



**Universidad**  
Zaragoza

## Trabajo Fin de Máster

Análisis paramétrico mediante el método de  
elementos finitos en dos dimensiones de una  
máquina síncrona de excitación híbrida

Autor

Carlos Enrique Imbaquingo Muñoz

Director/es

Jesús Letosa Fleta  
Antonio Usón Sardaña

Escuela de Ingeniería y Arquitectura  
2013



# Análisis paramétrico mediante el método de elementos finitos en dos dimensiones de una máquina síncrona de excitación híbrida

---

## Resumen

Una máquina síncrona de excitación híbrida (HESM) está constituida por rotor de imanes permanentes y bobinado de campo, en donde las funciones características de cada componente son proporcionar una alta densidad energética y regular el campo magnético en el entrehierro respectivamente. En el presente documento se detalla el funcionamiento de este tipo de máquina, utilizando el diseño de [1].

Para comprender el funcionamiento y propiedades de la HESM, se utiliza un programa computacional de elementos finitos, FEMM 2D; cuyo método de análisis es revisado rápidamente para poder emplear esta herramienta.

Desarrollo un programa capaz de diseñar un modelo de HESM con flujo Tangencial / Radial. La configuración de los imanes permanentes y bobinado de campo en el rotor de esta máquina permiten fácilmente identificar la interacción de estas dos fuentes de campo magnético. A través del programa se parametrizan las dimensiones, materiales y excitaciones con el fin de conseguir una máquina de 380V y 1.5 kW.

Estudio el efecto de la reacción de inducido sobre esta máquina para los tres tipos de factor de potencia. Finalmente, calculo la reactancia síncrona de la máquina que proporciona información del impacto de la reacción de inducido sobre ella.

---



# Índice

---

<b>1. INTRODUCCIÓN .....</b>	<b>1</b>
<b>2. ANÁLISIS DE ELEMENTOS FINITOS Y ESTRUCTURA DE UNA T/R HESM. ....</b>	<b>2</b>
2.1.    MÉTODO DE ELEMENTOS FINITOS (MEF).....	2
2.2.    ESTRUCTURA Y FUNCIONAMIENTO DE UNA T/R HESM .....	4
<b>3. SIMULACIÓN DE UNA T/R HESM MEDIANTE EL MEF .....</b>	<b>8</b>
3.1.    DISEÑO DE UNA T/R HESM .....	8
3.2.    DESARROLLO DEL PROGRAMA DE PARAMETRIZACIÓN .....	10
3.2.1. <i>Geometría</i> .....	10
3.2.2. <i>Materiales y Excitación de Campo</i> .....	12
3.2.3. <i>Tipo de Bobinado en el Estator</i> .....	12
3.2.4. <i>Determinación del Modelo Idóneo, Análisis Paramétrico</i> .....	16
<b>4. RESULTADOS DEL MODELO DE UNA T/R HESM.....</b>	<b>23</b>
4.1.    ANÁLISIS EN VACÍO.....	23
4.2.    ANÁLISIS CON CARGA .....	27
4.2.1. <i>Carga Resistiva</i> .....	30
4.2.2. <i>Carga Inductiva</i> .....	33
4.2.3. <i>Carga Capacitiva</i> .....	35
<b>5. CÁLCULO DE LA REACTANCIA SÍNCRONA.....</b>	<b>37</b>
5.1.    PROPUESTA DE CÁLCULO DE LA INDUCTANCIA SÍNCRONA .....	39
<b>6. CONCLUSIONES Y FUTURO TRABAJO .....</b>	<b>41</b>
<b>7. REFERENCIAS .....</b>	<b>42</b>
<b>ANEXOS .....</b>	<b>45</b>
A.    CÓDIGO FUENTE .....	45
A.1. <i>Presentación de la Interfaz</i> .....	45
A.2. <i>Interfaz Gráfica</i> .....	46
A.3. <i>Archivo Central</i> .....	52
A.4. <i>Rutina del Rotor</i> .....	56
A.5. <i>Rutina del Estator</i> .....	59
A.6. <i>Rutina del Etiquetado</i> .....	61
A.7. <i>Rutina del Bobinado Inducido</i> .....	72
B.    CÁLCULO DEL VALOR EFICAZ DE LA FEM PARA UNA ONDA TRAPEZOIDAL .....	74

## Índice de Figuras

FIGURA 2.1 SECCIÓN TRANSVERSAL DE UN CONDUCTOR DE COBRE .....	3
FIGURA 2.2 ESTRUCTURA DE UNA T/R HESM.....	5
FIGURA 2.3 FLUJO CONCENTRADO Y TANGENCIAL .....	6
FIGURA 2.4 FLUJO RADIAL DE UNA T/R HESM [1]. .....	6
FIGURA 3.1 PARTES DEL POLO DE UNA T/R HESM.....	8
FIGURA 3.2 VISTA FRONTAL DE UNA T/R HESM.....	9
FIGURA 3.3 MALLADO DEL MODELO.....	10
FIGURA 3.4 DIMENSIONES ANGULARES DEL ROTOR .....	11
FIGURA 3.5 BOBINADO CONCÉNTRICO DE POLOS CONSECUTIVOS .....	13
FIGURA 3.6 DIAGRAMA DE FLUJO PARA EL DISEÑO DE UNA T/R HESM .....	14
FIGURA 3.7 VISTA DE LA INTERFAZ GRÁFICA.....	16
FIGURA 3.8 DENSIDAD DEL FLUJO MAGNÉTICO DEL ENTREHIERRO EN MODO EESM [1].....	17
FIGURA 3.9 VOLTAJE EN FUNCIÓN DE LA CARGA [1] .....	17
FIGURA 3.10 VOLTAJE EN FUNCIÓN DE LA CORRIENTE DE EXCITACIÓN [1] .....	18
FIGURA 3.11 MOVIMIENTO ANGULAR DEL ROTOR.....	21
FIGURA 3.12 FORMA DE ONDA DEL VOLTAJE INDUCIDO .....	22
FIGURA 4.1 DENSIDAD DE CAMPO MAGNÉTICO EN EL ENTREHIERRO, ANÁLISIS EN VACÍO. ....	24
FIGURA 4.2 EXPANSIÓN POLAR .....	24
FIGURA 4.3 DENSIDAD DEL FLUJO MAGNÉTICO EN EL ENTREHIERRO, ANÁLISIS EN VACÍO CON ROTOR MODIFICADO .....	25
FIGURA 4.4 VOLTAJE DE FASE INDUCIDO EN VACÍO.....	25
FIGURA 4.5 VOLTAJE DE LÍNEA INDUCIDO EN VACÍO.....	26
FIGURA 4.6 VOLTAJE INDUCIDO (SIN CARGA) CON RESPECTO A LA CORRIENTE DE CAMPO .....	27
FIGURA 4.7 CIRCUITO EQUIVALENTE DE LA MÁQUINA SÍNCRONA.....	28
FIGURA 4.8 POSICIÓN DEL ROTOR PARA EL INICIO DEL ANÁLISIS .....	29
FIGURA 4.9 VECTORES CAMPO MAGNÉTICO .....	29
FIGURA 4.10 PARAMETRIZACIÓN DEL ÁNGULO DE DESFASE ENTRE $\vec{I}_\phi$ Y $\vec{E}$ .....	31
FIGURA 4.11 VOLTAJE DE FASE PARA UNA CARGA RESISTIVA.....	31
FIGURA 4.12 VOLTAJE E INTENSIDAD DE CORRIENTE DE LA FASE V EN FASE .....	32
FIGURA 4.13 DIAGRAMA FASORIAL DEL CIRCUITO EQUIVALENTE CON UNA CARGA R .....	32
FIGURA 4.14 DESFASE DE $\pi/3$ RAD EN ATRASO DE $\vec{I}_\phi$ CON RESPECTO A $\vec{E}$ .....	33
FIGURA 4.15 VOLTAJE DE FASE PARA UNA CARGA RL .....	33
FIGURA 4.16 VOLTAJE Y CORRIENTE DE LA FASE V PARA UNA CARGA RL .....	34
FIGURA 4.17 LÍNEAS DEL CAMPO MAGNÉTICO NETO PARA CARGA RL .....	34
FIGURA 4.18 DIAGRAMA FASORIAL DEL CIRCUITO EQUIVALENTE CON UNA CARGA RL.....	35
FIGURA 4.19 DESFASE DE $\pi/6$ RAD EN ADELANTO DE $\vec{I}_\phi$ CON RESPECTO A $\vec{E}$ .....	35
FIGURA 4.20 VOLTAJE DE FASE PARA UNA CARGA CON REACTANCIA CAPACITIVA .....	36
FIGURA 4.21 INTENSIDAD DE CORRIENTE $\vec{I}_\phi$ EN ADELANTO $5\pi/18$ RAD A $\vec{V}_\phi$ .....	36
FIGURA 4.22 DIAGRAMA FASORIAL DEL CIRCUITO EQUIVALENTE CON UNA CARGA RC .....	37
FIGURA 4.23 LÍNEAS DEL FLUJO MAGNÉTICO NETO PARA CARGA RC .....	37
FIGURA 5. 1 FLUJO DE REACCIÓN DE INDUCIDO SOBRE LOS EJES D Y Q .....	38
FIGURA 5. 2 CIRCUITO EQUIVALENTE, CÁLCULO DE LA IMPEDANCIA .....	39

## Índice de Tablas

---

TABLA 2.1 VARIABLES DE TRABAJO EN EL MEF .....	3
TABLA 3. 1 RELACIÓN DE DIMENSIONES DE UNA T/R HESM .....	11
TABLA 3. 2 RELACIÓN DEL DIÁMETRO DEL ROTOR Y EL BOBINADO DE CAMPO .....	18
TABLA 3. 3 $\mathbf{B} = F(G)$ .....	19
TABLA 3. 4 $FEM$ EN FUNCIÓN DE LA LONGITUD DE LA MÁQUINA Y EL TIPO DE IMÁN PERMANENTE .....	22
TABLA 3. 5 CARACTERÍSTICAS DE T/R HESM DE ESTUDIO .....	23
TABLA 4.1 DIFERENCIA DE POTENCIAL EN FUNCIÓN DE LA CORRIENTE DE CAMPO .....	26
TABLA 4.2 ÁNGULO DE DESFASE DE $\tilde{I}_\phi$ CON RESPECTO A $\tilde{E}$ Y $\tilde{V}_\phi$ , Y VOLATES $\tilde{E}$ Y $\tilde{V}_\phi$ , .....	31





## 1. Introducción

Las máquinas síncronas de imanes permanentes (PMSM) poseen ventajas respecto a las convencionales debido a su elevada eficiencia y estructura sin escobillas; sin embargo, realizar un control del campo magnético en el entrehierro es una tarea compleja, por lo que es difícil conseguir la regulación de voltaje en modo generador y la variación de velocidad en modo motor. Por otra parte, en las máquinas síncronas de excitación eléctrica (EESM) se consigue una buena regulación del campo magnético, pero debido a que este último depende de la excitación eléctrica aplicada se generan pérdidas y por ende una baja eficiencia de la máquina. La máquina síncrona de excitación híbrida (HESM) es un nuevo tipo de generador que combina las ventajas de las dos máquinas mencionadas anteriormente, en donde se amplía el rango de regulación del campo magnético lo cual es un requisito primordial en muchas aplicaciones tales como sistemas de generación y propulsión eléctrica.

En el presente documento se realiza el análisis de un novedoso diseño de una HESM descrito en [1]. Se extraen sus características de funcionamiento y se deduce su circuito equivalente.

Por medio del circuito equivalente de la máquina síncrona, se puede apreciar la diferencia de tensiones que existe entre el generado por la máquina y el que se mide en bornes de la misma. Los motivos por los cuales ocurre esta caída de tensión son:

- La distorsión del campo magnético en el entrehierro debido a la corriente que fluye en el estator, llamada reacción de inducido.
- La autoinductancia de las bobinas de armadura.
- La resistencia de las bobinas de armadura.
- El efecto de los polos salientes del rotor.

Todos estos factores son representados como una impedancia, que provoca una caída de tensión en el circuito equivalente de la máquina síncrona.

El propósito del presente trabajo es reproducir los resultados obtenidos en la referencia [1], para lo cual se realiza un estudio de las dimensiones y materiales de la HESM. Además se plantea un método para el cálculo de la reactancia síncrona por medio del método de elementos finitos MEF, y así resolver el circuito equivalente de la máquina.

En consecuencia se establecen los siguientes objetivos del proyecto:

- Desarrollar un programa que permita establecer diferentes parámetros que constituyen una HESM con flujo Tangencial – Radial.
- Encontrar las dimensiones y materiales que reproduzcan los resultados obtenidos en [1].
- Calcular la reactancia síncrona y resolver el circuito equivalente de la HESM.

Emplear el MEF en 2D supone depreciar efectos magnéticos de mucha importancia en el diseño de máquinas eléctricas. Estos tienen que ver con la distorsión del campo magnético en los dos extremos axiales de la máquina, y la dispersión asociada a ello. Por lo tanto aunque los resultados de los análisis 2D pueden ser suficientes para un primer diseño, no deben considerarse definitivos sin otro análisis en 3D, aunque sea menos exhaustivo.

## **2. Análisis de Elementos Finitos y Estructura de una T/R HESM.**

Con el fin de analizar el comportamiento de una HESM, se utiliza el método de elementos finitos, para lo cual se describen ciertas generalidades previas para el empleo de dicho método. Además, se reproduce la geometría, empleada en [1], que caracteriza al tipo de máquina que forma parte de este estudio.

### **2.1. Método de Elementos Finitos (MEF)**

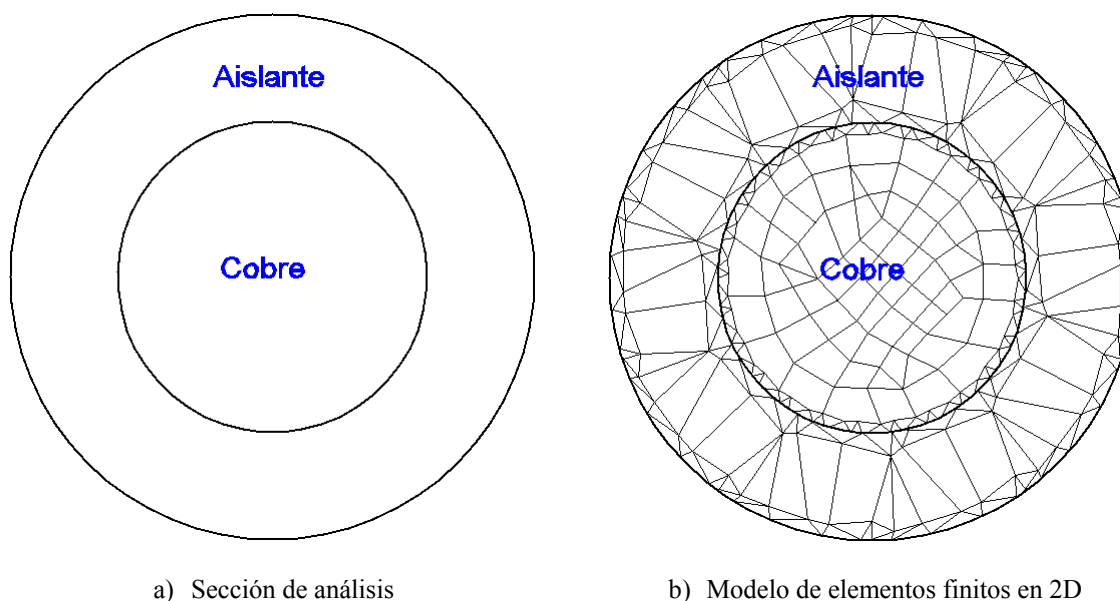
El método de elementos finitos se desarrolla a finales de 1950 e inicios de 1960 para la resolución de problemas mecánicos. Una de sus primeras aplicaciones fue en la industria aerodinámica, para simular estructuras como un Boeing 747. Obviamente la ventaja de tener los resultados de análisis previos a la fabricación, es la posibilidad de cambiar los materiales, cargas y formas; y recalcular las fuerzas que actúan sobre el sistema modificado [2]

Con el MEF los problemas con alta dificultad matemática, como ecuaciones diferenciales, son resueltos de una forma algebraica al construir bloques o elementos finitos (elementos diminutos pero no infinitesimales), en los cuales se resuelven las complejas ecuaciones considerando simples figuras geométricas como un triángulo, cuadrado, etc. Posteriormente se construye una matriz de tamaño igual al número de variables que se presentan en cada elemento, de lo cual se obtiene una relación algebraica lineal en lugar de una ecuación diferencial. En consecuencia, el problema entero se convierte en un enorme sistema de ecuaciones algebraicas al ensamblar las matrices de cada uno de los elementos en un computador.

El análisis se inicia al realizar un modelo del sistema, máquina o dispositivo. El modelo es dividido en elementos de varios tamaños y formas, en donde cada elemento contiene información del sistema, como geometría, materiales, restricciones, condiciones de frontera. Generalmente las tres últimas son fáciles de definir mas no lo es la geometría.

La Figura 2.1 muestra un problema típico de ingeniería sobre transferencia de calor. Con el objetivo de realizar un análisis de elementos finitos, se divide la estructura en pequeños elementos donde cada uno puede ser muy diminuto si existen mayor cantidad de detalles geométricos; por otro lado en áreas donde la geometría es muy simple, el tamaño de los elementos puede ser mayor. El problema consiste en la transferencia de calor que produce

la circulación de corriente eléctrica por un conductor. En este caso la corriente del cable circula hacia fuera de la página.



**Figura 2.1** Sección Transversal de un conductor de cobre

Las esquinas de las áreas formadas que corresponden a los elementos finitos, son llamados nodos. La tarea de la herramienta computacional de elementos finitos es resolver todos los potenciales desconocidos de los nodos y los campos que se generan en las secciones.

Existen varios tipos de campos y cada uno de ellos desempeña un papel diferente en el sistema o dispositivo de análisis. En la Tabla 2.1 se enumeran varios tipos de campos, de los cuales se estudian los campos magnético y eléctrico en este documento.

**Tabla 2.1** Variables de Trabajo en el MEF

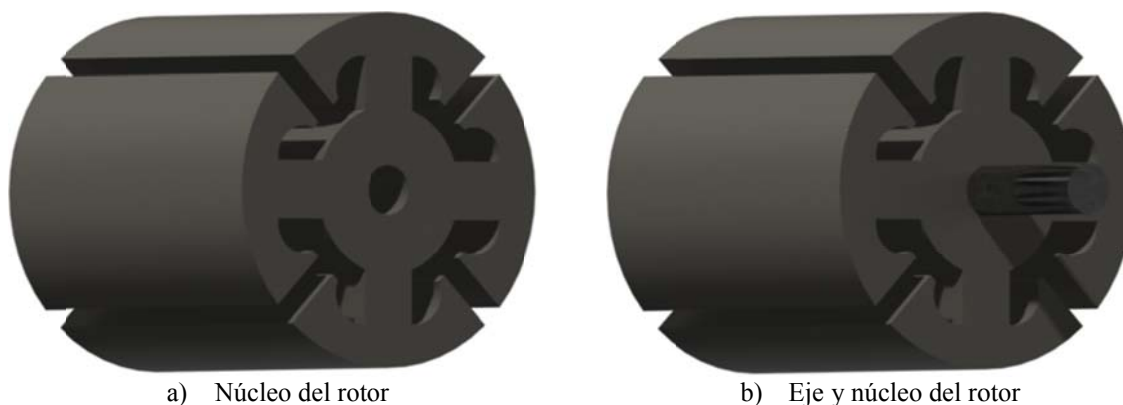
<b>Campo</b>	<b>Potencial</b>
Transferencia de Calor	Temperatura
Tensión Mecánica	Desplazamiento
Campo Eléctrico	Voltaje
Campo Magnético	Vector Potencial Magnético
Velocidad de Fluido	Potencial de Fluido

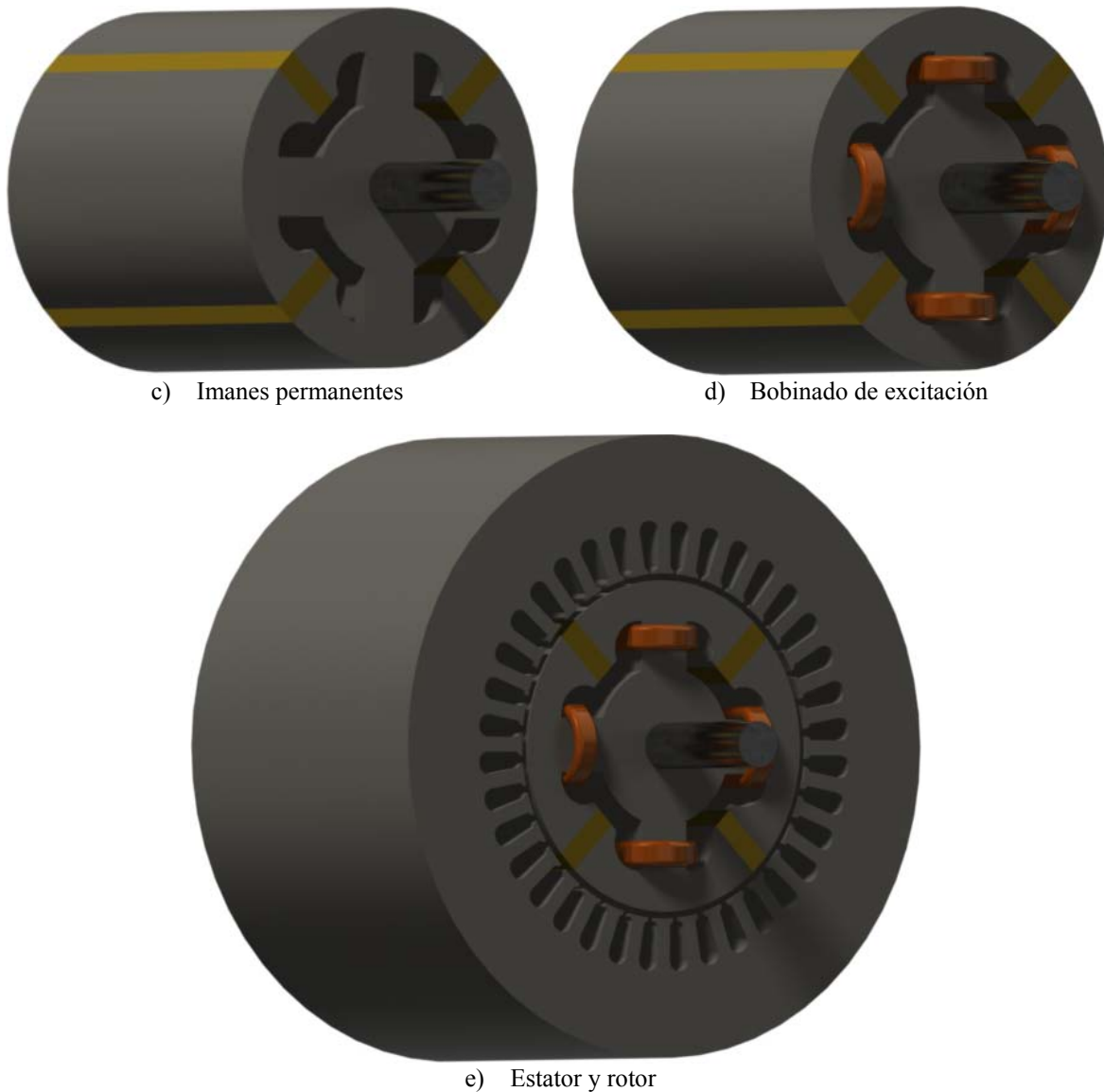
## 2.2. Estructura y Funcionamiento de una T/R HESM

De acuerdo a lo citado en [1] una Máquina Síncrona de Excitación Híbrida con flujo Tangencial/Radial (T/R HESM), se construye al combinar las ventajas de una máquina de imanes permanentes (PMSM) y una máquina de excitación eléctrica (EESM). La máquina está conformada por dos partes, una móvil y una estática separadas por un medio material no magnético (aire) llamado entrehierro.

