



Universidad
Zaragoza

Trabajo Fin de Grado

Análisis mediante estática gráfica de la galería del Brookfield Place de Toronto, diseñada por Santiago Calatrava.

Analysis by graphic statics of the Brookfield Place's gallery in Toronto, designed by Santiago Calatrava.

Autora

María Maldonado Novales

Director

Elías Cueto Prendes

Grado en Ingeniería de Tecnologías Industriales

Escuela de Ingeniería y Arquitectura

2022

RESUMEN

En este Trabajo Fin de Grado se analiza mediante estática gráfica la galería del Brookfield Place de Toronto diseñada en 1987 por Santiago Calatrava, un ingeniero y arquitecto español. Para poder analizar esta estructura, todo el análisis se hará de acuerdo al *Código Técnico de la edificación* (CTE) y al *National Building Code of Canada* (NBC).

La estática gráfica surgió en el año 1885, esta presenta varias ventajas y desventajas con respecto a la estática analítica, que es la más presente hoy en día. Algunas de estas ventajas son la rapidez o la sencillez del método, pero, sin embargo, la precisión de este método es menor que la del método analítico.

Inicialmente, las secciones de las barras no son conocidas, por lo tanto, mediante la estática gráfica, midiendo la longitud de las figuras obtenidas mediante el método, se va a conseguir obtener el valor del esfuerzo axial en cada barra. Gracias a este valor y conociendo la máxima tensión admisible del material, se puede calcular la sección de cada barra.

Una vez calculada la sección de todas las barras de la estructura gracias al método de estática gráfica, se va a utilizar un software de análisis estructural mediante elementos finitos llamado RFEM, de Dlubal. Mediante este programa se va a realizar un modelado en 3D de la estructura para finalmente obtener el esfuerzo axial soportado por cada barra y poder extraer conclusiones.

ABSTRACT

In this Final Degree Project we will analyze by graphic statics the Brookfield Place's Gallery in Toronto designed by Santiago Calatrava, a spanish architect and engineer, in 1987-1992. In order to analyze this structure, we will find the necessary forces in the *Código Técnico de la Edificación* (CTE) and the *National Building Code of Canada* (NBC).

Graphic statics emerged in 1885. This method presents several advantages and disadvantages over analytical statics, which is the most present nowadays. Some of these advantages are the method's quickness and simplicity, but, however, it has less precision than analytical methods.

Initially, the stick's sections aren't known, that's why, through graphic statics, measuring the obtained figures' length, we will know the axial force that acts in each stick. Thanks to this method and knowing the material's maximum admissible strain, we will be able to calculate the sections.

One time we know all the sections thanks to graphic statics, we will use a structural analysis software by finite elements which is called Rfem, by Dlubal. Thanks to this software, we will realize a 3D modeling to finally obtain the results and draw conclusions.



ÍNDICE DE CONTENIDOS

| | |
|--|-----------|
| Introducción | 8 |
| 1.1. Motivación | 8 |
| 1.2. Objetivos | 8 |
| 1.3. Metodología | 9 |
| La Galería | 10 |
| Introducción a la estática gráfica | 12 |
| Aplicación de la estática gráfica a la Galería. | 14 |
| 4.1. Fuerzas de la estructura | 14 |
| 4.2 Cálculo de la estructura mediante Estática Gráfica | 14 |
| Cálculo mediante RFEM. | 28 |
| Conclusiones | 29 |
| Bibliografía | 30 |

ÍNDICE DE FIGURAS

| | |
|---|-----------|
| Figura 1: Galería Allen Lambert | 8 |
| Figura 2: Galería | 11 |
| Figura 3: panorámica de la galería | 11 |
| Figura 4: plaza de la galería | 12 |
| Figura 5: polígono de fuerzas cerrado | 15 |
| Figura 6: bloque de la galería | 16 |
| Figura 7: esquema de fuerzas en el arco | 17 |
| Figura 8: proceso de dibujo del polígono funicular | 17 |
| Figura 9: proceso de dibujo del polígono funicular | 18 |
| Figura 10: dibujo del polígono y línea de carga | 19 |
| Figura 11: proceso de dibujo del polígono de fuerzas | 20 |
| Figura 12: polígono de fuerzas | 21 |
| Figura 13: polígono funicular completo | 22 |
| Figura 14: polígono funicular del árbol | 23 |
| Figura 15: línea de carga | 24 |
| Figura 16: polígono de fuerzas | 25 |
| Figura 17: polígono de fuerzas | 26 |
| Figura 18: resultado final | 27 |
| Figura 19: modelado de la estructura en RFEM | 28 |
| Figura 20: Santiago Calatrava | 32 |
| Figura 21: ejemplo de Notación de Bow | 33 |
| Figura 22: polígono de fuerzas y polígono funicular del arco | 34 |
| Figura 23: parte del polígono de fuerzas del arco | 35 |
| Figura 24: axil del arco | 37 |
| Figura 25: momentos del arco | 38 |
| Figura 26: axil de las barras superiores (4-5-6-7) | 38 |
| Figura 27: momento de las barras superiores (4-5-6-7) | 39 |
| Figura 28: axil de las barras del medio (2-3) | 39 |

| | |
|--|-----------|
| Figura 29: momento de las barras del medio(2 y 3) | 40 |
| Figura 30: axil de la barra inferior | 40 |
| Figura 31: momento de la barra inferior | 41 |
| Figura 32: axiles | 42 |
| Figura 33: boceto de la galería | 43 |
| Figura 34: boceto de la galería | 43 |
| Figura 35: localización | 44 |
| Figura 36: BCE | 45 |
| Figura 37: plano de la Galería | 45 |

ÍNDICE DE ANEXOS

| | |
|---|-----------|
| ANEXO I: Santiago Calatrava Valls | 32 |
| ANEXO II: La notación de Bow | 33 |
| ANEXO III: ¿Cómo saber si una barra está sometida a compresión o a tracción mediante el método de la estática gráfica? | 34 |
| ANEXO IV: Cálculo de la sección de cada barra. | 36 |
| ANEXO V: resultados de RFEM | 37 |
| ANEXO VI: imagenes de interés | 43 |



1. Introducción

1.1. Motivación

Como futura graduada en Ingeniería de Tecnologías Industriales acercarme a la figura del prestigioso arquitecto e ingeniero Santiago Calatrava Valls (Anexo I) ha supuesto conocer a un profesional innovador y futurista que ha despertado en mí cierto interés hacia sus obras y su estilo.

Para poder llevar a cabo este Trabajo Fin de Grado he puesto en práctica mis conocimientos sobre Teoría de Estructuras, en concreto, se ha llevado a cabo un análisis mediante estática gráfica, método que no he tenido la oportunidad de conocer durante el Grado y que gracias a este Trabajo Fin de Grado he podido conocer. Además, con la realización de este trabajo, he conseguido mejorar mi experiencia utilizando programas de análisis de estructuras mediante elementos finitos.

1.2. Objetivos

El principal objetivo de este trabajo es analizar estructuralmente mediante estática gráfica la galería Allen Lambert diseñada por Santiago Calatrava que se encuentra en el interior del Brookfield Place de Toronto, además de demostrar la utilidad, la rapidez y la validez de este método.

En la Figura 1, se observa la Galería que se va a analizar.



Figura 1: Galería Allen Lambert (Fuente: structurae.net)

Para llevar a cabo este análisis, dado que inicialmente las dimensiones de las barras no son conocidas, se va a utilizar un método de estática gráfica, que consiste en el uso de un conjunto de técnicas sencillas de dibujo para el cálculo de fuerzas, este método se puede utilizar cuando todas las fuerzas relevantes de la estructura se encuentran en un único plano. Una vez implementado el método y conocidas las tensiones soportadas por cada barra, se puede calcular la sección de cada barra para, finalmente, calcular los esfuerzos axiales que actúan en la estructura mediante un software de análisis estructural.

1.3. Metodología

En primer lugar, se va a estudiar el método de la estática gráfica para su posterior aplicación en la galería del Brookfield Place de Toronto.

Conocidas, gracias al *Código Técnico de la Edificación* y al *National Building Code of Canada*, las fuerzas que actúan en la estructura, se van a calcular de una manera puramente gráfica las tensiones que actúan en cada barra.

Conocido el material de la estructura y gracias a este la máxima tensión admisible para este material, se puede calcular la sección de la barra que soportará esta tensión. Una vez dimensionadas las barras, se utilizará el programa de análisis estructural mediante elementos finitos RFEM, de Dlubal. Con este programa, se va a realizar un dimensionamiento y un modelado en 3D de todos los elementos estructurales, para finalmente calcular los esfuerzos soportados por la estructura real.

2. La Galería

El Brookfield Place de Toronto, también conocido como BCE, se trata de un complejo de oficinas situado en Downtown Toronto que cubre una zona de más de 2 hectáreas. Se encuentra entre las calles Yonge Street en el este, Wellington Street West en el norte, Bay Street en el oeste, y Front Street en el sur. En la Figura 35 del Anexo VI, se puede observar sobre un mapa donde se encuentre exactamente el Brookfield Place.

El BCE cuenta con un gran espacio destinado para oficinas, distribuidas en dos torres, la Bay Wellington Tower y la TD Canada Trust Tower. Estas dos torres están enlazadas mediante una galería, la Galería Allen Lambert, en el interior de esta se pueden encontrar tiendas, bancos, cafeterías, restaurantes...etc. En la figura 36 del Anexo VI, se ven las dos torres mencionadas anteriormente, con la galería en medio. Esta Galería va a ser la estructura estudiada en este Trabajo Fin de Grado.

La Galería Allen Lambert, fue construida en 1987-1992 por el arquitecto, ingeniero y escultor español Santiago Calatrava cuyos diseños se caracterizan por un aire futurista y una innovación técnica y estética.

A diferencia de las arcadas acristaladas y abovedadas tradicionales de la Europa del siglo 19, esta galería, con sus fachadas interiores especialmente construidas, fue concebida como un elemento independiente entre los edificios existentes.

Esta estancia está pensada para dar abrigo a todos los habitantes de Toronto que transitan el centro. Conecta Heritage Square, el vestíbulo de Canada Trust Tower, el reubicado edificio clasicista Clarkson Gordon, Garden Court y Bay Street. Da forma y significado a espacios que, si no fuese por esta galería, se habrían aislado debido a su falta de coordinación.

La galería tiene un diseño característico ya que los lados de la estructura se ramifican en formas parabólicas evocando una arbolada, como se puede observar en la Figura 2. Se encuentra acristalada en la parte superior, lo que aporta una gran luminosidad.



Figura 2: Galería (Fuente: bharchitects)

Además, cabe destacar, que este techo parabólico y arqueado que posee la galería, está inspirado en el techo de la asamblea de Wohlen High School en Suiza, también construida por Santiago Calatrava.

