

# Conversaciones con IA

## Mecánica de Fluidos



DR. JAVIER BLASCO ALBERTO

4 de septiembre de 2023



# Dedicatoria

Dedico este libro a mi mujer, a mis padres y a mis hijos.



# Agradecimientos

Lo poco que sé de Mecánica de Fluidos se lo debo a varios grupos de personas. Quiero expresar mi gratitud a:

- En primer lugar, a mi director de tesis doctoral, el profesor Fueyo, por todas las horas que invirtió en enseñarme a realizar una investigación correctamente.
- Al profesor Dopazo, por ser mi referencia y mi guía en muchos momentos de la tesis y posteriores. Siempre ha estado ahí cuando he necesitado un consejo.
- A los profesores del Departamento de Ciencia y Tecnología de Materiales y Fluidos de la Escuela de Ingeniería y Arquitectura de la Universidad de Zaragoza. Sus conversaciones e intercambio de material docente me han permitido mejorar en muchas ocasiones.
- A los estudiantes del Grado de Ingeniería Química que han pasado por mis manos desde que empecé a dar clases, allá por el año 2000. Ellos me han obligado a replantearme muchos temas mientras les daba clase.



# Prefacio

## Contexto

En una noche de insomnio durante el sofocante verano de Zaragoza, una idea cruzó mi mente: *¿podría escribir un libro sobre Mecánica de Fluidos usando ChatGPT?* Al mismo tiempo que surgía esta idea, varias dudas comenzaron a asaltarme:

1. ¿Encontrarían atractivo mis alumnos de segundo año del Grado Universitario de Ingeniería Química un libro así?
2. ¿Podría ChatGPT responder de manera adecuada a preguntas sobre Mecánica de Fluidos?
3. ¿Quién debería ser considerado el autor del libro: ChatGPT o yo?
4. ¿Sería ético publicar un libro que no he "escrito" yo mismo?

Con determinación, me embarqué en la tarea y poco a poco fui hallando respuestas a estas preguntas:

1. Durante mis clases, independientemente del tema, suelo hacer preguntas abiertas a los alumnos. Mi intención no es que me den respuestas concretas, sino que busco contextualizar la información que voy a presentarles a continuación. A lo largo de los años, he comprobado que este método funciona. Sin embargo, solo el tiempo dirá si el libro será bien recibido por los estudiantes de ingeniería.
2. Es una pregunta válida. Lamentablemente, ChatGPT a veces se equivoca. Mi tarea ha consistido en modificar las respuestas de ChatGPT para corregir los errores. He recopilado los fallos más importantes en el apéndice B.
3. Mi contribución al libro es doble. Por un lado, seleccioné las preguntas y el orden en el que se presentan. Por otro lado, corregí los errores de ChatGPT.
4. Considerando el punto anterior, creo que es legítimo atribuirme la autoría del libro.

## Cómo se ha escrito este libro

El proceso de creación de este libro ha sido iterativo. Ha constado de dos fases:

1. Primera fase: pensar las preguntas y lanzárselas a ChatGPT
2. Segunda fase: revisar las respuestas y corregir los fallos de ChatGPT.

## Primera fase

La primera fase se ha llevado a cabo durante unos 4 meses de forma muy irregular. Es bueno que haya sido así porque los descansos dan tiempo a repensar el enfoque de los temas. En total se han invertido unas 40 horas.

Para maquetar el libro he utilizado el procesador de textos científicos  $\LaTeX$ .

La secuencia de trabajo es la siguiente:

1. Para cada uno de los temas que explico en mi asignatura del Grado de Ingeniería Química, he pensado una serie de preguntas que me permitiera contar el tema en el orden correcto. Es decir, actúo como el "Comisario" de una exposición de obras de arte (en inglés, *curator*).
2. He introducido estas preguntas en ChatGPT-4 *August 3 version*.
3. Le he indicado a ChatGPT el público objetivo (estudiantes del grado universitario de ingeniería química) y el formato en el que debía escribir ( $\LaTeX$ ).
4. Algunas respuestas no estaban escritas siguiendo el estilo de  $\LaTeX$ . Por ejemplo, en lugar de utilizar el comando de  $\LaTeX$  "itemize", ponía unos guiones. En estos casos, usaba ChatGPT-3.5 (infinitamente más rápido que el 4) para corregir el formato.
5. Si no me gustaba la respuesta, cambiaba la pregunta.
6. Muchas veces, la respuesta de una pregunta me llevaba a realizarle otra pregunta que no había considerado inicialmente.

Aunque esta fase parece un simple *copiar y pegar*, es mucho más compleja que esto. La calidad de la respuesta de ChatGPT depende mucho de cómo se ha escrito la pregunta. En ocasiones, necesitaba reformular la pregunta varias veces hasta dar con la pregunta que me daba la respuesta que buscaba.

## Segunda fase

La segunda fase ha consistido en revisar todo lo que ha escrito ChatGPT y corregir los fallos. Para ello he consultado referencias bibliográficas y los apuntes que he ido desarrollando a través de los años para la asignatura que imparto.

Esta fase ha durado muchísimo más tiempo que la anterior. Además, me ha servido para detectar algunos errores garrafales que ha cometido la IA. Los he ido recopilando en el apéndice B.

## Portada

Como no podía ser de otra forma, la portada se ha generado mediante IA. Para ello se ha usado DALL-E (de OpenAI). La frase introducida ha sido: *Waves in a stormy sea. Oil on canvas from Turner*.



## A quién va dirigido este libro

Para comprender plenamente los conceptos presentados en este libro, es esencial tener un conocimiento previo de física y matemáticas.

Este texto es especialmente beneficioso para estudiantes en las primeras etapas de grados universitarios en ciencias e ingeniería. Específicamente, el libro cubre la mayoría de los temas de la asignatura "Mecánica de Fluidos" del Grado de Ingeniería Química en la Escuela de Ingeniería y Arquitectura (EINA) de la Universidad de Zaragoza (UZ). Además, el contenido de esta asignatura es compartido con otros grados industriales, incluyendo Ingeniería Eléctrica, Ingeniería Electrónica y Automática, Ingeniería Mecánica e Ingeniería de Tecnologías Industriales.

Importante: este libro no sustituye a los libros clásicos mostrados en la bibliografía. Debe ser tomado como una primera aproximación informal a la Mecánica de Fluidos. Para profundizar, se recomienda revisar la bibliografía citada.

## Sobre el autor

El autor es doctor en Física por la Universidad de Zaragoza (año 2000, premio extraordinario de doctorado). Empezó su carrera docente en el año 2000 como profesor asociado en el Área de Mecánica de Fluidos de la EINA. Posteriormente ocupó una plaza de profesor contratado doctor. Desde el año 2007 tiene un puesto de profesor titular de universidad en el mismo sitio.

Ha realizado estancias en diversas universidades españolas y extranjeras (Universidad de California en Berkeley, TU Eindhoven y Universidad Carlos III de Madrid).

Siempre ha estado muy interesado por la innovación docente. En el año 2012 realizó un máster sobre aprendizaje basado en problemas (ABP) en la Universidad de Aalborg (Dinamarca). Además de ABP, utiliza métodos de aprendizaje activo como la clase invertida (*flipped classroom*) y gamificación. También ha desarrollado herramientas propias como un *bot* de Telegram para interactuar con los alumnos.



# Índice general

<b>1</b>	<b>Un poco de historia</b>	<b>15</b>
	¿Te has leído el libro Garbrecht, G. <i>Hydraulics and Hydraulic Research: An Historical Review</i> . Gower Publisher, Aldershot, Reino Unido. 1987? . . .	15
	Yo sí que me he leído ese libro. Te muestro un resumen aquí. Empecemos por los orígenes . . . . .	15
	Leonardo entra en escena . . . . .	16
	Newton, Bernoulli, Euler, Lagrange y Laplace . . . . .	16
	Navier-Stokes, Pitot, Venturi y Hagen-Poiseuille . . . . .	17
	Reynolds, Pelton, Stokes, Kelvin, Rayleigh y Mach . . . . .	18
	Las paradojas hacen avanzar la ciencia . . . . .	19
	Prandtl, Blasius, von Karman, Pohlhausen, Taylor y Buckingham . . . . .	19
<b>2</b>	<b>Introducción</b>	<b>21</b>
	¿Para qué sirve la mecánica de fluidos en ingeniería química? . . . . .	21
	¿Qué necesito saber de mecánica de fluidos para ser un buen ingeniero químico?	22
	Define un fluido para un estudiante de ingeniería . . . . .	23
	Explica la hipótesis de medio continuo en mecánica de fluidos . . . . .	24
	¿Por qué es tan importante esta hipótesis? . . . . .	24
	Dime ejemplos de fluidos raros . . . . .	25
	¿El vidrio de las catedrales es un fluido? . . . . .	26
	¿Puede un material fluido tener forma de pelota y rebotar en el suelo? . . . . .	27
	¿Qué relación hay entre la viscosidad de un fluido y el esfuerzo cortante viscoso?	28
	Muéstrame la ley homóloga a ésta relacionada con el transporte de calor . . . . .	28
	¿Qué ley permite calcular el flujo másico de difusión de una especie química?	
	¿Qué coeficiente de transporte está involucrado en este fenómeno? . . . . .	29
	Explicame los tres tipos de fuerzas sobre un fluido: (1) fuerzas másicas o de volumen, (2) fuerzas de superficie (3) fuerzas de longitud . . . . .	29
	¿Qué es el tensor de esfuerzos en un fluido? . . . . .	30
	¿Cómo se calculan las componentes del tensor de esfuerzos $\sigma_{ij}$ ? . . . . .	31
	¿Cómo se puede calcular la fuerza en la superficie de un fluido a partir del tensor de esfuerzos? . . . . .	32
	¿Cuál es el tensor de esfuerzos viscosos en un flujo de Couette? . . . . .	33
<b>3</b>	<b>Propiedades</b>	<b>35</b>
	¿Qué propiedades definen un fluido? . . . . .	35
	¿Qué es la tensión superficial? . . . . .	36

Índice general	10
Muéstrame ecuaciones con esta propiedad . . . . .	36
Aplicaciones en la industria química . . . . .	37
Ejemplos de valores para varios fluidos . . . . .	38
¿Por qué el detergente disminuye la tensión superficial del agua? . . . . .	39
¿Influyen la temperatura o la presión en esta propiedad? . . . . .	40
¿Qué es la viscosidad de un fluido? . . . . .	40
Aplicaciones en la industria química . . . . .	41
Ejemplos de valores para varios fluidos . . . . .	42
¿Por qué unos fluidos son más viscosos que otros? . . . . .	43
¿Influyen la temperatura o la presión en esta propiedad? . . . . .	43
¿Cómo podemos cambiar la viscosidad de un fluido? . . . . .	44
¿Cómo se pueden clasificar los fluidos según su viscosidad? . . . . .	45
¿Qué es el coeficiente de compresibilidad de un fluido? . . . . .	46
Aplicaciones en la industria química . . . . .	47
Ejemplos de valores para varios fluidos . . . . .	48
¿Por qué unos gases son más compresibles que otros? . . . . .	48
Un problema relacionado con la compresibilidad . . . . .	49
<b>4 Cinemática</b>	<b>51</b>
¿Cómo se puede representar gráficamente el campo de velocidades de un fluido?	51
Muéstrame una imagen de líneas de corriente . . . . .	52
Propiedades de las líneas de corriente . . . . .	53
¿Qué es la trayectoria o senda? . . . . .	53
¿Qué es la traza? . . . . .	53
Explica la deformación de un fluido en movimiento en torno a un punto . . . . .	54
Muéstrame el tensor de deformación . . . . .	55
Ejemplo para entender el tensor de deformación . . . . .	55
¿Qué unidades tiene el tensor de deformación? . . . . .	57
¿Este tensor, cambia de un punto del fluido a otro? . . . . .	57
¿Hay alguna relación entre este tensor y la conservación de masa? . . . . .	57
¿Qué es la vorticidad de un fluido? . . . . .	58
Ponme un ejemplo de un problema con la vorticidad . . . . .	59
Muéstrame la ecuación de vorticidad . . . . .	60
¿Se puede usar la ecuación de la vorticidad en lugar de la ecuación de Navier-Stokes? . . . . .	60
<b>5 Fluidostática</b>	<b>63</b>
¿Cómo puedo calcular el valor de la presión en un fluido en equilibrio? . . . . .	63
¿Cómo sería esta ecuación en el caso de fluidos compresibles? . . . . .	64
Dame un ejemplo de aplicación de la ecuación fundamental de la hidrostática	65
¿Podrías darme un ejemplo de la fuerza que hace el agua sobre una compuerta de longitud $L$ y anchura $b$ perpendicular al papel sumergida a una profundidad $H$ (punto superior) y con una inclinación $\alpha$ respecto a la superficie libre? . . . . .	65
¿Cómo puedo calcular el punto de aplicación de dicha fuerza? . . . . .	66
Dime un problema de cálculos manométricos con dos fluidos . . . . .	67

<b>6</b>	<b>Análisis dimensional</b>	<b>69</b>
	Muéstrame la ecuación de Navier-Stokes para un fluido incompresible y de viscosidad constante . . . . .	69
	Adimensionaliza la ecuación de Navier-Stokes, incluyendo el operador nabla, de forma que el término convectivo tenga orden de magnitud 1 . . . . .	70
	¿De qué orden de magnitud son las variables con asterisco? . . . . .	71
	Número de experimentos a realizar para entender un fenómeno . . . . .	71
	¿Qué dice el teorema Pi de Buckingham? . . . . .	71
	¿Puedes poner un ejemplo resuelto paso a paso? . . . . .	72
	En el problema anterior, ¿puedes mostrarme la matriz de dimensiones? . . . . .	73
	¿Cómo se obtiene el valor $MLT^2$ para la fuerza? . . . . .	74
	¿Qué es la semejanza dimensional y para qué sirve? . . . . .	74
	¿Qué tipos de semejanza existen? . . . . .	74
	Ponme un ejemplo de cada caso . . . . .	75
	¿Qué se debe cumplir para que exista semejanza completa? . . . . .	75
	¿Qué ocurre si no hay semejanza completa? . . . . .	75
	Ponme un ejemplo de aplicación de semejanza dimensional entre el modelo y el prototipo . . . . .	76
<b>7</b>	<b>Flujo viscoso unidireccional</b>	<b>77</b>
	Muéstrame la ecuación de Navier-Stokes para un flujo viscoso, unidireccional, incompresible y de viscosidad constante, incluyendo fuerzas másicas. . . . .	77
	Pon ejemplos de flujos viscosos unidireccionales . . . . .	77
	¿Cuáles son las condiciones de contorno empleadas en los ejemplos anteriores? . . . . .	78
	Integra la ecuación de Navier-Stokes para el flujo de Couette . . . . .	79
	Dime ejemplos de aplicación en ingeniería química . . . . .	80
<b>8</b>	<b>Flujo de fluidos ideales</b>	<b>81</b>
	¿Cómo definirías un fluido ideal? . . . . .	81
	¿Cuáles son las ecuaciones de mecánica de fluidos para este caso? . . . . .	82
	¿Cómo es la ecuación de Bernoulli transitoria? . . . . .	82
	Ponme un ejemplo de aplicación de la ecuación de Euler . . . . .	83
	Ponme un ejemplo de aplicación de la ecuación de Bernoulli . . . . .	84
	Ponme un ejemplo de aplicación de la ecuación de Bernoulli no estacionaria . . . . .	84
<b>9</b>	<b>Capa límite</b>	<b>87</b>
	¿Qué es la paradoja de D'Alambert? . . . . .	87
	¿Quién propuso la existencia de una zona del fluido llamada "capa límite"? . . . . .	87
	¿Qué avances supuso la teoría de capa límite? . . . . .	88
	¿Cuántos tipos de capa límite existen? . . . . .	89
	Hasta ahora has hablado de la capa límite viscosa. ¿Me podrías hablar de la capa límite térmica y de la capa límite másica? . . . . .	89
	Muestra las ecuaciones de la capa límite viscosa estacionaria sobre una placa plana y sin gradiente de presión . . . . .	90
	Lo mismo para la capa límite térmica . . . . .	91
	Lo mismo para la capa límite másica . . . . .	92
	¿En qué unidades se expresa la concentración del soluto en el fluido? . . . . .	93

Índice general	12
Las ecuaciones de las tres capas límite tienen el mismo aspecto, ¿no?	93
¿Se puede encontrar una solución de semejanza para las ecuaciones de capa límite viscosa anteriores?	93
¿Qué relación tenía Blasius con Prandtl?	94
¿Existe una ecuación similar a la de Blasius para la capa límite térmica?	95
¿Y para la capa límite másica?	95
¿Cómo se puede calcular la fuerza que ejerce una corriente de aire sobre la placa plana con la ecuación de Blasius?	96
Ponme un ejemplo	97
Me estoy haciendo un lío con tanto número adimensional. ¿Me podrías hacer una tabla mostrando todos los números adimensionales de las capas límite viscosa, térmica y másica?	98
¿Puedes indicarme las fórmulas de $C_f(x)$ , $Nu(x)$ y $Sh(x)$ para una capa límite laminar sobre una placa plana?	99
Muéstrame correlaciones de los espesores de las tres capas límite para esta situación	100
Pon un ejemplo de cálculo de los tres espesores	100
Ponme un ejemplo de cálculo de la potencia de calor intercambiada entre el aire y la placa usando las correlaciones anteriores	101
Ponme un ejemplo de cálculo de la masa de cierta especie química intercambiada intercambiada entre el aire y la placa usando las correlaciones anteriores	102
La solución de Blasius supone un flujo laminar. ¿Cuándo se produce la transición a capa límite turbulenta?	103
¿Puedes indicarme las fórmulas de $C_f(x)$ , $Nu(x)$ y $Sh(x)$ para una capa límite turbulenta sobre una placa plana?	103
Explícame el concepto del desprendimiento de la capa límite	104
¿Por qué las pelotas de golf tienen hoyuelos?	105
<b>10 Otros temas</b>	<b>107</b>
Areodinámica	107
Combustión	108
Fluidización y sedimentación	109
Flujo compresible	110
Flujo en canales abiertos	111
Flujo en medios porosos	112
Flujo en tuberías	113
Flujo potencial	114
Flujos bifásicos	115
Inestabilidades	116
Mecánica de fluidos computacional (CFD)	117
Mecánica de fluidos geofísicos	118
Medidas en fluidos	119
Ondas gravitatorias	120
Reología	121
Técnicas de separación	122
Turbomáquinas	123

Turbulencia . . . . .	124
Visualización de fluidos . . . . .	125
<b>Bibliografía</b>	<b>125</b>
<b>A Repaso álgebra vectorial</b>	<b>129</b>
¿Qué me recomiendas saber sobre álgebra vectorial para mecánica de fluidos?	129
¿Puedes mostrar un ejemplo para cada caso anterior? . . . . .	130
¿Cómo se llama el operador que tiene forma de triángulo con el pico hacia abajo? ¿Qué aspecto tiene en coordenadas cartesianas? . . . . .	132
Y nabra cuadrado: ¿tiene nombre? . . . . .	133
¿Qué diferencia hay entre el operador gradiente, la divergencia y el rotacional?	133
¿Qué diferencia hay entre el sistema de coordenadas cartesiano y el sistema de coordenadas cilíndrico? . . . . .	134
Ponme un ejemplo de sistemas cilíndricos . . . . .	136
<b>B Gazapos de la IA</b>	<b>137</b>
Cinemática . . . . .	137
Fluidostática . . . . .	137
Ecuaciones integrales . . . . .	139
Análisis dimensional . . . . .	141
Flujo viscoso unidireccional . . . . .	141
Capa límite . . . . .	142
<b>C Solución a los gazapos</b>	<b>145</b>





# 1

## Un poco de historia

**¿Te has leído el libro Garbrecht, G. *Hydraulics and Hydraulic Research: An Historical Review*. Gower Publisher, Aldershot, Reino Unido. 1987?**

Lo siento, pero como soy una inteligencia artificial, no "leo" libros de la forma en que los humanos lo hacen. Sin embargo, tengo acceso a una amplia base de datos de información hasta septiembre de 2021, por lo que puedo proporcionar información basada en lo que está en mi base de datos. El libro que mencionaste, "Hydraulics and Hydraulic Research: An Historical Review" de Garbrecht G., no está incluido en mi base de datos, por lo que no puedo ofrecer información específica sobre su contenido. Sin embargo, si tienes alguna pregunta sobre hidráulica o investigación hidráulica, estaré encantado de ayudarte en la medida de mis conocimientos.

**Yo sí que me he leído ese libro. Te muestro un resumen aquí. Empecemos por los orígenes**

En sus inicios, la mecánica de fluidos estuvo presente a través de la preocupación del hombre por el **suministro de agua** para beber y para riego, así como su **transporte** y **almacenamiento**. Hoy en día sabemos que los pobladores de países como Egipto, India, Pakistán y China construyeron pozos, presas y canales para riego hacia el año 4000 A.C. No ha quedado constancia de los conocimientos de ingeniería que utilizaban estos hombres, pero sí ha quedado de manifiesto que conocían una buena parte de la mecánica de fluidos.

En la época **griega** cabe destacar la presencia del filósofo griego **Arquímedes** (287-212 A.C.), al cual se le atribuye el nacimiento de la *fluidostática*. Este filósofo se apoyó en razonamientos matemáticos, lo cual no era habitual en su época. Además del popular *Principio de Arquímedes* que permite calcular la fuerza de flotación de un cuerpo sumergido en un fluido, su nombre también se asocia con la *bomba de tornillo*, todavía en uso en la actualidad. Otros inventos griegos relacionados con el agua son relojes de agua, sifones y turbinas de gas.

Los **romanos** heredaron los conocimientos de los griegos y los aplicaron en problemas que tenían que resolver. Un ejemplo claro de aplicación son los *acueductos*, me-

diante los cuales podían transportar agua de las montañas cercanas hasta la ciudad. Los romanos también incorporaron calefacción central y agua en las casas mediante *tuberías*. Tras la desaparición del imperio romano (año 400), este último avance tecnológico no se repetiría hasta finales del siglo XIX.

## Leonardo entra en escena

El siguiente paso en el desarrollo de la mecánica de fluidos fue realizado por **Leonardo da Vinci** (1452-1519). A pesar de que en la actualidad Leonardo pueda ser más recordado por sus creaciones en la pintura y en la arquitectura, el sabio italiano desarrolló gran cantidad de inventos y teorías durante su carrera de ingeniero militar. Poseía una especial intuición para comprender los fenómenos de la naturaleza. Así, por ejemplo, propuso una teoría para el vuelo y la *resistencia aerodinámica* (aunque hoy en día no es aceptable), describió la distribución de velocidad en un torbellino, los perfiles de chorros libres, la formación de vórtices en un conducto divergente, el flujo en la estela de cuerpos y el salto hidráulico. Asimismo publicó bocetos por los que se le atribuye la invención del *paracaídas*, del *anemómetro*, de la *bomba centrífuga* y de diversos métodos de visualización de flujo. También dirigió la construcción de varias obras de ingeniería, como un *canal* en Francia.

Otra característica importante de Leonardo fue que basaba sus teorías en la observación y la experimentación, en lugar de basarlas en razonamientos puramente filosóficos. Siguiendo el enfoque experimental, el italiano Evangelista **Torricelli** (1608-1647) describió las trayectorias parabólicas del agua en el *vaciado de depósitos* y es considerado el inventor del *barómetro*. Por otra parte, un prior francés, Edmé **Mariotte** (1620-1684) publicó estudios sobre el impacto de chorros y midió las fuerzas dinámicas en superficies.

## Newton, Bernoulli, Euler, Lagrange y Laplace

Las contribuciones de Sir Isaac **Newton** (1643-1727) a la ciencia son enormes y muy variadas: desde el cálculo infinitesimal hasta la definición de conceptos tan importantes como masa, cantidad de movimiento, inercia y fuerza. Newton fue el primero en apuntar que las *fuerzas viscosas* dependen de los gradientes de velocidad, y predijo que la velocidad de una *onda superficial* variaba con la raíz cuadrada de la profundidad del canal.

El físico suizo Daniel **Bernoulli** (1700-1782) escribió un tratado en el que introdujo el término *hidrodinámica* y explicó diversos aspectos de la mecánica de fluidos, como la *teoría cinética de gases*, el cambio en la superficie libre de una vasija acelerada, el establecimiento de flujo en un conducto, el concepto de propulsión a chorro y, por supuesto, su famoso principio de conservación de la energía.

Leonard **Euler** (1707-1783), amigo y compañero de clase de Daniel Bernoulli, desarrolló las *ecuaciones de cantidad de movimiento* que hoy llevan su nombre. También introdujo el concepto de *cavitación* y la terminología de *máquinas hidráulicas*. Su contribución a diversos campos del conocimiento (cálculo, óptica, mecánica, mecanismos celestes, ...) es tan prolífica que solamente mencionando los títulos de sus publicaciones se llenarían 50 páginas.

El trabajo de Bernoulli y Euler fue continuado por el francés Joseph Louis **Lagrange** (1736-1813). Este ilustre matemático introdujo los conceptos actuales de descripción lagrangiana y euleriana, y la función potencial y el potencial de velocidades.

Otro matemático francés, Pierre Simon **Laplace** (1794-1827), que fue nombrado marqués por el mismísimo Napoleón, tuvo contribuciones muy importantes a la mecánica de fluidos, como las que explican el funcionamiento de las *olas*, las *mareas*, las *fuerzas capilares* y los esfuerzos en una superficie esférica debidos a la *tensión superficial*.

## Navier-Stokes, Pitot, Venturi y Hagen-Poiseuille

La última piedra angular de la mecánica de fluidos moderna se le atribuye al francés Louis Marie Henri **Navier** (1785-1836), ya que fue el primero (1822) en escribir la forma diferencial del principio de conservación de la cantidad de movimiento de Newton; es decir, lo que hoy en día se conoce como *ecuaciones de Navier-Stokes*. Estas ecuaciones fueron también obtenidas con posterioridad por sus compatriotas Simeon Denis **Poisson** (1781-1840) y Jean-Claude Barre de **Saint-Venant** (1797-1886).

A lo largo del siglo XVIII, un nutrido grupo de ingenieros contribuyeron al avance de la mecánica de fluidos experimental. Así, por ejemplo, el francés Henri de **Pitot** (1695-1771) desarrolló un dispositivo para medir la velocidad de un fluido denominado actualmente *tubo de pitot*. Antoine **Chezy** (1718-1798, Francia) propuso una fórmula para la resistencia en un canal inclinado que todavía se usa en la actualidad. Giovanni Battista **Venturi** (1746-1822, Italia) propuso evitar la aparición de torbellinos en contracciones/expansiones bruscas mediante el uso de secciones cónicas, lo que dio lugar al tubo de Venturi.

A principios del siglo XIX, la teoría básica del flujo ideal y la rama experimental denominada hidráulica habían alcanzado un cierto grado de madurez. Sin embargo, un artículo publicado alrededor de 1800 por Charles Agustín de **Coulomb** (1736-1806, Francia) empezó a suscitar reticencias al indicar que la fuerza de resistencia que sufre un cuerpo inmerso en un fluido en movimiento es proporcional a la velocidad (resistencia viscosa) y a la velocidad al cuadrado (resistencia de forma, debida a la presión).

Jean Louis **Poiseuille** (1799-1869, Francia), un físico interesado en el flujo de la sangre en venas y capilares, demostró experimentalmente que el caudal de descarga de un tubo era proporcional a la viscosidad por el gradiente de presión motriz y por el diámetro a la cuarta potencia. Idénticos resultados había obtenido el alemán Gotthilf Heinrich Ludwig **Hagen** (1797-1884). Alrededor de 1888, Robert **Manning** (1816-1897, Irlanda) publicó su famosa fórmula de resistencia en canales abiertos. Vincenz Strouhal (1850-1922) publicó en 1878 una expresión que relaciona la frecuencia de desprendimiento de vórtices detrás de un cilindro con la velocidad de la corriente.

Durante el siglo XIX y principios del XX se hicieron numerosos experimentos sobre las fuerzas de resistencia y de sustentación. Algunos de estos científicos son Otto Lillienthal, Horatio Frederick Phillips, Frederick William Lanchester, Nicolai Egorovich **Joukowski**, y Wilhelm **Kutta**. En particular, las investigaciones de estos dos últimos llevaron a la teoría bidimensional de Kutta-Joukowski para la descripción de la sustentación de perfiles alares, todavía vigente. Otro logro de Joukowski es la descripción del fenómeno de golpe de ariete.

## Reynolds, Pelton, Stokes, Kelvin, Rayleigh y Mach

El inglés Osborne **Reynolds** (1842-1912) propició numerosos desarrollos en la Mecánica de Fluidos. Él fue el primero en demostrar el fenómeno de cavitación, delimitó la transición del flujo laminar a turbulento mediante el número que lleva su nombre, usó las ecuaciones de Navier-Stokes para desarrollar la teoría de lubricación, introdujo el concepto de esfuerzos de Reynolds y proporcionó el marco que nos permite el actual estudio de los flujos turbulentos (promedios de Reynolds).

La resistencia de barcos fue estudiada por los británicos padre e hijo William (1810-1879) y Robert Edmund **Froude** (1846-1924), propiciando importantes avances en la investigación de capa límite para aplicaciones navales.

Lester Allen **Pelton** (1829-1908, EE.UU.) desarrolló una turbina para trabajar en los campos de oro de California. Otros compatriotas suyos destacables fueron Clemens Herschel y John Ripley Freeman.

La última contribución a las ecuaciones diferenciales de la Mecánica de Fluidos es debida al inglés George Gabriel **Stokes** (1819-1903). Stokes fue el primero en usar la letra  $\mu$  para viscosidad y en enunciar la condición de no deslizamiento.

Se podría decir que Stokes es el científico británico más prolífico después de Newton. Presentó más de 100 artículos en la Royal Society británica sobre diversos temas, entre los cuales se incluyen una teoría de flujo a bajo número de Reynolds, análisis del segundo coeficiente de viscosidad, estudio de las ondas en las interfases y la formulación de teorías de ondas gravitatorias para aguas muy/poco profundas.

Otros científicos importantes británicos son William Thomson (conocido como Lord **Kelvin**) (1824-1907), el cual analizó los flujos irrotacionales, movimiento de vórtices, mareas, ondas en canales abiertos, ondas capilares y ondas producidas por barcos. John William Strutt (conocido como Lord **Rayleigh**) (1842-1919) contribuyó al estudio de la acústica (su libro todavía se utiliza en la actualidad), propuso un modelo para la dinámica de las burbujas de cavitación todavía en uso, popularizó el uso de la semejanza dinámica, estudió inestabilidades de chorros, analizó la estabilidad de los flujos (Rayleigh-Bénard solution).

Horace **Lamb** (1849-1934, Inglaterra) publicó dos libros, Hydrodynamics y The Dynamic Theory of Sound, los cuales todavía son consultados hoy en día. Su sucesor en la Universidad de Manchester, el americano Sydney Goldstein (1903-1989).

Hubo otras mentes privilegiadas en el siglo XIX. Hermann Ludwig Ferdinand von **Helmholtz** (1821-1894, Alemania) fue lo que se conoce como un "hombre del Renacimiento". Se dedicó a la enseñanza de Fisiología, Física y Medicina. Sus contribuciones más importantes son un análisis dimensional de las ecuaciones de Navier-Stokes, teoría del golpe de ariete, estudios de acústica, etc.

Gustav Robert **Kirchhoff** (1824-1887, Alemania) fue el primero (1845) en superponer flujos irrotacionales sencillos para obtener flujos más complejos. También realizó estudios de elasticidad y de las condiciones de contorno en placas planas.

Ernst **Mach** (1838-1916, Alemania) publicó la primera foto de una onda de choque delante de un proyectil viajando a velocidades supersónicas. Mach dio una explicación teórica al fenómeno de ondas de choque e introdujo el concepto de cono de Mach. Estudió cómo generar ondas de choque mediante descargas eléctricas.

## Las paradojas hacen avanzar la ciencia

A comienzos del siglo XX, la teoría fundamental de la Mecánica de Fluidos estaba desarrollada: ecuaciones de Navier-Stokes, dispositivos experimentales, principios de hidráulica (proporcionaba criterios prácticos a los ingenieros), soluciones de la ecuación de Euler (flujo irrotacional), algunas soluciones para las ecuaciones de Navier-Stokes. Sin embargo, todavía existían dificultades para entender algunos fenómenos. Estas dificultades se resumen en forma de paradojas:

- **Paradoja de D'Alembert:** en flujo irrotacional, la fuerza de resistencia de una corriente uniforme sobre un cuerpo es nula.
- **Paradoja de Earnshaw:** Es imposible obtener ondas acústicas estacionarias planas en un gas que vibra de forma adiabática.
- **Paradoja de Eiffel:** disminución brusca del coeficiente de resistencia en una esfera a partir de  $Re=150.000$ .
- **Paradoja de la rotación:** Un proyectil lanzado con rotación se desvía del plano vertical siguiendo la dirección del proyectil en su cara superior.
- **Paradoja de Stokes:** La aproximación de las ecuaciones de Navier-Stokes para  $Re$  muy bajos indica que no es posible obtener flujo alrededor de un cilindro infinito en una corriente uniforme.

## Prandtl, Blasius, von Karman, Pohlhausen, Taylor y Buckingham

El primer adelanto importante del siglo XX es debido a Ludwig **Prandtl** (1875-1953, Alemania). En 1904<sup>1</sup> presentó en el Congreso de Matemáticas una comunicación bajo el título "Movimiento de fluidos con fricción muy pequeña" en la cual estableció las bases de la teoría de capa límite laminar. A pesar del impacto que esta teoría tuvo en la Mecánica de Fluidos, en los primeros diez años desde su publicación, sólo se escribieron diez trabajos sobre la teoría de Prandtl, y fueron realizados por el propio Prandtl o por sus estudiantes. Uno de ellos, Paul Richard Heinrich **Blasius** (1883-1970, Alemania) publicó la solución de la capa límite para una placa plana. Posteriormente, Blasius demostró que el coeficiente de resistencia del flujo en una tubería debería ser función única de  $Re$ .

La publicación de su artículo en 1904 le valió a Prandtl para ser nombrado profesor de la Universidad de Gotingen y director de un pequeño instituto de investigación, del cual salieron científicos de la talla de Johann Albert Betz, Walter Gustav Johannes Tollmien, Jacob Ackeret, Oscar Karl Gustav Tietjens, Hermann T. Shilchting y Johann Nikuradse.

Sin duda el estudiante más influyente que haya pasado por Gotingen durante la época de Prandtl fue Theodore **von Karman** (1881-1963, Hungría, Alemania y EE.UU.). Karman es un perfecto ejemplo de científico que conjuga perspicacia física con análisis

<sup>1</sup>Es curioso destacar que la publicación de Einstein en 1905 de la Teoría General de la Relatividad ha tenido mucho más impacto en el público en general que la Teoría de capa límite de Prandtl, a pesar de que esta última ha servido para el desarrollo de la aviación ...

matemático. Karman es famoso por el estudio de la estabilidad de dos líneas de vórtices girando en sentidos contrarios (la famosa “calle de vórtices de von Karman”), así como por un modelo de turbulencia, un modelo del perfil de velocidades en la capa límite, diseño de algunos aviones (fue un consejero clave para las U.S. Air Force durante la 2ª Guerra Mundial).

