

Yo sé resolver problemas con ecuaciones

I know how to solve word problems using equations

Ignacio Santa-María Megía¹, Iván Pulido Benito²
nachosantamaria@heidelbergerschule.com, ivanpulido@heidelbergerschule.com

¹Profesor de matemáticas
Colegio Heidelberg
Las Palmas de Gran Canaria, España

²Profesor de matemáticas
Colegio Heidelberg
Las Palmas de Gran Canaria, España

Resumen- En este trabajo presentamos nuestra experiencia con el proyecto “Yo sé resolver problemas con ecuaciones” cuya primera iteración recibió el premio a la mejor experiencia innovadora en secundaria y bachillerato en SIMO 2019. El proyecto persigue dos objetivos: propiciar el aprendizaje de resolución de problemas y reducir el nivel de ansiedad que genera enfrentarse a problemas de matemáticas. Para conseguirlo, los alumnos deben grabarse resolviendo y explicando problemas de matemáticas. Con la realización del proyecto observamos que permite evaluar aspectos del conocimiento, comprensión y habilidades que no son fáciles de observar con tareas más tradicionales. Adicionalmente, conseguimos un banco de problemas resueltos que crece año a año con vídeos creados por los alumnos. De modo que los alumnos pueden aprender de sus compañeros de cursos superiores. En este trabajo, también aportamos justificaciones pedagógicas y orientaciones didácticas para llevar a cabo el proyecto, junto a las rúbricas de evaluación.

Palabras clave: Resolución de problemas, Invención de problemas, Creatividad, Pensamiento crítico, Evaluación, Aprendizaje

Abstract- In this work we present our experience with the project “I know how to solve problems with equations” whose first iteration received the award for the best innovative experience in high school and baccalaureate at SIMO 2019. The project pursues two objectives: to promote problem-solving learning and to reduce the level of anxiety generated by facing mathematical word problems. To achieve this, students must record themselves solving and explaining word problems. While carrying out the project, we observed that it allows us to evaluate aspects of knowledge, understanding, and skills that are not easily observed with more traditional tasks. Additionally, we obtained a bank of solved problems that grows year by year with videos created by students. So, students can learn from their peers in higher grades. In this work, we also provide pedagogical justifications and didactic guidelines to carry out the project, along with the evaluation rubrics.

Keywords: Problem solving, Problem posing, Creativity, Critical thinking, Assessment, Learning.

1. INTRODUCCIÓN

Inspirados en el proyecto “Yo sé resolver ecuaciones” de Gallardo (2019), en el que sus alumnos debían demostrarle que sabían resolver ecuaciones, decidimos aplicarlo a la resolución de problemas con el diseño de un nuevo proyecto de nombre “Yo sé resolver problemas con ecuaciones” (<https://sites.google.com/colegioheidelberg.com/problemas-de-ecuaciones>).

Ante las dificultades que tienen los alumnos para resolver problemas de la vida real con ecuaciones, consideramos evaluar si les podría ayudar explicarse los problemas los unos a los otros. Con esto en mente, en 2019 desarrollamos este proyecto en el que los alumnos debían grabarse explicando un problema seleccionado por ellos mismos. Ese primer año, el proyecto fue voluntario y permitía una subida de nota. Ese año, el proyecto recibió el premio a mejor experiencia innovadora en secundaria y bachillerato en SIMO 2019 (Educación 3.0, s.f.).

El curso siguiente decidimos subir el nivel del proyecto al pedir a los alumnos que fabricaran sus propios enunciados y considerarlo una tarea sumativa más (obligatoria). Ya no sólo íbamos a valorar que el problema estuviera bien resuelto y bien explicado, si no que el contexto del enunciado debía ser realista y estar bien integrado en la situación problemática. Esta segunda iteración del proyecto fue finalista a los premios Espiral en la categoría de docencia online en 2021 (Premio Espiral, s.f). La cuarentena de 2020 nos pilló con el proyecto recién iniciado, pero no fue un impedimento por que las entregas eran en digital y podía llevarse a cabo en ese contexto.