- La parte móvil la constituye el rotor, formado por:
  - El núcleo de hierro es la estructura por donde circulan las líneas de campo magnético; además, sostiene los elementos que crean dicho flujo.
  - Los bobinados de campo son un conjunto de espiras de hilo de cobre esmaltado, destinados a producir el flujo magnético cuando circula una corriente eléctrica.
  - Los imanes permanentes son materiales magnetizados de los cuales se aprovecha su campo magnético constante, en ausencia de corriente eléctrica.
  - El eje del rotor es el que transfiere la energía mecánica a toda la estructura del rotor.
- La parte estática o estator lo conforman:
  - El núcleo de hierro en cuyo diámetro interior se alojan un conjunto de aberturas llamadas ranuras; y,
  - Las bobinas de inducido, en las cuales se genera el voltaje al cortar las líneas de campo magnético que cruzan el entrehierro.

En la Figura 2.2 se presenta un modelo en 3D, en el cual se aprecian las partes que constituyen una T/R HESM.

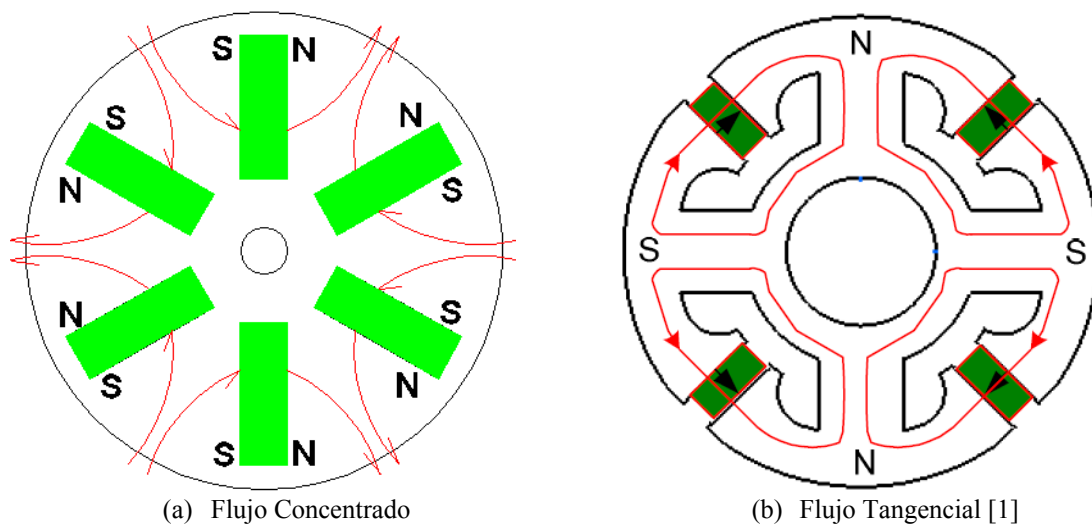




**Figura 2.2** Estructura de una T/R HESM

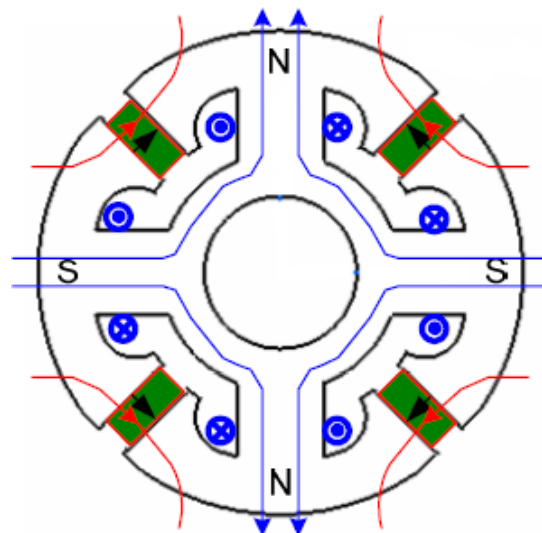
La disposición de los imanes permanentes es similar a una configuración de flujo concentrado, donde dos polos iguales de diferentes imanes se colocan uno frente al otro con cierta inclinación, produciendo que las líneas de campo se repelan y tomen una dirección radial, como se observa en la Figura 2.5a. En una T/R HESM, cuando no existe excitación eléctrica, la mayoría de las líneas de campo cierran el circuito magnético en el núcleo del rotor y una pequeña cantidad atraviesa el entrehierro. En la Figura 2.3 se observa que las líneas de campo son producidas únicamente por los imanes permanentes, describiendo una trayectoria: Polo norte del imán → <sup>1</sup>Pie del polo del rotor → Diente del rotor → Núcleo del rotor → Diente del Rotor → Pie del polo del rotor → Polo sur del imán.

<sup>1</sup> Se reemplazo rotor pole shoe por rotor pole foot.



**Figura 2.3** Flujo concentrado y tangencial

En las ventanas que se encuentran entre el imán y el eje del rotor se colocan bobinas por las cuales se hace circular corriente continua. Esta última produce un campo magnético cuyo sentido es radial, como se muestra en la Figura 2.4.



**Figura 2.4** Flujo Radial de una T/R HESM [1].

Una vez que la corriente de excitación circula por los bobinados de campo, se forman dos trayectorias de las líneas de flujo, la primera concerniente a las bobinas de campo es: Diente del rotor → Pie del polo del rotor → Entrehierro → Núcleo del estator → Entrehierro → Pie del polo del rotor → Diente del Rotor → Núcleo del rotor → Diente del Rotor. La segunda trayectoria corresponde a los Imanes permanentes: Polo norte del imán

→ Pie del polo del rotor → Entrehierro → Núcleo del estator → Entrehierro → Pie del polo del rotor → Polo sur del imán. En consecuencia, los flujos producidos tanto por los imanes permanentes como por la corriente continua generan un flujo resultante que atraviesa el entrehierro y es controlado por medio de la corriente de excitación aplicada en las bobinas del rotor.

En la Figura 2.4 se aprecia que el rotor presenta cuatro polos, por lo cual es útil concentrarse únicamente en un par de polos y reconocer que las condiciones mecánicas, magnéticas y eléctricas que se asocian con el otro par de polos son repeticiones del par polar bajo consideración. Por este motivo es conveniente expresar los ángulos en grados eléctricos en lugar de unidades físicas. Un par de polos describe una trayectoria circular en  $2\pi$  radianes, entonces:

$$\theta_m = \frac{\theta_e}{2p} = \pi \text{ radianes} \quad (2.1)$$

Donde  $\theta_e$  representa el ángulo eléctrico,  $p$  el número de pares de polos y  $\theta_m$  el ángulo espacial. El resultado  $\pi$  radianes representa la trayectoria angular espacial en la cual se completa un ciclo eléctrico.

Los resultados del desempeño de la máquina dependerán de las características de los materiales que se utilicen en su fabricación, como por ejemplo la permeabilidad del núcleo del rotor y estator. Para conseguir resultados con hierro no saturado se emplea materiales con permeabilidad muy alta ( $\mu \geq 10000$ ).

La máquina objeto de estudio en [1] al igual que la descrita en este documento, posee una potencia de 1.5 kW con un voltaje de línea de 380 V, el estator está conformado por 36 ranuras en los cuales se colocan bobinas cuyo cable tiene una sección de  $0.823 \text{ mm}^2$ ; y las bobinas del rotor se forma con cable de sección  $0.326 \text{ mm}^2$ .

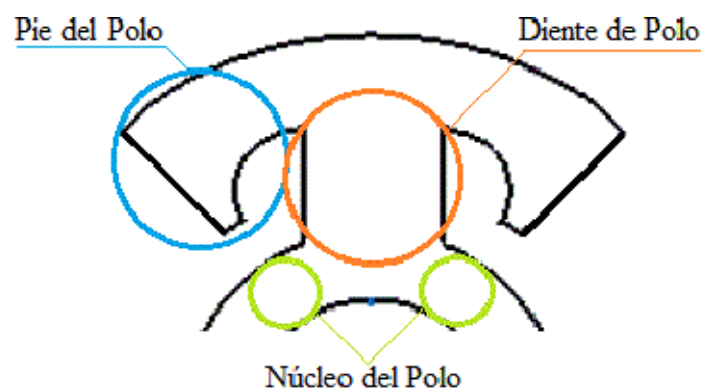
Se escogen imanes permanentes de tierras raras ( $\text{SmCo}_5$ ,  $\text{Sm}_2\text{Co}_{17}$ ) por su elevada densidad energética, ya que es más resistente a los efectos de desmagnetización. En la práctica la implementación de este tipo de material puede estar limitada debido al alto costo que implica; sin embargo poseen un futuro prometedor. En la actualidad se investiga cómo solucionar los problemas debidos al debilitamiento del campo cuando incrementa la temperatura.

### 3. Simulación de una T/R HESM mediante el MEF

#### 3.1. Diseño de una T/R HESM

La estructura de la T/R HESM objeto de este estudio, cuenta con cuatro polos distribuidos angularmente. En cada polo se pueden apreciar tres partes que son: pie, diente y núcleo del polo.

Para el desarrollo de la geometría se inicia dibujando la forma de un polo, utilizando como referencia la Figura 3.1. Los otros tres polos restantes son una copia del primer dibujo desplazado de forma angular  $\pi/2$ ,  $\pi$  y  $3\pi/2$  radianes espaciales respectivamente.



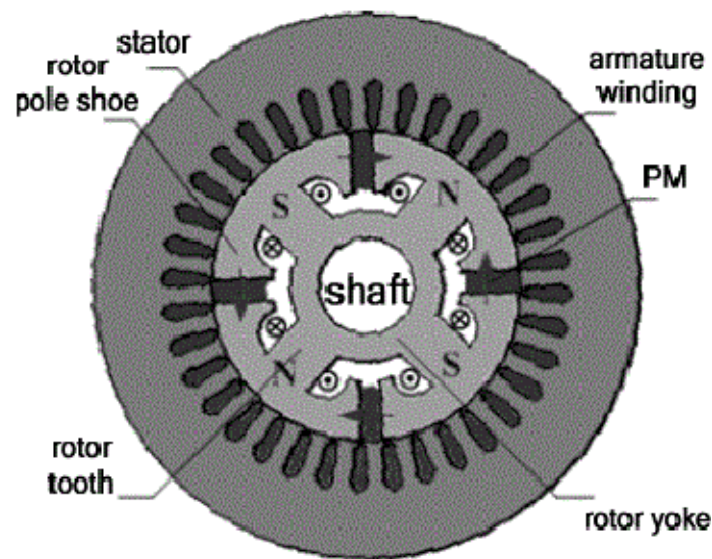
**Figura 3.1** Partes del polo de una T/R HESM

Los imanes permanentes ocupan los espacios permitidos entre los pies de polos adyacentes, y las bobinas del rotor rodean el diente del polo en tal sentido que el paso de la corriente provoca el cambio de trayectoria tangencial a radial de las líneas de campo magnético, provenientes de los imanes permanentes.

Finalmente se representa el estator como un cilindro hueco cuyo núcleo depende del espesor de dicho cilindro. El radio interno cuenta con un conjunto de 36 ranuras, donde se alojan los bobinados inducidos de forma concéntrica por polos consecuentes (ver sección 3.2.3). El resultado del diseño se observa en la Figura 3.2.

Cabe mencionar que el programa calcula la sección disponible en las ranuras del estator como en los dientes de los polos del rotor, considerando un factor de relleno por los cables. Con el fin de garantizar que la simulación represente lo más aproximadamente posible una máquina real.





**Figura 3.2** Vista frontal de una T/R HESM

Una vez dibujado el modelo de la T/R HESM, se establecen las condiciones de frontera y el tipo de mallado a utilizar. En el diámetro exterior del estator se establece un vector potencial magnético igual a cero, es decir, no existe flujo magnético que cruce la superficie exterior del cilindro, con ello se establece que el circuito magnético se cierra en el estator.

Cada sector del diseño presenta un tipo de mallado adecuado, de tal manera que se alcancen resultados confiables en el menor tiempo de procesamiento posible. En aquellas partes donde no existe mayor posibilidad de obtener variación en los resultados a diferentes tamaños de mallado, se emplea un número grande de malla, no obstante en aquellas partes donde existen pequeñas áreas o prolongaciones, como en el entrehierro y ranuras del estator respectivamente, se emplea un número de mallado menor.

Se establece el mallado del entrehierro de forma automática, y las partes restantes toman un valor proporcional al valor que toma el mallado de las ranuras, considerando que aquellas áreas que poseen prolongaciones presentan mallados más finos. En la Figura 3.3 se muestra el tipo de mallado empleado en este estudio.

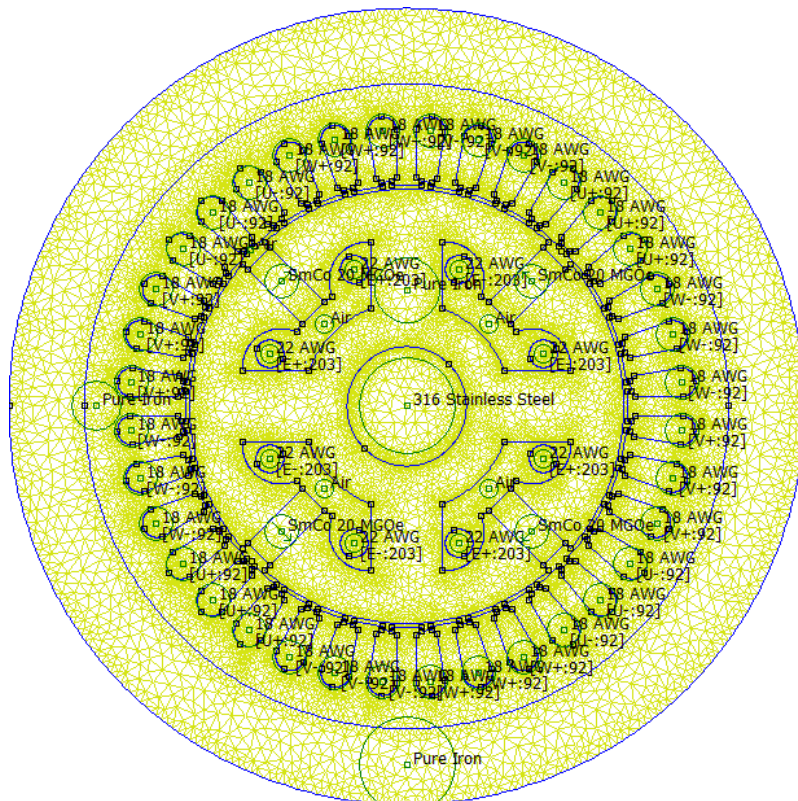


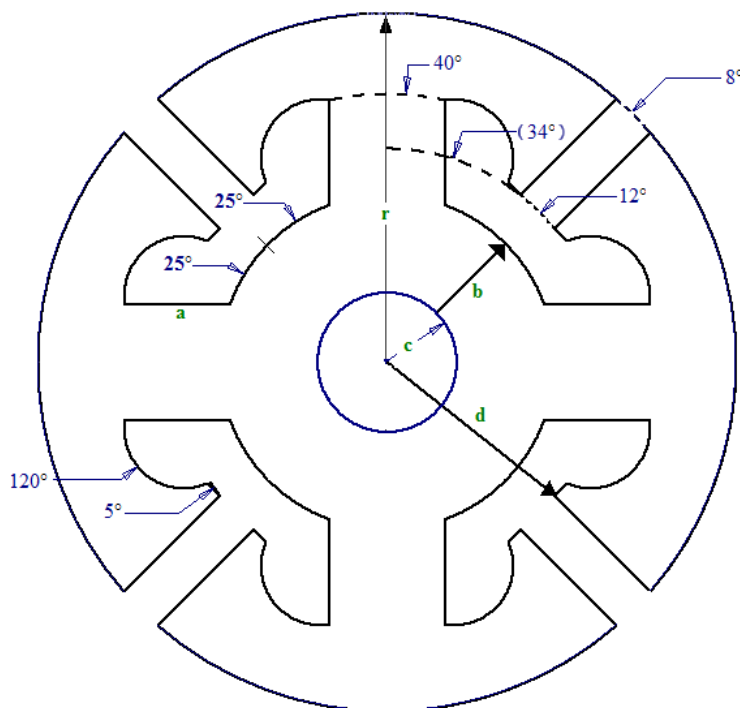
Figura 3.3 Mallado del modelo

## 3.2. Desarrollo del Programa de Parametrización

Con el fin de encontrar el modelo que posea las características idóneas (geometría, materiales y excitaciones) para reproducir los resultados obtenidos en [1], se plantea la necesidad de crear un programa que recepte una cantidad de datos, como dimensiones, materiales y excitaciones; y, de acuerdo a ellos efectuar el análisis en FEMM 2D.

### 3.2.1. Geometría

Para el desarrollo de la geometría de la T/R HESM, se establece que las dimensiones de la máquina dependen de los valores que tomen el radio del rotor  $r$  y el entrehierro  $g$ . En consecuencia, cada nuevo esquema formado será semejante a los demás, ya que las distancias angulares siempre son iguales, como se muestra en la Figura 3.4.



**Figura 3.4** Dimensiones angulares del rotor

Las medidas angulares que se observan en la Figura 3.4, son escogidas del modelo idóneo resultante luego de varios esquemas realizados. Conjuntamente se calculan las relaciones que deben tener las variables del rotor  $a$ ,  $b$ ,  $c$ ,  $d$ , mostradas en la Figura 3.4, y  $f$ ,  $p$ ,  $s$  que son parámetros del estator, para reproducir el mismo modelo a diferentes escalas. La relación de estas variables se detalla en la Tabla 3.1.

**Tabla 3.1** Relación de dimensiones de una T/R HESM

Longitud	Relación
$a$	$0.3 (r + g)$
$b$	$0.2 (r + g)$
$c$	$0.9 a$
$d$	$0.6 (r + g)$
$f$	$1.25 (r + g)$
$p$	$1.05 f$
$s$	$1.8 (r + g)$

### 3.2.2. Materiales y Excitación de Campo

Los materiales que forman parte del diseño determinado son tomados de la librería del programa FEMM 2D, y las excitaciones del modelo son las corrientes que circulan tanto por los devanados del rotor como del estator.

Para el caso del bobinado del rotor, que crea el campo magnético, se debe calcular el área disponible para colocar el devanado luego de realizar el diseño del rotor. De acuerdo a la máquina de estudio, por el devanado de campo debe circular una corriente DC máxima de 3 A, es por eso que se escoge un cable cuya sección es de  $0.326 \text{ mm}^2$ , y adicionalmente se considera un factor de relleno de 0.7, debido al espacio que se forma entre los cables.

Para cumplir las características de la T/R HESM de análisis, la magnitud de la corriente DC debe tener un rango de variación de 0 a 3 A.

### 3.2.3. Tipo de Bobinado en el Estator

Se debe crear en el programa de parametrización una rutina donde se establecen las características del bobinado inducido. En dicha rutina la única variación que puede suscitarse es la cantidad de vueltas con la que cuentan los bobinados. En cualquier modelo que se implemente, el tipo de bobinado que se establece es concéntrico por polos consecuentes, lo que significa que existen por cada fase tantos grupos de bobinas como la mitad del número de polos, es decir, tantos grupos como pares de polos [3].

#### *Cálculo del bobinado concéntrico por polos consecuentes*

A continuación se deduce el número de grupos que tendrá cada fase, así como el número total de grupos del bobinado [3].

El número de grupos en cada fase es igual al número de pares de polos.

$$G_f = p = 2 \quad (3.1)$$

El número total de grupos del bobinado será el número de pares de polos por el número de fases.

$$G = pq = 6 \quad (3.2)$$

El número de ranuras por polo y fase es la relación que existe entre el número de ranuras  $K$  del inducido y el producto del número de polos  $2p$  y de fases  $q$  de un bobinado. Por consiguiente el número de ranuras por polo y fase es:

$$K_{pq} = \frac{K}{2pq} \quad (3.3)$$

Para este estudio se elige un bobinado de una capa por ranura, entonces el total de bobinas es la mitad del número de ranuras.

$$B_T = \frac{K}{2} = 18 \quad (3.4)$$

Conocidos el número de bobinas  $B_T$  del bobinado y el número total de grupos  $G$  que lo constituyen, se determina fácilmente el número de bobinas que forman cada grupo.

$$B_G = \frac{B_T}{G} = 3 \quad (3.5)$$

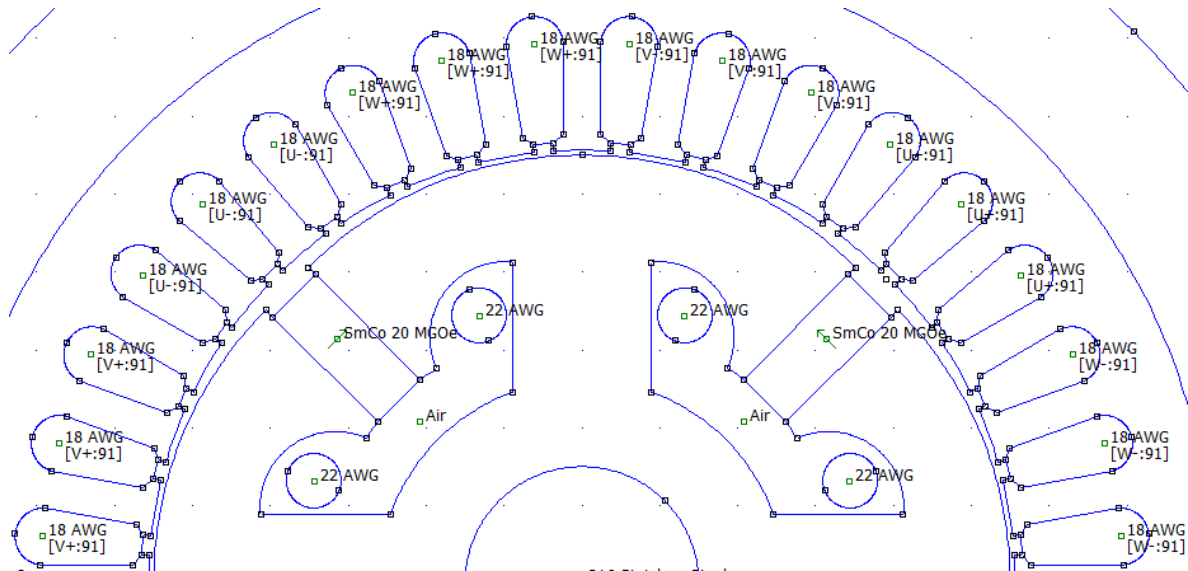
Una vez calculado el número de bobinas, queda por determinar la ubicación y distribución de las mismas, para lo cual se debe conocer el paso polar, que se define como la relación entre el número de ranuras y el número de polos.

$$y_p = \frac{K}{2p} = \frac{36}{4} = 9 \quad (3.6)$$

Finalmente se calcula el número de ranuras que se encuentran en el interior de un grupo, lo cual se define como la amplitud del grupo.