El nombre de Karl **Pohlhausen** (1892-1980, Alemania y EE.UU.) es conocido por el desarrollo de las ecuaciones integrales de la capa límite de von Karman. Su trabajo propició décadas de investigación e importantes avances en la Aerodinámica.

El británico Geoffrey Ingram **Taylor** (1886-1975) fue un prolífico científico cuyos trabajos se recogen en cuatro gruesos volúmenes, tres de ellos dedicados a la Mecánica de Fluidos. Sus trabajos incluyen estudios de torbellinos atmosféricos, la estabilidad de un flujo de Couette, los efectos de un cuerpo moviéndose en un flujo en rotación, etc. Taylor desarrollo estos trabajos desde la Cátedra de Investigación de la Universidad de Cambridge, puesto que fue nombrado por la Royal Society inglesa.

En los Estados Unidos, Edgar **Buckingham** (1867-1940) estimuló el uso de variables adimensionales mediante su propuesta del famoso teorema  $\pi$ . Un compatriota suyo, Lewis Ferry **Moody** (1880-1953), hayó una correlación para la pérdida de carga en tuberías que es muy usada en la actualidad.

A partir de 1950 se empezaron a crear “centros de excelencia” a lo largo de todo el mundo dedicados a la investigación en Mecánica de Fluidos. Los programas espaciales norteamericanos y rusos proporcionaron abundantes fondos para dichas investigaciones. Aparecieron nuevas técnicas, como los métodos asintóticos. El advenimiento de los ordenadores fue cambiando gradualmente la forma de resolver algunos problemas.

## 2

# Introducción

### ¿Para qué sirve la mecánica de fluidos en ingeniería química?

La mecánica de fluidos es una rama fundamental en la ingeniería química. A continuación, te detallo algunas razones para su importancia en este campo:

1. **Diseño de Equipos:** La mecánica de fluidos es esencial para el diseño de equipos tales como bombas, compresores, intercambiadores de calor, torres de destilación, entre otros. Comprender el flujo de fluidos permite a los ingenieros seleccionar o diseñar equipos adecuados para lograr un proceso eficiente.
2. **Operaciones Unitarias:** Muchas operaciones unitarias, que son las operaciones básicas que intervienen en un proceso químico (como la destilación, absorción, extracción, filtración), involucran el movimiento o tratamiento de fluidos. Entender la mecánica detrás de estos movimientos es crucial para optimizar y escalar estos procesos.
3. **Transferencia de Calor y Masa:** La transferencia de calor y masa en sistemas fluidos está íntimamente ligada a la mecánica de fluidos. Por ejemplo, la convección, que es una de las principales formas de transferencia de calor, se refiere al transporte de calor por el movimiento de un fluido.
4. **Control de Procesos:** El control adecuado de un proceso químico a menudo depende de la capacidad para controlar y medir el flujo de fluidos. Los instrumentos como los caudalímetros, que miden el flujo de líquidos o gases, están basados en principios de la mecánica de fluidos.
5. **Seguridad:** El manejo seguro de fluidos, especialmente de gases y líquidos a alta presión o de sustancias peligrosas, requiere un profundo conocimiento de la mecánica de fluidos.
6. **Optimización de Procesos:** La mecánica de fluidos también es esencial para desarrollar y optimizar procesos. Por ejemplo, en la industria petroquímica, la optimización del flujo de crudo a través de tuberías puede tener un gran impacto en la eficiencia y la economía de un proceso.

7. **Medio Ambiente:** La ingeniería química también tiene un papel en el tratamiento de aguas residuales y la prevención de la contaminación. La mecánica de fluidos juega un papel en la comprensión de cómo se dispersan los contaminantes en cuerpos de agua o en la atmósfera.

## ¿Qué necesito saber de mecánica de fluidos para ser un buen ingeniero químico?

La mecánica de fluidos es una disciplina vasta, pero para un ingeniero químico, hay conceptos y habilidades fundamentales que son especialmente relevantes. A continuación, te proporciono una lista de los temas más importantes que deberías comprender y dominar en mecánica de fluidos para ser un buen ingeniero químico:

### 1. Propiedades de los Fluidos:

- Densidad ( $\rho$ )
- Viscosidad (tanto dinámica  $\mu$  como cinemática  $\nu$ )
- Tensión superficial
- Presión
- Temperatura
- Compresibilidad

### 2. Estática de Fluidos:

- Principio de Pascal
- Ecuación de hidrostática:  $P = P_0 + \rho gh$
- Flotabilidad y principio de Arquímedes

### 3. Cinética de Fluidos y Conceptos de Flujo:

- Tipos de flujo: laminar, turbulento, estacionario, no estacionario
- Número de Reynolds ( $Re$ ) y su significado en la transición de flujos laminar a turbulento:  $Re = \frac{\rho u L}{\mu}$
- Perfiles de velocidad en tuberías
- Ecuación de continuidad

### 4. Ecuaciones Fundamentales:

- Ecuación de Navier-Stokes (especialmente en su forma simplificada para flujos a baja velocidad o flujos viscosos)
- Ecuación de Bernoulli y sus aplicaciones:  $P + \frac{1}{2}\rho v^2 + \rho gh = \text{constante}$
- Ecuación de conservación de la masa y balance de cantidad de movimiento.

### 5. Medición de Flujo:

- Caudalímetros (placa orificio, venturi, rotámetro, etc.)



- Principios de medición (diferencial de presión, efecto Doppler, etc.)

#### 6. Flujo en Tuberías y Accesorios:

- Pérdidas de carga debidas a fricción (fórmula de Darcy-Weisbach)
- Pérdidas menores (codos, válvulas, ensanchamientos, contracciones)
- Selección y operación de bombas
- Sistemas en serie y paralelo

#### 7. Flujo alrededor de Objetos Sumergidos:

- Coeficiente de arrastre
- Fuerzas hidrodinámicas

#### 8. Equipos de Procesos y Operaciones Unitarias Relacionadas con Fluidos:

- Torres de destilación y contacto gas-líquido
- Intercambiadores de calor
- Reactores con agitación

#### 9. Transporte de Fluidos no Newtonianos:

- Modelos reológicos (Bingham, power-law, etc.)
- Comportamiento y tratamiento de suspensiones, emulsiones y otros sistemas complejos.

#### 10. Simulación y Modelado Computacional:

- Uso de software especializado para la simulación de flujo de fluidos mediante mecánica de fluidos computacional (CFD, *Computational Fluid Dynamics*).

## Define un fluido para un estudiante de ingeniería

Un **fluido** es una sustancia que no puede resistir una fuerza tangencial (también llamada fuerza de cizalla) aplicada durante un intervalo de tiempo infinitesimal, lo que resulta en una deformación continua. A diferencia de los sólidos, que resisten los cambios en su forma, los fluidos tienden a fluir y adoptar la forma del contenedor en el que se encuentran. Esta característica es el resultado de la menor fuerza de cohesión entre sus moléculas en comparación con los sólidos. Los fluidos abarcan tanto *líquidos* como *gases*. Mientras que los líquidos tienen un volumen definido y adoptan la forma del contenedor que los alberga, los gases se expanden para llenar completamente el volumen del contenedor.

## Explica la hipótesis de medio continuo en mecánica de fluidos

La **hipótesis de medio continuo** asume que, a pesar de que los fluidos están compuestos por moléculas discretas, para el estudio macroscópico de su comportamiento, podemos tratarlos como si fueran continuos. Es decir, se supone que las propiedades del fluido (como la densidad, velocidad, presión, etc.) están definidas en cada punto del espacio y varían de manera continua de un punto a otro.

Esta suposición permite describir las propiedades de un fluido en términos de funciones matemáticas continuas en lugar de tratar con interacciones moleculares individuales. Sin este supuesto, sería prácticamente imposible desarrollar una teoría macroscópica y manejar las ecuaciones gobernantes, como la ecuación de Navier-Stokes.

Sin embargo, es importante señalar algunas consideraciones:

1. A escalas muy pequeñas (del orden de micrómetros o menos), donde las dimensiones se acercan al espacio entre moléculas, la suposición del medio continuo deja de ser válida. En estos casos, se deben considerar enfoques más detallados, como la mecánica estadística molecular.
2. Si el número de **Knudsen** ( $Kn$ ) es cercano o mayor que uno, el supuesto de medio continuo puede no ser válido. El número de Knudsen es una medida adimensional que relaciona el camino libre medio de las moléculas  $\lambda$  con una longitud característica del problema  $L$ , y se define como:

$$Kn = \frac{\lambda}{L} \quad (2.1)$$

3. A pesar de sus limitaciones, la hipótesis de medio continuo ha demostrado ser una aproximación muy efectiva para describir una amplia variedad de problemas en mecánica de fluidos en escalas macroscópicas.

## ¿Por qué es tan importante esta hipótesis?

La hipótesis de medio continuo es fundamental en la mecánica de fluidos y la ciencia de materiales en general por varias razones:

1. **Simplificación Matemática y Conceptual:** Al tratar un fluido como un medio continuo, las propiedades del fluido, como la densidad, velocidad, y presión, pueden representarse como funciones matemáticas continuas en el espacio. Esto simplifica enormemente la formulación y solución de ecuaciones gobernantes. Si no adoptáramos esta hipótesis, tendríamos que considerar interacciones entre billones y billones de moléculas, lo que haría inviable cualquier análisis práctico.
2. **Formulación de las Ecuaciones Diferenciales:** La hipótesis permite derivar ecuaciones diferenciales (como las ecuaciones de Navier-Stokes) que describen el movimiento y comportamiento de los fluidos. Estas ecuaciones son el núcleo de muchos análisis y simulaciones en mecánica de fluidos.

3. **Aplicabilidad a una Amplia Variedad de Problemas:** Aunque basada en una suposición, la hipótesis de medio continuo es sorprendentemente precisa para describir el comportamiento de los fluidos en una amplia gama de condiciones y escalas que son de interés en la ingeniería y la ciencia.
4. **Conexión con Experimentación:** Los experimentos macroscópicos con fluidos (por ejemplo, en un laboratorio o planta industrial) miden propiedades "promediadas" o macroscópicas, que se describen de manera natural con el concepto de medio continuo. La hipótesis, por lo tanto, sirve como un puente entre la teoría y la experimentación.
5. **Base para Modelos Más Complejos:** Aunque hay situaciones donde la suposición del medio continuo no es válida (como en escalas microscópicas o en gases a muy bajas densidades), el entendimiento que se adquiere al estudiar fluidos como medios continuos sirve como una base para luego abordar modelos más complejos, como aquellos en la mecánica estadística molecular o en la dinámica de fluidos computacional a escalas moleculares.
6. **Intuitivo y Pedagógico:** Desde una perspectiva educativa, es más fácil introducir a los estudiantes en los conceptos fundamentales de la mecánica de fluidos bajo la hipótesis de medio continuo antes de abordar casos más complejos.

## Dime ejemplos de fluidos raros

Los "fluidos raros" son aquellos que no exhiben el comportamiento típico de los fluidos newtonianos simples (como el agua o el aire) cuando se someten a una tensión de cizalla. Aquí te presento varios ejemplos de estos fluidos no newtonianos y algunas de sus propiedades únicas:

### 1. Fluidos pseudoplásticos (o tixotrópicos):

- **Ejemplo:** Kétchup, pintura, sangre.
- **Característica:** La viscosidad disminuye con el aumento de la tasa de cizalla. Además, algunos de estos fluidos muestran una dependencia temporal en su comportamiento (por ejemplo, el kétchup puede requerir agitación para comenzar a fluir y luego fluye con más facilidad).

### 2. Fluidos dilatantes (o reopéticos):

- **Ejemplo:** Una mezcla de almidón de maíz y agua (a menudo denominada "Oobleck" en demostraciones).
- **Característica:** La viscosidad aumenta con el aumento de la tasa de cizalla. Si golpeas o aplicas una fuerza rápidamente a este fluido, se comporta como un sólido. Pero si lo mueves lentamente, fluye como un líquido.

### 3. Fluidos plásticos de Bingham:

- **Ejemplo:** Pasta de dientes, mayonesa.

- **Característica:** No comienzan a fluir hasta que se aplica una cierta cantidad mínima de tensión de cizalla (esfuerzo umbral). Una vez superado este umbral, fluyen como un fluido newtoniano.

#### 4. Fluidos viscoelásticos:

- **Ejemplo:** Geles, soluciones poliméricas, moco.
- **Característica:** Estos fluidos muestran propiedades tanto de líquidos (viscosos) como de sólidos (elásticos). Pueden deformarse con el tiempo bajo tensión y luego recuperarse parcial o totalmente cuando se elimina la tensión.

#### 5. Fluidos ferrofluidos:

- **Ejemplo:** Líquidos que contienen pequeñas partículas magnéticas suspendidas.
- **Característica:** Estos fluidos se magnetizan en presencia de un campo magnético. Son utilizados en aplicaciones tecnológicas para la transmisión de fuerzas a través de sellos o en sistemas de enfriamiento avanzados.

#### 6. Fluidos magnetorreológicos (MRF):

- **Ejemplo:** Suspensiones de partículas de hierro en un líquido portador.
- **Característica:** En presencia de un campo magnético, la viscosidad del fluido aumenta drásticamente, permitiendo que el fluido actúe como un sólido. Se utilizan en amortiguadores adaptables y sistemas de embrague.

#### 7. Fluidos con memoria de forma:

- **Ejemplo:** Polímeros que pueden recordar y volver a una forma previamente definida.
- **Característica:** Al aplicar ciertos estímulos (como calor), estos fluidos pueden cambiar de forma y, luego, volver a su forma original cuando se elimina el estímulo.

Estos son solo algunos ejemplos de los muchos fluidos no newtonianos y raros que existen. Estos fluidos tienen aplicaciones en una amplia variedad de industrias, desde alimentos y productos farmacéuticos hasta aplicaciones tecnológicas y biomédicas. Su estudio y comprensión son cruciales para diseñar procesos y productos en estos campos.

## ¿El vidrio de las catedrales es un fluido?

El mito de que el vidrio de las catedrales es un fluido proviene de la observación de que muchos vitrales antiguos en catedrales son más gruesos en la parte inferior que en la parte superior, lo que llevó a algunas personas a sugerir que el vidrio fluye lentamente con el tiempo y, por lo tanto, debe ser un fluido de alta viscosidad.

En realidad, la idea de que el vidrio es un líquido que fluye lentamente es incorrecta. El vidrio es un sólido amorfo. La razón por la que el vidrio en algunas ventanas antiguas es más grueso en la parte inferior se debe más probablemente a la forma en que se fabricaban esos vidrios. En la técnica tradicional de fabricación de vidrio plano, se hacía girar el vidrio fundido para formar un disco grande y plano, que luego se cortaba en piezas más pequeñas para ventanas. Estos discos no eran de grosor uniforme, y cuando se instalaban, a menudo se colocaba el extremo más grueso hacia abajo, simplemente por razones de estabilidad o estética.

Científicamente, la estructura del vidrio es desordenada, a diferencia de los sólidos cristalinos, donde los átomos o moléculas están dispuestos en un patrón repetitivo y ordenado. Aunque el vidrio tiene una estructura molecular desordenada similar a un líquido, no tiene la capacidad de fluir a temperaturas ambiente. Su estructura desordenada se "congela" en su lugar a medida que el vidrio se enfría y solidifica, lo que lo convierte en un sólido.

Por lo tanto, el vidrio en las catedrales no es un fluido, y la forma irregular de muchos vitrales antiguos se debe a las técnicas de fabricación, no al flujo gravitacional del vidrio a lo largo de los siglos.

## ¿Puede un material fluido tener forma de pelota y rebotar en el suelo?

Sí, un material fluido puede tener forma de pelota y rebotar en el suelo, siempre y cuando cumpla ciertas propiedades. Un ejemplo perfecto de esto es un "limo rebotante" (*bouncy slime*), que es una sustancia viscoelástica que combina propiedades de líquidos y sólidos.

El comportamiento rebotante de estos materiales se puede entender a través de su naturaleza viscoelástica:

1. **Viscosidad:** Es la resistencia de un fluido a fluir. En el caso del limo, esta propiedad permite que se estire lentamente o fluya cuando se aplica una fuerza a baja velocidad o durante un período de tiempo prolongado.
2. **Elasticidad:** Es la capacidad de un material para recuperar su forma original después de ser deformado. En el caso del limo, esta propiedad permite que se recupere rápidamente y rebote cuando se le aplica una fuerza repentina, como lanzarlo al suelo.

Cuando lanzas un limo rebotante al suelo, la rápida deformación causada por el impacto hace que el limo se comporte más como un sólido elástico que como un líquido viscoso, lo que le permite rebotar. Sin embargo, si tomas el mismo limo y lo estiras lentamente entre tus manos, fluirá y se estirará, mostrando su comportamiento viscoso.

Otro ejemplo de un material fluido que puede rebotar es un fluido dilatante, como una mezcla de almidón de maíz y agua. Si formarás una pelota con esta mezcla y la lanzaras al suelo con suficiente fuerza, rebotaría. Esto se debe a que, bajo la rápida deformación del impacto, el fluido se comporta más como un sólido.

En resumen, aunque típicamente no asociamos a los fluidos con la capacidad de mantener una forma o rebotar, ciertos fluidos no newtonianos, debido a sus propiedades únicas, pueden exhibir este comportamiento bajo ciertas condiciones.

NOTA: En el vídeo *Rheological Behavior of Fluids* (enlace) del *National Committee for Fluid Mechanics films* se muestra un ejemplo de esto.

## ¿Qué relación hay entre la viscosidad de un fluido y el esfuerzo cortante viscoso?

La relación entre la viscosidad de un fluido y el esfuerzo cortante viscoso es fundamental en la mecánica de fluidos. Para un fluido newtoniano (que es el tipo más simple y comúnmente estudiado de fluido), esta relación se expresa a través de la ley de Newton de la viscosidad:

$$\tau = \mu \cdot \frac{du}{dy} \quad (2.2)$$

Donde:

- $\tau$  es el esfuerzo cortante en el fluido (en Pascales, Pa),
- $\mu$  es la viscosidad dinámica del fluido (en Pascales-segundo, Pa·s o poises),
- $\frac{du}{dy}$  es la tasa de deformación o gradiente de velocidad del fluido (en  $s^{-1}$ ).

Esta ecuación indica que, en un fluido newtoniano, el esfuerzo cortante es directamente proporcional al gradiente de velocidad. La constante de proporcionalidad,  $\mu$ , es la viscosidad dinámica del fluido y es una medida de la resistencia interna del fluido a la deformación.

Para fluidos que no siguen este comportamiento lineal entre  $\tau$  y  $\frac{du}{dy}$  (fluidos no newtonianos), la relación entre esfuerzo cortante y tasa de deformación puede ser más compleja y no necesariamente proporcional.

## Muéstrame la ley homóloga a ésta relacionada con el transporte de calor

La ley homóloga a la ley de Newton de la viscosidad para el transporte de calor es la **ley de Fourier del calor**. Esta ley establece que la tasa de transferencia de calor por conducción a través de un material es proporcional al gradiente de temperatura negativo (la diferencia de temperatura a través del material). Matemáticamente, se expresa de la siguiente manera:

$$q = -k \cdot \frac{dT}{dx} \quad (2.3)$$

Donde:

- $q$  es la tasa de flujo de calor por unidad de área (en vatios por metro cuadrado,  $W/m^2$ ),

- $k$  es la conductividad térmica del material (en vatios por metro y Kelvin,  $W/m \cdot K$ ),
- $\frac{dT}{dx}$  es el gradiente de temperatura en la dirección  $x$  (en Kelvin por metro,  $K/m$ ).

La razón por la que el signo negativo aparece en la ecuación es para tener en cuenta la dirección de flujo de calor. El calor siempre fluye de regiones de temperatura más alta a regiones de temperatura más baja, de modo que el flujo de calor es opuesto al gradiente de temperatura.

### ¿Qué ley permite calcular el flujo másico de difusión de una especie química? ¿Qué coeficiente de transporte está involucrado en este fenómeno?

El flujo másico de difusión de una especie química en otra debido a un gradiente de concentración se describe por la **ley de Fick** para la difusión. La ley de Fick tiene dos formas principales, siendo la primera la más utilizada para describir el flujo de difusión en sistemas estacionarios.

La primera ley de Fick se expresa como:

$$J_A = -D \frac{dC_A}{dx} \quad (2.4)$$

Donde:

- $J_A$  es el flujo másico de la especie A (en  $kg/m^2s$  o  $mol/m^2s$ ),
- $D$  es el coeficiente de difusión o difusividad (en  $m^2/s$ ),
- $\frac{dC_A}{dx}$  es el gradiente de concentración de A en la dirección  $x$ .

El coeficiente de transporte involucrado en este fenómeno es precisamente el **coeficiente de difusión**  $D$ . Este coeficiente depende de las propiedades del sistema, como la temperatura, la presión y las interacciones moleculares, y generalmente se determina experimentalmente.

La ley de Fick describe cómo las especies se mueven desde regiones de alta concentración a regiones de baja concentración debido a la difusión molecular. Es fundamental para entender muchos procesos en ingeniería química, como la separación de mezclas y la reacción en sistemas heterogéneos.

### Explícame los tres tipos de fuerzas sobre un fluido: (1) fuerzas másicas o de volumen, (2) fuerzas de superficie (3) fuerzas de longitud

Las fuerzas que actúan sobre un fluido en un campo determinado pueden clasificarse según su naturaleza y cómo se distribuyen sobre el fluido. Vamos a detallar cada una de las tres categorías mencionadas:

#### 1. Fuerzas másicas o de volumen:

- Estas fuerzas actúan sobre todo el volumen del fluido, y su magnitud es proporcional a la masa o volumen del fluido.
- El ejemplo más común de una fuerza másica es el peso del fluido, que es causado por la gravedad y actúa sobre toda la masa del fluido. Matemáticamente, la fuerza de gravedad sobre un elemento diferencial de volumen  $dV$  de un fluido con densidad  $\rho$  es  $\rho g dV$ , donde  $g$  es la aceleración debido a la gravedad.
- Otras fuerzas másicas pueden ser debidas a campos electromagnéticos en el caso de fluidos cargados.

### 2. Fuerzas de superficie:

- Estas fuerzas actúan solo en la superficie de un elemento de fluido y se describen en términos de tensiones o esfuerzos.
- Las tensiones pueden ser normales o tangenciales a la superficie. El esfuerzo normal (presión,  $P$ ) tiende a comprimir o expandir el fluido, mientras que el esfuerzo tangencial (esfuerzo cortante) tiende a deformarlo.
- Para un fluido newtoniano en estado de reposo, el único esfuerzo de superficie es el esfuerzo normal, es decir, la presión. En estado de movimiento, también puede haber esfuerzos cortantes, que están relacionados con la viscosidad del fluido y la tasa de deformación del mismo.

### 3. Fuerzas de longitud:

- El ejemplo más habitual es la tensión superficial, que tiene unidades de  $N/m$ . Este concepto se verá más adelante.

## ¿Qué es el tensor de esfuerzos en un fluido?

El tensor de esfuerzos es un concepto matemático fundamental en la mecánica de fluidos y la mecánica de sólidos deformables que describe cómo varían las fuerzas internas en un punto particular dentro de un medio continuo (como un fluido o un sólido).

En un fluido en cualquier punto, hay esfuerzos (o tensiones) que actúan sobre pequeños elementos de volumen debido a las interacciones moleculares y las fuerzas macroscópicas aplicadas. Estas tensiones se pueden descomponer en componentes normales y tangenciales.

Para comprender esto en detalle:

- Imagina que estás en un punto específico dentro de un fluido. Corta una pequeña caja (elemento diferencial) alrededor de ese punto. Esta caja tiene caras orientadas a lo largo de los ejes coordenados (generalmente  $x$ ,  $y$ , y  $z$ ).
- En cada cara de la caja, hay un esfuerzo normal y dos esfuerzos tangenciales. El esfuerzo normal es perpendicular a la cara, mientras que los esfuerzos tangenciales son paralelos.



- El tensor de esfuerzos representa todos estos esfuerzos en una matriz  $3 \times 3$ . Cada componente del tensor indica el esfuerzo en una dirección específica sobre una cara con orientación específica.

Matemáticamente, el tensor de esfuerzos  $\sigma$  para un fluido en tres dimensiones se representa como:

$$\sigma = \begin{bmatrix} \sigma_{xx} & \sigma_{xy} & \sigma_{xz} \\ \sigma_{yx} & \sigma_{yy} & \sigma_{yz} \\ \sigma_{zx} & \sigma_{zy} & \sigma_{zz} \end{bmatrix} \quad (2.5)$$

Donde, por ejemplo:

- $\sigma_{xx}$  es el esfuerzo normal en la dirección  $x$  sobre una cara con orientación  $x$ .
- $\sigma_{xy}$  es el esfuerzo tangencial en la dirección  $x$  sobre una cara con orientación  $y$ .

En un fluido newtoniano en estado de movimiento, el único esfuerzo normal es la presión, y los esfuerzos tangenciales están relacionados con la viscosidad del fluido y el gradiente de velocidad.

## ¿Cómo se calculan las componentes del tensor de esfuerzos $\sigma_{ij}$ ?

El cálculo de los componentes del tensor de esfuerzos  $\sigma_{ij}$  en un fluido depende de las condiciones y del tipo de fluido en cuestión. En un fluido newtoniano en estado de movimiento, el único esfuerzo normal generalmente es la presión, y los esfuerzos tangenciales están relacionados con la viscosidad del fluido y el gradiente de velocidad. A continuación, te proporciono una descripción general del cálculo de los componentes del tensor de esfuerzos para un fluido newtoniano:

### 1. Componentes normales ( $\sigma_{ii}$ ):

Para un fluido, el esfuerzo normal principal es generalmente negativo debido a la presión. Así que para las direcciones  $x$ ,  $y$  y  $z$ :

$$\sigma_{xx} = -P \quad (2.6)$$

$$\sigma_{yy} = -P \quad (2.7)$$

$$\sigma_{zz} = -P \quad (2.8)$$

Donde  $P$  es la presión del fluido. Nota que se utiliza un signo negativo porque la presión se define como una fuerza compresiva y actúa hacia el interior del elemento fluido.

### 2. Componentes tangenciales (o cortantes) ( $\sigma_{ij}$ , donde $i \neq j$ ):

Estos están relacionados con la viscosidad del fluido. Para un fluido newtoniano, se relacionan con el gradiente de velocidad del fluido mediante la ley de Newton de la viscosidad:

$$\sigma_{xy} = \mu \left( \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right) \quad (2.9)$$

Aquí,  $\mu$  es la viscosidad dinámica del fluido,  $u$  es la componente de la velocidad en la dirección  $x$  y  $v$  es la componente de la velocidad en la dirección  $y$ .

De manera similar, se pueden escribir las relaciones para  $\sigma_{xz}$  y  $\sigma_{yz}$  utilizando los componentes apropiados de velocidad y sus derivadas.

Es importante destacar que lo que he descrito anteriormente se aplica a fluidos newtonianos, que tienen una relación lineal entre el esfuerzo cortante y el gradiente de velocidad. En fluidos no newtonianos, la relación puede ser más complicada.

Además, si se consideran efectos térmicos, la variación de temperatura puede inducir esfuerzos térmicos en el fluido. Y en fluidos compresibles, la variación de densidad con la presión también puede influir en el tensor de esfuerzos.

Para calcular los componentes del tensor de esfuerzos en un problema real, necesitarías conocer las condiciones específicas del flujo (como el campo de velocidad), las propiedades del fluido (como la viscosidad) y resolver las ecuaciones apropiadas (por ejemplo, las ecuaciones de Navier-Stokes para fluidos newtonianos).

## ¿Cómo se puede calcular la fuerza en la superficie de un fluido a partir del tensor de esfuerzos?

Para calcular la fuerza en una superficie específica dentro de un fluido a partir del tensor de esfuerzos, debes integrar el tensor de esfuerzos a lo largo de esa superficie. Dicha fuerza será el resultado de la combinación de los esfuerzos normales y tangenciales actuando en cada punto de la superficie.

Para un pequeño elemento de área  $d\mathbf{A}$  con un vector normal unitario  $\mathbf{n}$  que apunta hacia fuera de la superficie, la fuerza diferencial  $d\mathbf{F}$  debida al tensor de esfuerzos  $\sigma$  es:

$$d\mathbf{F} = \sigma \cdot \mathbf{n} dA \quad (2.10)$$

Donde:

- $d\mathbf{F}$  es el vector de la fuerza diferencial en el elemento de área  $dA$ .
- $\sigma$  es el tensor de esfuerzos.
- $\mathbf{n}$  es el vector normal unitario de la superficie en la posición del elemento diferencial.

Para obtener la fuerza total  $\mathbf{F}$  en la superficie completa  $S$ , simplemente integra sobre toda la superficie:

$$\mathbf{F} = \int_S \sigma \cdot \mathbf{n} dA \quad (2.11)$$

Este cálculo te proporcionará la fuerza total actuando en la superficie debido a los esfuerzos dentro del fluido. El resultado será un vector que indica la magnitud y dirección de la fuerza total.

Es importante recordar que para realizar esta integración, necesitas conocer el tensor de esfuerzos en cada punto de la superficie y la orientación (vector normal) de la superficie en esos puntos.

## ¿Cuál es el tensor de esfuerzos viscosos en un flujo de Couette?

Para un flujo de Couette, sólo se desarrolla un componente no nulo del esfuerzo viscoso. Eso es porque sólo hay un gradiente de velocidad en la dirección  $y$ , y es constante a lo largo de esa dirección.

Para un fluido newtoniano, la relación entre el esfuerzo cortante  $\tau_{xy}$  y el gradiente de velocidad se da por la ley de Newton de la viscosidad:

$$\tau_{xy} = \mu \frac{du}{dy} \quad (2.12)$$

Donde:

- $\mu$  es la viscosidad del fluido.
- $\frac{du}{dy}$  es el gradiente de velocidad en la dirección  $y$ .

Para el flujo de Couette, el perfil de velocidad es lineal y está dado por:

$$u(y) = \frac{U}{h}y \quad (2.13)$$

Por lo que el gradiente de velocidad es:

$$\frac{du}{dy} = \frac{U}{h} \quad (2.14)$$

Entonces, el esfuerzo cortante resultante es:

$$\tau_{xy} = \mu \frac{U}{h} \quad (2.15)$$

Para el tensor de esfuerzos viscosos, sólo este esfuerzo cortante es diferente de cero:

$$\tau_{\text{viscoso}} = \begin{bmatrix} 0 & \mu \frac{U}{h} & 0 \\ \mu \frac{U}{h} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (2.16)$$

Todos los otros componentes del tensor son cero porque no hay otros gradientes de velocidad presentes en este flujo.



# 3

## Propiedades

### ¿Qué propiedades definen un fluido?

1. **Densidad**  $\rho$ : Es la masa por unidad de volumen de un fluido. Se expresa generalmente en  $\text{kg}/\text{m}^3$  o  $\text{g}/\text{cm}^3$ .

$$\rho = \frac{m}{V} \quad (3.1)$$

2. **Viscosidad**  $\mu$ : Es una medida de la resistencia interna de un fluido a fluir. Hay dos tipos principales de viscosidad:

- **Viscosidad dinámica** ( $\mu$ ): Se mide en  $\text{Pa}\cdot\text{s}$  o Poise.
- **Viscosidad cinemática** ( $\nu$ ): Es el cociente entre la viscosidad dinámica y la densidad. Se mide en  $\text{m}^2/\text{s}$  o Stokes.

$$\nu = \frac{\mu}{\rho} \quad (3.2)$$

3. **Presión**  $P$ : Es la fuerza normal que actúa por unidad de área en la superficie de un fluido. Se mide en Pascal (Pa) en el Sistema Internacional de Unidades.

$$P = \frac{F}{A} \quad (3.3)$$

4. **Temperatura**  $T$ : Indica el nivel térmico de un fluido y se relaciona con la energía cinética media de las moléculas del fluido.

5. **Tensión superficial**  $\sigma$ : Es la cantidad de energía necesaria para aumentar la superficie de un líquido por unidad de área. Es una propiedad importante especialmente en la interfaz líquido-aire y se mide en  $\text{N}/\text{m}$  o  $\text{J}/\text{m}^2$ .

6. **Compresibilidad**  $\beta$ : Es una medida de cuánto cambia el volumen de un fluido con un cambio en la presión.

$$\beta = -\frac{1}{V} \frac{\Delta V}{\Delta P} \quad (3.4)$$

## ¿Qué es la tensión superficial?

La tensión superficial es una propiedad física de los líquidos que resulta de la cohesión entre las moléculas del líquido. Es la capacidad de un líquido para resistir una fuerza externa, gracias a la cohesión de sus moléculas en la superficie. En términos más sencillos, podemos imaginar la tensión superficial como una “película” elástica que se forma en la superficie de un líquido.

Esta propiedad se manifiesta de varias maneras:

1. **Gotas de líquido:** Las moléculas en la superficie de un líquido son atraídas hacia el interior del líquido, lo que hace que el líquido tienda a minimizar su superficie. Por eso, las gotas de líquidos tienden a ser esféricas.
2. **Objetos flotando en líquidos:** Algunos objetos que son más densos que un líquido pueden flotar en su superficie debido a la tensión superficial. Un ejemplo clásico es el de un clip o alfiler de acero flotando en agua, si se coloca con cuidado.
3. **Ascenso capilar:** En tubos estrechos o poros, un líquido puede ascender contra la gravedad debido a la tensión superficial y a la adhesión del líquido con las paredes del tubo.

La tensión superficial,  $\sigma$ , se define matemáticamente como el trabajo por unidad de área requerido para aumentar la superficie de un líquido o, equivalentemente, como la fuerza por unidad de longitud actuando en un borde de un líquido para contrarrestar la contracción superficial. Se mide en unidades de N/m (newton por metro) o J/m<sup>2</sup> (julios por metro cuadrado) en el Sistema Internacional de Unidades.

La tensión superficial es el resultado de la diferencia en atracción entre moléculas en la superficie (que tienen moléculas de aire por encima y moléculas de líquido por debajo) y las moléculas en el interior del líquido (que están rodeadas por moléculas de líquido por todos lados).

## Muéstrame ecuaciones con esta propiedad

1. **Definición básica:**

$$\sigma = \frac{F}{L} \quad (3.5)$$

Donde:

- $\sigma$  es la tensión superficial en N/m.
- $F$  es la fuerza de tensión en N.
- $L$  es la longitud sobre la que actúa la fuerza en m.

2. **Ley de Young-Laplace:** Esta ley describe la relación entre la tensión superficial y la presión diferencial ( $\Delta P$ ) a través de una interfaz curva, como una burbuja o gota.

$$\Delta P = \sigma \left( \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right) \quad (3.6)$$

Donde:

- $R_1$  y  $R_2$  son los radios de curvatura principales de la interfaz.