El material de la estructura a analizar es acero soldado, el cual destaca por su alta conformabilidad y durabilidad, así como una buena resistencia. Además, tiene unas dimensiones de 130 metros de largo, 14 de ancho y 27 de alto.

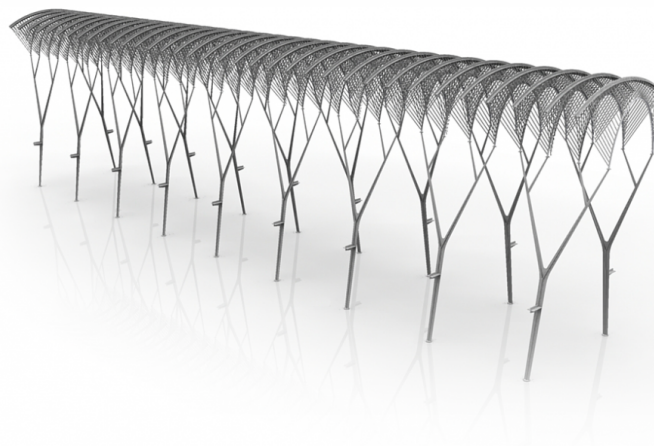


Figura 3: panorámica de la galería (Fuente: Jack Richardson)

La pieza central de la plaza cubierta (Figura 4), también diseñada por Santiago Calatrava, es una fuente circular de tubos de acero, que se abren en forma de flor.



Figura 4: plaza de la galería (Fuente: calatrava.com)

Este Trabajo Fin de Grado no se va a centrar en la plaza, solo en el pasaje.

3. Introducción a la estática gráfica

En primer lugar, para entender qué es la estática gráfica hay que definir el concepto de estática. La estática surge de la mecánica de cuerpos rígidos, que se trata de la rama de la física que estudia la reacción de los cuerpos a las acciones de las fuerzas. La mecánica de los cuerpos tiene tres ramas: cinemática, dinámica y estática. La estática es la rama que se encarga de analizar las fuerzas y estudiar el equilibrio de fuerzas en los sistemas que se encuentran en equilibrio estático, es decir, en un sistema en el que la posición no varía con el tiempo.

Dentro de la estática se encuentra la estática gráfica y la estática analítica, las dos son utilizadas para calcular lo mismo pero difieren en la manera de hacerlo. Este Trabajo Fin de Grado se va a centrar en la estática gráfica.

El método de la estática gráfica surgió a finales del siglo XIX, en el año 1885, con la obra del profesor suizo Culmann. Durante este siglo y el siglo XX, tuvo una gran importancia. Actualmente, su uso ha desaparecido, pero este método es de gran importancia, ya que además de que gracias a él se pueden entender cálculos históricos, se trata de una herramienta para resolver de manera ágil y sencilla diferentes elementos estructurales.

Este método tiene por objeto resolver gráficamente (a través de dibujos) los problemas de estática que la analítica resuelve a través de cálculos. Los métodos gráficos son más sencillos, rápidos y ágiles que los analíticos, aunque, estos últimos, tienen una mayor precisión. A pesar de esto, la validez de los métodos gráficos es aceptada ya que, en este método, para calcular las dimensiones de las barras, se utiliza la máxima tensión admisible y esta tiene un gran margen de seguridad. Exactamente esto es lo que se hace en el Anexo IV.

La estática gráfica se fundamenta en 3 principios:

- La ley del paralelogramo: dos fuerzas que actúan sobre una partícula son equivalentes a una fuerza única resultante R .
- La Primera Ley de Newton: si la fuerza resultante de todas las fuerzas que actúan en un cuerpo es cero, este permanece en reposo.
- Principio de transmisibilidad.

En la estática gráfica el cálculo de las tensiones tiene un interés secundario, lo que realmente rige la estabilidad es la forma de la estructura, es decir, el proyecto va a estar marcado por su geometría, la cual debe garantizar la estabilidad y el equilibrio. La estática gráfica supone una integración entre diseño, cálculo y construcción.

En la actualidad, el método de la estática sigue presente, aunque en menor proporción debido a la alta cantidad de softwares dedicados al análisis de estructuras que calculan las estructuras con gran precisión y un insignificante margen de error.

La principal diferencia entre la estática gráfica en la actualidad y en sus orígenes es que, antiguamente este método se llevaba a cabo con materiales tales como lápiz, regla, escuadra y cartabón, y, actualmente, se utilizan programas de diseño gráfico tales como CAD y BIM.

4. Aplicación de la estática gráfica a la Galería.

4.1. Fuerzas de la estructura

En la estructura actúan, principalmente, dos cargas verticales, la sobrecarga de uso y la carga de nieve.

El dato de la **sobrecarga de uso** se obtiene del Código Técnico de la Edificación, concretamente del DB-SE-AE. Teniendo en cuenta la estructura como una cubierta accesible únicamente para conservación, con una inclinación inferior a 20° , el valor de esta carga uniforme es de 1 kN/m^2

En cuanto a la carga de **nieve**, Toronto es una ciudad fría y en los meses de invierno la presencia de la nieve es habitual, por lo que no es sorprendente el hecho de que el valor de esta carga sea relativamente alto. El valor de esta según el National Building Code of Canada es de 0.9 kN/m^2

Además, en la estructura, que es de acero soldado, también se debería tener en cuenta el peso propio. Previamente a la aplicación de este método, el valor del peso propio no es conocido ya que no se conocen las secciones de la barra.

La carga de la resistencia al viento se considera nula ya que la estructura se encuentra en una zona interior, por lo que la presencia de viento es muy baja y se puede despreciar.

4.2 Cálculo de la estructura mediante Estática Gráfica

Como ya se ha mencionado previamente, la estática gráfica consiste en estudiar gráficamente, por medio de dibujos y gráficos, las condiciones que deben cumplir las fuerzas exteriores para que el sistema permanezca en equilibrio. Con este método se trabaja en dos dimensiones, es decir, todas las fuerzas actúan en el mismo plano.

Para comprender el análisis mediante este método, hay que conocer el concepto del polígono funicular y del polígono de fuerzas, ambos introducidos por Pierre Varignon en el año 1725 en su trabajo "*Nouvelle Mécanique ou Statique*" (Varignon.P, 1725). En este, se introduce la idea de que el **polígono funicular** se trata de la figura que adopta un hilo en equilibrio fijado por sus extremos y sometido a diversas fuerzas en puntos intermedios.

En cuanto al **polígono de fuerzas**, este consiste en un diagrama de los vectores de fuerzas del sistema. Karl Culmann y Maxwell profundizaron un poco en la relación existente entre ambos polígonos y, finalmente, Luigi Cremona, fue el que propuso, en 1872, los principios que se van a seguir en este Trabajo Fin de Grado, estos son que cada línea de la geometría tenía una paralela en el diagrama de fuerzas y además aportó la conclusión de que cada línea del polígono de fuerzas representa la magnitud del esfuerzo axial del elemento estructural con el que está relacionado.

Otro de los principios importantes de la estática gráfica que se va a tener en cuenta en este Trabajo, es el hecho de que si un conjunto de fuerzas cierra el polígono de fuerzas, estas fuerzas se encuentran en equilibrio, esto se observa en la Figura 5. En esta se puede comprobar como las barras del puente, nombradas mediante la Notación de Bow (Anexo II), forman un polígono cerrado.

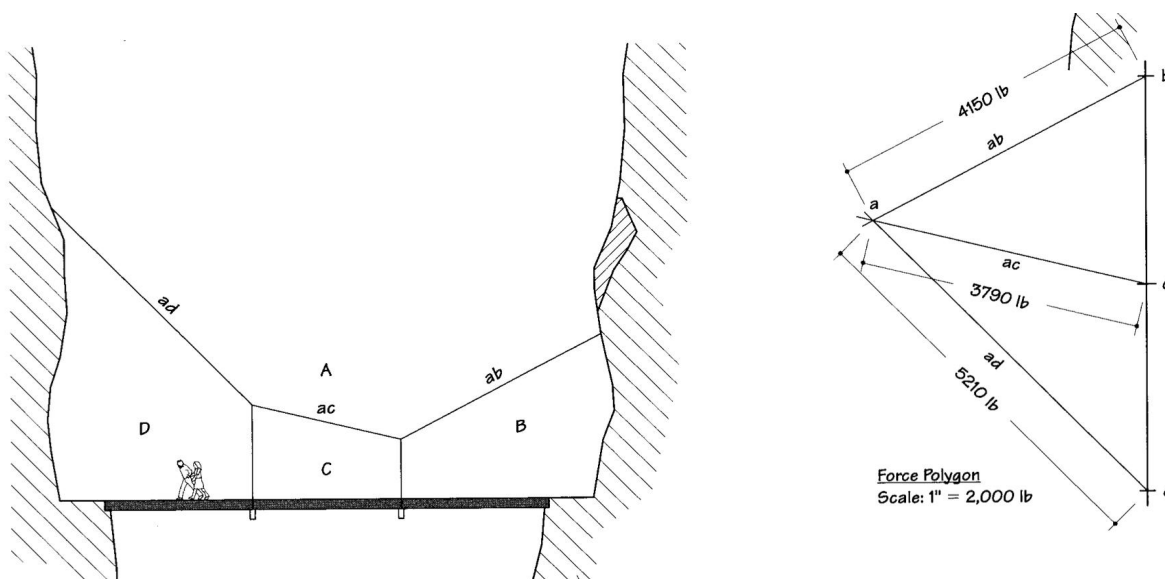


Figura 5: polígono de fuerzas cerrado (Fuente: Allen, E. Zalewski, *W. Form and Forces designing efficient, expressive structures.*)

Para dibujar este polígono, se suele aplicar una escala. En este caso, al haber realizado los dibujos mediante Autocad, se ha escogido una escala 1:1. Este polígono está compuesto por la línea de carga, que representa la dirección vertical de todas las fuerzas exteriores que actúan en la estructura. La dirección de cada barra de la estructura y la fuerza de esta es representada en el polígono de fuerzas mediante vectores que van desde la línea de cargas hasta un punto llamado polo.

En cuanto a la estructura a analizar, esta consta de 9 bloques idénticos formados por dos estructuras arboladas y 4 arcos que los unen. En el resto del proyecto, se va a hablar de arco y árbol. Para analizar esta estructura mediante estática gráfica, se va a proceder a aplicar este método desde la parte superior de la estructura hasta la parte inferior. Por lo tanto, se comenzará por uno de los arcos para luego continuar con el árbol, evidentemente, el análisis será el mismo para los 36 arcos de la galería.



Figura 6: bloque de la galería(Fuente: alamy)

Análisis mediante estática gráfica del arco

La galería consta de 36 arcos, como se puede comprobar en la Figura 37 del Anexo VI, estos tienen una forma parabólica, una altura de 7 metros y un diámetro de 12 metros.

