



**Universidad**  
Zaragoza

## Trabajo Fin de Grado

Análisis, cálculo y diseño de un diferencial mecánico autoblocante de discos de fricción.

Analysis, calculation and design of a self-blocking mechanical differential with friction plates.

Autor/es

Javier Julián Carpi

Director/es

Paula Canalís Martínez

Escuela de Ingeniería y Arquitectura  
2023/2024



## AGRADECIMIENTOS

Este Trabajo Fin de Grado es el resultado de muchos meses de trabajo y aprendizaje. En primer lugar, me gustaría agradecer la ayuda brindada por la profesora Paula Canalís, tutora del presente proyecto, durante todo este largo tiempo para avanzar y superar las dificultades que iban surgiendo y seguir siempre con el proyecto inicial hasta terminarlo con un trato cordial, rápido y amable que facilitaron todo.

También acordarme de mi familia y amigos, en especial mis padres, que siempre me han dado su apoyo incondicional y sus ánimos, sobre todo este último tiempo dedicado a este trabajo. Y a los que ya no están, que siempre se alegraban por mis logros, y seguro lo siguen haciendo, gracias, gracias a todos.

## RESUMEN

El presente trabajo se basa en el proceso básico de análisis de las prestaciones dinámicas de un vehículo preseleccionado y diseño de todos los engranajes y selección de los elementos que constituyen un grupo diferencial mecánico de deslizamiento limitado y las mejoras que proporciona este nuevo mecanismo en el vehículo seleccionado.

Se elegirá un vehículo de serie como base para, a partir de sus prestaciones, ir diseñando dicho mecanismo que proporcione una mejora y su posterior modelado mediante la ayuda de un programa 3D para tener una mejor visión de lo diseñado.

El proceso por seguir tendrá la siguiente estructura:

- Búsqueda y recopilación de información básica.
- Análisis prestacional del vehículo de serie.
- Análisis prestacional del vehículo con el nuevo grupo diferencial.
- Comparación de datos.
- Cálculo y dimensionamiento de los engranajes.
- Modelado 3D de las piezas diseñadas.

Se analizará tanto el mecanismo modificado como el de serie para poder observar la diferencia entre ambos. Comparando el tiempo que le cuesta al vehículo alcanzar cierta velocidad, la transmisión de fuerza que se entrega a las ruedas y la aceleración del vehículo, los resultados confirmaran que el nuevo diferencial proporciona una mejora en todos los aspectos buscados.

Este nuevo diferencial será más competitivo facilitando la manejabilidad del vehículo, la reacción en la pista y, sobre todo, el agarre en las competiciones de derrape que es la meta final.

## INDICE

|       |   |    |
|-------|---|----|
| 1     | INTRODUCCIÓN.....                                 | 6  |
| 1.1   | Antecedentes y motivación.....                    | 6  |
| 1.2   | Elección del vehículo.....                        | 6  |
| 2     | OBJETO Y ALCANCE.....                             | 8  |
| 3     | ESTUDIO DE LAS POSIBILIDADES.....                 | 9  |
| 3.1   | Ubicación del diferencial.....                    | 9  |
| 3.2   | Partes básicas.....                               | 10 |
| 3.3   | Tipos de diferenciales:.....                      | 11 |
| 4     | ELECCIÓN DEL DIFERENCIAL.....                     | 13 |
| 5     | ANÁLISIS PRESTACIONAL.....                        | 17 |
| 5.1   | Recogida de datos.....                            | 17 |
| 5.2   | Fuerzas resistentes.....                          | 17 |
| 5.3   | Velocidad máxima.....                             | 19 |
| 5.4   | Fuerzas motrices en la cadena de transmisión..... | 20 |
| 5.4.1 | Diferencial de serie.....                         | 21 |
| 5.4.2 | Diferencial modificado.....                       | 22 |
| 5.4.3 | Comparación de las configuraciones.....           | 24 |
| 5.5   | Aceleración del vehículo.....                     | 24 |
| 5.5.1 | Limitaciones de tracción.....                     | 25 |
| 5.5.2 | Tiempos de aceleración.....                       | 26 |
| 5.6   | Comparación de aceleraciones.....                 | 29 |
| 6     | DIMENSIONADO DEL DIFERENCIAL.....                 | 32 |
| 6.1   | Hipótesis de cálculo.....                         | 32 |
| 6.2   | Grupo piñón-corona.....                           | 32 |
| 6.2.1 | Fallo a flexión.....                              | 33 |
| 6.2.2 | Fallo a desgaste.....                             | 34 |
| 6.3   | SATÉLITES Y PLANETARIOS.....                      | 35 |
| 6.3.1 | Fallo a flexión.....                              | 36 |

|        |   |    |
|--------|---|----|
| 6.3.2  | Fallo a desgaste.....                               | 36 |
| 7      | GEOMETRÍA GENERAL DE LOS ENGRANAJES CALCULADOS..... | 38 |
| 8      | MODELADO 3D DE LAS PIEZAS DISEÑADAS.....            | 39 |
| 8.1    | Modelado de las piezas.....                         | 39 |
| 9      | CONCLUSIONES.....                                   | 46 |
| 10     | APORTE DEL PROYECTO AL AUTOR.....                   | 48 |
| ANEXOS |   |    |
| 1      | ANEXO I. TIPOS DE DIFERENCIALES.....                | 52 |
| 1.1    | Diferencial abierto o libre.....                    | 52 |
| 1.2    | Diferenciales autoblocantes (mecánicos).....        | 52 |
| 1.2.1  | Deslizamiento limitado (LSD):.....                  | 52 |
| 1.2.2  | Salisbury axle:.....                                | 53 |
| 1.2.3  | Torsen:.....  | 54 |
| 1.2.4  | Ferguson (Viscoso):.....                            | 56 |
| 1.3    | Diferenciales activos (electromecánicos).....       | 57 |
| 1.3.1  | Haldex:.....  | 57 |
| 1.4    | EDL ( Electronic Differential Lock).....            | 58 |
| 2      | ANEXO II. ANÁLISIS PRESTACIONAL.....                | 59 |
| 2.1    | Recogida de datos del vehículo.....                 | 59 |
| 2.2    | Cálculo de fuerzas resistentes.....                 | 61 |
| 2.2.1  | Resistencia aerodinámica:.....                      | 61 |
| 2.2.2  | Resistencia a la rodadura:.....                     | 62 |
| 2.2.3  | Resistencia en pendientes:.....                     | 64 |
| 2.2.4  | Resistencia total:.....                             | 65 |
| 2.2.5  | Cálculo velocidad máxima:.....                      | 66 |
| 2.3    | Cálculo de las fuerzas motrices.....                | 69 |
| 2.3.1  | Diferencial de serie.....                           | 69 |
| 2.3.2  | Diferencial modificado.....                         | 71 |
| 2.4    | Análisis de la aceleración.....                     | 72 |

|       |   |    |
|-------|---|----|
| 2.5   | Cálculo de limitaciones de tracción.....                    | 73 |
| 2.6   | Cálculo de tiempos de aceleración diferencial de serie..... | 75 |
| 2.7   | Cálculo de aceleración con diferencial modificado.....      | 78 |
| 3     | ANEXO III. CÁLCULO DE ENGRANAJES.....                       | 82 |
| 3.1   | Cálculos del grupo piñón – corona.....                      | 82 |
| 3.1.1 | Fallo por flexión.....                                      | 82 |
| 3.1.2 | Cálculo de fallo a desgaste.....                            | 87 |
| 3.2   | Cálculo de satélites y planetarios.....                     | 91 |
| 3.2.1 | Cálculo de fallo a flexión.....                             | 91 |
| 3.2.2 | Cálculo fallo a desgaste.....                               | 95 |

# 1 INTRODUCCIÓN.

## 1.1 Antecedentes y motivación.

En las carreras cada milésima cuenta, y toda mejora es bienvenida, por ello este sector está en continuo desarrollo probando reglajes y avances que mejoren el rendimiento del vehículo. Todas estas mejoras repercuten en los vehículos de fabricación en serie adaptando estos avances y haciendo que sean más seguros y manejables para su uso ordinario.

Como fan del mundo del motor y en particular de los coches siempre enfoque mis estudios para intentar llegar a formar parte de él en un futuro. Este trabajo se toma como una breve toma de contacto con el diseño de piezas del automóvil.

## 1.2 Elección del vehículo.

El vehículo elegido para llevar a cabo este trabajo es un BMW serie 3 e46 325i del año 2005 con una potencia de 192 CV.



*Figura 1. BMW E46 325 i.*

Se trata de un turismo de calle de 4 puertas con un estilo ligeramente deportivo, aunque tiene versiones mucho más potentes y deportivas, que supuso una diferencia en la época pues acercaba muchos detalles premium en sus acabados y prestaciones mecánicas de coches de gamas más altas a sectores de la población con menor poder adquisitivo. Es la cuarta generación de la serie 3 del fabricante alemán, una serie muy querida históricamente por los aficionados a los coches debido a su carrocería deportiva, de la que se han creado infinidad de modificaciones, sus altas prestaciones que lo convierten en un coche potente pero asequible y sobre todo su tracción trasera, que para el mundo de la competición amateur lo convierten en el coche perfecto.

Dentro del ámbito deportivo profesional la serie 3 de BMW ha competido en diversos campeonatos mundiales del automovilismo. Su versión anterior, el BMW serie 3 e36 disputó, las 24h de Nürburgring, circuito referencia mundialmente , donde se alzó con la victoria convirtiéndose así en el primer coche con motor diésel en ganar una competición de resistencia en el año 1998.

Ya en 2004,2005 el Serie 3 e46 gano el campeonato europeo de turismos y posteriormente, la serie 3 ha participado en las mejores competiciones mundiales como las 24h de Le Mans, American Le Mans Series, la Rolex Sport Car series o el mundial de resistencia.



*Figura 2. Icónico BMW M3 e46 de American Le Mans Series.*

Todo esto impulsó la serie 3 a ser una de los modelos más insignia y conocidos de la marca BMW hasta hoy en día.

## 2 OBJETO Y ALCANCE.

El objetivo de este trabajo fin de grado se centrará en el diferencial mecánico de un BMW Serie 3 e46 325i, pasando de un grupo diferencial estándar a un grupo diferencial corto y autoblocante con deslizamiento limitado. Se diseñará la nueva geometría y materiales del nuevo componente, calculando la resistencia de los mismos a diferentes tipos de fallo para una vida útil determinada. Todo ello vendrá precedido de un análisis de prestaciones del vehículo con las piezas originales y las nuevas propuestas.

Las modificaciones se encaminan a mejorar el rendimiento, enfocándose en aumentar la tracción y la aceleración del vehículo, todo ello dirigido a posibles competiciones amateur o tandas libres que se realizan dentro de circuitos ya sea de carreras o de derrapes. Esto se tratará de conseguir diseñando un diferencial con una relación de piñón – corona mayor que la original.

### 3 ESTUDIO DE LAS POSIBILIDADES.

El diferencial es una pieza fundamental de los vehículos actuales inventada a comienzos del siglo XIX por el francés Onesiphore Pecqueur.

Es el elemento mecánico que permite el movimiento giratorio de dos ejes a distintas velocidades a partir de otra velocidad de entrada. El ejemplo más claro ocurre cuando un coche está tomando una curva, las ruedas interiores realizan menor distancia que las exteriores por tanto necesitan moverse a menor velocidad.

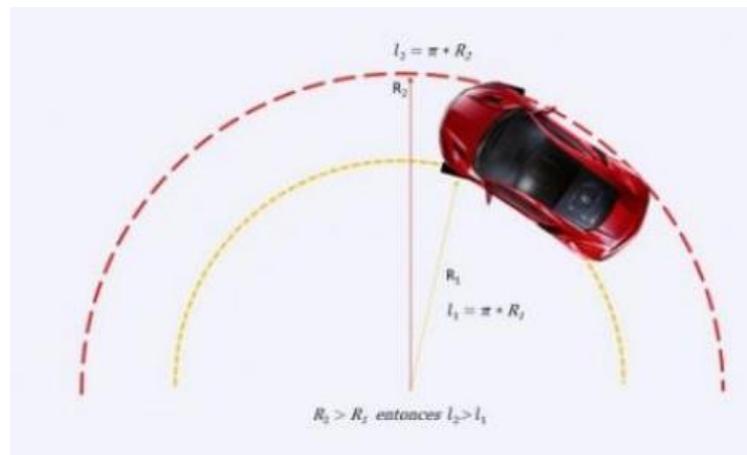


Figura 3. Diferencia de recorrido ruedas interior y exterior.

Sin el diferencial las ruedas del coche estarían unidas rígidamente a un eje al que se le entregaría todo el par y revoluciones de la caja de cambios produciendo deslizamientos y derrapes a la par que una gran inestabilidad y mala manejabilidad a la hora de hacer cambios de sentido y trazar curvas.

#### 3.1 Ubicación del diferencial.

Atendiendo al tipo de tracción que disponga el vehículo podemos encontrar 3 zonas de ubicación del diferencial.

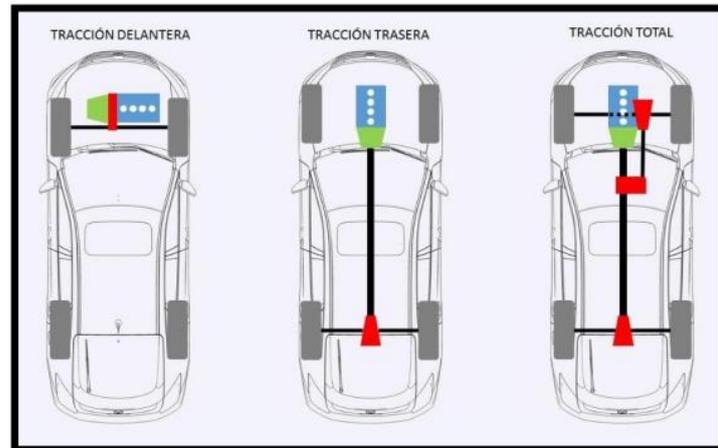


Figura 4. Ubicación del diferencial.

Los vehículos de tracción delantera tienen el diferencial (elemento rojo) situado dentro o a continuación de la caja de cambios. Los de tracción trasera se encuentra situado en la intersección del eje trasero con el eje de transmisión de la caja de cambios. Por último, los vehículos de tracción total, como los todoterrenos, montan hasta 3 cajas de grupos diferenciales, una en cada eje y una en el eje de transmisión central. Esto permite que el coche pueda funcionar con tracción trasera o delantera para su uso diario y en ocasiones que se precise se puede bloquear el diferencial central y ambos ejes actúan como eje motriz consiguiendo tracción total o más conocida como 4x4.

### 3.2 Partes básicas.

Los elementos mecánicos que forman un diferencial básico como el que monta el vehículo analizado de serie son las siguientes.

Grupo cónico: formado por un piñón motriz y una corona. Sirve para transmitir movimiento y esfuerzos entre dos ejes perpendiculares. La potencia llega desde el árbol de transmisión directamente o a través del eje motriz al piñón y éste engrana con la corona.

Satélites: Solidarios a la corona del diferencial encontramos los satélites, que son dos engranajes cónicos rectos que tienen giro propio a parte del solidario a la corona.

Planetarios: Por último, tenemos dos engranajes más, denominados planetarios, engranados a los satélites, que son los que transmiten el movimiento final a los palieres de las ruedas.



Figura 5. Diferencial abierto o básico.

El mecanismo comienza el movimiento al recibir el movimiento desde la caja de cambios al piñón de ataque. Éste mueve la corona que a su vez mueve los satélites solidarios y ambos transmiten el movimiento a los planetarios para que transmitan el movimiento a los ejes de las ruedas. Pero cuando hacemos un giro entra en juego la libertad de giro sobre si mismos que tienen los satélites, el cual hace que se absorba la diferencia de movimiento entre ambas ruedas permitiéndolas girar a velocidades distintas.

Este revolucionario mecanismo permite una mejor manejabilidad y maniobrabilidad del vehículo tanto en carretera como aparcando, lo cual reduce el desgaste de los neumáticos y puede evitar un gran número de accidentes, aunque es sabido que puede dar lugar a comportamientos extraños al pasar sobre superficies deslizantes como agua, hielo, barro o quedar una rueda motriz en el aire dando lugar a situaciones de peligro.

Debido a estas pérdidas de potencia que se producen en las situaciones mencionadas se fueron inventando y desarrollando mejoras para el grupo diferencial que lo mejoran.

### 3.3 Tipos de diferenciales:

Dentro de la mecánica automovilística se han desarrollado numerosas modificaciones y mejoras al diferencial básico y aquí se han recopilado las más importantes y usadas.

- *Abierto o libre:* es el diferencial más sencillo y que montan la mayoría de vehículos, combinado actualmente con algún sistema electrónico.
- *Autoblocantes:* Diferenciales que debido a las fuerzas que reciben desde las ruedas y desde el motor, se autorregulan para repartir el par entre las ruedas mediante distintos mecanismos mecánicos
  - Deslizamiento limitado(LSD)
  - Salisbury Axle
  - Torsen
  - Ferguson

- *Activos (Electromecánicos)*: Diferenciales controlados con una bomba de aceite que regula la presión de los discos interiores para bloquear mas o menos el diferencial. Se pueden controlar por el conductor.
- *EDL ( Diferenciales de bloqueo electrónico)*: Sistema que actúa sobre los propios frenos del vehículo para frenar/bloquear las ruedas que pierden tracción para que el diferencial actúe sobre ellas. Muy utilizado en los coches actuales.

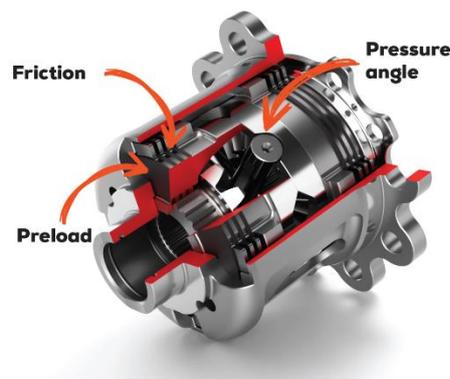
Todos estos diferenciales quedan explicados y recogidos en el Anexo I. Tipos de diferenciales.

## 4 ELECCIÓN DEL DIFERENCIAL.

A la hora de elegir el tipo de diferencial es importante enfocarse en para qué se quiere, ya que como se ha comentado, cada uno tiene sus puntos fuertes y sus aplicaciones.

En este caso, se busca un diferencial para la competición, tanto de circuito como de derrapes, para ello es necesario que sea de un tamaño mediano/pequeño, con posibilidad de ajuste y regulación “sencilla” y versátil, que se pueda usar en distintos circuitos / modalidades. El diferencial que cumple con todo esto es el LSD Salisbury axle, es un diferencial con un tamaño medio, puede tener varias opciones de montaje, es totalmente mecánico lo cual lo hace muy accesible ya que no es necesario los conocimiento de electrónica y/o hidráulica o incluso programación como lo precisan otros diferenciales. Todo esto hace que sea un tipo de diferencial muy popular en el mundo de la competición amateur y semiprofesional, añadiendo la ventaja de un bajo coste comparado con otros diferenciales que montan circuitos electrónicos, eléctricos y/o fluidos.

Estos diferenciales tienen tres parámetros modificables que hacen que cada unidad se adapte a las necesidades del conductor y circuito lo máximo posible. Las rampas, el número de discos de fricción y la precarga de los discos, estos tres parámetros hacen que el porcentaje de bloqueo del diferencial varíe. Este porcentaje describe la diferencia de par máxima entre las ruedas en comparación al par de entrada.



*Figura 6. Componentes variables Diferencial LSD Salisbury axle.*

La función de las rampas es regular la cantidad de fuerza que se aplica sobre los discos para que se bloqueen o no, y esto varía con el ángulo de las mismas. El eje de los satélites descansa sobre las rampas, este con el movimiento longitudinal del vehículo, mueve la carcasa que solo permite desplazamientos transversales al sentido de la marcha. Queda representado perfectamente en la siguiente figura.

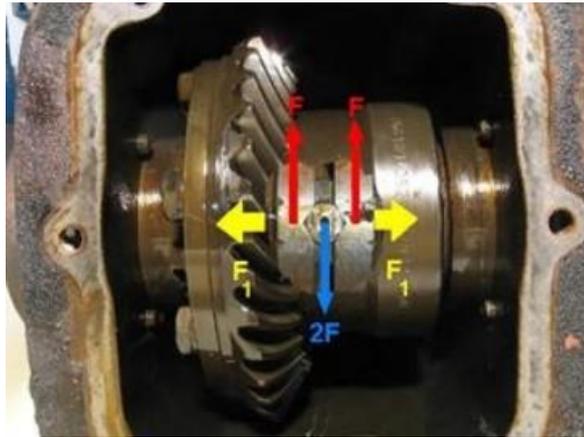


Figura 7. distribución de fuerzas en las rampas del diferencial.

La  $F$  ( en rojo ), viene dado por el par de salida del diferencial y el radio de la rampa. La componente transversal con la que se presionan los discos queda definida con el ángulo de las rampas, así pues, un ángulo de rampa pequeño hace que la fuerza transversal resultante sea grande y si el ángulo de rampa es alto, viceversa.

$$F_1 = \frac{F}{\tan(\theta_{rampa})}$$

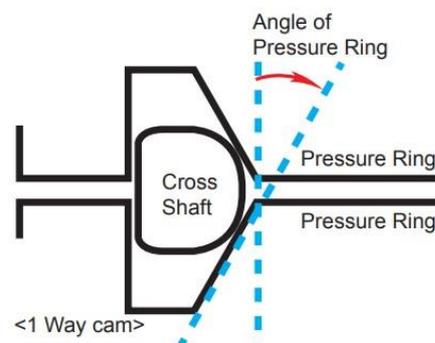


Figura 8. Fuerzas en las rampas.