Para una burbuja de aire en un líquido:

$$\Delta P = 2\sigma \left( \frac{1}{R} \right) \quad (3.7)$$

Para una gota de líquido en otro medio (como aire):

$$\Delta P = \sigma \left( \frac{1}{R} \right) \quad (3.8)$$

3. **Ascenso Capilar:** En tubos capilares, la tensión superficial puede hacer que un líquido suba o baje en el tubo, dependiendo de la adhesión entre el líquido y el tubo. La altura  $h$  a la que el líquido sube o baja se da por:

$$h = \frac{2\sigma \cos(\theta)}{\rho g r} \quad (3.9)$$

Donde:

- $\theta$  es el ángulo de contacto entre el líquido y el tubo.
- $\rho$  es la densidad del líquido en  $\text{kg}/\text{m}^3$ .
- $g$  es la aceleración debido a la gravedad en  $\text{m}/\text{s}^2$ .
- $r$  es el radio del tubo en m.

4. **Ecuación de Young:** Relaciona la tensión superficial de líquido-aire, líquido-sólido y sólido-aire.

$$\sigma_{\text{SL}} + \sigma \cos(\theta) = \sigma_{\text{SA}} \quad (3.10)$$

Donde:

- $\sigma$  es la tensión superficial líquido-aire.
- $\sigma_{\text{SL}}$  es la tensión superficial líquido-sólido.
- $\sigma_{\text{SA}}$  es la tensión superficial sólido-aire.
- $\theta$  es el ángulo de contacto.

## Aplicaciones en la industria química

La tensión superficial juega un papel crucial en muchos procesos y aplicaciones dentro de la industria química. A continuación, se enumeran algunas de las aplicaciones más destacadas:

1. **Destilación:** La tensión superficial puede afectar la formación de burbujas y gotas en las columnas de destilación. Un conocimiento adecuado de esta propiedad puede ayudar a optimizar los procesos de separación.
2. **Extracción líquido-líquido:** En la extracción, dos líquidos inmiscibles se ponen en contacto para transferir solutos de una fase a otra. La tensión interfacial entre las dos fases líquidas puede influir en la eficiencia de la extracción.

3. **Fabricación de emulsiones:** Las emulsiones son mezclas de dos líquidos inmiscibles, como aceite y agua. La tensión superficial y los agentes emulsionantes (surfactantes) son fundamentales para la formación y estabilidad de las emulsiones.
4. **Producción de detergentes y surfactantes:** Los surfactantes son sustancias que reducen la tensión superficial del agua, permitiendo la mezcla de líquidos inmiscibles o mejorando la capacidad del agua para eliminar la suciedad y los aceites.
5. **Procesos de cristalización:** La tensión superficial puede influir en la formación y crecimiento de cristales, que es un proceso importante en la producción de muchos productos químicos.
6. **Operaciones de secado:** Al eliminar el solvente de las soluciones o suspensiones, la tensión superficial puede afectar la forma en que el soluto se deposita o aglomera.
7. **Producción de espumas y aerosoles:** La formación y estabilidad de las espumas y aerosoles están estrechamente relacionadas con la tensión superficial.
8. **Operaciones de llenado y dosificación:** En la fabricación de productos, la tensión superficial puede afectar la forma en que los líquidos se vierten, se esparcen o se dosifican en envases o moldes.
9. **Procesos de revestimiento y pintura:** La tensión superficial influye en la aplicación uniforme de pinturas y recubrimientos en diversas superficies.
10. **Producción y aplicación de pesticidas:** La tensión superficial puede afectar la eficiencia con la que los pesticidas en forma líquida se dispersan y adhieren a las superficies de las plantas.

### Ejemplos de valores para varios fluidos

La tensión superficial varía considerablemente entre diferentes fluidos y depende de la temperatura. A continuación, se enumeran algunos valores aproximados de la tensión superficial ( $\sigma$ ) para diversos fluidos a una temperatura cercana a los 20°C:

1. **Agua:**  $\sigma \approx 72,8 \text{ mN/m}$
2. **Mercurio:**  $\sigma \approx 465 \text{ mN/m}$
3. **Glicerina:**  $\sigma \approx 64 \text{ mN/m}$
4. **Aceite de motor (30W):**  $\sigma \approx 29 \text{ mN/m}$
5. **Etanol:**  $\sigma \approx 22,1 \text{ mN/m}$
6. **Benceno:**  $\sigma \approx 28,9 \text{ mN/m}$
7. **Metanol:**  $\sigma \approx 22,7 \text{ mN/m}$
8. **Aceite de oliva:**  $\sigma \approx 32 \text{ mN/m}$



9. **Acetona:**  $\sigma \approx 23,7 \text{ mN/m}$

10. **Ácido sulfúrico:**  $\sigma \approx 95 \text{ mN/m}$

Es importante destacar que estos valores son aproximados y pueden variar dependiendo de las condiciones específicas (por ejemplo, la pureza del fluido, la presencia de aditivos o contaminantes y la temperatura). Siempre es recomendable consultar datos experimentales o literatura especializada cuando se requiere precisión en los valores de la tensión superficial para aplicaciones específicas.

## ¿Por qué el detergente disminuye la tensión superficial del agua?

Los detergentes contienen moléculas llamadas surfactantes, que tienen una estructura anfifílica. Esto significa que cada molécula de surfactante tiene una parte hidrofílica (afín al agua) y una parte hidrofóbica (repelente al agua).

Cuando agregas detergentes al agua, las moléculas de surfactante se orientan de tal manera que:

- Las cabezas hidrofílicas están en contacto con el agua.
- Las colas hidrofóbicas se alejan del agua, ya sea hacia el aire (en la superficie del líquido) o hacia una fase oleosa (en caso de que haya una presencia de aceite o grasa en el agua).

En la interfaz agua-aire, la presencia de estas moléculas de surfactante interrumpe las fuerzas de cohesión entre las moléculas de agua, lo que lleva a una reducción en la tensión superficial. Específicamente, las colas hidrofóbicas interfieren con las interacciones entre las moléculas de agua cercanas a la superficie, lo que disminuye la energía necesaria para expandir esa superficie.

Este efecto de disminución de la tensión superficial es crucial para la acción limpiadora de los detergentes:

1. Mejora la humectación: Al reducir la tensión superficial, el agua con detergente puede penetrar y humedecer mejor las superficies sólidas, facilitando la limpieza.
2. Emulsificación de grasas y aceites: Los surfactantes rodean las partículas de grasa o aceite, con las colas hidrofóbicas hacia la grasa y las cabezas hidrofílicas hacia el agua, formando emulsiones. Esto permite que las gotas de aceite o grasa se dispersen en el agua y se enjuaguen fácilmente.
3. Suspensión de partículas: Al formar emulsiones o micelas (estructuras esféricas formadas por surfactantes con sustancias insolubles en su interior), los detergentes evitan que las partículas de suciedad vuelvan a depositarse en la superficie que se está limpiando.

## ¿Influyen la temperatura o la presión en esta propiedad?

Sí, tanto la temperatura como la presión pueden influir en la tensión superficial de los líquidos. A continuación, se detalla cómo afectan:

### 1. Efecto de la temperatura:

La mayoría de los líquidos muestran una disminución en la tensión superficial con un aumento de la temperatura. A nivel molecular, el incremento en la temperatura incrementa la energía cinética de las moléculas del líquido. Como resultado, la fuerza de cohesión entre las moléculas (que es responsable de la tensión superficial) disminuye.

La relación entre la tensión superficial ( $\sigma$ ) y la temperatura ( $T$ ) puede ser descrita por la ecuación de Eötvös:

$$\sigma = k(T_c - T)^{\frac{3}{2}} \quad (3.11)$$

donde  $T_c$  es la temperatura crítica del líquido y  $k$  es una constante que depende de la naturaleza del líquido.

### 2. Efecto de la presión:

En comparación con la temperatura, la presión tiene un efecto menos pronunciado en la tensión superficial de los líquidos. Para muchos líquidos, la variación de la tensión superficial con la presión es pequeña dentro de los rangos de presión normales. Sin embargo, en ciertas condiciones, especialmente cerca de la temperatura crítica, la tensión superficial puede ser sensible a cambios en la presión.

Es importante tener en cuenta que, aunque la temperatura tiene un efecto notable en la tensión superficial, la influencia de la presión es generalmente limitada a menos que se esté cerca de condiciones críticas.

## ¿Qué es la viscosidad de un fluido?

La viscosidad es una propiedad física de los fluidos, que representa la resistencia interna al flujo. Puede entenderse como una medida de la "fricción interna" de un fluido y describe cómo de "espeso" o "pegajoso" es un fluido en comparación con otro.

Formalmente, la viscosidad ( $\eta$ ) se define a través de la ley de Newton para fluidos newtonianos. Según esta ley, la tasa de deformación de un fluido es directamente proporcional al gradiente de velocidad. Matemáticamente, esto se expresa como:

$$\tau = \mu \left( \frac{\partial u}{\partial y} \right) \quad (3.12)$$

Donde:

- $\tau$  es el esfuerzo cortante o la fuerza por unidad de área que actúa tangencialmente a una capa fluida.

- $\frac{\partial u}{\partial y}$  es el gradiente de velocidad, que representa la variación de la velocidad  $u$  con respecto a la distancia  $y$  perpendicular a la dirección del flujo.
- $\mu$  es la viscosidad del fluido.

Para fluidos que no siguen esta relación lineal entre  $\tau$  y  $\frac{\partial u}{\partial y}$ , como los fluidos no newtonianos, la relación puede ser más compleja y no se describirá por un valor constante de viscosidad.

Es importante destacar que hay dos tipos principales de viscosidad:

- **Viscosidad dinámica (o absoluta):** Es la que comúnmente se entiende como viscosidad y tiene unidades de  $\text{Pa} \cdot \text{s}$  (pascal-segundo) en el Sistema Internacional. También puede expresarse en poise (P) en el sistema CGS, donde  $1\text{Pa} \cdot \text{s} = 10\text{P}$ .
- **Viscosidad cinemática:** Es el cociente entre la viscosidad dinámica y la densidad del fluido ( $\rho$ ) y tiene unidades de  $\text{m}^2/\text{s}$ . Se representa comúnmente por la letra  $\nu$ .

$$\nu = \frac{\mu}{\rho} \quad (3.13)$$

## Aplicaciones en la industria química

La viscosidad es una propiedad fundamental que tiene aplicaciones diversas en la industria química. Aquí hay algunas de esas aplicaciones:

### 1. Diseño y operación de equipos:

- **Reactores:** En reactores donde se llevan a cabo reacciones en fase líquida, la viscosidad puede afectar la tasa de mezcla, el tiempo de residencia y, por ende, la eficiencia del reactor.
- **Intercambiadores de calor:** La viscosidad de los fluidos afecta la transferencia de calor, ya que fluidos más viscosos pueden reducir la eficiencia del intercambio.
- **Columnas de destilación:** La viscosidad puede influir en el flujo del líquido a través de las placas o rellenos de la columna.

### 2. Transporte de fluidos:

- La viscosidad influye en el diseño y operación de tuberías, bombas y válvulas. Fluidos más viscosos requieren más energía para ser transportados y pueden causar problemas como el taponamiento de líneas.

### 3. Formulación de productos:

- En la producción de pinturas, tintas, adhesivos, detergentes, cosméticos y muchos otros productos, la viscosidad es crucial para determinar la facilidad de aplicación y la calidad del producto final.

### 4. Operaciones de separación:

- En operaciones como la filtración o centrifugación, la viscosidad del fluido puede afectar la eficiencia de separación.

#### 5. Producción y procesamiento de polímeros:

- Durante la polimerización, la viscosidad del medio puede cambiar significativamente. Además, la viscosidad es fundamental en el procesamiento posterior de polímeros, como en la extrusión o moldeo.

#### 6. Desarrollo de medicamentos y productos farmacéuticos:

- La viscosidad afecta la liberación de fármacos en formulaciones como geles o cremas y también influye en la fabricación de tabletas y cápsulas.

#### 7. Producción de alimentos:

- En la producción de alimentos como salsas, mermeladas, helados, entre otros, la viscosidad es esencial para determinar la textura y la calidad del producto.

#### 8. Desarrollo de lubricantes:

- En la producción de aceites y grasas lubricantes, la viscosidad es una propiedad clave que determina el rendimiento del lubricante bajo diferentes condiciones operativas.

## Ejemplos de valores para varios fluidos

La viscosidad de un fluido varía según su composición, temperatura y presión. Sin embargo, aquí te proporciono valores típicos de viscosidad dinámica para algunos fluidos a 25°C y 1 atm para que tengas una idea de sus magnitudes relativas:

Es importante mencionar que estos valores son aproximados y pueden variar según las fuentes y condiciones específicas, como la temperatura y la presión. Además, muchos fluidos, como el ketchup o la mayonesa, son no newtonianos, lo que significa que su viscosidad cambia con la tasa de cizallamiento. Es decir, no tienen un valor constante de viscosidad bajo todas las condiciones.

Fluido	Viscosidad dinámica (Pa·s) a 25°C y 1 atm
Aire	$1,8 \times 10^{-5}$
Hidrógeno	$8,8 \times 10^{-6}$
Agua	$8,9 \times 10^{-4}$
Glicerina	1,5
Aceite de motor (SAE 30)	0,65
Mercurio	$1,56 \times 10^{-3}$
Sangre	$3 \times 10^{-3}$ a $4 \times 10^{-3}$
Miel	2 a 10
Ketchup	50 a 100

Cuadro 3.1: Valores típicos de viscosidad dinámica para diferentes fluidos.

## ¿Por qué unos fluidos son más viscosos que otros?

La viscosidad de un fluido está relacionada con la resistencia interna al flujo que presenta dicho fluido debido a las fuerzas intermoleculares y/o las interacciones entre las partículas del fluido. A continuación, se presentan los principales factores que determinan por qué unos fluidos son más viscosos que otros:

1. **Fuerzas intermoleculares:** Las moléculas en un fluido se atraen entre sí debido a fuerzas intermoleculares, tales como las fuerzas de van der Waals, puentes de hidrógeno y fuerzas dipolo-dipolo. Cuanto más fuertes sean estas fuerzas, mayor será la resistencia al flujo, y por lo tanto, mayor será la viscosidad. Por ejemplo, la glicerina, que tiene una capacidad significativa para formar puentes de hidrógeno, es más viscosa que el agua.
2. **Tamaño y forma de las moléculas:** Moléculas más grandes o de formas más complejas pueden entrelazarse o tener más interacciones, lo que puede aumentar la resistencia al flujo. Por ejemplo, los polímeros, que son moléculas muy largas, suelen tener viscosidades elevadas debido a este entrelazamiento.
3. **Temperatura:** Generalmente, al aumentar la temperatura, la viscosidad de los líquidos disminuye, mientras que la viscosidad de los gases aumenta. En los líquidos, el aumento de la temperatura provoca un aumento de la energía cinética de las moléculas, lo que permite que se muevan más libremente y superen las fuerzas intermoleculares. En los gases, el aumento de la temperatura provoca más colisiones entre las moléculas, lo que resulta en una mayor resistencia al flujo.
4. **Presencia de sólidos en suspensión:** En fluidos que contienen partículas sólidas en suspensión, como las suspensiones o los lodos, la viscosidad puede aumentar significativamente debido a las interacciones entre las partículas.
5. **Concentración:** En soluciones, la viscosidad puede aumentar con la concentración del soluto. Por ejemplo, una solución concentrada de azúcar en agua será más viscosa que el agua pura.
6. **Naturaleza no newtoniana de algunos fluidos:** Algunos fluidos, llamados fluidos no newtonianos, no tienen una relación lineal entre el esfuerzo cortante y la tasa de deformación. Estos fluidos pueden presentar comportamientos como tixotropía (viscosidad que disminuye con el tiempo bajo cizallamiento constante) o dilatancia (viscosidad que aumenta con la tasa de cizallamiento). Estos comportamientos pueden ser causados por interacciones complejas a nivel molecular o por la presencia de estructuras a nivel microscópico.

## ¿Influyen la temperatura o la presión en esta propiedad?

Sí, la temperatura y la presión tienen un impacto significativo en la viscosidad de los fluidos, ya sea líquidos o gases.

1. **Temperatura:**

- **Líquidos:**
  - Un aumento en la temperatura generalmente disminuye la viscosidad, mientras que una disminución la aumenta.
- **Gases:**
  - Un aumento en la temperatura aumenta la viscosidad, mientras que una disminución la reduce.

## 2. Presión:

- Aumentar la presión generalmente aumenta la viscosidad en líquidos y gases, aunque el efecto es menos pronunciado en los gases.

En la práctica, para muchas aplicaciones industriales y de ingeniería, es esencial comprender cómo la viscosidad de un fluido cambia con la temperatura y la presión para poder diseñar y operar equipos y procesos de manera eficiente. Es común recurrir a tablas de viscosidad o modelos matemáticos (como la ecuación de Andrade para líquidos o la ecuación de Sutherland para gases) para predecir el comportamiento viscoso de un fluido bajo diferentes condiciones de temperatura y presión.

## ¿Cómo podemos cambiar la viscosidad de un fluido?

La viscosidad de un fluido puede ser alterada de varias maneras. A continuación, se detallan algunas de las técnicas y métodos más comunes:

### 1. Cambio de Temperatura:

- Para líquidos: Un aumento en la temperatura generalmente disminuye la viscosidad, mientras que una disminución la aumenta.
- Para gases: Un aumento en la temperatura aumenta la viscosidad, mientras que una disminución la reduce.

### 2. Cambio de Presión:

- Aumentar la presión generalmente aumenta la viscosidad en líquidos y gases, aunque el efecto es menos pronunciado en los gases.

### 3. Adición de Aditivos:

- Modificadores de viscosidad: Estos pueden aumentar (espesantes) o disminuir (diluyentes) la viscosidad de un fluido.
- Lubricantes con aditivos: En la industria automotriz, se añaden aditivos poliméricos a los aceites para asegurar que el aceite mantenga su viscosidad en un rango amplio de temperaturas.

### 4. Dilución:

- Mezclar un fluido con otro de menor viscosidad disminuirá la viscosidad general de la mezcla.

### 5. Alteración Química:

- Cambios en la estructura molecular a través de reacciones químicas pueden alterar la viscosidad. Por ejemplo, la polimerización de monómeros líquidos produce polímeros con una viscosidad más alta.

### 6. Mecánicamente:

- Los fluidos no newtonianos, como algunas pinturas o ketchup, pueden cambiar su viscosidad cuando se les aplica una fuerza. Agitar, mezclar o aplicar cizallamiento puede alterar temporalmente su viscosidad.

### 7. Introducción de Partículas Sólidas:

- Suspender partículas sólidas en un fluido puede aumentar significativamente su viscosidad. Esto es común en alimentos como las salsas y en productos industriales como los lodos.

Al cambiar la viscosidad de un fluido, se pueden ajustar sus propiedades para hacerlo más adecuado para una aplicación específica. Por ejemplo, la viscosidad de un lubricante puede ser ajustada para garantizar un rendimiento óptimo en diferentes condiciones de operación.

## ¿Cómo se pueden clasificar los fluidos según su viscosidad?

Los fluidos se pueden clasificar según su comportamiento viscoso en función de la relación entre el esfuerzo cortante (o tensión de cizalla) aplicado y la tasa de deformación (o velocidad de cizallamiento) resultante. Aquí están las categorías más comunes:

### 1. Fluidos Newtonianos:

$$\tau = \mu \cdot \dot{\gamma} \quad (3.14)$$

Donde:

- $\tau$  es el esfuerzo cortante.
- $\mu$  es la viscosidad del fluido.
- $\dot{\gamma} = \frac{du}{dy}$  es la tasa de deformación.

Los fluidos newtonianos tienen una viscosidad constante independientemente de la tasa de deformación aplicada. Esto significa que la relación entre el esfuerzo cortante y la tasa de deformación es lineal. Ejemplos comunes son el agua y la mayoría de los aceites.

### 2. Fluidos No Newtonianos:

- **Pseudoplásticos (o reofluidificantes):** La viscosidad disminuye con el aumento de la tasa de deformación. Muchos polímeros y soluciones, como la pintura o el ketchup, exhiben este comportamiento.

- **Dilatantes (o reoespesantes):** La viscosidad aumenta con el aumento de la tasa de deformación. Un ejemplo es una suspensión de almidón en agua, que se endurece cuando se agita rápidamente.
  - **Fluidos Bingham:** Estos fluidos tienen un esfuerzo cortante mínimo que debe superarse antes de que comiencen a fluir, conocido como el "esfuerzo de rendimiento". Una vez superado este esfuerzo, el fluido puede comportarse de manera newtoniana o no newtoniana. Las pastas de dientes y algunos lodos son ejemplos de fluidos Bingham.
  - **Fluidos tixotrópicos:** Estos fluidos ven reducida su viscosidad con el tiempo a una tasa de deformación constante. Una vez que se retira el esfuerzo cortante, la viscosidad del fluido aumenta nuevamente con el tiempo. Algunos geles y pinturas exhiben este comportamiento.
  - **Fluidos reopécticos:** Estos fluidos aumentan su viscosidad con el tiempo a una tasa de deformación constante. Es el comportamiento opuesto al de los fluidos tixotrópicos y es menos común.
3. **Fluidos Ideales o Superfluidos:** Estos son fluidos hipotéticos que no tienen viscosidad interna. En la práctica, este comportamiento solo se observa en ciertas condiciones cuánticas, como en el helio líquido cerca del cero absoluto.

### ¿Qué es el coeficiente de compresibilidad de un fluido?

El coeficiente de compresibilidad ( $\beta$ ) de un fluido es una medida de cuánto cambia su densidad en respuesta a un cambio en la presión. Es una propiedad importante en termodinámica y mecánica de fluidos, especialmente cuando se estudian procesos a alta presión o cambios rápidos en la presión.

Formalmente, el coeficiente de compresibilidad isotérmico, para un fluido en equilibrio, se define matemáticamente como:

$$\beta = -\frac{1}{V} \left( \frac{\partial V}{\partial P} \right)_T \quad (3.15)$$

O, alternativamente, utilizando la densidad ( $\rho$ ) en lugar del volumen ( $V$ ):

$$\beta = \frac{1}{\rho} \left( \frac{\partial \rho}{\partial P} \right)_T \quad (3.16)$$

Donde:

- $V$  es el volumen específico del fluido (el recíproco de la densidad).
- $\rho$  es la densidad del fluido.
- $P$  es la presión.
- El subíndice  $T$  indica que la derivada se toma a temperatura constante.



El signo negativo en la primera ecuación asegura que el coeficiente de compresibilidad sea un valor positivo para la mayoría de los fluidos, ya que un aumento en la presión generalmente resulta en una disminución del volumen (o un aumento en la densidad).

El coeficiente de compresibilidad es esencialmente una medida de la "compresibilidad" del fluido. Un valor de  $\beta$  grande indica que el fluido es altamente compresible, mientras que un valor pequeño indica que el fluido es casi incompresible. Por ejemplo, los líquidos suelen tener coeficientes de compresibilidad mucho menores que los gases, lo que significa que los líquidos son generalmente mucho menos compresibles que los gases.

## Aplicaciones en la industria química

El coeficiente de compresibilidad es una propiedad fundamental en la industria química, y su conocimiento es esencial para muchas aplicaciones y procesos. Aquí hay algunas áreas y aplicaciones específicas en la industria química donde el coeficiente de compresibilidad juega un papel crucial:

### 1. Diseño de Equipos a Alta Presión:

- Al diseñar reactores químicos, separadores y otros equipos que operen a altas presiones, es crucial considerar la compresibilidad del fluido, ya que afectará tanto el diseño del equipo como las condiciones operativas.

### 2. Operaciones de Llenado:

- Al llenar contenedores con líquidos o gases, la compresibilidad del fluido afecta la cantidad de material que puede introducirse en el contenedor y a qué presión.

### 3. Estudios de Termodinámica de Fluidos:

- El coeficiente de compresibilidad es esencial al desarrollar y validar modelos termodinámicos para predecir el comportamiento de mezclas, especialmente en la fase gaseosa.

### 4. Operaciones de Compresión de Gases:

- En plantas petroquímicas y refinerías, la compresión de gases es una operación común. El coeficiente de compresibilidad informa sobre cómo cambiarán las propiedades del gas a medida que se comprime.

### 5. Estudios de Reservorios de Petróleo y Gas:

- La extracción eficiente de hidrocarburos requiere un conocimiento detallado de las propiedades de los fluidos en el reservorio, incluida su compresibilidad.

### 6. Diseño de Sistemas de Transporte de Fluidos:

- Al diseñar tuberías y sistemas de transporte de fluidos, especialmente aquellos que operan a variadas presiones, es vital considerar la compresibilidad del fluido.

#### 7. Procesos Supercríticos:

- Los fluidos supercríticos, que se encuentran en condiciones de temperatura y presión por encima de sus puntos críticos, tienen propiedades únicas y son utilizados en extracciones, reacciones y otras aplicaciones. Su comportamiento, influenciado por su compresibilidad, es esencial para el diseño y operación de estos procesos.

#### 8. Diseño y Operación de Destilaciones a Alta Presión:

- En algunas operaciones de destilación, especialmente aquellas que involucran gases licuados, la compresibilidad del fluido afectará las tasas de evaporación y condensación.

### Ejemplos de valores para varios fluidos

El coeficiente de compresibilidad ( $\beta$ ) varía ampliamente entre diferentes sustancias y generalmente depende de la temperatura y la presión a las que se evalúa. A continuación, te presento una tabla con valores aproximados del coeficiente de compresibilidad para varios fluidos a condiciones ambientales (es importante mencionar que estos valores son aproximados y pueden variar según las fuentes):

Fluido	Coefficiente de Compresibilidad ( $\beta \times 10^{-10} \text{ Pa}^{-1}$ )
Agua	4,6
Aire	1,0
Metanol	11,0
Etanol	9,5
Benceno	12,2
Mercurio	3,8
Aceite (vegetal)	9,0 – 10,0
Glicerina	4,9
Dióxido de Carbono (líquido)	15,0 – 20,0
Helio (gaseoso)	1,2

(3.17)

### ¿Por qué unos gases son más compresibles que otros?

La compresibilidad de un gas, descrita por su coeficiente de compresibilidad ( $\beta$ ), está influenciada por varios factores moleculares y termodinámicos. Aquí hay algunas razones fundamentales por las cuales algunos gases son más compresibles que otros:

#### 1. Fuerzas intermoleculares:

- Los gases con fuerzas intermoleculares más fuertes (por ejemplo, fuerzas de van der Waals o enlaces de hidrógeno) tienden a ser menos compresibles que aquellos con fuerzas intermoleculares débiles. Esto se debe a que las moléculas están más atraídas entre sí y, por lo tanto, resisten la compresión.

#### 2. Tamaño molecular:

- Las moléculas más grandes ocupan más espacio y, por lo general, tienen fuerzas de van der Waals más fuertes. Esto puede hacer que un gas con moléculas más grandes sea menos compresible que uno con moléculas más pequeñas.

#### 3. Forma molecular:

- La geometría y la forma de las moléculas pueden influir en cómo se empaquetan y, por lo tanto, en su compresibilidad. Por ejemplo, las moléculas lineales o esféricas pueden ser más compresibles que las moléculas con geometrías más complejas.

#### 4. Temperatura:

- A altas temperaturas, las moléculas de gas tienen más energía cinética y, por lo tanto, se mueven más rápidamente. Esto puede hacer que el gas sea más compresible porque las moléculas están menos influenciadas por las fuerzas intermoleculares. Sin embargo, es importante tener en cuenta que la temperatura afecta a todos los gases, pero su influencia puede variar dependiendo de las características moleculares del gas.

#### 5. Desviaciones del comportamiento ideal:

- Los gases ideales, según la ecuación de estado  $PV = nRT$ , son perfectamente compresibles. Sin embargo, la mayoría de los gases reales no se comportan exactamente como gases ideales, especialmente a altas presiones o bajas temperaturas. Las desviaciones del comportamiento ideal, descritas por el factor de compresibilidad ( $Z$ ), pueden hacer que algunos gases sean más o menos compresibles que otros.

#### 6. Presencia de impurezas:

- Las impurezas pueden afectar la compresibilidad de un gas. Por ejemplo, un gas que contiene impurezas líquidas puede ser menos compresible debido a la presencia de estas fases no gaseosas.

## Un problema relacionado con la compresibilidad

### Problema: Diseño de un Compresor para Almacenamiento de Gas Natural

Se desea diseñar un sistema de almacenamiento para gas natural utilizando un compresor. Para el diseño, se necesita saber cuánto gas natural puede ser comprimido y almacenado en un cilindro de  $2 \text{ m}^3$  a una presión de 200 atm. Se te proporciona la siguiente información:

- El coeficiente de compresibilidad  $\beta$  del gas natural a condiciones estándar (1 atm y 25°C) es  $\beta = 1,2 \times 10^{-5} \text{ atm}^{-1}$ .
- El volumen del gas natural a condiciones estándar es de  $V_1 = 2 \text{ m}^3$ .
- La presión inicial  $P_1$  es de 1 atm y la presión final  $P_2$  después de la compresión es de 200 atm.
- Supón que el proceso es isotérmico y que el gas se comporta de manera aproximadamente ideal aparte de su compresibilidad.

**Pregunta:** ¿Cuál es el volumen  $V_2$  del gas natural después de ser comprimido a 200 atm?

**Solución:**

La relación entre el coeficiente de compresibilidad y el cambio en el volumen debido a la variación de la presión en un proceso isotérmico es:

$$\Delta V = \beta \cdot V_1 \cdot \Delta P \quad (3.18)$$

Donde  $\Delta V$  es el cambio en volumen y  $\Delta P$  es el cambio en presión.

Usando esta relación:

$$\Delta V = 1,2 \times 10^{-5} \text{ atm}^{-1} \times 2 \text{ m}^3 \times (200 \text{ atm} - 1 \text{ atm}) \quad (3.19)$$

Resolviendo esto te dará el cambio en volumen. Para encontrar  $V_2$ , simplemente resta el cambio en volumen de  $V_1$ :

$$V_2 = V_1 - \Delta V \quad (3.20)$$

## 4

# Cinemática

Las referencias usadas en este capítulo son [32], [19] y [12].

### ¿Cómo se puede representar gráficamente el campo de velocidades de un fluido?

La representación gráfica del campo de velocidades de un fluido suele hacerse a través de líneas de corriente, vectores de velocidad o mediante el uso de técnicas más avanzadas como el trazado de partículas. Aquí te doy una breve descripción y cómo representarlas gráficamente:

1. **Líneas de corriente (*streamlines*):** Son líneas tangentes al vector de velocidad en cada punto.

$$\frac{dx}{U} = \frac{dy}{V} \quad (4.1)$$

donde  $U$  y  $V$  son las componentes de velocidad en las direcciones  $x$  e  $y$  respectivamente.

2. **Vectores de velocidad:** En un gráfico 2D, puedes representar el campo de velocidades dibujando vectores en una malla de puntos.

$$\mathbf{v} = U\mathbf{i} + V\mathbf{j} \quad (4.2)$$

donde  $\mathbf{i}$  y  $\mathbf{j}$  son los vectores unitarios en las direcciones  $x$  y  $y$  respectivamente.

3. **Trazado de partículas:** Esta es una técnica que simula el movimiento de partículas en un fluido. Se calcula la trayectoria que seguiría una partícula ficticia si se moviera con el fluido. Este método es especialmente útil en simulaciones computacionales.

Para representar estas características gráficamente, es común usar software como MATLAB, Python (con `matplotlib` o `seaborn`), o herramientas especializadas de CFD (Dinámica de Fluidos Computacional) como ANSYS Fluent u OpenFOAM. Estos programas pueden generar visualizaciones detalladas del campo de velocidades y otras propiedades relacionadas.

## Muéstrame una imagen de líneas de corriente

Aquí tienes un ejemplo de un código python para dibujar líneas de corriente para un flujo potencial que combina un sumidero y una fuente, ambos ubicados a lo largo del eje  $x$ . Se han omitido las tildes por problemas de visualización.

```

1
2 import numpy as np
3 import matplotlib.pyplot as plt
4
5 # Parametros
6 x_min, x_max = -2.0, 2.0
7 y_min, y_max = -2.0, 2.0
8 N = 200 # numero de puntos en la malla
9 x = np.linspace(x_min, x_max, N)
10 y = np.linspace(y_min, y_max, N)
11 X, Y = np.meshgrid(x, y)
12
13 # Coordenadas de la fuente y el sumidero
14 x_source, y_source = 1.0, 0.0
15 x_sink, y_sink = -1.0, 0.0
16
17 # Intensidad de la fuente y el sumidero
18 strength_source = 5.0
19 strength_sink = -5.0
20
21 # Calculo del campo de velocidad para la fuente
22 u_source = strength_source / (2 * np.pi) * (X - x_source) / ((X -
    x_source)**2 + (Y - y_source)**2)
23 v_source = strength_source / (2 * np.pi) * (Y - y_source) / ((X -
    x_source)**2 + (Y - y_source)**2)
24
25 # Calculo del campo de velocidad para el sumidero
26 u_sink = strength_sink / (2 * np.pi) * (X - x_sink) / ((X - x_sink)
    **2 + (Y - y_sink)**2)
27 v_sink = strength_sink / (2 * np.pi) * (Y - y_sink) / ((X - x_sink)
    **2 + (Y - y_sink)**2)
28
29 # Superposicion de la fuente y el sumidero
30 u = u_source + u_sink
31 v = v_source + v_sink
32
33 # Visualizacion de las lineas de corriente
34 plt.figure(figsize=(8, 8))
35 plt.streamplot(X, Y, u, v, density=1, linewidth=1, arrowsize=1,
    arrowstyle='->')
36 plt.scatter([x_source, x_sink], [y_source, y_sink], color=['red', '
    blue'], s=80, marker='o')
37 plt.title('Lineas_de_corriente_para_una_fuente_y_un_sumidero_en_el_
    eje_X')
38 plt.xlabel('x')
39 plt.ylabel('y')
40 plt.xlim(x_min, x_max)

```

```
41 plt.ylim(y_min, y_max)
42 plt.grid()
43 plt.show()
```

Para ejecutar este código se puede usar un documento de Google Drive llamado *Google Colaboratory*. Se puede ver este *colab* aquí.

## Propiedades de las líneas de corriente

Las líneas de corriente son herramientas poderosas para visualizar y entender el movimiento de un fluido. Aquí te presento algunas propiedades clave de las líneas de corriente:

- **No cruzamiento:** En un flujo estacionario, las líneas de corriente no se cruzan entre sí.
- **Tangencia:** En cualquier punto, la línea de corriente es tangente al vector de velocidad del fluido.
- **Densidad de líneas:** La densidad de líneas de corriente es proporcional a la magnitud de la velocidad del fluido.
- **Flujo estacionario vs no estacionario:** En un flujo estacionario, las líneas de corriente y las trayectorias de las partículas individuales son las mismas. En un flujo no estacionario, este no es el caso.
- **Conservación del flujo:** Para un fluido incompresible, el flujo entre dos líneas de corriente adyacentes es constante.
- **Fronteras sólidas:** Las líneas de corriente no pueden terminar ni comenzar en el interior del flujo, excepto en fuentes o sumideros. Sin embargo, pueden terminar o comenzar en una frontera sólida.