Al haber 36 arcos, en un total de 130 metros, que es la longitud de la galería, se concluye que cada arco está separado 3.6 metros del siguiente

Como se ha mencionado previamente, el total de las cargas aplicadas en la estructura es de 1.9kN/m^2 . El peso de la estructura, inicialmente, se va a despreciar debido a que la sección de las barras no es conocida.

Para poder aplicar el método, se necesita el valor de la fuerza vertical en kN, para esto se multiplica por la longitud que separa a cada arco:

$$q=Q \cdot l=1.9 \cdot 3.6=6.84 \text{ kN/m}$$

Y este valor, para conseguir el valor de la fuerza en kN, se debe multiplicar por el diámetro del arco, que es de 12m, por lo tanto, la fuerza vertical que actúa sobre el arco es de $6.84 \cdot 12=82.08\text{kN}$

Esta fuerza se puede dividir, por ejemplo, en 14 trozos, para hacer el análisis por estática gráfica, por lo que cada fracción del arco soportará 5.86kN

Ahora ya se puede pasar a analizar este arco, con forma de parábola, siguiendo los siguientes pasos:

1. Se comienza dibujando el polígono funicular con la fuerza dividida en los 14 fragmentos.

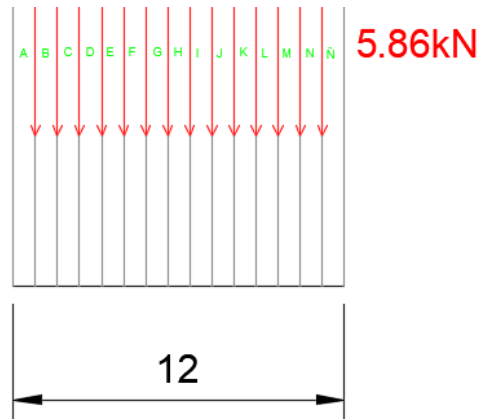


Figura 7: esquema de fuerzas en el arco

En la figura 7, se puede observar la base de un arco, de longitud 12 metros, dividida en 14 fragmentos, sobre la que actúan en total 82.08kN, es decir, 5.86kN en cada uno de los 14 fragmentos. Esta va a ser la base del polígono funicular.

2. Se dibuja el punto Y, a 7m de altura, la altura del arco. Y, a continuación, Y', al doble de distancia.

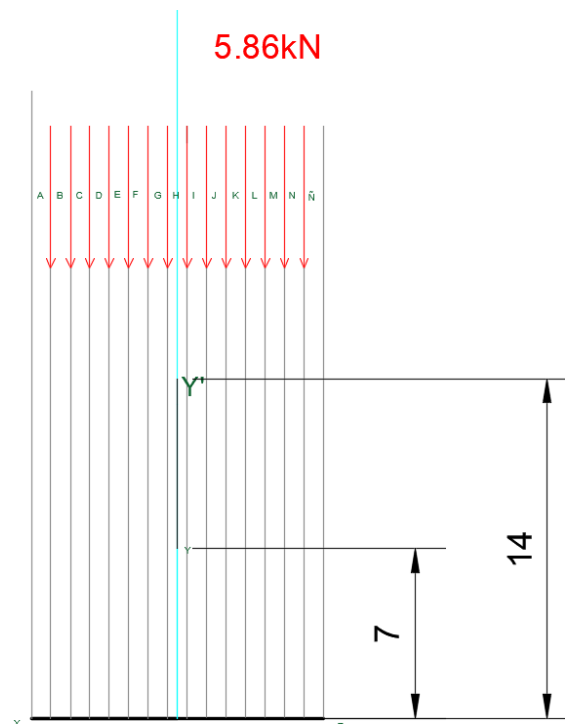


Figura 8: proceso de dibujo del polígono funicular

3. Las líneas que unen Y' con los extremos de la parábola, X y Z , deben ser tangentes a esta parábola, se dibujan las dos líneas.

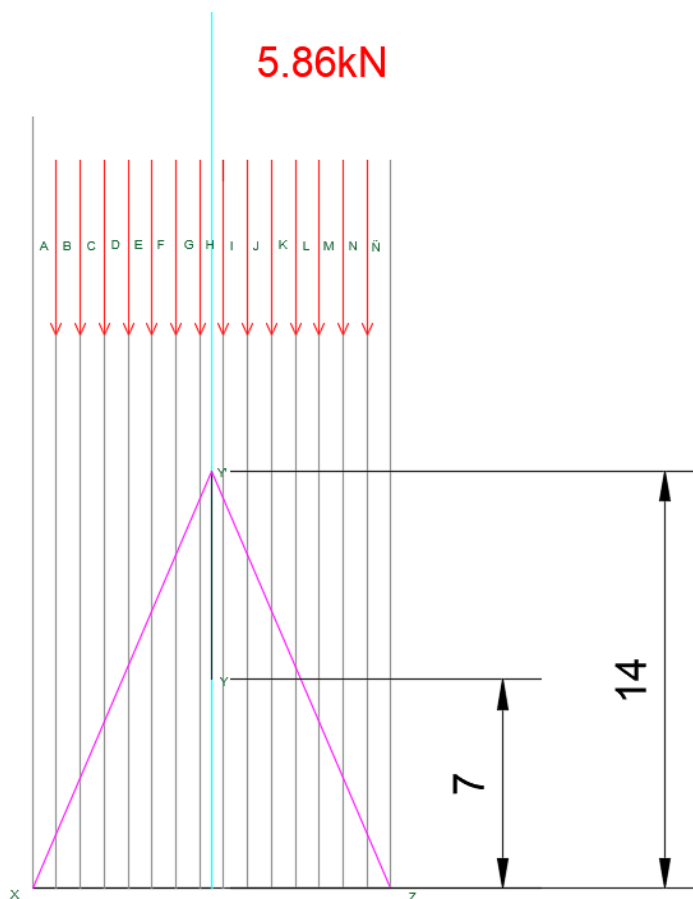


Figura 9: proceso de dibujo del polígono funicular

4. Como ya se ha observado, la base del arco queda dividida en 15 zonas, de la A a la Ñ. La fracción de XY' que pasa por la zona O y la A, es el segmento oa que pasa por el polígono funicular. Lo mismo pasa con el trozo de ZY' que pasa por el espacio Ñ y el O, este es el segmento oñ del polígono funicular, esto se observa en el polígono de la derecha de la figura 10. Además, para poder dibujar el polígono de fuerzas resultante, se necesita la línea de carga. Esta línea consiste en dibujar las 14 fuerzas de 5,86 kN en una línea vertical.

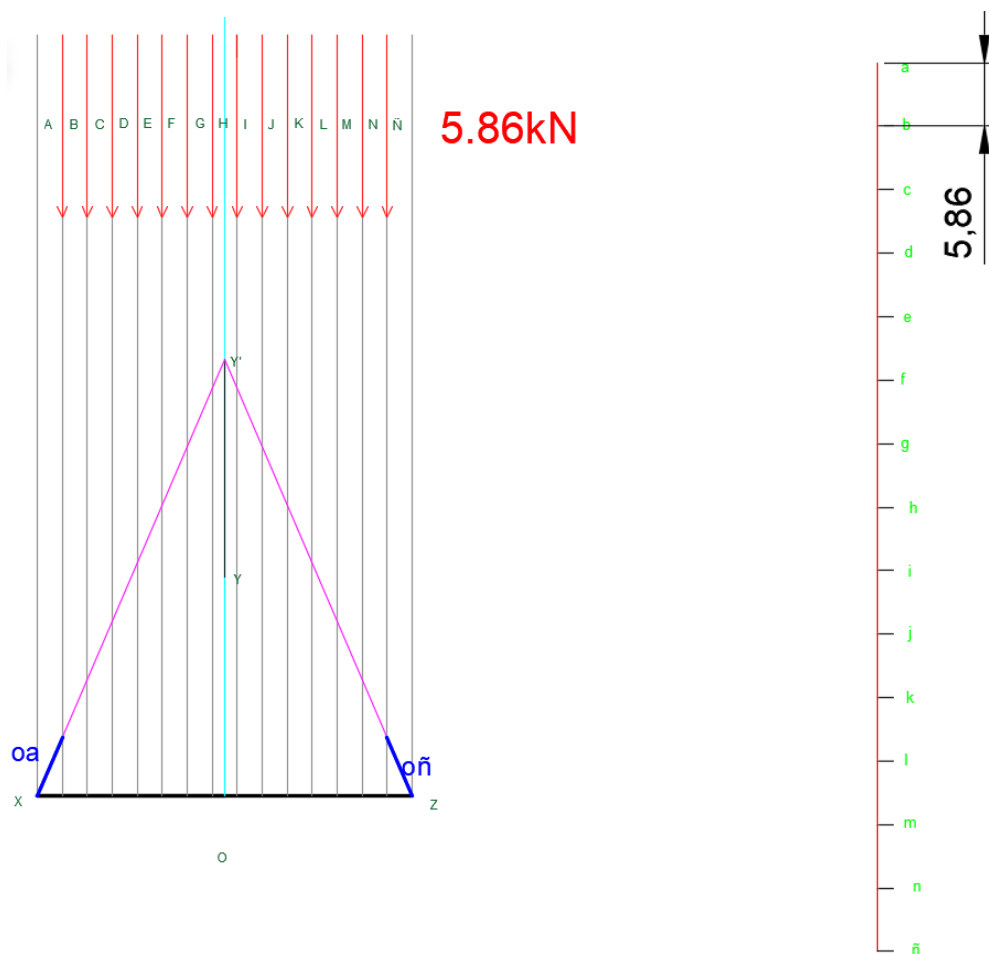


Figura 10: comienzo del dibujo de polígono y línea de carga

5. Una vez dibujada la línea de carga, desde el punto a de la esta línea, se hace una paralela a la línea oa del polígono funicular (Figura 9), y desde ñ, paralela a la línea oñ. La intersección de ambas es el punto O, esto es el polo del polígono de fuerzas.

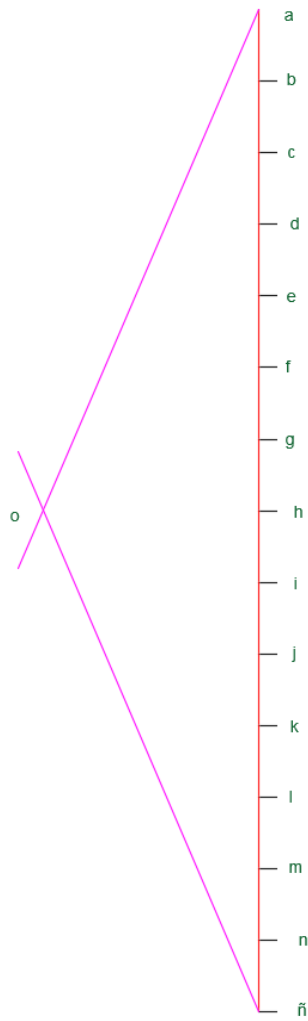


Figura 11: proceso de dibujo del polígono de fuerzas

6. El siguiente paso es unir el polo O con todos los puntos de la línea de carga y con esto se obtendría el polígono de fuerzas completo.