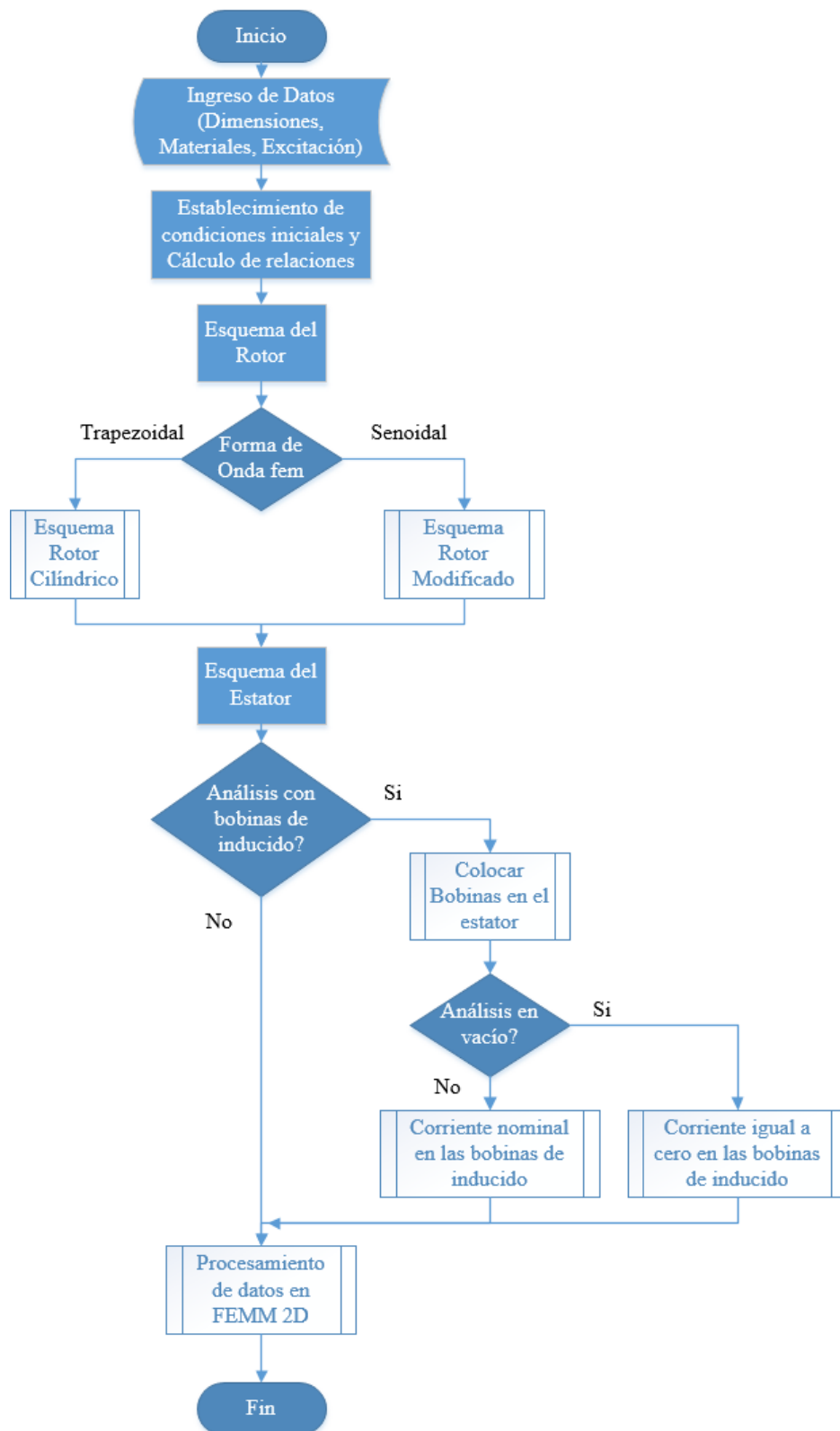
$$m = (q - 1)K_{pq} = 6 \quad (3.7)$$

El resultado de la distribución del bobinado se muestra en la Figura 3.5.



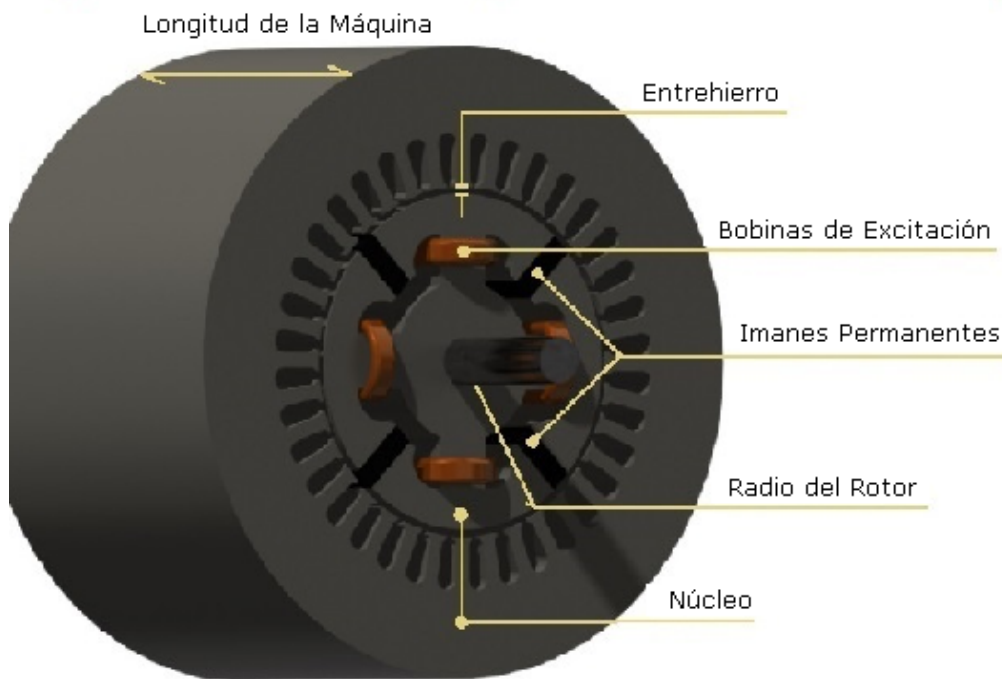
**Figura 3.5** Bobinado concéntrico de polos consecuentes

En la Figura 3.6 se representa la lógica del programa en un diagrama de flujo.

**Figura 3.6** Diagrama de flujo para el diseño de una T/R HESM

Para facilitar y agilizar el diseño de diferentes tamaños y materiales de una T/R HESM y bajo la lógica del diagrama de flujo de la Figura 3.6, se crea una interfaz gráfica capaz de procesar los datos que un usuario pueda establecer. Para ello se utiliza el Toolkit de MatLab llamado GUI (Graphical User Interfaces). Esta interfaz acopia los datos necesarios como lo son las dimensiones y los materiales; posteriormente se recogen los criterios bajo los cuales se desea realizar el análisis electromagnético, y finalmente, el modelo obtenido se procesa en el programa de elementos finitos FEMM 2D.

## Hybrid Excitation Synchronous Machine (HESM)



### Dimensiones

110	mm de Diámetro del Rotor
132	mm de Longitud de la Máquina
0.65	mm de Entrehierro

### Materiales

Imanes Permanentes	SmCo 20 MGOe
Núcleo de la Máquina	Pure Iron



## Condiciones de Análisis

Corriente de Excitación  2.25 A

**Forma del Rotor**

☐ Rotor Cilíndrico

☒ Rotor Modificado

**Estator**

☒ Colocar Bobinas en el Estator

☐ En Vacío

☒ Con Carga

0.532 A

-30 ° de desfase con E

☒ Calcular FEM

## Resultados

14 Nm de Par

284.099 V de Voltaje en vacío

--- V de voltaje en bornes

\* Datos obligatorios

✕ Datos opcionales

Iniciar Análisis

**Figura 3.7** Vista de la Interfaz Gráfica

Los códigos fuentes que se desarrollaron en este programa de parametrización se encuentran en el Anexo A.

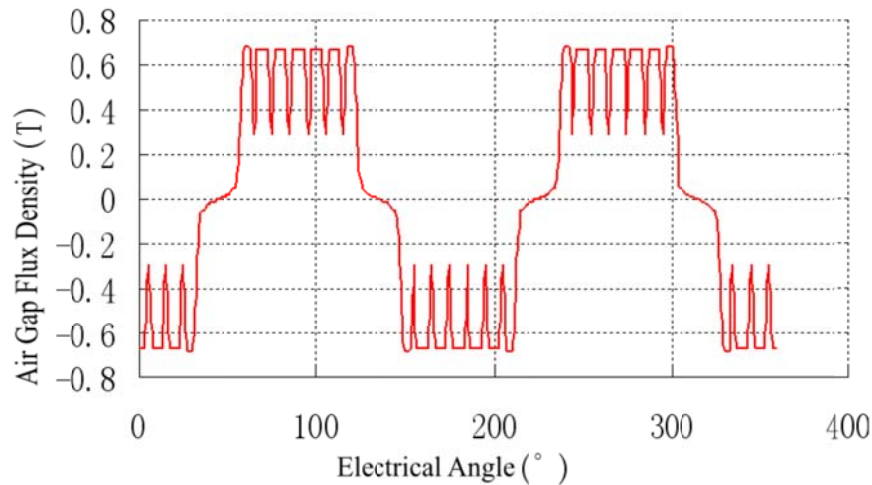
### 3.2.4. Determinación del Modelo Idóneo, Análisis Paramétrico

A pesar de la limitada información que brinda [1], se recopilan la mayor cantidad de información con el fin de reproducir los resultados. La primera consideración que se toma es la densidad de flujo magnético  $B$  que se distribuye a lo largo de la trayectoria circular del entrehierro.

La idea es obtener las dimensiones del diámetro del rotor, longitud de la máquina y entrehierro; así como el material que conforma el núcleo, para obtener una densidad de

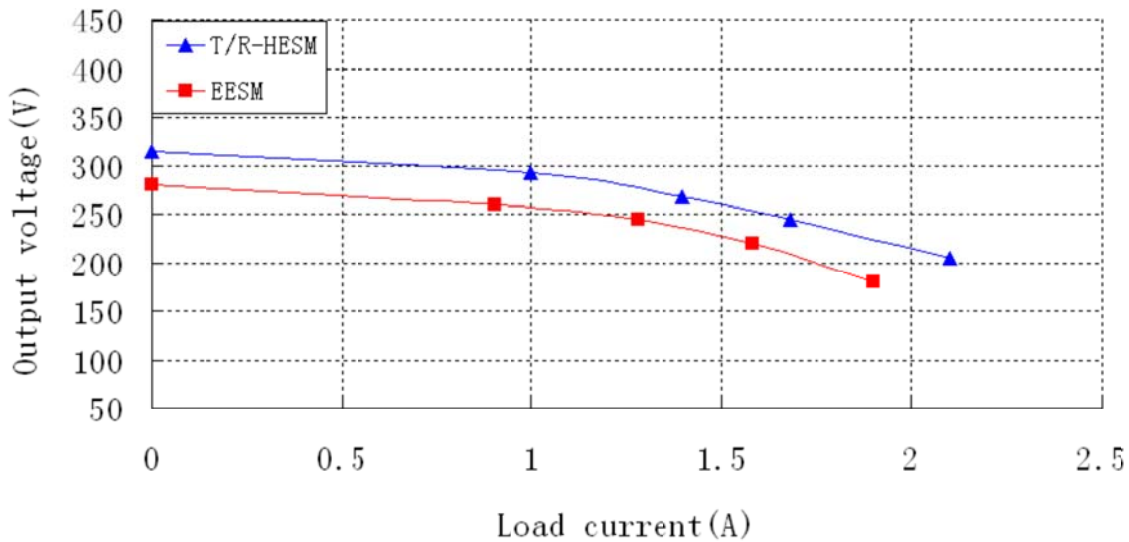


flujo pico de 0.6 T cuando se opera como EESM cuando existe una fuerza magnetomotriz  $F_f = 450 \text{ A} \cdot \text{vueltas}$  en las bobinas de rotor.



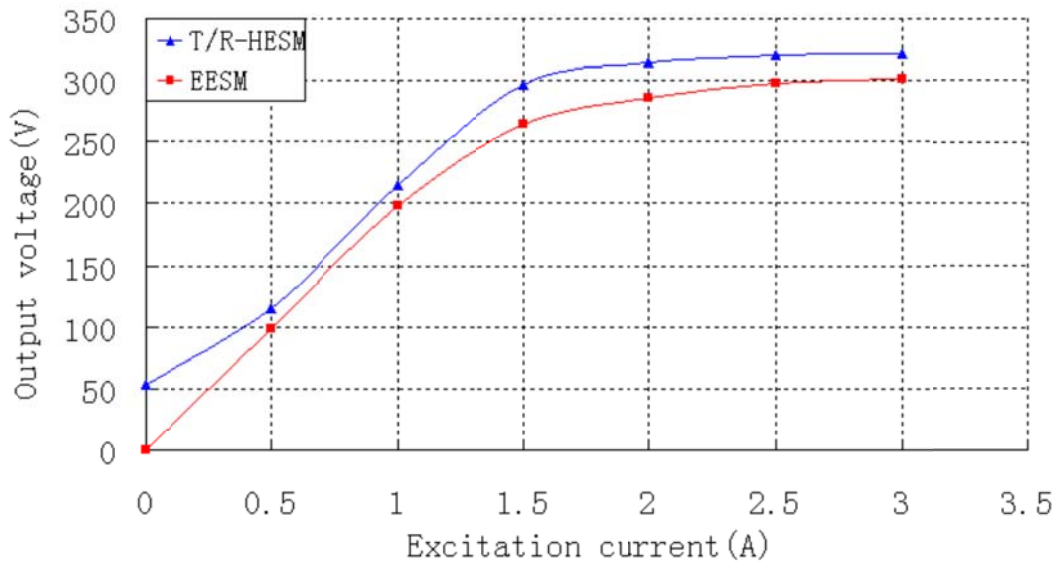
**Figura 3.8** Densidad del flujo magnético del entrehierro en modo EESM [1]

Además se verifica que bajo esta fuerza magnetomotriz y trabajando en modo EESM, el voltaje de fase generado en vacío debe ser aproximadamente 275 V, como se observa en la Figura 3.9.



**Figura 3.9** Voltaje en función de la carga [1]

Por otro lado, para conocer el tipo de imanes permanentes que se utilizan, se busca aquel imán con el cual se logre inducir en las bobinas del estator un voltaje de fase aproximado de 50 V trabajando en vacío y corriente de campo igual a cero, cuando se trabaja en modo T/R HESM como se observa en la Figura 3.10.



**Figura 3.10** Voltaje en función de la corriente de excitación [1]

En consecuencia a lo anterior, se sigue el siguiente procedimiento para determinar las características de la máquina, tomando como referencia las medidas utilizadas en una HESM citada en [4].

1. Determinar el diámetro de la máquina para el cual se consiga una fuerza magnetomotriz  $F_f = 450 \text{ A} \cdot \text{vueltas}$  cuando se trabaja en modo de EESM, recordando que debido a su sección el límite de intensidad de corriente en este bobinado es de 3 A. Para este análisis, se asume arbitrariamente un entrehierro igual a 1 mm. Al poner en marcha el programa de parametrización para un determinado diámetro del rotor, se consigue un número de vueltas que debe tener el devanado de campo. Para cumplir el valor de la fuerza magnetomotriz  $F_f$ , se multiplica el número de vueltas resultante por el valor de intensidad de corriente necesaria, misma que no debe sobrepasar los 3 A. La solución se muestra en la Tabla 3.2. Se escoge el valor marcado, ya que una intensidad de corriente en el devanado de campo igual a 3 A forma parte del estudio en [1].

**Tabla 3.2** Relación del diámetro del rotor y el bobinado de campo

Diámetro del Rotor [mm]	Número de Vueltas	Intensidad de Corriente [A]
80	107	4.21
90	135	3.33
100	166	2.71
110	201	2.24
120	238	1.89

2. Seleccionar el tipo de material como núcleo de la máquina. De acuerdo a la librería de materiales de FEMM 2D, el hierro puro tiene una permeabilidad magnética  $\mu = 14872$ . El análisis se desarrolla con las características no lineales del material, con el fin de conseguir resultados lo más cercanos a la realidad.
3. Establecer la longitud del entrehierro para obtener una densidad de flujo magnético pico  $B$  de 0.6 T. En la práctica, el entrehierro es mayor mientras la máquina sea de mayor potencia. Nuevamente, en el programa de parametrización se establecen diferentes valores de entrehierro, con los cuales se obtienen diferentes valores pico de la densidad de flujo magnético  $B$  al realizar el análisis electromagnético en FEMM 2D.

**Tabla 3.3**  $B = f(g)$ 

Entrehierro	Densidad de Flujo Magnético
$g$ (mm)	$B$ ( T )
0.8	0.39
0.65	0.41
0.5	0.43
0.35	0.48
0.2	0.5
0.1	0.51

Con el fin de satisfacer la densidad de flujo en el entrehierro, se determina que su longitud debe ser menor a 0.1 mm, lo que representa un problema puesto que en la práctica una máquina con un entrehierro muy pequeño tiene elevada probabilidad de que colisione con el estator, debido a las vibraciones se debe considerar un margen de error de  $\pm 0.1$  mm [5]. Las longitudes de los entrehierros para máquinas de estas dimensiones se encuentran en el rango de 0.25 mm a 0.65 mm. Para facilitar el estudio se establece un entrehierro de 0.65 mm.

4. Determinar la longitud de la máquina. Para ello se recuerda que la fem se puede expresar como se menciona en [3]:

$$E = 2N_a \cdot B \cdot l \cdot v \quad (3.8)$$

Donde se aprecia que el voltaje inducido es proporcional a la longitud del cable en el estator, lo que implica la longitud de la máquina.

5. Seleccionar el tipo de imán permanente. La solución a este paso se realiza conjuntamente con el anterior; para lo cual se considera que en el modelo de [1] se debe conseguir una diferencia de potencial inducida en las bobinas del estator por fase igual a 50 V en valor eficaz.

Los pasos 4 y 5 mencionan el cálculo del voltaje inducido en las bobinas del estator. El programa FEMM 2D proporciona un tipo de análisis a una frecuencia dada, sin embargo para este tipo de máquina, en donde se cuenta con corriente continua, no resulta conveniente establecer una frecuencia ya que la corriente en el bobinado de campo también presentaría esta frecuencia. Se plantea como alternativa el análisis de la máquina por instantes de tiempo y espacio; es decir, dentro de un ciclo (o periodo) se calcula el flujo que atraviesan las bobinas del estator cuando el rotor cambia de posición angular. Recordando que, según la Ley de Faraday [6]

$$f_{em} = e = -\frac{d\varphi}{dt} \quad (3.9)$$

Donde  $\varphi$  es el flujo magnético en webers [Wb].

$$\omega = \frac{d\theta_m}{dt} \quad (3.10)$$

Siendo  $\omega$  la velocidad angular en [rad/s], al reemplazar 3.9 en 3.10 se obtiene.

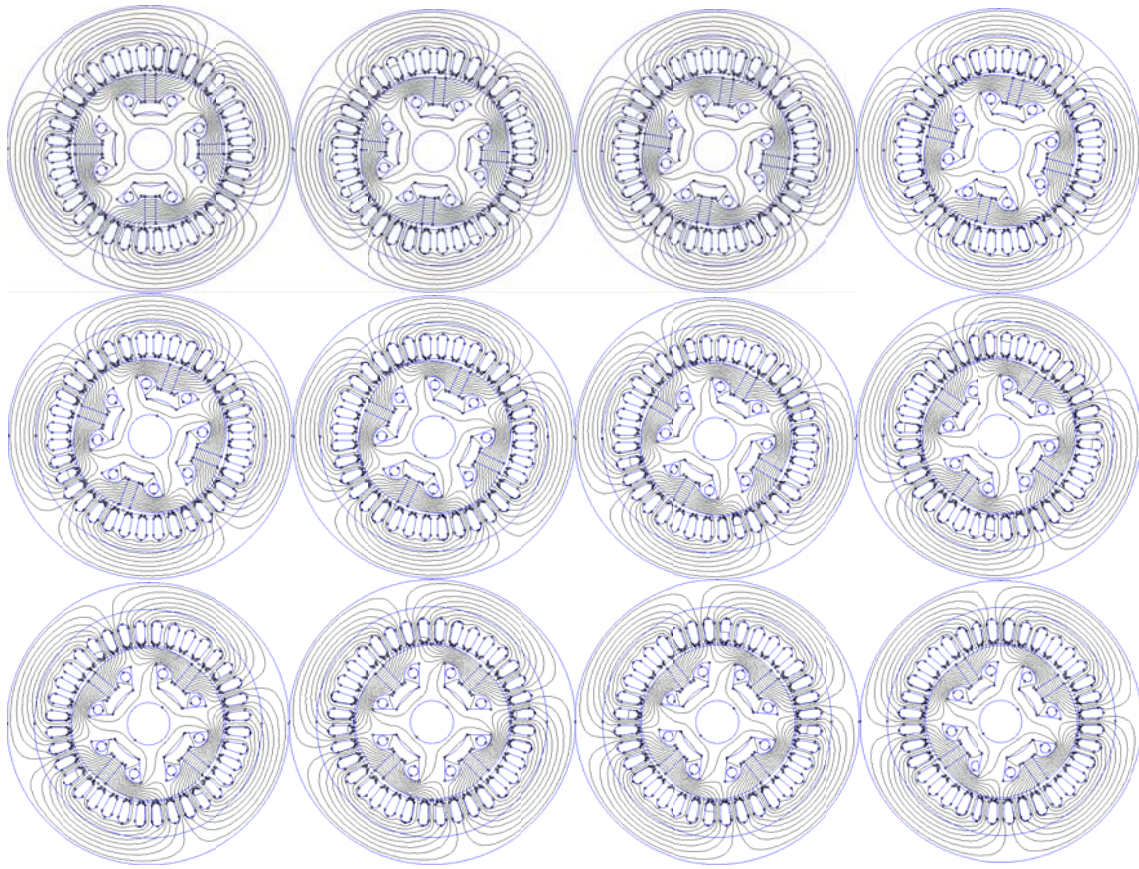
$$e = -\omega \frac{d\varphi}{d\theta_m} \quad (3.11)$$

Y al expresar 3.11 en diferencias.

$$e = -\omega \frac{\Delta\varphi}{\Delta\theta_m} \quad (3.12)$$

La ecuación 3.12 permite calcular la fuerza electromotriz inducida en las bobinas del estator, al multiplicar la velocidad angular del rotor por la relación entre la variación del flujo y la posición angular.

Para efectos del cálculo inducido se utiliza como variación de la posición angular  $\Delta\theta_m = \pi / 36 \text{ rad} = 5^\circ$ , lo que representa  $\Delta\theta_e = \pi / 18 \text{ rad} = 10^\circ$ , es decir en  $\pi$  radianes se obtiene un ciclo completo. En la Figura 3.11 se puede observar las posiciones que toma el rotor y las líneas de campo que cruzan el entrehierro.

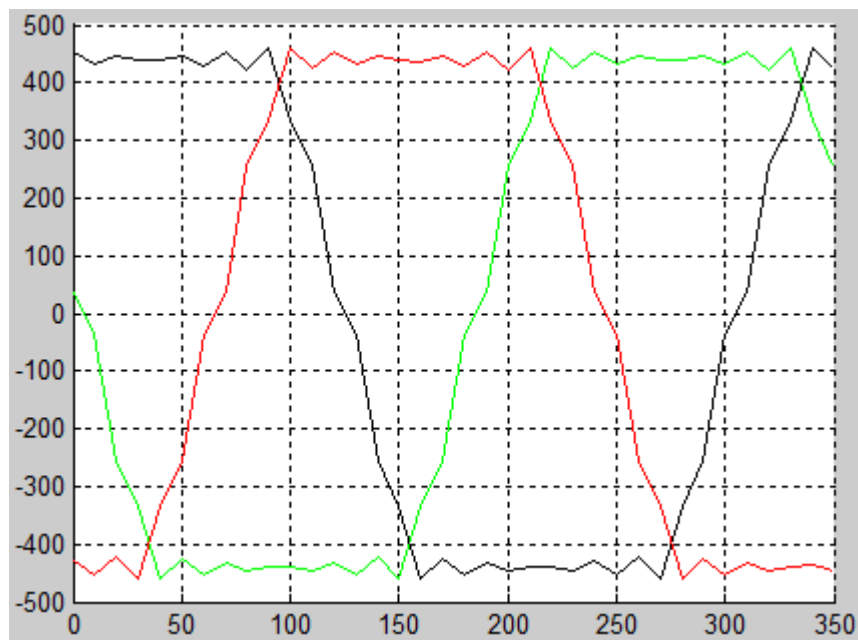


**Figura 3.11** Movimiento angular del rotor

La velocidad angular se obtiene de la ecuación 3.13, donde  $p$  representa el número de pares polos y  $f$  la frecuencia.

$$\omega = \frac{2\pi f}{p} \quad (3.13)$$

Para el cálculo del voltaje inducido se utiliza una frecuencia de 50 Hz, con lo cual se consigue una velocidad angular  $\omega = 50\pi$  rad/s. La forma de onda resultante se observa en la Figura 3.12.



**Figura 3.12** Forma de onda del voltaje inducido

Como se puede apreciar, esta forma de onda es aproximadamente trapezoidal; por ende, el valor eficaz es mayor al de una onda senoidal. El cálculo del valor eficaz de esta onda se detalla en el Anexo B, no obstante se puede anticipar diciendo que:

$$V_{rms} = 0.865V_p \quad (3.14)$$

En la Tabla 3.4 se apuntan los resultados de la parametrización de la longitud de la máquina para dos tipos de imanes permanentes.