## ¿Qué es la trayectoria o senda?

En mecánica de fluidos, la trayectoria, también conocida como senda, describe el camino que sigue una partícula fluida específica a medida que se mueve a través del campo de flujo con el tiempo. Es el conjunto de todas las posiciones sucesivas ocupadas por una partícula específica del fluido a medida que se mueve con el tiempo. La trayectoria es el camino real seguido por una partícula fluida individual. A diferencia de las líneas de corriente, que pueden cambiar con el tiempo en flujos no estacionarios, la trayectoria muestra el camino seguido por una partícula desde un punto inicial hasta un punto final, independientemente de los cambios en el patrón de flujo.

## ¿Qué es la traza?

Si se introduce un tinte o un trazador en un fluido y se sigue su movimiento, la línea formada por ese tinte o trazador se conoce como una traza. Estos trazadores pueden ser partículas visibles, tinte, o incluso trazadores químicos o radiactivos.

Diferencias clave entre la traza y la trayectoria:

1. Aunque ambas describen el movimiento de una partícula a lo largo del tiempo, la traza se asocia comúnmente con la técnica experimental o numérica utilizada para visualizar el flujo. Es decir, la traza se refiere más específicamente a la ruta dejada por un trazador.
2. La trayectoria, en cambio, es una descripción más teórica del camino seguido por una partícula fluida a medida que se mueve a través del campo de flujo.

En muchos contextos, los términos se utilizan de manera intercambiable, ya que ambos describen esencialmente el movimiento de una partícula a través del fluido a lo largo del tiempo. Sin embargo, es útil reconocer el énfasis distintivo de cada término para garantizar una comunicación clara en contextos específicos.

## Explica la deformación de un fluido en movimiento en torno a un punto

La deformación de un fluido en movimiento es un concepto fundamental en la mecánica de fluidos y se refiere a cómo cambian las partículas de fluido en relación con sus vecinas debido a las fuerzas internas y al movimiento del fluido. Para entender la deformación, es útil descomponerla en tres componentes principales: elongación (o extensión), cizalla y rotación.

1. **Elongación (o extensión):** La elongación se refiere a la deformación en la que las partículas se acercan o se alejan entre sí a lo largo de una línea recta. Matemáticamente, esta es la tasa de cambio del vector de velocidad en la dirección del flujo.

$$\frac{\partial u}{\partial x} \quad (4.3)$$

donde  $u$  es la componente de velocidad en la dirección  $x$ .

2. **Cizalla:** La cizalla se refiere a la deformación en la que las capas adyacentes de fluido se deslizan entre sí. Esta deformación es angular en lugar de lineal. La tasa de deformación por cizalla en un plano bidimensional es:

$$\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \quad (4.4)$$

donde  $u$  y  $v$  son las componentes de velocidad en las direcciones  $x$  y  $y$ , respectivamente.

3. **Rotación:** La rotación se refiere a la rotación de las partículas de fluido alrededor de un punto debido al campo de velocidades del fluido. La tasa de rotación en un plano bidimensional es:

$$\frac{1}{2} \left( \frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial y} \right) \quad (4.5)$$

Este término representa la vorticidad del flujo, que es una medida de su rotación local.



En torno a un punto específico, estos tres componentes de deformación pueden estar ocurriendo simultáneamente, y la magnitud y dirección de cada uno pueden variar dependiendo del campo de velocidades del fluido y de las condiciones de contorno. Es importante notar que estos términos se han presentado en un contexto bidimensional, pero se pueden extender a tres dimensiones considerando todas las componentes relevantes del campo de velocidades.

## Muéstrame el tensor de deformación

El tensor de deformación describe las deformaciones que experimenta un fluido en movimiento y es fundamental para describir cómo cambian las distancias y los ángulos entre partículas de fluido infinitesimales cercanas.

Para un fluido en movimiento en tres dimensiones, el tensor de deformación  $\mathbf{E}$  se define en términos de las derivadas de las componentes de velocidad del fluido  $u$ ,  $v$ , y  $w$  con respecto a las direcciones  $x$ ,  $y$ , y  $z$  respectivamente.

El tensor de deformación  $\mathbf{E}$  se presenta en forma matricial como:

$$\mathbf{E} = \begin{bmatrix} \frac{\partial u}{\partial x} & \frac{1}{2} \left( \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right) & \frac{1}{2} \left( \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x} \right) \\ \frac{1}{2} \left( \frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y} \right) & \frac{\partial v}{\partial y} & \frac{1}{2} \left( \frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y} \right) \\ \frac{1}{2} \left( \frac{\partial w}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial z} \right) & \frac{1}{2} \left( \frac{\partial w}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial z} \right) & \frac{\partial w}{\partial z} \end{bmatrix} \quad (4.6)$$

Donde:

- Los términos en la diagonal principal ( $\frac{\partial u}{\partial x}$ ,  $\frac{\partial v}{\partial y}$ , y  $\frac{\partial w}{\partial z}$ ) representan las tasas de elongación (o extensión) en las direcciones  $x$ ,  $y$ , y  $z$ , respectivamente.
- Los términos fuera de la diagonal representan las tasas de cizalla y rotación.

La cizalla y la rotación están relacionadas, pero son distintas. La rotación se puede obtener a partir del tensor de deformación, pero para obtener el tensor de rotación, se tomaría la diferencia entre las derivadas cruzadas, dividida por 2.

Es importante notar que, en mecánica de fluidos, el tensor de deformación suele considerarse sin la componente de rotación. Esto se debe a que la rotación no cambia la forma (sólo la orientación) de un elemento fluido infinitesimal, mientras que las componentes de elongación y cizalla sí lo hacen.

## Ejemplo para entender el tensor de deformación

¡Claro! Vamos a considerar un fluido con un campo de velocidades definido por las siguientes funciones:

$$u = 2x \quad (4.7)$$

$$v = -y \quad (4.8)$$

$$w = z \quad (4.9)$$

Donde  $u$ ,  $v$ , y  $w$  son las componentes de velocidad en las direcciones  $x$ ,  $y$ , y  $z$  respectivamente.

Usando estas funciones de velocidad, podemos calcular las derivadas parciales necesarias para construir el tensor de deformación.

Primero, las derivadas en la dirección  $x$ :

$$\frac{\partial u}{\partial x} = 2 \quad (4.10)$$

$$\frac{\partial v}{\partial x} = 0 \quad (4.11)$$

$$\frac{\partial w}{\partial x} = 0 \quad (4.12)$$

Luego, en la dirección  $y$ :

$$\frac{\partial u}{\partial y} = 0 \quad (4.13)$$

$$\frac{\partial v}{\partial y} = -1 \quad (4.14)$$

$$\frac{\partial w}{\partial y} = 0 \quad (4.15)$$

Finalmente, en la dirección  $z$ :

$$\frac{\partial u}{\partial z} = 0 \quad (4.16)$$

$$\frac{\partial v}{\partial z} = 0 \quad (4.17)$$

$$\frac{\partial w}{\partial z} = 1 \quad (4.18)$$

Insertando estas derivadas en el tensor de deformación obtenemos:

$$\mathbf{E} = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (4.19)$$

Los elementos en la diagonal principal nos indican que hay una elongación en la dirección  $x$  (positiva, lo que significa que las partículas se están alejando entre sí), una contracción en la dirección  $y$  (negativa, lo que significa que las partículas se están acercando entre sí), y una elongación en la dirección  $z$ .

Los elementos fuera de la diagonal son todos cero en este caso, lo que indica que no hay cizalla entre las diferentes direcciones.

Este tensor muestra que, para un punto en este fluido, experimentará una expansión en las direcciones  $x$  y  $z$  y una contracción en la dirección  $y$ , sin experimentar ninguna cizalla. Es decir, si imaginamos un pequeño cubo de fluido, este se alargaría en las direcciones  $x$  y  $z$  y se aplastaría en la dirección  $y$ .

## ¿Qué unidades tiene el tensor de deformación?

El tensor de deformación está relacionado con las tasas de cambio de las componentes de velocidad con respecto a las direcciones espaciales. Por lo tanto, sus unidades se derivan de la división de las unidades de velocidad entre las unidades de longitud.

Si consideramos que las unidades de velocidad son m/s (metros por segundo) y las unidades de longitud son m (metros), entonces las unidades del tensor de deformación serán:

$$\frac{\text{m/s}}{\text{m}} = \text{s}^{-1} \quad (4.20)$$

Por lo tanto, el tensor de deformación tiene unidades de  $\text{s}^{-1}$  (recíproco de segundos o inverso de segundos). Estas unidades representan una tasa de cambio en el tiempo, lo cual tiene sentido dado que el tensor de deformación describe la tasa de cambio (o deformación) de las partículas del fluido con respecto al tiempo en relación con su posición.

## ¿Este tensor, cambia de un punto del fluido a otro?

Sí, el tensor de deformación puede cambiar de un punto a otro dentro de un fluido. La razón es que el tensor de deformación está definido en función de las derivadas espaciales de las componentes de velocidad. Si el campo de velocidades varía en el espacio (lo cual es común en muchos flujos reales), entonces el tensor de deformación también variará.

La variabilidad del tensor de deformación en el espacio es crucial para entender patrones de flujo complejos, como zonas de recirculación, vórtices, estratificación y otros fenómenos fluidos. Es esta variabilidad en el tensor de deformación lo que puede conducir a diferentes comportamientos locales del fluido, como estiramientos, compresiones o cizallamientos.

Por ejemplo, en el flujo alrededor de un objeto (como el flujo alrededor de un cilindro o una esfera), el tensor de deformación será diferente en la zona de estancamiento delantero, en las capas límite que se forman sobre la superficie del objeto, y en la estela turbulenta detrás del objeto.

Así que, sí, el tensor de deformación puede, y a menudo lo hace, variar de un punto a otro dentro de un campo de flujo. Esto lo hace una herramienta poderosa para analizar y entender el comportamiento local de un fluido en movimiento.

## ¿Hay alguna relación entre este tensor y la conservación de masa?

Sí, hay una relación entre el tensor de deformación y la conservación de masa, especialmente cuando se trata de fluidos incompresibles.

La ecuación de conservación de masa (o ecuación de continuidad) para un fluido incompresible es:

$$\nabla \cdot \mathbf{v} = 0 \quad (4.21)$$

Donde  $\mathbf{v}$  es el vector de velocidad y  $\nabla \cdot \mathbf{v}$  es la divergencia del campo de velocidades.

La divergencia del campo de velocidades se relaciona directamente con los términos diagonales del tensor de deformación. Específicamente, para un fluido tridimensional:

$$\nabla \cdot \mathbf{v} = \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} \quad (4.22)$$

Estos términos son precisamente la traza (suma de los términos diagonales) del tensor de deformación. Si un fluido es incompresible, la traza del tensor de deformación es cero, porque las partículas de fluido no pueden ser creadas ni destruidas, y la densidad del fluido no cambia.

Así, para un fluido incompresible, aunque las partículas de fluido puedan estar experimentando deformaciones (elongación, cizalla, etc.), el volumen total de un elemento de fluido no cambia con el tiempo. Esta es una consecuencia directa de la conservación de masa.

## ¿Qué es la vorticidad de un fluido?

La vorticidad es una cantidad fundamental en la mecánica de fluidos que describe la tendencia local de un fluido a rotar o girar. Matemáticamente, se define como el rotacional del campo de velocidades del fluido. En otras palabras, la vorticidad mide la "circulación" por unidad de área alrededor de un punto en el fluido.

La definición matemática de la vorticidad  $\boldsymbol{\omega}$  para un campo de velocidad  $\mathbf{v}$  en tres dimensiones es:

$$\boldsymbol{\omega} = \nabla \times \mathbf{v} \quad (4.23)$$

Aquí,  $\nabla \times$  denota el operador rotacional.

Si desglosamos el campo de velocidad en sus componentes  $u$ ,  $v$ , y  $w$  en las direcciones  $x$ ,  $y$ , y  $z$  respectivamente, entonces el vector vorticidad tiene componentes:

$$\begin{aligned} \omega_x &= \frac{\partial w}{\partial y} - \frac{\partial v}{\partial z} \\ \omega_y &= \frac{\partial u}{\partial z} - \frac{\partial w}{\partial x} \\ \omega_z &= \frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial y} \end{aligned} \quad (4.24)$$

Un par de puntos clave sobre la vorticidad:

- La vorticidad es un vector, y su dirección es perpendicular al plano en el que el fluido está rotando. El sentido del vector de vorticidad sigue la regla de la mano derecha: si orientas el pulgar de tu mano derecha como el vector vorticidad, al cerrar los dedos de la mano obtendrás la rotación del fluido.
- Una vorticidad no nula en un punto indica que las partículas fluidas alrededor de ese punto están rotando. Sin embargo, es importante distinguir entre la vorticidad y la rotación de un elemento fluido. Mientras que la vorticidad se refiere a la circulación alrededor de un punto, la rotación se refiere al giro de un elemento fluido sobre su propio centro.

- En algunos flujos, la vorticidad es cero en todas partes. Estos flujos se denominan flujos irrotacionales. No significa necesariamente que no haya rotación en el fluido, sino que no hay circulación alrededor de un punto.

## Ponme un ejemplo de un problema con la vorticidad

Vamos a considerar un ejemplo clásico en mecánica de fluidos, aunque es más un problema teórico que un problema específico de ingeniería química: el flujo alrededor de un cilindro.

- **Problema:** Supongamos que tenemos un flujo bidimensional de un fluido incompresible que se aproxima a un cilindro de radio  $R$ . Inicialmente, a un número de Reynolds bajo, el flujo alrededor del cilindro es laminar. Pero al aumentar la velocidad o el número de Reynolds, se desprenden vórtices detrás del cilindro, creando lo que se conoce como calle de vórtices de Von Kármán. Queremos analizar la vorticidad en esta situación.
- **Solución conceptual:**
  1. Antes del cilindro, donde el flujo es uniforme, la vorticidad es nula porque no hay rotación ni circulación.
  2. En las capas límite cerca de la superficie del cilindro, donde el flujo se desacelera debido a la fricción con la superficie del cilindro, se desarrolla un gradiente de velocidad. Esto lleva a una vorticidad no nula en esta región.
  3. Detrás del cilindro, a medida que se desprenden los vórtices, hay regiones de alta vorticidad. Estas regiones de vorticidad son esencialmente los vórtices que se desprenden y forman la calle de vórtices.
- **Análisis cuantitativo:** Para analizar esto cuantitativamente, se necesitarían ecuaciones específicas y datos sobre el flujo, como la velocidad y viscosidad. La ecuación de Navier-Stokes sería esencial para determinar el campo de velocidades. A partir de este campo de velocidades, podríamos calcular la vorticidad usando la relación:

$$\boldsymbol{\omega} = \nabla \times \mathbf{v} \quad (4.25)$$

En la práctica, este problema se aborda a menudo con herramientas de simulación de dinámica de fluidos computacional (CFD) para obtener una visión detallada del campo de vorticidad.

- **Relevancia:** Mientras que este es un problema clásico en mecánica de fluidos, tiene relevancia en ingeniería química y otras disciplinas. Por ejemplo, si se colocan cilindros (o cualquier otro obstáculo) en un reactor para mejorar la mezcla, el conocimiento de la formación de vórtices y la vorticidad podría ser crucial para optimizar el diseño del reactor y garantizar una mezcla eficiente.

## Muéstrame la ecuación de vorticidad

La ecuación de vorticidad es una derivación de la ecuación de Navier-Stokes que gobierna la evolución temporal de la vorticidad  $\omega$  en un flujo de fluido. La vorticidad  $\omega$  se define como el rotor del campo de velocidad  $\mathbf{v}$ :

$$\omega = \nabla \times \mathbf{v} \quad (4.26)$$

Tomando el rotacional de la ecuación de Navier-Stokes incompresible para un fluido Newtoniano, obtenemos la ecuación de vorticidad:

$$\frac{\partial \omega}{\partial t} + \mathbf{v} \cdot \nabla \omega = \omega \cdot \nabla \mathbf{v} + \nu \nabla^2 \omega \quad (4.27)$$

Donde:

- $\frac{\partial \omega}{\partial t}$  es la derivada temporal de la vorticidad.
- $\mathbf{v} \cdot \nabla \omega$  representa la advección de la vorticidad.
- $\omega \cdot \nabla \mathbf{v}$  es el estiramiento y torcimiento de líneas de vorticidad.
- $\nu$  es la viscosidad cinemática del fluido.
- $\nabla^2 \omega$  es la difusión de vorticidad causada por la viscosidad.

Esta ecuación describe cómo varía la vorticidad en un punto en función del tiempo y cómo la vorticidad es transportada, estirada, torcida y difundida en el flujo. Es especialmente útil en el estudio de fenómenos como la turbulencia, donde la vorticidad juega un papel clave.

## ¿Se puede usar la ecuación de la vorticidad en lugar de la ecuación de Navier-Stokes?

Sí, en ciertos contextos y bajo ciertas condiciones, la ecuación de vorticidad puede usarse en lugar de la ecuación de Navier-Stokes. De hecho, la ecuación de vorticidad es una transformación de la ecuación de Navier-Stokes, y contiene básicamente la misma información pero presentada de una forma diferente. Ambas ecuaciones describen el movimiento de un fluido, pero se centran en diferentes aspectos del flujo.

Algunas razones para preferir la ecuación de vorticidad sobre la ecuación de Navier-Stokes incluyen:

1. **Simplificación en Casos Bidimensionales:** En flujos bidimensionales estacionarios, la vorticidad se reduce a un escalar (en lugar de un vector), y su ecuación se simplifica considerablemente.
2. **Estudio de la Turbulencia:** La vorticidad es un parámetro clave en la turbulencia y describe la estructura rotacional de un flujo turbulento. Al estudiar la evolución de la vorticidad, se puede obtener una comprensión más profunda de los fenómenos turbulentos.

3. **Problemas de Estiramiento y Plegamiento:** En flujos donde el estiramiento y plegamiento de elementos de fluido son de interés principal, la ecuación de vorticidad puede proporcionar una descripción más intuitiva del comportamiento del fluido que la ecuación de Navier-Stokes.

Sin embargo, hay algunas complicaciones asociadas con el uso de la ecuación de vorticidad:

- Para obtener el campo de velocidad completo a partir de la vorticidad, es necesario resolver una ecuación elíptica, que puede ser computacionalmente desafiante. Esta es la ecuación de corriente-vorticidad en 2D o la ecuación de Biot-Savart en 3D.
- La ecuación de vorticidad no es tan comúnmente utilizada en aplicaciones prácticas como la ecuación de Navier-Stokes. Por lo tanto, puede haber menos herramientas y recursos disponibles.
- Para flujos tridimensionales, especialmente aquellos que no son inherentemente rotacionales, el uso de la ecuación de vorticidad puede no ofrecer ventajas claras sobre la ecuación de Navier-Stokes.





## 5

# Fluidostática

Las referencias usadas en este capítulo son [32], [19], [14] y [12].

### ¿Cómo puedo calcular el valor de la presión en un fluido en equilibrio?

Cuando un fluido está en equilibrio y no hay movimientos internos (estático), la variación de presión se debe principalmente a la acción de la gravedad y a las diferencias de altura en el fluido. En este caso, la ecuación que describe el cambio de presión con la profundidad en un fluido incompresible es la *ecuación fundamental de la fluidostática*, que está dada por:

$$\frac{dp}{dz} = -\rho g \quad (5.1)$$

Donde:

- $\frac{dp}{dz}$  es el gradiente de presión en la dirección vertical  $z$ .
- $\rho$  es la densidad del fluido (puede ser variable).
- $g$  es la aceleración debida a la gravedad.
- El eje  $z$  está orientado en sentido opuesto a la gravedad.

Para integrar esta ecuación y obtener la presión en un punto específico, es necesario conocer la presión en un punto de referencia. A menudo, tomamos la superficie del fluido (donde está en contacto con la atmósfera) como punto de referencia.

Si suponemos densidad constante, la ecuación anterior se puede integrar fácilmente. Por ejemplo podemos integrar desde la superficie (donde  $z = 0$  y  $p = p_0$ , siendo  $p_0$  la presión atmosférica) hasta una profundidad  $h$ . Así obtenemos la *ecuación de la hidrostática*:

$$p(h) = p_0 + \rho gh \quad (5.2)$$

En esta ecuación,  $h$  va en el sentido opuesto al eje  $z$  anterior.

Por ejemplo, en el caso de un líquido en un recipiente abierto a la atmósfera:

- Si nos encontramos en la superficie del líquido,  $h = 0$ , y la presión es simplemente la presión atmosférica  $p_0$ .
- A medida que descendemos en el líquido y aumenta la profundidad  $h$ , la presión aumenta debido al peso del fluido situado por encima del punto de interés.

Este mismo principio se aplica, por ejemplo, en los océanos, donde la presión aumenta con la profundidad y es la razón por la que los submarinos tienen límites de profundidad operativa.

Cabe señalar que este análisis es válido para fluidos incompresibles o cuando las variaciones de densidad con la profundidad son pequeñas. En el caso de gases o fluidos compresibles, se deben considerar las variaciones de densidad, lo que complica la integración de la ecuación hidrostática.

### ¿Cómo sería esta ecuación en el caso de fluidos compresibles?

Para fluidos compresibles, la densidad  $\rho$  no es constante y puede variar con la profundidad (o altura) debido a los cambios de presión y temperatura. La ecuación hidrostática sigue siendo:

$$\frac{dp}{dz} = -\rho g \quad (5.3)$$

Pero ahora,  $\rho$  ya no es una constante, sino una función que depende de la presión  $p$ , la temperatura  $T$ , y posiblemente otras variables.

Si estamos tratando con un gas ideal, podemos utilizar la ecuación de estado del gas ideal:

$$p = \rho RT \quad (5.4)$$

Donde:

- $R$  es la constante específica del gas (diferente de la constante universal de los gases,  $R_u$ , ya que  $R = R_u/M$  donde  $M$  es la masa molar del gas).

Si sustituimos esta relación en nuestra ecuación hidrostática, obtenemos una ecuación diferencial que relaciona la variación de la presión con la altura, pero ahora también depende de la temperatura. Si conocemos cómo varía la temperatura con la altura (perfil de temperatura), podemos integrar esta ecuación para obtener la presión en función de la altura.

Un ejemplo de esto es la atmósfera terrestre. La variación de la temperatura con la altitud no es simple y se divide en varias capas (troposfera, estratosfera, etc.), y cada capa puede tener un perfil de temperatura diferente. En la troposfera, por ejemplo, la temperatura generalmente disminuye con la altitud, mientras que en la estratosfera tiende a aumentar con la altura.

## Dame un ejemplo de aplicación de la ecuación fundamental de la hidrostática

Un ejemplo clásico de aplicación de la ecuación fundamental de la hidrostática es el cálculo de la presión en un punto específico dentro de un lago o de una piscina.

### Ejemplo: Presión a una profundidad en un lago

Supongamos que queremos determinar la presión a una profundidad de  $h = 30$  metros en un lago de agua dulce. La presión atmosférica en la superficie del lago es  $p_0 = 101325$  Pa (aproximadamente 1 atm). La densidad del agua es  $\rho \approx 1000$  kg/m<sup>3</sup>. Y  $g$  es la aceleración debida a la gravedad, aproximadamente 9,81 m/s<sup>2</sup>.

Usando la ecuación hidrostática para un fluido incompresible:

$$p(h) = p_0 + \rho gh \quad (5.5)$$

sustituimos los valores conocidos:

$$p(30) = 101325 \text{ Pa} + (1000 \text{ kg/m}^3)(9,81 \text{ m/s}^2)(30 \text{ m}) \quad (5.6)$$

$$p(30) = 101325 \text{ Pa} + 294300 \text{ Pa} \quad (5.7)$$

$$p(30) = 395625 \text{ Pa} \quad (5.8)$$

Así, la presión a una profundidad de 30 metros en el lago es 395,625 Pa o aproximadamente 3,96 atm.

Este resultado es intuitivo: cuanto más profundo se vaya en el lago, mayor será la columna de agua que estará por encima del punto de interés y, por lo tanto, mayor será la presión en ese punto. Esta es la razón por la que los buceadores deben tener cuidado con la profundidad a la que bucean, ya que la presión puede afectar significativamente a su fisiología (por ejemplo, provocando enfermedad descompresiva si ascienden demasiado rápido).

## ¿Podrías darme un ejemplo de la fuerza que hace el agua sobre una compuerta de longitud $L$ y anchura $b$ perpendicular al papel sumergida a una profundidad $H$ (punto superior) y con una inclinación $\alpha$ respecto a la superficie libre?

Por supuesto, puedo ayudarte con eso. Este es un problema común en hidrostática y es relevante para tu estudio en ingeniería química.

La fuerza que ejerce un fluido en reposo sobre una superficie sumergida se puede calcular integrando la presión sobre toda la superficie. En este caso, podemos usar la fórmula de la presión en un líquido en reposo, que es  $P = \rho gh$ , donde  $\rho$  es la densidad del líquido,  $g$  es la aceleración debida a la gravedad, y  $h$  es la profundidad de un punto en el líquido.

Para una compuerta de longitud  $L$  y anchura  $b$ , perpendicular al papel y sumergida a una profundidad  $H$ , y con una inclinación  $\alpha$  respecto a la superficie libre, la fuerza total será la integral de la presión sobre toda la superficie.

1. **Encuentra la Profundidad Local:** La profundidad local en un punto a lo largo de la longitud de la compuerta es  $h(x) = H + x \sin \alpha$ , donde  $x$  es la distancia a lo largo de la compuerta desde el punto superior.
2. **Calcula la Presión en un Punto Local:** La presión en un punto a lo largo de la compuerta será  $P(x) = \rho g(H + x \sin \alpha)$ .
3. **Integra la Presión sobre la Compuerta:** La fuerza total será la integral de la presión a lo largo de la longitud de la compuerta, multiplicada por la anchura  $b$ :

$$F = \int_0^L P(x) b \, dx = \rho g b \int_0^L (H + x \sin \alpha) \, dx \quad (5.9)$$

4. **Evalúa la Integral:** La integral se puede resolver como:

$$F = \rho g b \left[ Hx + \frac{1}{2}x^2 \sin \alpha \right]_0^L = \rho g b \left( HL + \frac{1}{2}L^2 \sin \alpha \right) \quad (5.10)$$

Esta expresión da la fuerza total que el agua ejerce sobre la compuerta en la dirección perpendicular al papel. La dirección de la fuerza estará normal a la superficie de la compuerta, y su línea de acción pasará a través del centroide de la presión, que también se puede calcular a partir de la distribución de la presión a lo largo de la compuerta.

## ¿Cómo puedo calcular el punto de aplicación de dicha fuerza?

El punto de aplicación de la fuerza hidrostática en la compuerta se llama centro de presión, y se encuentra en la línea de acción de la fuerza resultante. Para calcular la ubicación del centro de presión, debemos considerar el momento de la fuerza con respecto a un eje, como el eje superior de la compuerta.

1. **Calcula el Momento de la Presión en un Punto Local:**

$$dM(x) = P(x) \cdot b \cdot x \cdot dx = \rho g b x (H + x \sin \alpha) \, dx \quad (5.11)$$

2. **Integra el Momento a lo Largo de la Compuerta:**

$$M = \int_0^L dM(x) = \rho g b \int_0^L x(H + x \sin \alpha) \, dx \quad (5.12)$$

Resolviendo esta integral, obtenemos:

$$M = \rho g b \left( \frac{1}{2}HL^2 + \frac{1}{3}L^3 \sin \alpha \right) \quad (5.13)$$

### 3. Calcula la Ubicación del Centro de Presión:

La ubicación del centro de presión  $h_{cp}$  desde el borde superior de la compuerta se encuentra utilizando el momento total  $M$  y la fuerza total  $F$  que ya hemos calculado:

$$h_{cp} = \frac{M}{F} = \frac{\frac{1}{2}HL^2 + \frac{1}{3}L^3 \sin \alpha}{HL + \frac{1}{2}L^2 \sin \alpha} \quad (5.14)$$

Esta expresión da la ubicación del centro de presión desde el borde superior de la compuerta. La línea de acción de la fuerza pasará a través de este punto, y esta es la ubicación donde se puede considerar que toda la fuerza hidrostática está aplicada.

Por lo tanto, si deseas encontrar la posición del centro de presión con respecto a cualquier otro punto de referencia, puedes utilizar la expresión de  $h_{cp}$  y adaptarla según sea necesario.

## Dime un problema de cálculos manométricos con dos fluidos

A continuación, te presento un problema típico de cálculos manométricos con dos fluidos.

### Problema:

Un manómetro en U contiene agua y mercurio. Un extremo del manómetro se conecta a un tanque de gas a presión, y el otro extremo está abierto a la atmósfera. El gas en el tanque empuja el agua hacia abajo en el brazo conectado y, debido a esto, el mercurio en el otro brazo se eleva. Si la diferencia de altura entre las columnas de mercurio en los dos brazos es de  $h = 40$  cm y la altura desde la interfaz agua-mercurio hasta el nivel de mercurio en el brazo conectado al gas es de  $H = 60$  cm, ¿cuál es la presión absoluta del gas en el tanque? Las densidades son:  $\rho_{agua} = 1000$  kg/m<sup>3</sup> y  $\rho_{Hg} = 13600$  kg/m<sup>3</sup>. Considera la presión atmosférica  $p_{atm} = 101325$  Pa.

### Solución:

Para determinar la presión del gas, debemos considerar la presión debida a las columnas de líquido en el manómetro.

1. Presión debida a la columna de mercurio de altura  $h$ :

$$p_{Hg} = \rho_{Hg} \cdot g \cdot h \quad (5.15)$$

2. Presión debida a la columna de agua de altura  $H$ :

$$p_{agua} = \rho_{agua} \cdot g \cdot H \quad (5.16)$$

Para calcular la presión en el tanque, debemos sumar la presión de mercurio  $p_{Hg}$  a la atmosférica (porque vamos hacia abajo) y restarle la presión del agua  $p_{agua}$  porque nos desplazamos hacia arriba:

$$p_{gas} = p_{atm} + p_{Hg} - p_{agua} \quad (5.17)$$

Sustituimos los valores conocidos:

$$p_{Hg} = 13600 \text{ kg/m}^3 \times 9,81 \text{ m/s}^2 \times 0,4 \text{ m} = 53366,4 \text{ Pa} \quad (5.18)$$

$$p_{agua} = 1000 \text{ kg/m}^3 \times 9,81 \text{ m/s}^2 \times 0,6 \text{ m} = 5886 \text{ Pa} \quad (5.19)$$

Por lo tanto:

$$p_{gas} = 101325 \text{ Pa} + 53366,4 \text{ Pa} - 5886 \text{ Pa} = 148805,4 \text{ Pa} \quad (5.20)$$

## 6

# Análisis dimensional

Las referencias usadas en este capítulo son: [32], [7], [19], [14] y [20].

### Muéstrame la ecuación de Navier-Stokes para un fluido incompresible y de viscosidad constante

La ecuación de Navier-Stokes describe el movimiento de fluidos viscosos. Para un fluido incompresible y de viscosidad constante, la ecuación de Navier-Stokes en forma vectorial es:

$$\rho \left( \frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} + (\mathbf{v} \cdot \nabla) \mathbf{v} \right) = -\nabla p + \mu \nabla^2 \mathbf{v} + \mathbf{f} \quad (6.1)$$

Donde:

- $\rho$  es la densidad del fluido (asumida constante para un fluido incompresible).
- $\mathbf{v}$  es el campo de velocidad del fluido.
- $t$  es el tiempo.
- $\nabla$  es el operador gradiente.
- $p$  es la presión del fluido.
- $\mu$  es la viscosidad dinámica del fluido (asumida constante en este caso).
- $\nabla^2$  es el operador laplaciano.
- $\mathbf{f}$  es un campo de fuerzas externas por unidad de volumen, como la gravedad.

Además, para un fluido incompresible, la ecuación de conservación de masa se puede escribir así:

$$\nabla \cdot \mathbf{v} = 0 \quad (6.2)$$

## Adimensionaliza la ecuación de Navier-Stokes, incluyendo el operador nabla, de forma que el término convectivo tenga orden de magnitud 1

Para adimensionalizar la ecuación de Navier-Stokes, utilizaremos escalas características para las variables involucradas. Estas escalas características son típicamente seleccionadas basándose en la geometría del problema y las condiciones de contorno.

Definimos las siguientes escalas características:

- $L$  para la longitud (por ejemplo, el diámetro de un tubo o la longitud característica de un objeto sumergido en el fluido).
- $U$  para la velocidad (por ejemplo, la velocidad de entrada en un tubo o la velocidad característica del flujo alrededor de un objeto).
- $\rho_0$  para la densidad, que es constante para un fluido incompresible.
- $p_0$  para la presión.

Introduzcamos las siguientes variables adimensionales:

- $x' = \frac{x}{L}$
- $v' = \frac{v}{U}$
- $t' = \frac{Ut}{L}$
- $p' = \frac{p}{p_0}$

Sustituyendo estas variables adimensionales en la ecuación de Navier-Stokes, obtenemos:

$$\rho_0 U^2 \left( \frac{\partial v'}{\partial t'} + v' \cdot \nabla' v' \right) = -\frac{p_0}{L} \nabla' p' + \mu \frac{U}{L^2} \nabla'^2 v' + \rho_0 f' \quad (6.3)$$

Donde  $\nabla'$  es el operador gradiente adimensional y  $f'$  es la fuerza por unidad de volumen adimensionalizada.

Para que el término convectivo tenga un orden de magnitud de 1, podemos dividir toda la ecuación por  $\rho_0 U^2$ :

$$\frac{\partial v'}{\partial t'} + v' \cdot \nabla' v' = -\frac{p_0}{\rho_0 U^2 L} \nabla' p' + \frac{\mu U}{\rho_0 L^2 U^2} \nabla'^2 v' + \frac{f'}{U^2} \quad (6.4)$$

Ahora, identificamos los números adimensionales:

- Número de Strouhal (St):  $St = \frac{Ut}{L}$
- Número de Reynolds (Re):  $Re = \frac{\rho_0 U L}{\mu}$
- Número de Euler (Eu):  $Eu = \frac{p_0}{\rho_0 U^2}$
- Número de Froude (Fr):  $Fr^2 = \frac{U^2}{gL}$ , donde  $g$  es la aceleración debida a la gravedad.

Reescribiendo la ecuación en términos de estos números adimensionales, obtenemos:

$$St \frac{\partial v'}{\partial t'} + v' \cdot \nabla' v' = -Eu \nabla' p' + \frac{1}{Re} \nabla'^2 v' + Fr^2 f' \quad (6.5)$$



## ¿De qué orden de magnitud son las variables con asterisco?

Cuando adimensionalizamos una ecuación, las variables con asterisco (o primadas) son de orden de magnitud 1. Esto es precisamente el propósito de la adimensionalización: reescribir las ecuaciones en términos de variables adimensionales que varían en un rango típicamente entre 0 y 1 (aunque pueden exceder este rango en ciertas circunstancias).