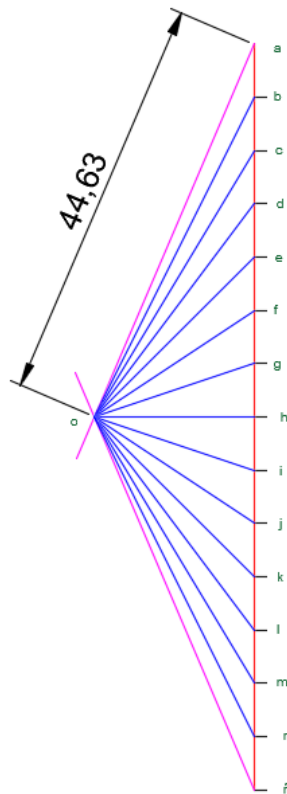


Figura 12: polígono de fuerzas

Se puede ver en la figura 12 que el polígono de fuerzas resultante se trata de un polígono cerrado, por lo que, según los principios de la estática gráfica, se encuentra en equilibrio estático.

7. Una vez obtenido el polígono de fuerzas, se puede completar el polígono funicular obteniendo la forma completa del arco. Por ejemplo, al hacer una paralela de la línea que une o y b en el polígono de fuerzas, se obtiene en el polígono funicular la línea ob que une las zonas O y B. Lo mismo ocurre con el resto de las letras.

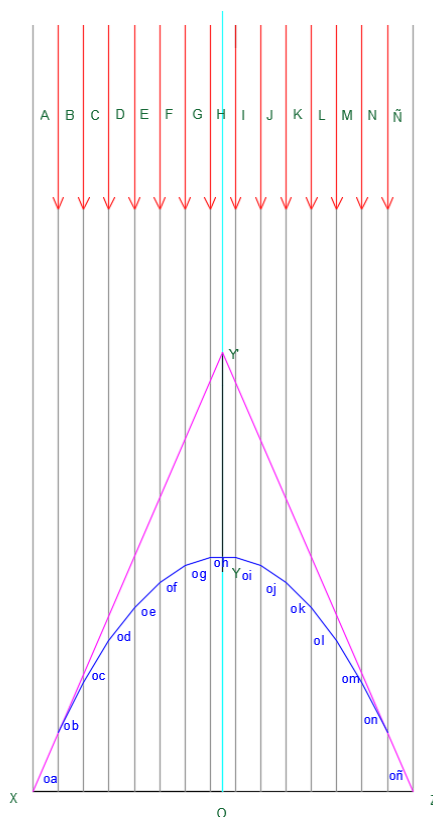


Figura 13: polígono funicular completo

Cabe destacar que la notación utilizada para este polígono es la Notación de Bow (ANEXO II).

Se obtiene gracias a este método la forma final del arco y, además, la distancia de cada línea del polígono de fuerzas en escala 1:1, es el esfuerzo axial en kN al que está sometido cada segmento del arco.

También, utilizando el método del anexo III, se puede concluir que este arco se encuentra en compresión.

Por último, como se observa en la Figura 12, la línea oa mide 44,63 m, es decir, el segmento oa del arco, estaría sometido a 44,63 kN, y exactamente esta es la fuerza que va a ser transmitida a cada rama del “árbol” desde cada arco. Midiendo el resto de líneas, se obtendría la fuerza en cada uno de los 14 segmentos en los que se ha dividido el arco.

Como la fuerza vertical que actúa en cada rama es conocida, y el peso, se sigue despreciando, ya se puede analizar el resto de la estructura.

La Galería consta de 18 árboles, cada par de ellos unidos por cuatro arcos y sujetos al suelo mediante un apoyo empotrado.

Análisis del árbol

En primer lugar se dibuja el árbol con sus dimensiones y las 4 fuerzas que actúan en cada nudo, esto será el polígono funicular:

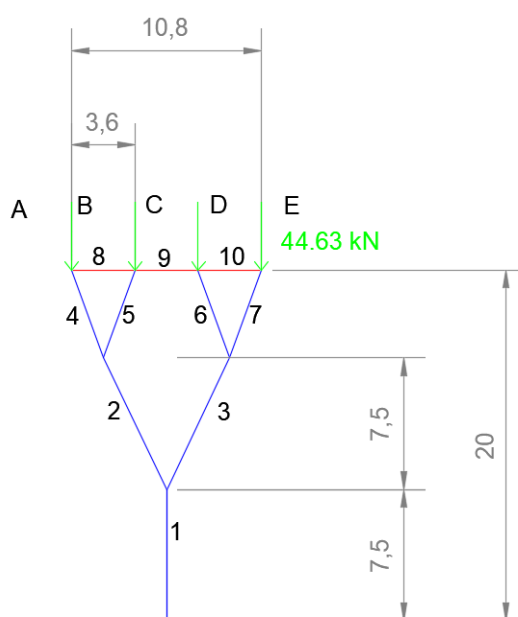


Figura 14: polígono funicular del árbol

A continuación, se dibuja la línea de carga, juntando en una línea vertical las 4 fuerzas que actúan en la estructura con forma arbolada. Estas fuerzas son las fuerzas ab, bc, cd y de (nombradas mediante la Notación de Bow).

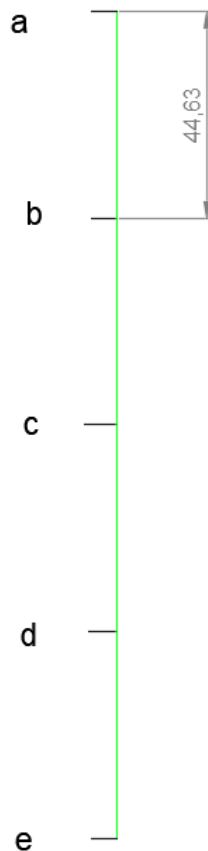


Figura 15: línea de carga

Ahora, el método consiste en hacer paralelas a cada barra del polígono funicular hasta que estas se vayan juntando en los nudos y se vayan cerrando los polígonos para justificar que la estructura se encuentra en equilibrio.

1. En primer lugar se van a dibujar las paralelas correspondientes a las barras 8, 9 y 10 de la estructura cada uno en su zona correspondiente. Como se observa en la Figura 14, la barra 8 se encuentra en la zona B, la 9 en C y la 10 en e.
2. A continuación, se toma la parte inferior del árbol, las barras 2 y 3.

Como se observa en la Figura 14, las barras 2 y 3 se encuentran en las zonas A y C, y C y E, respectivamente, y se juntan en la zona C.

Haciendo una línea paralela a la barra 2 a partir del punto a, y una paralela a la barra 3, se obtiene la primera parte del polígono.

El polígono resultante de dibujar estas 5 barras sería el siguiente:

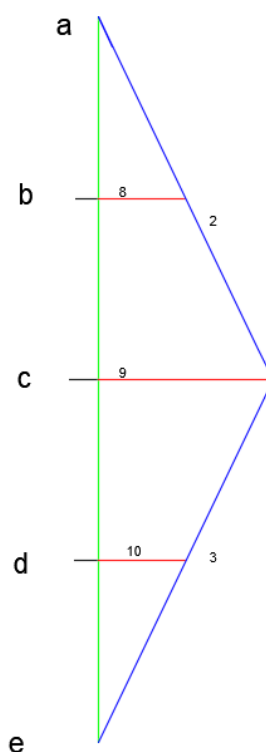


Figura 16: polígono de fuerzas

Como se puede constatar en la figura 16, estas barras forman un triángulo cerrado, esto quiere decir que las barras 1, 2 y 3 se encuentran en equilibrio estático.

También, se observa como la línea ab, la línea 8 y la línea 4 forman un triángulo cerrado, por lo es que el nudo superior izquierdo del árbol, también se encuentra en equilibrio. Esto mismo pasa en el resto de nudos de la estructura.

3. Se dibuja en el polígono las barras 4 y 5:

Dibujando paralelas a estas barras:

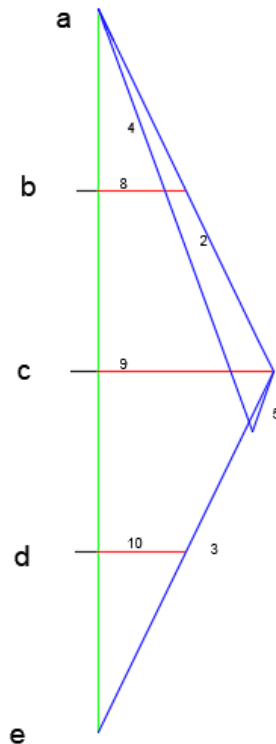


Figura 17: polígono de fuerzas

Como se puede ver en la figura 17, las barras 5, 4 y 2 forman un triángulo cerrado, por lo que el nudo que se encuentra entre estas barras en la estructura arbolada también está en equilibrio.

4. Para las últimas barras restantes, las barras 6 y 7, el procedimiento realizado es el mismo que para las barras 4 y 5.

El resultado final sería el siguiente:

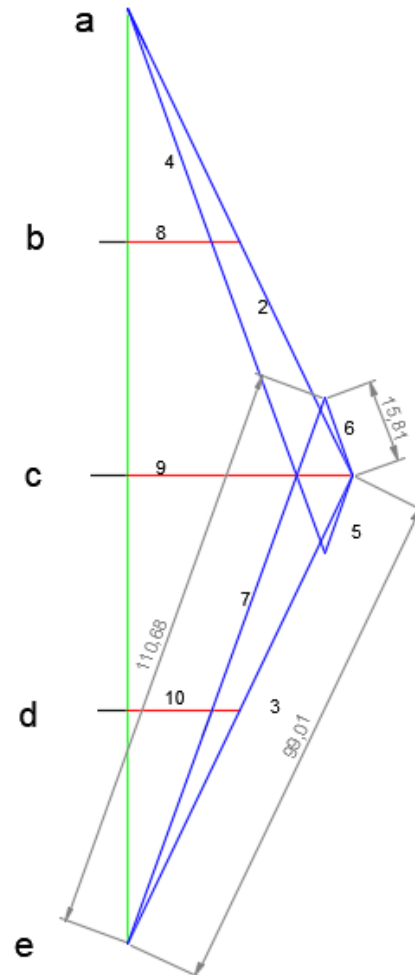


Figura 18: resultado final

En el resultado obtenido, midiendo la longitud de cada línea se puede obtener el valor de la fuerza en kN presente en cada barra. Por ejemplo, fijándose en la Figura 18, se puede constatar que en la barra 7 actúa una fuerza de 110,68 kN, en la barra 3 una fuerza de 99,01 kN y en la barra 6 una fuerza de 15,81 kN.