Resumiendo, el ángulo de las rampas influye en la fuerza que presiona los discos, cuanto más pequeño el ángulo  $\theta$  menos fuerza se ejercerá sobre los discos y más difícil será que se bloquee el diferencial. Haciendo un barrido por el mercado y principales fabricantes, los ángulos más “fuertes” son de  $55/60^\circ$ , haciendo muy fácil bloquear el diferencial. En contraposición los ángulos más bajos, apenas transmiten fuerza y el diferencial actúa prácticamente como diferencial libre, son entorno a los  $20^\circ$ .

Otros elementos que tiene una gran influencia en este diferencial son los discos de fricción, su función es la de acoplar o desacoplarse entre sí, produciendo una gran fricción

entre ellos llegando a bloquear el diferencial. Su comportamiento se puede dividir en 3 fases, atendiendo a la F de entrada (F en rojo *Figura 8. Fuerzas en las rampas.*) :

1. No hay fuerza suficiente como para empujar los discos y el diferencial actúa como uno abierto o básico, esto puede ocurrir a bajas velocidades o velocidad constante en recto.
2. La fuerza presiona los discos y hace que entren en fricción, pero sin llegar a ser una presión total, el par se reparte entre los ejes en función de la acción requerida en cada momento.
3. La fuerza presiona totalmente los discos haciendo que todo el núcleo del diferencial y por tanto ambos semiejes con las ruedas trabajen como un sólido rígido. El par se distribuye por igual en ambos ejes.

Cabe recalcar que mayor número de discos no siempre es sinónimo de mayor bloqueo ya que las rampas tienen un papel fundamental en estos diferenciales. Puedes obtener el mismo resultado o muy similar con varias combinaciones, pero siempre se recomienda elegir un número alto de discos. Dependiendo del fabricante y del material, dimensiones y uso o no de anillos de precarga se montan desde 6/8 discos hasta 20 por lado. Siempre se recomienda elegir el mayor número de discos posible respetando lo mencionado, ya que disipan mejor el calor y tendremos más caras de fricción que se traduce en mayor fuerza resistente. Un aumento de calor dentro del núcleo de los diferenciales puede bajar su rendimiento o incluso llegar a romperlos.

Tras hacer una búsqueda por las principales marcas del mercado y comparar datos, el diferencial a diseñar constará de dos posiciones de rampas para poder ser ajustado en función de su uso:

1. “2 way” o doble vía, con un ángulo 55/55 , igual en aceleración como en frenada. Configuración muy usada en competiciones de derrape pues proporciona un derrape continuo sin cambios bruscos de agarre al tener el mismo ángulo frenando y acelerando, evitando movimientos extraños en medio de la curva. También suaviza y/o elimina el subviraje en las frenadas bruscas.
2. “1.5 way” o 1.5 vías, con un ángulo 45/25, aceleración y frenada respectivamente. Una configuración un poco más suave, orientada a días de tandas donde se busca la velocidad y el paso por curva. Proporciona un bloqueo igual de fuerte en aceleración, al salir de curva, pero a la vez ayuda ligeramente en la frenada evitando sobrevirajes fuertes y con pocas opciones de bloquear.

Atendiendo al número de discos elegidos, y siguiendo el criterio del fabricante de los mismos se montarán 6 platos de fricción a cada lado del diferencial más un anillo de precarga del siguiente forma que cuando se habla de platos incluye los propios discos de fricción y los discos metálicos que se interponen consiguiendo así 8 caras de fricción entre ellos . Según el fabricante esta configuración de los discos puede llegar a repartir el 80% del par a la rueda con tracción una vez que se bloquea completamente el mecanismo. Esto

son resultados aproximados ya que el bloqueo del diferencial no depende únicamente de los discos, entran en juego otras variables principalmente los ángulos de las rampas, así como el aceite de lubricación, el tallado de los propios engranajes, el par de apriete, la fuerza de las precargas,...

Según el fabricante, con el mismo número de discos pueden montarse varias combinaciones, para tener más o menos superficies de rozamiento y obtener más o menos porcentaje de bloqueo como es representado en la Figura 9.

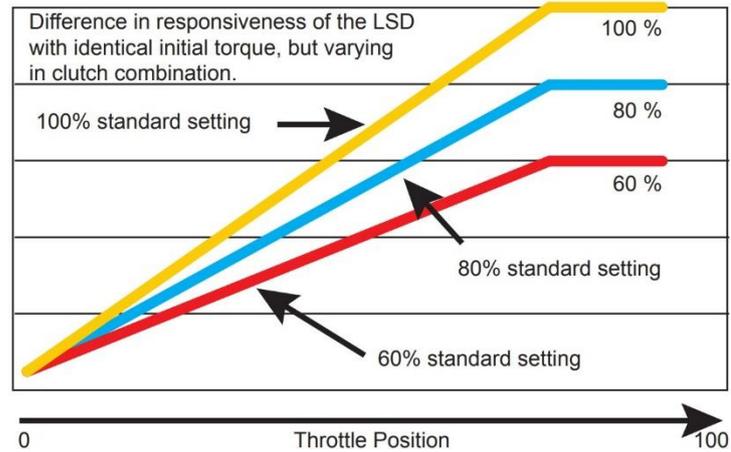


Figura 9. Porcentaje de bloqueo en función de los discos de fricción.

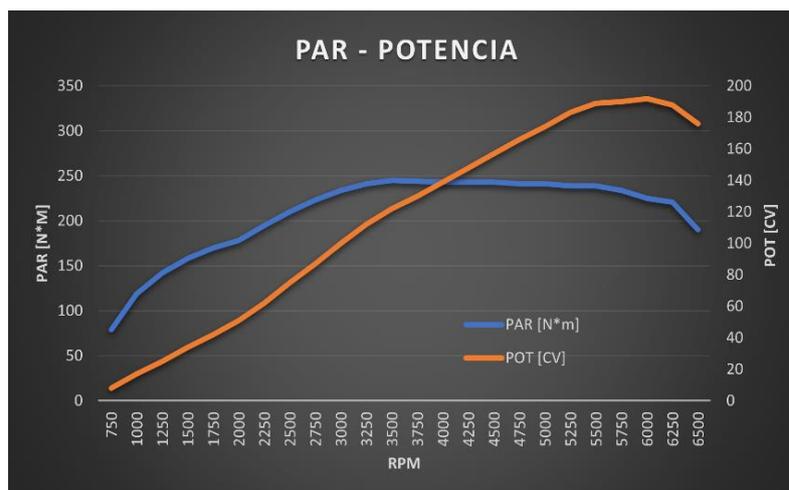
## 5 ANALISIS PRESTACIONAL

Se va a desarrollar una estudio en el que primero se analizará el vehículo con los datos de partida y posteriormente se analizaran con la modificación planteada. Con toda esta información compararemos como ha cambiado el rendimiento del coche y si hemos obtenido una mejora.

### 5.1 Recogida de datos.

Para comenzar con este análisis, es necesario recabar información sobre las prestaciones del motor. Al ser un coche tan común podemos encontrar muchas fuentes de datos para conocer las curvas de par y potencia que ofrece el bloque instalado por el fabricante. En el anexo II. Análisis prestacional, se recopilan los datos aportados por el fabricante.

En la siguiente figura se representan las curvas de par motor y potencia del vehículo.



Como se observa, el máximo PAR es 245 Nm desde 3500 rpm a 4000rpm y la máxima potencia es 192 CV a 6000 rpm

### 5.2 Fuerzas resistentes.

Para empezar, es necesario conocer las fuerzas resistentes que tiene que vencer para comenzar el movimiento. Las fuerzas principales a tener en cuenta son la fuerza resistente aerodinámica, la fuerza resistente a rodadura y la fuerza resistente a la pendiente.

Estas tres fuerzas se agrupan en un sumatorio como fuerza resistente al avance de un vehículo viene dada por la siguiente expresión.

$$R_T = R_{aero} + R_{rod} + R_{pend} \quad (1)$$

$$R_T = \frac{1}{2} * C_X * \rho_{aire} * A_{efec} * V^2 + F_z * \mu_r + W_{vehiculo} * \sin \alpha_{pen} \quad (2)$$

Se remite al “Anexo II: Análisis prestacional” para observar todos los resultados y cálculos con los que se obtuvieron las fuerzas resistentes.

El resultado de esta ecuación frente a un abanico de velocidades del vehículo viene representado por la siguiente curva, Curva de resistencia al avance.

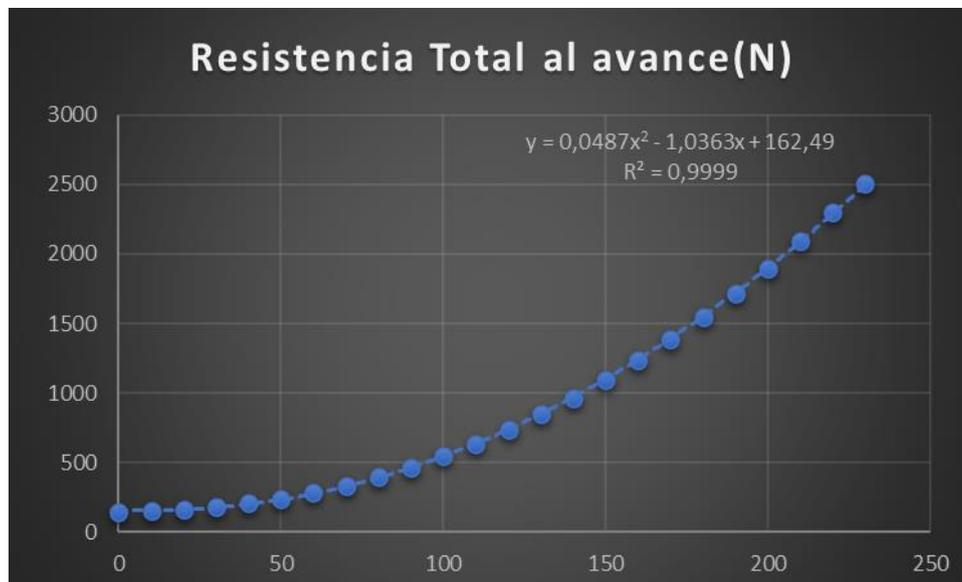


Figura 11. Curva resistencia total al avance.

La curva se ha ajustado con una función cuadrática con la ayuda del programa Excel, consiguiéndose una gran aproximación en el ajuste con un factor  $R^2 = 0.9999$ , muy próximo a la unidad. Esta función se utilizará posteriormente con la expresión de la curva obtenida:

$$R_T = 0,048V^2 - 1,036V + 162,5 \quad (3)$$

Como ya se ha comentado en los cálculos, a bajas velocidades apenas actúa la fuerza de rodadura, pero conforme aumenta la velocidad, la fuerza aerodinámica aumenta y la fuerza resistente total también lo hace exponencialmente.

### 5.3 Velocidad máxima

Realizaremos dos comparaciones donde calcularemos la velocidad máxima del vehículo, por dos métodos distintos, uno de ellos se basará en ir calculando el régimen de giro que genera el motor hasta que llega a las ruedas, a través de la cadena de transmisión y el otro se basará en las fuerzas motrices y resistentes del motor y sus componentes.

Para ambos cálculos se estimará que el vehículo circula por una superficie plana y sin capacidad de aceleración. Así podremos obtener la velocidad en el pico máximo de revoluciones a máxima potencia, en este caso quinta velocidad a 6000 rpm. Todos los cálculos se encuentran en ANEXO II. ANÁLISIS PRESTACIONAL.

- *Velocidad máxima a partir del régimen de giro:*

Se partirá del régimen de giro del motor y calcularemos el giro de todos los componentes de la cadena de transmisión hasta llegar a la velocidad en los neumáticos para obtener la velocidad final del vehículo.

Este proceso lo haremos dos veces, con la configuración de serie y con la nueva configuración del diferencial para ver como reducimos su velocidad punta.

Para el primer caso obtenemos una velocidad máxima de

$$V_{\max\_s} = 220,26 \text{ Km/h}$$

Para el segundo caso obtenemos una velocidad máxima de

$$V_{\max\_m} = 170,0 \text{ Km/h}$$

Como se esperaba, al aumentar la relación final de la cadena de transmisión ( en el diferencial) se pierde mucha velocidad punta lo cuál sería un inconveniente para otro tipo de aplicaciones en el mundo del motor, pero justo para el mundo del derrape no es algo tan determinante ya que como se ha mencionado, no se alcanzan velocidades tan altas.

- *Velocidad máxima partir de las fuerzas resistentes:*

Para este caso, siguiendo con el estado de aceleración nula, utilizaremos la ecuación básica de fuerzas:

$$\sum F = m * a$$
$$F_m - R_T = 0$$

El punto de máxima par transmitido lo encontramos a 6000rpm y entrega 192CV.

Así pues, se obtiene una velocidad máxima de

$$V_{\max} = 213,9 \text{ Km/h}$$

A través de este método podemos observar que obtenemos un resultado distinto a los anteriores, debido a las limitaciones del motor y las fuerzas resistentes que se generan sobre el vehículo por aerodinámica y rodadura, sin importar la cadena de transmisión, es la máxima velocidad real que podría alcanzar.

## 5.4 Fuerzas motrices en la cadena de transmisión.

Ahora se comenzará con el análisis prestacional de la cadena cinemática desde la caja de cambios hasta las ruedas realizando una comparación de dicha cadena entre el diferencial que monta de serie y el nuevo diferencial modificado.

Las relaciones de transmisión son las dadas por el fabricante para este modelo.

| Marcha | $r_i$ |
|--------|-------|
| 1ª     | 4,23  |
| 2ª     | 2,52  |
| 3ª     | 1,66  |
| 4ª     | 1,22  |
| 5ª     | 1     |

Tabla 1. Relaciones de transmisión

Por otro lado, las relaciones del diferencial son el punto a analizar, por un lado, tendremos el grupo diferencial de serie y por otro el elegido para su diseño.

| Diferencial | Ratio dif. |
|-------------|------------|
| Serie       | 3,15       |
| Modificado  | 4,1        |

Tabla 2. Relaciones del diferencial

Como se ha dicho, se van a realizar dos análisis idénticos para su posterior comparación y ver las diferencias de desempeño del diferencial de serie al diferencial modificado.

Primero comenzaremos con una análisis de las fuerzas motrices del coche para todas las marchas que ofrece la caja de cambios y en todos los puntos de los que se disponen datos, desde 750 rpm a 6500 rpm en saltos de 250 rpm.

Una vez conocidas todas las fuerzas, se calcularán las velocidades lineales que alcanza el vehículo para dichos saltos de rpm y así poder relacionar las fuerzas y las velocidades en esos puntos para su posterior representación gráfica.

Con estos datos, se obtendrán dos representaciones, por un lado, la gráfica conocida como “dientes de sierra” donde se muestra la velocidad de cada marcha y sus cambios

óptimos de una a otra y una gráfica de desarrollo completo de la fuerza de cada marcha en función de las rpm que alcanza el motor y la velocidad final.

Todos los cálculos y resultados están recogidos en el ANEXO II. ANÁLISIS PRESTACIONAL.

#### 5.4.1 Diferencial de serie.

Primero de todo se representa las curvas Fuerzas motrices – resistentes al avance de serie.

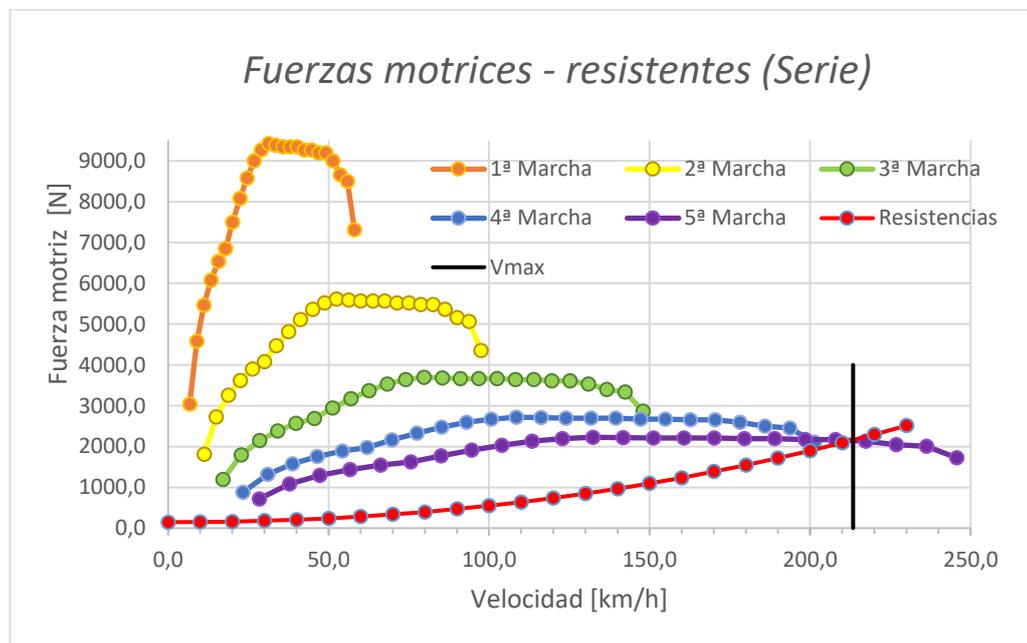


Figura 12. Curvas fuerzas motrices - resistentes al avance en llano.

Analizando las curvas obtenidas se pueden observar varios aspectos. El primero, y más apreciable es que a velocidades bajas, las tres primeras marchas tienen una gran fuerza, que les permite aumentar la velocidad rápidamente. Al final de cada marcha, encontraríamos la velocidad punta de ésta, aunque estos puntos no son los óptimos ya que se produce una caída de fuerza motriz considerable. También se encuentra una excepción en la quinta marcha, la última, donde vemos que la curva de fuerzas resistentes la corta en un punto. Esto nos indica que a partir de esta velocidad el coche no envía fuerza suficiente a las ruedas para superar las resistencias, y vehículo empezara a perder velocidad, aunque el motor siga revolucionándose. Este punto es el de velocidad máxima o punta que hemos calculado anteriormente, como podemos observar con la línea negra.

Para las curvas de dientes de sierra, tabla donde se representan la velocidad de cada marcha desde 0 hasta su máximo desempeño. Como es obvio, hay zonas de cada marcha

que no son útiles ni son óptimas para el funcionamiento del vehículo, por ello se utiliza la siguiente gráfica para aproximar los cambios de marcha óptimos.

Para aproximar estas revoluciones óptimas de cambio, se supondrá que el cambio, entre la actual y la inmediatamente superior, se realiza en las rpm de máxima potencia del motor (6000rpm) y se mantiene la velocidad de marcha.

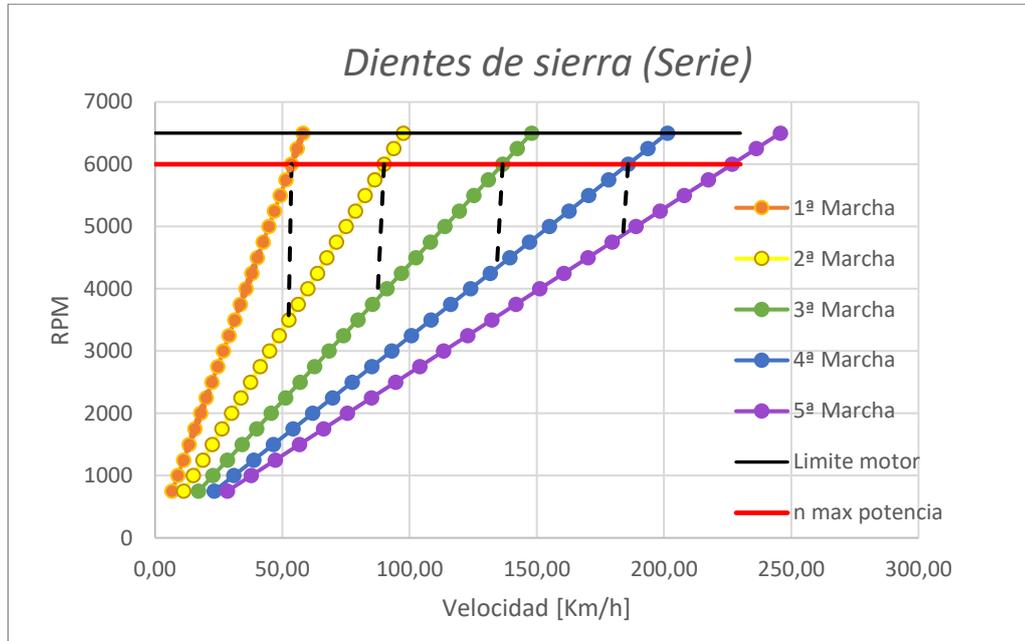


Figura 13. Curvas dientes de sierra con diferencial de serie.

#### 5.4.2 Diferencial modificado.

Se seguirá el mismo proceso descrito en el apartado anterior, pero con la nueva relación de transmisión del grupo diferencial modificado,  $r_{dif} = 4,1$ .