Con este trabajo pretendemos compartir cómo llevamos a cabo el proyecto. El trabajo está estructurado en cuatro secciones, ésta primera en la que se introduce el proyecto, una segunda en la que se expone el contexto, se comparten los resultados de investigaciones consultadas como justificación pedagógica para llevar a cabo el proyecto y la metodología empleada, detallando las actividades realizadas y los recursos utilizados para el desarrollo del proyecto. Una tercera sección en la que compartimos los resultados observados tras la realización del proyecto. Y una cuarta sección con nuestras conclusiones acerca de los beneficios que aporta llevarlo a cabo.

2. CONTEXTO Y DESCRIPCIÓN

Es habitual que los alumnos se encuentren con dificultades a la hora de resolver problemas en matemáticas (Socas et al. 2014). Normalmente, consiguen soltura realizando ejercicios procedimentales que consisten en mecanizar unos algoritmos. Pero cuando el enunciado es un texto que hay que leer, interpretar, representar y elegir una estrategia para llegar a una solución, se encuentran con dos obstáculos: la comprensión lectora y la capacidad de representación.

Para Mayer y Hegarty (1996), la mayor parte del trabajo creativo involucrado en la resolución de problemas recae en entender lo que quiere decir el problema. Y, por tanto, aseguran

que el planteamiento del problema depende de la representación que se haga del mismo (pp. 35).

Además, según MacDonald et al. (2017) en el campo de las matemáticas, la comprensión es crucial para el éxito de los estudiantes resolviendo problemas y en aplicaciones al mundo real. Los estudiantes no solo deben entender lo que está preguntando el problema en contextos de la vida real, también deben ser capaces de interactuar con el enunciado de los problemas para resolverlos (pp. 26).

El proyecto presentado en este trabajo fue inspirado por el de Gallardo (2019) “Yo sé resolver ecuaciones”. Le propuso a sus alumnos darle la vuelta a la evaluación, en lugar de ponerles un examen, les pidió que le convenciesen de que sabían resolver ecuaciones. Sus alumnos debían escoger unas ecuaciones a resolver y entregarle un trabajo en el que exponían todo el proceso, con todos los pasos.

En 2019, decidimos pedir a los alumnos que buscaran un problema y se grabaran en vídeo explicando el proceso con todo detalle. Somos conscientes de que podían buscar problemas resueltos en internet y limitarse a reproducirlos sin más, pero consideramos que si la explicación no dejaba lugar a dudas, es que había habido aprendizaje. Aquella primera iteración del proyecto tuvo carácter voluntario y para motivarles ofrecíamos una subida de nota.

Al curso siguiente nos planteamos subir de nivel el proyecto. Le pedimos a los alumnos que elaboraran ellos mismos el enunciado del problema que iban a grabarse resolviendo. También pasamos a considerarlo una tarea sumativa más (de carácter obligatorio). Intuíamos que pedir a los alumnos ponerse en la piel del profesor que elabora un problema podría ayudarles a entender mejor los enunciados de otros problemas. Y, efectivamente, hay literatura acerca de los beneficios que aporta la invención de problemas a la resolución de problemas.

En Blanco y Pérez (2014) realizan una revisión bibliográfica acerca de “los beneficios que la tarea de inventar problemas aporta a la construcción del conocimiento matemático y a su éxito educativo”. Ya en el primer párrafo cita investigaciones que justifican la importancia de resolver problemas en matemáticas y que inventar problemas implica un mayor nivel de razonamiento. Asimismo, señalan “diferentes factores positivos que la invención de problemas aporta para la enseñanza-aprendizaje de las matemáticas”:

- Se favorece la transferencia al conectar conocimientos.
- Aumento de la motivación y el rendimiento académico.
- Disminución de la ansiedad que generan las matemáticas.
- Se trabaja la resiliencia al facilitar la superación de errores.
- Fomento de la creatividad.
- Se facilita la evaluación del conocimiento, comprensión y capacidad de reflexión.

Por último, concluyen que la invención de problemas está muy relacionada con la resolución de problemas y que ser capaz de lo primero implica saber realizar lo segundo y viceversa. Además, recomiendan utilizar la invención de problemas como herramienta de evaluación del grado de adquisición de conocimientos y comprensión.

En 1995, Stoyanova elaboró un marco para ser usado en la investigación acerca de la relación entre la invención de problemas y la resolución de problemas. Estableció una

clasificación según las diferentes maneras en las que pedir a los alumnos que se inventen los problemas:

- Problemas estructurados: Se proporciona un problema o una solución de un problema y el alumno debe elaborar un problema nuevo a partir del problema o solución dada.
- Problemas semiestructurados: Se proporciona una situación abierta, un contexto, otro problema sobre el que hacer variaciones.
- Problemas libres: No se imponen condiciones.