**Tabla 3.4**  $fem$  en función de la longitud de la máquina y el tipo de imán permanente

Longitud de la Máquina	Tipo de Imán Permanente			
	NdFeCo 10	NdFeCo 32	SmCo 20	SmCo 24
	Voltaje en vacío ( $fem$ )			
(mm)	( V )			
100	10.5	57.61	36.98	38.38
115	12.09	66.26	42.53	44.14
130	13.67	74.88	48.08	52.89
132	13.88	76.05	48.82	53.66

Una vez realizadas las pruebas para diferentes dimensiones de una T/R HESM, se consigue un modelo cuyas características satisfacen lo mencionado previamente, las mismas que se resumen en la Tabla 3.5.

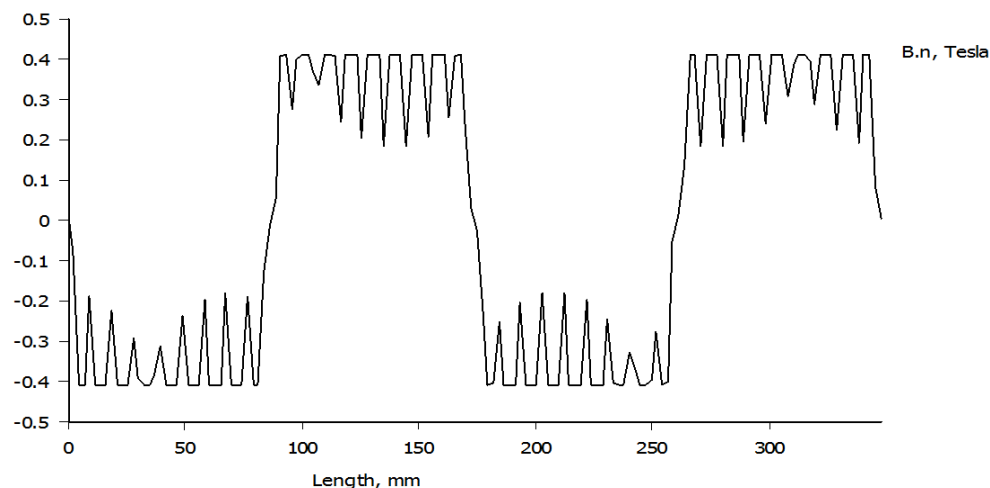
**Tabla 3.5** Características de T/R HESM de estudio

<b>Dimensiones</b>	
Diámetro del rotor	110 mm
Longitud de la máquina	132 mm
Entrehierro	0.65 mm
<b>Materiales</b>	
Imanes Permanentes	SmCo 20
Núcleo de la máquina	Hierro Puro

## 4. Resultados del modelo de una T/R HESM

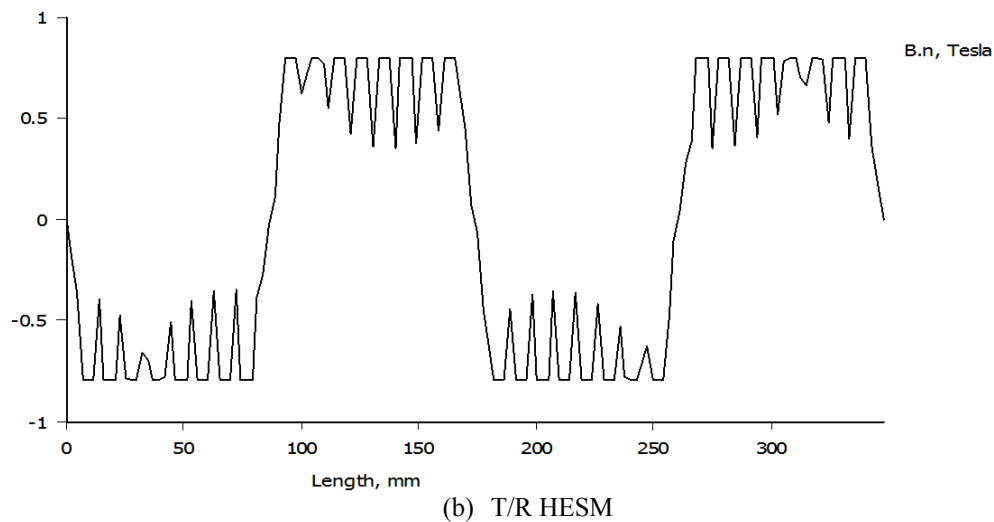
### 4.1. Análisis en Vacío

Una vez determinados las dimensiones y materiales que constituyen la T/R HESM de estudio, en la Figura 4.1(a) se indica la densidad de flujo magnético en el entrehierro para  $F_f = 450$  A·vueltas en modo EESM y en la Figura 4.1(b) el resultado de la combinación de los efectos de la excitación y los imanes permanentes.



(a) EESM

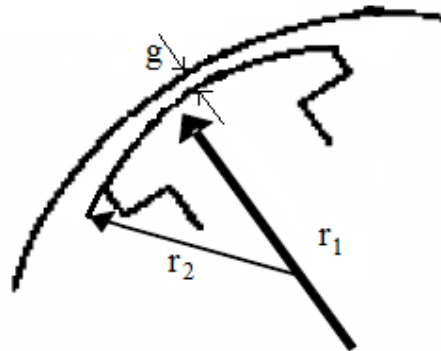




**Figura 4.1** Densidad de campo magnético en el entrehierro, análisis en vacío.  
(a) Sin imanes permanentes (b) con imanes permanentes

De acuerdo a los gráficos, queda claro que en esta configuración de máquina síncrona, la combinación de imanes permanentes y corriente de excitación proporciona un 100% más de densidad de campo magnético, al compararlo con una EESM. En otras palabras, el rango de variación del flujo en el entrehierro se ha incrementado al doble, lo que significa mayor capacidad de generación de la máquina.

La forma de onda de la densidad de flujo magnético en el entrehierro es de forma trapezoidal, ya que se trata de un rotor cilíndrico donde el entrehierro es constante; lo que implica que el índice de distorsión armónica total (THD) es alta. Es por ello que se plantea la necesidad de realizar una pequeña modificación en el diseño original, con la finalidad de obtener una forma de onda lo más senoidal posible. Para conseguir una inducción totalmente senoidal se construyen las expansiones polares de forma que el entrehierro sea variable, siendo mínimo en el centro del polo y máximo en los extremos de la expansión. La ecuación 4.1 brinda una alternativa para las dimensiones de la expansión polar [7].

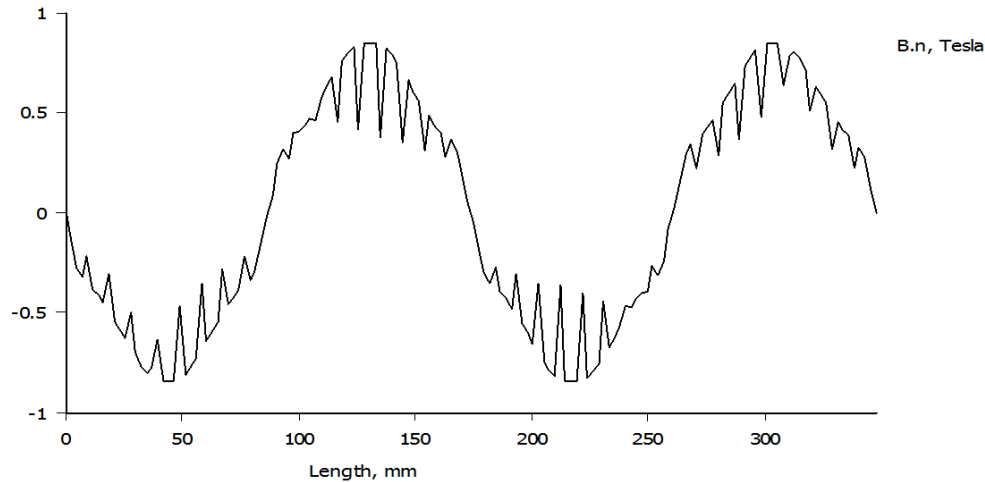


**Figura 4.2** Expansión polar

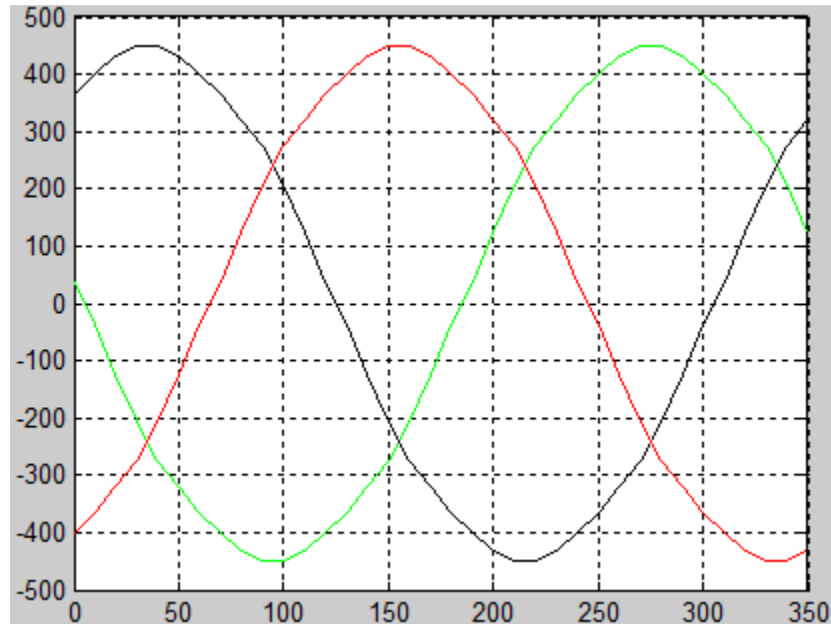


$$\frac{r_2}{r_1} = \frac{1}{1 + \frac{g}{r_1}} \left( 1 - \frac{g}{r_1} - \frac{g^2}{r_1^2} \right) \quad (4.1)$$

La solución a la ecuación 4.1 es aproximadamente  $r_2 = 0.98r_1$ . Esta última expresión es utilizada durante el desarrollo del diseño. Como resultado se obtiene en la Figura 4.3 una nueva distribución de la densidad de flujo magnético en el entrehierro, bajo las mismas condiciones con las que se obtuvo la Figura 4.1.

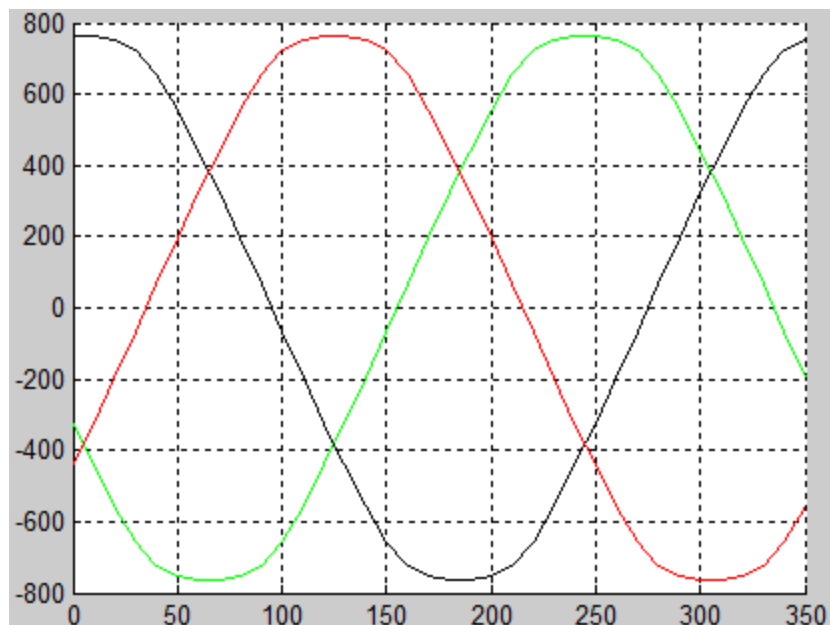


**Figura 4.3** Densidad del flujo magnético en el entrehierro, análisis en vacío con rotor modificado



**Figura 4.4** Voltaje de fase inducido en vacío

En consecuencia la forma de onda del voltaje inducido en las bobinas del estator por fase cuando se trabaja sin carga, se muestra en la Figura 4.4, y la Figura 4.5 representa la tensión de línea.



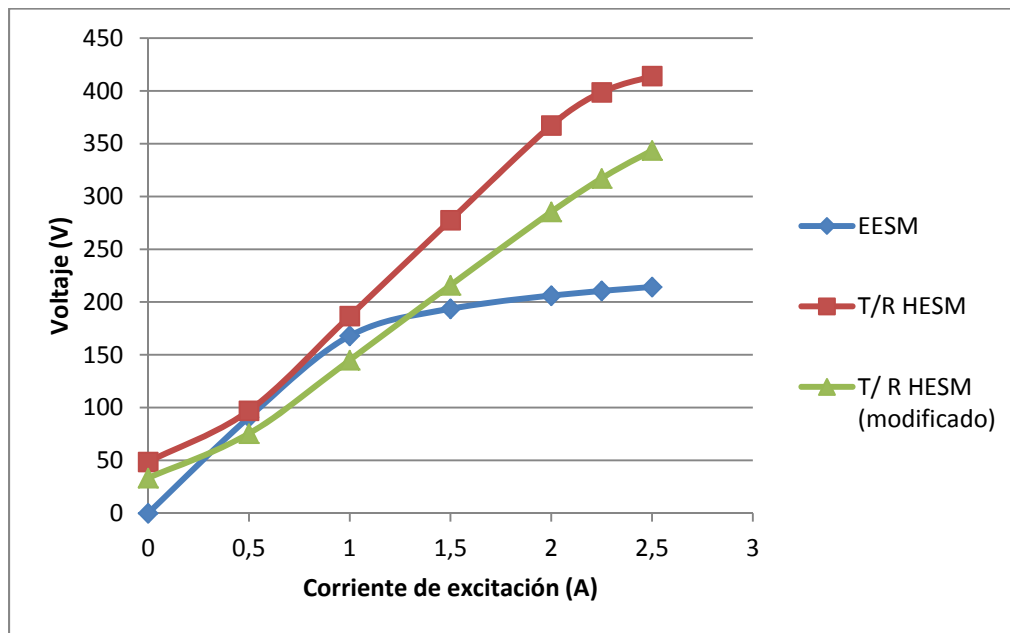
**Figura 4.5** Voltaje de línea inducido en vacío

Las Figuras 4.4 y 4.5 representan una aproximación a una forma senoidal, por lo cual la THD es mucho menor. Su valor eficaz es obtenido al multiplicar por 0.707 el valor pico de la forma de onda.

La variación del voltaje inducido con respecto a la intensidad de corriente en las bobinas de campo se refleja en la Figura 4.6.

**Tabla 4.1** Diferencia de potencial en función de la corriente de campo

Intensidad de Corriente de Campo [A]	Tipo de Máquina		
	EESM [V]	T/R HESM [V]	T/R HESM (mod) [V]
0	48,66	0	33,27
0,5	97,11	90,88	75,44
1	186,81	167,98	145,02
1,5	277,6	193,64	215,98
2	367,36	206,05	285,43
2,25	398,74	210,56	317,21
2,5	414,1	214,32	343,61



**Figura 4.6** Voltaje inducido (sin carga) con respecto a la corriente de campo

Los resultados de la Figura 4.6 muestran que la curva de la EESM es similar a la obtenida en [1] (Figura 3.10), aunque los valores de voltaje no son coincidentes. Esto se debe al valor de entrehierro que se tomó. Para el caso de la T/R HESM el rango de corriente de excitación, que se puede aplicar a la máquina antes de la saturación del núcleo, ha aumentado con respecto a la EESM. Este resultado se esperaba ya que la máquina cuenta con dos fuentes de campo en la T/R HESM.

La modificación de la forma del rotor con expansión polar, provoca que el voltaje inducido haya disminuido entre un 15% al 20%. Sin embargo los valores de tensión obtenidos en vacío brindan buenas características de operación.

## 4.2. Análisis con Carga

Cuando gira el rotor de un generador, se induce un voltaje  $\vec{E}$  en las bobinas estatóricas del mismo. Si se conecta una carga a los terminales del generador, fluye una corriente, pero el flujo de corriente trifásica estatórica produce un campo magnético propio en la máquina. Este campo magnético estatórico distorsiona el campo magnético del rotor cambiando el voltaje de fase resultante. Este efecto se llama reacción de inducido debido a que la corriente de inducido (estator) afecta al campo magnético que la produce en primera instancia [8].

El voltaje interno generado por fase es la suma de las caídas de voltaje en la resistencia del inducido, el voltaje de reacción del inducido y el voltaje en bornes de la máquina que depende de la carga. El circuito equivalente por fase se muestra en la Figura 4.7

$$\bar{E} = R_i \bar{I}_\phi + jX_s \bar{I}_\phi + \bar{V}_\phi \quad (4.2)$$

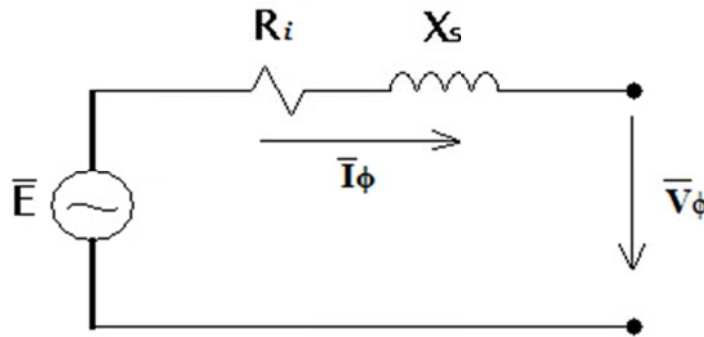
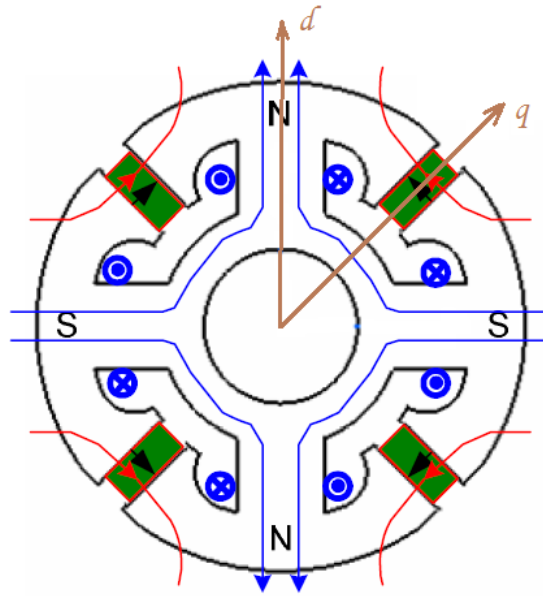


Figura 4.7 Circuito equivalente de la máquina síncrona

El voltaje en bornes  $\bar{V}_\phi$  depende del tipo de carga a la cual se conecte el generador. Debido a la intensidad de corriente que se produce cuando se cierra el circuito, existe una variación del valor de la reactancia síncrona  $X_s$ , por lo que se propone en la siguiente sección un método para el cálculo dicha reactancia.

Para el caso de estudio, con el fin de interpretar los efectos producidos en la máquina al colocar los diferentes tipos de cargas, se excitan las bobinas del estator con una intensidad de corriente variable en el tiempo. Previamente se mencionó que para este tipo de problema, en FEMM 2D no se puede aplicar una frecuencia, debido a que se verían afectadas por ella todas las corrientes en el modelo, es decir también se aplicaría esta frecuencia a la corriente de excitación. Para solucionar este conflicto, se recuerda que se realiza un análisis en donde el rotor se pone en movimiento. Por ende a cada paso o ubicación angular en la que se encuentre el rotor le corresponde un valor determinado de intensidad de corriente en el estator, donde esta última varía de forma senoidal.

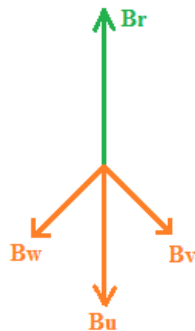
Se cuenta con 36 pasos del rotor, iniciando en la posición  $\theta_m = 0$  con los polos norte alineados de forma horizontal y culminando en  $\theta_m = 17\pi/18$  radianes. El rotor gira en sentido horario (Figura 3.4) y al contar con 4 polos los ejes directo y cuadratura quedan definidos como se muestra en la Figura 4.8



**Figura 4.8** Posición del rotor para el inicio del análisis

De acuerdo a la ecuación 3.9, en análisis sin carga las bobinas que se encuentren a una distancia angular espacial igual a  $\pi/4$  radianes, con respecto al eje directo, presentan una caída de tensión igual a cero, y a medida que el rotor gira este valor cambia de forma senoidal, y de igual manera lo hacen los voltajes en las otras bobinas, sin embargo su valor inicial no es cero. Si se observa en la Figura 3.4, estas bobinas desplazadas  $\pi/4$  radianes corresponden a la fase U.

Conociendo la variación del voltaje en las bobinas del estator en vacío con respecto al movimiento angular del rotor, se define el valor de la corriente que también varía de forma senoidal para dar la característica de carga con la que se realiza el análisis de la máquina. Por ejemplo, en la posición inicial el diferencial de tensión en el bobinado de la fase U es cero, como se explicó anteriormente, y la reacción de inducido es tal que, el campo magnético producido por las bobinas del estator se encuentra en el mismo eje del campo producido por el rotor, implica que el valor inicial de la intensidad de corriente en el bobinado de la fase U sea el máximo, y el de las dos fases restantes la mitad del valor pico [9].



**Figura 4.9** Vectores campo magnético

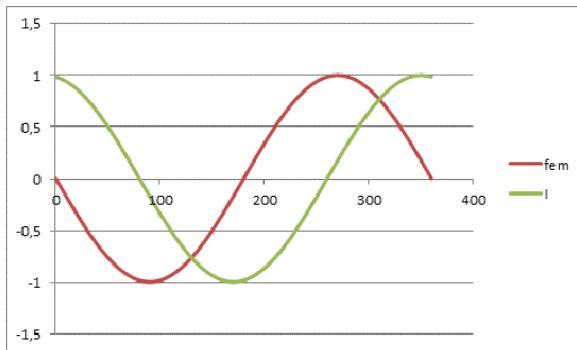
Puesto que el voltaje de fase en bornes  $\tilde{V}_\phi$  depende también del efecto de reacción de inducido, es difícil predecir el ángulo de desfase con respecto al voltaje inducido  $\tilde{E}$ ; o, a la corriente de fase  $\tilde{I}_\phi$ . En conclusión para este estudio, solamente se puede variar el ángulo de desfase de la corriente  $\tilde{I}_\phi$  con respecto a  $\tilde{E}$ , para establecer un tipo de carga.

Obviamente, cuando la corriente  $\tilde{I}_\phi$  desfase  $\pi/2$  radianes en adelante a  $\tilde{E}$ , la carga es capacitiva; y por el contrario si  $\tilde{I}_\phi$  desfase  $\pi/2$  radianes en atraso a  $\tilde{E}$  la carga es inductiva. La dificultad recae en encontrar el ángulo que determine una carga resistiva, lo cual se define cuando la tensión  $\tilde{V}_\phi$  se encuentra en fase con la corriente  $\tilde{I}_\phi$ , en donde tanto la magnitud y dirección de la tensión  $\tilde{V}_\phi$  depende de la corriente  $\tilde{I}_\phi$  y del flujo en el entrehierro, es decir depende de  $I_f$ .

