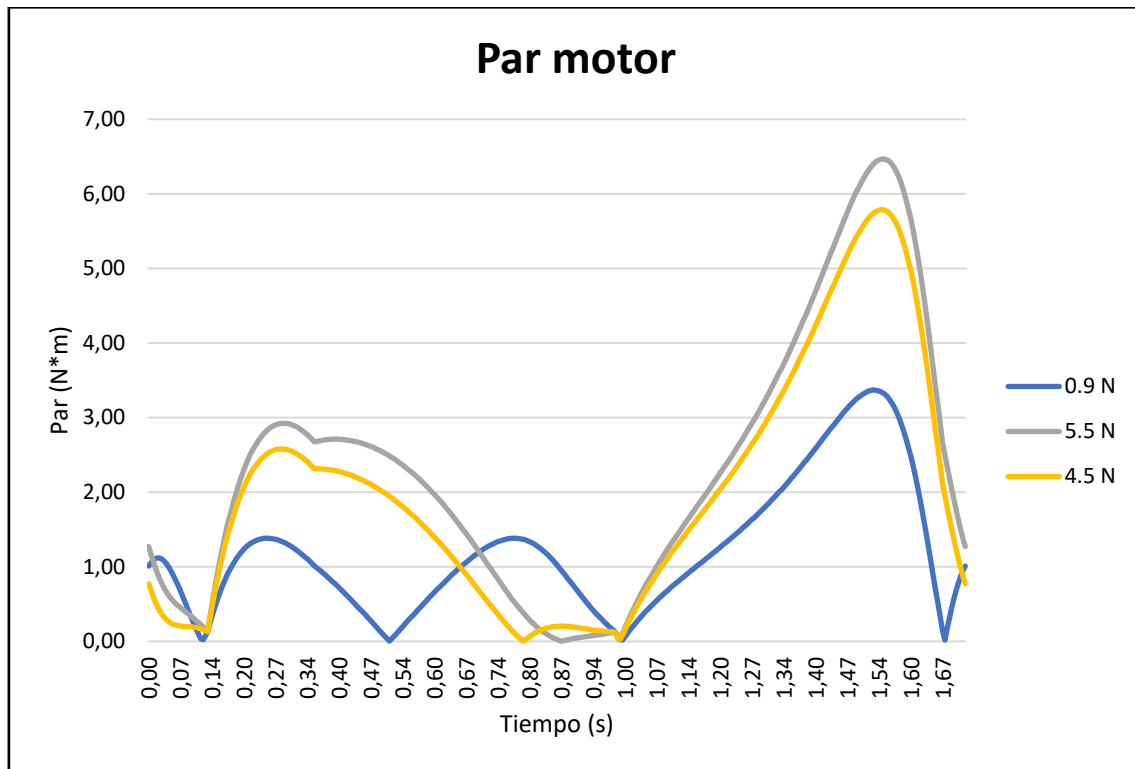


Figura 46. Par motor en función de la fuerza de rozamiento.

Como se observa en la Figura 46, el par motor del sistema varía según la fuerza de rozamiento aplicada. Como se puede comprobar, cuanto mayor es la fuerza de rozamiento, mayor es el par motor necesario para que el sistema funcione correctamente. Visualizando la gráfica correspondiente a la fuerza de rozamiento de 0.9 N, se puede afirmar que se obtiene un gráfico similar en forma y valores al representado en la Figura 44, siendo en este caso mayor el par motor máximo dado que en la Figura 44 no se tiene en cuenta la fuerza de rozamiento. Si se observan las gráficas debidas a las fuerzas de rozamiento de 5.5 N y 4.5 N, se puede observar que las curvas presentan dos picos distinguibles que corresponden al movimiento del mecanismo cuando pasa de su posición de contracción a extensión o viceversa. En cualquier caso, como se ha comentado, los resultados obtenidos en la Figura 46 permiten comprobar que el par motor aumenta en función de la fuerza de fricción que se opone al movimiento del limpiaparabrisas. Por ello, se puede concluir que se necesita menor par motor para el movimiento de limpiaparabrisas cuando la superficie sobre la que se apoya está mojada y el par necesario aumenta cuando nos acercamos hacia un estado en el que está seca.

CONCLUSIONES Y LÍNEAS FUTURAS

Como se comentó al principio de este documento, el objetivo de este Trabajo de Fin de Grado es realizar el modelo dinámico del mecanismo de un limpiaparabrisas para establecer un procedimiento de simulación de un sistema mecánico correspondiente a la asignatura de Mecánica del Grado en Ingeniería de Tecnologías Industriales.