En base a esta clasificación, se pueden hacer adaptaciones al proyecto para atender a la diversidad. En principio nos enmarcaríamos en problemas libres o semiestructurados, pero podría darse el caso de que a un alumno con necesidades específicas de apoyo educativo (NEAE) se le enmarcara dentro de los problemas estructurados.

Actualmente el proyecto tiene las siguientes fases:

A. *Presentación del proyecto*

Se presenta el proyecto a los alumnos con las instrucciones del trabajo a realizar. Primero deben elaborar un problema que se pueda resolver mediante ecuaciones o sistemas de ecuaciones lineales en un contexto realista. El enunciado debe invitar a reflexionar acerca del sentido de la solución en el contexto de la situación problemática. El problema debe ser original, aunque puede ser inspirado en otro problema citando la fuente.

En segundo lugar, deben grabarse en un vídeo de no más de tres minutos de duración (a ser posible sin que se les vea la cara) resolviendo el problema mientras lo narran con todas las explicaciones necesarias. Es importante que se escuche y vea con claridad lo que dicen y escriben. Adicionalmente, se les proporcionan las rúbricas que usará el profesor para evaluarles, en formato documento y como cuestionario para que puedan autoevaluar su trabajo.

B. *Entrega del enunciado*

Se establece un plazo límite para la entrega del enunciado. Durante ese tiempo los alumnos pueden entregar borradores para que el profesor proporcione comentarios acerca de si es resoluble, si el contexto es realista o si invita a reflexionar acerca de si la solución tiene sentido.

C. *Entrega del vídeo*

Desde que el profesor da el visto bueno al enunciado, el alumno tiene dos semanas para entregar la grabación de su resolución con explicaciones. En caso de que el alumno entregue con antelación a la fecha límite, el profesor previsualiza el vídeo por si no se ve o escucha con claridad y poder avisar al alumno para que lo edite o grave de nuevo.

D. *Evaluación*

En nuestro centro tenemos el Programa de los Años Intermedios (PAI) del Bachillerato Internacional (BI) y evaluamos los cuatro criterios prescritos para matemáticas:

- Criterio A. Conocimiento y comprensión
- Criterio B. Investigación de patrones
- Criterio C. Comunicación

Criterio D. Aplicación de las matemáticas en contextos de la vida real

Cada criterio se divide en ocho niveles de logro organizados en cuatro bandas de puntuación a las que les corresponde un enunciado cualitativo llamado descriptor de nivel. Con este proyecto se evalúan los enunciados y los vídeos usando los criterios C y D de acuerdo con las rúbricas de la Tabla 1 para el criterio C y de la Tabla 2 para el criterio D. Se pueden consultar aclaraciones específicas sobre el uso de estas rúbricas en la web del proyecto (<https://sites.google.com/colegioheidelberg.com/problemas-de-ecuaciones>).

Tabla 1
Rúbrica de evaluación del criterio C

Criterio C: Comunicación	
Nivel de logro	Descriptor de nivel
0	El alumno no alcanza ninguno de los niveles especificados por los descriptores que figuran a continuación.
1-2	El alumno es capaz de: <ol style="list-style-type: none"> Usar lenguaje matemático limitado Usar formas de representación matemática limitadas para presentar información Comunicar líneas de razonamiento que son difíciles de interpretar
3-4	El alumno es capaz de: <ol style="list-style-type: none"> Usar cierto lenguaje matemático apropiado Usar formas de representación matemática apropiadas para presentar información adecuadamente Comunicar líneas de razonamiento completas Organizar información adecuadamente empleando una estructura lógica
5-6	El alumno es capaz de: <ol style="list-style-type: none"> Usar normalmente lenguaje matemático apropiado Usar normalmente formas de representación matemática apropiadas para presentar información correctamente Cambiar normalmente de unas formas de representación matemática a otras Comunicar líneas de razonamiento completas y coherentes Presentar su trabajo organizado normalmente empleando una estructura lógica
7-8	El alumno es capaz de: <ol style="list-style-type: none"> Usar sistemáticamente lenguaje matemático apropiado Usar formas de representación matemática apropiadas para presentar información correctamente de manera sistemática Cambiar de unas formas de representación matemática a otras eficazmente Comunicar líneas de razonamiento completas, coherentes y concisas

v. Presentar su trabajo organizado sistemáticamente empleando una estructura lógica