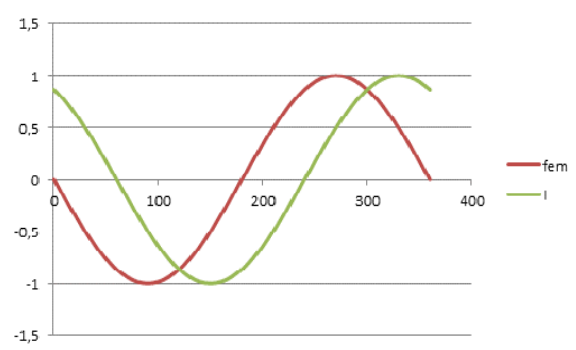
#### 4.2.1. Carga Resistiva

Como se anticipó, conseguir una carga resistiva no es tarea fácil. Con ayuda del programa de parametrización e interpretando aproximadamente el desfase que existe entre el voltaje en bornes  $\tilde{V}_\phi$  y el voltaje de vacío  $\tilde{E}$  para una determinada intensidad de corriente  $\tilde{I}_\phi$ , se consigue simular el desempeño de la máquina con una carga resistiva.

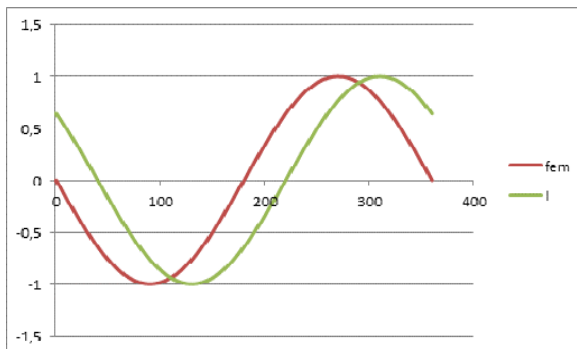
Se establece una intensidad de corriente  $|\tilde{I}_\phi| = 0.75/\sqrt{2}$  A, y a continuación se realizan algunas pruebas para varios ángulos de desfase en atraso de  $\tilde{I}_\phi$  con respecto a  $\tilde{E}$ , con el fin de conseguir que el voltaje  $\tilde{V}_\phi$  se encuentre en fase con  $\tilde{I}_\phi$ .



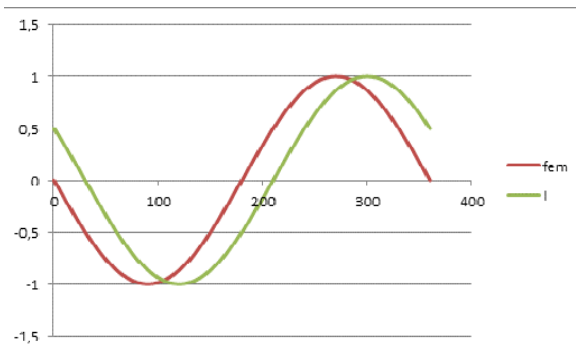
(a)  $\tilde{I}_\phi$   $4\pi/9$  rad en atraso a  $\tilde{E}$



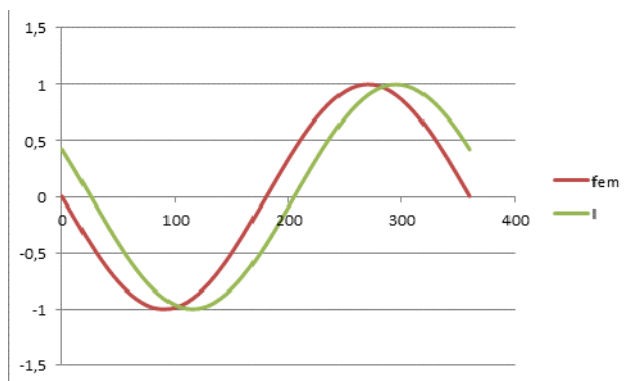
(b)  $\tilde{I}_\phi$   $\pi/3$  rad en atraso a  $\tilde{E}$



(c)  $\tilde{I}_\phi$   $2\pi/9$  rad en atraso a  $\tilde{E}$



(d)  $\tilde{I}_\phi$   $\pi/6$  rad en atraso a  $\tilde{E}$

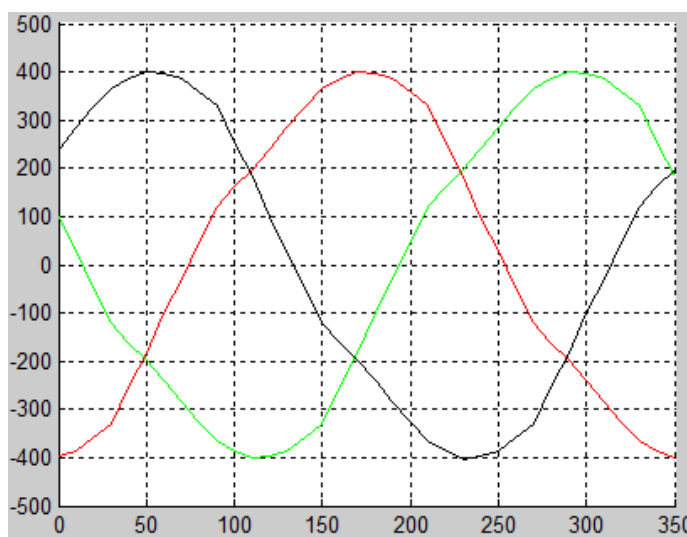


(e)  $\bar{I}_\phi$   $5\pi/36$  rad en atraso a  $\bar{E}$

**Figura 4.10** Parametrización del ángulo de desfase entre  $\bar{I}_\phi$  y  $\bar{E}$ .

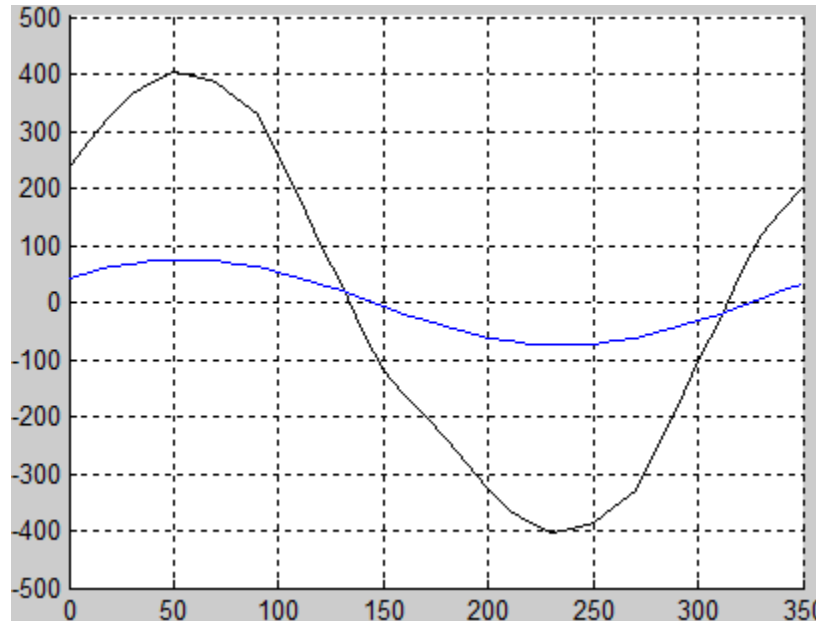
En la Tabla 4.2 se enumeran los resultados de los ángulos de desfase que existe entre  $\bar{I}_\phi$  y  $\tilde{V}_\phi$ , cuando se ingresa un ángulo de desfase entre  $\bar{I}_\phi$  y  $\bar{E}$  en el programa de parametrización.

<b>Tabla 4.2</b> Ángulo de desfase de $\bar{I}_\phi$ con respecto a $\bar{E}$ y $\tilde{V}_\phi$ , y volates $\bar{E}$ y $\tilde{V}_\phi$			
$\bar{E}$		$\tilde{V}_\phi$	
(rad)	(V)	(rad)	(V)
$4\pi/9$	317,21	$7\pi/18$	193.93
$\pi/3$	317,21	$2\pi/9$	218.24
$2\pi/9$	317,21	$\pi/18$	253.73
$\pi/6$	317,21	$\pi/36$	273.9
$5\pi/36$	317,21	$\approx 0$	284.2



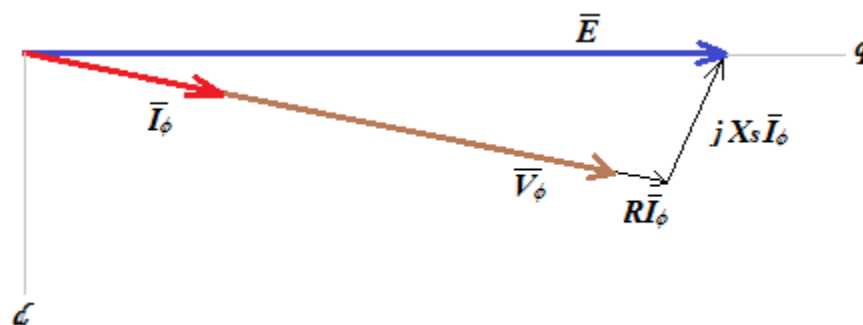
**Figura 4.11** Voltaje de fase para una carga resistiva

En la Figura 4.11 se observan las formas de onda de las tres fases para la solución, así como el resultado de la intensidad de corriente y diferencia de potencial de la fase V en la Figura 4.12, donde  $\bar{I}_\phi$  presenta una escala de 1 A/div, y  $\tilde{V}_\phi$  100 V/div.



**Figura 4.12** Voltaje e intensidad de corriente de la fase V en fase

En conclusión para una T/R HESM de dimensiones y materiales detallados en la Tabla 3.5, con una fuerza magnetomotriz en las bobinas de campo  $F_f = 450$  A·vueltas; cuando se cubre la demanda de una carga resistiva con  $|\bar{I}_\phi| = 0.75/\sqrt{2}$  A, existe un desfase en atraso entre esta corriente y la fuerza electromotriz en vacío  $\bar{E}$  de  $5\pi/36$  radianes, es decir  $25^\circ$ ; obteniendo un voltaje en bornes  $|\tilde{V}_\phi| = 282.8$  V, lo que implica un voltaje pico por fase igual a 399.94 V, como se observa en la Figura 4.12.



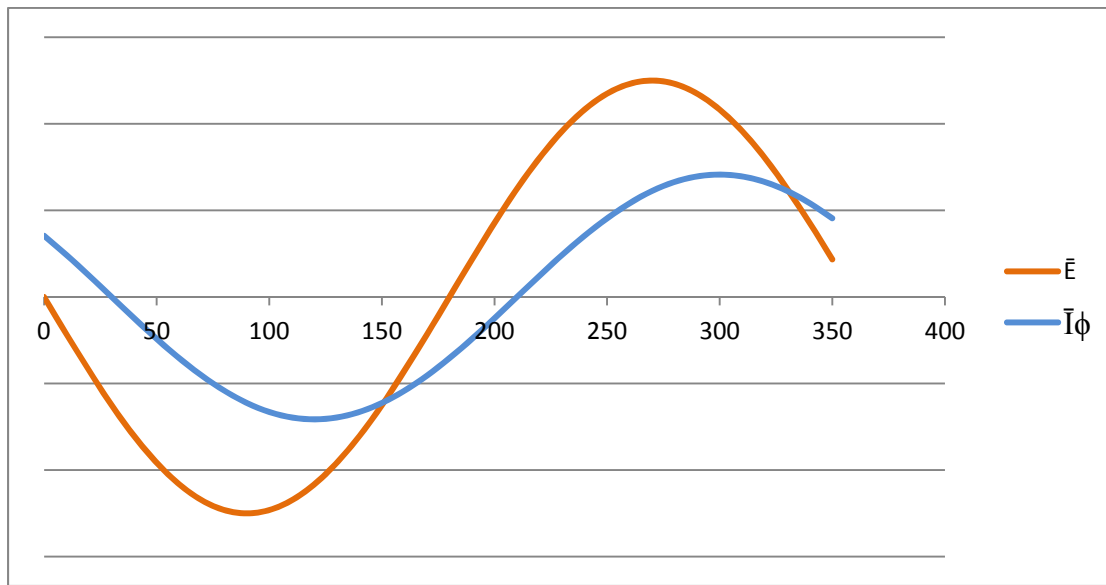
**Figura 4.13** Diagrama fasorial del circuito equivalente con una carga R



#### 4.2.2. Carga Inductiva

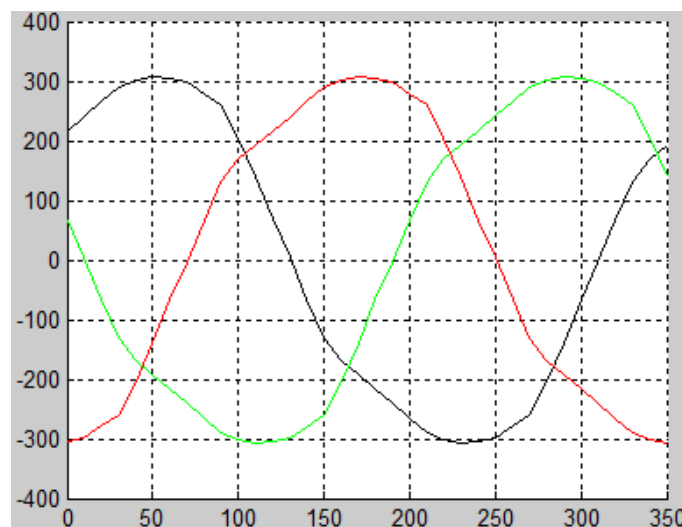
Una carga inductiva representa que la corriente  $\bar{I}_\phi$  se encuentra en atraso  $\theta$  radianes eléctricos con respecto al voltaje en bornes  $\tilde{V}_\phi$ .

Se toma uno de los resultados de la Tabla 4.2, en donde todos, a excepción del último, representan una carga RL. Cuando se establece un ángulo de atraso de  $\pi/6$  de  $\bar{I}_\phi$  con respecto a  $\bar{E}$ , se consigue que esta corriente se encuentre en atraso  $2\pi/9$  con respecto a  $\tilde{V}_\phi$ .



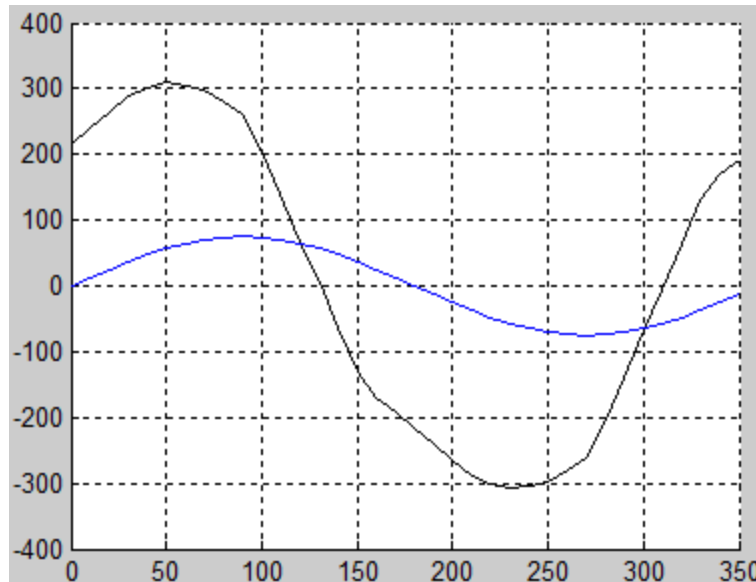
**Figura 4.14** Desfase de  $\pi/3$  rad en atraso de  $\bar{I}_\phi$  con respecto a  $\bar{E}$

Con este ángulo de desfase y manteniendo la misma magnitud de corriente  $\bar{I}_\phi$  se consigue un diferencial de tensión por fase  $\tilde{V}_\phi = 218.29$  V, lo que significa un voltaje de fase pico igual a 308.71 V, como se observa en la Figura 4.15.



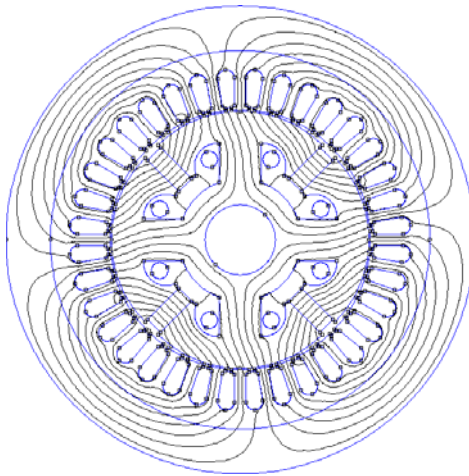
**Figura 4.15** Voltaje de fase para una carga RL

En la Figura 4.16 se muestra el resultado de desfase entre  $\tilde{I}_\phi$  y  $\tilde{V}_\phi$ , donde  $\tilde{I}_\phi$  presenta una escala de 1 A/div, y  $\tilde{V}_\phi$  100 V/div.



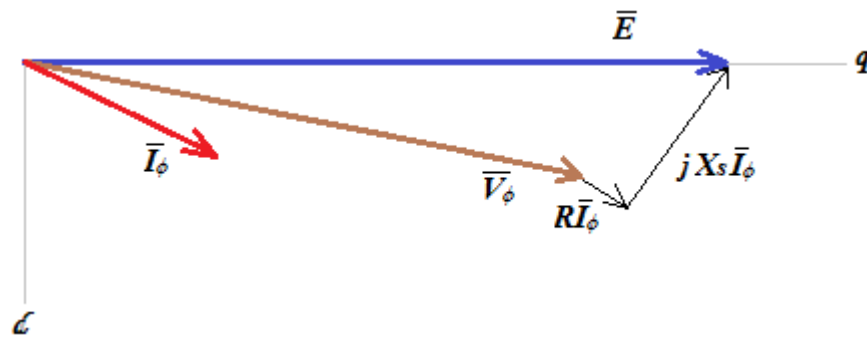
**Figura 4.16** Voltaje y corriente de la fase V para una carga RL

En la Figura 4.17 se observa como las líneas de campo presentan una deflexión debido a la reacción de inducido.



**Figura 4.17** Líneas del campo magnético neto para carga RL

El diagrama fasorial del circuito equivalente se muestra en la Figura 4.18.



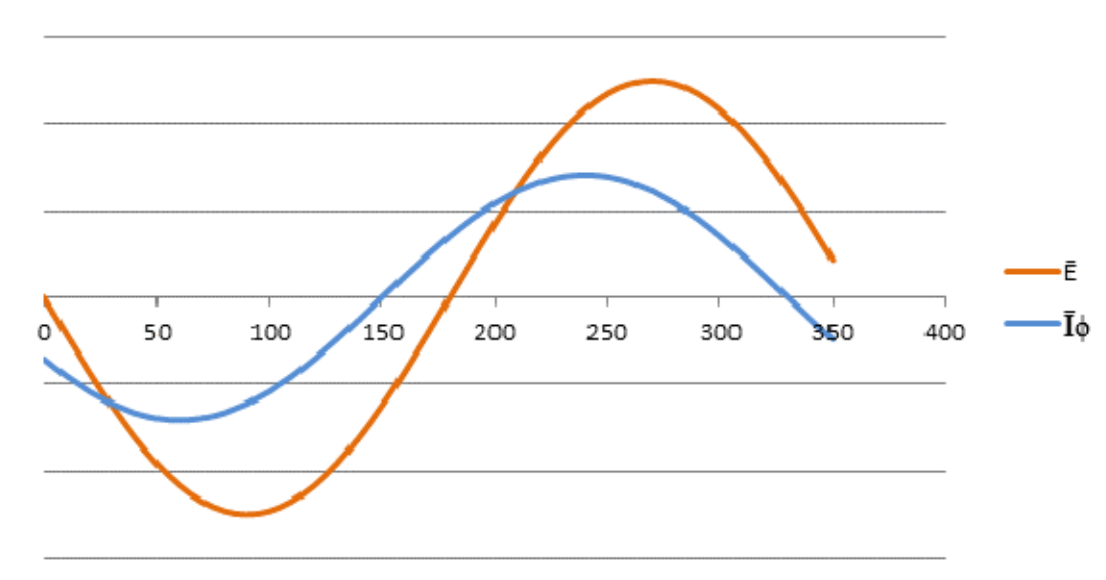
**Figura 4.18** Diagrama fasorial del circuito equivalente con una carga RL

### 4.2.3. Carga Capacitiva

Cuando la diferencia de potencial  $\tilde{V}_\phi$  se encuentra atrasado  $\theta$  radianes con respecto a la intensidad de corriente  $\tilde{I}_\phi$ , se concluye que la reactancia a la cual está conectado el circuito es capacitiva.

Manteniendo la intensidad de corriente  $|\tilde{I}_\phi| = 0.75/\sqrt{2}$  A, se puede apreciar en los resultados de la Tabla 4.1 que para valores mayores a  $-5\pi/36$  (en atraso implica un signo menos) en la reactancia de la carga empieza a ser de tipo capacitiva.

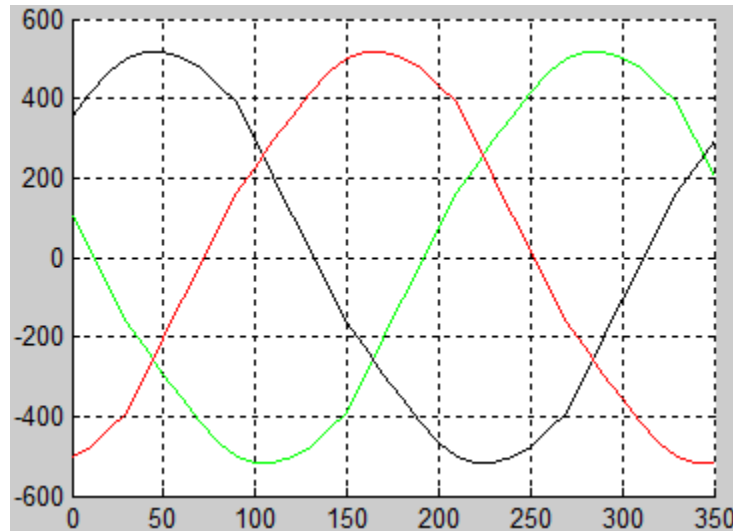
Como objeto de este análisis se decide establecer  $\pi/6$  rad en adelante de la intensidad de corriente  $\tilde{I}_\phi$  con respecto a  $\tilde{E}$  como se muestra en la Figura 4.19.



**Figura 4.19** Desfase de  $\pi/6$  rad en adelante de  $\tilde{I}_\phi$  con respecto a  $\tilde{E}$

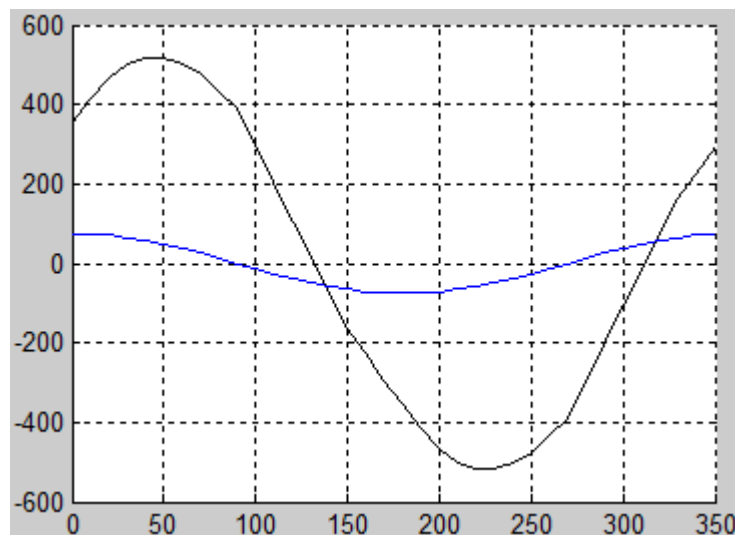
En estas circunstancias, la máquina consume reactivos provocando que  $|\tilde{V}_\phi| = 365.93 \text{ V}$ , siendo este resultado mayor a la tensión generada en vacío  $\tilde{E}$ .

El voltaje pico por fase es igual a 517.5 V, como se muestra en la Figura 4.20.