## Número de experimentos a realizar para entender un fenómeno

Imagínate que queremos medir la fuerza de rozamiento que ejerce un fluido con viscosidad  $\mu$  y densidad  $\rho$  sobre una esfera de diámetro  $D$  moviéndose a una velocidad  $U$ . ¿Cuántos experimentos deberíamos realizar para asegurarnos de entender bien el fenómeno?

Nuestro objetivo es medir cómo depende la fuerza  $F$  de las cuatro variables independientes:  $F = f(\mu, \rho, D, U)$ .

Supongamos que realizamos 10 medidas para cada variable. Al combinar todas las variables, ¡tendríamos que realizar  $10^4 = 10000$  medidas!.

Afortunadamente, el análisis dimensional está para ayudarnos. Esta metodología permite reducir el número de variables. En este caso, podríamos relacionar el coeficiente de arrastre  $C_f$  con el número de Reynolds:  $C_f = f(Re)$ . El coeficiente de arrastre es una forma muy habitual de adimensionalizar la fuerza de arrastre.

## ¿Qué dice el teorema Pi de Buckingham?

El teorema Pi de Buckingham es un principio fundamental en el análisis dimensional. Proporciona una metodología sistemática para determinar las combinaciones adimensionales de las variables involucradas en un fenómeno físico. Estas combinaciones adimensionales son conocidas como números Pi.

El teorema establece lo siguiente:

Una ecuación que relaciona  $n$  variables dimensionales es equivalente a otra ecuación con  $n - k$  variables adimensionales, siendo  $k$  número de dimensiones independientes del problema.

Pasos para aplicar el teorema Pi de Buckingham:

1. **Identifica las variables:** Enumera todas las variables relevantes para el problema ( $n$ ).
2. **Escribe las dimensiones fundamentales que contiene cada variable:** Las dimensiones fundamentales son longitud [L], tiempo [T], masa [M], etc.
3. **Calcula el rango  $k$  de la matriz de dimensiones**
4. **Elige  $k$  variables dimensionales independientes:** Fíjate en la matriz de dimensiones y elige  $k$  variables cuyos vectores de dimensiones sean independientes.

5. **Forma los números Pi:** Para cada una de las  $n - k$  variables restantes, forma un número Pi multiplicando la variable por una combinación de las variables dimensionales independientes de tal manera que el número resultante sea adimensional.

**Nota:** Siempre se debe dejar la variable dependiente (p.ej. la fuerza de arrastre de una esfera) para formar un número adimensional.

El resultado de este proceso son los números Pi, que son combinaciones adimensionales de las variables del problema. Estos números Pi son útiles porque reducen la complejidad del problema y permiten generalizar los resultados experimentales o teóricos a diferentes escalas o condiciones.

## ¿Puedes poner un ejemplo resuelto paso a paso?

¡Por supuesto! Vamos a utilizar el teorema Pi de Buckingham para determinar los grupos adimensionales asociados con la fuerza  $F$  que actúa sobre una esfera de diámetro  $D$  moviéndose a través de un fluido con velocidad  $U$ , densidad  $\rho$  y viscosidad  $\mu$ .

- Paso 1: Identificar las Variables** Las variables relevantes para el problema son:
  - $F$  (Fuerza)
  - $D$  (Diámetro de la esfera)
  - $U$  (Velocidad de la esfera)
  - $\rho$  (Densidad del fluido)
  - $\mu$  (Viscosidad del fluido)
- Paso 2: Determinar las Dimensiones Fundamentales** Las dimensiones fundamentales de las variables son:
  - $F: [M][L][T]^{-2}$
  - $D: [L]$
  - $U: [L][T]^{-1}$
  - $\rho: [M][L]^{-3}$
  - $\mu: [M][L]^{-1}[T]^{-1}$
- Paso 3: Seleccionar un conjunto de variables dimensionales independientes** Elegimos tres variables que contengan todas las dimensiones fundamentales. Una elección común es  $D$ ,  $\rho$  y  $U$ .
- Paso 4: Formar los grupos Pi** Para formar los grupos Pi, combinamos cada una de las variables restantes con las variables independientes para obtener un número adimensional.
  - Para la fuerza  $F$ :

$$\Pi_1 = \frac{F}{\rho U^2 D^2} \quad (6.6)$$

Este grupo es adimensional y se conoce como el coeficiente de resistencia  $C_f$ .

- Para la viscosidad  $\mu$ :

$$\Pi_2 = \frac{\rho U D}{\mu} \quad (6.7)$$

Este grupo es adimensional y se conoce como el número de Reynolds  $Re$ .

Por lo tanto, cualquier relación funcional que describa la fuerza sobre la esfera en función de las variables dadas puede ser expresada en términos de los grupos adimensionales  $\Pi_1$  y  $\Pi_2$ , es decir:

$$C_f = f(Re) \quad (6.8)$$

Donde  $f$  es una función desconocida que puede ser determinada experimentalmente.

## En el problema anterior, ¿puedes mostrarme la matriz de dimensiones?

¡Claro! La matriz de dimensiones es una herramienta útil en el análisis dimensional, especialmente cuando se aplica el teorema Pi de Buckingham. La matriz de dimensiones relaciona las dimensiones fundamentales con las variables físicas del problema.

Para el problema de la esfera moviéndose a través de un fluido, las variables y sus dimensiones fundamentales son:

- $F$  (Fuerza):  $[M][L][T]^{-2}$
- $D$  (Diámetro de la esfera):  $[L]$
- $U$  (Velocidad de la esfera):  $[L][T]^{-1}$
- $\rho$  (Densidad del fluido):  $[M][L]^{-3}$
- $\mu$  (Viscosidad del fluido):  $[M][L]^{-1}[T]^{-1}$

Las dimensiones fundamentales que consideramos son Masa (M), Longitud (L) y Tiempo (T).

La matriz de dimensiones se organiza de la siguiente manera:

Las filas representan las dimensiones fundamentales (M, L, T) y las columnas representan las variables físicas (F, D, U,  $\rho$ ,  $\mu$ ).

La matriz de dimensiones para este problema es:

	F	D	U	$\rho$	$\mu$
M	1	0	0	1	1
L	1	1	1	-3	-1
T	-2	0	-1	0	-1

Para leer la matriz:

- La entrada en la fila M y columna F es 1, lo que indica que la fuerza  $F$  tiene una dimensión de masa elevada a la potencia de 1.
- La entrada en la fila L y columna  $\rho$  es -3, lo que indica que la densidad  $\rho$  tiene una dimensión de longitud elevada a la potencia de -3.

Esta matriz de dimensiones es esencial para aplicar el teorema Pi de Buckingham y determinar los grupos adimensionales del problema.

## ¿Cómo se obtiene el valor $MLT^2$ para la fuerza?

Una forma de encontrar las dimensiones fundamentales (masa, longitud, tiempo, ...) de cada variable es escribir una ecuación donde aparezca dicha variable.

Por ejemplo la fuerza ( $F$ ) se define a partir de la segunda ley de Newton como:

$$F = m \cdot a \quad (6.9)$$

Donde:

- $m$  es la masa, cuya dimensión es  $[M]$ .
- $a$  es la aceleración, cuya dimensión se obtiene a partir de la definición de aceleración como cambio de velocidad respecto al tiempo. La velocidad tiene dimensiones  $[L][T]^{-1}$ , por lo que la aceleración tiene dimensiones  $[L][T]^{-2}$ .

Multiplicando las dimensiones de masa y aceleración, obtenemos las dimensiones de la fuerza:

$$[F] = [M] \times [L][T]^{-2} = [M][L][T]^{-2} \quad (6.10)$$

Por lo tanto, la dimensión de la fuerza es  $[M][L][T]^{-2}$ .

## ¿Qué es la semejanza dimensional y para qué sirve?

La semejanza dimensional es un concepto importante en mecánica de fluidos que se utiliza para analizar y modelar sistemas físicos. Se basa en la idea de que dos sistemas diferentes pueden ser descritos por las mismas ecuaciones, siempre y cuando exista una relación de proporcionalidad entre sus dimensiones. Esta relación se denomina semejanza dimensional.

La semejanza dimensional se utiliza para:

1. Diseñar experimentos en un laboratorio: al estudiar problemas de fluidos a escala reducida, podemos aprender cosas sobre sistemas a escala real sin tener que construir y probar un sistema de tamaño real.
2. Validar modelos matemáticos: al comparar los resultados de un modelo matemático con los resultados experimentales a pequeña escala, podemos comprobar la precisión del modelo.
3. Predecir el comportamiento de sistemas reales: una vez que un modelo ha sido validado con experimentos a pequeña escala, se puede usar para predecir el comportamiento de sistemas a escala real.

## ¿Qué tipos de semejanza existen?

En mecánica de fluidos, existen tres tipos principales de semejanza: semejanza geométrica, semejanza cinemática y semejanza dinámica. Cada uno de estos tipos de semejanza se refiere a la relación proporcional entre diferentes aspectos de dos sistemas físicos.

- **Semejanza geométrica:** Dos sistemas son geoméricamente semejantes si tienen la misma forma, aunque sus tamaños pueden ser diferentes. En otras palabras, todas las longitudes en los dos sistemas son proporcionales.
- **Semejanza cinemática:** Dos sistemas son cinemáticamente semejantes si las velocidades de las partículas de fluido en los dos sistemas son proporcionales en puntos correspondientes.
- **Semejanza dinámica:** Dos sistemas son dinámicamente semejantes si las fuerzas actuantes en los dos sistemas son proporcionales en puntos correspondientes.

### Ponme un ejemplo de cada caso

- **Semejanza geométrica:** Supongamos que tenemos un modelo a escala de un barco y el barco real. Si el modelo a escala es una réplica exacta del barco real, pero más pequeño, los dos son geoméricamente semejantes. Si el barco real tiene una longitud de 100 m y el modelo a escala tiene una longitud de 1 m, entonces la relación de escala es 1:100.
- **Semejanza cinemática:** Imagina un experimento en un túnel de viento donde se prueba un modelo a escala de un avión. Si el patrón de flujo alrededor del modelo a escala es el mismo que el patrón de flujo alrededor del avión real en vuelo, entonces los dos son cinemáticamente semejantes. Esto implica que las velocidades del fluido alrededor de los dos objetos son proporcionales en puntos correspondientes.
- **Semejanza dinámica:** Considera una compuerta de una presa que controla el flujo de agua. Si estamos interesados en el diseño de la compuerta, podríamos construir un modelo a escala de la compuerta y realizar pruebas en un laboratorio. Si las relaciones entre las fuerzas gravitacionales, inerciales y viscosas son las mismas en el modelo a escala y en la compuerta real, entonces los dos son dinámicamente semejantes. Esto nos permite predecir el comportamiento de la compuerta real basándonos en los resultados de las pruebas del modelo a escala.

### ¿Qué se debe cumplir para que exista semejanza completa?

La semejanza completa entre dos sistemas de flujo ocurre cuando los  $n$  números adimensionales son iguales en el modelo (el que se usa en el laboratorio) y el prototipo (el real).

En el caso de que se cumpla la semejanza completa, las medidas obtenidas en el laboratorio (modelo) se pueden extrapolar a la situación real (prototipo).

### ¿Qué ocurre si no hay semejanza completa?

Si no hay semejanza completa, puede ser difícil o incluso imposible utilizar los resultados de un modelo a escala para predecir con precisión el comportamiento de un sistema a gran escala. Esto puede ocurrir debido a varios factores, como la no linealidad

de las ecuaciones de flujo, la presencia de efectos de superficie, la influencia de fuerzas externas, entre otros.

Cuando no hay semejanza completa, aún es posible obtener información útil de los modelos a escala, pero es importante tener en cuenta las limitaciones de la semejanza incompleta y ajustar las conclusiones en consecuencia. En algunos casos, es posible utilizar técnicas de extrapolación para ajustar los resultados de un modelo a escala a las condiciones del sistema a gran escala. Sin embargo, esto generalmente implica asumir que ciertas relaciones son lineales cuando en realidad pueden no serlo.

## Ponme un ejemplo de aplicación de semejanza dimensional entre el modelo y el prototipo

1. **Planteamiento del problema:** Supongamos que estamos interesados en estudiar el flujo alrededor de un automóvil a escala (modelo) en un túnel de viento antes de construir el prototipo a tamaño real. Las características del modelo y del prototipo son las siguientes:

- Modelo (m):
  - Longitud ( $L_m$ ): 0.5 m
  - Velocidad del viento ( $U_m$ ): 20 m/s
  - Viscosidad cinemática ( $\nu_m$ ):  $1,5 \times 10^{-5}$  m<sup>2</sup>/s
- Prototipo (p) (automóvil real):
  - Longitud ( $L_p$ ): 5 m
  - Velocidad del viento ( $U_p$ ): ? (Es lo que queremos encontrar)
  - Viscosidad cinemática ( $\nu_p$ ):  $1,5 \times 10^{-5}$  m<sup>2</sup>/s

2. **Aplicación de la semejanza dimensional:** Para encontrar la velocidad del viento alrededor del prototipo real, aplicamos la semejanza dimensional usando el número de Reynolds:

$$Re_m = Re_p \quad \text{o} \quad \frac{U_m L_m}{\nu_m} = \frac{U_p L_p}{\nu_p}$$

3. **Solución:** Resolviendo la ecuación para  $U_p$ , obtenemos:

$$U_p = \frac{U_m L_m \nu_p}{L_p \nu_m}$$

Sustituyendo los valores conocidos,

$$U_p = \frac{(20 \text{ m/s})(0,5 \text{ m})(1,5 \times 10^{-5} \text{ m}^2/\text{s})}{(5 \text{ m})(1,5 \times 10^{-5} \text{ m}^2/\text{s})} = 2 \text{ m/s}$$

Por lo tanto, la velocidad del viento alrededor del prototipo real debería ser de 2 m/s para mantener la semejanza dimensional con el modelo a escala en el túnel de viento.

# 7

## Flujo viscoso unidireccional

Las referencias usadas en este capítulo son [8] y [5].

**Muéstrame la ecuación de Navier-Stokes para un flujo viscoso, unidireccional, incompresible y de viscosidad constante, incluyendo fuerzas másicas.**

Supongamos que la única componente de velocidad del flujo va en la dirección del eje  $x$ . Entonces, la ecuación de Navier-Stokes se escribiría así:

$$\rho \frac{\partial u}{\partial t} = -\frac{\partial p}{\partial x} + \mu \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \mu \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} + f_x \quad (7.1)$$

Donde:

- $\rho$  es la densidad del fluido, que es constante en este caso.
- $u$  es la velocidad del fluido según el eje  $x$ .
- $p$  es la presión en el fluido.
- $\mu$  es la viscosidad del fluido, que es constante en este caso.
- $f_x$  son las fuerzas másicas que actúan sobre el fluido (fuerza por unidad de volumen).

### Pon ejemplos de flujos viscosos unidireccionales

1. **Flujo de Hagen-Poiseuille:** Se produce cuando un fluido viscoso fluye a través de un tubo de sección transversal circular bajo una presión motriz constante. La dirección del flujo es a lo largo del eje longitudinal del tubo. En este flujo, la velocidad varía de manera parabólica a lo largo de la sección transversal del tubo, siendo máxima en el centro y cero en las paredes del tubo.

2. **Flujo de Couette:** Ocurre cuando un fluido viscoso fluye entre dos placas paralelas, una de las cuales se mueve a una velocidad constante y la otra está estacionaria. La dirección del flujo es a lo largo de la dirección en que se mueve la placa. En este flujo, la velocidad varía de manera lineal a lo largo de la distancia entre las placas.
3. **Flujo entre placas paralelas con presión motriz:** Similar al flujo de Couette, pero en este caso, el fluido se impulsa por una presión motriz en lugar de por el movimiento de una de las placas. La dirección del flujo es a lo largo de la dirección de la presión motriz.
4. **Flujo de película delgada:** Se produce cuando un fluido viscoso fluye por una superficie inclinada, formando una película delgada. La dirección del flujo es a lo largo de la dirección de inclinación de la superficie. En este flujo, la velocidad varía de manera parabólica a lo largo de la profundidad de la película.

### ¿Cuáles son las condiciones de contorno empleadas en los ejemplos anteriores?

1. **Flujo de Poiseuille:** En el flujo de Poiseuille, se aplica la condición de no deslizamiento en las paredes del tubo. Esto significa que la velocidad del fluido en la pared del tubo es cero. Matemáticamente, se puede expresar como:

$$v(r = R) = 0 \quad (7.2)$$

donde  $v$  es la velocidad del fluido y  $R$  es el radio del tubo.

La segunda condición de contorno indica que existe un máximo de la velocidad en el centro del tubo:

$$\frac{\partial v}{\partial r}(r = 0) = 0 \quad (7.3)$$

2. **Flujo de Couette:** En el flujo de Couette, se aplica la condición de no deslizamiento en ambas placas. Esto significa que la velocidad del fluido en la placa superior es igual a la velocidad de la placa, y la velocidad del fluido en la placa inferior es cero. Matemáticamente, se pueden expresar como:

$$v(y = 0) = 0 \quad (7.4)$$

$$v(y = h) = V \quad (7.5)$$

donde  $v$  es la velocidad del fluido,  $y$  es la coordenada vertical,  $h$  es la distancia entre las placas, y  $V$  es la velocidad de la placa superior.

3. **Flujo entre placas paralelas con presión motriz:** En este caso, también se aplica la condición de no deslizamiento en ambas placas. Esto significa que la velocidad del fluido en ambas placas es cero. Matemáticamente, se puede expresar como:

$$v(y = 0) = 0 \quad (7.6)$$

$$v(y = h) = 0 \quad (7.7)$$

donde  $v$  es la velocidad del fluido,  $y$  es la coordenada vertical, y  $h$  es la distancia entre las placas.



4. **Flujo de película delgada:** En el flujo de película delgada, se aplica la condición de no deslizamiento en la superficie inclinada. Esto significa que la velocidad del fluido en la superficie es cero. Por otro lado, en la superficie libre de la película, se supone gradiente de velocidad cero. Matemáticamente, se pueden expresar como:

$$v(z = 0) = 0 \quad (7.8)$$

$$\frac{\partial v}{\partial z}(z = h) = 0 \quad (7.9)$$

donde  $v$  es la velocidad del fluido,  $z$  es la coordenada vertical, y  $h$  es la profundidad de la película.

## Integra la ecuación de Navier-Stokes para el flujo de Couette

Vamos a usar dos hipótesis adicionales:

- Flujo estacionario
- No hay gradiente de presión
- El flujo no depende del eje  $z$ . Esto puede ocurrir cuando las placas son muy anchas perpendicularmente al papel.

Bajo estas condiciones, la ecuación 7.1 se reduce a:

$$0 = \mu \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \quad (7.10)$$

Integrando esta ecuación con respecto a  $y$  (la coordenada vertical), obtenemos:

$$\frac{\partial u}{\partial y} = C_1 \quad (7.11)$$

donde  $C_1$  es una constante de integración. Integrando de nuevo con respecto a  $y$ , obtenemos:

$$u(y) = C_1 y + C_2 \quad (7.12)$$

donde  $C_2$  es otra constante de integración. Aplicamos las condiciones de contorno para resolver las constantes de integración. Las condiciones de contorno son:

$$u(y = 0) = 0 \quad (7.13)$$

$$u(y = h) = V \quad (7.14)$$

Aplicando la primera condición de contorno, obtenemos  $C_2 = 0$ . Sustituyendo este valor en la segunda condición de contorno, obtenemos:

$$V = C_1 h \quad (7.15)$$

Resolviendo para  $C_1$ , obtenemos:

$$C_1 = \frac{V}{h} \quad (7.16)$$

Sustituyendo este valor en la ecuación para  $u(y)$ , obtenemos:

$$u(y) = \frac{V}{h}y \quad (7.17)$$

Este es el perfil de velocidad del fluido en el flujo de Couette, que varía de manera lineal a lo largo de la distancia entre las placas.

## Dime ejemplos de aplicación en ingeniería química

En ingeniería química, los flujos viscosos unidireccionales son comunes en varios procesos y equipos. Algunos ejemplos incluyen:

1. **Flujo en tuberías:** El flujo de fluidos viscosos como polímeros, aceites y jarabes en tuberías es un ejemplo clásico de flujo unidireccional. Las paredes de la tubería guían el flujo en una sola dirección.
2. **Extrusión:** La extrusión es un proceso utilizado para formar productos de plástico y alimentos al forzar un material a través de una matriz. Durante la extrusión, el material, que suele ser viscoso, fluye en una sola dirección a través de la matriz.
3. **Flujo en filtros:** Algunos filtros utilizados en la industria química, como los filtros prensa, operan forzando un fluido a través de un medio filtrante en una sola dirección.
4. **Flujo en bombas de desplazamiento positivo:** Las bombas de desplazamiento positivo, como las bombas de engranajes o de lóbulos, crean un flujo unidireccional al desplazar un volumen fijo de fluido en cada ciclo de bombeo.
5. **Flujo en intercambiadores de calor de tubos y carcasa:** En este tipo de intercambiadores, el fluido que fluye por los tubos suele ser viscoso y se mueve en una sola dirección a lo largo de los tubos.
6. **Llenado de tanques y reactores:** El proceso de llenado de tanques y reactores suele implicar el flujo unidireccional de líquidos viscosos, como suspensiones y soluciones concentradas, desde una fuente hasta el recipiente.
7. **Proceso de revestimiento:** En la fabricación de productos recubiertos, como píldoras y semillas, el material de revestimiento, que a menudo es viscoso, se aplica en un flujo unidireccional sobre la superficie del producto.

## 8

# Flujo de fluidos ideales

Las referencias usadas en este capítulo son [12] y [4], [24].

### ¿Cómo definirías un fluido ideal?

Un fluido ideal es un modelo teórico utilizado en la mecánica de fluidos para simplificar el análisis de ciertos problemas. Las características de un fluido ideal son:

1. **Incompresibilidad:** En un fluido ideal, la densidad del fluido es constante y no cambia con la presión. Esto significa que el volumen del fluido no cambia con la presión.
2. **Viscosidad nula:** Un fluido ideal no tiene viscosidad, lo que significa que no hay fricción interna en el fluido. En un fluido real, las moléculas de fluido interactúan entre sí y causan resistencia al flujo, lo que se llama viscosidad. En un fluido ideal, esta resistencia es cero.
3. **Flujo irrotacional:** En un fluido ideal, no hay vorticidad y el flujo es irrotacional. Esto significa que no hay torbellinos ni remolinos en el fluido.
4. **Conductividad térmica infinita:** En un fluido ideal, la temperatura se distribuye de manera uniforme y no hay gradientes de temperatura en el fluido.
5. **Adiabático:** En algunos casos, se considera que un fluido ideal es adiabático, lo que significa que no hay intercambio de calor con el entorno.

Otra forma de decir lo anterior es que los coeficientes de transporte son nulos:

- No hay transferencia de cantidad de movimiento. Por tanto, la viscosidad cinemática es nula  $\nu = 0$ .
- No hay transferencia de calor: el coeficiente de difusividad térmica es nulo  $\alpha = 0$ .
- No hay transferencia de masa: el coeficiente de difusividad másica es nulo  $D = 0$ .

Es importante destacar que los fluidos ideales no existen en la realidad, pero este modelo es útil para simplificar el análisis de ciertos problemas en la mecánica de fluidos.

## ¿Cuáles son las ecuaciones de mecánica de fluidos para este caso?

En mecánica de fluidos, hay varias ecuaciones que se usan para describir el comportamiento de un fluido. Para un fluido ideal, las ecuaciones más comunes son:

1. **Ecuación de continuidad:** Esta ecuación se deriva de la ley de conservación de masa y establece que la cantidad de masa que entra en un volumen de control debe ser igual a la cantidad de masa que sale del volumen de control, más la acumulación de masa dentro del volumen de control. La ecuación de continuidad para un fluido incompresible es:

$$\nabla \cdot \mathbf{v} = 0 \quad (8.1)$$

donde  $\nabla \cdot \mathbf{v}$  es la divergencia del campo de velocidad  $\mathbf{v}$ .

2. **Ecuación de Bernoulli:** Esta ecuación se deriva de la ley de conservación de energía y describe cómo la energía total de un fluido cambia a lo largo de una línea de corriente. La forma más simple de la ecuación de Bernoulli es:

$$\frac{v^2}{2} + gz + \frac{p}{\rho} = \text{constante} \quad (8.2)$$

donde  $v$  es la velocidad del fluido,  $g$  es la aceleración debida a la gravedad,  $z$  es la altura por encima de un punto de referencia,  $p$  es la presión del fluido y  $\rho$  es la densidad del fluido.

3. **Ecuación de Euler:** Esta ecuación se deriva de la segunda ley de Newton y describe cómo el campo de velocidad de un fluido cambia en el espacio. La forma más simple de la ecuación de Euler es:

$$\rho \left( \frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} + \mathbf{v} \cdot \nabla \mathbf{v} \right) = -\nabla p \quad (8.3)$$

donde  $\rho$  es la densidad del fluido,  $\mathbf{v}$  es el campo de velocidad del fluido,  $t$  es el tiempo y  $p$  es la presión del fluido.

Estas ecuaciones son la base de la mecánica de fluidos y se utilizan para describir cómo los fluidos se mueven y cómo interactúan con su entorno.

## ¿Cómo es la ecuación de Bernoulli transitoria?

La ecuación de Bernoulli transitoria (o no estacionaria) es una extensión de la ecuación de Bernoulli clásica para incluir cambios en el flujo con respecto al tiempo. La ecuación de Bernoulli transitoria se puede derivar de la ecuación de Euler y tiene la siguiente forma:

$$\frac{1}{2} \rho v_1^2 + \rho g h_1 + p_1 + \rho \int_{t_0}^{t_1} \frac{Dv}{Dt} dt = \frac{1}{2} \rho v_2^2 + \rho g h_2 + p_2 + \rho \int_{t_0}^{t_2} \frac{Dv}{Dt} dt \quad (8.4)$$

donde: -  $v_1$  y  $v_2$  son las velocidades del fluido en los puntos 1 y 2, respectivamente. -  $h_1$  y  $h_2$  son las alturas de los puntos 1 y 2 por encima de un punto de referencia, respectivamente. -  $p_1$  y  $p_2$  son las presiones del fluido en los puntos 1 y 2, respectivamente. -  $\rho$  es la densidad del fluido. -  $g$  es la aceleración debida a la gravedad. -  $t_0$ ,  $t_1$  y  $t_2$  son los tiempos iniciales y finales en los puntos 1 y 2, respectivamente. -  $Dv/Dt$  es la derivada material de la velocidad, que toma en cuenta tanto la variación temporal de la velocidad en un punto fijo como la variación espacial de la velocidad a lo largo de la trayectoria del fluido.

Esta ecuación tiene en cuenta el hecho de que la velocidad del fluido puede estar cambiando con el tiempo en cada punto, lo que la hace más general que la ecuación de Bernoulli clásica. Sin embargo, al igual que con la ecuación de Bernoulli clásica, esta ecuación solo es válida para flujos de fluidos ideales a lo largo de una línea de corriente.

## Ponme un ejemplo de aplicación de la ecuación de Euler

Claro, aquí hay un ejemplo simple de cómo se podría usar la ecuación de Euler en mecánica de fluidos.

Supongamos que tienes un tubo horizontal con un fluido fluyendo a través de él, y quieres saber cómo cambia la presión en el tubo a medida que el fluido fluye. Usarás la ecuación de Euler para encontrar esta respuesta.

La ecuación de Euler en una dimensión, sin considerar la gravedad, se puede escribir como:

$$\rho \left( \frac{\partial v}{\partial t} + v \frac{\partial v}{\partial x} \right) = - \frac{\partial p}{\partial x} \quad (8.5)$$

donde  $\rho$  es la densidad del fluido,  $v$  es la velocidad del fluido,  $t$  es el tiempo,  $x$  es la posición en el tubo y  $p$  es la presión del fluido.

Supongamos que el flujo es estacionario, es decir, no cambia con el tiempo. Entonces, el término  $\frac{\partial v}{\partial t}$  se vuelve cero, y la ecuación se simplifica a:

$$\rho v \frac{\partial v}{\partial x} = - \frac{\partial p}{\partial x} \quad (8.6)$$

Para resolver esta ecuación, necesitarás conocer la velocidad y la densidad del fluido, así como cualquier cambio en la velocidad con respecto a la posición en el tubo. Si suponemos que la velocidad y la densidad son constantes en el tubo (es decir,  $\frac{\partial v}{\partial x} = 0$ ), la ecuación se simplifica aún más a:

$$\frac{\partial p}{\partial x} = 0 \quad (8.7)$$

Esto significa que la presión no cambia en la dirección del flujo (es decir, en la dirección  $x$ ) en el tubo. En otras palabras, en este caso idealizado, la presión en el tubo es constante a medida que el fluido fluye.

Este es un ejemplo simple, pero en situaciones más complejas, la ecuación de Euler se puede usar para analizar cambios en la presión, la velocidad y otras propiedades de un fluido a medida que fluye a través de un sistema.

## Ponme un ejemplo de aplicación de la ecuación de Bernoulli

Claro, aquí hay un ejemplo práctico de cómo se podría usar la ecuación de Bernoulli en mecánica de fluidos.

Supongamos que tienes una manguera de jardín y quieres saber cómo cambia la velocidad del agua que sale de la manguera a medida que varías la altura del extremo de la manguera.

Usaremos la ecuación de Bernoulli para encontrar esta respuesta. La ecuación de Bernoulli en su forma más simple es:

$$\frac{v_1^2}{2} + gz_1 + \frac{p_1}{\rho} = \frac{v_2^2}{2} + gz_2 + \frac{p_2}{\rho} \quad (8.8)$$

donde  $v$  es la velocidad del fluido,  $g$  es la aceleración debida a la gravedad,  $z$  es la altura por encima de un punto de referencia,  $p$  es la presión del fluido y  $\rho$  es la densidad del fluido. Los subíndices 1 y 2 se refieren a dos puntos diferentes en el flujo del fluido.

Supongamos que en el punto 1, la manguera está a una altura  $h_1$  sobre el suelo y el agua tiene una velocidad  $v_1$  y una presión  $p_1$ . En el punto 2, el agua sale de la manguera a una altura  $h_2$  sobre el suelo y tiene una velocidad  $v_2$  y una presión  $p_2$ . Supongamos que la presión en el punto 2 es igual a la presión atmosférica, y que la velocidad en el punto 1 es cero (es decir, el agua está inicialmente en reposo).

Sustituimos estos valores en la ecuación de Bernoulli:

$$\frac{0}{2} + gh_1 + \frac{p_1}{\rho} = \frac{v_2^2}{2} + gh_2 + \frac{p_{atm}}{\rho} \quad (8.9)$$

donde  $p_{atm}$  es la presión atmosférica.

Despejando  $v_2$  obtenemos:

$$v_2 = \sqrt{2g(h_1 - h_2) + 2\frac{p_1 - p_{atm}}{\rho}} \quad (8.10)$$

Esta ecuación te dice cómo cambia la velocidad del agua que sale de la manguera a medida que varías la altura del extremo de la manguera. Si aumentas la altura del extremo de la manguera (es decir,  $h_2$ ), la velocidad del agua que sale disminuirá, y si disminuyes la altura del extremo de la manguera, la velocidad del agua que sale aumentará.

Este es un ejemplo práctico de cómo se puede usar la ecuación de Bernoulli para analizar el flujo de un fluido en una situación real.

## Ponme un ejemplo de aplicación de la ecuación de Bernoulli no estacionaria

Un ejemplo de aplicación de la ecuación de Bernoulli no estacionaria (o transitoria) podría ser el caso de una presa de agua que se abre para liberar agua.

Supongamos que una presa almacena agua y en un momento dado, la compuerta de la presa se abre para liberar agua. Inicialmente, el agua no se está moviendo, pero una vez que la compuerta se abre, la velocidad del agua comienza a aumentar con el tiempo.

Para analizar este caso, podríamos considerar dos puntos en el flujo del agua: un punto 1 en el interior de la presa, justo detrás de la compuerta, y un punto 2 fuera de la presa, justo después de que el agua pasa por la compuerta.

Podemos aplicar la ecuación de Bernoulli no estacionaria para estos dos puntos:

$$\frac{1}{2}\rho v_1^2 + \rho g h_1 + p_1 + \rho \int_{t_0}^{t_1} \frac{Dv}{Dt} dt = \frac{1}{2}\rho v_2^2 + \rho g h_2 + p_2 + \rho \int_{t_0}^{t_2} \frac{Dv}{Dt} dt \quad (8.11)$$

En el punto 1, justo antes de que se abra la compuerta,  $v_1 = 0$  (velocidad inicial del agua),  $h_1$  es la altura de la superficie del agua en la presa, y  $p_1$  es la presión del agua en el punto 1.

En el punto 2, después de que la compuerta se abre,  $v_2$  es la velocidad del agua fuera de la presa,  $h_2$  es la altura del agua en el punto 2 (que podría ser considerada cero si tomamos el punto 2 como nuestro punto de referencia), y  $p_2$  es la presión del agua en el punto 2.

En este caso,  $Dv/Dt$  representa el cambio en la velocidad del agua con el tiempo, ya que la velocidad del agua aumenta a medida que se libera de la presa.

Al aplicar la ecuación de Bernoulli no estacionaria, podríamos determinar cómo cambian la velocidad y la presión del agua con el tiempo a medida que se libera de la presa. Esta información podría ser útil para diseñar sistemas de control para la liberación de agua o para evaluar los efectos de liberar agua de la presa en el entorno circundante.





## 9

# Capa límite

Las referencias usadas en este capítulo son: [22], [14] y [30].

### ¿Qué es la paradoja de D’Alembert?

La paradoja de D’Alembert describe una contradicción aparente entre la teoría y la observación de la mecánica de fluidos. Fue formulada por el matemático francés Jean le Rond d’Alembert en 1752, quien observó que, según la teoría de fluidos no viscosos, un objeto moviéndose a través de un fluido no debería experimentar resistencia al avance, o arrastre.

La paradoja surge de la ecuación de Euler para fluidos no viscosos, que predice que el arrastre sobre un objeto en movimiento es cero. Sin embargo, en la realidad, todos los objetos en movimiento en un fluido experimentan alguna resistencia al avance, que es conocida como fuerza de arrastre.

La solución a esta paradoja se encontró con la introducción de la teoría de la capa límite por Ludwig Prandtl en 1904. Prandtl reconoció que la viscosidad del fluido juega un papel importante en la resistencia al avance, y que una capa delgada de fluido cerca de la superficie del objeto (capa límite) puede tener un comportamiento viscoso, mientras que el flujo fuera de la capa límite puede ser considerado no viscoso. Dentro de la capa límite, las fuerzas viscosas son significativas y dan lugar a la resistencia al avance.