Tabla 2
Rúbrica de evaluación del criterio D

Criterio D: Aplicación de las matemáticas en contextos de la vida real	
Nivel de logro	Descriptor de nivel
0	El alumno no alcanza ninguno de los niveles especificados por los descriptores que figuran a continuación.
1-2	El alumno es capaz de: <ol style="list-style-type: none"> Identificar algunos elementos de la situación de la vida real Aplicar estrategias matemáticas para hallar una solución a la situación de la vida real, aunque de modo poco eficaz
3-4	El alumno es capaz de: <ol style="list-style-type: none"> Identificar los elementos pertinentes de la situación de la vida real Seleccionar con cierta eficacia estrategias matemáticas adecuadas para modelizar la situación de la vida real Aplicar estrategias matemáticas para llegar a una solución a la situación de la vida real Discutir si la solución tiene sentido en el contexto de la situación de la vida real
5-6	El alumno es capaz de: <ol style="list-style-type: none"> Identificar los elementos pertinentes de la situación de la vida real Seleccionar estrategias matemáticas adecuadas para modelizar la situación de la vida real Aplicar las estrategias matemáticas seleccionadas para llegar a una solución válida a la situación de la vida real Explicar el grado de precisión de la solución Explicar si la solución tiene sentido en el contexto de la situación de la vida real
7-8	El alumno es capaz de: <ol style="list-style-type: none"> Identificar los elementos pertinentes de la situación de la vida real Seleccionar estrategias matemáticas apropiadas para modelizar la situación de la vida real Aplicar las estrategias matemáticas seleccionadas para llegar a una solución correcta a la situación de la vida real Justificar el grado de precisión de la solución Justificar si la solución tiene sentido en el contexto de la situación de la vida real

E. Banco de problemas resueltos

A la finalización del proyecto, se pregunta a los alumnos si están conformes con que se publique su vídeo en la web del proyecto. Al ser alumnos de tercero de secundaria, tienen 14 años y pueden decidir sobre los derechos de imagen. Por este

motivo se pide que no salga la cara en el vídeo, creemos que si se les viera la cara serían más reticentes a dar su consentimiento.

Actualmente la página contiene los vídeos de las dos primeras ediciones del proyecto, tenemos pendiente actualizarla con los vídeos de los últimos años. Al convertir el proyecto en obligatorio, el volumen de vídeos es considerable y en algunos casos hay que editarlos un poco para que estén “presentables”. para compartir en público.

F. Recursos

En nuestro centro utilizamos las herramientas de Google Workspace para educación, la presentación a los alumnos se realizó con una Presentación de Google que luego se compartió. Las rúbricas se compartieron en un Documento de Google y en Google Classroom se puso una para la entrega del enunciado y otra para la entrega del vídeo. También se proporcionó un Formulario de Google con la rúbrica implementada para que la pudieran usar para autoevaluarse. Y la página web del proyecto (<https://sites.google.com/colegioheidelberg.com/problemas-de-ecuaciones>) se ha realizado con Google Sites.

3. RESULTADOS

En entrevistas informales con los alumnos, nos han trasladado que se sienten más confiados y con menos inseguridad a la hora de enfrentarse a problemas de matemáticas tras su experiencia con el proyecto. También afirmaban que los vídeos de ediciones anteriores les han ayudado a practicar y a saber cómo explicar con detalle su razonamiento. Los vídeos que publicamos en la web del proyecto son seleccionados por su claridad y corrección.

Hemos intentado medir el impacto que ha podido tener el proyecto en las habilidades de resolución de problemas de los alumnos. Pero no de una manera muy metódica o científica, esto es algo que nos gustaría hacer en un futuro. Lo que hemos hecho es realizar un examen tradicional de resolución de problemas antes de la realización del proyecto y a su término. Percibimos una mejoría en los niveles de logro del criterio C (parece que les ayudó a aprender a comunicar mejor sus ideas y su proceso de razonamiento) y algo menor en los niveles de logro del criterio D (mejoraron con problemas similares al que ellos inventaron y resolvieron, pero cambiando el “tipo” de problema no se apreció tanto). Lo que sí observamos es que parecían estar más tranquilos y confiados al enfrentarse al segundo examen que con el primero.