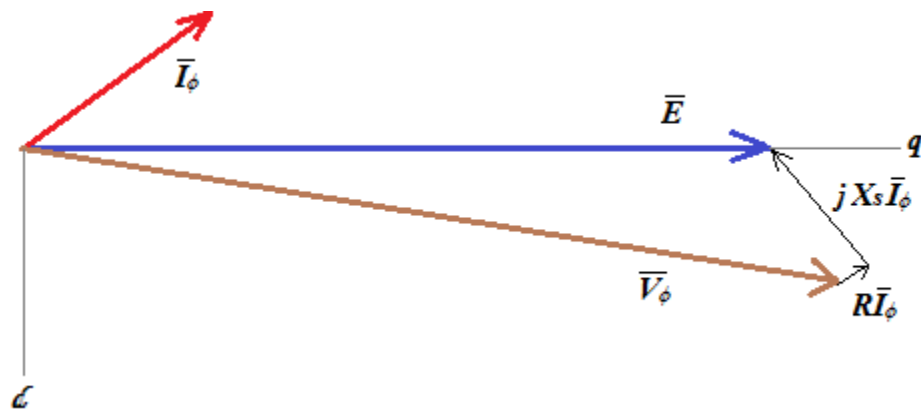
**Figura 4.20** Voltaje de fase para una carga con reactancia capacitiva

En la Figura 4.21 se observan las formas de onda del voltaje e intensidad de corriente de la fase V, donde  $\tilde{I}_\phi$  presenta una escala de 1 A/div, y  $\tilde{V}_\phi$  100 V/div.



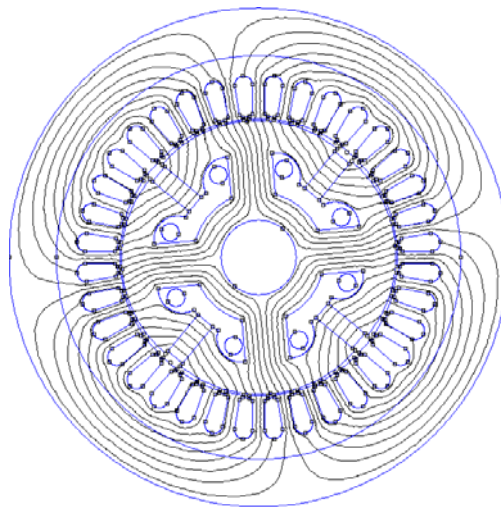
**Figura 4.21** Intensidad de corriente  $\tilde{I}_\phi$  en adelanto  $5\pi/18 \text{ rad}$  a  $\tilde{V}_\phi$

El diagrama fasorial del circuito equivalente se muestra en la Figura 4.22.



**Figura 4.22** Diagrama fasorial del circuito equivalente con una carga RC

En la Figura 4.23 se observa la distribución de las líneas de campo. Está claro que en estas condiciones el flujo magnético se ha incrementado con respecto a las anteriores cargas, debido a la acción del campo generado por los bobinados del estator.



**Figura 4.23** Líneas del flujo magnético neto para carga RC

## 5. Cálculo de la Reactancia Síncrona

Existen algunas alternativas para encontrar el valor de la reactancia síncrona, dependiendo de la disponibilidad de la máquina o del tipo de estudio que se realice. Las pruebas de circuito abierto y corto circuito se realizan en la práctica, lo cual consiste en medir el valor de tensión generada en vacío para un nivel de corriente de excitación; y con ese mismo valor de intensidad de campo medir la corriente que circula cuando se realiza un corto circuito en los bornes de una fase de la máquina. El resultado de la relación entre estos dos valores medidos proporciona la impedancia síncrona de la máquina. Posteriormente, se inyecta corriente continua en las bobinas que conforman una fase, se divide el voltaje

continuo aplicado para esta corriente y se obtiene la resistencia del bobinado de fase. Finalmente, la reactancia síncrona resulta de la ecuación 5.1. [8]

$$X_s = \sqrt{|\bar{Z}|^2 - R_i^2} \quad (5.1)$$

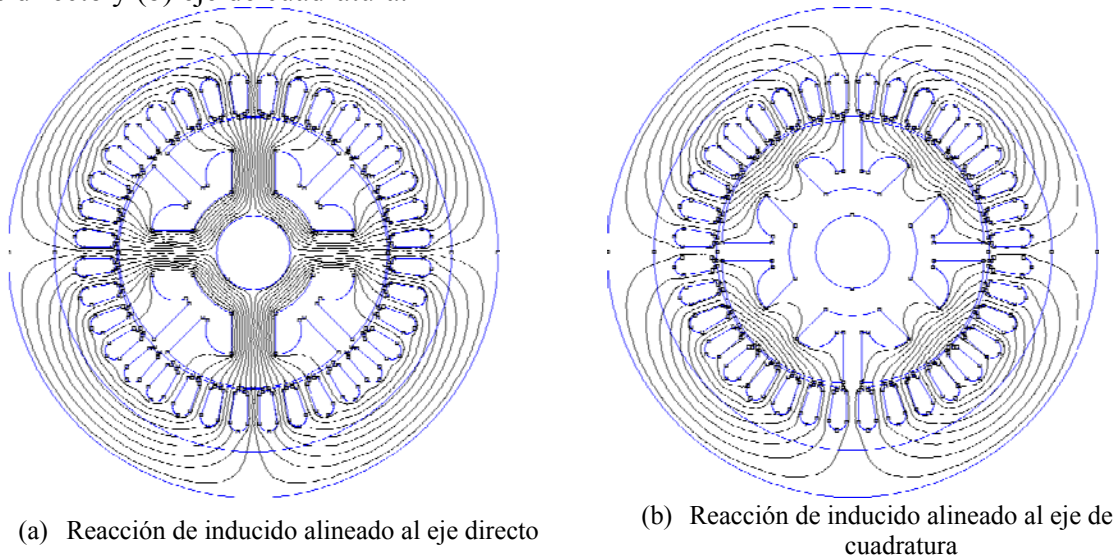
Experimentalmente se ha demostrado que la reactancia síncrona en el eje directo  $X_{sd}$ , se puede obtener de las mismas pruebas de circuito abierto y corto circuito al resolver la relación siguiente:

$$X_{sd} = \frac{I_{f,(\text{corriente nominal en prueba de corto circuito})}}{I_{f,(\text{voltaje nominal en prueba de circuito abierto})}} \quad (5.2)$$

En donde, el numerador y denominador representan las corrientes de campo con las cuales, se obtiene la corriente y voltaje nominal en las pruebas de corto circuito y circuito abierto respectivamente. Por otra parte, no existe una forma práctica similar para obtener la reactancia síncrona en el eje de cuadratura  $X_{sq}$ .

Al no contar con la posibilidad de efectuar un análisis práctico, se hace uso del MEF para conseguir la reactancia síncrona como se realiza en [10] [11] [12] [13].

La reactancia síncrona de una máquina que cuenta con imanes permanentes se consigue por medio de la energía magnética almacenada. Para encontrar el valor de la reactancia síncrona del eje directo, se alinea el flujo magnético del efecto de reacción de inducido en dicho eje; y al alinear este flujo al eje de cuadratura se consigue la reactancia síncrona de cuadratura. Esta prueba se la realiza sin el efecto de los imanes permanentes y el bobinado de campo. La Figura 5.1 muestra la distribución de flujo de la reacción de inducido en el (a) eje directo y (b) eje de cuadratura.



**Figura 5. 1** Flujo de reacción de inducido sobre los ejes  $d$  y  $q$

En los dos casos se obtiene una energía magnética almacenada de la máquina. A partir de la ecuación 5.3 se obtienen las inductancias síncronas en el eje directo y de cuadratura.

$$W = \frac{1}{2} Li^2 \quad (5.3)$$

Considérese la corriente empleada para el análisis de carga resistiva  $|\bar{I}_\phi| = 0.75/\sqrt{2}$  A. Los resultados de la energía magnética almacenada en el eje directo y de cuadratura son 518.7 mJ y 312 mJ respectivamente, consiguiendo con ello una inductancia síncrona en el eje directo  $L_{sd} = 1.8444$  H y una inductancia síncrona en el eje de cuadratura  $L_{sq} = 1.10926$  H. Finalmente, la inductancia síncrona  $L_s$  resulta de la suma vectorial de  $L_{sd}$  y  $L_{sq}$ , de lo cual se obtiene  $L_s = 2.15227$  H. El resultado de la inductancia síncrona por fase es la tercera parte de  $L_s$ , en consecuencia  $L_{s\phi} = 717.4$  mH.

### 5.1. Propuesta de Cálculo de la Inductancia Síncrona

Para calcular la reactancia síncrona por medio de las pruebas de circuito abierto y corto circuito, se asume que la intensidad de corriente  $\bar{I}_\phi$  se encuentra  $\pi/2$  radianes en atraso con respecto a  $\bar{E}$ , y  $\tilde{V}_\phi = 0$  V, considerando en primera instancia que la  $R_i$  es despreciable. En el cálculo de  $X_s$  por medio del MEF se utiliza la energía almacenada en dos posiciones específicas.

El programa de parametrización que se desarrolló consigue las formas de onda de los tres fasores  $\bar{I}_\phi$ ,  $\tilde{V}_\phi$  y  $\bar{E}$ . Por lo tanto, lo único que se debe hacer es resolver el circuito equivalente

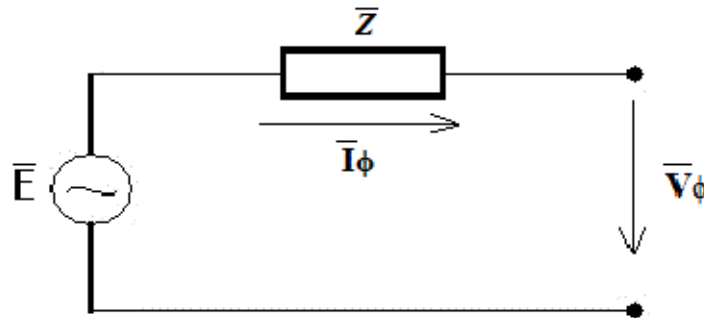


Figura 5. 2 Circuito equivalente, cálculo de la impedancia

en donde:

$$\bar{Z} = \frac{\bar{E} - \bar{V}_\phi}{\bar{I}_\phi} \quad (5.4)$$

$$\bar{Z} = R_i + jX_s \quad (5.5)$$

$$X_s = 2\pi f L_s \quad (5.6)$$

Si se toman como ejemplo los datos de la Tabla 4.2 para  $\bar{I}_\phi$  en atraso  $\pi/36$  radianes con respecto a  $\tilde{V}_\phi$ . De la Tabla 4.1 se conoce que:

$$\bar{E} = 317.21 \text{ V}$$

Y de la Tabla 4.2 se consigue:

$$\tilde{V}_\phi = 274 \angle -5\pi/36 \text{ V}$$

$$\bar{I}_\phi = \frac{0.75}{\sqrt{2}} \angle -\pi/6 \text{ A}$$

Para conocer el valor de la impedancia se resuelve el circuito equivalente:

$$\bar{Z} = \frac{317.21 - 274(\cos(-5\pi/36) + j\sin(-5\pi/36))}{\frac{0.75}{\sqrt{2}} \angle -\pi/6}$$

$$\bar{Z} = \frac{68.8817 + j115.7974}{\frac{0.75}{\sqrt{2}} \angle -\pi/6}$$

$$\bar{Z} = \frac{134.74 \angle 1.0342}{\frac{0.75}{\sqrt{2}} \angle -\pi/6}$$

$$\bar{Z} = 254.06 \angle 1.5578$$

$$\bar{Z} = 3.308 + j254.04$$

Finalmente el valor de la inductancia síncrona es:

$$L_s = \frac{X_s}{2\pi f} = \frac{254.04}{100\pi} = 808.6 \text{ mH}$$

Existe un 11% de error de este resultado con respecto al obtenido en el análisis de las inductancias en el eje directo y cuadratura, en donde no se considera el efecto mutuo del bobinado de campo.

El resultado de la inductancia síncrona refleja el efecto elevado de la reacción de inducido sobre la T/R HESM que se diseñó.



## 6. Conclusiones y Futuro Trabajo

En este trabajo se diseñó un programa que permita parametrizar las dimensiones, materiales y excitaciones de una T/R HEMS en FEMM 2D, con la finalidad de reproducir los resultados obtenidos en [1]. Debido a las limitaciones de FEMM, se propone una alternativa para calcular el voltaje inducido en vacío  $\bar{E}$  y la tensión en bornes  $\bar{V}_\phi$  de la máquina cuando se trabaja con carga, proporcionando buenos resultados.

Posteriormente se realizó el análisis del desempeño de la T/R HESM para cargas inductiva, capacitiva y resistiva. Y finalmente se resolvió el circuito equivalente de la máquina con los datos obtenidos del programa de parametrización. A continuación, se derivan de este estudio las siguientes conclusiones:

- La primera impresión que se toma del diseño, es que el flujo magnético que proviene de los imanes permanentes no se ve afectado directamente por la reacción de inducido, lo cual evita la desmagnetización de los imanes cuyas líneas de campo cruzan en menor medida el entrehierro y cierran el circuito magnético en el núcleo del rotor.
- Con la modificación realizada en el rotor de la T/R HESM, se consigue una *fem* mucho más suave, lo que implica una disminución considerable de armónicos; sin embargo se pueden citar dos desventajas. La primera tiene que ver con la disminución de la potencia, debido al entrehierro variable. Y la segunda se refiere al problema de vibración, pues el rotor modificado tiene mayor probabilidad de desalinearse que el rotor cilíndrico. La modificación se la realizó pensando en conectar la máquina en un sistema agregado; por lo tanto, no haría falta tal modificación en un sistema integrado.
- En la referencia [11] se menciona que la reactancia síncrona varía con la intensidad de corriente que circula por los devanados estáticos. Es por eso que se puede decir que la forma como se propuso el cálculo de la inductancia síncrona  $L_s$  en la sección 5.1, es tiene mayor validez que el método de los ejes directo y de cuadratura, ya que en el primero se consideran, en teoría, todos los factores que influyen en el circuito.

Se puede decir que el estudio realizado en este proyecto es prácticamente teórico, por lo que queda por comprobar los resultados aquí obtenidos en un prototipo en un futuro trabajo. Además se pueden citar otras tareas por realizar.

- Aunque el programa de parametrización brinda muchas ventajas a la hora de desarrollar un modelo de una T/R HESM, todavía queda mucho por optimizar. Como por ejemplo añadir la posibilidad de establecer el número de pares de polos con los que cuente la máquina, el tipo de bobinado en el estator, el número de ranuras en este último, establecer un núcleo laminado, entre otras opciones. Además, se pueden realizar estudios sobre la máxima intensidad de corriente que se obtiene de la máquina para diferentes factores de potencia.

- Al programa de parametrización le toma un tiempo considerable para obtener las formas de onda del voltaje inducido. Queda como trabajo futuro realizar el mallado adecuado para optimizar el tiempo de procesamiento, y a la vez garantizar la fiabilidad de los datos.

## 7. Referencias

- [1] S. Zhu, C. Liu, Y. Xu and X. Zhou, "Characteristics and experimental study on a novel tangential/radial hybrid excitation synchronous machine," *Power Electronics for Distributed Generation Systems*, pp. 883-886, 2010.
- [2] J. Brauer, *What every engineer should know about Finite Element Analysis*, Cincinnati - Ohio: Marcel Dekker, 1993.
- [3] J. Rapp, *Teoría y cálculo de los bobinados eléctricos*, 9na ed., J. Rapp, Ed., Bilbao: Vagma, 1983.
- [4] C. Zhao and F. Luo, "No-load trait analysis on radial structure HESM of magnetic shunting type," *Industrial Technology*, pp. 1-6, 2008.
- [5] EuroDrive, "Instrucciones de Funcionamiento Movi-Switch," [Online]. Available: <http://www.sew-eurodrive.de/download/pdf/10504451.pdf>. [Accessed 11 Nov 2013].
- [6] W. H. J. Hayt and J. A. Buck, *Teoría Electromagnética*, 8va ed., McGraw-Hill Interamericana, 2012.
- [7] J. L. Villa, *Notas de clase de Análisis y Control de Generación a Velocidad Variable*, Zaragoza, 2013.
- [8] S. J. Chapman, *Máquinas Eléctricas*, 5ta ed., McGraw-Hill.
- [9] A. E. Fitzgerald, C. J. Kingsley and S. D. Umans, *Máquinas Eléctricas*, McGraw-Hill Interamericana, 2003, p. Capítulo 5.
- [10] J. Bacher, "Design procedures for small synchronous generators with interior permanent magnet rotors," in *International Conference on Renewable Energies and Power Quality*, Valencia - Spain, 2009.
- [11] A. B. J. Reece and P. T. W., *Finite Element Methods in Electrical Power Engineering*, Oxford: Oxford University Press, 2000, pp. 144 - 146.

- [12] J. F. Gieras, E. Santini and M. Wing, "Calculation of Synchronous Reactances of Small Permanent-Magnet Alternating-Current Motors: Comparison of Analytical Approach and Finite Element Method with Measurements," *Magnetics*, vol. 34, no. 5, pp. 3712-3720, 1998.
- [13] J. Chandra Prasad and S. Ram, "Evaluation of synchronous generator reactance using finite element method (FEM)," *Theoretical and Applied Information Technology*, vol. 27, no. 2, pp. 68-76, 2011.
- [14] C.-h. Zhao and Y.-g. Yan, "A review of development of hybrid excitation synchronous machine," *Industrial Electronics*, vol. II, pp. 857-862, 2005.
- [15] Z. Zhang, Y. Yan, S. Yang and Z. Bo, "Principle of operation and feature investigation of a new topology of hybrid excitation synchronous machine," *Magnetics*, vol. XLIV, no. 9, pp. 2174-2180, 2008.



# Anexos

## A. Código Fuente

### A.1. Presentación de la Interfaz

```
function presentation
%Autor: Carlos Enrique Imbaquingo Muñoz
%Máster en Energías Renovables y Eficiencia Energética
%*****
%                               Diseño de una HESM
%*****
clear,clc,cla,close all
%Creamos figura
figdiag=figure('Units','Normalized',...
    'Position',[0.0725 0.0725 0.57 0.57],... %Tamaño de la presentación
    'Number','off',...
    'Name','Máster en Energías Renovables y Eficiencia Energética', ...
    'Menubar','none', ...
    'color',[0 0 0]);

%Ubicamos ejes en figura
axes('Units','Normalized',...
    'Position',[0 0 1 1]);
%Incluir imagen
%Importamos imagen *.jpg,junto con su mapa de colores
[x,map]=imread('LogoUZ.jpg','jpg');
%Representamos imagen en figura, con su mapa de colores
image(x),colormap(map),axis off,hold on
%Títulos sobre imagen
%Título
text(50,50,'Universidad de Zaragoza', ...
    'Fontname','Arial','FontSize',25,'Fontangle','Italic', ...
    'Fontweight','Bold','color',[0 0 0]);
text(50,110,'Diseño de una Máquina', ...
    'Fontname','Arial','FontSize',20,'Fontangle','Italic', ...
    'Fontweight','Bold','color',[0 0 0.5]);
text(50,140,'Síncrona de Excitación', ...
    'Fontname','Arial','FontSize',20,'Fontangle','Italic', ...
    'Fontweight','Bold','color',[0 0 0.5]);
text(50,170,'Híbrida', ...
    'Fontname','Arial','FontSize',20,'Fontangle','Italic', ...
    'Fontweight','Bold','color',[0 0 0.5]);
%Nombre del programador
text(50,230,'Por:', 'Fontname', ...
    'Comic Sans MS','Fontangle','Italic','Fontweight','Bold', ...
    'FontSize',14,'color',[0 0.3 0.4]);
text(50,255,'Carlos Enrique Imbaquingo Muñoz','Fontname', ...
    'Comic Sans MS','Fontangle','Italic','Fontweight','Bold', ...
    'FontSize',14,'color',[0 0.3 0.4]);
text(50,285,'Director:', 'Fontname', ...
    'Comic Sans MS','Fontangle','Italic','Fontweight','Bold', ...
```

```

'FontSize',14,'color',[0 0.3 0.4]);
text(50,310,'Jesús Letosa Fleta','Fontname', ...
'Comic Sans MS','Fontangle','Italic','Fontweight','Bold', ...
'FontSize',14,'color',[0 0.3 0.4]);
text(50,340,'Codirector:', 'Fontname', ...
'Comic Sans MS','Fontangle','Italic','Fontweight','Bold', ...
'FontSize',14,'color',[0 0.3 0.4]);
text(50,365,'Antonio Usón Sardaña','Fontname', ...
'Comic Sans MS','Fontangle','Italic','Fontweight','Bold', ...
'FontSize',14,'color',[0 0.3 0.4]);
%Botón Continuar
botok=uicontrol('Style','pushbutton', ...
'Units','normalized', ...
'Position',[.4 .03 .12 .05], ...
'String','CONTINUAR',...
'Callback','clear all;close all; clc; HESM;');

```

## A.2. Interfaz Gráfica

```

function varargout = HESM(varargin)
gui_Singleton = 1;
gui_State = struct('gui_Name',       mfilename, ...
                  'gui_Singleton',   gui_Singleton, ...
                  'gui_OpeningFcn', @HESM_OpeningFcn, ...
                  'gui_OutputFcn',  @HESM_OutputFcn, ...
                  'gui_LayoutFcn',  [], ...
                  'gui_Callback',    []);
if nargin && ischar(varargin{1})
    gui_State.gui_Callback = str2func(varargin{1});
end

if nargin
    [varargout{1:nargout}] = gui_mainfcn(gui_State, varargin{:});
else
    gui_mainfcn(gui_State, varargin{:});
end
% End initialization code - DO NOT EDIT

% --- Executes just before HESM is made visible.
function HESM_OpeningFcn(hObject, eventdata, handles, varargin)
global cil r L fem g k load noload Ex PM core
cil=0;
r=0;
L=0;
g=0;
k=0;
Ex=0;
PM=0;
core=0;
fem=0;

```

```
load=0;
noload=0;
Angle=0;
Ia=0;
Imagen = imread('Background2.jpg'); %Leer imagen
axes(handles.Imagen); %Carga la imagen en background2
axis on;
imshow(Imagen);

% Choose default command line output for HESM
handles.output = hObject;

% Update handles structure
guidata(hObject, handles);

% --- Outputs from this function are returned to the command line.
function varargout = HESM_OutputFcn(hObject, eventdata, handles)
varargout{1} = handles.output;

function Dr_Callback(hObject, eventdata, handles)
global r
Dr_string=get(hObject,'String'); %Almacenar valor ingresado
Dr = str2double(Dr_string); %Transformar a formato double
r = Dr/2;
if Dr<10
    msgbox('El diámetro del rotor debe ser mayor o igual a 20 mm','Diámetro del Rotor');
    set(handles.Dr,'String','0');
    Dr=0;
    r=0;
else
    handles.Dr=Dr; %Almacenar en puntero
end
guidata(hObject,handles); %Salvar datos de la aplicación

% --- Executes during object creation, after setting all properties.
function Dr_CreateFcn(hObject, eventdata, handles)
if ispc && isequal(get(hObject,'BackgroundColor'), get(0,'defaultUicontrolBackgroundColor'))
    set(hObject,'BackgroundColor','white');
end

function L_Callback(hObject, eventdata, handles)
global L
L_string=get(hObject,'String'); %Almacenar valor ingresado
L = str2double(L_string); %Transformar a formato double
if L<10
    msgbox('La longitud de la máquina debe ser mayor o igual a 10 mm','Longitud de la Máquina');
    set(handles.L,'String','0');
    L=0;
```

```

else
    handles.L=L; %Almacenar en puntero
end
guidata(hObject,handles); %Salvar datos de la aplicación

% --- Executes during object creation, after setting all properties.
function L_CreateFcn(hObject, eventdata, handles)
if ispc && isequal(get(hObject,'BackgroundColor'),
get(0,'defaultUicontrolBackgroundColor'))
    set(hObject,'BackgroundColor','white');
end

function g_Callback(hObject, eventdata, handles)
global g
g_string=get(hObject,'String'); %Almacenar valor ingresado
g = str2double(g_string); %Transformar a formato double
if g<=1
    if g>0.09
        handles.g=g; %Almacenar en puntero
    else
        msgbox('El valor del entrehierro debe estar entre 0.1 a 1
mm','Valor del Entrehierro');
        set(handles.g,'String','0');
        g=0;
    end
else
    msgbox('El valor del entrehierro debe estar entre 0.1 a 1 mm','Valor
del Entrehierro');
    set(handles.g,'String','0');
    g=0;
end
guidata(hObject,handles); %Salvar datos de la aplicación

% --- Executes during object creation, after setting all properties.
function g_CreateFcn(hObject, eventdata, handles)
if ispc && isequal(get(hObject,'BackgroundColor'),
get(0,'defaultUicontrolBackgroundColor'))
    set(hObject,'BackgroundColor','white');
end

% --- Executes on slider movement.
function Ex_Callback(hObject, eventdata, handles)
global Ex
Ex = get(hObject,'Value');
set(handles.Iex,'String',Ex);

% --- Executes during object creation, after setting all properties.
function Ex_CreateFcn(hObject, eventdata, handles)

% Hint: slider controls usually have a light gray background.
if isequal(get(hObject,'BackgroundColor'),
get(0,'defaultUicontrolBackgroundColor'))
    set(hObject,'BackgroundColor',[.9 .9 .9]);
end