Por lo tanto, como ya se ha mencionado previamente, midiendo cada línea del polígono de fuerza obtenida, se podría obtener el valor de la tensión aplicada (en kN) en cada barra del árbol.

Además, se puede concluir que la estructura está en equilibrio, ya que el polígono de fuerza obtenido está cerrado.

5. Cálculo mediante RFEM.

Las secciones utilizadas para realizar modelar la estructura han sido calculadas en el Anexo IV, gracias a las tensiones calculadas en el apartado anterior mediante estática gráfica.

En la figura 19, se puede observar la estructura modelada en RFEM.

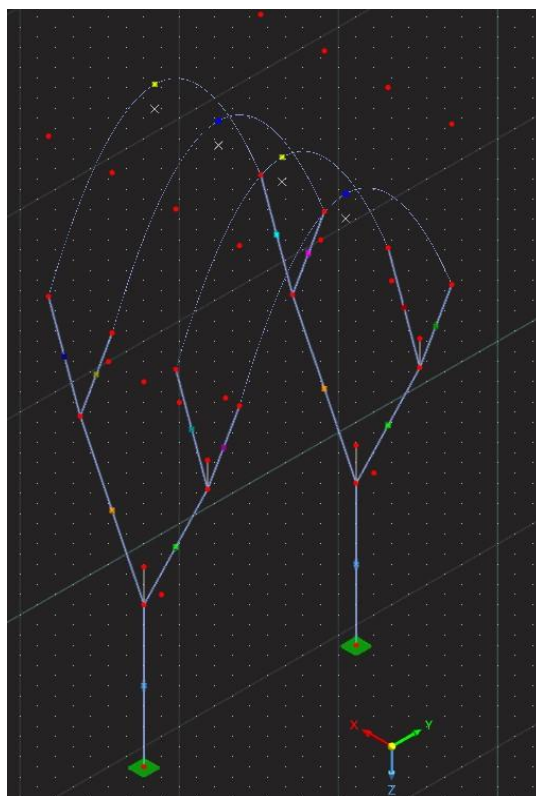


Figura 19: modelado de la estructura en RFEM

Los resultados obtenidos mediante el software RFEM, se encuentran en el anexo V.

Una vez obtenidos los resultados, cabe destacar la gran presencia de flexión en esta estructura. En el análisis previo por estática gráfica, la estructura trabaja solamente a axil debido a la presencia de las barras 8,9 y 10 (Figura 14). En la estructura real, estas barras no existen, como se observa en la Figura 19, esto provoca que haya más flexión en la estructura, la cual se puede ver en el alto valor de los momentos (Figuras 25, 27, 29 y 31 del Anexo V). Santiago Calatrava prescindió de estas barras debido a cuestiones estéticas, pero estas barras son necesarias para comprender el análisis por estática gráfica, ya que sin ellas no saldría equilibrio en el polígono de fuerzas.

6. Conclusiones

En este trabajo se ha puesto en valor la figura de Santiago Calatrava Valls, un arquitecto e ingeniero español, el cual fue capaz de utilizar todos sus conocimientos en la creación de estructuras muy características y originales en cuanto a su diseño. El trabajo ha estado centrado en una de sus obras, la galería del Brookfield Place de Toronto, característica por su forma arbolada. Analizando esta estructura mediante estática gráfica, para poder dimensionar las barras, se ha cumplido el objetivo de demostrar la agilidad y utilidad de este método. También, se ha visto, gracias al software RFEM, como, aunque la estructura está pensada para trabajar a axil, aparece una componente de flexión no despreciable en la estructura real.

Además, se concluye que la estática gráfica, a pesar de encontrarse hoy en día en desuso, en comparación con la estática analítica, sigue siendo un método con una gran utilidad debido a que la tarea de definición de estructuras necesita un proceso interactivo análisis-diseño. Para conseguir esto, mediante métodos analíticos, hay que realizar sistemas de prueba y error hasta encontrar la forma estéticamente adecuada y de precio razonable. En cambio, con la estática gráfica, las fases de diseño y análisis son simultáneas, por lo tanto, sería bastante útil recuperar este método.

Personalmente, como estudiante, este trabajo me ha permitido ampliar y profundizar mis conocimientos sobre la ingeniería estructural. Gracias a este trabajo, me he podido enfrentar a una estructura complicada, la cual, gracias al uso de la estática gráfica, me ha resultado más fácil de lo que realmente es. La estática gráfica es un método que yo no había conocido durante el grado y me ha resultado sencilla su aplicación y comprensión, además de parecerme un método muy útil y rápido.

A todo esto, hay que sumarle el aprendizaje adquirido de un software de uso profesional de análisis estructural de elementos finitos que desconocía y que nunca había manejado, RFEM Dlubal, el cual tiene un potencial muy grande en el mercado por su utilidad y variedad de herramientas y seguro que me ayudará a afrontar nuevos retos en un futuro.

En conclusión y poniendo en valor todo el proyecto, esta actividad formativa ha sido beneficiosa tanto personal como académicamente.

7. Bibliografía

- (1) Galería Allen Lambert, catedral de cristal Toronto. (2018). *Elisa N Travel, Lifestyle & Daily*. Elisa Nieves.
<https://elisanievas.com/allen-lambert-gallery-toronto-canada/>
- (2) Biografía de Santiago Calatrava. (2004). *Biografías y Vidas. La enciclopedia biográfica en línea*.
https://www.biografiasyvidas.com/biografia/c/calatrava_santiago.htm
- (3) Método del polígono funicular. ("s.f."). *tareasuniversitarias.com*
<https://tareasuniversitarias.com/metodo-del-poligono-funicular.html>
- (4) Acero estructural, Prontuario de acero estructural. ("s.f."). *Prontuarios.info*.
<https://prontuarios.info/materiales/acero>
- (5) Fergomar10. (30 de Septiembre de 2021). *Estructuras UGR-Cálculo de reacciones mediante estática gráfica*. Youtube.
<https://www.youtube.com/watch?v=HVqiYhcZBe4>
- (6) Dlubal Software ES. Tutorial de RFEM 6 para principiantes. Youtube.
<https://www.youtube.com/watch?v=6ZOmxfdxBWg&t=130s>
- (7) Cequeira, J. (2021). *Estática gráfica Apunte Dinámico*. Ciudad de México, México. Editorial Universitaria Universidad Nacional de Misiones.
- (8) Allen, E. Zalewski, W. (2009). *Form and Forces designing efficient, expressive structures*. Boston, Estados Unidos. John Wiley and Sons.
- (9) Pons-Poblet, J. Arboix-Alió A. (2020). La estática gráfica, pasado y presente de una metodología singular. Barcelona, España. *Expresión Gráfica Arquitectónica*. doi: 10.4995/ega.2020.12841.
- (10) Código Técnico de la Edificación (CTE). Documento Básico Seguridad Estructural Acciones en la Edificación (DB SE-AE). Abril 2009 (España).
- (11) National Building Code of Canada (NBC). Structural Design. 2015 (Canada).



ANEXO I: Santiago Calatrava Valls

Santiago Calatrava Valls nació en Valencia en el año 1951. Es un arquitecto e ingeniero considerado como uno de los arquitectos más creativos de su época. Sus diseños están caracterizados por la innovación y el futurismo.



Figura 20: Santiago Calatrava (Fuente: www.forbes.es)

Gracias a sus conocimientos en ingeniería, ha podido especializarse en grandes estructuras.

Comenzó en el año 1969, la carrera de Arquitectura en la Universidad Politécnica de Valencia, donde se graduó en el año 1973.

Después, se trasladó a Suiza para estudiar Ingeniería Civil en la Escuela Politécnica Federal de Zúrich, además, allí se doctoró y ejerció la actividad docente.

En 1981, abrió su primer estudio de arquitectura e ingeniería civil en Zúrich y recibió el premio Auguste Perret en París, donde abrió su segundo estudio.

Su primer proyecto conocido fue la estación ferroviaria de Stadelhofen, en Zúrich, construida entre 1983 y 1990. Con el resto de sus obras, fue ganando prestigio. Algunas de sus obras más conocidas son la Ciudad de las Artes y las Ciencias en Valencia, la Torre de Comunicaciones de Montjuic o el intercambiador del World Trade Center de Nueva York.

Todas sus obras son características por juntar una sensibilidad artística con una gran solvencia técnica. En sus obras se pueden encontrar influencias desde Antoni Gaudí hasta Frank Gehry.

ANEXO II: La notación de Bow

La Notación de Bow fue creada en 1893 por Robert Bow. Esta notación es la utilizada en prácticamente todos los casos resueltos con estática gráfica.

Esta nomenclatura completa y clarifica el método de Cremona. Su función es relacionar el polígono funicular con el polígono de fuerzas.

Consiste en nombrar con letras mayúsculas los espacios entre las líneas de acción de las fuerzas y en nombrar la fuerza con las dos letras de los espacios que separan su línea de acción.

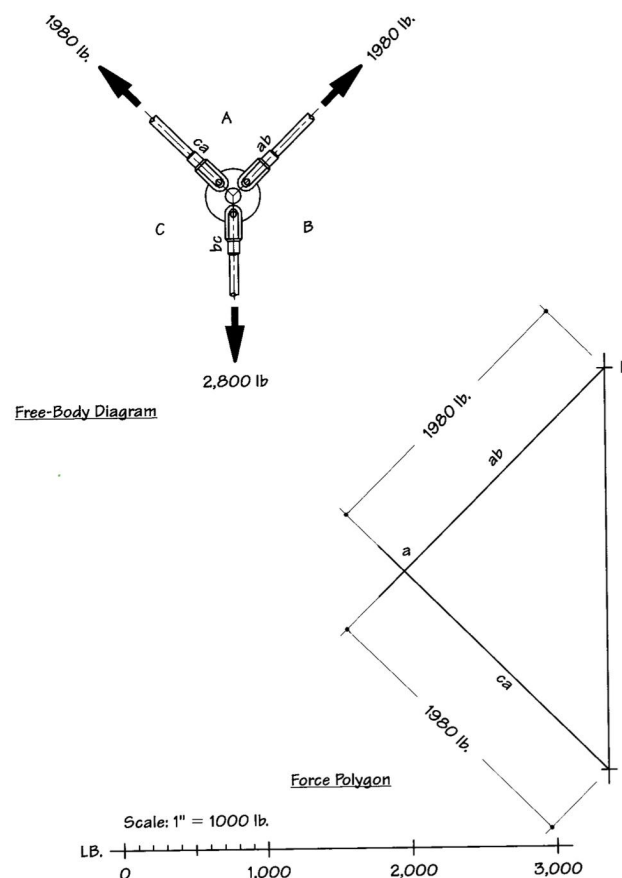


Figura 21: ejemplo de Notación de Bow (Fuente: Allen, E. Zalewski, W. Form and Forces designing efficient, expressive structures.)