Es decir, los efectos de la viscosidad de un fluido tan poco viscoso como el aire no se pueden despreciar en una zona cercana a las paredes donde se producen elevados gradientes de velocidad.

### ¿Quién propuso la existencia de una zona del fluido llamada “capa límite”?

La existencia de la zona del fluido llamada “capa límite” fue propuesta por el ingeniero y físico austriaco Ludwig Prandtl en 1904. Prandtl hizo una importante contribución a la comprensión de la mecánica de fluidos y es considerado como el padre de la teoría de la capa límite.

- La capa límite es una región del fluido cercana a la superficie del objeto donde el flujo cambia rápidamente desde la velocidad cero en la superficie hasta la velocidad libre del fluido.
- Esta región juega un papel importante en fenómenos como la resistencia al avance de objetos en el fluido y la transferencia de calor y masa entre el fluido y la superficie.
- La teoría de la capa límite ha sido fundamental en el desarrollo de la aerodinámica moderna y la hidrodinámica, y se aplica en muchos campos de la ingeniería, como la ingeniería aeronáutica, la ingeniería química y la ingeniería civil.

### ¿Qué avances supuso la teoría de capa límite?

La teoría de la capa límite supuso un importante avance en el campo de la mecánica de fluidos y ha tenido un impacto significativo en varias áreas de la ingeniería. Algunos de los avances y aplicaciones más relevantes de la teoría de la capa límite son:

1. **Mejor comprensión del flujo alrededor de cuerpos sumergidos:** La teoría de la capa límite permitió una mejor comprensión de cómo los fluidos fluyen alrededor de cuerpos sumergidos, como alas de aviones, hélices de barcos, y tuberías.
2. **Diseño de aeronaves más eficientes:** La comprensión de la capa límite ha sido esencial en la aerodinámica y ha permitido el diseño de alas de aviones más eficientes, al reducir la resistencia al avance y aumentar la sustentación.
3. **Desarrollo de tecnologías de control de la capa límite:** Se han desarrollado técnicas para controlar y manipular la capa límite, como las superficies rugosas, los sopladores de aire, y las aspiraciones de líquido. Estas técnicas pueden mejorar el rendimiento aerodinámico y reducir la resistencia al avance.
4. **Mejora en la predicción y control de la separación de flujo:** La separación de flujo es un fenómeno en el que la capa límite se separa de la superficie de un objeto, lo que puede causar turbulencias y aumentar la resistencia al avance. La teoría de la capa límite ha permitido una mejor comprensión y predicción de la separación de flujo y ha llevado al desarrollo de técnicas para controlarla.
5. **Desarrollo de modelos matemáticos más precisos:** La teoría de la capa límite permitió el desarrollo de modelos matemáticos más precisos y simplificados para describir el flujo de fluidos en varias condiciones. Esto ha facilitado la simulación y análisis de flujos complejos en la industria y la investigación.
6. **Avances en transferencia de calor y masa:** La teoría de la capa límite también ha sido aplicada en el estudio de la transferencia de calor y masa entre un fluido y una superficie. Esto ha llevado a avances en áreas como la ingeniería química, la ingeniería de procesos y la termodinámica.

## ¿Cuántos tipos de capa límite existen?

Hay varios tipos de capas límite, que se clasifican según diferentes criterios. A continuación, se enumeran los tipos más comunes de capas límite:

### 1. Según el tipo de flujo en la capa límite:

- Capa límite laminar: El flujo dentro de la capa límite es suave y las partículas de fluido se desplazan en láminas paralelas sin mezclarse entre ellas. Este tipo de flujo se produce a velocidades bajas y en fluidos con alta viscosidad.
- Capa límite turbulenta: El flujo dentro de la capa límite es caótico y las partículas de fluido se mezclan entre ellas. Este tipo de flujo se produce a velocidades altas y en fluidos con baja viscosidad.

### 2. Según el estado de la capa límite:

- Capa límite adherida: La capa límite se adhiere a la superficie del objeto y no se produce separación de flujo. Esto suele ocurrir cuando el flujo es laminar o cuando el ángulo de ataque de un objeto es bajo.
- Capa límite separada: La capa límite se separa de la superficie del objeto, lo que produce una región de estancamiento detrás del objeto. Esto suele ocurrir cuando el flujo es turbulento o cuando el ángulo de ataque de un objeto es alto.

### 3. Según la presencia de gradientes de presión:

- Capa límite con gradiente de presión adverso: El gradiente de presión en la dirección del flujo es positivo, lo que tiende a frenar el flujo y favorece la separación de la capa límite. P. ej. cuando se ensancha la sección de una tubería, la velocidad disminuye (por la conservación de masa), lo cual hace que la presión aumente (por la conservación de energía). Es decir, tenemos un gradiente positivo de presión.
- Capa límite con gradiente de presión favorable: El gradiente de presión en la dirección del flujo es negativo, lo que tiende a acelerar el flujo y reduce el riesgo de separación de la capa límite. P. ej. cuando se reduce la sección de una tubería, tenemos justo el ejemplo opuesto al anterior.

## Hasta ahora has hablado de la capa límite viscosa. ¿Me podrías hablar de la capa límite térmica y de la capa límite másica?

¡Por supuesto! A continuación, te hablaré sobre la capa límite térmica y la capa límite másica.

- **Capa límite térmica**: Al igual que la capa límite viscosa se refiere al fenómeno de la viscosidad del fluido cerca de una superficie sólida, la capa límite térmica se refiere al efecto del flujo del calor en un fluido que está en contacto con una superficie que tiene una temperatura diferente a la del fluido. La capa límite térmica es

la región donde la transferencia de calor entre el fluido y la superficie tiene lugar de manera significativa. El concepto de capa límite térmica es fundamental en la transferencia de calor por convección. Algunos puntos clave son:

- La capa límite térmica crece a medida que el fluido fluye a lo largo de la superficie.
  - La temperatura del fluido en la capa límite varía desde la temperatura de la superficie hasta la temperatura del fluido lejos de la superficie.
  - El espesor de la capa límite térmica depende de la velocidad del flujo, las propiedades térmicas del fluido y la diferencia de temperatura entre la superficie y el fluido.
- **Capa límite másica:** Similar a la capa límite térmica, la capa límite másica se refiere a la zona en la que ocurre el transporte de masa (por ejemplo, el transporte de un soluto en un solvente) de manera significativa entre un fluido y una superficie. Este concepto es fundamental en la transferencia de masa. Algunos puntos clave son:
    - La capa límite másica crece a medida que el fluido fluye a lo largo de la superficie.
    - La concentración del soluto en la capa límite varía desde la concentración en la superficie hasta la concentración en el fluido lejos de la superficie.
    - El espesor de la capa límite másica depende de la velocidad del flujo, las propiedades de difusión del soluto y la diferencia de concentración entre la superficie y el fluido.

En resumen, en la mecánica de fluidos y la transferencia de calor y masa, las capas límite son zonas críticas que se forman cerca de las superficies sólidas donde ocurren fenómenos importantes. Comprender estos conceptos es crucial para el diseño de equipos y procesos en ingeniería química.

## **Muestra las ecuaciones de la capa límite viscosa estacionaria sobre una placa plana y sin gradiente de presión**

La capa límite viscosa estacionaria en una placa plana con flujo paralelo y sin gradiente de presión puede ser descrita por un conjunto simplificado de las ecuaciones de Navier-Stokes, conocido como las ecuaciones de la capa límite. Para este caso, consideramos un flujo en la dirección  $x$ , con la coordenada  $y$  normal a la placa. La componente de la velocidad en la dirección  $x$  es  $u$ , mientras que la componente de la velocidad en la dirección  $y$  es  $v$ . La ecuación de la capa límite para la componente  $u$  del flujo es:

$$u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} = \nu \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \quad (9.1)$$

donde:

- $u$  y  $v$  son las componentes de la velocidad del fluido en las direcciones  $x$  y  $y$ , respectivamente.
- $\nu$  es la viscosidad cinemática del fluido.

Esta ecuación se deriva de las ecuaciones de Navier-Stokes bajo las siguientes suposiciones:

1. El flujo es estacionario, es decir, no cambia con el tiempo.
2. El flujo es bidimensional.
3. No hay gradiente de presión en la dirección del flujo ( $x$ ).
4. La componente de la velocidad en la dirección  $y$  ( $v$ ) es mucho menor que la componente de la velocidad en la dirección  $x$  ( $u$ ).
5. El flujo es laminar y se desarrolla sobre una placa plana.

La ecuación de continuidad también se aplica en este caso:

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \quad (9.2)$$

Estas ecuaciones describen cómo varía la velocidad del fluido en la dirección  $x$  a medida que nos alejamos de la superficie de la placa (es decir, a medida que aumenta la coordenada  $y$ ). La solución de estas ecuaciones nos da información sobre el perfil de velocidad en la capa límite viscosa y cómo se desarrolla esta capa a lo largo de la placa plana.

## Lo mismo para la capa límite térmica

Por supuesto, aquí están las ecuaciones que describen la capa límite térmica en una placa plana con flujo paralelo y sin gradiente de presión, cuando el flujo es estacionario. Usaremos la ecuación de energía para la transferencia de calor por convección.

La ecuación de la capa límite térmica en este caso se puede expresar como:

$$u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y} = \alpha \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \quad (9.3)$$

donde:

- $u$  y  $v$  son las componentes de la velocidad del fluido en las direcciones  $x$  y  $y$ , respectivamente.
- $T$  es la temperatura del fluido.

- $\alpha$  es la difusividad térmica del fluido, definida como  $\alpha = k/(\rho c_p)$ , donde  $k$  es la conductividad térmica del fluido,  $\rho$  es la densidad del fluido y  $c_p$  es el calor específico a presión constante del fluido.

Al igual que con la capa límite viscosa, la ecuación de continuidad sigue siendo válida en este caso:

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \quad (9.4)$$

Estas ecuaciones describen cómo varía la temperatura del fluido en la dirección  $x$  a medida que nos alejamos de la superficie de la placa (es decir, a medida que aumenta la coordenada  $y$ ). La solución de estas ecuaciones nos da información sobre el perfil de temperatura en la capa límite térmica y cómo se desarrolla esta capa a lo largo de la placa plana.

## Lo mismo para la capa límite másica

Claro, aquí están las ecuaciones que describen la capa límite másica en una placa plana con flujo paralelo y sin gradiente de presión, cuando el flujo es estacionario. Usaremos la ecuación de convección-difusión para la transferencia de masa.

La ecuación de la capa límite másica en este caso se puede expresar como:

$$u \frac{\partial C}{\partial x} + v \frac{\partial C}{\partial y} = D \frac{\partial^2 C}{\partial y^2} \quad (9.5)$$

donde:

- $u$  y  $v$  son las componentes de la velocidad del fluido en las direcciones  $x$  y  $y$ , respectivamente.
- $C$  es la concentración del soluto en el fluido.
- $D$  es el coeficiente de difusión del soluto en el fluido.

La ecuación de continuidad se mantiene como:

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \quad (9.6)$$

Estas ecuaciones describen cómo varía la concentración del soluto en la dirección  $x$  a medida que nos alejamos de la superficie de la placa (es decir, a medida que aumenta la coordenada  $y$ ). La solución de estas ecuaciones nos da información sobre el perfil de concentración en la capa límite másica y cómo se desarrolla esta capa a lo largo de la placa plana.

### ¿En qué unidades se expresa la concentración del soluto en el fluido?

En la ecuación de la capa límite másica,  $C$  representa la concentración del soluto en el fluido, y normalmente se expresa en términos de masa por volumen, como kilogramos por metro cúbico ( $kg/m^3$ ), gramos por centímetro cúbico ( $g/cm^3$ ), o similar. También puede ser expresada en términos de fracción de masa (proporción de la masa del soluto con respecto a la masa total de la mezcla). Las unidades dependen del contexto y de las necesidades del análisis.

### Las ecuaciones de las tres capas límite tienen el mismo aspecto, ¿no?

La verdad es que, salvo por las dimensiones, son idénticas. Las repito aquí abajo para que las veas juntas:

$$\begin{aligned} u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} &= \nu \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \\ u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y} &= \alpha \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \\ u \frac{\partial C}{\partial x} + v \frac{\partial C}{\partial y} &= D \frac{\partial^2 C}{\partial y^2} \end{aligned}$$

### ¿Se puede encontrar una solución de semejanza para las ecuaciones de capa límite viscosa anteriores?

Sí, se puede encontrar una solución de semejanza para la ecuación de la capa límite viscosa, particularmente en el caso de una placa plana. La solución de semejanza, conocida como solución de Blasius, fue derivada por primera vez por Heinrich Blasius en 1908. Se utiliza una variable de semejanza,  $\eta$ , que combina las variables espaciales y dependientes de la ecuación diferencial original. Para la capa límite viscosa sobre una placa plana, la variable de semejanza se define como:

$$\eta = \frac{y}{\delta} = y \sqrt{\frac{U}{\nu x}} \quad (9.7)$$

donde:

- $y$  es la coordenada perpendicular a la placa.
- $\delta$  es el espesor de la capa límite.

- $U$  es la velocidad del flujo libre fuera de la capa límite.
- $\nu$  es la viscosidad cinemática del fluido.
- $x$  es la coordenada a lo largo de la placa.

Luego, introducimos una función auxiliar,  $F(\eta)$ , definida como:

$$F'(\eta) = f(\eta) \quad (9.8)$$

donde  $f(\eta)$  es la derivada de  $F$  con respecto a  $\eta$ , y representa el perfil de velocidad no dimensional en la capa límite. La derivada de  $f(\eta)$  con respecto a  $\eta$ , denotada como  $f'(\eta)$ , representa el perfil de cizallamiento en la capa límite.

La ecuación de Blasius se deriva sustituyendo estas variables de semejanza y la función auxiliar en la ecuación de la capa límite viscosa original. La ecuación resultante es una ecuación diferencial ordinaria de tercer orden:

$$f'''(\eta) + \frac{1}{2}f(\eta)f''(\eta) = 0 \quad (9.9)$$

con las condiciones de contorno:

- $f(0) = 0$  (la velocidad es cero en la superficie de la placa debido a la condición de no deslizamiento).
- $f'(0) = 0$  (la derivada de la velocidad con respecto a  $y$  es cero en la superficie de la placa).
- $f'(\infty) = 1$  (la velocidad se aproxima a la del flujo libre a medida que nos alejamos de la placa).

La solución de esta ecuación proporciona el perfil de velocidad en la capa límite viscosa a lo largo de la placa plana. Se suele utilizar un método de disparo para resolver numéricamente esta ecuación.

## ¿Qué relación tenía Blasius con Prandtl?

Heinrich Blasius fue estudiante de Prandtl y trabajó bajo su supervisión. Fue Prandtl quien sugirió a Blasius estudiar el flujo sobre una placa plana, lo que llevó a la derivación de la ecuación de Blasius y a la solución de semejanza para la capa límite viscosa. La solución de Blasius es uno de los resultados más fundamentales y ampliamente utilizados en la teoría de la capa límite y en la mecánica de fluidos en general.

La colaboración y relación entre Prandtl y Blasius resultó en avances significativos en el campo de la mecánica de fluidos y en la comprensión de la dinámica de flujos viscosos cerca de superficies sólidas.



## ¿Existe una ecuación similar a la de Blasius para la capa límite térmica?

Sí, existe una ecuación similar a la de Blasius para la capa límite térmica. La ecuación que describe el transporte de calor en la capa límite térmica es conocida como la ecuación de Falkner-Skan. Para la capa límite térmica sobre una placa plana, la ecuación es:

$$\frac{d^2\theta}{d\eta^2} + Pr \cdot f \cdot \frac{d\theta}{d\eta} = 0 \quad (9.10)$$

Aquí,  $\theta$  es la temperatura adimensional, definida como  $\theta = \frac{T-T_0}{T_w-T_0}$ , donde  $T$  es la temperatura en la capa límite,  $T_0$  es la temperatura del flujo libre y  $T_w$  es la temperatura de la pared.  $\eta$  es la variable de semejanza, y  $Pr$  es el número de Prandtl, que es una propiedad del fluido y se define como:

$$Pr = \frac{\nu}{\alpha} \quad (9.11)$$

donde  $\nu$  es la viscosidad cinemática y  $\alpha$  es la difusividad térmica.

La ecuación anterior se deriva utilizando un análisis de semejanza similar al usado para derivar la ecuación de Blasius para la capa límite viscosa. Esta ecuación describe cómo varía la temperatura a lo largo de la dirección normal a la superficie en la capa límite térmica. Se puede resolver numéricamente utilizando métodos similares a los empleados para la ecuación de Blasius, como el método de disparo.

## ¿Y para la capa límite másica?

Sí, también hay una ecuación análoga a la de Blasius para la capa límite másica (o capa límite de concentración) en el caso de una placa plana.

Si consideramos un flujo laminar sobre una placa plana y un gradiente de concentración, la ecuación que describe el transporte de masa en la capa límite se puede expresar en términos de una función adimensional de concentración,  $\phi(\eta)$ . Usando un análisis de semejanza, se puede obtener una ecuación diferencial que se parece a la ecuación de Blasius:

$$\frac{d^2\phi}{d\eta^2} + Sc \cdot f \cdot \frac{d\phi}{d\eta} = 0 \quad (9.12)$$

Aquí:

- $\phi(\eta)$  representa la concentración adimensional, definida similarmente a  $\theta$ , pero para la concentración en lugar de la temperatura.
- $Sc$  es el número de Schmidt, que se define como:

$$Sc = \frac{\nu}{D} \quad (9.13)$$

Donde:

- $\nu$  es la viscosidad cinemática del fluido.
- $D$  es el coeficiente de difusión del soluto en el fluido.

Al igual que con las ecuaciones de Blasius y la ecuación de la capa límite térmica, esta ecuación se resuelve numéricamente usando métodos como el método de disparo.

### ¿Cómo se puede calcular la fuerza que ejerce una corriente de aire sobre la placa plana con la ecuación de Blasius?

Para calcular la fuerza de arrastre, se integra el esfuerzo cortante (o de cizalla) en la dirección del flujo ( $\tau_w$ ) a lo largo de la superficie de la placa. El esfuerzo cortante en la pared para la solución de Blasius es dado por:

$$\tau_w = \frac{1}{2} \rho U^2 C_f \quad (9.14)$$

Donde:

- $\rho$  es la densidad del aire.
- $U$  es la velocidad del flujo libre (fuera de la capa límite).
- $C_f$  es el coeficiente de arrastre local, que para la solución de Blasius está dado por:

$$C_f = \frac{0,664}{\sqrt{Re_x}} \quad (9.15)$$

Donde  $Re_x$  es el número de Reynolds basado en la distancia  $x$  desde el borde de ataque de la placa:

$$Re_x = \frac{Ux}{\nu} \quad (9.16)$$

Donde  $\nu$  es la viscosidad cinemática del aire.

La fuerza total de arrastre ( $F_d$ ) en la dirección del flujo sobre una placa plana de longitud  $L$  y ancho  $b$  se calcula integrando el esfuerzo cortante en la pared ( $\tau_w$ ) a lo largo de la longitud de la placa:

$$F_d = \int_0^L \tau_w b dx \quad (9.17)$$

Sustituyendo la expresión para  $\tau_w$  y resolviendo la integral se obtiene:

$$F_d = \frac{1}{2} \rho U^2 b \int_0^L C_f dx \quad (9.18)$$

Y usando la expresión para  $C_f$  se obtiene:

$$F_d = 0,664 \rho U^2 b \int_0^L \frac{1}{\sqrt{Re_x}} dx = \frac{1}{2} \rho U^2 b L 0,664 Re_L^{-1/2} \quad (9.19)$$

## Ponme un ejemplo

Por supuesto, aquí tienes un ejemplo de cómo calcular la fuerza de arrastre en una placa plana usando la solución de Blasius:

Supongamos que tenemos una placa plana de 1 m de largo y 0,5 m de ancho expuesta a una corriente de aire con una velocidad de 10 m/s. Asumiremos que la densidad del aire es  $\rho = 1,225 \text{ kg/m}^3$  y la viscosidad cinemática del aire es  $\nu = 1,5 \times 10^{-5} \text{ m}^2/\text{s}$ .

Primero calculamos el número de Reynolds en el borde de salida de la placa:

$$Re_L = \frac{UL}{\nu} = \frac{10 \times 1}{1,5 \times 10^{-5}} = 666667 \quad (9.20)$$

Aunque que  $Re_L$  es ligeramente superior que el valor de transición a la capa límite turbulenta ( $Re=500\ 000$ ), asumiremos que el flujo es laminar en toda la placa. Entonces, usaremos la fórmula de Blasius para el coeficiente de fricción local:

$$C_f = \frac{0,664}{\sqrt{Re_x}} \quad (9.21)$$

La fuerza total de arrastre en la dirección del flujo sobre la placa se calcula integrando la tensión de corte en la pared a lo largo de la longitud de la placa:

$$F_d = \frac{1}{2} \rho U^2 b \int_0^L C_f dx \quad (9.22)$$

Sustituimos la expresión para  $C_f$  y resolvemos la integral:

$$F_d = 0,664 \rho U^2 b \int_0^L \frac{1}{\sqrt{Re_x}} dx \quad (9.23)$$

Usando el hecho de que  $Re_x = Ux/\nu$ , la integral se resuelve a:

$$F_d = 0,664\rho U^2 b \int_0^L \frac{\nu}{U\sqrt{x}} dx \quad (9.24)$$

Resolviendo la integral:

$$F_d = 0,05 N \quad (9.25)$$

**Me estoy haciendo un lío con tanto número adimensional. ¿Me podrías hacer una tabla mostrando todos los números adimensionales de las capas límite viscosa, térmica y másica?**

Por supuesto, aquí tienes una tabla que muestra los principales números adimensionales asociados con las capas límite viscosa, térmica y másica.

Número Adimensional	Fórmula	Explicación
Prandtl ( $Pr$ )	$\frac{\nu}{\alpha}$	Difusividad cantidad movimiento / térmica
Schmidt ( $Sc$ )	$\frac{\nu}{D}$	Difusividad cantidad movimiento / másica
Lewis ( $Le$ )	$\frac{\alpha}{D}$	Difusividad térmica / másica
Coefficiente de fricción ( $C_f$ )	$\frac{\tau_w}{\frac{1}{2}\rho U^2}$	Fuerza de arrastre adimensional
Nusselt ( $Nu$ )	$\frac{q_w(x)}{k\Delta T/x}$	Flujo de calor adimensional
Sherwood ( $Sh$ )	$\frac{f_{C_w}}{\rho D\Delta C/x}$	Flujo de másico adimensional

Donde:

- $\nu$  es la viscosidad cinemática del fluido.
- $\alpha$  es la difusividad térmica del fluido.
- $D$  es el coeficiente de difusión másica del soluto en el fluido.
- $\tau_w$  es el esfuerzo cortante viscoso en la pared
- $\rho$  es la densidad del fluido.
- $U$  es la velocidad del flujo.
- $q_w$  es el flujo de calor en la pared

- $k$  es la conductividad térmica del fluido.
- $\Delta T$  es el salto de temperatura entre la pared y el flujo exterior
- $x$  es la distancia desde el borde de ataque de la placa
- $f_{C_w}$  es el flujo másico de soluto en la pared
- $\Delta C$  es el salto de concentración del soluto entre la pared y el flujo exterior

### ¿Puedes indicarme las fórmulas de $C_f(x)$ , $Nu(x)$ y $Sh(x)$ para una capa límite laminar sobre una placa plana?

#### 1. Coeficiente de fricción local ( $C_f(x)$ ):

$$C_f(x) = \frac{\tau_w}{\frac{1}{2}\rho U^2} = \frac{0,664}{\sqrt{Re_x}} \quad (9.26)$$

Donde  $Re_x$  es el número de Reynolds basado en la distancia  $x$  desde el borde de ataque de la placa, y se calcula como:

$$Re_x = \frac{\rho U x}{\mu} = \frac{U x}{\nu} \quad (9.27)$$

$\rho$  es la densidad del fluido,  $U$  es la velocidad del flujo,  $x$  es la distancia desde el borde de ataque de la placa,  $\mu$  es la viscosidad dinámica del fluido y  $\nu$  es la viscosidad cinemática del fluido.

#### 2. Número de Nusselt local ( $Nu(x)$ ):

$$Nu(x) = \frac{q_w(x)}{k\Delta T/x} = 0,332Re_x^{1/2}Pr^{1/3} \quad (9.28)$$

Donde  $q_w(x)$  es el flujo de calor por conducción en la pared,  $k$  es la conductividad térmica del fluido,  $\Delta T$  es el salto de temperatura entre la corriente externa y la pared y  $Pr$  es el número de Prandtl.

#### 3. Número de Sherwood local ( $Sh(x)$ ):

$$Sh(x) = \frac{f_{C_w}}{\rho D\Delta C/x} = 0,332Re_x^{1/2}Sc^{1/3} \quad (9.29)$$

Donde  $f_{C_w}$  es el flujo de concentración del soluto en la pared,  $\rho$  es la densidad,  $D$  es el coeficiente de difusión másica del soluto en el fluido y  $Sc$  es el número de Schmidt.

## Muéstrame correlaciones de los espesores de las tres capas límite para esta situación

Claro, aquí están las correlaciones de los espesores de las tres capas límite para una placa plana con flujo laminar. Estas correlaciones son aplicables para un flujo laminar constante sobre una placa plana y se derivan de las soluciones de las ecuaciones de capa límite correspondientes.

1. Espesor de la capa límite viscosa,  $\delta_v(x)$ , para un flujo laminar sobre una placa plana:

$$\delta_v(x) = \frac{5x}{\sqrt{Re_x}} \quad (9.30)$$

donde  $Re_x$  es el número de Reynolds local basado en la distancia  $x$  desde el borde de ataque de la placa.

2. Espesor de la capa límite térmica,  $\delta_t(x)$ , para un flujo laminar sobre una placa plana:

$$\delta_t(x) = \frac{5x}{\sqrt{Re_x Pr}} \quad (9.31)$$

donde  $Re_x$  es el número de Reynolds local y  $Pr$  es el número de Prandtl.

3. Espesor de la capa límite másica,  $\delta_m(x)$ , para un flujo laminar sobre una placa plana:

$$\delta_m(x) = \frac{5x}{\sqrt{Re_x Sc}} \quad (9.32)$$

donde  $Re_x$  es el número de Reynolds local y  $Sc$  es el número de Schmidt.

Recuerda que estas correlaciones son válidas solo para un flujo laminar constante sobre una placa plana y dentro de ciertos rangos de números de Reynolds, Prandtl y Schmidt. Para flujos turbulentos o flujos con condiciones más complejas, se pueden requerir correlaciones más avanzadas o simulaciones numéricas.

## Pon un ejemplo de cálculo de los tres espesores

Por supuesto, aquí tienes un ejemplo de cálculo de los espesores de las tres capas límite en una placa plana con flujo laminar.

Supongamos que tienes una placa plana con una longitud de  $L = 1$  m y un ancho de  $W = 0,5$  m. El aire fluye sobre la placa con una velocidad de  $U = 1$  m/s.

Propiedades del aire a 25°C:

- Densidad  $\rho = 1,184$  kg/m<sup>3</sup>
- Viscosidad cinemática  $\nu = 1,461 \times 10^{-5}$  m<sup>2</sup>/s

- Número de Prandtl  $Pr = 0,7$
- Número de Schmidt  $Sc = 0,6$

Número de Reynolds basado en la longitud de la placa:  $Re_L = \frac{UL}{\nu} = \frac{1 \times 1}{1,461 \times 10^{-5}} \approx 68493$

1. Espesor de la capa límite viscosa en  $x = L$  (usando la correlación para una placa plana):  $\delta_v(L) = \frac{5L}{\sqrt{Re_L}} \approx \frac{5}{\sqrt{68493}} \approx 0,019 \text{ m}$
2. Espesor de la capa límite térmica en  $x = L$  (usando la correlación para una placa plana):  $\delta_t(L) = \frac{5L}{\sqrt{Re_L Pr}} \approx \frac{5}{\sqrt{68493 \times 0,7}} \approx 0,023 \text{ m}$
3. Espesor de la capa límite másica en  $x = L$  (usando la correlación para una placa plana):  $\delta_m(L) = \frac{5L}{\sqrt{Re_L Sc}} \approx \frac{5}{\sqrt{68493 \times 0,6}} \approx 0,024 \text{ m}$

Por lo tanto, los espesores de las tres capas límite en  $x = L$  son aproximadamente:

- Espesor de la capa límite viscosa: 0,019 m
- Espesor de la capa límite térmica: 0,023 m
- Espesor de la capa límite másica: 0,024 m

### **Ponme un ejemplo de cálculo de la potencia de calor intercambiada entre el aire y la placa usando las correlaciones anteriores**

Claro, aquí te presento un ejemplo de cálculo de la potencia de calor intercambiada entre el aire y una placa plana usando las correlaciones previamente mencionadas.

Supongamos que tienes una placa plana con una longitud de  $L = 1 \text{ m}$  y un ancho de  $W = 0,5 \text{ m}$ . El aire fluye sobre la placa con una velocidad de  $U = 2 \text{ m/s}$ . La temperatura de la placa es de  $T_p = 80 \text{ }^\circ\text{C}$ , mientras que la temperatura del aire es de  $T_a = 20 \text{ }^\circ\text{C}$ .

Propiedades del aire a  $T_a$ :

- Densidad  $\rho = 1,204 \text{ kg/m}^3$
- Viscosidad cinemática  $\nu = 1,516 \times 10^{-5} \text{ m}^2/\text{s}$
- Conductividad térmica  $k = 0,0262 \text{ W/m }^\circ\text{C}$
- Calor específico  $C_p = 1005 \text{ J/kg }^\circ\text{C}$

Número de Prandtl del aire:  $Pr = \frac{C_p \mu}{k} = \frac{C_p \nu}{k}$  (usando  $\mu = \rho \nu$ )  $Pr \approx 0,7$

Número de Reynolds basado en la longitud de la placa:  $Re_L = \frac{UL}{\nu} = \frac{2 \times 1}{1,516 \times 10^{-5}} \approx 1,32 \times 10^5$

Número de Nusselt local en  $x = L$  (usando la correlación para una placa plana):  
 $Nu_L = 0,332 Re_L^{1/2} Pr^{1/3} \approx 42,35$

Coefficiente de transferencia de calor en  $x = L$ :  $h_L = \frac{k}{L} Nu_L \approx 21,74 \text{ W/m}^2 \text{ } ^\circ\text{C}$

Potencia de calor intercambiada entre el aire y la placa:  $Q = h_L A \Delta T$   $Q = 21,74 \text{ W/m}^2 \text{ } ^\circ\text{C} \times (1 \text{ m} \times 0,5 \text{ m}) \times (80 - 20) \text{ } ^\circ\text{C} \approx 651 \text{ W}$

Así que la potencia de calor intercambiada entre el aire y la placa es de aproximadamente 651 W.

### **Ponme un ejemplo de cálculo de la masa de cierta especie química intercambiada intercambiada entre el aire y la placa usando las correlaciones anteriores**

Aquí te presento un ejemplo de cálculo de la masa de una cierta especie química intercambiada entre el aire y una placa plana usando las correlaciones previamente mencionadas.

Supongamos que tienes una placa plana con una longitud de  $L = 1 \text{ m}$  y un ancho de  $W = 0,5 \text{ m}$ . El aire fluye sobre la placa con una velocidad de  $U = 2 \text{ m/s}$ . La concentración de la especie química en la superficie de la placa es  $C_s = 0,01 \text{ kg/m}^3$  y la concentración en el aire lejos de la superficie de la placa es  $C_\infty = 0 \text{ kg/m}^3$ .

Propiedades del aire a  $25^\circ\text{C}$ :

- Densidad  $\rho = 1,184 \text{ kg/m}^3$
- Viscosidad cinemática  $\nu = 1,461 \times 10^{-5} \text{ m}^2/\text{s}$
- Coeficiente de difusión de la especie química en el aire  $D = 1 \times 10^{-5} \text{ m}^2/\text{s}$

Número de Reynolds basado en la longitud de la placa:  $Re_L = \frac{UL}{\nu} = \frac{2 \times 1}{1,461 \times 10^{-5}} \approx 1,37 \times 10^5$

Número de Schmidt del aire:  $Sc = \frac{\nu}{D} = \frac{1,461 \times 10^{-5}}{1 \times 10^{-5}} \approx 1,461$

Número de Sherwood local en  $x = L$  (usando la correlación para una placa plana):  $Sh_L = 0,332 Re_L^{1/2} Sc^{1/3} \approx 36,53$

Coefficiente de transferencia de masa en  $x = L$ :  $K_L = \frac{D}{L} Sh_L \approx 3,653 \times 10^{-4} \text{ m/s}$

Masa de la especie química intercambiada por unidad de tiempo:  $m' = K_L A (C_s - C_\infty)$   $m' = 3,653 \times 10^{-4} \text{ m/s} \times (1 \text{ m} \times 0,5 \text{ m}) \times 0,01 \text{ kg/m}^3 \approx 1,827 \times 10^{-5} \text{ kg/s}$

Por lo tanto, la masa de la especie química intercambiada entre el aire y la placa por unidad de tiempo es aproximadamente  $1,827 \times 10^{-5} \text{ kg/s}$ .



## La solución de Blasius supone un flujo laminar. ¿Cuándo se produce la transición a capa límite turbulenta?

La transición de una capa límite laminar a una capa límite turbulenta se produce cuando el flujo en la capa límite se vuelve inestable y comienza a mostrar flujos secundarios y vórtices. Esta transición puede ser causada por varios factores, incluyendo:

1. **Número de Reynolds de la capa límite:** La transición a menudo ocurre cuando el número de Reynolds de la capa límite, basado en la distancia desde el borde de ataque de la placa plana (o cualquier superficie), excede un valor crítico. Este valor crítico depende de varios factores, pero suele ser alrededor de 500,000 para una placa plana en un flujo de aire sin perturbaciones.
2. **Perturbaciones en el flujo:** Las perturbaciones en el flujo, como turbulencia en el flujo libre, vibraciones de la superficie o irregularidades en la superficie, pueden desencadenar la transición a la capa límite turbulenta incluso a números de Reynolds más bajos que el valor crítico mencionado anteriormente.
3. **Gradientes de presión:** Un gradiente de presión adverso, es decir, una presión creciente en la dirección del flujo, puede también contribuir a la transición a la capa límite turbulenta.
4. **Temperatura y propiedades del fluido:** Las propiedades del fluido, como la viscosidad y la densidad, que a su vez pueden ser afectadas por la temperatura, también juegan un papel en la transición a la capa límite turbulenta.

Es importante tener en cuenta que la transición de laminar a turbulento en la capa límite es un proceso complejo que puede ser influenciado por una combinación de factores. Una vez que la capa límite se ha vuelto turbulenta, la resistencia al avance aumenta significativamente, y el análisis y la predicción del flujo se vuelven más complicados en comparación con el flujo laminar.