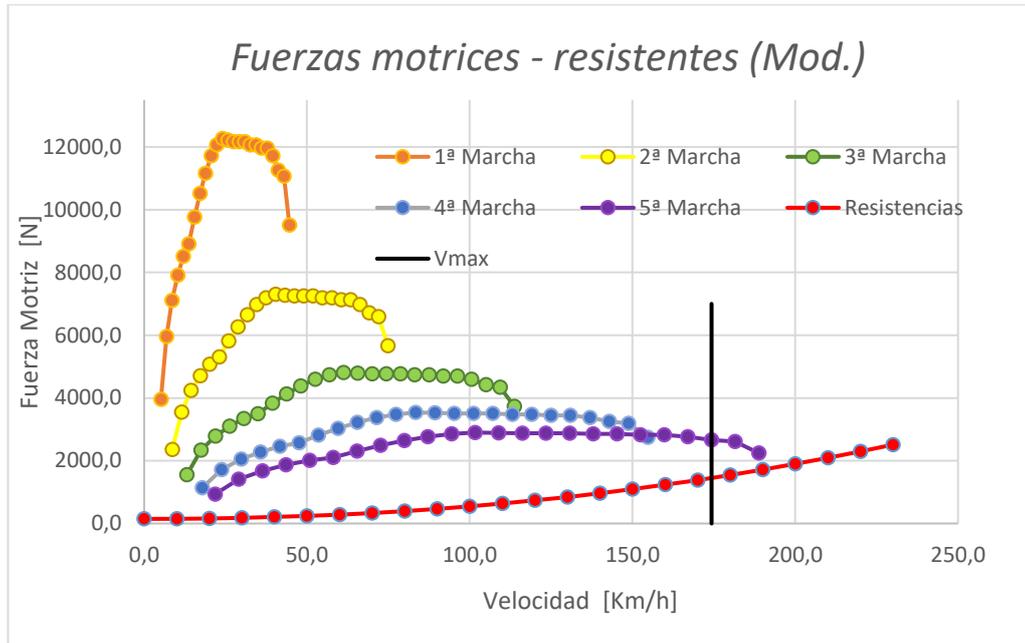


Figura 14. Curvas fuerzas motrices - resistentes al avance en llano con dif. mod.

Como en el anterior caso, nos encontramos unas curvas con grandes subidas en el comienzo de la marcha, lo cual indica que se transmite una gran fuerza motriz directamente a las ruedas, mucho mayor que las obtenida con el grupo de serie. Se observa que las ultimas marchas son más cortas alcanzando velocidades punta inferiores, alrededor de los 175 km/h, tal como habíamos aproximado en el apartado anterior. También es claro que las fuerzas resistentes no llegan a cortar a las fuerzas motrices, éstas siempre son mayores que las fuerzas resistentes por lo que las únicas limitaciones que se tendrán son las del propio motor y sus componentes.

En el caso de las curvas dientes de sierra, se observa un dibujo similar al visto anteriormente, pero con verticalidad mayor. Esto nos indica que son marchas más cortas y las revoluciones del motor mayor aumentan antes. Este acortamiento de las marchas, sin modificar la caja de cambios, produce una velocidad punta muy inferior como era de esperar y se ha comentado anteriormente.

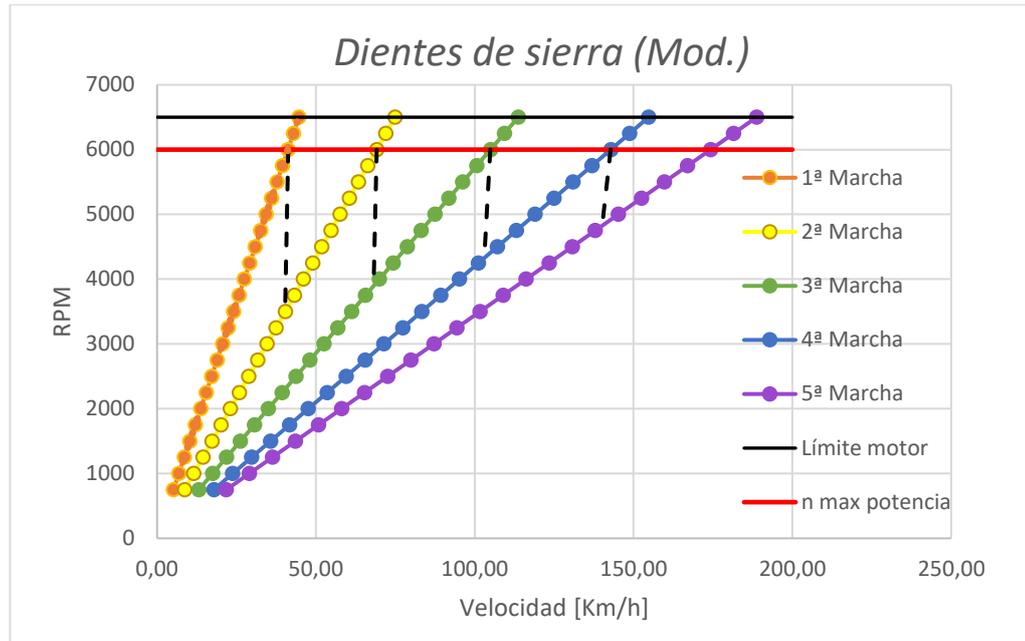


Figura 15. Curvas dientes de sierra con diferencial modificado.

### 5.4.3 Comparación de las configuraciones.

Como primera mejora, se observa un aumento considerable de la fuerza transmitida a las ruedas en las primeras marchas lo que se traducirá en un mejor agarre y tracción del vehículo en pista que es el propósito de la mejora. Como consecuencia de modificar la relación final de la cadena de transmisión reduciremos la velocidad máxima del vehículo acortando todas las marchas, lo cual no es un problema en este análisis ya que no es un parámetro primordial como ya se ha comentado.

Las curvas dientes de sierra solo se modifican en cuanto a su “verticalidad”, es decir, alcanzan las revoluciones de máxima potencia antes que de serie y se traducirá en cambios más tempranos, en cuanto a velocidad lineal, pero manteniendo los límites motor y los saltos de marcha ya que no se modifica motor ni caja de cambios.

Para optimizar estos cambios sería conveniente reajustar otras partes de la cadena motriz más importantes como el propio motor y/o caja de cambios con algún mapa motor o ajuste mecánico, pero esto ya queda fuera del análisis que se está realizando en este trabajo.

## 5.5 Aceleración del vehículo

Todo lo calculado hasta ahora es bastante significativo e indica que esta mejora realmente lo es, pero donde se va a ver el cambio más notable y de interés, será en la aceleración del vehículo. Para cuantificarla y compararla con las prestaciones de serie se

van a analizar distintas zonas de trabajo del motor y en distintas marchas, principalmente las más usadas.

### 5.5.1 Limitaciones de tracción.

Antes de pasar a estos cálculos, hay que comprobar las fuerzas que el coche puede transmitir al terreno. Por mucha fuerza que consigamos que desarrolle la cadena motriz, si el vehículo no es capaz de transmitirla al suelo, no conseguimos avanzar y el neumático comenzará a deslizar. Por ello se va a analizar la limitación en aceleración del vehículo. Aplicando la misma simplificación que en el caso de resistencia de rodadura, esta reacción del vehículo en el suelo se expresa como:

$$F_t = \mu_a * P \quad (4)$$

$\mu_a$  será el coeficiente de adherencia que dependerá de las características de los neumáticos y de la superficie y terreno que se vaya a analizar y P es el peso del vehículo en cuestión

Así pues, la fuerza máxima que puede transmitir el coche al asfalto en la condiciones elegidas es:

$$F_t = 11732,76 \text{ N}$$

Por tanto, con el coche en su configuración de serie nunca se llegaría a sobrepasar este límite, pero con el nuevo diferencial se ha obtenido, en la primera marcha, una fuerza transmitida de más de 12kN en un rango de revoluciones altas, lo que significa que el coche comenzará a patinar al llegar a dichas revoluciones.

A la hora de realizar el siguiente análisis de aceleración, se truncarán los datos que sobrepasen este límite al traerse de fuerza no aplicada y por tanto no aceleración efectiva del coche. La figura, de curvas de fuerza motriz truncada en función de la velocidad quedaría así.

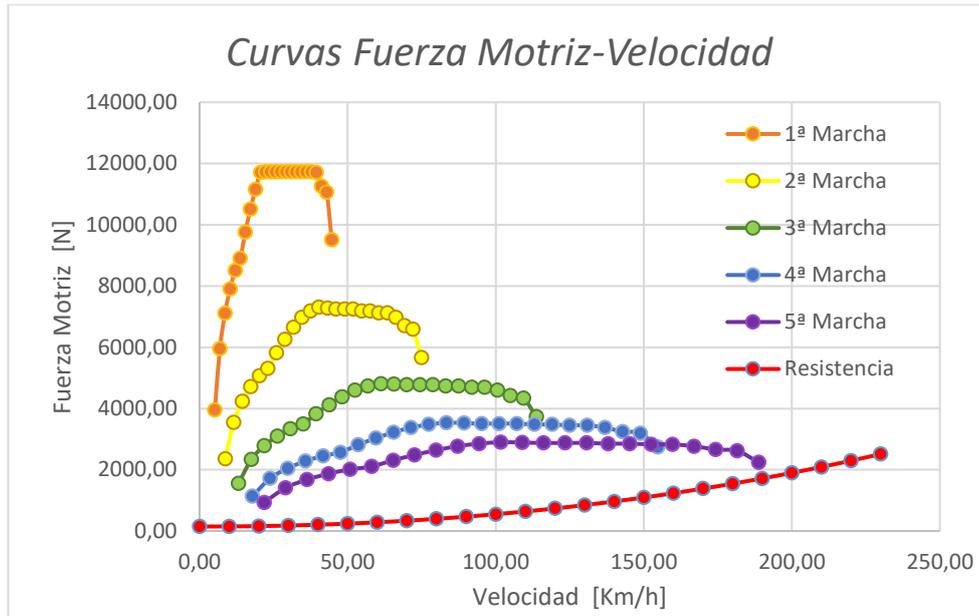


Figura 16. Curvas fuerza motriz-velocidad dif. mod limitado

### 5.5.2 Tiempos de aceleración.

Para analizar la aceleración del vehículo lo haremos a través de la capacidad de aceleración. Esto es la diferencia entre las fuerzas motrices que genera el motor y las fuerzas resistentes que tiene el vehículo.

$$C_a = F_m - R_T \quad (5)$$

La aceleración del vehículo ( $\gamma$ ) se calculará teniendo en cuenta la capacidad de aceleración ( $C_a$ ), la masa del vehículo ( $m_v$ ) y la inercia de los elementos rotatorios que componen la cadena de transmisión desde el motor a las ruedas ( $\epsilon_i$ ).

$$\gamma = \frac{C_a}{m_v * (1 + \epsilon_i)} = \frac{F_m - R_T}{m_v * (1 + \epsilon_i)} \quad (6)$$

Para calcular la aceleración del vehículo y medir los tiempos que le cuesta llegar a ciertas velocidades lo haremos de la siguiente forma. Simplificaremos los cálculos a escalones de RPM, por ejemplo, en vez calcular todos los valores desde 1250rpm hasta 1500 rpm por tratarse de una magnitud constante, saltaremos directamente de una a otra, así obtendremos una solución aproximada

El comienzo del análisis se tomará un tiempo de 0.6s para que el vehículo comience la marcha, tras lo cual el motor ya se encuentra a unas 1500rpm. Los cambios de marcha no son instantáneos en una caja manual ya que hay que desembragar, cambiar y volver a embragar y depende mucho de la habilidad del conductor. Se ha supuesto un conductor experimentado que conoce el coche y tiene un tiempo de cambio aproximado de 0.6seg de una marcha a otra.

#### 5.5.2.1 Tiempos de aceleración con diferencial de serie.

Se calculará todos los tiempos desde la primera marcha hasta el límite de la última marcha siguiendo lo explicado anteriormente. En el ANEXO II. ANÁLISIS PRESTACIONAL., se recogen todos los cálculos.

Resumiendo, con el diferencial de serie, el coche alcanza el 0-100 km/h en 7.4 seg aproximadamente y el 0-200 km/h en 40 seg.

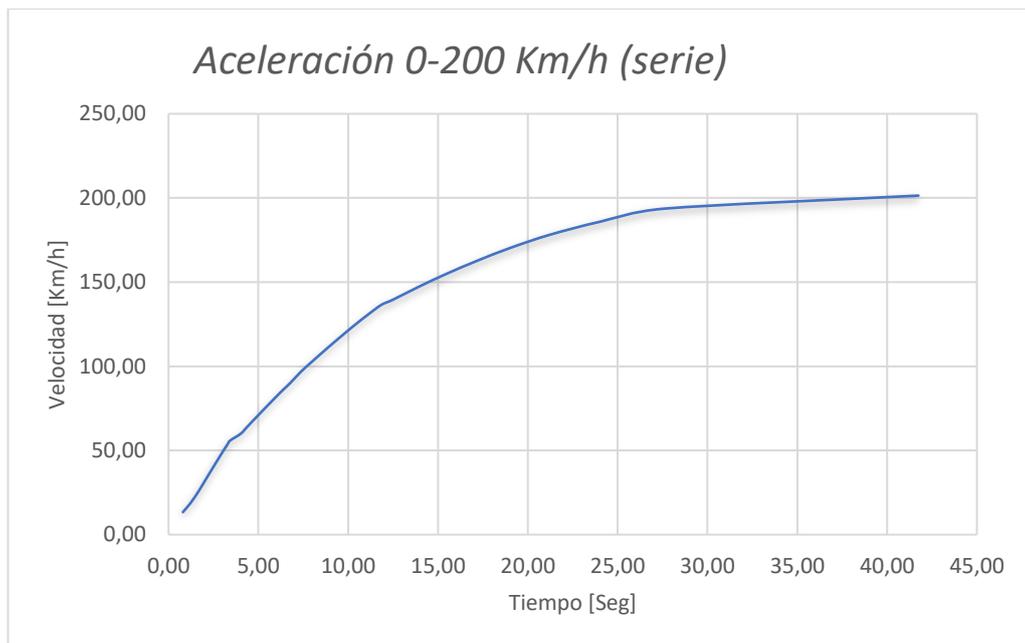


Figura 17. Curva de aceleración con diferencial de serie.

Tratándose de una configuración para circuito donde predominan las velocidades intermedias se va a hacer un análisis de la aceleración entre 60km/h y 120km/h. Como es una zona que, dependiendo del entorno, se pueden utilizar varias combinaciones de marchas, analizaremos la aceleración y el tiempo en dos casos. Partiendo de 2ª y cambiando a 3ª y realizando la aceleración completa en 3ª.

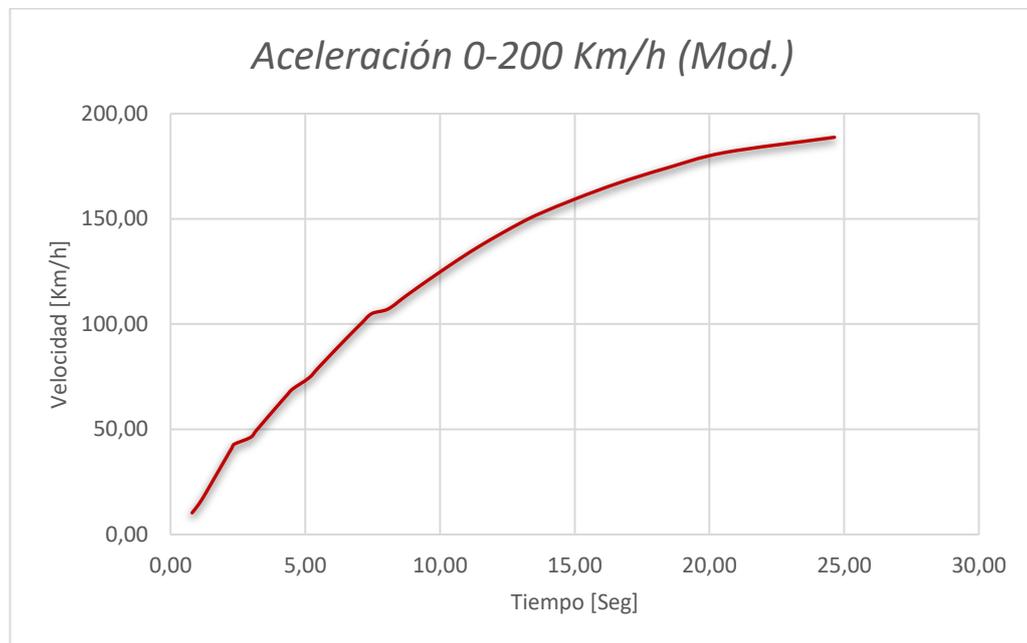
Para la primera situación, el vehículo le cuesta acelerar desde 60km/h a los 120 km/h de 4,66 segundos aproximadamente.

Mientras que, en la segunda situación, en el mismo rango de velocidades, le costaría 5,80 segundo aproximadamente. Esto se debería a que la 2ª marcha tiene más fuerza al comenzar los 60km/h en unas rpm mucho más altas que la 3ª, en ese intervalo es donde se consigue la mejora del tiempo.

#### 5.5.2.2 *Tiempos de aceleración con diferencial modificado.*

Ahora se realizará el mismo proceso con el nuevo diferencial.

Recopilando los datos importantes se determina que el 0-100 km/h en 7.1 segundos aproximadamente y el 0-200 km/h antes medido no llega a alcanzarse, ya que con el nuevo grupo hemos reducido la velocidad máxima del vehículo y habría que forzarlo mucho. Se puede recopilar que 0-190 km/h en 24,6 segundos aproximadamente.



*Figura 18. Curva de aceleración con diferencial modificado.*

Siguiendo con las dos situaciones donde partimos de 60km/h hasta los 120 km/h cambiando de marcha o manteniendo se observa lo siguiente.

Alcanzamos un velocidad cercana a los 120km/h (119km/h) en 3ª marcha forzando el motor por encima de las revoluciones optimas y obteniendo un tiempo de 4,85 segundos aproximadamente.

Partiendo directamente de 3ª marcha, igual que en el caso anterior hay que alargar la marcha mucho para alcanzar esta velocidad, costando 4,59 segundos en alcanzarla.

La única diferencia que obtenemos es que no se pierden las decimas del cambio de una marcha a otra.

## 5.6 Comparación de aceleraciones.

Con el análisis realizado y los datos obtenidos se pasará a comparar si se ha obtenido una mejora como realmente se espera. En la siguiente gráfica se comparará la aceleración de 0-200km/h que, como se ve, alcanza menor velocidad punta, algo que ya se esperaba. Donde realmente encontramos la mejora es en el primer tramo de la gráfica donde apreciamos una mayor verticalidad lo que se traduce en menor tiempo en alcanzar la velocidad deseada que es el objetivo en las primeras marchas. La zona intermedia se aprecia que se vuelven a igual las aceleraciones, pero aun así encontramos mejora respecto a la serie. Como ya se ha comentado lo que se pretende es mejorar esas 3 primeras marchas lo cual se consigue claramente.

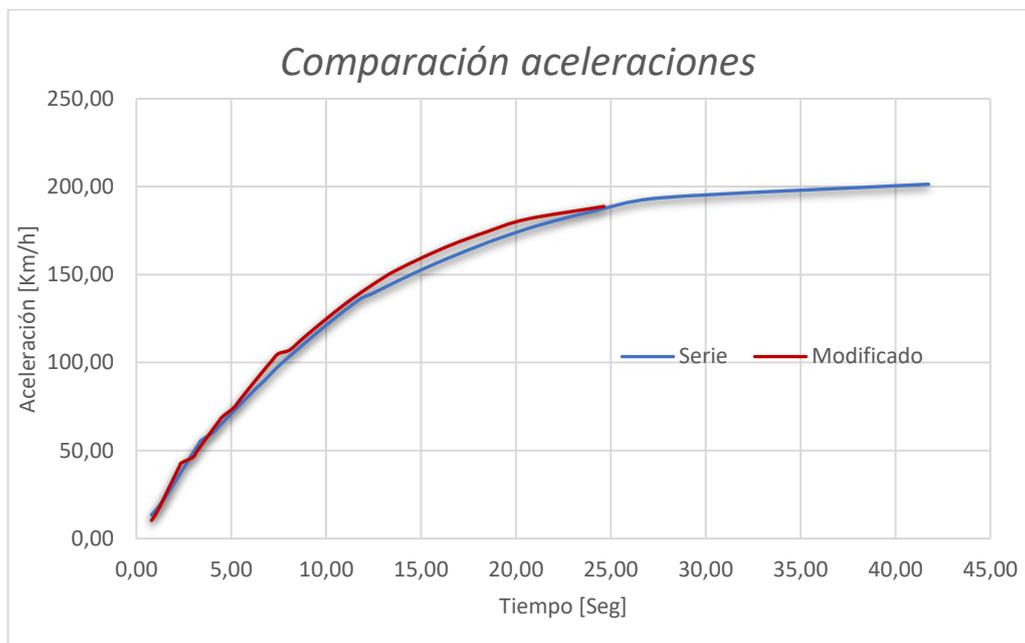


Figura 19. Comparativa de aceleraciones con cada diferencial.