Por ejemplo, como se puede observar, la barra que se encuentra entre los espacios A y B, recibirá el nombre de ab o ba, indistintamente. Y así sucesivamente, para el resto de barras.

ANEXO III: ¿Cómo saber si una barra está sometida a compresión o a tracción mediante el método de la estática gráfica?

Para saber si una barra está sometida a compresión o en tracción, la estática gráfica tiene un método simple.

Este consiste en elegir un nudo en el polígono funicular y leer las letras que tienen los espacios de al lado en sentido horario. Una vez que se tienen estas dos letras, se miran en el polígono de fuerzas y esto nos da la dirección en la que iría la fuerza en esta barra.

Para aclarar este método, se va a explicar un ejemplo con el arco de la estructura:

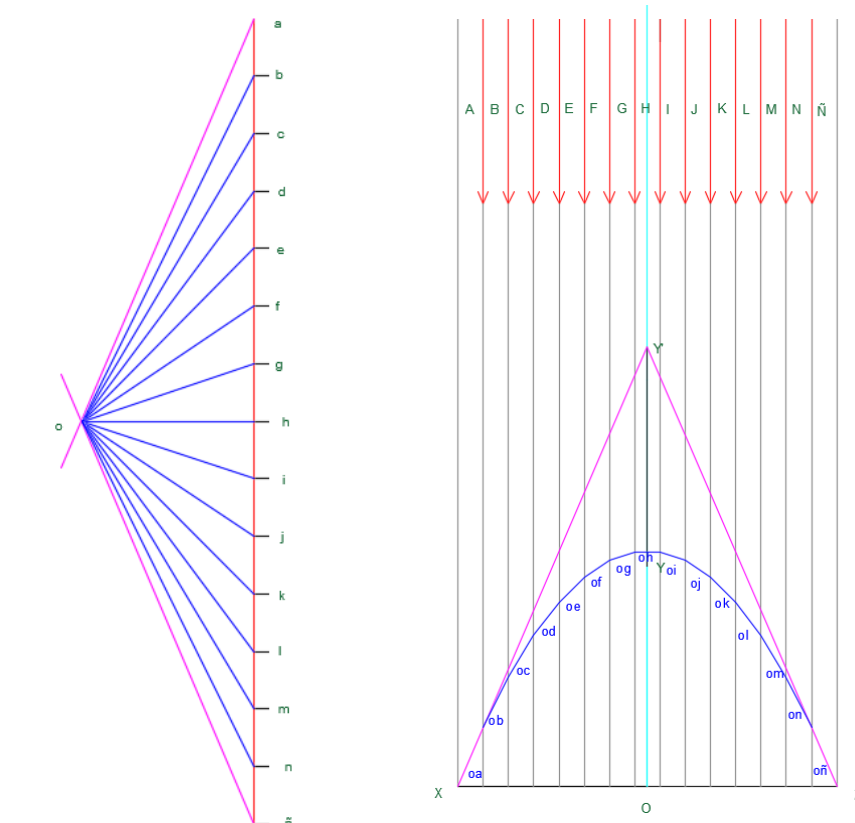


Figura 22: polígono de fuerzas y polígono funicular del arco

Si en el polígono funicular se quiere saber el carácter de la fuerza de la barra oa, al ponerse en nudo X y leer las letras en sentido horario, se lee AO:

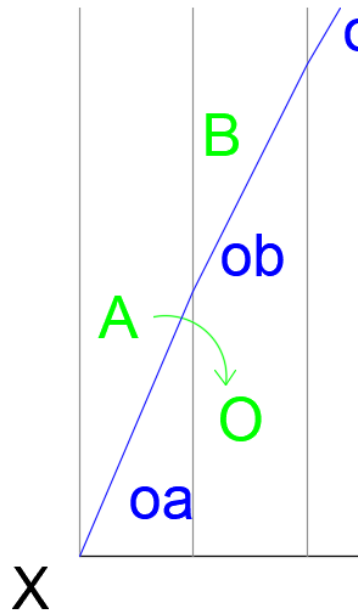


Figura 23: parte del polígono de fuerzas del arco

Ahora, en el polígono de fuerzas, al leer desde AO obtenemos una fuerza que se dirige hacia la izquierda. Esto quiere decir que empuja al punto y por lo tanto la barra está en compresión, lo mismo ocurre con el resto de segmentos del arco, por lo que se puede concluir que este arco se encuentra en compresión.

ANEXO IV: Cálculo de la sección de cada barra.

Como la tensión en cada barra es conocida, gracias a la estática gráfica, se puede calcular la sección de cada barra.

Para calcular esta sección, se va a utilizar la siguiente fórmula:

$$\frac{F}{A} \leq \sigma_{adm};$$

Siendo:

F: fuerza soportada por cada barra

A: sección de la barra

σ_{adm} : tensión admisible dependiente del material de la barra.

El material de la estructura es Acero S355JR, que se trata de un acero al carbono con buenas características mecánicas. La máxima tensión admisible para este material es de 470 N/mm^2 .

Por lo tanto, gracias a este valor y al valor obtenido de las fuerzas, se puede calcular la sección de cada barra.

En primer lugar, para los arcos de la parte superior de la estructura, que tienen una sección rectangular:

$$A = \frac{F}{\sigma_{adm}} = \frac{44.63 \times 10^3 \text{ N}}{470} = 94.69 \text{ mm}^2$$

En segundo lugar, el resto de barras de la estructura, tienen una sección en forma de T. Cada rama del árbol, soporta un valor distinto de tensión, se va a coger la barra que más tensión soporta ya que este sería el caso más desfavorable, por lo tanto:

$$A = \frac{F}{\sigma_{adm}} = \frac{110.68 \times 10^3 \text{ N}}{470} = 235.50 \text{ mm}^2$$

Por último, el tronco del árbol, soporta una tensión mayor y se le va a asignar una mayor sección. La tensión soportada es de 178.52kN, y, la sección:

$$A = \frac{F}{\sigma_{adm}} = \frac{178.52 \times 10^3 \text{ N}}{470} = 379.83 \text{ mm}^2$$

Gracias al valor de estas secciones y conociendo la densidad del material, se podría calcular el peso de toda la estructura, multiplicando el volumen de cada barra por la densidad del material.

ANEXO V: resultados de RFEM

Se introducen en el modelo las 3 fuerzas que actúan en la estructura: peso propio, sobrecarga de uso y carga de nieve.

En primer lugar, los resultados obtenidos en el arco, son los siguientes:

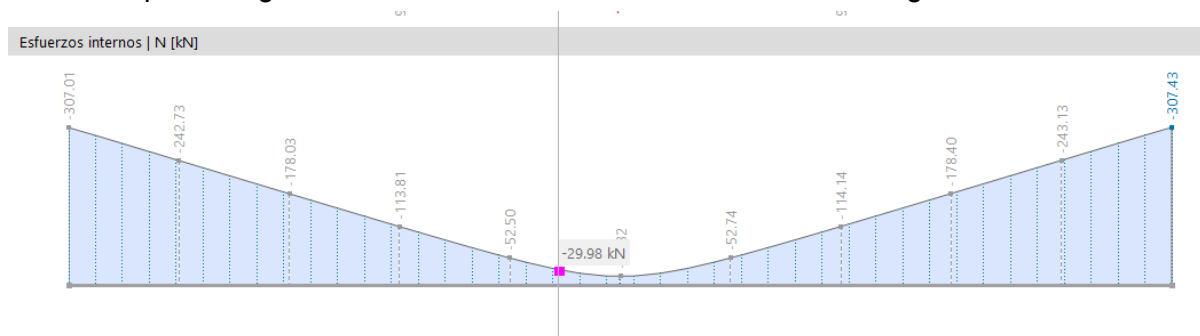


Figura 24: axil del arco

Trabajo Fin de Grado

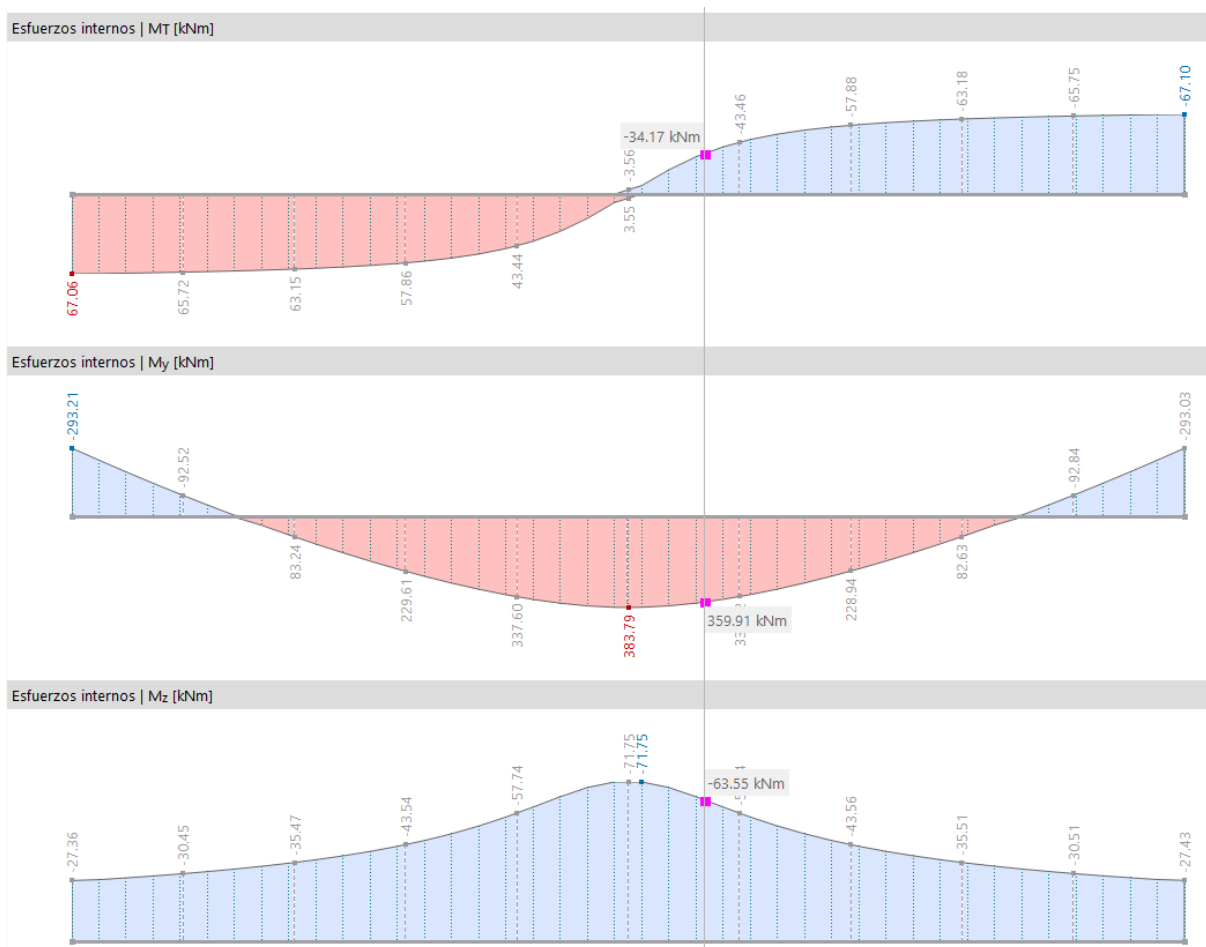


Figura 25: momentos del arco

Como se puede ver en la Figura 24, al igual que en el polígono obtenido en la Figura 13, el mayor axil se encuentra en los extremos.