Para ello se ha realizado en primer lugar la definición del mecanismo de estudio mostrando como los modernos y complejos sistemas mecánicos actuales están contruidos a partir de la composición de mecanismos simples.

Una vez definido el mecanismo, se ha constituido el modelo matemático que permite obtener todas las variables cinemáticas y dinámicas del sistema, en base a las técnicas y conocimientos adquiridos en las asignaturas del Grado. De esta forma se muestra como los conocimientos adquiridos por el alumno durante la carrera son la base que permitirá a éste la resolución de sistemas más complejos una vez termine sus estudios, en su posterior desarrollo profesional.

Posteriormente, se crea un modelo del mismo mecanismo en el programa de diseño CAD SolidWorks, lo que además de ofrecer los resultados a comparar, otorga una visión gráfica del movimiento del sistema mecánico, lo cual no es posible observar en las ecuaciones matemáticas obtenidas por métodos teóricos.

Después del modelado y utilizando los datos mecánicos que SolidWorks otorga acerca de los materiales utilizados, se ha resuelto el modelo matemático del sistema a través de Matlab. De nuevo, esto ofrece una visión más realista de la aplicación de la asignatura a los diseños reales y permite ir un paso más allá, puesto que en los sistemas resueltos a lo largo del Grado, únicamente se obtienen las ecuaciones sin llegar a resolverlas o analizar los valores de los parámetros cinemáticos y dinámicos planteados.

En última instancia, se realiza una representación gráfica y comparación de la trayectoria, velocidad, aceleración o fuerza de diferentes puntos del mecanismo a través de ambos softwares, es decir, una representación y comparación de los resultados. De esta manera se muestra como los softwares de diseño de mecanismos utilizados hoy en día para la resolución de mecanismos complejos, están basados en los modelos matemáticos teóricos que permiten la representación y el cálculo de todos sus elementos. Por último, se ha realizado un estudio del par motor del sistema en función de la fuerza de fricción en tres situaciones diferentes, según el estado del cristal que limpiará el limpiaparabrisas (mojado, transición y seco).

Gracias a los resultados obtenidos comentados en los capítulos 5 y 6, se muestra como los modernos softwares de diseño CAD facilitan la fabricación de nuevos mecanismos, permitiendo obtener resultados de manera más rápida que de forma numérica, facilitando el ahorro de tiempo y dinero en la fabricación de nuevos prototipos.

A partir de estos resultados hallados, es posible concluir que se ha alcanzado el objetivo principal de este proyecto, puesto que la comparación de los resultados obtenidos por ambos programas satisface las necesidades con suficiente precisión. Además, se ha creado un código de programación en Matlab que permitirá al alumno del Grado ver la aplicabilidad del cuadrilátero articulado en un mecanismo real y lo acercará a la programación para la resolución de sistemas matemáticos complejos, algo necesario para su desarrollo profesional hoy en día.

Sirviendo como base este proyecto, se pueden definir diferentes líneas futuras para la continuación del estudio del mecanismo. En primer lugar, se debería hacer un análisis de cómo afecta la velocidad del motor eléctrico que mueve el mecanismo a los diferentes elementos del sistema. De esta manera, sería posible seleccionar cuál es el material más adecuado para las escobillas que limpian el cristal produciendo la menor fuerza de rozamiento posible sin perder efectividad. Por otro lado, interesa resolver el mecanismo de forma “directa”. En este caso, el par del motor del limpiaparabrisas debe ser conocido y es el dato de entrada en el sistema. Conociendo esto, se modifica el sistema matemático a resolver y se calculan todos los parámetros cinemáticos y dinámicos mediante la resolución del sistema de 17 ecuaciones y 17 incógnitas mostrado en el Anexo IV. De esta forma, es posible hacer un estudio de la velocidad de los diferentes puntos del mecanismo en caso de que el par motor sea conocido.