Atendiendo ahora a las recuperaciones vemos que, en el caso de acelerar desde 2ª a unos 60km/h e ir cambiando de marcha, óptimamente, hasta alcanzar los 120km/h en tiempo total obtenemos unas décimas de pérdida de rendimiento. Esto es debido a que la 3ª marcha con el nuevo diferencial se queda mucho más corta que la original, esto repercute negativamente en esta prueba en concreto, pues hay que forzar mucho la marcha para alcanzar esa velocidad y eso hace que se pierda capacidad de aceleración. Si se realizará un cambio a 4ª marcha también perderíamos ese tiempo extra en el cambio

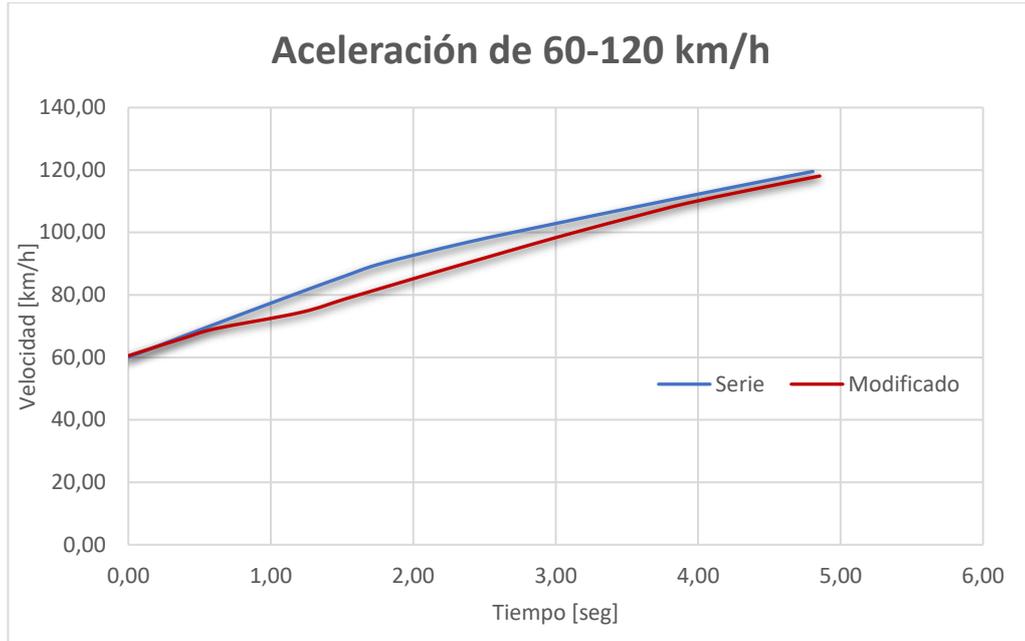


Figura 20. Comparativa de aceleraciones en rango de velocidades cambiando de marcha.

Por otro lado, tenemos la prueba del mismo rango de aceleraciones manteniendo una misma marcha. En esta prueba se ve claramente la mejora, pues se consigue alcanzar esos 120 km/h en menor tiempo.

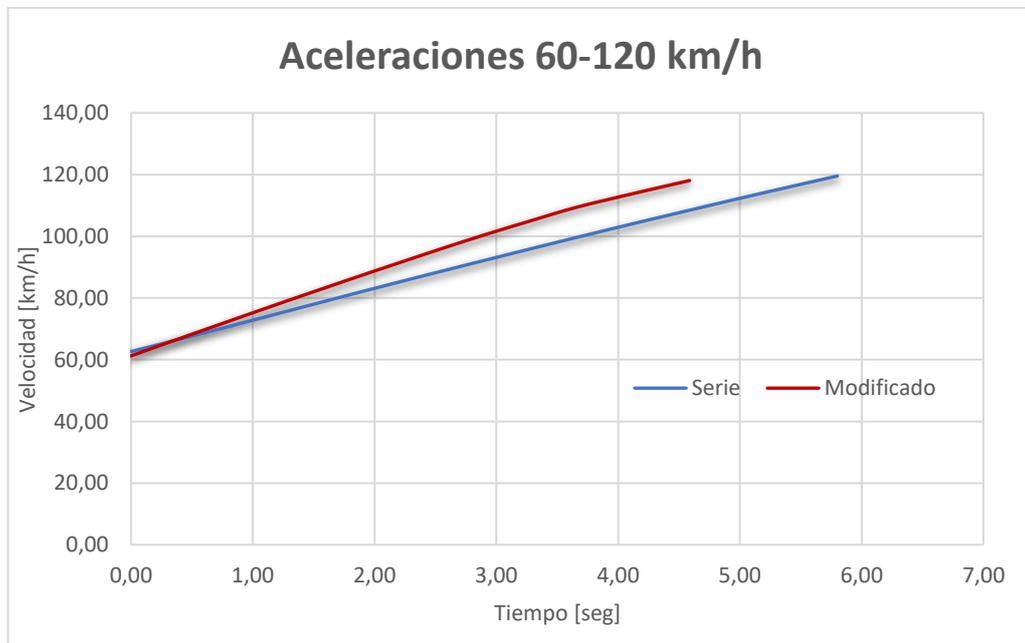


Figura 21. Comparativa de aceleraciones en rango de velocidades sin cambiar de marcha.

Para estos casos, viendo los resultados obtenidos, se debe mantener la misma marcha antes que reducir a una inferior para recuperar más rápido la velocidad.

Por último, se presenta una comparativa numérica de los análisis realizados hasta ahora donde se recogen las mejoras en porcentaje.

| <b>RESUMEN PRESTACIONES</b> |                    |                         |                   |
|-----------------------------|--------------------|-------------------------|-------------------|
|                             | <i>Serie [seg]</i> | <i>Modificado [seg]</i> | <i>Mejora (%)</i> |
| 0-100 km/h                  | 7,9                | 7                       | 12,9              |
| 0-180 km/h                  | 21,3               | 20,56                   | 3,6               |
| 60-90 km/h                  | 2,79               | 2,2                     | 26,8              |
| 90-120 km/h                 | 3                  | 2,39                    | 25,5              |

*Tabla 3. Resumen de mejoras en tiempo.*

Se puede concluir que con el simple cambio de diferencial en la cadena de transmisión podemos aumentar ligeramente las prestaciones del vehículo tal como se esperaba.

## 6 DIMENSIONADO DEL DIFERENCIAL

### 6.1 Hipótesis de cálculo.

A continuación, se pasará a calcular y dimensionar los engranajes que componen el diferencial elegido. Como se ha comentado anteriormente, los engranajes cónicos helicoidales o hipoides son los usados en el grupo piñón – corona del diferencial de vehículos. Estos conllevan una complejidad de cálculo y diseño elevada, propia de los métodos y herramientas de tallado usadas por cada fabricante.

Para la realización del presente trabajo, se hará una aproximación, calculando un grupo piñón-corona de engranajes cónicos de dientes rectos. Esto conlleva que el resultado esté ligeramente sobredimensionado tanto en número de dientes del grupo como en dimensiones debido a que los dientes helicoidales por su geometría transmiten mejor los esfuerzos y son más eficientes que los rectos para estas aplicaciones.

Tanto para el diseño del grupo piñón-corona como para los satélites-planetarios, se buscará evitar que se produzcan los fallos más habituales.

1. Rotura del diente, por poca capacidad de carga, o por sobrecarga instantánea, conocido como fallo a flexión.
2. Desgaste del diente por fatiga superficial

Para ello se seguirá el mismo proceso en ambos grupos de engranajes, para la comprobación de fallo por rotura se supondrán dos hipótesis, las más desfavorables, cuando el motor trabaja a máxima potencia y cuando trabaja a máximo par. Para el fallo a desgaste se estimarán una serie de horas de trabajo para cada marcha y una media del par y RPMs a las que trabajará el diferencial.

Se partirá de un material elegido, un acero cementado con aplicaciones habitualmente en engranajes y ejes de transmisiones de tamaño medios, sometidos a grandes cargas y desgastes por fricción. El objetivo de ambos cálculos es determinar el módulo mínimo de los engranajes para evitar que fallen y aguanten las horas de vida estimadas.

Todos estos cálculos se realizarán siguiendo un proceso limitado a unos parámetros normalizados.

### 6.2 Grupo piñón-corona.

Cuando se busca modificar y mejorar un diferencial, fuera de la alta competición, donde los presupuestos son elevadísimos, se intenta mantener la caja original del grupo

diferencial del coche porque ya tiene las medidas perfectas, anclajes provistos para el chasis del coche donde se encuentra montada y encajar con la parte final de la transmisión y los palieres de las ruedas. Por tanto, el tamaño va a ser un factor limitante.

En el vehículo elegido encontramos una caja 188, tamaño mediano de la marca BMW, que nos marca el diámetro a los que se sitúan los anclajes interiores de la corona.

A partir de aquí se remite al ANEXO III. Cálculo de engranajes para la mayoría de cálculos.



Figura 22. Grupo piñón-corona helicoidal.

### 6.2.1 Fallo a flexión.

El instante de par máximo, en el que el vehículo transmite la máxima fuerza desde el motor hasta las ruedas, en este caso de estudio es 245 N\*m a 3500 rpm.

Se elegirá el número de dientes del piñón, el mínimo posible según los parámetros normalizados, 12 dientes. Por tanto, junto con la relación de transmisión ( $i = 4.1$ ) el número de dientes de la corona es 50 dientes.

A partir de aquí se irán eligiendo los parámetros explicados anteriormente para determinar el módulo mínimo necesario para los engranajes. Todo ello viene recogido en el apartado del ANEXO II. CALCULO DE ENGRANAJES. 3.1.1 Fallo por flexión

Una vez explicados y obtenidos todos los parámetros, se pasa a calcular el módulo mínimo y se obtiene de

$$M_m = 4,76 \text{ mm}$$

Como nos son dimensiones normalizadas, utilizaremos el módulo normalizado inmediatamente superior,

$$M_f = 5 \text{ mm}$$

### 6.2.2 Fallo a desgaste.

Como todo componente que desliza sobre otro, dentro de una máquina, los engranajes del diferencial están sometidos a una gran fricción continuamente para transmitir el par de giro. Los dientes deben estar fabricados con materiales que aguanten esta fricción en el tiempo, por ello se va a proponer una duración razonable que debería aguantar este tipo de componentes antes de que empiece a fallar. Como muchos otros componentes automovilísticos este tiempo razonable de uso estaría en torno a las 4000 - 5000h.

Al ser la pieza más pequeña del grupo, el desgaste es más crítico para el piñón, para el mismo número de revoluciones, los dientes del piñón experimentan más contacto que los dientes de la corona, por lo que se seguirán realizando los cálculos con los parámetros del mismo

Para este cálculo partiremos de una dureza elegida,  $HB = 5800$ , propia de aceros como el F-153 usados en engranajes y ejes de transmisiones de tamaño medio sometidos a grandes cargas y desgaste. A partir de aquí calcularemos las horas de servicio que puede aguantar el mecanismo antes de empezar a dar fallos. Todos los cálculos que se harán referencia a continuación quedan recogidos en *ANEXO II. CALCULO DE ENGRANAJES. 3.1.2 Cálculo de fallo a desgaste.*

La vida útil total será dividida en porcentaje estimado del uso en cada marcha, pues en cada una trabajará con un par distinto debido a las multiplicaciones de la caja de cambios. Se presupone que las marchas más usadas serán la 2ª y 3ª puesto que abracan el rango de velocidades más habituales en las competiciones y tendrán mayor peso en los cálculos.

También se hará una media del par y rpms que desempeña el motor puesto que para este tipo de fallo no se está buscando un momento puntual o un máximo, si no un uso prolongado. Calcular los parámetros con el punto de máximo par o máxima potencia supondría considerar que el diferencial va a trabajar toda su vida útil en ese rango máximo de esfuerzos y se obtendrían parámetros desorbitados de diseño.

Una vez realizados todos los cálculos se obtiene un módulo mínimo de

$$M_m = 4,48 \text{ mm}$$

Se trata de un módulo superior al de fallo por flexión, lo que quiere decir que es más restrictivo, aun así, como se busca trabajar con parámetros normalizados se escogerá

$$M_d = 5 \text{ mm}$$

Ambos fallos llevan a que se utilice un módulo de 5 mm en este conjunto de engranajes.

Recopilando las dimensiones básicas de este grupo de engranajes queda:

|               | Mm | Z  | Dpm |
|---------------|----|----|-----|
| <i>Piñón</i>  | 5  | 12 | 60  |
| <i>Corona</i> | 5  | 50 | 225 |

Tabla 4. Dimensiones básicas piñón - corona.

### 6.3 SATÉLITES Y PLANETARIOS.

Engranajes cónicos rectos que forman el núcleo del grupo diferencial, los encargados de distribuir el par entre ambas ruedas, parte esencial de cualquier tipo de diferencial.



Figura 23. Satélites (pequeños). Planetarios (grandes).

Los satélites giran solidarios a la caja de satélites que es solidaria a la corona y éstos transmiten el movimiento a los planetarios, que son la salida hacia las ruedas.

Como se ha comentado en el apartado de *4.ELECCIÓN DEL DIFERENCIAL.*, la situación más desfavorable para un diferencial es tomando una curva, cuando la rueda interior pierde agarre y puede llegar a bloquear alrededor de 80% del par y enviarlo a esta rueda. Esto lleva a que una solo planetario recibirá este porcentaje de par por parte de la pareja de satélites.

También se ha explicado las dos configuraciones que pueden darse en el diferencial, dependiendo de su colocación, esto hace que se tenga que comparar con cual de las dos el diferencial trabajará con más par. Esto será importante en el análisis de fallo por flexión, pues se calcula con el máximo par que recibe el engranje.

Como siempre, al tratarse de un mecanismo orientado a la competición, se buscará disminuir su tamaño al mínimo posible. El material elegido será el mismo utilizado anteriormente, *Tabla 26. Propiedades material elegido.*

### 6.3.1 Fallo a flexión.

Se va a seguir el mismo proceso que el empleado para el piñón-corona recogido en *ANEXO III. CALCULO DE ENGRANAJES. 3.2.1 Cálculo de fallo a flexión.*

Antes de nada, se calcularán las fuerzas que recibe el diferencial en ambas configuraciones posibles, en función de las vías utilizadas.

Se determina que el caso más desfavorable se da cuando está instalada la configuración de 2 vías, los ángulos son más agresivos y se generan fuerzas mayores que permiten bloquear el diferencial más.

A la hora de aplicar el par torsor hay que tener en cuenta que recibe el par multiplicado del grupo piñón-corona, pero no lo recibe en su totalidad como se ha dicho.

Los satélites hacen la función de piñón y los planetarios la de engranaje por tanto los cálculos se realizarán a partir de los satélites que serán más pequeños. El número de dientes mínimo para el ángulo de presión elegido ( 20° ) es de 13 dientes, satélites, y su mínimo complementario para evitar interferencias es de 16 dientes, planetarios.

Después de la elección y obtención de los parámetros oportunos, se procede a calcular el módulo mínimo necesario para evitar este fallo a flexión.

$$M_m = 6,76 \text{ mm}$$

Eligiendo un módulo normalizado superior, obtenemos que el módulo normalizado necesario es

$$M_f = 7 \text{ mm}$$

### 6.3.2 Fallo a desgaste.

Se va a seguir el mismo proceso que el empleado para el piñón – corona, viene recogido en *ANEXO III. CALCULO DE ENGRANAJES. 3.2.2 Cálculo fallo a desgaste.*

Teniendo en cuenta las horas de uso y las cargas medias anteriores se volverá a calcular la carga media ponderando los datos para obtener un par torsor medio y una rpm medias a las que van a trabajar los engranajes durante las 5000 h de vida útil.

Calculando el módulo mínimo necesario para que el mecanismo aguante el fallo a desgaste, al menos la vida útil estimada

$$M_m = 6,39 \text{ mm}$$

Al igual que ha ocurrido antes, no se trata de un módulo normalizado, así que se elegirá el inmediatamente superior, vuelve a ser

$$M_f = 7 \text{ mm}$$

Por tanto, se puede determinar que el Módulo necesario para que estos engranajes del núcleo del diferencial no rompan por ninguno de los fallos analizados es de  $M = 7$  mm.

Haciendo una recopilación de los parámetros principales de los engranajes del núcleo del diferencial, satélites y planetarios, quedan de la siguiente manera:

|                    | <b>Dpm(mm)</b> | <b>Mm(mm)</b> | <b>Z</b> |
|--------------------|----------------|---------------|----------|
| <b>Satélites</b>   | 91             | 7             | 13       |
| <b>Planetarios</b> | 112            | 7             | 16       |

*Tabla 5. Parámetros principales de satélites-planetarios.*

## 7 GEOMETRÍA GENERAL DE LOS ENGRANAJES CALCULADOS.

A continuación, se presentan las expresiones necesarias para hacer el cálculo de la geometría general de los engranajes que componen el diferencial.

Diámetro primitivo medio;  $Dp_m = Mm * Z$

Longitud de la generatriz;  $G = \frac{Dp}{2 * \sin \varphi}$

Ancho del diente;  $b = \frac{Z * M}{5 * \sin \varphi}$

Altura cabeza del diente;  $h_1 = M$

Altura de pie del diente;  $h_2 = 1,25 * M$

Altura de diente;  $H = h_1 + h_2$

Paso circular medio;  $P_c = Mm * \pi$

Diámetro primitivo exterior del cono;  $Dp_e = Dp_m + 2 * (\frac{b}{2} * \sin \varphi)$

Diámetro primitivo interior del cono;  $Dp_i = Dp_m - 2 * (\frac{b}{2} * \sin \varphi)$

|                    | Dpm | Mm | Z  | h1 | h2  | h    | Pc   | L     | b     | De    | Di   |
|--------------------|-----|----|----|----|-----|------|------|-------|-------|-------|------|
| <b>Piñon</b>       | 60  | 5  | 12 | 5  | 6,3 | 11,3 | 15,7 | 33,0  | 50,6  | 84,0  | 36,0 |
| <b>Corona</b>      | 250 | 5  | 50 | 5  | 6,3 | 11,3 | 15,7 | 137,3 | 51,47 | 350   | 150  |
| <b>Satelites</b>   | 91  | 7  | 13 | 7  | 8,8 | 15,8 | 22,0 | 50,0  | 28,9  | 127,4 | 54,6 |
| <b>Planetarios</b> | 112 | 7  | 16 | 5  | 8,8 | 13,8 | 22,0 | 61,5  | 28,9  | 156,8 | 67,2 |

Tabla 6. Geometría principal de todos los engranajes del diferencial.

## 8 MODELADO 3D DE LAS PIEZAS DISEÑADAS.

Tras el diseño de todos los parámetros esenciales, se modelizará el conjunto diferencial calculado en el presente trabajo con la ayuda del programa SolidWorks 3D. Con este modelo se busca describir visualmente los engranajes calculados y crear un ensamblaje de todos ellos.

### 8.1 Modelado de las piezas.

El modelado de las piezas se comenzó por el piñón y la corona. Tal como se ha explicado antes, este modelo, es una aproximación de engranajes cónicos de dientes rectos a uno de dientes helicoidales.

Primero se creó el piñón con 12 dientes, el ángulo de presión 25 y una longitud de cara de 50.5 mm

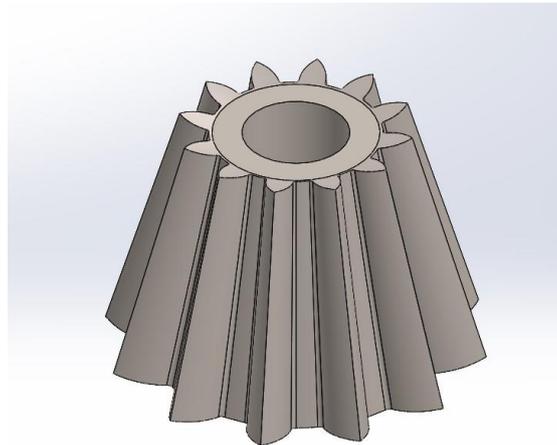


Figura 24. Vista 1 piñón.

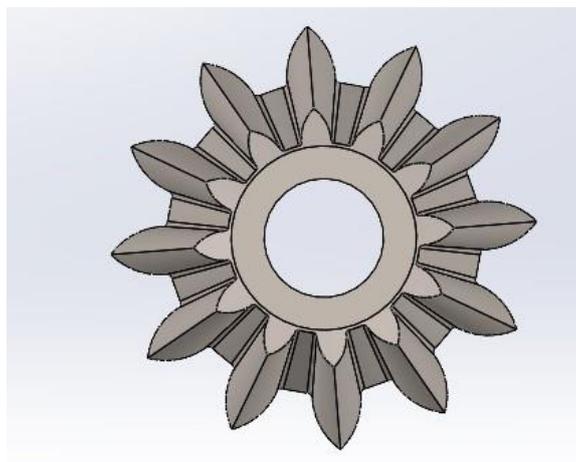
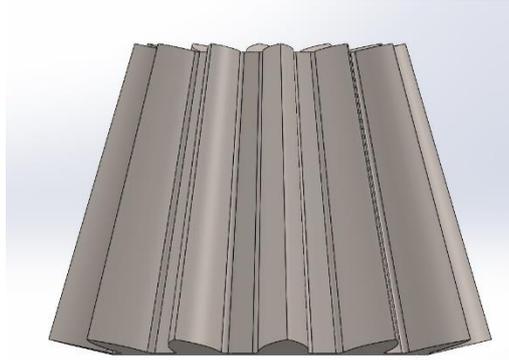
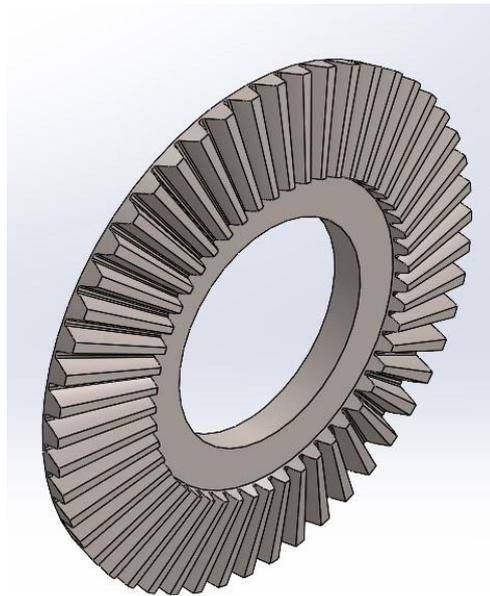


Figura 25. Vista 2 piñón.