## ¿Puedes indicarme las fórmulas de $C_f(x)$ , $Nu(x)$ y $Sh(x)$ para una capa límite turbulenta sobre una placa plana?

1. Para el coeficiente de fricción local  $C_f(x)$  en una capa límite turbulenta, se puede utilizar la fórmula de Blasius modificada:

$$C_f(x) = 0,074 Re_x^{-1/5}, \quad (9.33)$$

donde  $Re_x$  es el número de Reynolds local basado en la distancia  $x$  desde el borde de ataque de la placa.

2. Para el número de Nusselt local  $Nu(x)$  en una capa límite turbulenta, se puede utilizar la correlación de Dittus-Boelter:

$$Nu(x) = 0,023 Re_x^{4/5} Pr^{0,3}, \quad (9.34)$$

donde  $Re_x$  es el número de Reynolds local y  $Pr$  es el número de Prandtl.

3. Para el número de Sherwood local  $Sh(x)$  en una capa límite turbulenta, se puede utilizar la correlación analógica a la de Dittus-Boelter para transferencia de calor:

$$Sh(x) = 0,023 Re_x^{4/5} Sc^{0,3}, \quad (9.35)$$

donde  $Re_x$  es el número de Reynolds local y  $Sc$  es el número de Schmidt.

## Explicame el concepto del desprendimiento de la capa límite

El desprendimiento de la capa límite, también conocido como separación de la capa límite, es un fenómeno que ocurre en el flujo de fluidos alrededor de objetos sumergidos, como alas de aviones, vehículos terrestres, tuberías, entre otros. Es un evento importante en la aerodinámica y la mecánica de fluidos que puede tener un impacto significativo en el rendimiento y la estabilidad de los objetos en movimiento.

En un flujo sobre una superficie, la capa límite es la región del fluido adyacente a la superficie donde los efectos viscosos son significativos y el flujo se ralentiza debido a la fricción con la superficie. A medida que el fluido fluye a lo largo de la superficie, la presión puede disminuir en la dirección del flujo (como en la parte superior de un ala de avión), lo que puede hacer que la velocidad del fluido aumente. Sin embargo, si la superficie se curva hacia atrás o se ensancha de repente, la presión puede aumentar en la dirección del flujo, lo que tiende a ralentizar el flujo en la capa límite.

Si el aumento de presión es lo suficientemente fuerte, puede causar que la velocidad del fluido en la capa límite se reduzca a cero y se invierta. En este punto, el flujo se ha separado de la superficie, creando una región de flujo recirculante detrás de la superficie. Esta región de flujo separado puede ser muy turbulenta y a menudo se asocia con una estela, que es una región de flujo turbulento detrás del objeto.

El desprendimiento de la capa límite puede tener varios efectos negativos, entre ellos:

1. **Aumento de la resistencia:** La región de flujo separado y la estela resultante aumentan la resistencia al avance del objeto.

2. **Pérdida de sustentación:** En el caso de las alas de un avión, la separación de la capa límite puede reducir la sustentación, lo que puede llevar a una pérdida de control del avión.
3. **Vibraciones y ruido:** Las turbulencias en la región de flujo separado pueden causar vibraciones y ruido.

Para minimizar el desprendimiento de la capa límite, los ingenieros pueden utilizar diferentes técnicas, como el diseño de superficies con formas aerodinámicas suaves, el uso de dispositivos de control de flujo como las ranuras o los alerones, o el control activo del flujo mediante la inyección o succión de fluido en la superficie.

## ¿Por qué las pelotas de golf tienen hoyuelos?

Los hoyuelos en una pelota de golf son un ejemplo práctico de cómo la manipulación de la capa límite puede influir en el comportamiento aerodinámico de un objeto. Los hoyuelos en una pelota de golf tienen el efecto de reducir la resistencia aerodinámica (o resistencia del aire) que actúa sobre la pelota cuando está en vuelo, lo que permite que la pelota vuele más lejos.

Para entender cómo funcionan los hoyuelos, primero debemos considerar el flujo de aire alrededor de una pelota en movimiento. Cuando una pelota de golf se desplaza a través del aire, la fricción entre la superficie de la pelota y el aire crea una capa límite delgada de aire que se adhiere a la superficie de la pelota. La capa límite comienza siendo laminar (es decir, el aire fluye en capas paralelas y no hay mezcla turbulenta), pero a medida que el aire se desplaza hacia la parte trasera de la pelota, puede volverse turbulenta.

Los hoyuelos en la pelota ayudan a "disparar" la transición de un flujo laminar a un flujo turbulento en la capa límite. Esto tiene varias ventajas aerodinámicas:

1. **Reducción de la resistencia de presión:** En un flujo laminar, la separación de la capa límite ocurre más temprano en la superficie de la pelota, lo que resulta en una gran estela turbulenta detrás de la pelota y, por lo tanto, una mayor resistencia de presión (también conocida como resistencia de forma o resistencia de presión). Al inducir un flujo turbulento, los hoyuelos hacen que la capa límite se adhiera más a la superficie de la pelota, reduciendo el tamaño de la estela y, por lo tanto, disminuyendo la resistencia de presión.
2. **Reducción de la resistencia de fricción:** La resistencia de fricción, causada por la viscosidad del aire, es generalmente mayor en un flujo laminar que en un flujo turbulento cerca de la superficie del objeto. Al inducir turbulencia, los hoyuelos reducen la resistencia de fricción en la capa límite.

En resumen, los hoyuelos en una pelota de golf reducen tanto la resistencia de presión como la resistencia de fricción al inducir turbulencia en la capa límite. Como resultado, la pelota puede volar más lejos y con mayor precisión que si tuviera una superficie lisa.



# 10

## Otros temas

En este capítulo se van a mencionar algunos temas interesantes de mecánica de fluidos pero que no han sido incluidos en el presente libro.

### **Aerodinámica**

La aerodinámica, una subdisciplina de la mecánica de fluidos, se ocupa de estudiar el movimiento de los fluidos gaseosos, especialmente el aire, y cómo interactúan con los objetos sólidos en movimiento. El alcance de la aerodinámica se extiende a varios campos de aplicación e investigación que se enumeran a continuación:

1. **Diseño de Aeronaves y Vehículos Terrestres:** La aerodinámica es crucial para el diseño de aviones, cohetes, automóviles y trenes de alta velocidad. Los ingenieros buscan formas aerodinámicamente eficientes que reduzcan la resistencia al avance y mejoren el rendimiento del combustible.
2. **Energía Eólica:** El diseño de turbinas eólicas se basa en principios aerodinámicos para maximizar la captura de energía del viento y convertirla en electricidad de manera eficiente.
3. **Predicción del Clima:** La aerodinámica también es relevante para la meteorología. Los patrones de flujo de aire y la dinámica atmosférica son esenciales para comprender y predecir el clima.
4. **Deportes:** La aerodinámica se aplica en deportes como ciclismo, esquí, natación y automovilismo para mejorar la velocidad y la eficiencia de los atletas y los vehículos.
5. **Flujo de Fluidos en Procesos Industriales:** La aerodinámica tiene aplicaciones en la industria química, como en la optimización del flujo de gases en tuberías y reactores.

Referencias bibliográficas: [3]

## Combustión

La combustión, un proceso químico que implica la reacción del oxígeno con una sustancia combustible, es un tema crucial en la ingeniería química. Los campos de aplicación e investigación de la combustión incluyen:

1. **Generación de Energía:** La mayoría de las plantas de energía funcionan quemando combustibles fósiles como carbón, gas natural o petróleo para generar electricidad.
2. **Motores de Vehículos:** La combustión es fundamental en motores de combustión interna de automóviles, camiones, aviones y barcos, donde los combustibles se queman para producir energía mecánica.
3. **Industria Petroquímica:** La combustión se usa para producir calor en refinerías de petróleo y plantas petroquímicas, donde los combustibles se procesan para producir productos químicos y materiales.
4. **Control de Emisiones:** Las investigaciones se centran en mejorar la eficiencia de la combustión y reducir las emisiones de gases de efecto invernadero y contaminantes del aire.
5. **Energías Renovables:** La combustión de biocombustibles y residuos agrícolas es una alternativa más sostenible a los combustibles fósiles.

Referencias bibliográficas: [28]

## Fluidización y sedimentación

La fluidización y la sedimentación son fenómenos que se dan en la mecánica de fluidos y tienen importantes aplicaciones en la ingeniería química.

1. **Fluidización:** Se refiere a la transformación de un lecho de partículas sólidas en un estado similar a un fluido al pasar un gas o líquido a través de él. Este proceso se utiliza en varias áreas de la ingeniería química:
  - a. **Reacciones Químicas:** Los reactores de lecho fluidizado permiten una excelente transferencia de masa y calor, lo que los hace ideales para reacciones exotérmicas y endotérmicas.
  - b. **Procesamiento de Sólidos:** En la industria química y farmacéutica, la fluidización se utiliza para mezclar, secar y revestir partículas sólidas.
  - c. **Combustión y Gasificación:** La fluidización se usa en la combustión de carbón y en la gasificación de biomasa para producir energía y bio-combustibles.
2. **Sedimentación:** Es el proceso de separación de partículas sólidas de un líquido o gas al permitir que las partículas se asienten por gravedad. La sedimentación se utiliza en varias áreas de la ingeniería química:
  - a. **Tratamiento de Aguas Residuales:** Los sedimentadores y decantadores se utilizan para separar sólidos suspendidos del agua.
  - b. **Procesamiento de Minerales:** La sedimentación se usa para separar minerales valiosos de la ganga.
  - c. **Producción de Productos Químicos:** La sedimentación se usa para separar productos y subproductos en la fabricación de productos químicos.

Referencias bibliográficas: [15] y [27].

## Flujo compresible

El flujo compresible se refiere al movimiento de fluidos en el cual los cambios de densidad son significativos, y es comúnmente observado cuando los fluidos se mueven a altas velocidades, como en el caso de gases en tuberías de alta presión y aviones supersónicos. Estas son algunas aplicaciones e investigaciones relacionadas con el flujo compresible en la ingeniería química:

1. **Transmisión de Gases:** En la industria química, la transmisión de gases a altas presiones a través de tuberías es un caso de flujo compresible. La consideración de la compresibilidad del gas es esencial para la planificación y operación seguras y eficientes de la tubería.
2. **Diseño de Toberas y Difusores:** Las toberas y los difusores son dispositivos ampliamente utilizados en la industria química para acelerar o desacelerar el flujo de gases. El diseño de estos dispositivos implica consideraciones de flujo compresible para optimizar la eficiencia y evitar pérdidas de presión excesivas.
3. **Reacciones a Alta Velocidad:** En algunas reacciones químicas a alta velocidad, los cambios de densidad de los reactantes y productos son significativos, lo que requiere un análisis de flujo compresible.
4. **Investigación en Fluidos Supercríticos:** Los fluidos supercríticos se encuentran en un estado en el que las diferencias entre líquidos y gases se desvanecen. Estos fluidos muestran características de flujo compresible y son útiles para la extracción, reacciones y otras aplicaciones en la ingeniería química.
5. **Diseño de Equipos a Alta Presión:** El diseño de equipos de proceso que operan a alta presión, como reactores y separadores, implica consideraciones de flujo compresible para garantizar la eficiencia y seguridad de las operaciones.

Referencias bibliográficas: [2]



## Flujo en canales abiertos

El flujo en canales abiertos se refiere al movimiento de fluidos en canales con una superficie libre expuesta a la atmósfera, como ríos, arroyos y canales artificiales. La ingeniería química utiliza este tipo de flujo en diversas aplicaciones e investigaciones:

1. **Tratamiento de Aguas Residuales:** Los canales abiertos se usan en plantas de tratamiento de aguas residuales para la conducción de agua cruda, tratada y en procesos como la sedimentación y la aireación.
2. **Refrigeración Industrial:** Muchas industrias utilizan canales abiertos para la refrigeración de procesos, al conducir agua a través de estanques o canales de enfriamiento.
3. **Generación de Energía Hidroeléctrica:** Las centrales hidroeléctricas usan canales abiertos para transportar agua desde embalses hasta las turbinas generadoras.
4. **Control de Inundaciones:** En la ingeniería civil y química, los canales abiertos se utilizan para diseñar sistemas de drenaje y controlar inundaciones.
5. **Irrigación y Agricultura:** Los canales abiertos son esenciales para el riego de campos agrícolas, especialmente en regiones áridas.
6. **Diseño Hidráulico:** La investigación en flujo en canales abiertos se centra en el diseño hidráulico de canales, presas y estructuras de control de flujo para mejorar la eficiencia y la seguridad.

Referencias bibliográficas: [9]

## Flujo en medios porosos

El flujo en medios porosos implica el movimiento de fluidos a través de un material sólido que contiene poros o cavidades interconectadas. Este fenómeno tiene importantes aplicaciones en la ingeniería química, que incluyen:

1. **Recuperación de Petróleo y Gas:** El flujo en medios porosos es fundamental en la recuperación de petróleo y gas de yacimientos subterráneos, donde los fluidos se extraen a través de rocas porosas.
2. **Filtración y Separación:** La filtración es un proceso que utiliza medios porosos para separar partículas sólidas de un fluido. Es ampliamente utilizado en la industria química, alimentaria y farmacéutica.
3. **Tratamiento de Aguas Residuales:** El flujo a través de medios porosos se utiliza en la filtración y en lechos bacterianos para el tratamiento de aguas residuales.
4. **Catalizadores de Lecho Fijo:** Los reactores de lecho fijo utilizan catalizadores porosos para facilitar las reacciones químicas. El diseño de estos reactores implica consideraciones de flujo en medios porosos.
5. **Almacenamiento de Energía Térmica:** Los medios porosos se utilizan para almacenar energía térmica en sistemas de almacenamiento térmico a alta temperatura.
6. **Investigación de Flujo Multifásico:** El estudio del flujo multifásico en medios porosos es fundamental para comprender la interacción entre fases líquidas y gaseosas en procesos como la inyección de vapor y la recuperación mejorada de petróleo.

Referencias bibliográficas: [6]

## Flujo en tuberías

El flujo en tuberías es un área fundamental de la ingeniería química que se ocupa del transporte de fluidos a través de conductos cerrados. Esta área tiene aplicaciones significativas en la industria química y en diversos campos de investigación:

1. **Diseño de Tuberías y Redes:** El diseño de sistemas de tuberías para el transporte de líquidos, gases y suspensiones en plantas químicas es una tarea esencial en la ingeniería química.
2. **Estudios de Flujo Multifásico:** La investigación en flujo multifásico en tuberías se enfoca en el comportamiento de mezclas de gases, líquidos y sólidos en flujo, como en la producción de petróleo y gas.
3. **Bombas y Compresores:** La selección y operación de bombas y compresores para el transporte de fluidos en tuberías es fundamental en la ingeniería química.
4. **Medición de Flujo:** La medición precisa del flujo de fluidos en tuberías es esencial para el control de procesos, la facturación y la detección de fugas.
5. **Control de Flujo y Válvulas:** El control de flujo en tuberías mediante válvulas y otros dispositivos es importante para la regulación de procesos y la seguridad.
6. **Análisis de Transitorios:** El estudio de transitorios en tuberías, como golpes de ariete y oscilaciones de presión, es fundamental para evitar daños y garantizar la operación segura de las tuberías.

Referencias bibliográficas: [25]

## Flujo potencial

El flujo potencial, también conocido como flujo irrotacional, es un concepto en la mecánica de fluidos que describe el flujo de un fluido invíscido e incompresible. En el flujo potencial, el campo de velocidad es derivado de un potencial escalar. Este concepto es utilizado en la ingeniería química para varios propósitos y campos de investigación:

1. **Análisis de Flujo Alrededor de Objetos:** El flujo potencial se utiliza para analizar el flujo de fluidos alrededor de objetos, como en el diseño de reactores de flujo tubular con geometrías complejas.
2. **Estudio de Interfaces de Fluidos:** El flujo potencial es útil para analizar la dinámica de interfaces entre dos fluidos inmiscibles, como en procesos de extracción líquido-líquido.
3. **Diseño de Equipos de Proceso:** El concepto de flujo potencial se aplica en el diseño de equipos de proceso, como intercambiadores de calor, separadores y mezcladores, donde se busca optimizar la distribución de flujo.
4. **Modelado de Transporte de Masas y Calor:** El flujo potencial se utiliza en el modelado matemático del transporte de masa y calor en sistemas de flujo laminar.
5. **Aplicaciones en Microfluídica:** El flujo potencial es relevante en la microfluídica, donde se analiza el flujo de fluidos a pequeña escala, como en dispositivos de laboratorio en un chip.
6. **Simulación Computacional de Fluidos:** El flujo potencial se utiliza en la simulación computacional de fluidos para simplificar la resolución de ecuaciones de flujo y predecir el comportamiento de fluidos en condiciones ideales.

Referencias bibliográficas: [1]

## Flujos bifásicos

Los flujos bifásicos se refieren al movimiento simultáneo de dos fases diferentes de un fluido, como gas-líquido, líquido-líquido o sólido-líquido. Este fenómeno es fundamental en la ingeniería química y se aplica en diversas áreas:

1. **Extracción y Separación:** Los flujos bifásicos son fundamentales en operaciones de extracción y separación de fluidos inmiscibles, como en la deshidratación de gas natural y la separación de aceite-agua.
2. **Transferencia de Calor y Masa:** Los flujos bifásicos son esenciales en el estudio de la transferencia de calor y masa en procesos como la evaporación, condensación y absorción.
3. **Diseño de Reactores:** Los flujos bifásicos son relevantes en el diseño de reactores químicos, como reactores de lecho fluidizado, reactores de tanque agitado y reactores de membrana.
4. **Transporte de Fluidos:** Los flujos bifásicos se estudian en el transporte de fluidos en tuberías, como en la producción de petróleo y gas y en sistemas de refrigeración y calefacción.
5. **Aplicaciones en Microfluídica:** Los flujos bifásicos se investigan en la microfluídica para aplicaciones en análisis químicos y biológicos a pequeña escala.
6. **Simulación Computacional:** Los flujos bifásicos se modelan y simulan computacionalmente para predecir el comportamiento de fluidos en condiciones reales y optimizar el diseño de equipos y procesos.

Referencias bibliográficas: [13]

## Inestabilidades

Las inestabilidades en flujos de fluidos son fenómenos en los cuales un estado de flujo estable se perturba y evoluciona hacia un estado inestable. Estas inestabilidades pueden surgir debido a factores como cambios en las propiedades del fluido, fluctuaciones en las condiciones de operación y perturbaciones en la geometría del sistema. Las inestabilidades son importantes en la ingeniería química por su impacto en el rendimiento de los procesos y equipos:

1. **Transición a Turbulencia:** Las inestabilidades pueden desencadenar la transición de flujo laminar a flujo turbulento, afectando la transferencia de calor, masa y momento en los procesos químicos.
2. **Inestabilidades Interfaciales:** Las inestabilidades en las interfaces entre fluidos inmiscibles pueden afectar la separación de fases, la formación de emulsiones y la calidad de los productos en procesos de extracción y destilación.
3. **Inestabilidades Térmicas:** Las inestabilidades térmicas pueden surgir en sistemas de transferencia de calor, afectando la eficiencia de intercambiadores de calor, reactores y columnas de destilación.
4. **Inestabilidades Mecánicas:** Las inestabilidades mecánicas, como vibraciones y oscilaciones, pueden afectar el funcionamiento de bombas, compresores y sistemas de transporte de fluidos.
5. **Control y Mitigación de Inestabilidades:** El estudio de inestabilidades en flujos de fluidos es fundamental para el diseño de estrategias de control y mitigación de inestabilidades en procesos químicos.
6. **Simulación Computacional:** La modelación y simulación computacional de inestabilidades en flujos de fluidos son herramientas clave para predecir y analizar el comportamiento de los fluidos en condiciones reales.

Referencias bibliográficas: [11]

## Mecánica de fluidos computacional (CFD)

La Mecánica de Fluidos Computacional (CFD) es una herramienta poderosa para la simulación y análisis de flujos de fluidos. Utiliza métodos numéricos y algoritmos computacionales para resolver las ecuaciones que describen el flujo de fluidos, permitiendo predecir y analizar el comportamiento de fluidos en diversos procesos y aplicaciones. Los principales temas de investigación y aplicación en CFD incluyen:

1. **Modelado de Fluidos Newtonianos y No Newtonianos:** Uso de CFD para simular el flujo de fluidos que obedecen y no obedecen la ley de Newton de la viscosidad.
2. **Simulación de Flujos Turbulentos:** Aplicación de CFD para analizar flujos turbulentos y su impacto en procesos y equipos.
3. **Modelado de Flujos Multifásicos:** Uso de CFD para simular flujos que involucran múltiples fases, como líquido-gas, líquido-sólido y gas-sólido.
4. **Simulación de Transferencia de Calor y Masa:** Aplicación de CFD para analizar la transferencia de calor y masa en flujos de fluidos y su impacto en el rendimiento de procesos y equipos.
5. **Optimización de Procesos y Equipos:** Uso de CFD para optimizar el diseño y operación de procesos y equipos en la industria, como reactores, separadores y mezcladores.
6. **Validación Experimental:** Comparación de las predicciones de CFD con datos experimentales para validar y mejorar los modelos y simulaciones.
7. **Desarrollo de Software de CFD:** Investigación y desarrollo de software y herramientas de CFD para mejorar la precisión, eficiencia y facilidad de uso de las simulaciones.

Referencias bibliográficas: [31]

## Mecánica de fluidos geofísicos

La mecánica de fluidos geofísicos se enfoca en el estudio del comportamiento de fluidos en la Tierra y otros planetas, incluyendo la atmósfera, los océanos, y el manto terrestre. Esta área de la mecánica de fluidos es esencial para comprender fenómenos naturales y su impacto en el clima, la meteorología y la geología. Los principales temas de investigación y aplicación en la mecánica de fluidos geofísicos incluyen:

1. **Dinámica de la Atmósfera:** Estudia el movimiento del aire en la atmósfera, incluyendo la formación de sistemas de alta y baja presión, frentes fríos y cálidos, y huracanes.
2. **Dinámica Oceánica:** Se enfoca en el movimiento de las masas de agua en los océanos, incluyendo las corrientes oceánicas, las mareas y el transporte de calor y salinidad.
3. **Circulación Termohalina:** Investigación sobre el movimiento de las masas de agua en los océanos impulsado por diferencias de temperatura y salinidad, y su impacto en el clima global.
4. **Flujos en el Manto Terrestre:** Estudia el movimiento de fluidos en el manto terrestre, incluyendo la convección del manto y la tectónica de placas.
5. **Glaciología y Criosfera:** Investigación sobre el comportamiento de fluidos en glaciares, casquetes polares y permafrost, y su impacto en el nivel del mar y el clima.
6. **Modelado y Simulación Computacional:** El uso de modelos matemáticos y simulaciones computacionales para predecir y analizar el comportamiento de fluidos en fenómenos geofísicos.

Referencias bibliográficas: [29]



## Medidas en fluidos

La medición de las propiedades y comportamiento de los fluidos es fundamental en la ingeniería química para el diseño, control y optimización de procesos y equipos. Los principales temas de investigación y aplicación en medidas en fluidos incluyen:

1. **Medición de Propiedades Físicas:** Incluye la determinación de densidad, viscosidad, conductividad térmica y eléctrica, y tensión superficial de fluidos.
2. **Medición de Flujo:** Utiliza instrumentos como medidores de flujo másico, medidores de flujo volumétrico y anemómetros para medir la velocidad y el caudal de fluidos.
3. **Medición de Presión:** Emplea manómetros, transductores de presión y barómetros para medir la presión en fluidos en reposo y en movimiento.
4. **Medición de Temperatura:** Utiliza termómetros, termopares y pirómetros para medir la temperatura de fluidos.
5. **Medición de Concentración:** Emplea técnicas como espectroscopia, cromatografía y titulación para medir la concentración de solutos en fluidos.
6. **Medición de Propiedades Ópticas:** Utiliza refractómetros, espectrofotómetros y técnicas de dispersión de luz para medir propiedades ópticas de fluidos.
7. **Medición de Nivel:** Emplea instrumentos como reglas, flotadores y sensores ultrasónicos para medir el nivel de fluidos en tanques y recipientes.
8. **Medición de Propiedades Acústicas:** Utiliza hidrófonos y técnicas de ultrasonido para medir propiedades acústicas de fluidos.
9. **Simulación Computacional:** El uso de modelos matemáticos y simulaciones computacionales para predecir y analizar el comportamiento de fluidos en condiciones reales.

Referencias bibliográficas: [18]

## Ondas gravitatorias

Las ondas gravitatorias son perturbaciones en el tejido del espacio-tiempo que se propagan como ondas, predichas por la Teoría General de la Relatividad de Albert Einstein en 1915. Estas ondas son producidas por eventos astronómicos masivos y violentos, como la fusión de agujeros negros o estrellas de neutrones. La detección de ondas gravitatorias ha abierto nuevas áreas de investigación y aplicación en la física y la astronomía:

1. **Confirmación de la Relatividad General:** La detección de ondas gravitatorias ha confirmado la predicción de Einstein y ha proporcionado pruebas adicionales de la validez de la Teoría General de la Relatividad.
2. **Estudio de Objetos Astronómicos:** Las ondas gravitatorias ofrecen una nueva forma de observar eventos astronómicos que no emiten luz, como agujeros negros y estrellas de neutrones.
3. **Formación y Evolución de Galaxias:** La información de las ondas gravitatorias puede ayudar a comprender cómo se forman y evolucionan las galaxias.
4. **Cosmología:** Las ondas gravitatorias pueden proporcionar información sobre el Big Bang y la expansión del universo.
5. **Astrofísica de Ondas Gravitatorias:** La detección de ondas gravitatorias ha llevado al desarrollo de una nueva área de investigación llamada astrofísica de ondas gravitatorias, que se enfoca en el estudio de las propiedades y fuentes de estas ondas.
6. **Instrumentación y Detección:** La investigación en ondas gravitatorias ha impulsado el desarrollo de tecnologías avanzadas para la detección de estas ondas, como los detectores LIGO y Virgo.
7. **Simulación Computacional:** Las simulaciones computacionales son herramientas esenciales para predecir y analizar las señales de ondas gravitatorias.

Referencias bibliográficas: [26]

## Reología

La reología es la ciencia que estudia el flujo y la deformación de materiales, en particular fluidos, bajo la influencia de fuerzas externas. La reología es fundamental en la ingeniería química y la física de fluidos para entender y predecir el comportamiento de fluidos en diversos procesos y aplicaciones. Los principales temas de investigación y aplicación en la reología incluyen:

1. **Fluidos Newtonianos y No Newtonianos:** Estudio de fluidos que obedecen y no obedecen la ley de Newton de la viscosidad, y cómo se comportan bajo diferentes condiciones de flujo.
2. **Reología de Polímeros:** Investigación sobre el comportamiento reológico de polímeros, incluyendo soluciones poliméricas, fundidos y elastómeros.
3. **Reología de Suspensiones y Emulsiones:** Estudio del flujo y la deformación de suspensiones y emulsiones, y cómo las interacciones entre partículas y gotas afectan su comportamiento reológico.
4. **Reología de Fluidos Complejos:** Investigación sobre fluidos con estructuras microscópicas complejas, como geles, espumas y fluidos granulares.
5. **Medición Reológica:** Uso de instrumentos como reómetros y viscosímetros para medir propiedades reológicas de fluidos, como viscosidad, elasticidad y plasticidad.
6. **Modelado Reológico:** Desarrollo y aplicación de modelos matemáticos y simulaciones computacionales para predecir y analizar el comportamiento reológico de fluidos en condiciones reales.
7. **Aplicaciones Industriales:** Uso de la reología en la industria para el diseño y optimización de procesos y equipos, como bombas, extrusoras y mezcladores.

Referencias bibliográficas: [16]

## Técnicas de separación

Las técnicas de separación son fundamentales en la ingeniería química para separar componentes de mezclas y purificar productos. Hay una variedad de técnicas de separación, cada una adecuada para aplicaciones específicas en función de las propiedades de los componentes involucrados. Los principales temas de investigación y aplicación en técnicas de separación incluyen:

1. **Destilación:** Separación de componentes de una mezcla líquida basada en sus diferentes puntos de ebullición. Se utiliza para separar componentes en refinación de petróleo, producción de alcoholes, entre otros.
2. **Absorción y Desorción:** Procesos de separación en los que un componente se transfiere desde una fase gaseosa a una fase líquida (absorción) o desde una fase líquida a una fase gaseosa (desorción).
3. **Cristalización y Precipitación:** Técnicas de separación en las que se forma un sólido a partir de una solución líquida al reducir la solubilidad del componente deseado.
4. **Extracción líquido-líquido:** Separación de componentes de una mezcla líquida utilizando un solvente inmisible que tiene mayor afinidad por uno de los componentes.
5. **Filtración y Sedimentación:** Procesos de separación que se basan en la retención de partículas sólidas al pasar una mezcla a través de un medio poroso (filtración) o al permitir que las partículas se asienten en un líquido (sedimentación).
6. **Centrifugación:** Técnica de separación que utiliza la fuerza centrífuga para separar partículas o componentes de diferentes densidades en una mezcla.
7. **Cromatografía:** Técnica de separación basada en la distribución diferencial de componentes entre dos fases, una fase móvil y una fase estacionaria.
8. **Membranas y Osmosis Inversa:** Técnicas de separación que utilizan membranas semipermeables para separar componentes de una mezcla basados en su tamaño o propiedades químicas.

Referencias bibliográficas: [23]

## Turbomáquinas

Las turbomáquinas son dispositivos mecánicos que transfieren energía entre un fluido y un rotor. Se utilizan en una amplia variedad de aplicaciones en la ingeniería química y la mecánica de fluidos. Los principales temas de investigación y aplicación en turbomáquinas incluyen:

1. **Bombas Centrífugas y Axiales:** Estudio del diseño y operación de bombas que utilizan un rotor para impartir energía a un fluido y aumentar su presión. Aplicaciones en sistemas de agua, petroquímica y procesamiento de alimentos.
2. **Turbocompresores y Sopladores:** Investigación sobre dispositivos que utilizan un rotor para comprimir un gas y aumentar su presión. Aplicaciones en motores de combustión interna, industria petroquímica y generación de energía.
3. **Turbinas de Vapor y Gas:** Análisis del diseño y operación de turbinas que extraen energía de un fluido para generar energía mecánica o eléctrica. Aplicaciones en centrales eléctricas y plantas industriales.
4. **Ventiladores y Extractores:** Estudio de dispositivos que utilizan un rotor para mover un gas a través de un sistema. Aplicaciones en sistemas de ventilación, refrigeración y tratamiento de aire.
5. **Hidroturbinas:** Investigación sobre turbinas que extraen energía de un flujo de agua para generar energía hidroeléctrica. Aplicaciones en centrales hidroeléctricas y proyectos de energía renovable.
6. **Dinámica de Fluidos Computacional (CFD):** Uso de simulaciones computacionales para analizar el flujo de fluidos en turbomáquinas y optimizar su diseño y operación.
7. **Eficiencia y Fiabilidad:** Estudio de factores que afectan la eficiencia y fiabilidad de las turbomáquinas, como el rendimiento hidráulico, la cavitación y el desgaste.

Referencias bibliográficas: [10]

## Turbulencia

La turbulencia es un fenómeno complejo caracterizado por el movimiento caótico y aleatorio de las partículas de fluido. Tiene un impacto significativo en la dinámica de fluidos y la ingeniería química. Los principales temas de investigación y aplicación en turbulencia incluyen:

1. **Dinámica de Fluidos Turbulentos:** Estudio de las ecuaciones de Navier-Stokes y la teoría de la turbulencia para comprender la dinámica de los flujos turbulentos.
2. **Modelado de Turbulencia:** Desarrollo y aplicación de modelos matemáticos, como los modelos de Reynolds Averaged Navier-Stokes (RANS), Large Eddy Simulation (LES) y Direct Numerical Simulation (DNS), para predecir y analizar el comportamiento de los flujos turbulentos.
3. **Transferencia de Calor y Masa en Flujos Turbulentos:** Investigación sobre cómo la turbulencia afecta la transferencia de calor y masa en los flujos de fluidos y su impacto en los procesos de ingeniería química.
4. **Control de la Turbulencia:** Desarrollo de técnicas para reducir o controlar la turbulencia en flujos de fluidos, como la utilización de superficies rugosas, aditivos poliméricos y dispositivos de control activo.
5. **Interacción Turbulencia-Estructura:** Estudio de la interacción entre la turbulencia y las estructuras sólidas, como las paredes de los ductos y las aspas de las turbinas, y su impacto en la eficiencia y la durabilidad de los equipos.
6. **Turbulencia en Flujos Multifásicos:** Investigación sobre cómo la turbulencia afecta el comportamiento de flujos que involucran múltiples fases, como líquido-gas, líquido-sólido y gas-sólido.
7. **Dinámica de Fluidos Computacional (CFD):** Uso de simulaciones computacionales para analizar la turbulencia y su impacto en la dinámica de fluidos y los procesos de ingeniería química.

Referencias bibliográficas: [21]

## Visualización de fluidos

La visualización de fluidos es una herramienta esencial en la ingeniería química y la mecánica de fluidos para estudiar y analizar el comportamiento de los fluidos en movimiento. Los principales temas de investigación y aplicación en la visualización de fluidos incluyen:

1. **Técnicas Experimentales:** Uso de técnicas experimentales, como la trazabilidad de partículas, la anemometría de imagen de partículas (PIV) y la interferometría, para visualizar y analizar el movimiento de los fluidos en condiciones de laboratorio.
2. **Simulación Computacional:** Aplicación de herramientas de simulación computacional, como la dinámica de fluidos computacional (CFD), para visualizar y analizar el flujo de fluidos en entornos virtuales.
3. **Visualización de Flujos Multifásicos:** Estudio y visualización de flujos que involucran múltiples fases, como líquido-gas, líquido-sólido y gas-sólido, para comprender su comportamiento y optimizar los procesos de ingeniería química.
4. **Visualización de Fenómenos de Transporte:** Uso de técnicas de visualización para analizar la transferencia de calor y masa en los flujos de fluidos y su impacto en los procesos de ingeniería química.
5. **Visualización de Flujos No Newtonianos:** Estudio y visualización de flujos que involucran fluidos no newtonianos, como polímeros, suspensiones y emulsiones, para comprender su comportamiento y optimizar los procesos de ingeniería química.
6. **Visualización de la Turbulencia:** Uso de técnicas de visualización para analizar el comportamiento de los flujos turbulentos y su impacto en la dinámica de fluidos y los procesos de ingeniería química.
7. **Visualización de la Hidrodinámica de Reactores:** Aplicación de técnicas de visualización para analizar la hidrodinámica en los reactores químicos y su impacto en la eficiencia y la calidad de los productos.