```



```

end

% --- Executes on selection change in PM.
function PM_Callback(hObject, eventdata, handles)
global PM
PM = get(hObject, 'Value');

% --- Executes during object creation, after setting all properties.
function PM_CreateFcn(hObject, eventdata, handles)
if ispc && isequal(get(hObject, 'BackgroundColor'),
get(0, 'defaultUiControlBackgroundColor'))
    set(hObject, 'BackgroundColor', 'white');
end

% --- Executes on selection change in core.
function core_Callback(hObject, eventdata, handles)
global core
core = get(hObject, 'Value');
function core_CreateFcn(hObject, eventdata, handles)
if ispc && isequal(get(hObject, 'BackgroundColor'),
get(0, 'defaultUiControlBackgroundColor'))
    set(hObject, 'BackgroundColor', 'white');
end

% --- Executes on button press in sen.
function square_Callback(hObject, eventdata, handles)
global cil
y = get(hObject, 'Value');
if y==1
    cil=1;
    set(handles.sin, 'Value', 0);
else
    cil=0;
end

% --- Executes on button press in sen.
function sin_Callback(hObject, eventdata, handles)
global cil
z = get(hObject, 'Value');
if z==1
    cil=2;
    set(handles.square, 'Value', 0);
else
    cil=0;
end

% --- Executes on button press in k.
function k_Callback(hObject, eventdata, handles)
global k fem load noload
k=get(hObject, 'Value');
if k==0
    set(handles.load, 'Value', 0);
    load=0;
    set(handles.noload, 'Value', 0);

```

```

        noload=0;
        set(handles.fem, 'Value', 0);
        fem=0;
    end

% --- Executes on button press in noload.
function noload_Callback(hObject, eventdata, handles)
global fem k load noload
if k==1
    noload=get(hObject, 'Value');
    set(handles.load, 'Value', 0);
    load=0;
    if noload == 0
        set(handles.fem, 'Value', 0);
        fem=0;
    end
else
    errordlg('No se ha colocado bobinas en el estator', 'ERROR');
    set(handles.noload, 'Value', 0);
    noload=0;
end

% --- Executes on button press in load.
function load_Callback(hObject, eventdata, handles)
global fem k load noload
if k==1
    load=get(hObject, 'Value');
    set(handles.noload, 'Value', 0);
    noload=0;
    if load == 0
        set(handles.fem, 'Value', 0);
        fem=0;
    end
else
    errordlg('No se ha colocado boninas en el estator', 'ERROR');
    set(handles.load, 'Value', 0);
    load=0;
end

% --- Executes on slider movement.
function Ia_Callback(hObject, eventdata, handles)
global Ia load
if load == 1
    Ia=get(hObject, 'Value'); %Almacenar valor ingresado
    set(handles.a, 'String', Ia);
    Ia=Ia*(2)^2;
else
    Ia=0;
    set(handles.a, 'String', 0);
end

% --- Executes during object creation, after setting all properties.
function Ia_CreateFcn(hObject, eventdata, handles)

```

```

if isequal(get(hObject,'BackgroundColor'),
get(0,'defaultUicontrolBackgroundColor'))
    set(hObject,'BackgroundColor',[.9 .9 .9]);
end

function Angle_Callback(hObject, eventdata, handles)
global Angle load
if load == 1
    Angle_string=get(hObject,'String'); %Almacenar valor ingresado
    Angle = str2double(Angle_string); %Transformar a formato double
    Angle = pi()*(0.5+Angle/180);
else
    set(handles.Angle,'String',0);
    errordlg('No se ha establecido trabajar con carga','ERROR');
    Angle=0;
end

% --- Executes during object creation, after setting all properties.
function Angle_CreateFcn(hObject, eventdata, handles)
if ispc && isequal(get(hObject,'BackgroundColor'),
get(0,'defaultUicontrolBackgroundColor'))
    set(hObject,'BackgroundColor','white');
end

% --- Executes on button press in fem.
function fem_Callback(hObject, eventdata, handles)
global fem k load noload
if k==1
    if load==1 || noload==1
        fem=get(hObject,'Value');
    else
        errordlg('No se ha determinado el tipo de carga','ERROR');
        set(handles.fem,'Value',0);
        fem=0;
    end
else
    errordlg('No se puede calcular la fuerza electromotriz sin bobinas en
el estator','ERROR');
    set(handles.fem,'Value',0);
end

%*****
% --- Executes on button press in FEMM.
function FEMM_Callback(hObject, eventdata, handles)
global r L fem g cil core load phase T
if r>0 && L>0 && g>0 && cil>0 && core>1
    Center;
    set(handles.T,'String',T);
    if fem == 1
        if load == 1
            set(handles.E,'String','---');
            set(handles.V,'String',phase.vrms);
        else
            set(handles.E,'String',phase.vrms);

```

```

        set(handles.V, 'String', phase.vrms);
    end
else
    set(handles.E, 'String', 0);
    set(handles.V, 'String', 0);
end
else
    errordlg('Algunos parámetros no han sido definidos', 'ERROR');
end
%*****

```

### A.3. Archivo Central

```

addpath('C:\\femm42\\mfiles')
savepath;
openfemm;
newdocument(0);

global Angle a b c cil d f fem g Ia k load L m p phase r s sh T;

%Conditions
phase.up=0;
phase.vp=0;
phase.wp=0;
phase.uvp=0;
phase.vwp=0;
phase.wup=0;

phase.urms=0;
phase.vrms=0;
phase.wrms=0;
phase.uvrms=0;
phase.vvrms=0;
phase.wurms=0;

phase.upo=zeros(1,2);
phase.vpo=zeros(1,2);
phase.wpo=zeros(1,2);

phase.uv=zeros(1,2);
phase.vw=zeros(1,2);
phase.wu=zeros(1,2);

phase.u=zeros(1,2);
phase.fu=zeros(1,2);

phase.v=zeros(1,2);
phase.fv=zeros(1,2);

phase.w=zeros(1,2);

```

```
phase.fw=zeros(1,2);

phase.iu=zeros(1,2);
phase.iv=zeros(1,2);
phase.iw=zeros(1,2);

TM=zeros(1,2);
m=10;
sh=0;

%Math
a=0.3*(r+g);
b=0.2*(r+g);
c=0.9*a;
d=0.6*(r+g);
s=1.8*(r+g);
f=1.25*(r+g);
p=1.05*f;

main_maximize;
mi_probdef(0,'millimeters','planar',1E-8,L,30,0);

Rotor();

Stator();

Labeling();

mi_saveas('HESM.FEM');

load
fem
cil

mi_selectgroup(1);
mi_moverotate(0,0,45);
mi_clearselected;

if (k==1)
    Concentric();
    mi_clearselected;

    if (fem==1)
        mi_selectgroup(1);
        mi_moverotate(0,0,5);
        mi_clearselected;

        for n=1:36
            if (load==1)
                phase.iu(n)=Ia*cos(pi()*(n-1)/18+Angle);
                phase.iv(n)=Ia*cos(pi()*(n+23)/18+Angle);
                phase.iw(n)=Ia*cos(pi()*(n+11)/18+Angle);
```

```

        mi_modifycircprop('U+',1,phase.iu(n));
        mi_modifycircprop('U-',1,-phase.iu(n));
        mi_modifycircprop('V+',1,phase.iv(n));
        mi_modifycircprop('V-',1,-phase.iv(n));
        mi_modifycircprop('W+',1,phase.iw(n));
        mi_modifycircprop('W-',1,-phase.iw(n));
    end
    mi_selectgroup(1);
    mi_moverotate(0,0,-5);
    mi_analyze(0);
    mi_loadsolution;
    phase.upo=mo_getcircuitproperties('U+');
    phase.vpo=mo_getcircuitproperties('V+');
    phase.wpo=mo_getcircuitproperties('W+');
    phase.une=mo_getcircuitproperties('U-');
    phase.vne=mo_getcircuitproperties('V-');
    phase.wne=mo_getcircuitproperties('W-');
    phase.fu(n)=phase.upo(3);
    phase.fv(n)=phase.vpo(3);
    phase.fw(n)=phase.wpo(3);

    mo_addcontour(-r-g/2,0);
    mo_addcontour(r+g/2,0);
    mo_bendcontour(180,1);
    mo_addcontour(r+g/2,0);
    mo_addcontour(-r-g/2,0);
    mo_bendcontour(180,1);
    T0=mo_lineintegral(4);
    TM(n)=T0(1);
    n
end

for n=1:36
    if n==1
        phase.u(n)=-1800*(phase.fu(n)-phase.fu(36));
        phase.v(n)=-1800*(phase.fv(n)-phase.fv(36));
        phase.w(n)=-1800*(phase.fw(n)-phase.fw(36));
    else
        phase.u(n)=-1800*(phase.fu(n)-phase.fu(n-1));
        phase.v(n)=-1800*(phase.fv(n)-phase.fv(n-1));
        phase.w(n)=-1800*(phase.fw(n)-phase.fw(n-1));
    end

    if phase.up<phase.u(n)
        phase.up=phase.u(n);
    end
    if phase.vp<phase.v(n)
        phase.vp=phase.v(n);
    end
    if phase.wp>phase.w(n)
        phase.wp=phase.w(n);
    end

    phase.uv(n)=phase.u(n)-phase.v(n);

```

```
    phase.vw(n)=phase.v(n)-phase.w(n);
    phase.wu(n)=phase.w(n)-phase.u(n);

    if phase.uvp<phase.uv(n)
        phase.uvp=phase.uv(n);
    end

    if phase.vwp<phase.vw(n)
        phase.vwp=phase.vw(n);
    end

    if phase.wup>phase.wu(n)
        phase.wup=phase.wu(n);
    end

end

if (cil==1)
    phase.urms=0.865*phase.up;
    phase.vrms=0.865*phase.vp;
    phase.wrms=0.865*phase.wp;
    phase.uvrms=0.865*phase.uvp;
    phase.vwrms=0.865*phase.vwp;
    phase.wurms=0.865*phase.wup;
else
    phase.urms=0.707*phase.up;
    phase.vrms=0.707*phase.vp;
    phase.wrms=0.707*phase.wp;
    phase.uvrms=0.707*phase.uvp;
    phase.vwrms=0.707*phase.vwp;
    phase.wurms=0.707*phase.wup;
end

phase
T=TM(1);

t=(0:10:350);
figure
hold on
grid on
plot(t,phase.u,'green');
plot(t,phase.v,'black');
plot(t,phase.w,'red');

figure
hold on
grid on
plot(t,phase.uv,'green');
plot(t,phase.vw,'black');
plot(t,phase.wu,'red');

if (load==1)
    figure
```

```

        hold on
        grid on
        plot(t,phase.u,'green');
        plot(t,phase.v,'black');
        plot(t,phase.w,'red');
        plot(t,100*phase.iu,'cyan');
        plot(t,100*phase.iv,'blue');
        plot(t,100*phase.iw,'magenta');

        figure
        hold on
        grid on
        plot(t,phase.u,'green');
        plot(t,100*phase.iu,'cyan');

        figure
        hold on
        grid on
        plot(t,phase.v,'black');
        plot(t,100*phase.iv,'blue');

        figure
        hold on
        grid on
        plot(t,phase.w,'red');
        plot(t,100*phase.iw,'magenta');
    end

else
    mi_analyze(0);
    mi_loadsolution;
    mo_addcontour(-r-g/2,0);
    mo_addcontour(r+g/2,0);
    mo_bendcontour(180,1);
    mo_addcontour(r+g/2,0);
    mo_addcontour(-r-g/2,0);
    mo_bendcontour(180,1);
    T=mo_lineintegral(4);
end
else
    mi_analyze(0);
    mi_loadsolution;
end
end

```

#### A.4. Rutina del Rotor

```

function Rotor()

global a b c cil d Ex g PM r;

%\\\\\\\\\\

```



```

mi_addnode(0,b+c);
mi_selectnode(0,b+c);
mi_copyrotate(0,0,20,1);
mi_selectnode(0,b+c);
mi_copyrotate(0,0,-20,1);
mi_selectnode(0,b+c);
mi_deletesectednodes;
mi_selectnode(-1,b+c);
mi_copyrotate(0,0,50,1);
mi_selectnode(1,b+c);
mi_copyrotate(0,0,-50,1);
mi_selectnode(1,b+c);
mi_selectnode(-1,b+c);
mi_copytranslate(0,a,1);
mi_addsegment(-1,b+c,-1,a+b+c);
mi_addsegment(1,b+c,1,a+b+c);
mi_addarc(-1,b+c,-r,0,50,1);
mi_addarc(r,0,1,b+c,50,1);

mi_addnode(0,d);
mi_selectnode(0,d);
mi_copyrotate(0,0,34,1);
mi_selectnode(0,d);
mi_copyrotate(0,0,-34,1);
mi_selectnode(0,d);
mi_deletesectednodes;
mi_addarc(-1,a+b+c,-a,b+c,120,1);
mi_addarc(a,b+c,1,a+b+c,120,1);

mi_selectgroup(0);
mi_moverotate(0,0,45);

%\\\\\\\\\\

mi_addnode(0,r);
mi_selectnode(0,r);
mi_copyrotate(0,0,4,1);
mi_selectnode(0,r);
mi_deletesectednodes;

switch cil
case 1
    mi_selectnode(-1,r);
    mi_copytranslate(0,d-r,1);
    mi_addarc(-1,d,-b,d,5,1);
    mi_addsegment(-1,d,-1,r);

case 2
    mi_selectnode(-1,r);
    mi_movetranslate(0,-2*g);
    mi_selectnode(-1,r-2*g);
    mi_copytranslate(0,d-r+2*g,1);
    mi_addarc(-1,d,-b,d,5,1);

```

```

        mi_addsegment(-1,d,-1,r-2*g);
end

mi_selectgroup(0);
mi_moverotate(0,0,-90);

mi_addnode(0,r);
mi_selectnode(0,r);
mi_copyrotate(0,0,-4,1);
mi_selectnode(0,r);
mi_deleteselectednodes;

switch cil
    case 1
        mi_selectnode(1,r);
        mi_copytranslate(0,d-r,1);
        mi_addarc(1,d,b,d,5,1);
        mi_addsegment(1,d,1,r);
        mi_addarc(r,0,0,r,82,1);

    case 2
        mi_selectnode(1,r);
        mi_movetranslate(0,-2*g);
        mi_selectnode(1,r-2*g);
        mi_copytranslate(0,d-r+2*g,1);
        mi_addarc(1,d,b,d,5,1);
        mi_addsegment(1,d,1,r-2*g);

        mi_selectgroup(0);
        mi_moverotate(0,0,45);
        mi_addnode(0,r);
        mi_addarc(0.7*r,0.7*r,0,r,45,1);
        mi_addarc(0,r,-0.7*r,0.7*r,45,1);
        mi_selectgroup(0);
        mi_moverotate(0,0,-45);
end

mi_selectgroup(0);
mi_copyrotate(0,0,90,3);

if (PM>1)
    mi_addsegment(-1,d,1,d);

    mi_selectnode(-1,r);
    mi_selectnode(1,r);
    mi_copytranslate(0,-2*g,1);

    mi_addsegment(-1,(r+d)/2,1,(r+d)/2);
    mi_selectsegment(0,d);
    mi_selectsegment(0,r);
    mi_copyrotate(0,0,90,3);
end

```

```

if (Ex>0)
    mi_drawarc(0,2*a,0,2.42*a,180,1);
    mi_drawarc(0,2.42*a,0,2*a,180,1);
    mi_selectarcsegment(-1,2*a);
    mi_selectarcsegment(1,2*a);
    mi_copyrotate2(0,0,24,1,3);
    mi_selectarcsegment(-a,2*a);
    mi_selectarcsegment(-a*0.75,2*a);
    mi_copyrotate2(0,0,90,3,3);
    mi_selectarcsegment(-1,2*a);
    mi_selectarcsegment(1,2*a);
    mi_copyrotate2(0,0,-24,1,3);
    mi_selectarcsegment(a,2*a);
    mi_selectarcsegment(a*0.75,2*a);
    mi_copyrotate2(0,0,-90,3,3);
    mi_selectnode(0,2*a);
    mi_selectnode(0,2.45*a);
    mi_deletesectednodes;
end

mi_addnode(c,0);
mi_addnode(-c,0);
mi_addarc(c,0,-c,0,180,1);
mi_addarc(-c,0,c,0,180,1);

mi_selectgroup(0);
mi_setgroup(1);
mi_clearselected;

end

```

## A.5. Rutina del Estator

```

function Stator()

global a f g k p r s;

mi_addnode(0,r+g);
mi_selectnode(0,r+g);
mi_setgroup(2);
mi_selectnode(0,r+g);
mi_copyrotate(0,0,3.75,1);
mi_selectnode(0,r+g);
mi_copyrotate(0,0,-3.75,1);
mi_selectnode(0,r+g);
mi_deletesectednodes;

mi_selectnode(1,r+g);
mi_selectnode(-1,r+g);

```

```

mi_copytranslate(0,1,1);
mi_addsegment(1,r+g,1,r+g+1);
mi_addsegment(-1,r+g,-1,r+g+1);
mi_addarc(1,r+g,-1,r+g,7.5,1);

mi_addnode(0,f);
mi_selectnode(0,f);
mi_setgroup(2);
mi_selectnode(0,f);
mi_copyrotate(0,0,2,1);
mi_selectnode(0,f);
mi_copyrotate(0,0,-2,1);
mi_selectnode(0,f);
mi_deletesectednodes;
mi_selectnode(1,f);
mi_selectnode(-1,f);
mi_copytranslate(0,r+g+2-f,1);
mi_addsegment(-1,f,-1,r+g+2);
mi_addsegment(1,f,1,r+g+2);
mi_addsegment(-1,r+g+2,-r/15,r+g+1);
mi_addsegment(1,r+g+2,r/15,r+g+1);

%\\\\\\\\\\
mi_addnode(0,p);
mi_selectnode(0,p);
mi_setgroup(2);
mi_selectnode(0,p);
mi_copyrotate(0,0,5,1);
mi_selectnode(0,p);
mi_copyrotate(0,0,-5,1);
mi_selectnode(0,p);
mi_deletesectednodes;
mi_addarc(-1,f,-a,p,90,1);
mi_addarc(a,p,1,f,90,1);
mi_selectsegment(-1,f);
mi_selectsegment(1,f);
mi_selectarcsegment(-1,f);
mi_selectarcsegment(1,f);
mi_selectsegment(-r/16,r+g+1.5);
mi_selectsegment(r/16,r+g+1.5);
mi_selectsegment(-r/15,r+g+0.5);
mi_selectsegment(r/15,r+g+0.5);
mi_selectarcsegment(0,r+g);
mi_setgroup(2);
mi_selectgroup(2);
mi_copyrotate2(0,0,10,36,4);

if (k==1)
mi_addsegment(a/5,r+g+1,0.4*a,r+g+0.5);
mi_selectsegment(0.3*a,r+g+1);
mi_setgroup(2);
mi_selectgroup(2);
mi_copyrotate2(0,0,10,36,1);
end

```

```

mi_drawarc(s,0,-s,0,180,1);
mi_drawarc(-s,0,s,0,180,1);
mi_drawarc(0.81*s,0,-0.81*s,0,180,1);
mi_drawarc(-0.81*s,0,0.81*s,0,180,1);
mi_selectnode(s,0);
mi_selectnode(-s,0);
mi_selectnode(0.81*s,0);
mi_selectnode(-0.81*s,0);
mi_selectarcsegment(0,s);
mi_selectarcsegment(0,-s);
mi_selectarcsegment(0,0.81*s);
mi_selectarcsegment(0,-0.81*s);
mi_setgroup(2);
mi_clearselected;
%\\\\\\\
end

```

## A.6. Rutina del Etiquetado

```

function Labeling()

global a b c core d Ex g Ia load m PM r s sh;

mi_getmaterial('Air');
mi_getmaterial('18 AWG');
mi_getmaterial('22 AWG');
mi_getmaterial('316 Stainless Steel');

if load==1
    mi_addcircprop('U+',Ia,1);
    mi_addcircprop('U-',-Ia,1);
    mi_addcircprop('V+',-0.5*Ia,1);
    mi_addcircprop('V-',0.5*Ia,1);
    mi_addcircprop('W+',-0.5*Ia,1);
    mi_addcircprop('W-',0.5*Ia,1);
else
    mi_addcircprop('U+',0,1);
    mi_addcircprop('U-',0,1);
    mi_addcircprop('V+',0,1);
    mi_addcircprop('V-',0,1);
    mi_addcircprop('W+',0,1);
    mi_addcircprop('W-',0,1);
end

if (Ex>0)
    Nex=1.7*(pi()*(0.21*a)^2)/0.326; %Dividido para la sección de cable
22 AWG
    mi_addcircprop('E+',Ex,1);
    mi_addcircprop('E-',-Ex,1);

```

```

mi_addblocklabel(2.2*a,0);
mi_selectlabel(2.2*a,0);
mi_setblockprop('22 AWG',sh,m,'E-',0,1,Nex);
mi_moverotate(0,0,24);
mi_selectlabel(2.2*a,1);
mi_copyrotate(0,0,180,1);
mi_selectlabel(2.2*a,1);
mi_selectlabel(-2.2*a,-1);
mi_copyrotate(0,0,-48,1);

mi_addblocklabel(0,2.2*a);
mi_selectlabel(0,2.2*a);
mi_setblockprop('22 AWG',sh,m,'E+',0,1,Nex);
mi_moverotate(0,0,-24);
mi_selectlabel(1,2.2*a);
mi_copyrotate(0,0,180,1);
mi_selectlabel(1,2.2*a);
mi_selectlabel(-1,-2.2*a);
mi_copyrotate(0,0,48,1);
end

if (PM>1)
mi_addblocklabel(0,b+d);
mi_addblocklabel(b+d,0);

switch PM
case 1
    PM=0;

case 2
    mi_getmaterial('Alnico 5');
    mi_selectlabel(0,b+d);
    mi_setblockprop('Alnico 5',sh,2*m,0,0,1,0);
    mi_clearselected;
    mi_selectlabel(b+d,0);
    mi_setblockprop('Alnico 5',sh,2*m,0,90,1,0);

case 3
    mi_getmaterial('Alnico 6');
    mi_selectlabel(0,b+d);
    mi_setblockprop('Alnico 6',sh,2*m,0,0,1,0);
    mi_clearselected;
    mi_selectlabel(b+d,0);
    mi_setblockprop('Alnico 6',sh,2*m,0,90,1,0);

case 4
    mi_getmaterial('Alnico 8');
    mi_selectlabel(0,b+d);
    mi_setblockprop('Alnico 8',sh,2*m,0,0,1,0);
    mi_clearselected;
    mi_selectlabel(b+d,0);
    mi_setblockprop('Alnico 8',sh,2*m,0,90,1,0);