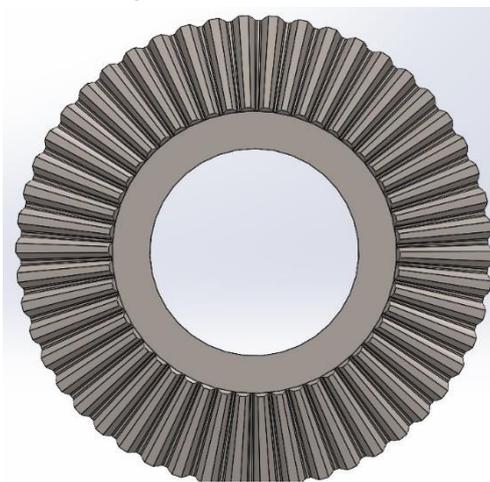


*Figura 28. Vista 3 piñón.*

La corona se modelizó a continuación, igualmente, tal como se ha calculado, un engranaje cónico de dientes rectos, 50 dientes con un módulo de 5 mm.



*Figura 26. Vista 1 corona.*



*Figura 27. Vista 2 corona.*

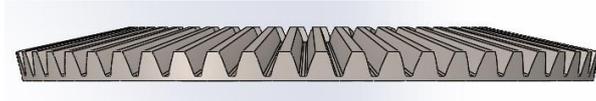


Figura 29. Vista 3 corona.

Como ésta va anclada a la carcasa del diferencial y a través de ella pasa la carcasa del núcleo y un eje hacia las ruedas, debe tener una zona plana en el centro donde realizar los taladros de anclaje.

Una vez hecho el grupo principal del diferencial, se diseñó el núcleo del mismo.

Primero de todo se creó un satélite, engranaje cónico de dientes rectos con 13 dientes y módulo 7 mm.

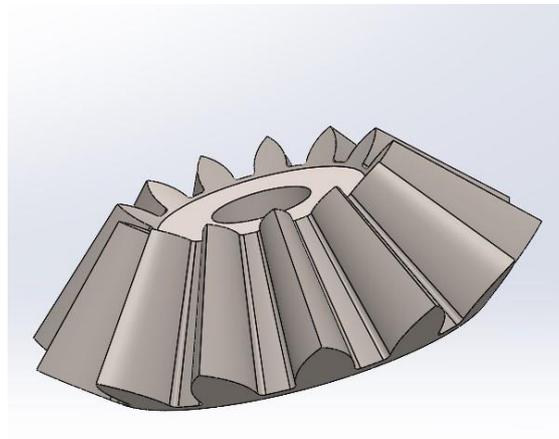


Figura 31. Vista 1 satélite.

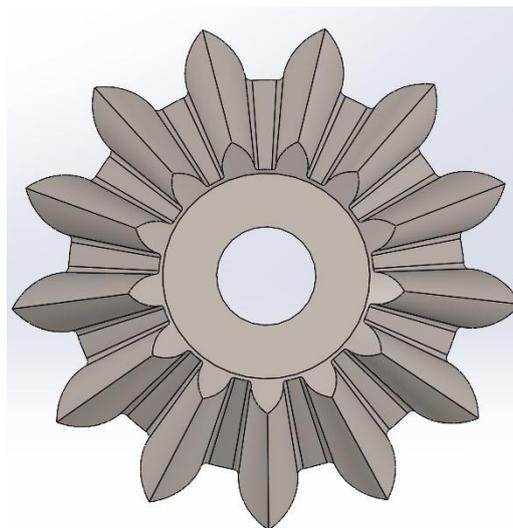
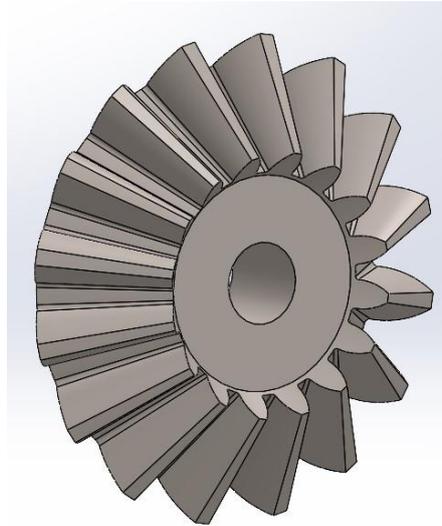
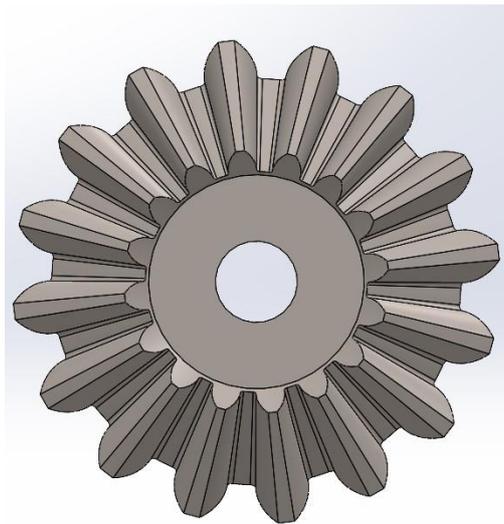


Figura 30. Vista 2 satélite.

Seguido se creó su complementario, un planetario, de 16 dientes y módulo 7 mm.



*Figura 32. Vista 1 planetario.*



*Figura 33. Vista 2 planetario.*

Una vez dibujados ambos componentes del núcleo se duplican puestos que ambos engranajes tienen una pareja simétrica e idéntica. A su vez, se les ha incluido un eje genérico para complementar el conjunto y que sea más visual.

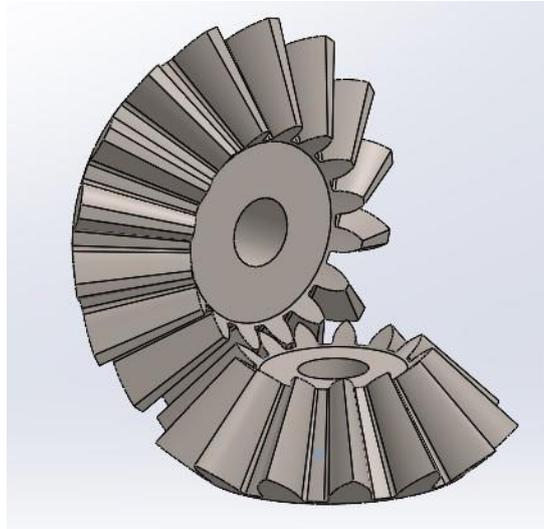


Figura 34. Conjunto satélite-planetario.

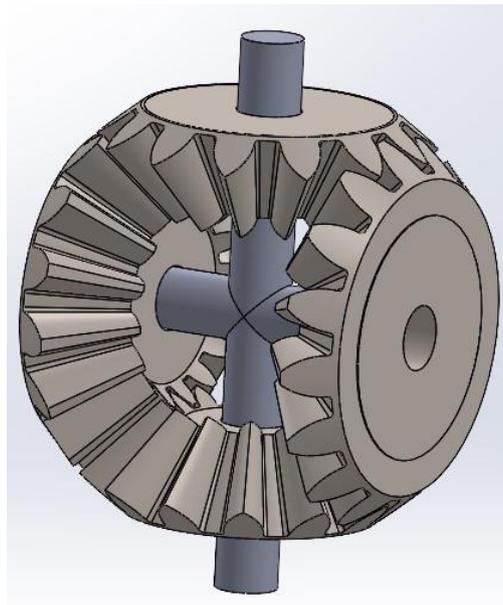
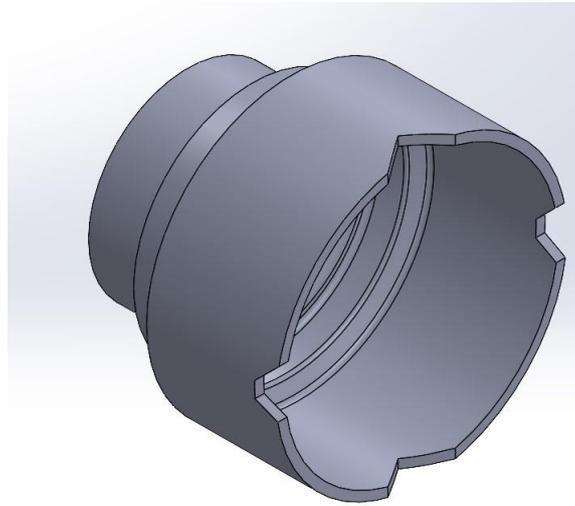


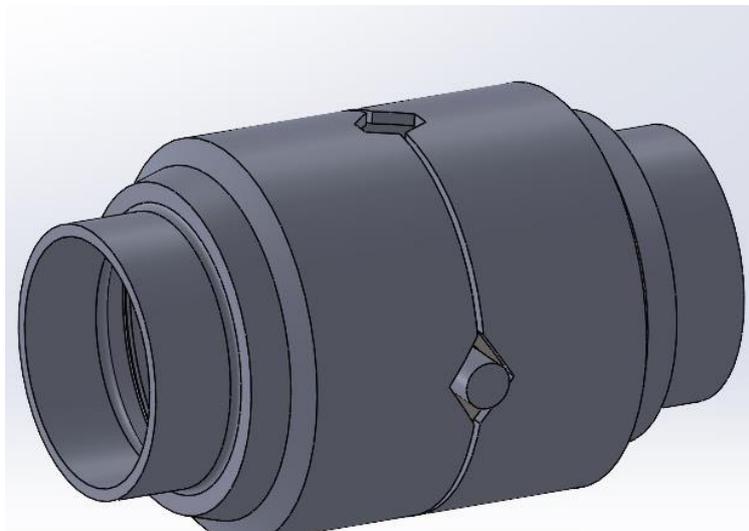
Figura 35. Núcleo completo diferencial.

Otro componente que se ha añadido para complementar el diseño, es la carcasa del núcleo, donde se pueden ver “las rampas” o “vías” que se han escogido para el diseño del mismo. También, dentro de esta carcasa, irían situados los discos de fricción que aportan el bloqueo del diferencial cuando “se abre” y los comprime.



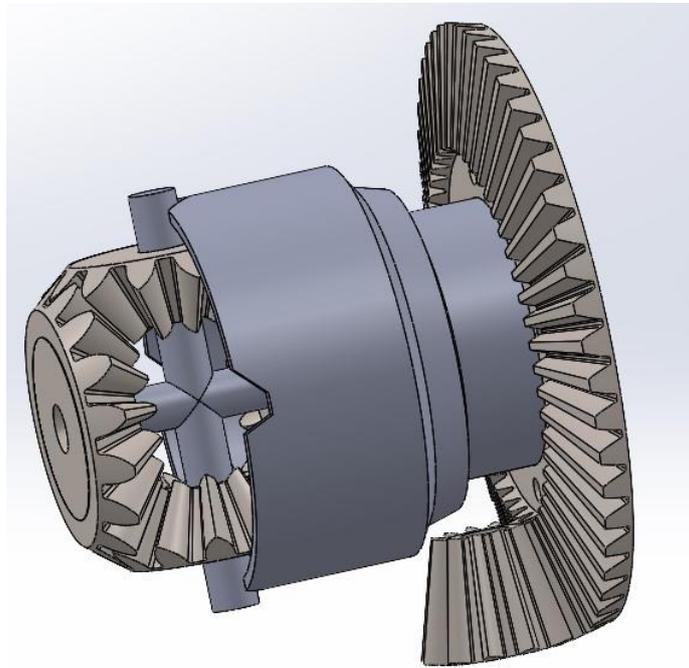
*Figura 36. Carcasa del núcleo con rampas mecanizadas.*

En la siguiente figura, se representa el núcleo ensamblado con la posición de 2 vías, mismo ángulo en aceleración y frenado. También se ve la otra configuración, de 1.5 vías, donde una de las rampas es mas pronunciada que la otra.

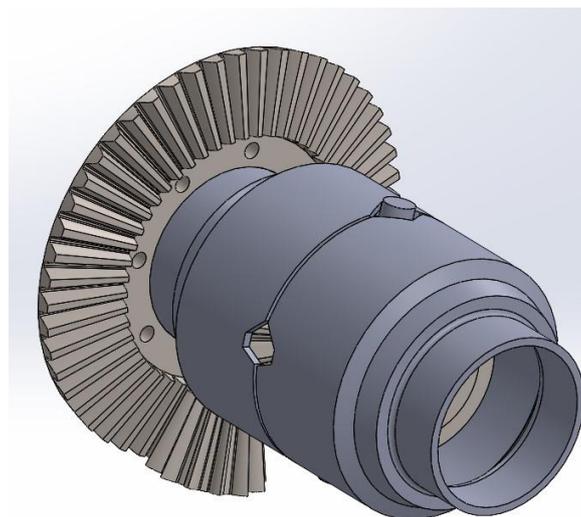


*Figura 37. Posición de 2 vías montada.*

Por último, se muestra un ensamblaje completo del diferencial.



*Figura 38. Vista 1 ensamblaje del diferencial.*



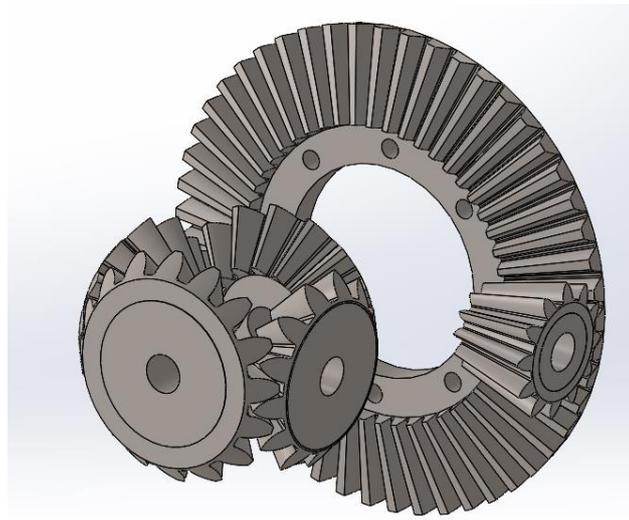
*Figura 39. Vista 2 ensamblaje del diferencial.*

## 9 CONCLUSIONES

Este proyecto ha establecido en primer lugar un análisis que ha permitido valorar las prestaciones del vehículo con dos configuraciones de diferencial, uno de ellos el de serie con una relación de transmisión más baja y otro propuesto con una relación más alta para mejorar el rendimiento del vehículo en determinadas competiciones del motorsport. Ambas han sido comparadas entre sí para cuantificar las mejoras que supone el cambio de la configuración original que trae el vehículo de serie a una configuración de diferencial con más transmisión de potencia y un mejor bloqueo en situaciones desfavorables.

Este cambio ha incrementado las prestaciones del vehículo, se ha mejorado los tiempos de aceleración en casi 1 segundo en 0-100 km/h, una mayor transmisión de fuerza a los neumáticos en las primeras marchas y una recuperación de velocidad después de una frenada o disminución de velocidad en más de medio segundo en los rangos de interés.

En segundo lugar, se ha dimensionado estos engranajes que componen el diferencial propuesto teniendo como objetivo que no disten mucho en tamaño del original para poder encajarlo en los mismos anclajes del chasis sin tener que hacer ninguna modificación extra ni cambio de acople de componentes de la transmisión del vehículo.



*Figura 40. Ensamblaje final piezas diseñadas.*

El grupo principal piñón-corona está aproximado a un grupo de dientes cónicos rectos, lo que significa que está dimensionado por esta aproximación, puesto que los dientes helicoidales transmiten mejor las fuerzas con menor número de dientes. El diseño se ha realizado partiendo de un material comúnmente usado en aplicaciones similares y dimensionando para evitar los fallos principales en engranajes, fallo a flexión y fallo a

desgaste. Siempre se han utilizado parámetros normalizados lo cual hace que el diseño final este un poco limitado por los mismos y por la aproximación de dientes ya comentada, por ello, se considera que el modelo final puede estar un poco sobredimensionado, con mayor número de dientes, un módulo un poco elevado y por tanto un diámetro y tamaño final mayor del esperado.

En el ámbito automovilístico se usan técnicas punteras y en continua evolución, para estas aplicaciones donde se busca minimizar el espacio. Existen técnicas de mecanizado de dientes que mejoran el tallado de los engranajes variando la altura o el paso de los mismos, así como tallados especiales para evitar interferencias con una relación de dientes menor a los propuestos y normalizados que mejorarían el tamaño final sin comprometer la transmisión de fuerzas.

Aunque puedan parecer pequeñas mejoras en cuanto a números, hay que tener en cuenta que el diferencial es, prácticamente, el último mecanismo de la cadena de transmisión y no tiene tanto peso como una caja de cambio o el motor. A pesar de estas limitaciones, se han obtenido la mejoría esperada que potencia el rendimiento del coche y sirven como base para futuras modificaciones que hablando del mundo del motor siempre las hay.

## 10 APORTE DEL PROYECTO AL AUTOR

La realización del trabajo ha supuesto un reto personal aplicando los conocimientos obtenidos en el grado, así como otros nuevos para poder realizarlo y acercarme a lo que podría ser parte de un proyecto real y desarrollado por una empresa.

En ocasiones he encontrado obstáculos que han hecho que el proceso se alargue buscando soluciones fuera del ámbito universitario y no haya sido ni mucho menos fácil. El esfuerzo y tiempo dedicado, así como la ayuda de mi tutora han sido clave para la finalización del proyecto.

Quiero afirmar que la satisfacción final de haber realizado este proyecto es grande y el aprendizaje y dificultades del camino siempre quedará en mi memoria como broche de mi formación en este grado ingeniería.

“Hay que intentar ser el mejor, pero nunca creerse el mejor” – J.M. Fangio, quíntuple campeón de F1.

## BIBLIOGRAFÍA

Aspectos técnicos:

1. Curso de "**Cálculo de elementos de máquinas**". Canalís Martínez, Paula y Abad Blasco, Oscar.
2. Curso de "**Diseño y arquitectura de vehículos**". Alba López, Juan José y Baselga Ariño, Santiago.
3. Curso de "**Sistemas mecánicos en máquinas y vehículos**". Abad Blasco, Oscar y Baselga Ariño, Santiago.
4. *Cálculo de la cadena de transmisión y de las prestaciones del automóvil*. Baselga Ariño, Santiago.
5. *Fundamentos de la teoría y el cálculo de tractores y automóviles*. D.A. Chudakov
6. Manual de *Cusco progressive equipment* – LSD Differential guide.
7. *Diseño en Ingeniería mecánica de Shigley*. Richard G. Budynas y J.Keith Nisbett.
8. *Design and calculation of planetary transmisión*. Ivan Sabo, Milan Kljajin, Mirko Karakašić y Zeljko Ivandić.
9. *The Mechanical Limited-Slip Differential Revisited: High-Performance and Racing Car Applications*. Marco Gadola y Daniel Chindamo.
10. *Videos y manuales varios Solidworks*.

Información general:

1. Web 8000vueltas.com – Diferenciales de deslizamiento limitado, su influencia en la conducción.
2. Web Hmong.com – "Limited slip Differential".
3. Web Km77.com – "Ficha técnica BMW e46 325i".
4. Web Motorgiga – "Engranajes hipoides".
5. Web DSport.com – "Everything you need to know about Limited Slip Differential".
6. Web Active Traction Service – "LSD – mechanism, function & benefit".
7. Web Motorpasion.com - "Diferencial de deslizamiento limitado".
8. Web Motor.es – "Diferencial autoblocante o de deslizamiento limitado".
9. Web. TopGear.es – "¿Para qué sirve un diferencial de deslizamiento limitado?".
10. Videos "Learn Engineering through physics – LESICS" – Varios.



# ANEXOS

# 1 ANEXO I. TIPOS DE DIFERENCIALES.

Dentro de la mecánica automovilística se han desarrollado numerosas modificaciones y mejoras al diferencial básico y aquí se han recopilado las más importantes y usadas.

## 1.1 Diferencial abierto o libre.

Es el diferencial más sencillo, lo montan la mayoría de vehículos actualmente combinado con algún sistema electrónico. Se ha explicado en el Memoria.