A continuación, los resultados obtenidos para las barras de la parte superior (4,5,6 y 7 en la figura 22):

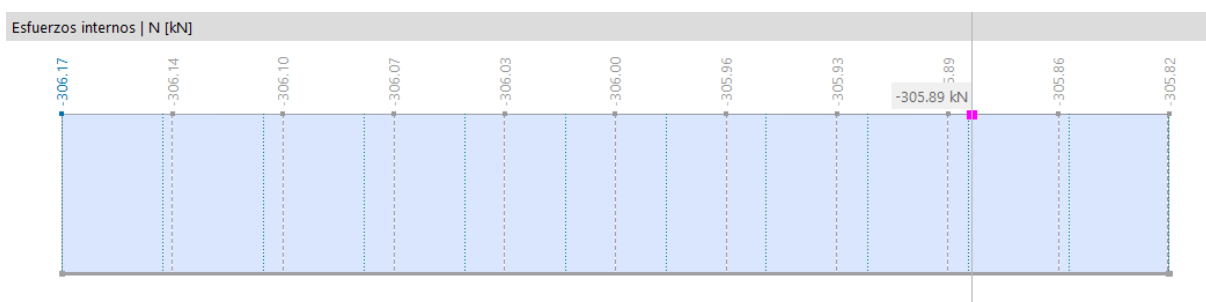


Figura 26: axil de las barras superiores (4-5-6-7)

Trabajo Fin de Grado

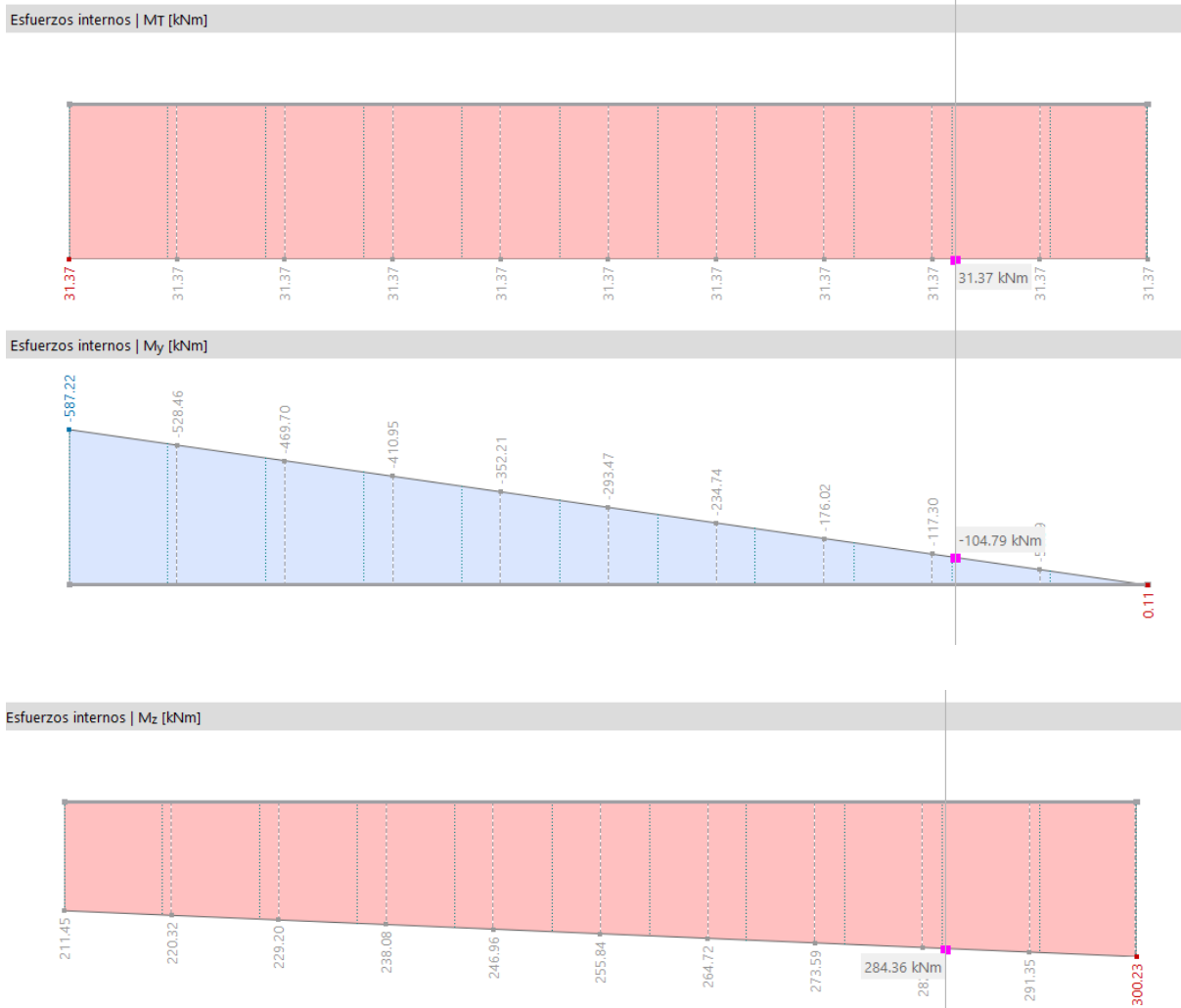


Figura 27: momento de las barras superiores (4-5-6-7)

Para las barras que se encuentran en el medio (barras 2 y 3 en la figura 22), los resultados son los siguientes:

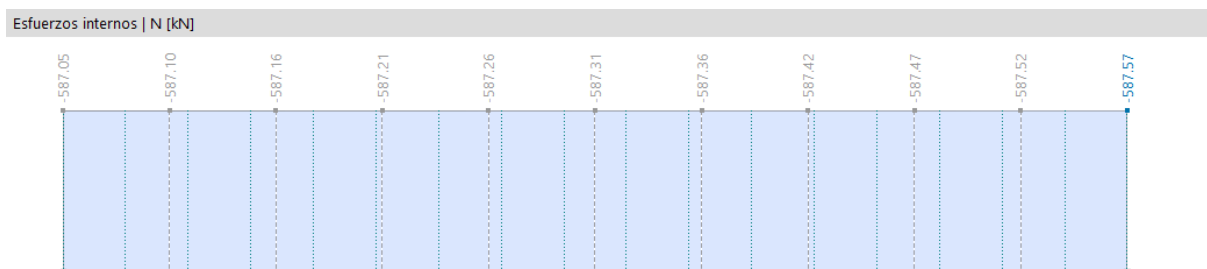
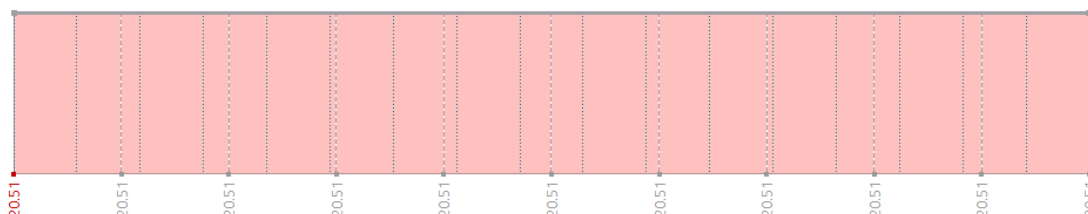


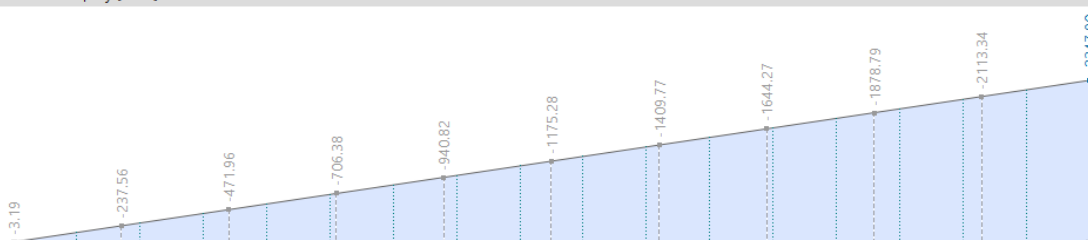
Figura 28: axil de las barras del medio(2-3)

Trabajo Fin de Grado

Esfuerzos internos | MT [kNm]



Esfuerzos internos | My [kNm]



Esfuerzos internos | Mz [kNm]

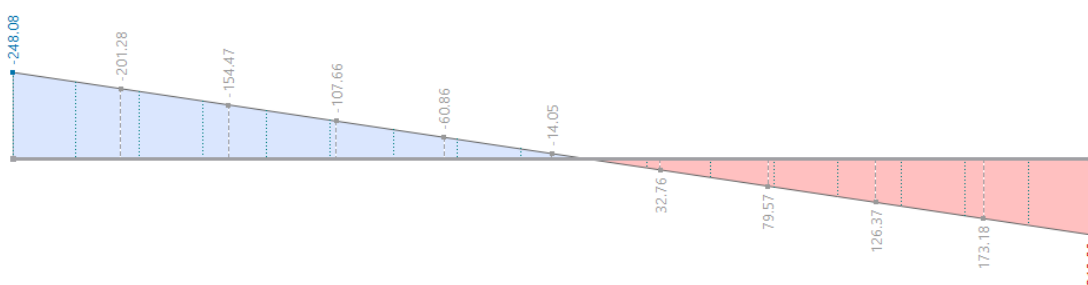


Figura 29: momento de las barras del medio(2-3)