BIBLIOGRAFÍA

- 50webs, P. (2022). *Aceros*. Obtenido de http://polamalu.50webs.com/OF1/mecanica/tabla_1.htm
- Andrade, R. (13 de Julio de 2021). *TIPOS DE ACERO Y SUS PROPIEDADES ¿CÓMO ELEGIR EL ADECUADO?* Obtenido de <https://www.randrade.com/blog/nosotros/tipos-de-acero-y-sus-propiedades-como-elegir-el-adeecuado>
- Constans, E., & B. Dyer, K. (2019). *Introduction to Mechanism Design with computer applications*. Nueva York: Taylor & Francis Group, LLC.
- Dooner, M. (2016). *Modelling, Real-Time Simulation and Control of Automotive Windscreen Wiper Systems for Electronic Control Unit Development*. Warwick: The University of Warwick, School of Engineering.
- Dye, J. (2011). *DEVELOPMENT AND APPLICATION OF COMPUTATIONAL DYNAMIC AND KINEMATIC CONSTRAINED MULTI-BODY SYSTEM SIMULATIONS IN MATLAB*. Department of Mechanical and the faculty of the Graduate School of Engineering Wichita State University. Kansas: University of Kansas and the faculty of the Graduate School of.
- Kg, E. H. (2022). *Plásticos resistentes a radiación UV*. Obtenido de <https://www.ensingerplastics.com/es-es/semielaborados/seleccion-de-materiales-plasticos/resistentes-a-radiacion-uv#:~:text=La%20adici%C3%B3n%20de%20negro%20de,buena%20a%20la%20radiaci%C3%B3n%20UV>.
- Labarta Labrador, M. (2019). *Diseño de un mecanismo para el tratamiento del linfedema*. Zaragoza: Universidad de Zaragoza.
- Llado París, J., & Sánchez Tabuenca, B. (2018). *MECANICA. Grado en ingeniería de tecnologías industriales*. Zaragoza, Zaragoza, España: Copy Center Digital.
- METALSERVICE METALES CATALUNYA, S. (15 de Agosto de 2022). *CARACTERÍSTICAS ACEROS ESPECIALES*. Obtenido de <http://www.metal-service.net/pdf/CARACTERISTIQUES%20ACERS.pdf>
- Moler, C. (1984). *MATLAB R2022a*. Obtenido de <https://es.mathworks.com/products/matlab.html>
- MOTORGIGA. (17 de Julio de 2022). *Motor Giga*. Obtenido de Motor Giga: <https://diccionario.motorgiga.com/diccionario/limpiaparabrisas-definicion-significado/gmx-niv15-con194668.htm>
- Palma Bosch, I. Y. (17 de Julio de 2022). *Slideshare*. Obtenido de Limpia parabrisas: <https://es.slideshare.net/yomiraboch/limpia-parabrisas>
- Pelegrín Bravo, F. (2020). *Diseño de experimentos y algoritmos bioinspirados aplicados a la mejora del comportamiento de un sistema mecánico*. Zaragoza: Universidad de Zaragoza.
- Sevilla, U. d. (7 de Octubre de 2019). *Wiki Departamento de Física aplicada III*. Obtenido de Momento cinético (CMR): [http://laplace.us.es/wiki/index.php/Momento_cin%C3%A9tico_\(CMR\)#Momento_cin.C3.A9tico](http://laplace.us.es/wiki/index.php/Momento_cin%C3%A9tico_(CMR)#Momento_cin.C3.A9tico)
- Sharveswaran A, N. U. (2020). Research Development on Wiper Mechanism in Automotive Application: A Critical Review. *Current Journal of Applied Science and Technology*, 133-161.
- Sinc, M. (2022). *MECANIZAR PIEZAS DE ACERO ESPECIAL: ACERO F125*. Obtenido de <https://www.mecanizadossinc.com/mecanizar-piezas-acero-f125>
- SystèmeS, D. (21 de Marzo de 1995). *SOLIDWORKS 2022*. Obtenido de <https://www.solidworks.com/es>

- Systèmes, D. (5 de Agosto de 2022). *Ayuda en línea de SOLIDWORKS*. Obtenido de Ayuda en línea de SOLIDWORKS:
https://help.solidworks.com/2018/spanish/SolidWorks/sldworks/r_welcome_sw_online_help.htm
- Systèmes, D. (5 de Agosto de 2022). *SOLIDBI, Inspira tu innovación*. Obtenido de SOLIDWORKS. Qué es y para qué sirve: <https://solid-bi.es/solidworks/>
- Tareas, B. (18 de Mayo de 2014). *Buenas Tareas*. Obtenido de MOMENTOS DE INERCIA Y TEOREMA DE EJES PARALELOS: <https://www.buenastareas.com/ensayos/Momentos-De-Inercia-y-Teorema-De/52353566.html>
- Wikipedia, C. d. (25 de Julio de 2022). *Ley de Grashof*. Recuperado el 30 de Julio de 2022, de Wikipedia, La enciclopedia libre:
https://es.wikipedia.org/w/index.php?title=Ley_de_Grashof&oldid=144962402
- Wikipedia, C. d. (15 de Julio de 2022). *Mecanismo de cuatro barras*. (L. e. Wikipedia, Editor) Recuperado el 30 de Julio de 2022, de Mecanismo de cuatro barras:
https://es.wikipedia.org/w/index.php?title=Mecanismo_de_cuatro_barras&oldid=144782750
- Wikipedia, C. d. (2 de Agosto de 2022). *Wikipedia, la enciclopedia libre*. Obtenido de Momento angular: https://es.wikipedia.org/wiki/Momento_angular