## 1.2 Diferenciales autoblocantes (mecánicos).

### 1.2.1 Deslizamiento limitado (LSD):

Un sistema LSD puede eliminar, en gran parte, la distribución de potencia desigual que tiende a aplicar más energía de transmisión a la rueda que tiene menos agarre. El principal cambio es la adición de unos discos de embrague a los lados del diferencial, a continuación de los planetarios, que son los que bloquean el conjunto diferencial y evitan que se pierda toda la potencia en una sola rueda. La diferencia de velocidad en los ejes provoca una desigualdad de fuerzas que tienden a apretar estos embragues hasta que bloquean los engranajes y la diferencia de velocidad ya no aumenta. Estos discos de embrague van alternos con discos metálicos en los que rozan, encajados en la carcasa. Resumiendo, cuantos más discos de embrague más bloqueo de diferencial puesto que hay más fricción en el mecanismo y por tanto más rápido bloquea. Dependiendo del propósito puede ser beneficioso o negativo.

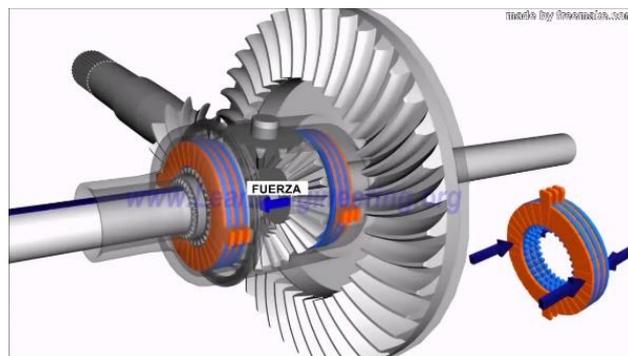


Figura 41. Diferencial LSD de discos.

### 1.2.2 Salisbury axle:

Este tipo de diferencial viene a ser una modificación del anterior. Se trata de un diferencial LSD de discos de fricción con unos pequeños agujeros en la carcasa del núcleo con forma de rombo/triángulo, donde se encaja el eje de los satélites. Estos lados del rombo o triángulo, llamados rampas, están tallados con uno o dos ángulos específicos que determinaran el % de bloqueo que tendrá el diferencial. Existen 3 tipos de rampas, de 1 vía, 1.5 vías y 2 vías.

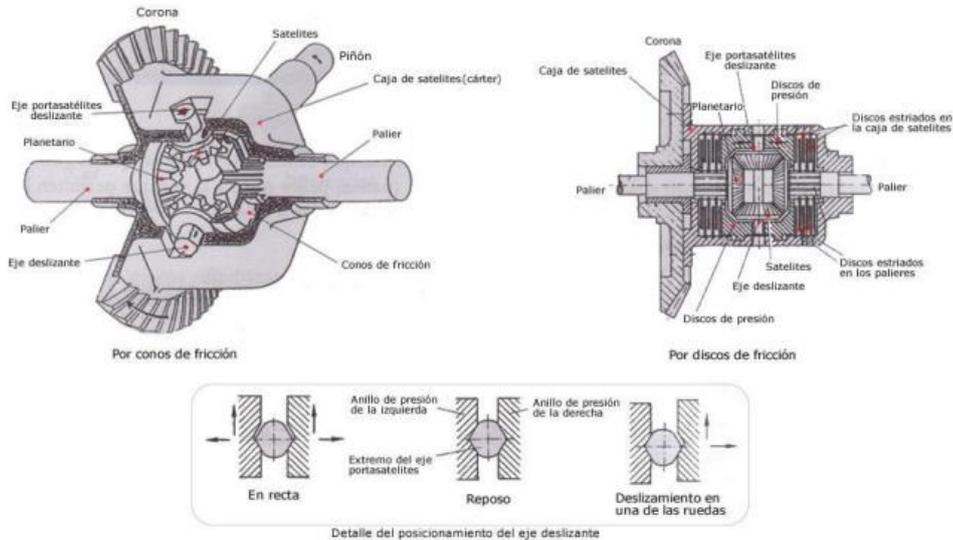


Figura 42. Diferencial LSD con rampas. (Salisbury axle).

Los de 2 vías tendrán el mismo par límite tanto en aceleración como en retención (frenada) esto quiere decir que los ángulos de las rampas son iguales en los dos lados del “rombo”

Los de 1 vía son diferenciales que solo tienen estos ángulos en aceleración, a la hora de frenar se comportan como un diferencial libre abierto.

Por último, los de 1.5 vías. Estos diferenciales son como los de dos vías, es decir tienen ángulos de rampa para aceleración y frenada pero no son iguales. Con esto consigues que en fase de aceleración puedas bloquear el diferencial más fácilmente para conseguir agarre y que las dos ruedas traccionen lo mejor y más rápido posible y en la fase de frenado puedes no bloquear tan fácilmente para que el coche no derrape y poder tomar mejor las curvas.

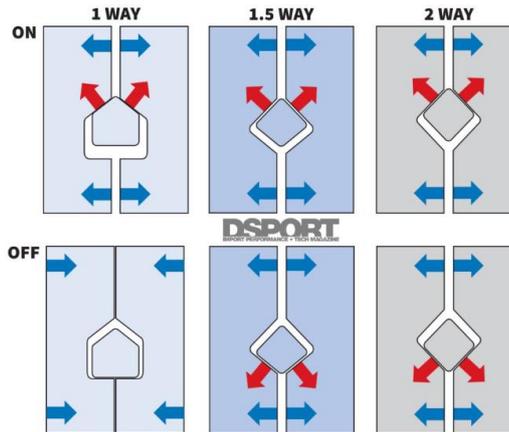


Figura 43. Tipos de configuración de rampas.

Este último tipo es el más utilizado en el mundo de la competición ya que da un gran abanico de configuraciones.



Figura 44. Diferencial Salisbury axle.

### 1.2.3 Torsen:

El diferencial Torsen, denominación extraída de la definición Torque Sensitive, no se comporta como un diferencial autoblocante al igual que los descritos anteriormente ya que no llega a bloquear la rueda que está perdiendo potencia por falta de adherencia. Lo que hace este diferencial es repartir progresivamente el par entre los dos semiejes conectados a él. De ahí su nombre, “Sensible al par”, no trabaja en función de la velocidad de los semiejes si no de la resistencia que ofrecen.

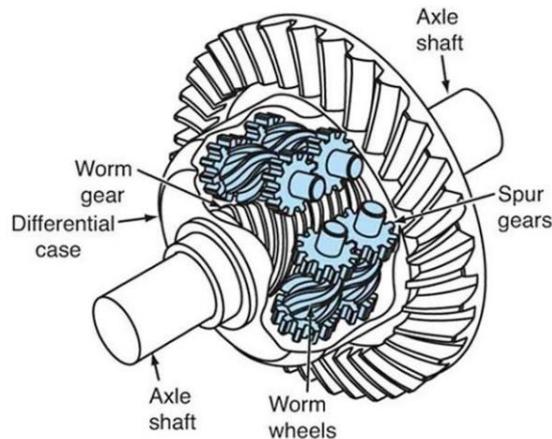


Figura 45. Diferencial Torsen.

Este mecanismo, como todos los diferenciales comienza su transmisión de movimiento y par a través de un piñón y una corona unida solidaria a la carcasa. Las salidas están compuestas por uno engranaje helicoidal conectado a cada palier e independiente entre ellos. Los satélites en este caso son más complejos que en otros diferenciales, montan “parejas” de engranajes helicoidales cilíndricos, engranados uno en cada planetario de salida. A su vez, y donde reside su complejidad, están engranados entre ellos por engranajes rectos.

Su funcionamiento es igual que si se tratara de un piñón - tornillo sin fin, siendo los satélites las “parejas” de helicoidales con sus respectivos engranajes rectos en sus dos extremos y el tornillo sin fin, el engranaje helicoidal de salida. Es así que los satélites no pueden mover la salida helicoidal, pero ésta sí que puede mover dichos satélites.

Por tanto, en línea recta y curva se comporta como cualquier otro diferencial, pero cuando detecta pérdida de adherencia en una rueda actúa de la siguiente forma. La rueda que desliza hace girar más rápido un semieje que el otro, por tanto, su salida helicoidal solidaria gira más rápido que la otra. Ésta rota el satélite sobre su propio eje a la vez que la carcasa lo hace rotar entorno a los planetas, mediante los engranajes rectos engrana con el satélite del otro planetario, y tal como hemos comentado del mecanismo piñón – tornillo sin fin, este último satélite no puede mover el planeta de salida del otro semieje por tanto al estar todo solidario a la carcasa el par se transmite hacia este semieje que sí tiene tracción independientemente de la velocidad a la que gire la rueda sin adherencia.

Como dato, es un mecanismo muy usado por la marca AUDI en sus coches con la denominación “quattro” como diferencial central que proporciona el modo “4x4” al activarse.

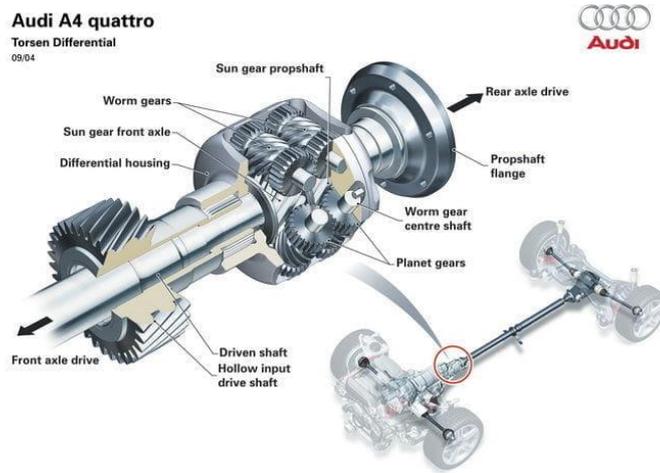


Figura 46. Diferencial Torsen Audi Quattro.

#### 1.2.4 Ferguson (Viscoso):

El diferencial Ferguson o viscoso es un mecanismo que por si solo no es un diferencial, es un añadido de, normalmente, un diferencial abierto o simple.

Este mecanismo está compuesto por dos semiejes, uno que esta acoplado a una salida del diferencial convencional y el otro va conectado al semieje que va directo a la rueda. Uno de estos semiejes esta unido a la carcasa de este mecanismo y a su vez unos discos encajan con las hendiduras internas de la carcasa para girar solidaria con ella. Por el otro lado, el semieje está encajado a otro tipo de discos que se alternan uno-uno con los ya mencionados. Por último, esta carcasa está llena de un fluido muy viscoso que es el que absorben las diferencias de velocidades.

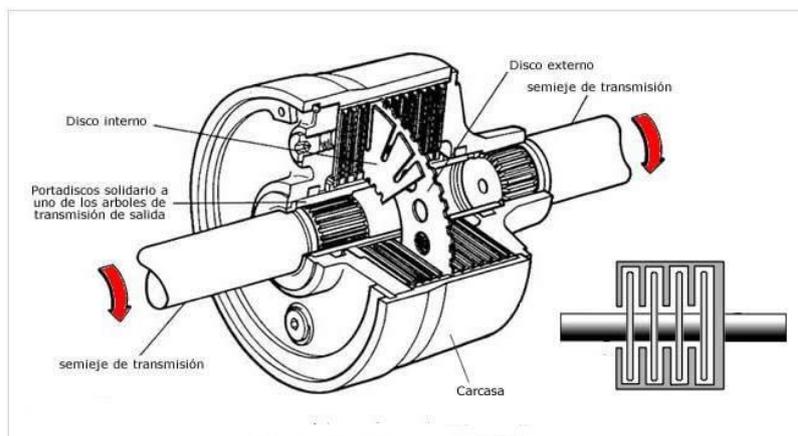


Figura 47. Diferencial viscoso o tipo Ferguson.

## 1.3 Diferenciales activos (electromecánicos).

### 1.3.1 Haldex:

Este sistema es el más utilizado de todos como diferencial central, fue patentado por el ingeniero sueco Sigvar Johansson en 1998. En resumen, se trata de un diferencial de discos de fricción intercalados, donde el taraje del diferencial es controlado a través de una bomba de aceite que introduce y elimina presión a los discos para así modificar el bloqueo del diferencial. Esta bomba se maneja de manera electrónica por lo que este sistema se podría definir como un embrague electrohidráulico controlado electrónicamente. Lo más interesante de este sistema es que se pueden generar repartos de par de un eje a otro en función del uso que queramos del vehículo. El reparto lo podemos cambiar durante la marcha enviando más par al eje delantero o al trasero. Todo esto mediante un control electrónico.



*Figura 48. Sistema Haldex utilizado por Saab.*

Para poder transmitir el par, el conjunto del diferencial se compone de tres grupos principales para su funcionamiento:

- **Parte mecánica:** Se encargan de la transmisión del par del motor. Los componentes mecánicos son el árbol de entrada, el disco de leva, el conjunto multidisco, los cojinetes de rodillos con émbolo anular y el árbol de salida.
- **Parte hidráulica:** Su misión es la de actuar sobre el embrague multidisco y lleva componentes como el acumulador, la bomba del Haldex hidráulica, la válvula reguladora de la presión, las válvulas auxiliares y el filtro de aceite.
- **Parte electrónica:** Se encargan de la gestión de la presión del aceite del Haldex para comprimir en mayor o menor medida el conjunto multidisco. Incluye las siguientes piezas: la unidad de control, el servomotor de la válvula reguladora, el transmisor de la temperatura y el motor de la bomba de aceite.

Si los dos ejes giran igualmente, el coche se comporta como un tracción delantera pero cuando ocurre una diferencia de velocidad, se activa la presión del aceite que comprime los discos produciendo la transmisión de par al eje trasero. Por ejemplo, cuando se circula en condiciones normales en línea recta, la distribución de par sería 90/10 entre eje delantero y trasero, y cuando el embrague empieza a trabajar bloqueándose, el par se puede distribuir hasta un 50/50 entre los ejes. Cuando el sistema detecta estas pérdidas de tracción, su reacción es muy rápida y sólo se necesita  $1/4$  de una vuelta de la rueda para que se conecte el conjunto.

Si pasamos con la rueda delanteras por una superficie con poca adherencia el sistema se autorregulará para enviar más par a las ruedas traseras y que tengan más tracción al pasar por esta superficie.

#### 1.4 EDL ( Electronic Differencial Lock).

Se trata de un sistema electrónico que actúa sobre los frenos del vehículo para modificar el comportamiento del diferencial abierto.

El sistema colabora con los sensores de giro que están integrados en el ABS, es decir, controla el número de vueltas que dan las ruedas motrices. Esto, junto con los sensores de velocidad, ayuda al sistema a detectar que hay un problema en la rueda. el EDS frena la llanta que está girando muy rápido y hace que el diferencial abierto mande la fuerza al otro semieje que está sobre terreno adherente. Esto lo realiza con pequeños bloqueos del freno, no de forma continua. Es un sistema barato que montan sobre todo la categoría SUV y vehículos de gama media / baja pensados para ir por ciudad, y precisa de un mantenimiento menos costos que los diferenciales mecánicos explicados.

## 2 ANEXO II. ANÁLISIS PRESTACIONAL.

En este apartado se desarrolla un análisis con el cual se podrán valorar las prestaciones del vehículo con la nueva configuración de diferencial con respecto a la configuración original.

### 2.1 Recogida de datos del vehículo.

Como se ha comentado previamente, el vehículo escogido es un BMW e46 325i del año 2005, el cual puede verse en las siguientes fotografías.



*Ilustración 1. BMW e46 325i - frontal.*



*Ilustración 2. BMW e46 325i – trasera.*

La primera tarea fue la de recabar información del vehículo. Para poder hacer un análisis de las prestaciones que va a ofrecer el vehículo es necesario conocer las curvas par y potencia que ofrece el motor que lleva instalado el vehículo. Se presentan las especificaciones de fábrica recogidas por el fabricante.

| Dimensiones, peso, capacidades |                     |
|--------------------------------|---------------------|
| Tipo de Carrocería             | Turismo             |
| Número de puertas              | 4                   |
| Longitud                       | 4.471 mm            |
| Anchura                        | 1.739 mm            |
| Altura                         | 1.415 mm            |
| Batalla                        | 2.725 mm            |
| Vía delantera                  | 1.471 mm            |
| Vía trasera                    | 1.483 mm            |
| Coefficiente Cx                | 0,29                |
| Superficie frontal             | 2,06 m <sup>2</sup> |
| Factor de resistencia          | 0,6                 |
| Peso                           | 1.495 kg            |

Figura 49. Dimensiones y peso del vehículo.

| Chasis                                       |                          |
|--|--------------------------|
| Estructura suspensión delantera              | Tipo McPherson           |
| Muelle suspensión delantera                  | Resorte helicoidal       |
| Estructura suspensión trasera                | Paralelogramo deformable |
| Muelle suspensión trasera                    | Resorte helicoidal       |
| Barra estabilizadora delantera               | Sí                       |
| Barra estabilizadora trasera                 | Sí                       |
| Tipo de frenos delanteros                    | Disco ventilado          |
| Diámetro de frenos delanteros                | 300 mm                   |
| Tipo de frenos traseros                      | Disco ventilado          |
| Diámetro de frenos traseros                  | 294 mm                   |
| <b>Dirección</b>                             |                          |
| Tipo   | Cremallera               |
| Tipo de asistencia                           | No disponible            |
| Asistencia en función de la velocidad        | No                       |
| Desmultiplicación en función de la velocidad | No                       |
| Desmultiplicación no lineal                  | No                       |
| Dirección a las cuatro ruedas                | No                       |
| Diámetro de giro entre bordillos             | 10,5 m                   |
| Neumáticos delanteros                        | 205/55 R16 W             |
| Neumáticos traseros                          | 205/55 R16 W             |

Figura 50. Características del chasis.

| Motor de Combustión          |                                   |
|------------------------------|-----------------------------------|
| Propósito                    | Impulsar el vehículo              |
| Combustible                  | Gasolina                          |
| Potencia máxima              | 192 CV / 141 kW                   |
| Revoluciones potencia máxima | 6.000 rpm                         |
| Par máximo                   | 245 Nm                            |
| Revoluciones par máximo      | 3.500 rpm                         |
| Situación                    | Delantero longitudinal            |
| Número de cilindros          | 6                                 |
| Disposición de los cilindros | En línea                          |
| Material del bloque          | Aluminio                          |
| Material de la culata        | Aluminio                          |
| Diámetro                     | 84 mm                             |
| Carrera                      | 75 mm                             |
| Cilindrada                   | 2.494 cm <sup>3</sup>             |
| Relación de compresión       | 10,5 a 1                          |
| <b>Distribución</b>          |                                   |
| Válvulas por cilindro        | 4                                 |
| Tipo de distribución         | Dos árboles de levas en la culata |
| Alimentación                 | Inyección Indirecta.              |

Figura 51. Motorización del vehículo.

| Transmisión           |                            |
|-----------------------|----------------------------|
| Tracción              | Trasera                    |
| Caja de cambios       | Manual                     |
| Número de velocidades | 5                          |
| Tipo de mando         | No disponible              |
| Tipo de Embrague      | Embrague monodisco en seco |

Figura 52. Características de la transmisión.

## 2.2 Cálculo de fuerzas resistentes.

Las fuerzas principales a tener en cuenta son la fuerza resistente aerodinámica, la fuerza resistente a rodadura y la fuerza resistente a la pendiente.

### 2.2.1 Resistencia aerodinámica:

La principal fuerza que impide el avance del vehículo es la que ejerce el aire contra la superficie del mismo. Será la más relevante en nuestro análisis ya que conforme el vehículo va aumentando la velocidad, la fuerza a vencer es mayor. Como se verá a continuación los factores a tener en cuenta para su cálculo serán la densidad del aire, la superficie enfrentada al aire del vehículo elegido y la velocidad a la que circule. La ecuación deducida en base de la variación de la cantidad de movimiento cuando el vehículo se desplaza en un fluido, en este caso aire, presenta la siguiente forma:

$$R_a = \frac{1}{9,81} * \frac{\rho_{aire}}{2} * C_x * A_{efec} * V^2$$

$C_x$       *Coficiente de penetración aerodinámica.*

$\rho_{aire}$       *Densidad del aire*

$A_{efec}$       *Superficie frontal efectiva*

$V$       *Velocidad de marcha*

El valor del coeficiente aerodinámico es propio de cada vehículo, pues depende exclusivamente de la forma de este, y su valoración se realiza experimentalmente en un túnel de viento. En nuestro caso, el  $C_x$  del BMW e46 325i es de 0.33.

La densidad del aire ( $\rho_{aire}$ ) en condiciones estándar es la siguiente:

$$\rho_{aire} = \frac{P[\text{Pascuales}]}{R \left[ \frac{J}{Kg * K} \right] * (T[^\circ C] + 273.15)} = \frac{101325}{287 * (25 + 273,15)} = 1,18 \frac{kg}{m^3}$$

La superficie efectiva [ $A_{efec}$ ] suele considerarse entre un 75% a 85% del rectángulo que formaría el frontal del coche, por tanto:

$$A_{efec} = Alto * ancho * 0.85 = 1,74 * 1,41 * 0.85 = 2,08 m^2$$

Trabajaremos en SI, por lo cual obtendremos la fuerza resistente en Newtons y la Velocidad se introducirá en m/s tal como queda recogido en la siguiente tabla.

| Velocidad [Km/h] | Velocidad [m/s] | R_aero [N] |
|------------------|-----------------|------------|
| 0                | 0,00            | 0,00       |
| 10               | 2,78            | 3,14       |
| 20               | 5,56            | 12,54      |
| 30               | 8,33            | 28,22      |
| 40               | 11,11           | 50,17      |
| 50               | 13,89           | 78,39      |
| 60               | 16,67           | 112,87     |
| 70               | 19,44           | 153,63     |
| 80               | 22,22           | 200,67     |
| 90               | 25,00           | 253,97     |
| 100              | 27,78           | 313,54     |
| 110              | 30,56           | 379,38     |
| 120              | 33,33           | 451,50     |
| 130              | 36,11           | 529,88     |
| 140              | 38,89           | 614,54     |
| 150              | 41,67           | 705,47     |
| 160              | 44,44           | 802,66     |
| 170              | 47,22           | 906,13     |
| 180              | 50,00           | 1015,87    |
| 190              | 52,78           | 1131,88    |
| 200              | 55,56           | 1254,16    |
| 210              | 58,33           | 1382,71    |
| 220              | 61,11           | 1517,54    |
| 230              | 63,89           | 1658,63    |

*Tabla 7. Resultados resistencia aerodinámica.*

### 2.2.2 Resistencia a la rodadura:

La segunda fuerza resistente analizada es la de rodadura. Esta aparece en el contacto entre el neumático y el suelo. Los neumáticos no tienen un contacto puntual con el asfalto, el peso y el movimiento del vehículo provoca que la distribución de presiones en el interior del neumático varíe y haga que éstos se deformen.