Finalmente, para la barra de la parte inferior:

Esfuerzos internos | N [kN]

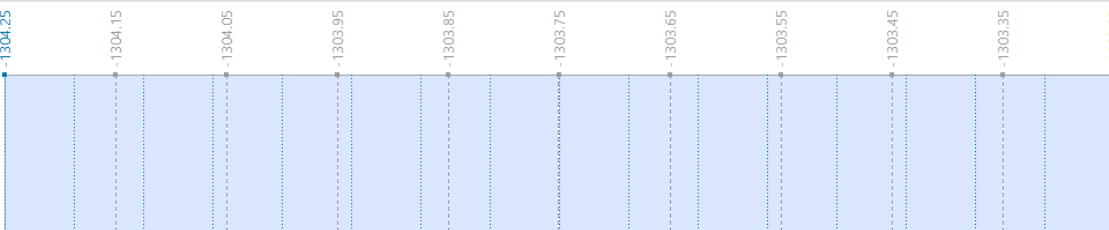
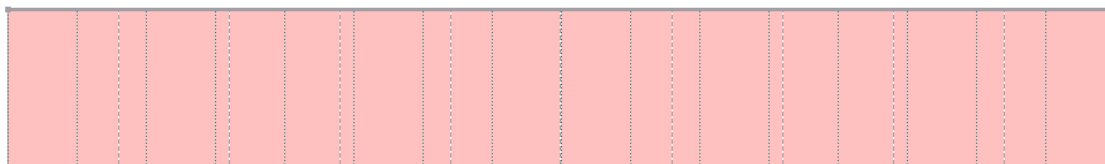


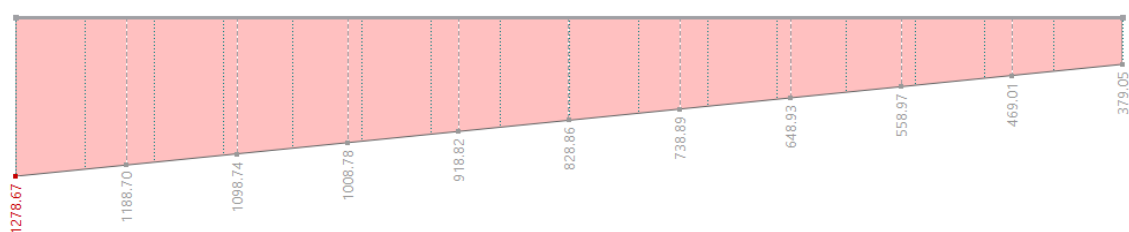
Figura 30: axil de la barra inferior

Trabajo Fin de Grado

Esfuerzos internos | MT [kNm]



Esfuerzos internos | My [kNm]



Esfuerzos internos | Mz [kNm]

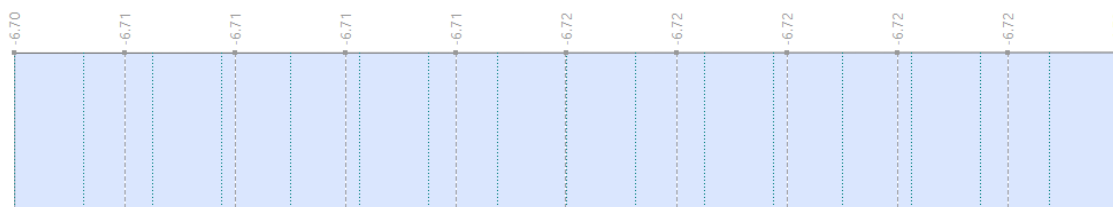


Figura 31: momento de la barra inferior

En la figura 32, se ven los axiles de cada barra, de una manera más clara:

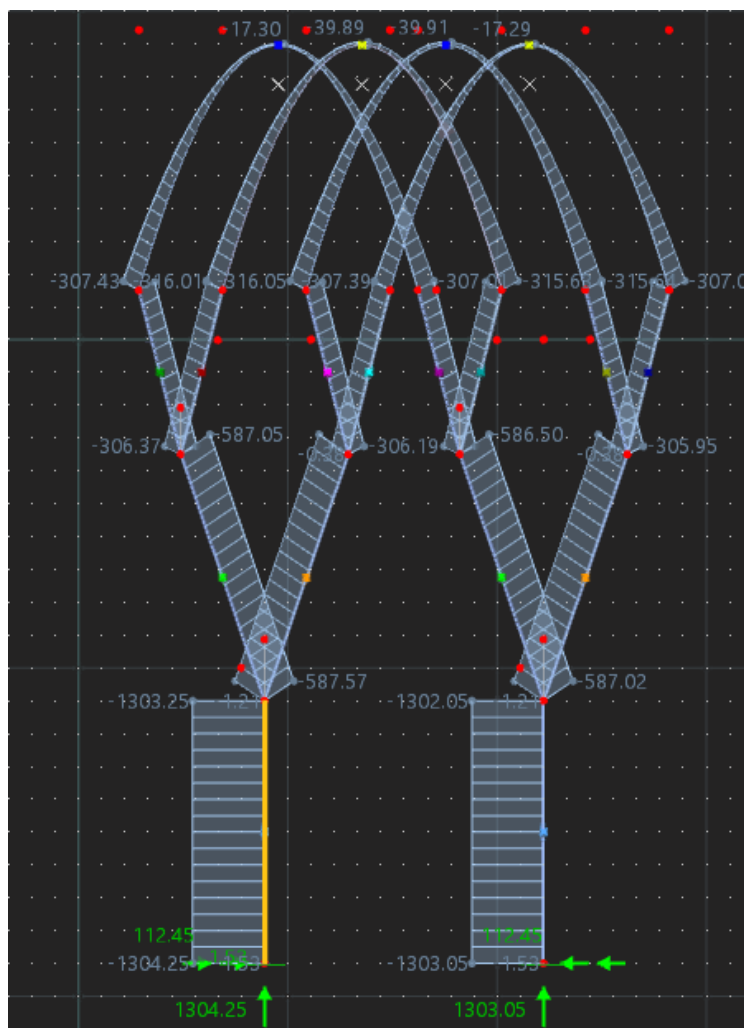


Figura 32: axiles

ANEXO VI: imagenes de interés

A continuación, se pueden observar unos bocetos hechos por el mismo Santiago Calatrava de esta galería:

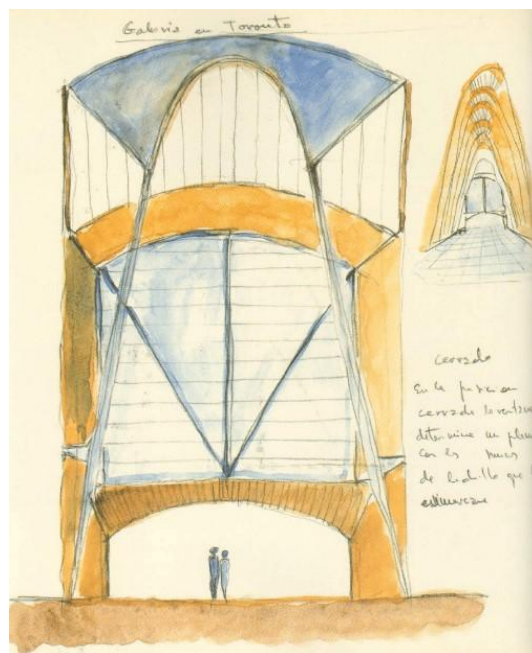


Figura 33: boceto de la galería (Fuente: Tzonis, Alexander, Santiago Calatrava's creative process)

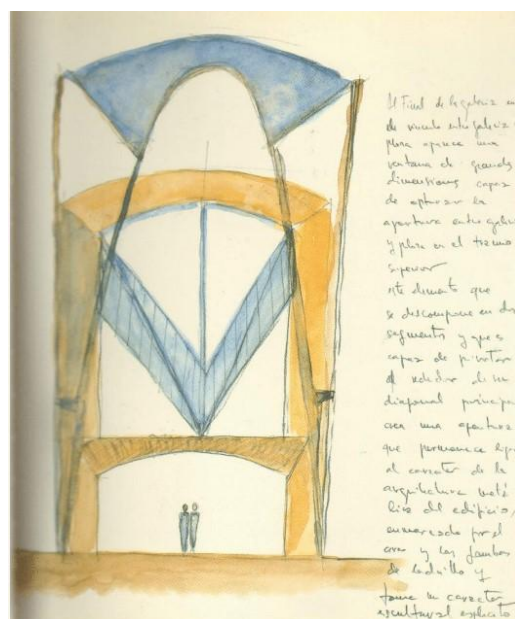


Figura 34: boceto de la galería (Fuente: Tzonis, Alexander, Santiago Calatrava's creative process)

En la Figura 35, se ve la localización exacta del BCE:



Figura 35: localización (Fuente: Google Maps)

Trabajo Fin de Grado

En la Figura 36, se observa a la derecha la Bay Wellington Tower y a la izquierda la TD Canada Trust Tower, ambas unidas por la Galería.



Figura 36: BCE (Fuente: bharchitects)

En la figura 37, se puede observar un plano del perfil de la galería, donde se pueden ver los 36 arcos y 16 árboles de esta.

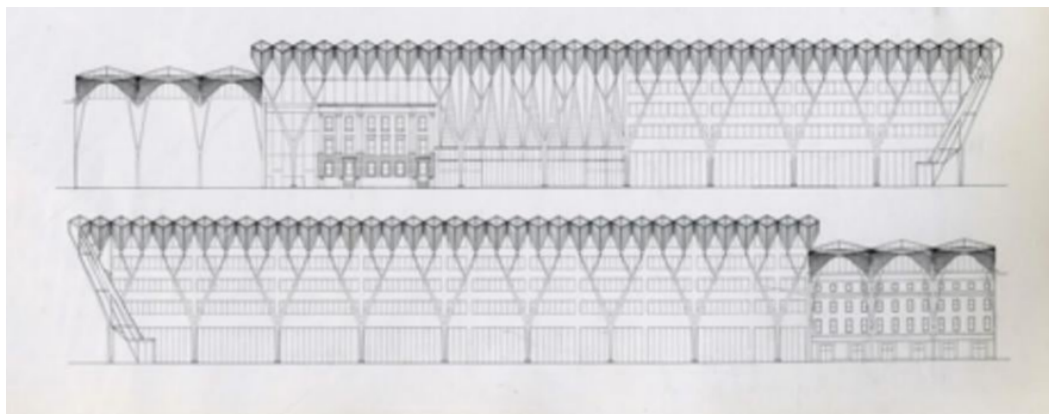


Figura 37: plano de la Galería (Fuente: BCE Place, Mohiul Motasim)