INDICE DE FIGURAS

Figura 1. Ejemplo de funcionalidad del limpiaparabrisas.	3
Figura 2. Diseño del primer limpiaparabrisas de la historia.....	5
Figura 3. Diseño de limpiaparabrisas automático inventado por los hermanos Folberth.....	5
Figura 4. Diversos mecanismos de limpiaparabrisas diseñados en el siglo XIX.	6
Figura 5. Limpiaparabrisas de dos brazos con dirección opuesta.....	6
Figura 6. Limpiaparabrisas de dos brazos en tándem.....	7
Figura 7. Mecanismo intermedio entre la Figura 5 y el cuadrilátero articulado.	7
Figura 8. Mecanismo del limpiaparabrisas a estudiar.....	8
Figura 9. Ejemplo del movimiento del cuadrilátero articulado según la Ley de Grashof.	11
Figura 10. Diversos ejemplos de la aplicación de SOLIDWORKS a sistemas reales.	18
Figura 11. Primer croquis del sólido 1 del sistema.....	19
Figura 12. Agujeros del sólido 1 del sistema.	19
Figura 13. Diseño en 3D del sólido 1 del sistema.....	20
Figura 14. Diseño en 3D del sólido 2 del sistema.....	20
Figura 15. Diseño en 3D del sólido 5 del sistema.....	20
Figura 16. Diseño en 3D del sólido 3 del sistema.....	21
Figura 17. Diseño en 3D del sólido 4 del sistema.....	21
Figura 18. Diseño en 3D de una parte del soporte del sistema.	21
Figura 19. Diseño en 3D del soporte del sistema.....	22
Figura 20. Ensamble del sólido 1 y el soporte del mecanismo.	24
Figura 21. Ensamble del sólido 2 al ensamblaje de la Figura 20.	24
Figura 22. Ensamble del sólido 3 al ensamblaje de la Figura 21.	25
Figura 23. Ensamble total del mecanismo.	25
Figura 24. Trayectorias de los puntos del sistema.	26
Figura 25. Ángulo θ_1	27
Figura 26. Velocidad angular del sólido 3.	27
Figura 27. Aceleración angular del sólido 2.	27
Figura 28. Fuerza Fox.	28
Figura 29. Fuerza Fay.....	28
Figura 30. Confirmación del correcto dimensionado del sistema.	30
Figura 31. Trayectorias de los puntos del sistema en Matlab.....	31
Figura 32. Velocidad del punto B en Matlab.....	32
Figura 33. Aceleración del punto D en Matlab.....	32
Figura 34. Fuerza en el punto A y el punto O en Matlab.	33
Figura 35. Velocidad del punto B en SolidWorks y Matlab.	34
Figura 36. Velocidad del punto D en SolidWorks y Matlab.....	35
Figura 37. Velocidad del punto H en SolidWorks y Matlab.....	35
Figura 38. Aceleración del punto A en SolidWorks y Matlab.....	36
Figura 39. Aceleración del punto G en SolidWorks y Matlab.....	37
Figura 40. Fuerza en el punto C en la dirección del eje OX.....	38
Figura 41. Fuerza en el punto C en la dirección del eje OY.....	38
Figura 42. Fuerza en el punto E en la dirección del eje OX.	39
Figura 43. Fuerza en el punto E en la dirección del eje OY.	39
Figura 44. Par motor.	40
Figura 45. Coeficiente de fricción en diferentes condiciones del limpiaparabrisas (Dye, 2011).41	
Figura 46. Par motor en función de la fuerza de rozamiento.	42

INDICE DE TABLAS

Tabla 1. Dimensiones del mecanismo.....	8
Tabla 2. Propiedades del Acero F125.....	22
Tabla 3. Datos de masas y momentos de inercia del sistema.....	23