Esta resistencia actúa desde el momento en que las ruedas se ponen a girar, y es la dominante a bajas velocidades, por encima de la resistencia aerodinámica.

El análisis de estas distribuciones es complejo ya que en cada instante cambia por el movimiento y el balanceo del coche incluso entre ruedas, al igual que influye la superficie por la que se transita, la presión de inflado, la velocidad... Por ello reduciremos estos cálculos con las siguientes aproximaciones.

Se considerará un conjunto estático en el que la fuerza resistente es la suma del tren trasero y del delantero por igual. El coeficiente de rodadura se obtendrá a través de una fórmula empírica donde influye el terreno, la presión de inflado y la velocidad.

$$R_{rod} = F_z * \mu_r$$

Donde:

$F_z$  Fuerza ejercida sobre el terreno o normal al suelo.

$\mu_r$  Coeficiente de rodadura.

Aplicando las aproximaciones comentadas podemos obtener que:

$$F_z = N_{trasera} + N_{delantera} = W_{vehiculo}$$

$$\mu_r = \mu_{r0} + K * \left(\frac{V}{100}\right)^{2.5}$$

Los valores de  $\mu_{r0}$  y K dependerán de la presión de inflado del vehículo y pueden extraerse de la figura 2 aproximadamente, suponiendo dicha presión de 2,3 bar.

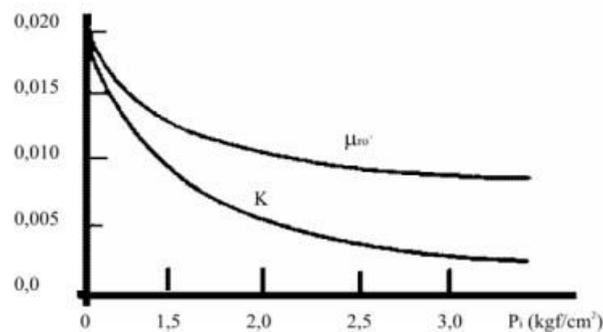


Figura 53. Valores aproximados para asfalto

Obtenemos que  $\mu_{r0} = 0.01$  y  $K = 0.006$ . Ahora ya podemos calcular la resistencia a rodadura.

| Velocidad [Km/h] | $\mu_r$ | $R_{rod}$ (N) |
|------------------|---------|---------------|
| 0                | 0,010   | 146,66        |
| 10               | 0,010   | 146,94        |
| 20               | 0,010   | 148,23        |
| 30               | 0,010   | 151,00        |
| 40               | 0,011   | 155,56        |
| 50               | 0,011   | 162,22        |
| 60               | 0,012   | 171,20        |
| 70               | 0,012   | 182,73        |
| 80               | 0,013   | 197,03        |

|     |       |        |
|-----|-------|--------|
| 90  | 0,015 | 214,28 |
| 100 | 0,016 | 234,66 |
| 110 | 0,018 | 258,33 |
| 120 | 0,019 | 285,47 |
| 130 | 0,022 | 316,22 |
| 140 | 0,024 | 350,73 |
| 150 | 0,027 | 389,15 |
| 160 | 0,029 | 431,60 |
| 170 | 0,033 | 478,24 |
| 180 | 0,036 | 529,17 |
| 190 | 0,040 | 584,53 |
| 200 | 0,044 | 644,44 |
| 210 | 0,048 | 709,01 |
| 220 | 0,053 | 778,37 |
| 230 | 0,058 | 852,62 |

Tabla 8. Resistencia de rodadura en función de la velocidad.

### 2.2.3 Resistencia en pendientes:

Por último, otra de las fuerzas dominantes a la hora de un análisis prestacional es la resistencia a pendiente. En ella se tiene en cuenta el peso del vehículo y la fuerza necesaria para vencer este peso subiendo una pendiente de inclinación  $\alpha$ .

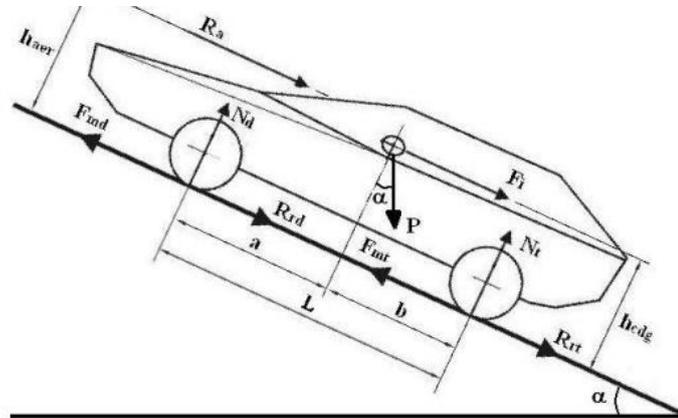


Figura 54. Esquema vehículo en una pendiente.

Para el análisis que nos atañe, no la tendremos en cuenta, ya que no se va a utilizar el coche para competiciones de montaña ni pendientes significativas más que posibles cambios de rasante en circuito.

$$R_{pend} = W_{vehiculo} * \sin \alpha = 0$$

#### 2.2.4 Resistencia total:

A la hora de realizar más cálculos para este análisis necesitaremos estar calculando estas fuerzas citadas anteriormente, para facilitar los cálculos las agruparemos en una sola ecuación que aproxime estas fuerzas. Para ello haremos un sumatorio de dichas fuerzas obteniendo una ecuación general de Fuerzas resistentes en función de la velocidad.

De tal modo la resistencia total de un vehículo viene dada por la expresión:

$$R_T = R_{aero} + R_{rod} + R_{pend}$$

$$R_T = \frac{1}{2} * C_X * \rho_{aire} * A_{efec} * V^2 + F_z * \mu_r + 0$$

Calcularemos la resistencia para varias velocidades y representaremos todos los resultados en una gráfica para obtener la curva de resistencia y su ecuación tanto en Newtons como en kilogramos-fuerza.

| Velocidad (Km/h) | R <sub>T</sub> (Kg_f) | R <sub>T</sub> (N) |
|------------------|-----------------------|--------------------|
| 0                | 14,95                 | 146,66             |
| 10               | 15,30                 | 150,07             |
| 20               | 16,39                 | 160,78             |
| 30               | 18,27                 | 179,22             |
| 40               | 20,97                 | 205,73             |
| 50               | 24,53                 | 240,60             |
| 60               | 28,96                 | 284,07             |
| 70               | 34,29                 | 336,37             |
| 80               | 40,54                 | 397,70             |
| 90               | 47,73                 | 468,25             |
| 100              | 55,88                 | 548,20             |
| 110              | 65,01                 | 637,72             |
| 120              | 75,12                 | 736,97             |
| 130              | 86,25                 | 846,10             |
| 140              | 98,40                 | 965,27             |
| 150              | 111,58                | 1094,61            |
| 160              | 125,82                | 1234,27            |
| 170              | 141,12                | 1384,37            |
| 180              | 157,50                | 1545,04            |
| 190              | 174,97                | 1716,41            |
| 200              | 193,54                | 1898,60            |
| 210              | 213,22                | 2091,73            |
| 220              | 234,04                | 2295,91            |
| 230              | 255,99                | 2511,25            |

Tabla 9. Resistencia total al avance.

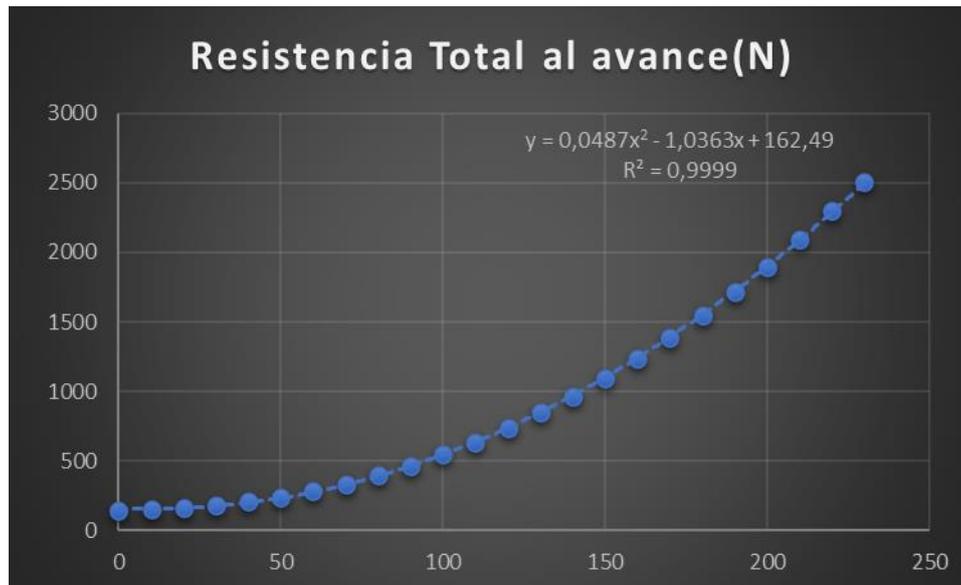


Figura 55. Curva de la resistencia total al avance.

La curva se ha ajustado con una función cuadrática con la ayuda del programa Excel, consiguiéndose una gran aproximación en el ajuste con un factor  $R^2 = 0.9999$ , muy próximo a la unidad. Esta función se utilizará posteriormente y la expresión de la curva obtenida es la siguiente:

$$R_T = 0,048V^2 - 1,036V + 162,5$$

(7)

Como ya se ha comentado antes, a bajas velocidades apenas actúa la fuerza de rodadura, pero conforme aumenta la velocidad, la fuerza aerodinámica aumenta y la fuerza resistente total también lo hace exponencialmente

### 2.2.5 Cálculo velocidad máxima:

Se realizarán los cálculos de la velocidad máxima teórica que puede alcanzar el vehículo con la relación de transmisión del diferencial de serie y el modificado. Para ambos cálculos se estimará que el vehículo circula por una superficie plana y sin capacidad de aceleración. Así podremos obtener la velocidad en el pico máximo de revoluciones a máxima potencia, en el caso que se analiza, quinta velocidad a 6000 rpm.

- *Velocidad máxima a partir del régimen de giro:*  
-Configuración de serie:

Vamos a calcular el giro de los neumáticos, en este régimen, el cual nos dará la velocidad que lleva el vehículo. Partimos de las revoluciones máximas y las transmitimos a través de la caja de cambios y el diferencial a las ruedas.

$$\omega_{caja5} = \frac{\omega_{motor}}{i_5} = \frac{6000 \text{ rpm}}{1} = 6000 \text{ rpm}$$

$$\omega_{palier} = \frac{\omega_{caja5}}{i_{diff}} = \frac{6000 \text{ rpm}}{3,15} = 1904,76 \text{ rpm}$$

El vehículo monta unos neumáticos 205/55/R16W , lo que quiere decir que es una llanta de 16' con una anchura de 205mm y su perfil es el 55% de ésta.

Con estos datos podemos acabar los cálculos.

$$\phi_{Rueda} = Llanta + 2 * perfil = 16' * \frac{25,4mm}{1 \text{ pulgada}} + 2 * 0,55 * 205 = 631,9 \text{ mm}$$

Por tanto, el desarrollo o la circunferencia de rodadura del neumático quedaría

$$c_{neum} = \phi_{Rueda} * 3.05 = 1927,3 \text{ mm}$$

Se multiplica por el factor 3,05 en vez de  $\pi$  ya que es una circunferencia menor debido a la deformación que sufre el neumático en la zona de contacto con el asfalto.

Finalmente, la velocidad máxima de serie sería:

$$V_{m\acute{a}x} = \omega_{palier} * c_{neum} = 1904,76 \text{ rpm} * 1,9273 \frac{m}{rev} = 3671 \frac{m}{min} = 220,26 \frac{km}{h}$$

*-Configuración modificado:*

Se seguirá el mismo procedimiento, pero con la nueva relación elegida,  $i_{diff} = 4.1$ .

$$\omega_{caja5} = \frac{\omega_{motor}}{i_5} = \frac{6000 \text{ rpm}}{1} = 6000 \text{ rpm}$$

$$\omega_{palier} = \frac{\omega_{caja5}}{i_{diff}} = \frac{6000 \text{ rpm}}{4.1} = 1463,4 \text{ rpm}$$

Los neumáticos son los mismos, no hay que modificar estos parámetros.

$$\phi_{Rueda} = Llanta + 2 * perfil = 16' * \frac{25,4mm}{1 \text{ pulgada}} + 2 * 0,55 * 205 = 631,9 \text{ mm}$$

Por tanto, el desarrollo o la circunferencia de rodadura del neumático quedaría

$$c_{neum} = \phi_{Rueda} * 3.05 = 1927,3 \text{ mm}$$

Finalmente, la velocidad máxima de serie sería:

$$V_{m\acute{a}x} = \omega_{palier} * c_{neum} = 1463,4 \text{ rpm} * 1,9273 \frac{m}{rev} = 2820,4 \frac{m}{min} = 170 \frac{km}{h}$$

Con la sustitución del grupo diferencial obtenemos una reducción de velocidad máxima considerable, lo cual es esperado y sería un inconveniente para otro tipo de aplicaciones

en el mundo del motor, pero justo para el mundo del derrape no es algo tan determinante ya que como se ha mencionado, no se alcanzan velocidades tan altas.

- *Velocidad máxima a partir de las fuerzas motrices y resistentes:*

Para este caso, siguiendo con el estado de aceleración nula, utilizaremos la ecuación básica de fuerzas:

$$\sum F = m * a$$

$$F_m - R_T = 0$$

(8)

Donde:

- $F_m$  son las fuerzas motrices.
- $R_T$  son las fuerzas resistentes.

Como las fuerzas analizadas son dependientes de parámetros del motor que no modificamos y las fuerzas resistentes, ya vistas anteriormente, tampoco dependen de ningún elemento de la cadena de transmisión directamente, solo de su rendimiento.

Para la obtención de la fuerza motriz ( $F_m$ ) que se transmite a las ruedas gracias a la potencia del motor usaremos la ecuación siguiente.

$$735 * P_m [CV] = \frac{9.8 * F_m [kg-f] * V [\frac{m}{s}]}{\eta_t}$$

$$F_m = \frac{75 * P_m * \eta_t}{V}$$

(9)

Siendo  $\eta_t$  el rendimiento total de la cadena de movimiento, en este caso hemos elegido los siguientes valores

Rendimiento caja de cambios:  $\eta_{cc} = 97\%$

Rendimiento diferencial de serie:  $\eta_{dif} = 96\%$

Rendimiento resto de cuerpos móviles (palieres, ejes, rotulas...):  $\eta_{otros} = 98\%$

Así pues, el rendimiento total  $\eta_t = 91,2\%$

El punto de máxima par transmitido lo encontramos a 6000rpm y entrega 192CV.

Combinando las ecuaciones obtenemos una velocidad de 213,9 km/h.

A través de este método podemos observar que obtenemos un resultado distinto a los anteriores, este nos quiere decir que debido a las limitaciones del motor y las fuerzas resistentes que se generan sobre el vehículo por aerodinámica y rodadura, sin importar la cadena de transmisión, es la máxima velocidad que podría alcanzar.

## 2.3 Cálculo de las fuerzas motrices.

### 2.3.1 Diferencial de serie.

Comenzaremos calculando las fuerzas motrices a distintas revoluciones del motor de las que se disponen datos y en todas sus marchas.

$$F_m = \frac{M_m * r_i * r_{dif} * \eta_t}{R_m}$$

(10)

Siendo

- $M_m$  el Par motor en las rpm de trabajo.
- $R_m$  el radio de rodadura del neumático del eje motriz.
- $r_i$  la relación de transmisión de la marcha que se analiza.
- $r_{dif}$  la relación de transmisión del diferencial que se analiza
- $\eta_t$  rendimiento total de la cadena de transmisión

| FUERZAS MOTRICES CON DIF. SERIE |           |          |          |          |          |          |
|---------------------------------|-----------|----------|----------|----------|----------|----------|
| RPM                             | PAR [N*m] | 1ª F [N] | 2ª F [N] | 3ª F [N] | 4ª F [N] | 5ª F [N] |
| 750                             | 79        | 3037,99  | 1809,86  | 1192,21  | 876,20   | 718,20   |
| 1000                            | 119       | 4576,21  | 2726,25  | 1795,86  | 1319,85  | 1081,85  |
| 1250                            | 142       | 5460,68  | 3253,17  | 2142,96  | 1574,95  | 1290,94  |
| 1500                            | 158       | 6075,97  | 3619,73  | 2384,42  | 1752,41  | 1436,40  |
| 1750                            | 170       | 6537,44  | 3894,64  | 2565,52  | 1885,50  | 1545,49  |
| 2000                            | 178       | 6845,08  | 4077,92  | 2686,25  | 1974,23  | 1618,22  |
| 2250                            | 195       | 7498,83  | 4467,39  | 2942,80  | 2162,78  | 1772,77  |
| 2500                            | 210       | 8075,66  | 4811,03  | 3169,17  | 2329,15  | 1909,14  |
| 2750                            | 223       | 8575,58  | 5108,86  | 3365,36  | 2473,34  | 2027,32  |
| 3000                            | 234       | 8998,59  | 5360,86  | 3531,36  | 2595,34  | 2127,33  |
| 3250                            | 241       | 9267,78  | 5521,23  | 3637,00  | 2672,98  | 2190,96  |
| 3500                            | 245       | 9421,60  | 5612,87  | 3697,37  | 2717,34  | 2227,33  |
| 3750                            | 244       | 9383,15  | 5589,96  | 3682,28  | 2706,25  | 2218,24  |
| 4000                            | 243       | 9344,69  | 5567,05  | 3667,18  | 2695,16  | 2209,15  |
| 4250                            | 243       | 9344,69  | 5567,05  | 3667,18  | 2695,16  | 2209,15  |
| 4500                            | 243       | 9344,69  | 5567,05  | 3667,18  | 2695,16  | 2209,15  |
| 4750                            | 241       | 9267,78  | 5521,23  | 3637,00  | 2672,98  | 2190,96  |

|      |     |         |         |         |         |         |
|------|-----|---------|---------|---------|---------|---------|
| 5000 | 241 | 9267,78 | 5521,23 | 3637,00 | 2672,98 | 2190,96 |
| 5250 | 239 | 9190,87 | 5475,41 | 3606,82 | 2650,79 | 2172,78 |
| 5500 | 239 | 9190,87 | 5475,41 | 3606,82 | 2650,79 | 2172,78 |
| 5750 | 234 | 8998,59 | 5360,86 | 3531,36 | 2595,34 | 2127,33 |
| 6000 | 225 | 8652,49 | 5154,68 | 3395,54 | 2495,52 | 2045,51 |
| 6250 | 221 | 8498,67 | 5063,04 | 3335,18 | 2451,15 | 2009,14 |
| 6500 | 190 | 7306,55 | 4352,84 | 2867,35 | 2107,33 | 1727,32 |

Tabla 10. Fuerzas motrices en las ruedas con dif. serie.