Referencias bibliográficas: [17]





# Bibliografía

- [1] D. J. Acheson. *Elementary Fluid Dynamics*. Oxford University Press, 1990.
- [2] J. D. Anderson. *Modern Compressible Flow: With Historical Perspective*. McGraw-Hill Education, 3rd edition, 2016.
- [3] J.D. Anderson. *Fundamentos de Aerodinámica*. McGraw-Hill Education, 6th edition, 2016.
- [4] John D. Anderson. *Fundamentals of Aerodynamics*. McGraw-Hill, 1995.
- [5] George K. Batchelor. *An Introduction to Fluid Dynamics*. Cambridge University Press, 2000.
- [6] J. Bear. *Dynamics of Fluids in Porous Media*. Dover Publications, 2018.
- [7] R. Byron Bird, Warren E. Stewart, and Edwin N. Lightfoot. *Transport Phenomena*. John Wiley & Sons, 2007.
- [8] Yunus A. Cengel and John M. Cimbala. *Fluid Mechanics: Fundamentals and Applications*. McGraw-Hill, 2006.
- [9] V. T. Chow. *Open-Channel Hydraulics*. McGraw-Hill Education, 1959.
- [10] S. L. Dixon and C. A. Hall. *Fluid Mechanics and Thermodynamics of Turbomachinery*. Butterworth-Heinemann, 7th edition, 2014.
- [11] P. G. Drazin and W. H. Reid. *Hydrodynamic Stability*. Cambridge University Press, 2004.
- [12] Robert W. Fox, Alan T. McDonald, and Philip J. Pritchard. *Introduction to Fluid Mechanics*. John Wiley & Sons, 2011.
- [13] A. J. Ghajar and S. M. Bhagwat. *Heat and Mass Transfer in Gas-Liquid and Gas-Particle Suspensions*. Springer, 2014.
- [14] Guillermo Hauke. *An Introduction to Fluid Mechanics and Transport Phenomena*. Springer, Dordrecht, Netherlands, 2008.
- [15] D. Kunii and O. Levenspiel. *Fluidization Engineering*. Butterworth-Heinemann, 2nd edition, 1991.

- [16] C. W. Macosko. *Rheology: Principles, Measurements, and Applications*. Wiley-VCH, 1994.
- [17] W. Merzkirch. *Flow Visualization: Techniques and Examples*. Academic Press, 2nd edition, 2012.
- [18] R. W. Miller and J. C. Miller. *Flow Measurement Engineering Handbook*. McGraw-Hill Education, 2014.
- [19] Bruce R. Munson, Donald F. Young, Theodore H. Okiishi, and Wade W. Huebsch. *Fundamentals of Fluid Mechanics*. Wiley, 2012.
- [20] Ronald L. Panton. *Incompressible Flow*. Wiley, 2013.
- [21] S. B. Pope. *Turbulent Flows*. Cambridge University Press, 2000.
- [22] Hermann Schlichting and Klaus Gersten. *Boundary-Layer Theory*. Springer-Verlag, 2000.
- [23] J. D. Seader, E. J. Henley, and D. K. Roper. *Separation Process Principles*. Wiley, 4th edition, 2016.
- [24] P. N. Shankar. *Fluid Mechanics*. Elsevier, 2016.
- [25] P. K. Swamee and A. K. Sharma. *Design of Water Supply Pipe Networks*. Wiley-Interscience, 2008.
- [26] K. S. Thorne. *Black Holes and Time Warps: Einstein's Outrageous Legacy*. W. W. Norton & Company, 1994.
- [27] G. Towler and R. Sinnott. *Chemical Engineering Design: Principles, Practice and Economics of Plant and Process Design*. Butterworth-Heinemann, 2nd edition, 2012.
- [28] S. R. Turns. *An Introduction to Combustion: Concepts and Applications*. McGraw-Hill Education, 3rd edition, 2011.
- [29] G. K. Vallis. *Atmospheric and Oceanic Fluid Dynamics: Fundamentals and Large-Scale Circulation*. Cambridge University Press, 2017.
- [30] Cees Van der Wel, Carlos B. Da Silva, and Sebastien Kruger. *Fluid Mechanics*. CRC Press, 2015.
- [31] H. K. Versteeg and W. Malalasekera. *An Introduction to Computational Fluid Dynamics: The Finite Volume Method*. Pearson Education Limited, 2nd edition, 2007.
- [32] Frank M. White. *Fluid Mechanics*. McGraw-Hill, 2011.

# Apéndice A

## Repaso álgebra vectorial

### ¿Qué me recomiendas saber sobre álgebra vectorial para mecánica de fluidos?

El álgebra vectorial es una herramienta esencial en el estudio de la mecánica de fluidos en ingeniería química. Aquí hay algunos conceptos y operaciones clave que deberías comprender para aplicar adecuadamente el álgebra vectorial en este campo:

#### 1. Conceptos Básicos de Vectores:

- **Magnitud y Dirección:** Un vector tiene tanto magnitud (o tamaño) como dirección.
- **Componentes del Vector:** Un vector puede descomponerse en sus componentes en diferentes ejes (usualmente  $x$ ,  $y$  y  $z$  en el espacio tridimensional).

#### 2. Operaciones con Vectores:

- **Suma y Resta:** Se pueden sumar y restar componentes correspondientes para obtener el vector resultante.
- **Producto Escalar (o Producto Punto):** Es el producto de las magnitudes de dos vectores y el coseno del ángulo entre ellos. Resulta en un valor escalar.
- **Producto Vectorial (o Producto Cruz):** El resultado es un vector que es perpendicular a los dos vectores originales. La magnitud del vector resultante es igual al producto de las magnitudes de los dos vectores y el seno del ángulo entre ellos.

3. **Gradiente:** Mide la tasa de variación de una función escalar en relación con la posición. Resulta en un vector que apunta en la dirección de máximo crecimiento de la función escalar.

4. **Divergencia:** Mide la tasa de cambio del volumen de un fluido en un punto en particular. Si la divergencia es positiva, el fluido se está expandiendo en ese punto. Si es negativa, el fluido se está comprimiendo.
5. **Rotacional (Curl):** Mide la tasa de rotación de un fluido en un punto específico. Si el rotacional es cero en un punto, significa que el fluido no está rotando en ese punto.
6. **Laplaciano:** Es el gradiente de la divergencia de un campo vectorial. Es un operador diferencial que juega un papel importante en la mecánica de fluidos y la ecuación de Laplace.
7. **Ecuaciones Diferenciales Vectoriales:** Muchos de los principios fundamentales en mecánica de fluidos, como la ecuación de continuidad o las ecuaciones de Navier-Stokes, están formuladas en términos de ecuaciones diferenciales vectoriales.

## ¿Puedes mostrar un ejemplo para cada caso anterior?

### 1. Conceptos Básicos de Vectores:

#### – Magnitud y Dirección:

Ejemplo: Para el vector  $\mathbf{v} = \begin{bmatrix} 3 \\ 4 \end{bmatrix}$ , su magnitud es:

$$\|\mathbf{v}\| = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5$$

Su dirección, en el plano  $xy$ , es el ángulo cuya tangente es  $\tan^{-1}\left(\frac{4}{3}\right)$ .

#### – Componentes del Vector:

Ejemplo: El vector  $\mathbf{v} = \begin{bmatrix} 3 \\ 4 \end{bmatrix}$  tiene componentes  $v_x = 3$  y  $v_y = 4$  en los ejes  $x$  e  $y$ , respectivamente.

### 2. Operaciones con Vectores:

#### – Suma y Resta:

Ejemplo:  $\mathbf{a} = \begin{bmatrix} 2 \\ 3 \end{bmatrix}$  y  $\mathbf{b} = \begin{bmatrix} 1 \\ 4 \end{bmatrix}$ .

$$\mathbf{a} + \mathbf{b} = \begin{bmatrix} 2 + 1 \\ 3 + 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 \\ 7 \end{bmatrix}$$

– **Producto Escalar:**

$$\text{Ejemplo: } \mathbf{a} = \begin{bmatrix} 2 \\ 3 \end{bmatrix}, \mathbf{b} = \begin{bmatrix} 1 \\ 4 \end{bmatrix}.$$

$$\mathbf{a} \cdot \mathbf{b} = 2 \times 1 + 3 \times 4 = 14$$

– **Producto Vectorial:**

$$\text{Ejemplo: } \mathbf{a} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \mathbf{b} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}.$$

$$\mathbf{a} \times \mathbf{b} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

**3. Gradiente:**

Ejemplo: Sea  $f(x, y) = x^2 + y^2$ . El gradiente de  $f$ , denotado como  $\nabla f$ , es:

$$\nabla f = \begin{bmatrix} 2x \\ 2y \end{bmatrix}$$

**4. Divergencia:**

Ejemplo: Para el campo vectorial  $\mathbf{F} = \begin{bmatrix} x^2 \\ y^2 \end{bmatrix}$ , la divergencia,  $\nabla \cdot \mathbf{F}$ , es:

$$\nabla \cdot \mathbf{F} = \frac{\partial x^2}{\partial x} + \frac{\partial y^2}{\partial y} = 2x + 2y$$

**5. Rotacional:**

Ejemplo: Si  $\mathbf{F} = \begin{bmatrix} y \\ -x \\ z \end{bmatrix}$ , el rotacional de  $\mathbf{F}$ ,  $\nabla \times \mathbf{F}$ , es:

$$\nabla \times \mathbf{F} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

### 6. Laplaciano:

Ejemplo: Para la función  $f(x, y) = x^2 + y^2$ , el Laplaciano de  $f$ ,  $\nabla^2 f$ , es:

$$\nabla^2 f = \frac{\partial^2 f}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 f}{\partial y^2} = 2 + 2 = 4$$

### 7. Ecuaciones Diferenciales Vectoriales:

Ejemplo: La ecuación de continuidad para un fluido incompresible es:

$$\nabla \cdot \mathbf{v} = 0$$

donde  $\mathbf{v}$  es el campo de velocidad del fluido.

## ¿Cómo se llama el operador que tiene forma de triángulo con el pico hacia abajo? ¿Qué aspecto tiene en coordenadas cartesianas?

El operador que tiene forma de triángulo con el pico hacia abajo se llama "nabla" se representa con el símbolo  $\nabla$ . En el contexto de cálculo vectorial, se utiliza para representar operadores diferenciales como el gradiente, la divergencia y el rotacional.

En coordenadas cartesianas, el operador  $\nabla$  tiene el siguiente aspecto:

$$\nabla = \left( \frac{\partial}{\partial x}, \frac{\partial}{\partial y}, \frac{\partial}{\partial z} \right)$$

Donde:  $\frac{\partial}{\partial x}$  es la derivada parcial con respecto a  $x$ .  $\frac{\partial}{\partial y}$  es la derivada parcial con respecto a  $y$ .  $\frac{\partial}{\partial z}$  es la derivada parcial con respecto a  $z$ .

Usando el operador  $\nabla$ , podemos definir: - \*\*Gradiente\*\* de una función escalar  $f(x, y, z)$ :

$$\nabla f = \left( \frac{\partial f}{\partial x}, \frac{\partial f}{\partial y}, \frac{\partial f}{\partial z} \right)$$

- **Divergencia** de un campo vectorial  $\mathbf{F} = (F_x, F_y, F_z)$ :

$$\nabla \cdot \mathbf{F} = \frac{\partial F_x}{\partial x} + \frac{\partial F_y}{\partial y} + \frac{\partial F_z}{\partial z}$$

- **Rotacional** de un campo vectorial  $\mathbf{F} = (F_x, F_y, F_z)$ :

$$\nabla \times \mathbf{F} = \left( \frac{\partial F_z}{\partial y} - \frac{\partial F_y}{\partial z}, \frac{\partial F_x}{\partial z} - \frac{\partial F_z}{\partial x}, \frac{\partial F_y}{\partial x} - \frac{\partial F_x}{\partial y} \right)$$

## Y nabra cuadrado: ¿tiene nombre?

Sí, el operador  $\nabla^2$  se llama "Laplaciano". Es un operador diferencial que actúa sobre funciones escalares y campos vectoriales. Se define como la divergencia del gradiente de una función escalar o, de manera equivalente, como el operador  $\nabla \cdot \nabla$  aplicado a una función.

En coordenadas cartesianas tridimensionales, el Laplaciano de una función escalar  $f(x, y, z)$  se da por:

$$\nabla^2 f = \frac{\partial^2 f}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 f}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 f}{\partial z^2}$$

El Laplaciano es ampliamente usado en la física y las matemáticas, en particular en problemas de difusión, ondas y flujo de potencial.

## ¿Qué diferencia hay entre el operador gradiente, la divergencia y el rotacional?

### 1. Gradiente ( $\nabla f$ ):

- **Definición:** El gradiente de una función escalar  $f$  con respecto a las coordenadas espaciales da un vector que apunta en la dirección de máximo crecimiento de  $f$  y cuya magnitud es la tasa de cambio máxima.
- **Expresión en coordenadas cartesianas:**

$$\nabla f = \left( \frac{\partial f}{\partial x}, \frac{\partial f}{\partial y}, \frac{\partial f}{\partial z} \right)$$

- **Interpretación:** El gradiente muestra cómo cambia la función  $f$  en el espacio. Es la "pendiente" generalizada para funciones en múltiples dimensiones.

### 2. Divergencia ( $\nabla \cdot \mathbf{F}$ ):

- **Definición:** La divergencia de un campo vectorial  $\mathbf{F}$  en un punto es una medida escalar de cuánto "fluye" el campo hacia fuera o hacia dentro de una región infinitesimal alrededor de ese punto.

- **Expresión en coordenadas cartesianas:**

$$\nabla \cdot \mathbf{F} = \frac{\partial F_x}{\partial x} + \frac{\partial F_y}{\partial y} + \frac{\partial F_z}{\partial z}$$

- **Interpretación:** Si la divergencia es positiva en un punto, el campo está "divergiendo." "expandiéndose" desde ese punto. Si es negativa, el campo está "convergiendo." "comprimiéndose" hacia ese punto. Una divergencia de cero indica un campo incompresible en ese punto.

### 3. Rotacional ( $\nabla \times \mathbf{F}$ ):

- **Definición:** El rotacional de un campo vectorial  $\mathbf{F}$  es un vector que mide la tendencia del campo a rotar. "alrededor de un punto."
- **Expresión en coordenadas cartesianas:**

$$\nabla \times \mathbf{F} = \left( \frac{\partial F_z}{\partial y} - \frac{\partial F_y}{\partial z}, \frac{\partial F_x}{\partial z} - \frac{\partial F_z}{\partial x}, \frac{\partial F_y}{\partial x} - \frac{\partial F_x}{\partial y} \right)$$

- **Interpretación:** Si el rotacional es cero en un punto, el campo es irrotacional en ese punto, es decir, no hay "vórtices." "rotaciones" locales alrededor del punto. Si es diferente de cero, indica una tendencia del campo a girar alrededor del punto.

En resumen:

- El **gradiente** actúa sobre funciones escalares y produce un campo vectorial.
- La **divergencia** actúa sobre campos vectoriales y produce una función escalar.
- El **rotacional** actúa sobre campos vectoriales y produce otro campo vectorial.

## ¿Qué diferencia hay entre el sistema de coordenadas cartesiano y el sistema de coordenadas cilíndrico?

### 1. Definición y Componentes:

- **Cartesiano:**
  - \* Es un sistema de coordenadas ortogonal.
  - \* Utiliza tres ejes perpendiculares entre sí:  $x$ ,  $y$  y  $z$ .
  - \* Un punto en el espacio se describe con un trío de coordenadas  $(x, y, z)$ .
- **Cilíndrico:**



- \* Combina elementos de los sistemas de coordenadas cartesianas y polares.
- \* Utiliza tres coordenadas:  $r$ ,  $\phi$ , y  $z$ .
- \*  $r$ : distancia radial desde el eje  $z$  (similar a las coordenadas polares).
- \*  $\phi$ : ángulo con respecto al eje  $x$  (ángulo polar).
- \*  $z$ : altura sobre el plano  $xy$  (igual que en el sistema cartesiano).

## 2. Transformación:

Relacionando las coordenadas cilíndricas  $(r, \phi, z)$  con las cartesianas  $(x, y, z)$ :

$$x = r \cos(\phi)$$

$$y = r \sin(\phi)$$

$$z = z \text{ (sin cambio)}$$

## 3. Uso:

### – Cartesiano:

- \* Es ideal para situaciones en las que las propiedades del sistema son homogéneas en todas las direcciones, o cuando los límites del sistema son rectangulares.
- \* Es el sistema estándar enseñado en la mayoría de los cursos iniciales de matemáticas y física.

### – Cilíndrico:

- \* Es particularmente útil para problemas que presentan simetría cilíndrica, como el flujo alrededor de un cilindro o campos eléctricos de alambres de largo infinito.
- \* Es común en problemas de mecánica de fluidos, electromagnetismo y otras áreas donde esta simetría es relevante.

## 4. Diferenciación y Integración:

### – Cartesiano:

- \* Las derivadas y las integrales se toman con respecto a  $x$ ,  $y$ , o  $z$ .
- \* Los elementos diferenciales de volumen, área y longitud son  $dx$ ,  $dy$ ,  $dz$ , y sus combinaciones.

### – Cilíndrico:

- \* Las derivadas y las integrales se toman con respecto a  $r$ ,  $\phi$ , o  $z$ .
- \* El elemento diferencial de volumen es  $r dr d\phi dz$ . Los elementos diferenciales de área y longitud son distintos y varían según la orientación del área o longitud en el espacio.

En resumen, mientras que el sistema cartesiano es generalmente más sencillo y ampliamente utilizado, el sistema cilíndrico ofrece ventajas específicas para ciertos problemas con simetría cilíndrica, lo que puede simplificar los cálculos y la interpretación de resultados. Es esencial conocer ambos sistemas y ser capaz de cambiar entre ellos según lo requiera el problema en cuestión.

## Ponme un ejemplo de sistemas cilíndricos

¡Claro! Vamos a considerar un ejemplo práctico relacionado con la mecánica de fluidos, dado que mencionaste anteriormente tu interés en ingeniería química.

### Flujo laminar en un tubo cilíndrico

Supongamos que tienes un tubo cilíndrico largo (de radio  $R$ ) por el cual fluye un líquido. Estamos interesados en determinar cómo varía la velocidad del fluido en función del radio, especialmente en un régimen laminar.

En flujo laminar en un tubo, la velocidad del fluido es máxima en el centro y disminuye a medida que nos acercamos a las paredes del tubo, hasta llegar a cero en la pared debido a la adherencia del fluido.

El perfil de velocidad en un flujo laminar en un tubo (ley de Poiseuille) está dado por:

$$v(r) = \frac{1}{4\mu} (\Delta P) (R^2 - r^2)$$

Donde: -  $v(r)$  es la velocidad del fluido a una distancia  $r$  del centro del tubo. -  $\mu$  es la viscosidad del fluido. -  $\Delta P$  es la caída de presión a lo largo de una longitud dada del tubo. -  $R$  es el radio del tubo. -  $r$  es la distancia desde el centro del tubo, y  $0 \leq r \leq R$ .

En este ejemplo, usamos coordenadas cilíndricas porque la propiedad que queremos estudiar (la velocidad del fluido) varía con  $r$ , la distancia radial desde el centro del tubo, y no directamente con las coordenadas cartesianas  $x$  y  $y$ . Aquí,  $r$  y  $R$  son componentes del sistema de coordenadas cilíndricas y representan la naturaleza cilíndrica del problema.

Este es un caso clásico en mecánica de fluidos y demuestra la utilidad de las coordenadas cilíndricas en problemas que tienen simetría cilíndrica.

## Apéndice B

# Gazapos de la IA

En este capítulo se van a mostrar fragmentos de ChatGPT donde hay fallos garrafales. Se deja al lector para que encuentre por sí mismo las "alucinaciones" de ChatGPT.

### Cinemática

#### Líneas de corriente

Son líneas tangentes al vector de velocidad en cada punto, lo que significa que un elemento fluido siempre se moverá a lo largo de una línea de corriente.

Solución: C

### Fluidostática

#### Ecuación fundamental de la fluidostática

Cuando un fluido está en equilibrio y no hay movimientos internos (estático), la variación de presión se debe principalmente a la acción de la gravedad y a las diferencias de altura en el fluido. En este caso, la ecuación que describe el cambio de presión con la profundidad en un fluido incompresible es la ecuación hidrostática, que está dada por:

$$\frac{dp}{dz} = -\rho g \quad (\text{B.1})$$

Donde:

- $\frac{dp}{dz}$  es el gradiente de presión en la dirección vertical  $z$ .
- $\rho$  es la densidad del fluido (asumida constante si el fluido es incompresible).

- $g$  es la aceleración debida a la gravedad.
- El eje  $z$  está orientado en sentido opuesto a la gravedad.

Solución: C

### Fuerza sobre una compuerta sumergida

Por supuesto, este es un problema clásico en mecánica de fluidos. Consideremos una compuerta rectangular de ancho  $b$  (perpendicular a la pantalla) y altura  $h$  sumergida en agua a una profundidad  $H$  desde la superficie libre del líquido hasta el borde superior de la compuerta. La compuerta está inclinada un ángulo  $\alpha$  con respecto a la superficie libre del agua.

Para determinar la fuerza total  $F$  que el agua ejerce sobre la compuerta, primero consideramos la fuerza diferencial  $dF$  debida a una tira diferencial  $dy$  de la compuerta a una profundidad  $y$  desde la superficie libre:

$$dF = \rho g y b dy \quad (\text{B.2})$$

Aquí,  $\rho$  es la densidad del agua y  $g$  es la aceleración debido a la gravedad.

Para encontrar la fuerza total  $F$  sobre toda la compuerta, integramos  $dF$  desde  $y = H$  (parte superior de la compuerta) hasta  $y = H + h \cos(\alpha)$  (parte inferior de la compuerta, teniendo en cuenta la inclinación):

$$F = \int_H^{H+h \cos(\alpha)} \rho g y b dy \quad (\text{B.3})$$

Resolviendo la integral:

$$F = \rho g b \left[ \frac{y^2}{2} \right]_H^{H+h \cos(\alpha)} \quad (\text{B.4})$$

$$F = \rho g b \left( \frac{(H + h \cos(\alpha))^2}{2} - \frac{H^2}{2} \right) \quad (\text{B.5})$$

Solución: C

### Manómetro en U

#### Problema:

Un manómetro en U contiene agua y mercurio. Un extremo del manómetro se conecta a un tanque de gas a presión, y el otro extremo está abierto a la atmósfera. El gas en el tanque empuja el agua hacia abajo en el brazo conectado y, debido a esto, el mercurio en el otro brazo se eleva. Si la diferencia de altura entre las columnas de mercurio en los dos brazos es de  $h = 40$  cm y la altura desde la

interfaz agua-mercurio hasta el nivel de mercurio en el brazo conectado al gas es de  $H = 60$  cm, ¿cuál es la presión absoluta del gas en el tanque? Las densidades son:  $\rho_{agua} = 1000$  kg/m<sup>3</sup> y  $\rho_{Hg} = 13600$  kg/m<sup>3</sup>. Considera la presión atmosférica  $p_{atm} = 101325$  Pa.

**Resolución:**

Para determinar la presión del gas, debemos considerar la presión debida a las columnas de líquido en el manómetro.

1. Presión debida a la columna de mercurio de altura  $h$ :

$$p_{Hg} = \rho_{Hg} \cdot g \cdot h \quad (\text{B.6})$$

2. Presión debida a la columna de agua de altura  $H$ :

$$p_{agua} = \rho_{agua} \cdot g \cdot H \quad (\text{B.7})$$

Dado que el brazo del manómetro conectado al tanque está a una presión más alta que el brazo abierto a la atmósfera (por  $p_{Hg} + p_{agua}$ ), la presión en el tanque es:

$$p_{gas} = p_{atm} + p_{Hg} + p_{agua} \quad (\text{B.8})$$

Solución: C

## Ecuaciones integrales

### Volumen fluido

- Representa una cantidad infinitesimalmente pequeña de fluido. Es un volumen diferencial que contiene una cantidad específica de fluido y se mueve con él.
- El volumen fluido sigue una trayectoria específica en el espacio y el tiempo debido al movimiento del fluido, que es conocida como línea de trayectoria.
- Se usa el concepto de volumen fluido cuando se quiere rastrear una pequeña cantidad de fluido a medida que se mueve a través de un campo de flujo.

Solución: C

### Conservación de masa estacionaria

Un ejemplo clásico estacionario en la mecánica de fluidos es el flujo a través de una tobera que se ensancha o contrae. Consideremos una tobera con una entrada, una salida y paredes sólidas, y supongamos que hay un flujo estacionario, lo que significa que no hay cambio en la masa dentro del volumen de control con respecto al tiempo.

1. **Entrada:** En la entrada de la tobera, el fluido fluye hacia el interior del volumen de control. La ingestión de masa en la entrada es positiva y se calcula mediante la integral de superficie:

$$\int_{\text{entrada}} \rho \mathbf{v} \cdot \mathbf{n} dS \quad (\text{B.9})$$

donde  $\mathbf{v}$  es la velocidad del fluido y  $\mathbf{n}$  es el vector normal a la superficie apuntando hacia fuera del volumen de control.

2. **Salida:** En la salida de la tobera, el fluido sale del volumen de control. La ingestión de masa en la salida es negativa y se calcula de manera similar:

$$\int_{\text{salida}} \rho \mathbf{v} \cdot \mathbf{n} dS \quad (\text{B.10})$$

3. **Paredes:** En las paredes sólidas de la tobera, no hay flujo a través de la superficie, por lo que la ingestión de masa en las paredes es cero:

$$\int_{\text{paredes}} \rho \mathbf{v} \cdot \mathbf{n} dS = 0 \quad (\text{B.11})$$

La ecuación integral de conservación de masa para este sistema estacionario se reduce a:

$$\int_{\text{entrada}} \rho \mathbf{v} \cdot \mathbf{n} dS - \int_{\text{salida}} \rho \mathbf{v} \cdot \mathbf{n} dS = 0 \quad (\text{B.12})$$

Solución:C

### Ecuación de cantidad de movimiento

$$\begin{aligned} & \int_V \rho \mathbf{v} dV + \int_V \rho \mathbf{v} (\mathbf{v} \cdot \mathbf{n}) dA \\ & = \int_V \mathbf{f} dV + \int_S \boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{n} dA \end{aligned}$$

El término del lado izquierdo representa la tasa de cambio de cantidad de movimiento dentro del volumen de control y la tasa neta de flujo de cantidad de movimiento que sale del volumen de control.

Solución: C

## Análisis dimensional

### Número de Reynolds

Para la viscosidad  $\mu$ :

$$\Pi_2 = \frac{\mu U}{\rho D}$$

Este grupo es adimensional y se conoce como el número de Reynolds.

Solución: C

### Teorema Pi de Buckingham

Si un problema físico tiene  $n$  variables independientes y estas variables se pueden describir usando  $k$  dimensiones fundamentales (como longitud, tiempo, masa, etc.), entonces el problema puede ser descrito en términos de  $n - k$  grupos adimensionales independientes (grupos Pi).

Solución: C

### Semejanza dimensional

1. **Planteamiento del problema:** Supongamos que estamos diseñando un barco que tiene una longitud de 100 metros en realidad. Para estudiar su comportamiento hidrodinámico, creamos un modelo a escala 1:100 (es decir,  $L_r = 0,01$ ) para realizar pruebas en un túnel de agua.
2. **Semejanza Geométrica:** Dado que  $L_r = 0,01$ , las dimensiones del modelo a escala serán 1 metro de longitud, 0.1 metros de ancho, y 0.1 metros de altura, asumiendo que el barco real tiene un ancho y una altura de 10 metros cada uno.
3. **Semejanza Cinemática:** Establecemos una semejanza cinemática utilizando la misma relación de escala de  $L_r = 0,01$ . Si la velocidad del prototipo es de 10 m/s, entonces la velocidad del modelo a escala será de 0.1 m/s (es decir,  $V_r = 0,01$ ).

Solución: C

### Flujo viscoso unidireccional

**Muéstrame la ecuación de Navier-Stokes para un flujo viscoso, unidireccional, incompresible y de viscosidad constante, incluyendo fuerzas másicas.**

La ecuación de Navier-Stokes es una ecuación fundamental en la mecánica de fluidos que describe el comportamiento de los fluidos en movimiento. Para un

flujo viscoso, unidireccional, incompresible y de viscosidad constante, incluyendo fuerzas másicas, la ecuación de Navier-Stokes puede escribirse como:

$$\rho \left( \frac{\partial v}{\partial t} + v \frac{\partial v}{\partial x} \right) = -\frac{\partial P}{\partial x} + \mu \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \rho g$$

Solución: C

### Dependencia de la velocidad de las coordenadas espaciales

En el caso de un flujo unidireccional, la velocidad del fluido sólo tiene un componente en una dirección, por lo que la variación de la velocidad en esa dirección es cero. Esto significa que el término convectivo se reduce a cero.

Para demostrarlo, consideremos un flujo unidireccional en la dirección  $x$ , con velocidad  $v(x)$ , donde  $v$  sólo depende de la posición  $x$  y no de las coordenadas transversales  $y$  o  $z$ . En este caso, la velocidad no varía en las direcciones transversales, lo que significa que:

$$\frac{\partial v}{\partial y} = \frac{\partial v}{\partial z} = 0$$

Solución: C

### Condiciones de contorno para flujo de película delgada

En el flujo de película delgada, se aplica la condición de no deslizamiento en la superficie inclinada. Esto significa que la velocidad del fluido en la superficie es cero. Además, en la superficie libre de la película, la velocidad del fluido se supone que es igual a cero. Matemáticamente, se pueden expresar como:

$$v(z = 0) = 0$$

$$v(z = h) = 0$$

donde  $v$  es la velocidad del fluido,  $z$  es la coordenada vertical, y  $h$  es la profundidad de la película.

Solución: C

## Capa límite

### Muestra las ecuaciones de la capa límite viscosa estacionaria sobre una placa plana y sin gradiente de presión

La capa límite viscosa estacionaria en una placa plana con flujo paralelo y sin gradiente de presión puede ser descrita por un conjunto simplificado de las ecuaciones de Navier-Stokes, conocido como las ecuaciones de la capa límite. Para



este caso, consideramos un flujo en la dirección  $x$ , con la coordenada  $y$  normal a la placa. La componente de la velocidad en la dirección  $x$  es  $u$ , mientras que la componente de la velocidad en la dirección  $y$  es  $v$ . La ecuación de la capa límite para la componente  $u$  del flujo es:

$$\frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} = \nu \frac{\partial^2 u}{\partial y^2}$$

donde:

- $u$  y  $v$  son las componentes de la velocidad del fluido en las direcciones  $x$  y  $y$ , respectivamente.
- $\nu$  es la viscosidad cinemática del fluido.

Solución: C

### Transición a capa límite turbulenta

Primero calculamos el número de Reynolds en el borde de salida de la placa:

$$Re_L = \frac{UL}{\nu} = \frac{10 \times 1}{1,5 \times 10^{-5}} = 666667 \quad (\text{B.13})$$

Dado que  $Re_L$  es menor que el valor crítico de alrededor de 500,000, asumiremos que el flujo es laminar en toda la placa.

Solución: C



## Apéndice C

# Solución a los gazapos

### Líneas de corriente

Línea de corriente y trayectoria sólo coinciden en un caso estacionario.

### Ecuación fundamental de la fluidostática

La ecuación mostrada no requiere que la densidad sea constante y se denomina *ecuación fundamental de la fluidostática*.

### Fuerza sobre una compuerta sumergida

El resultado es incorrecto. A continuación se muestran los errores:

- El eje  $y$  se debe tomar paralelo a la superficie de la compuerta. De esta forma, el diferencial de superficie se puede escribir  $dS = bdy$ . ChatGPT lo ha tomado vertical y hacia abajo.
- En la integral de la fuerza, el segundo punto indicado por la IA es  $H + h \cos(\alpha)$ . Sin embargo, debería ser  $H + h \sin(\alpha)$ .
- La IA ha llamado  $h$  a la longitud de la compuerta; es decir,  $h$  se mide en diagonal. Esto puede dar lugar a confusión porque la letra  $h$  se suele usar para profundidad  $y$ , por tanto, en dirección vertical hacia abajo.

Se puede ver el cálculo correcto en el correspondiente apartado del libro.

### Manómetro en U

La presión del agua debería restarse porque nos movemos hacia arriba en el manómetro hacia el tanque. La IA también se ha equivocado en la multiplicación

(no mostrada) para calcular la presión del mercurio. Daba un orden de magnitud menor.

## Volumen fluido

- El volumen fluido (VF) no tiene por qué ser infinitesimal.
- Si el VF no es infinitesimal, no tiene mucho sentido hablar de su trayectoria.

## Conservación de masa estacionaria

- En la entrada, la ingestión es negativa porque los vectores  $\mathbf{v}$  y  $\mathbf{n}$  son opuestos. Recuerda que el normal es exterior al volumen de control.
- En la salida ocurre lo contrario.
- La ecuación integral no debería tener signo negativo entre los dos términos. El signo está dentro de cada término.

## Ecuación de cantidad de movimiento

La IA se ha olvidado de poner en el término transitorio (primer término del miembro izquierdo) la derivada respecto del tiempo  $d/dt$ .

## Número de Reynolds

En realidad, el número de Reynolds es:

$$Re = \frac{\rho U D}{\mu}$$

## Teorema Pi de Buckingham

Hay varios fallos:

- $n$  variables independientes: el término *independientes* es un poco ambiguo. Es mejor hablar de  $n$  variables dimensionales que tienen cierta relación funcional.
- El valor de  $k$  no viene dado por las *dimensiones fundamentales* sino por el rango de la matriz de dimensiones.

## Semejanza dimensional

Es erróneo decir que las velocidades entre prototipo y modelo se escalan igual que las escalas geométricas. La *escala de velocidades* vendrá dada por la igualación de números adimensionales. P.ej. el número de Reynolds.

## Muéstrame la ecuación de Navier-Stokes para un flujo viscoso, unidireccional, incompresible y de viscosidad constante, incluyendo fuerzas másicas.

Los fallos son:

- El término convectivo (segundo término del miembro izquierdo) es idénticamente nulo.
- En el término viscoso, no hay derivada respecto de  $x$ , ya que  $u = u(y, z, t)$ .
- En el término viscoso faltan las dos derivadas segundas respecto a  $y$  y a  $z$ .

## Dependencia de la velocidad de las coordenadas espaciales

Lo que dice la IA no tiene ni pies ni cabeza:

- Supongamos un flujo unidireccional cuya única componente no nula es  $u$ , la componente del eje  $x$ . En ese caso, se puede demostrar que  $u = u(y, z, t)$ . Por tanto, esta velocidad no depende del eje  $x$ .
- La velocidad  $u$  sí que puede cambiar con respecto a las direcciones transversales  $y$  y  $z$ .

## Condiciones de contorno para flujo de película delgada

La condición de superficie libre está mal escrita. Debería ser:

$$\frac{\partial v}{\partial z}(z = h) = 0$$

## Muestra las ecuaciones de la capa límite viscosa estacionaria sobre una placa plana y sin gradiente de presión

Falta la  $u$  multiplicando al primer término del miembro izquierdo.

### **Transición a capa límite turbulenta**

En realidad, el número de Reynolds es mayor que 500000. Por tanto, deberían usarse las expresiones de capa límite turbulenta.