```

```
case 5
    mi_getmaterial('NdFeB 32 MGOe');
    mi_selectlabel(0,b+d);
    mi_setblockprop('NdFeB 32 MGOe',sh,2*m,0,0,1,0);
    mi_clearselected;
    mi_selectlabel(b+d,0);
    mi_setblockprop('NdFeB 32 MGOe',sh,2*m,0,90,1,0);

case 6
    mi_getmaterial('NdFeB 37 MGOe');
    mi_selectlabel(0,b+d);
    mi_setblockprop('NdFeB 37 MGOe',sh,2*m,0,0,1,0);
    mi_clearselected;
    mi_selectlabel(b+d,0);
    mi_setblockprop('NdFeB 37 MGOe',sh,2*m,0,90,1,0);

case 7
    mi_getmaterial('NdFeB 40 MGOe');
    mi_selectlabel(0,b+d);
    mi_setblockprop('NdFeB 40 MGOe',sh,2*m,0,0,1,0);
    mi_clearselected;
    mi_selectlabel(b+d,0);
    mi_setblockprop('NdFeB 40 MGOe',sh,2*m,0,90,1,0);

case 8
    mi_getmaterial('NdFeB 52 MGOe');
    mi_selectlabel(0,b+d);
    mi_setblockprop('NdFeB 52 MGOe',sh,2*m,0,0,1,0);
    mi_clearselected;
    mi_selectlabel(b+d,0);
    mi_setblockprop('NdFeB 52 MGOe',sh,2*m,0,90,1,0);

case 9
    mi_getmaterial('NdFeB 10 MGOe (Bonded)');
    mi_selectlabel(0,b+d);
    mi_setblockprop('NdFeB 10 MGOe (Bonded)',sh,2*m,0,0,1,0);
    mi_clearselected;
    mi_selectlabel(b+d,0);
    mi_setblockprop('NdFeB 10 MGOe (Bonded)',sh,2*m,0,90,1,0);

case 10
    mi_getmaterial('N30EH@20C');
    mi_selectlabel(0,b+d);
    mi_setblockprop('N30EH@20C',sh,2*m,0,0,1,0);
    mi_clearselected;
    mi_selectlabel(b+d,0);
    mi_setblockprop('N30EH@20C',sh,2*m,0,90,1,0);

case 11
    mi_getmaterial('N30EH@60C');
    mi_selectlabel(0,b+d);
    mi_setblockprop('N30EH@60C',sh,2*m,0,0,1,0);
    mi_clearselected;
```

```
mi_selectlabel(b+d,0);
mi_setblockprop('N30EH@60C',sh,2*m,0,90,1,0);

case 12
mi_getmaterial('N30EH@100C');
mi_selectlabel(0,b+d);
mi_setblockprop('N30EH@100C',sh,2*m,0,0,1,0);
mi_clearselected;
mi_selectlabel(b+d,0);
mi_setblockprop('N30EH@100C',sh,2*m,0,90,1,0);

case 13
mi_getmaterial('N30EH@140C');
mi_selectlabel(0,b+d);
mi_setblockprop('N30EH@140C',sh,2*m,0,0,1,0);
mi_clearselected;
mi_selectlabel(b+d,0);
mi_setblockprop('N30EH@140C',sh,2*m,0,90,1,0);

case 14
mi_getmaterial('N30EH@180C');
mi_selectlabel(0,b+d);
mi_setblockprop('N30EH@180C',sh,2*m,0,0,1,0);
mi_clearselected;
mi_selectlabel(b+d,0);
mi_setblockprop('N30EH@180C',sh,2*m,0,90,1,0);

case 15
mi_getmaterial('Ceramic 5');
mi_selectlabel(0,b+d);
mi_setblockprop('Ceramic 5',sh,2*m,0,0,1,0);
mi_clearselected;
mi_selectlabel(b+d,0);
mi_setblockprop('Ceramic 5',sh,2*m,0,90,1,0);

case 16
mi_getmaterial('Ceramic 8');
mi_selectlabel(0,b+d);
mi_setblockprop('Ceramic 8',sh,2*m,0,0,1,0);
mi_clearselected;
mi_selectlabel(b+d,0);
mi_setblockprop('Ceramic 8',sh,2*m,0,90,1,0);

case 17
mi_getmaterial('SmCo 20 MGOe');
mi_selectlabel(0,b+d);
mi_setblockprop('SmCo 20 MGOe',sh,2*m,0,0,1,0);
mi_clearselected;
mi_selectlabel(b+d,0);
mi_setblockprop('SmCo 20 MGOe',sh,2*m,0,90,1,0);

case 18
mi_getmaterial('SmCo 24 MGOe');
```



```

        mi_selectlabel(0,b+d);
        mi_setblockprop('SmCo 24 MGOe',sh,2*m,0,0,1,0);
        mi_clearselected;
        mi_selectlabel(b+d,0);
        mi_setblockprop('SmCo 24 MGOe',sh,2*m,0,90,1,0);

    case 19
        mi_getmaterial('SmCo 27 MGOe');
        mi_selectlabel(0,b+d);
        mi_setblockprop('SmCo 27 MGOe',sh,2*m,0,0,1,0);
        mi_clearselected;
        mi_selectlabel(b+d,0);
        mi_setblockprop('SmCo 27 MGOe',sh,2*m,0,90,1,0);

    end

    mi_selectlabel(0,b+d);
    mi_copyrotate2(0,0,180,1,2);
    mi_addblocklabel(0,b+r/3);
    mi_selectlabel(0,b+r/3);
    mi_setblockprop('Air',sh,m,0,0,1,0);
    mi_copyrotate2(0,0,90,3,2);
end

mi_addblocklabel(0,r+g-0.1);
mi_selectlabel(0,r+g-0.1);
mi_setblockprop('Air',1,m,0,0,1,0);
mi_clearselected;

mi_addblocklabel(c+b/2,c+b/2);
mi_addblocklabel(-0.78*s,0);
mi_addblocklabel(0,-0.9*s);
mi_clearselected;

switch core
    case 1
        prompt('No se ha elegido material');

    case 2
        mi_getmaterial('US Steel Type 2-S 0.018 inch thickness');
        mi_selectlabel(c+b/2,c+b/2);
        mi_setblockprop('US Steel Type 2-S 0.018 inch
thickness',sh,4*m,0,0,1,0);
        mi_clearselected;

        mi_selectlabel(-0.78*s,0);
        mi_setblockprop('US Steel Type 2-S 0.018 inch
thickness',sh,3*m,0,0,2,0);
        mi_clearselected;

        mi_selectlabel(0,-0.9*s);
        mi_setblockprop('US Steel Type 2-S 0.018 inch
thickness',sh,6*m,0,0,2,0);

```

```
mi_clearselected;

case 3
mi_getmaterial('US Steel Type 2-S 0.024 inch thickness');
mi_selectlabel(c+b/2,c+b/2);
mi_setblockprop('US Steel Type 2-S 0.024 inch
thickness',sh,4*m,0,0,1,0);
mi_clearselected;

mi_selectlabel(-0.78*s,0);
mi_setblockprop('US Steel Type 2-S 0.024 inch
thickness',sh,3*m,0,0,2,0);
mi_clearselected;

mi_selectlabel(0,-0.9*s);
mi_setblockprop('US Steel Type 2-S 0.024 inch
thickness',sh,6*m,0,0,2,0);
mi_clearselected;

case 4
mi_getmaterial('Pure Iron');
mi_selectlabel(c+b/2,c+b/2);
mi_setblockprop('Pure Iron',sh,4*m,0,0,1,0);
mi_clearselected;

mi_selectlabel(-0.78*s,0);
mi_setblockprop('Pure Iron',sh,3*m,0,0,2,0);
mi_clearselected;

mi_selectlabel(0,-0.9*s);
mi_setblockprop('Pure Iron',sh,6*m,0,0,2,0);
mi_clearselected;

case 5
mi_getmaterial('1006 Steel');
mi_selectlabel(c+b/2,c+b/2);
mi_setblockprop('1006 Steel',sh,4*m,0,0,1,0);
mi_clearselected;

mi_selectlabel(-0.78*s,0);
mi_setblockprop('1006 Steel',sh,3*m,0,0,2,0);
mi_clearselected;

mi_selectlabel(0,-0.9*s);
mi_setblockprop('1006 Steel',sh,6*m,0,0,2,0);
mi_clearselected;

case 6
mi_getmaterial('1010 Steel');
mi_selectlabel(c+b/2,c+b/2);
mi_setblockprop('1010 Steel',sh,4*m,0,0,1,0);
mi_clearselected;
```

```
mi_selectlabel(-0.78*s,0);
mi_setblockprop('1010 Steel',sh,3*m,0,0,2,0);
mi_clearselected;

mi_selectlabel(0,-0.9*s);
mi_setblockprop('1010 Steel',sh,6*m,0,0,2,0);
mi_clearselected;

case 7
mi_getmaterial('1018 Steel');
mi_selectlabel(c+b/2,c+b/2);
mi_setblockprop('1018 Steel',0,4*m,0,0,1,0);
mi_clearselected;

mi_selectlabel(-0.78*s,0);
mi_setblockprop('1018 Steel',sh,3*m,0,0,2,0);
mi_clearselected;

mi_selectlabel(0,-0.9*s);
mi_setblockprop('1018 Steel',sh,6*m,0,0,2,0);
mi_clearselected;

case 8
mi_getmaterial('1020 Steel');
mi_selectlabel(c+b/2,c+b/2);
mi_setblockprop('1020 Steel',sh,4*m,0,0,1,0);
mi_clearselected;

mi_selectlabel(-0.78*s,0);
mi_setblockprop('1020 Steel',sh,3*m,0,0,2,0);
mi_clearselected;

mi_selectlabel(0,-0.9*s);
mi_setblockprop('1020 Steel',sh,6*m,0,0,2,0);
mi_clearselected;

case 9
mi_getmaterial('1117 Steel');
mi_selectlabel(c+b/2,c+b/2);
mi_setblockprop('1117 Steel',sh,4*m,0,0,1,0);
mi_clearselected;

mi_selectlabel(-0.78*s,0);
mi_setblockprop('1117 Steel',sh,3*m,0,0,2,0);
mi_clearselected;

mi_selectlabel(0,-0.9*s);
mi_setblockprop('1117 Steel',sh,6*m,0,0,2,0);
mi_clearselected;

case 10
```

```
mi_getmaterial('416 Stainless Steel');
mi_selectlabel(c+b/2,c+b/2);
mi_setblockprop('416 Stainless Steel',sh,4*m,0,0,1,0);
mi_clearselected;

mi_selectlabel(-0.78*s,0);
mi_setblockprop('416 Stainless Steel',sh,3*m,0,0,2,0);
mi_clearselected;

mi_selectlabel(0,-0.9*s);
mi_setblockprop('416 Stainless Steel',sh,6*m,0,0,2,0);
mi_clearselected;
```

#### case 11

```
mi_getmaterial('430 Stainless Steel');
mi_selectlabel(c+b/2,c+b/2);
mi_setblockprop('430 Stainless Steel',sh,4*m,0,0,1,0);
mi_clearselected;

mi_selectlabel(-0.78*s,0);
mi_setblockprop('430 Stainless Steel',sh,3*m,0,0,2,0);
mi_clearselected;

mi_selectlabel(0,-0.9*s);
mi_setblockprop('430 Stainless Steel',sh,6*m,0,0,2,0);
mi_clearselected;
```

#### case 12

```
mi_getmaterial('455 Stainless Steel');
mi_selectlabel(c+b/2,c+b/2);
mi_setblockprop('455 Stainless Steel',sh,4*m,0,0,1,0);
mi_clearselected;

mi_selectlabel(-0.78*s,0);
mi_setblockprop('455 Stainless Steel',sh,3*m,0,0,2,0);
mi_clearselected;

mi_selectlabel(0,-0.9*s);
mi_setblockprop('455 Stainless Steel',sh,6*m,0,0,2,0);
mi_clearselected;
```

#### case 13

```
mi_getmaterial('M-15 Steel');
mi_selectlabel(c+b/2,c+b/2);
mi_setblockprop('M-15 Steel',sh,4*m,0,0,1,0);
mi_clearselected;

mi_selectlabel(-0.78*s,0);
mi_setblockprop('M-15 Steel',sh,3*m,0,0,2,0);
mi_clearselected;

mi_selectlabel(0,-0.9*s);
```

```
mi_setblockprop('M-15 Steel',sh,6*m,0,0,2,0);
mi_clearselected;

case 14
mi_getmaterial('M-19 Steel');
mi_selectlabel(c+b/2,c+b/2);
mi_setblockprop('M-19 Steel',sh,4*m,0,0,1,0);
mi_clearselected;

mi_selectlabel(-0.78*s,0);
mi_setblockprop('M-19 Steel',sh,3*m,0,0,2,0);
mi_clearselected;

mi_selectlabel(0,-0.9*s);
mi_setblockprop('M-19 Steel',sh,6*m,0,0,2,0);
mi_clearselected;

case 15
mi_getmaterial('M-22 Steel');
mi_selectlabel(c+b/2,c+b/2);
mi_setblockprop('M-22 Steel',sh,4*m,0,0,1,0);
mi_clearselected;

mi_selectlabel(-0.78*s,0);
mi_setblockprop('M-22 Steel',0,3*m,0,0,2,0);
mi_clearselected;

mi_selectlabel(0,-0.9*s);
mi_setblockprop('M-22 Steel',sh,6*m,0,0,2,0);
mi_clearselected;

case 16
mi_getmaterial('M-27 Steel');
mi_selectlabel(c+b/2,c+b/2);
mi_setblockprop('M-27 Steel',sh,4*m,0,0,1,0);
mi_clearselected;

mi_selectlabel(-0.78*s,0);
mi_setblockprop('M-27 Steel',sh,3*m,0,0,2,0);
mi_clearselected;

mi_selectlabel(0,-0.9*s);
mi_setblockprop('M-27 Steel',sh,6*m,0,0,2,0);
mi_clearselected;

case 17
mi_getmaterial('M-36 Steel');
mi_selectlabel(c+b/2,c+b/2);
mi_setblockprop('M-36 Steel',sh,4*m,0,0,1,0);
mi_clearselected;

mi_selectlabel(-0.78*s,0);
```

```
mi_setblockprop('M-36 Steel',sh,3*m,0,0,2,0);
mi_clearselected;

mi_selectlabel(0,-0.9*s);
mi_setblockprop('M-36 Steel',sh,6*m,0,0,2,0);
mi_clearselected;

case 18
mi_getmaterial('M-43 Steel');
mi_selectlabel(c+b/2,c+b/2);
mi_setblockprop('M-43 Steel',sh,4*m,0,0,1,0);
mi_clearselected;

mi_selectlabel(-0.78*s,0);
mi_setblockprop('M-43 Steel',0,3*m,0,0,2,0);
mi_clearselected;

mi_selectlabel(0,-0.9*s);
mi_setblockprop('M-43 Steel',sh,6*m,0,0,2,0);
mi_clearselected;

case 19
mi_getmaterial('M-45 Steel');
mi_selectlabel(c+b/2,c+b/2);
mi_setblockprop('M-45 Steel',sh,4*m,0,0,1,0);
mi_clearselected;

mi_selectlabel(-0.78*s,0);
mi_setblockprop('M-45 Steel',sh,3*m,0,0,2,0);
mi_clearselected;

mi_selectlabel(0,-0.9*s);
mi_setblockprop('M-45 Steel',sh,6*m,0,0,2,0);
mi_clearselected;

case 20
mi_getmaterial('M-47 Steel');
mi_selectlabel(c+b/2,c+b/2);
mi_setblockprop('M-47 Steel',sh,4*m,0,0,1,0);
mi_clearselected;

mi_selectlabel(-0.78*s,0);
mi_setblockprop('M-47 Steel',sh,3*m,0,0,2,0);
mi_clearselected;

mi_selectlabel(0,-0.9*s);
mi_setblockprop('M-47 Steel',sh,6*m,0,0,2,0);
mi_clearselected;

case 21
mi_getmaterial('Hiperco-50');
mi_selectlabel(c+b/2,c+b/2);
```

```
mi_setblockprop('Hiperco-50',sh,4*m,0,0,1,0);  
mi_clearselected;
```

```
mi_selectlabel(-0.78*s,0);  
mi_setblockprop('Hiperco-50',sh,3*m,0,0,2,0);  
mi_clearselected;
```

```
mi_selectlabel(0,-0.9*s);  
mi_setblockprop('Hiperco-50',sh,6*m,0,0,2,0);  
mi_clearselected;
```

#### case 22

```
mi_getmaterial('Vanadium Permedur');  
mi_selectlabel(c+b/2,c+b/2);  
mi_setblockprop('Vanadium Permedur',sh,4*m,0,0,1,0);  
mi_clearselected;
```

```
mi_selectlabel(-0.78*s,0);  
mi_setblockprop('Vanadium Permedur',sh,3*m,0,0,2,0);  
mi_clearselected;
```

```
mi_selectlabel(0,-0.9*s);  
mi_setblockprop('Vanadium Permedur',sh,6*m,0,0,2,0);  
mi_clearselected;
```

#### case 23

```
mi_getmaterial('Supermalloy');  
mi_selectlabel(c+b/2,c+b/2);  
mi_setblockprop('Supermalloy',sh,4*m,0,0,1,0);  
mi_clearselected;
```

```
mi_selectlabel(-0.78*s,0);  
mi_setblockprop('Supermalloy',sh,3*m,0,0,2,0);  
mi_clearselected;
```

```
mi_selectlabel(0,-0.9*s);  
mi_setblockprop('Supermalloy',sh,6*m,0,0,2,0);  
mi_clearselected;
```

#### case 24

```
mi_getmaterial('Mu Metal');  
mi_selectlabel(c+b/2,c+b/2);  
mi_setblockprop('Mu Metal',sh,4*m,0,0,1,0);  
mi_clearselected;
```

```
mi_selectlabel(-0.78*s,0);  
mi_setblockprop('Mu Metal',sh,3*m,0,0,2,0);  
mi_clearselected;
```

```
mi_selectlabel(0,-0.9*s);  
mi_setblockprop('Mu Metal',sh,6*m,0,0,2,0);  
mi_clearselected;
```

```

end

mi_addblocklabel(0,0);
mi_selectlabel(0,0);
mi_setblockprop('316 Stainless Steel',sh,6*m,0,0,3,0);
mi_clearselected;

mi_addboundprop('A=0',0,0,0,0,0,0,0,0,0);
mi_selectarcsegment(0,s);
mi_selectarcsegment(0,-s);
mi_setarcsegmentprop(1,'A=0',0,2);
mi_clearselected;

mi_addnode(r+g/2,0);
mi_addnode(-r-g/2,0);
mi_selectnode(r+g/2,0);
mi_selectnode(-r-g/2,0);
mi_setgroup(1);
mi_clearselected;

end

```

## A.7. Rutina del Bobinado Inducido

```

function Concentric()

global f g m p r sh;

Ns=0.7*2*(p-f)*(p-r-g-2)/0.823; %Dividido para la sección de cable 20 AWG
por un factor de relleno de 0.7

mi_addblocklabel(0.7*f,0.7*f);
mi_selectlabel(0.7*f,0.7*f);
mi_setgroup(2);
mi_selectlabel(0.7*f,0.7*f);
mi_setblockprop('18 AWG',sh,2*m,'U+',0,2,Ns);
mi_copyrotate(0,0,-10,1);
mi_selectlabel(0.7*f,0.7*f);
mi_copyrotate(0,0,10,1);
mi_selectlabel(0.7*f,0.7*f);
mi_copyrotate(0,0,180,1);
mi_selectlabel(-0.7*f,-0.7*f);
mi_copyrotate(0,0,10,1);
mi_selectlabel(-0.7*f,-0.7*f);
mi_copyrotate(0,0,-10,1);

mi_addblocklabel(0,-f);
mi_selectlabel(0,-f);
mi_setgroup(2);

```



```

mi_selectlabel(0,-f);
mi_setblockprop('18 AWG',sh,2*m,'W+',0,2,Ns);
mi_moverotate(0,0,5);
mi_selectlabel(1,-f);
mi_copyrotate(0,0,10,2);
mi_selectlabel(1,-f);
mi_copyrotate(0,0,180,1)
mi_selectlabel(-1,f);
mi_copyrotate(0,0,10,2);

mi_addblocklabel(-f,0);
mi_selectlabel(-f,0);
mi_setgroup(2);
mi_selectlabel(-f,0);
mi_setblockprop('18 AWG',sh,2*m,'V+',0,2,Ns);
mi_moverotate(0,0,-5);
mi_selectlabel(-f,1);
mi_copyrotate(0,0,-10,2);
mi_selectlabel(-f,1);
mi_copyrotate(0,0,180,1)
mi_selectlabel(f,-1);
mi_copyrotate(0,0,-10,2);

mi_addblocklabel(-0.7*f,0.7*f);
mi_selectlabel(-0.7*f,0.7*f);
mi_setgroup(2);
mi_selectlabel(-0.7*f,0.7*f);
mi_setblockprop('18 AWG',sh,2*m,'U-',0,2,Ns);
mi_copyrotate(0,0,-10,1);
mi_selectlabel(-0.7*f,0.7*f);
mi_copyrotate(0,0,10,1);
mi_selectlabel(-0.7*f,0.7*f);
mi_copyrotate(0,0,180,1);
mi_selectlabel(0.7*f,-0.7*f);
mi_copyrotate(0,0,10,1);
mi_selectlabel(0.7*f,-0.7*f);
mi_copyrotate(0,0,-10,1);

mi_addblocklabel(f,0);
mi_selectlabel(f,0);
mi_setgroup(2);
mi_selectlabel(f,0);
mi_setblockprop('18 AWG',sh,2*m,'W-',0,2,Ns);
mi_moverotate(0,0,5);
mi_selectlabel(f,1);
mi_copyrotate(0,0,10,2);
mi_selectlabel(f,1);
mi_copyrotate(0,0,180,1)
mi_selectlabel(-f,-1);
mi_copyrotate(0,0,10,2);

mi_addblocklabel(0,f);
mi_selectlabel(0,f);
mi_setgroup(2);

```

```

mi_selectlabel(0,f);
mi_setblockprop('18 AWG',sh,2*m,'V-',0,2,Ns);
mi_moverotate(0,0,-5);
mi_selectlabel(1,f);
mi_copyrotate(0,0,-10,2);
mi_selectlabel(1,f);
mi_copyrotate(0,0,180,1)
mi_selectlabel(-1,-f);
mi_copyrotate(0,0,-10,2);

end

```

## B. Cálculo del valor eficaz de la fem para una onda trapezoidal

La expresión B.1 representa la función de la forma de onda de la fem obtenida de una T/R HESM con rotor cilíndrico:

$$v(\omega t) = \begin{cases} \frac{90V_p}{14\pi}\omega t - V_p & 0 < \omega t < \frac{17\pi}{45} \\ V_p & \frac{17\pi}{45} \leq \omega t \leq \pi \\ V_p - \frac{90V_p}{17\pi}(\omega t - \pi) & \frac{17\pi}{45} < \omega t < \pi \\ -V_p & \frac{62\pi}{45} \leq \omega t \leq 2\pi \end{cases} \quad (B.1)$$

La forma de onda de la función anterior representa una onda trapezoidal. Recordando que el valor eficaz de una función se calcula mediante la ecuación B.2:

$$V_{rms} = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T v^2(t) dt} \quad (B.2)$$

Realizando el análisis en el espacio la ecuación B.2 se puede expresar también así:

$$V_{rms} = \sqrt{\frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} v^2(\omega t) d\omega t} \quad (B.3)$$

La integral para la función de B.1 se resuelve en cuatro partes:

$$A = V_p^2 \int_0^{17\pi/45} \left( \frac{90}{17\pi} \omega t - 1 \right)^2 d\omega t$$

$$A = V_p^2 \int_0^{17\pi/45} \left( \frac{8100}{289\pi^2} \omega^2 t^2 - \frac{180}{17\pi} \omega t + 1 \right) d\omega t$$

$$A = V_p^2 \left( \frac{2700}{289\pi^2} \omega^3 t^3 - \frac{90}{17\pi} \omega^2 t^2 + \omega t \right)_0^{17\pi/45}$$

$$A = V_p^2 \left( \frac{68\pi}{135} - \frac{34\pi}{45} + \frac{17\pi}{45} \right)$$

$$A = \frac{17}{135} \pi V_p^2$$

$$B = V_p^2 \int_{17\pi/45}^{\pi} d\omega t$$

$$B = V_p^2 (\omega t)_{17\pi/45}^{\pi}$$

$$B = V_p^2 \left( \pi - \frac{17\pi}{45} \right)$$

$$B = V_p^2 \frac{28\pi}{45}$$

Los restantes dos intervalos de tiempo se designan como  $C$  y  $D$ , y son iguales a  $A$  y  $B$  respectivamente, entonces:

$$V_{rms} = \sqrt{V_p^2 \left( \frac{17}{135} + \frac{28}{45} \right)} = 0.865 V_p$$