4. CONCLUSIONES

Como hemos mencionado, la investigación sustenta las ventajas de que los alumnos elaboren sus propios enunciados de problemas (Blanco y Pérez, 2014), con lo que merece la pena llevar a cabo el proyecto que estamos presentando. Si, adicionalmente, le pides a los alumnos que se graben en vídeo dando explicaciones, parece que se les quita presión con respecto a una expresión oral, puesto que pueden repetir hasta que estén satisfechos con lo que van a enviar, aparte de no tener audiencia. Creemos que con menos nervios, son capaces de dar más explicaciones. En algunos de los vídeos es como si se les estuviera viendo pensar en directo, literalmente. Además, creemos que el banco de problemas resueltos y explicados por alumnos es un recurso muy valioso para que alumnos de las siguientes promociones practiquen y aprendan.

Consideramos que este proyecto no tiene por qué ser exclusivo de matemáticas, en otras disciplinas se podría hacer lo mismo. En asignaturas de ciencias, es obvia la transferencia (problemas de física o química, argumentaciones en biología, etc), pero en asignaturas de humanidades también si se pide a los alumnos que expliquen con sus palabras determinadas ideas, conceptos o procesos. En definitiva, este proyecto puede ser replicable en cualquier disciplina en la que resulte interesante observar (evaluar) cómo piensan los alumnos.

REFERENCIAS

- Gallardo, A. (12 de enero de 2019). Yo sé resolver ecuaciones. *Alejandro Gallardo*. <https://alegallardo28.wordpress.com/2019/01/12/yo-se-resolver-ecuaciones/>
- Educación 3.0. (s.f.). *¡Ganadores de los VII Premios a la Innovación Educativa SIMO EDUCACIÓN 2019!* <https://www.educaciontrespuntocero.com/simo-educacion/ganadores-premios-innovacion-educativa-simo/#Mejor-experiencia-innovadora-Secundaria-y-Bachillerato>
- Premio Espiral (s.f.). *Yo sé resolver problemas con ecuaciones*. <https://premioespiral.org/yo-se-resolver-problemas-con-ecuaciones/>
- Stoyanova, E. (1995). *Developing a framework for research into students' problem posing in school mathematics* [Desarrollo de un marco para la investigación acerca de la elaboración de problemas por estudiantes de matemáticas escolares]. 18th Annual Conference of the Mathematics Education Research Group of Australasia. <https://www.compasstech.com.au/ARNOLD/PAGES/stindex.htm>
- Blanco, M. F. A. y Pérez, I. A. G. (2014). *La invención de problemas como tarea escolar*. EA, Escuela Abierta, 17, 29-40. <https://doi.org/10.29257/EA17.2014.03>
- Socas, M.; Hernández, J.; Palarea, M. M. (2014). Dificultades en la resolución de problemas de matemáticas de estudiantes para profesor de educación primaria y secundaria. En González, J. L.; Fernández-Plaza, J. A.; Castro-Rodríguez, E.; Sánchez, M. T.; Fernández, C.; Lupiáñez, J. L.; Puig, L. (Eds.), *Investigaciones en Pensamiento Numérico y Algebraico e Historia de las Matemáticas y Educación Matemática* (pp. 145-154). Málaga: Sociedad Española de Investigación en Educación Matemática (SEIEM). <https://www.seiem.es/gruposdetrabajo/pna/ActasPNA2014.pdf>
- Mayer, R. E.; Hegarty, M. (1996) The process of understanding mathematical problems. En Sternberg, R. J. y Ben-Zeeb, T. (Eds.) *The nature of mathematical thinking*. (pp. 29-53). Lawrence Erlbaum Associates, Inc.
- MacDonald, L. R., Banes, L. C., Naizer, G., Sanders, A., Isbell, L., Morton, T. y Williams, S. (2017). *More than words: Struggling readers' comprehension of word problems*. [Más que palabras: La comprensión de problemas por parte de lectores con dificultades] *Journal of Teacher Action Research*, 3(3), 24-39.