Calcularemos la velocidad de desplazamiento para los mismos saltos de rpm y par en todas su marchas con la expresión siguiente

$$V\left[\frac{Km}{h}\right] = \frac{n_m * 2 * \pi * R_m}{r_i * r_{dif}}$$

(11)

| VELOCIDADES EN LAS RUEDAS |                                     |                                     |                                     |                                     |                                     |
|---------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|
| RPM                       | 1ª Vel. $\left[\frac{km}{h}\right]$ | 2ª Vel. $\left[\frac{km}{h}\right]$ | 3ª Vel. $\left[\frac{km}{h}\right]$ | 4ª Vel. $\left[\frac{km}{h}\right]$ | 5ª Vel. $\left[\frac{km}{h}\right]$ |
| 750                       | 6,70                                | 11,25                               | 17,08                               | 23,24                               | 28,35                               |
| 1000                      | 8,94                                | 15,00                               | 22,77                               | 30,98                               | 37,80                               |
| 1250                      | 11,17                               | 18,75                               | 28,46                               | 38,73                               | 47,25                               |
| 1500                      | 13,40                               | 22,50                               | 34,16                               | 46,47                               | 56,70                               |
| 1750                      | 15,64                               | 26,25                               | 39,85                               | 54,22                               | 66,15                               |
| 2000                      | 17,87                               | 30,00                               | 45,54                               | 61,97                               | 75,60                               |
| 2250                      | 20,11                               | 33,75                               | 51,23                               | 69,71                               | 85,05                               |
| 2500                      | 22,34                               | 37,50                               | 56,93                               | 77,46                               | 94,50                               |
| 2750                      | 24,57                               | 41,25                               | 62,62                               | 85,20                               | 103,95                              |
| 3000                      | 26,81                               | 45,00                               | 68,31                               | 92,95                               | 113,40                              |
| 3250                      | 29,04                               | 48,75                               | 74,01                               | 100,70                              | 122,85                              |
| 3500                      | 31,28                               | 52,50                               | 79,70                               | 108,44                              | 132,30                              |
| 3750                      | 33,51                               | 56,25                               | 85,39                               | 116,19                              | 141,75                              |
| 4000                      | 35,74                               | 60,00                               | 91,08                               | 123,93                              | 151,20                              |
| 4250                      | 37,98                               | 63,75                               | 96,78                               | 131,68                              | 160,65                              |
| 4500                      | 40,21                               | 67,50                               | 102,47                              | 139,42                              | 170,10                              |
| 4750                      | 42,45                               | 71,25                               | 108,16                              | 147,17                              | 179,55                              |
| 5000                      | 44,68                               | 75,00                               | 113,85                              | 154,92                              | 189,00                              |
| 5250                      | 46,91                               | 78,75                               | 119,55                              | 162,66                              | 198,45                              |
| 5500                      | 49,15                               | 82,50                               | 125,24                              | 170,41                              | 207,90                              |
| 5750                      | 51,38                               | 86,25                               | 130,93                              | 178,15                              | 217,35                              |
| 6000                      | 53,62                               | 90,00                               | 136,63                              | 185,90                              | 226,80                              |
| 6250                      | 55,85                               | 93,75                               | 142,32                              | 193,65                              | 236,25                              |
| 6500                      | 58,08                               | 97,50                               | 148,01                              | 201,39                              | 245,70                              |

Tabla 11. Velocidades en las ruedas.

### 2.3.2 Diferencial modificado.

Ahora se va a realizar el mismo proceso, con las características del nuevo diferencial, una relación mayor como cambio principal y un mayor rendimiento del mismo. Como ya se ha comentado previamente con este cambio se debería conseguir mayor fuerza en las ruedas y una menor velocidad punta.

Usando las expresiones ( 10) y ( 11) volveremos a calcular las tablas de fuerzas motrices y velocidades de cada marcha.

| FUERZAS MOTRICES CON DIF. MODIFICADO |          |          |          |          |          |          |
|--------------------------------------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|
| RPM                                  | CV [N*m] | 1ª F [N] | 2ª F [N] | 3ª F [N] | 4ª F [N] | 5ª F [N] |
| 750                                  | 79       | 3954,20  | 2355,70  | 1551,77  | 1140,46  | 934,80   |
| 1000                                 | 119      | 5956,33  | 3548,45  | 2337,47  | 1717,90  | 1408,12  |
| 1250                                 | 142      | 7107,56  | 4234,29  | 2789,25  | 2049,93  | 1680,27  |
| 1500                                 | 158      | 7908,41  | 4711,39  | 3103,54  | 2280,91  | 1869,60  |
| 1750                                 | 170      | 8509,05  | 5069,22  | 3339,25  | 2454,15  | 2011,59  |
| 2000                                 | 178      | 8909,47  | 5307,77  | 3496,39  | 2569,64  | 2106,26  |
| 2250                                 | 195      | 9760,38  | 5814,69  | 3830,31  | 2815,05  | 2307,42  |
| 2500                                 | 210      | 10511,18 | 6261,98  | 4124,95  | 3031,59  | 2484,91  |
| 2750                                 | 223      | 11161,87 | 6649,62  | 4380,31  | 3219,26  | 2638,74  |
| 3000                                 | 234      | 11712,45 | 6977,63  | 4596,38  | 3378,06  | 2768,90  |
| 3250                                 | 241      | 12062,82 | 7186,36  | 4733,87  | 3479,11  | 2851,73  |
| 3500                                 | 245      | 12263,04 | 7305,64  | 4812,45  | 3536,86  | 2899,06  |
| 3750                                 | 244      | 12212,98 | 7275,82  | 4792,80  | 3522,42  | 2887,23  |
| 4000                                 | 243      | 12162,93 | 7246,00  | 4773,16  | 3507,98  | 2875,40  |
| 4250                                 | 243      | 12162,93 | 7246,00  | 4773,16  | 3507,98  | 2875,40  |
| 4500                                 | 243      | 12162,93 | 7246,00  | 4773,16  | 3507,98  | 2875,40  |
| 4750                                 | 241      | 12062,82 | 7186,36  | 4733,87  | 3479,11  | 2851,73  |
| 5000                                 | 241      | 12062,82 | 7186,36  | 4733,87  | 3479,11  | 2851,73  |
| 5250                                 | 239      | 11962,72 | 7126,73  | 4694,59  | 3450,24  | 2828,07  |
| 5500                                 | 239      | 11962,72 | 7126,73  | 4694,59  | 3450,24  | 2828,07  |
| 5750                                 | 234      | 11712,45 | 6977,63  | 4596,38  | 3378,06  | 2768,90  |
| 6000                                 | 225      | 11261,97 | 6709,26  | 4419,59  | 3248,13  | 2662,41  |
| 6250                                 | 221      | 11061,76 | 6589,99  | 4341,02  | 3190,39  | 2615,07  |
| 6500                                 | 190      | 9510,11  | 5665,60  | 3732,10  | 2742,87  | 2248,25  |

Tabla 12. Fuerzas motrices en las ruedas con dif. modificado.

| VELOCIDADES EN LAS RUEDAS CON DIF. MODIFICADO |                            |                            |                            |                            |                            |
|---|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| RPM   | 1ª Vel. [ $\frac{km}{h}$ ] | 2ª Vel. [ $\frac{km}{h}$ ] | 3ª Vel. [ $\frac{km}{h}$ ] | 4ª Vel. [ $\frac{km}{h}$ ] | 5ª Vel. [ $\frac{km}{h}$ ] |
| 750   | 5,15                       | 8,64                       | 13,12                      | 17,85                      | 21,78                      |
| 1000  | 6,87                       | 11,52                      | 17,49                      | 23,80                      | 29,04                      |
| 1250  | 8,58                       | 14,41                      | 21,87                      | 29,76                      | 36,30                      |
| 1500  | 10,30                      | 17,29                      | 26,24                      | 35,71                      | 43,56                      |
| 1750  | 12,01                      | 20,17                      | 30,62                      | 41,66                      | 50,82                      |

|      |       |       |        |        |        |
|------|-------|-------|--------|--------|--------|
| 2000 | 13,73 | 23,05 | 34,99  | 47,61  | 58,08  |
| 2250 | 15,45 | 25,93 | 39,36  | 53,56  | 65,34  |
| 2500 | 17,16 | 28,81 | 43,74  | 59,51  | 72,60  |
| 2750 | 18,88 | 31,69 | 48,11  | 65,46  | 79,86  |
| 3000 | 20,60 | 34,57 | 52,48  | 71,41  | 87,12  |
| 3250 | 22,31 | 37,45 | 56,86  | 77,36  | 94,38  |
| 3500 | 24,03 | 40,33 | 61,23  | 83,31  | 101,64 |
| 3750 | 25,75 | 43,22 | 65,61  | 89,27  | 108,90 |
| 4000 | 27,46 | 46,10 | 69,98  | 95,22  | 116,16 |
| 4250 | 29,18 | 48,98 | 74,35  | 101,17 | 123,42 |
| 4500 | 30,89 | 51,86 | 78,73  | 107,12 | 130,69 |
| 4750 | 32,61 | 54,74 | 83,10  | 113,07 | 137,95 |
| 5000 | 34,33 | 57,62 | 87,47  | 119,02 | 145,21 |
| 5250 | 36,04 | 60,50 | 91,85  | 124,97 | 152,47 |
| 5500 | 37,76 | 63,38 | 96,22  | 130,92 | 159,73 |
| 5750 | 39,48 | 66,26 | 100,59 | 136,87 | 166,99 |
| 6000 | 41,19 | 69,15 | 104,97 | 142,83 | 174,25 |
| 6250 | 42,91 | 72,03 | 109,34 | 148,78 | 181,51 |
| 6500 | 44,63 | 74,91 | 113,72 | 154,73 | 188,77 |

Tabla 13. Velocidades en las ruedas con dif. modificado.

## 2.4 Análisis de la aceleración.

Para analizar la aceleración del vehículo lo haremos a través de la capacidad de aceleración. Esto es la diferencia entre las fuerzas motrices que genera el motor y las fuerzas resistentes que tiene el vehículo.

$$C_a = F_m - R_T$$

La aceleración del vehículo ( $\gamma$ ) se calculará teniendo en cuenta la capacidad de aceleración ( $C_a$ ), la masa del vehículo ( $m_v$ ) y la inercia de los elementos rotatorios que componen la cadena de transmisión desde el motor a las ruedas ( $\epsilon_i$ ).

$$\gamma = \frac{C_a}{m_v * (1 + \epsilon_i)} = \frac{F_m - R_T}{m_v * (1 + \epsilon_i)}$$

El cálculo de este factor que corrige la masa del vehículo es bastante complicado de calcular y requiere análisis en los que no se va a entrar en este trabajo:

$$\epsilon_i = \frac{1}{M_v \cdot R^2} [I_m \cdot r_T^2 \cdot \eta_t + (\sum I_j \cdot r_j^2 \cdot \eta_j) + I_v]$$

Sin embargo, encontramos una relación de dicho parámetro con la relación de la caja de cambios de cada marcha ( $r_i$ ), aplicable en maquinaria pesada y vehículos grandes que puede tomarse como válida.

$$(1 + \epsilon_i) = 1,04 + 0,05 * r_i^2$$

Para reducir los valores obtenidos de inercia y asemejarlos más a un vehículo de las dimensiones del estudiado, se ha multiplicado el factor por 0,7.

Teniendo en cuenta esto y sabiendo las relaciones de transmisión del vehículo obtenemos los valores para el factor  $(1 + \epsilon_i)$

| Marcha | $(1 + \epsilon_i)$ |
|--------|--------------------|
| 1ª     | 1,25               |
| 2ª     | 1,12               |
| 3ª     | 0,77               |
| 4ª     | 0,72               |
| 5ª     | 0,71               |

Tabla 14. Factores de corrección de inercia en cada marcha.

Estos valores se serán constantes en el análisis de ambos diferenciales, ya que la relación de transmisiones en la caja de cambios no es modificada.

Para calcular la aceleración del vehículo y medir los tiempos que le cuesta llegar a ciertas velocidades lo haremos de la siguiente forma. Simplificaremos los cálculos a escalones de RPM, por ejemplo, en vez calcular todos los valores desde 1250rpm hasta 1500 rpm por tratarse de una magnitud constante, saltaremos directamente de una a otra, así obtendremos una solución aproximada.

## 2.5 Cálculo de limitaciones de tracción.

Por mucha fuerza que consigamos que desarrolle la cadena motriz, si el vehículo no es capaz de transmitirla al suelo, no conseguimos avanzar y el neumático comenzará a deslizar. Por ello se va a analizar la limitación en aceleración del vehículo. Aplicando la misma simplificación que en el caso de resistencia de rodadura, esta reacción del vehículo en el suelo se expresa como:

$$F_t = \mu_a * P$$

$\mu_a$  será el coeficiente de adherencia que dependerá de las características de los neumáticos y de la superficie y terreno que se vaya a analizar y P es el peso del vehículo en cuestión. Eligiendo neumáticos con poco uso y un terreno estándar como es el asfalto medio, el coeficiente será 0.8; según la figura 26 .

| Naturaleza y estado de la carretera |         | Neumáticos |        |
|-------------------------------------|---------|------------|--------|
| Naturaleza                          | Estado  | Nuevos     | Viejos |
| Asfalto de grava gruesa             | seco    | 0,9        | 0,9    |
|                                     | mojado  | 0,7        | 0,5    |
| Asfalto medio                       | seco    | 0,8        | 0,8    |
|                                     | mojado  | 0,65       | 0,55   |
| Asfalto compacto                    | seco    | 0,6        | 0,6    |
|                                     | mojado  | 0,65       | 0,3    |
| Hormigón compacto                   | seco    | 1,0        | 1,0    |
|                                     | mojado  | 0,7        | 0,5    |
| Asfalto                             | fangoso | 0,15       | 0,10   |
|                                     | helado  | < 0,10     | < 0,10 |

Figura 56. Coeficientes de adherencia

Así pues, la fuerza máxima que puede transmitir el coche al asfalto en la condiciones elegidas es:

$$F_t = 0.8 * 1495 * 9.81 = 11732.76 \text{ N}$$

Por tanto, con el coche en su configuración de serie nunca se llegaría a sobrepasar este límite, pero con el nuevo diferencial se ha obtenido, en la primera marcha, una fuerza transmitida de más de 12kN en un rango de revoluciones altas, lo que significa que el coche comenzará a patinar al llegar a dichas revoluciones.

A la hora de realizar el siguiente análisis de aceleración, se truncarán los datos que sobrepasen este límite al traerse de fuerza no aplicada y por tanto no aceleración efectiva del coche. La figura 24, de curvas de fuerza motriz en función de la velocidad quedaría así.

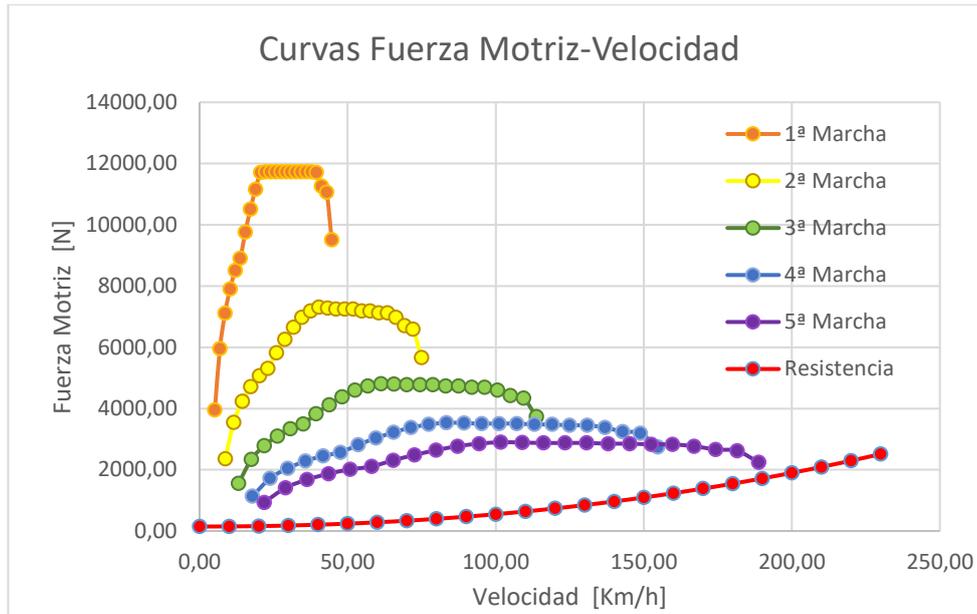


Figura 57. Curvas fuerza motriz-velocidad con dif. mod. limitada

## 2.6 Cálculo de tiempos de aceleración diferencial de serie.

El comienzo del análisis se tomará un tiempo de 0.6s para que el vehículo comience la marcha, tras lo cual el motor ya se encuentra a unas 1500rpm. Los cambios de marcha no son instantáneos en una caja manual ya que hay que desembragar, cambiar y volver a embragar y depende mucho de la habilidad del conductor. Se ha supuesto un conductor experimentado que conoce el coche y tiene un tiempo de cambio aproximado de 0.6seg de una marcha a otra.

- La velocidad y F motriz ya ha sido calculada en otros apartados.
- La Ca se ha comentado en este apartado
- La aceleración se calcularía con la expresión X antes mencionada que incluye los factores de corrección.
- El diferencial de tiempo sería  $dt = \frac{(V_f - V_i)}{\gamma}$
- Por último, el tiempo acumulado.

A continuación, se recogen unas tablas con todo el análisis comentado para el diferencial de serie.

Las franjas verdes indican el punto óptimo de cambio de marcha y las naranjas el punto de inicio de las rpm en esa marcha.

| Aceleración 0 - 200 km/h Diferencial de Serie |      |                |                |             |         |                                |        |      |
|---|------|----------------|----------------|-------------|---------|--------------------------------|--------|------|
| Marcha  | Rpm  | Velocidad[m/s] | Fm, lim [kg_f] | Rtot [Kg_f] | Cacel   | Aceleración[m/s <sup>2</sup> ] | dt [s] | T[s] |
| N   | 0    | 0              | -              | -           | -       | -                              | -      | -    |
| 1ª  | 750  | 1,86           | 309,68         | 16,08       | 2880,27 | 1,536                          | -      | -    |
| 1ª  | 1000 | 2,48           | 466,48         | 16,02       | 4419,09 | 2,356                          | -      | -    |

|    |      |       |        |        |         |       |      |       |
|----|------|-------|--------|--------|---------|-------|------|-------|
| 1ª | 1250 | 3,10  | 556,64 | 16,00  | 5303,68 | 2,828 | -    | -     |
| 1ª | 1500 | 3,72  | 619,37 | 16,04  | 5918,59 | 3,156 | 0,20 | 0,80  |
| 1ª | 1750 | 4,34  | 666,41 | 16,13  | 6379,19 | 3,401 | 0,18 | 0,98  |
| 1ª | 2000 | 4,96  | 697,77 | 16,27  | 6685,48 | 3,565 | 0,17 | 1,16  |
| 1ª | 2250 | 5,59  | 764,41 | 16,46  | 7337,37 | 3,912 | 0,16 | 1,32  |
| 1ª | 2500 | 6,21  | 823,21 | 16,70  | 7911,87 | 4,219 | 0,15 | 1,46  |
| 1ª | 2750 | 6,83  | 874,17 | 16,98  | 8408,96 | 4,484 | 0,14 | 1,60  |
| 1ª | 3000 | 7,45  | 917,29 | 17,32  | 8828,66 | 4,707 | 0,13 | 1,73  |
| 1ª | 3250 | 8,07  | 944,73 | 17,71  | 9094,04 | 4,849 | 0,13 | 1,86  |
| 1ª | 3500 | 8,69  | 960,41 | 18,15  | 9243,57 | 4,929 | 0,13 | 1,99  |
| 1ª | 3750 | 9,31  | 956,49 | 18,64  | 9200,33 | 4,906 | 0,13 | 2,11  |
| 1ª | 4000 | 9,93  | 952,57 | 19,17  | 9156,60 | 4,882 | 0,13 | 2,24  |
| 1ª | 4250 | 10,55 | 952,57 | 19,76  | 9150,83 | 4,879 | 0,13 | 2,37  |
| 1ª | 4500 | 11,17 | 952,57 | 20,40  | 9144,58 | 4,876 | 0,13 | 2,49  |
| 1ª | 4750 | 11,79 | 944,73 | 21,09  | 9060,93 | 4,831 | 0,13 | 2,62  |
| 1ª | 5000 | 12,41 | 944,73 | 21,82  | 9053,69 | 4,827 | 0,13 | 2,75  |
| 1ª | 5250 | 13,03 | 936,89 | 22,61  | 8969,06 | 4,782 | 0,13 | 2,88  |
| 1ª | 5500 | 13,65 | 936,89 | 23,45  | 8960,85 | 4,778 | 0,13 | 3,01  |
| 1ª | 5750 | 14,27 | 917,29 | 24,33  | 8759,87 | 4,671 | 0,13 | 3,14  |
| 1ª | 6000 | 14,89 | 882,01 | 25,27  | 8404,58 | 4,481 | 0,14 | 3,28  |
| 1ª | 6250 | 15,51 | 866,33 | 26,26  | 8241,07 | 4,394 | 0,14 | 3,42  |
| 1ª | 6500 | 16,13 | 744,81 | 27,30  | 7038,78 | 3,753 | 0,17 | 3,59  |
| 2ª | 4000 | 16,67 | 567,49 | 28,22  | 5290,18 | 3,165 | 0,60 | 4,02  |
| 2ª | 4250 | 17,71 | 567,49 | 30,15  | 5271,30 | 3,154 | 0,33 | 4,35  |
| 2ª | 4500 | 18,75 | 567,49 | 32,21  | 5251,04 | 3,142 | 0,33 | 4,69  |
| 2ª | 4750 | 19,79 | 562,82 | 34,42  | 5183,59 | 3,101 | 0,34 | 5,02  |
| 2ª | 5000 | 20,83 | 562,82 | 36,76  | 5160,57 | 3,088 | 0,34 | 5,36  |
| 2ª | 5250 | 21,87 | 558,15 | 39,25  | 5090,36 | 3,046 | 0,34 | 5,70  |
| 2ª | 5500 | 22,92 | 558,15 | 41,88  | 5064,58 | 3,030 | 0,34 | 6,04  |
| 2ª | 5750 | 23,96 | 546,47 | 44,65  | 4922,88 | 2,945 | 0,35 | 6,40  |
| 2ª | 6000 | 25,00 | 525,45 | 47,56  | 4688,16 | 2,805 | 0,37 | 6,77  |
| 2ª | 6250 | 26,04 | 516,11 | 50,60  | 4566,61 | 2,732 | 0,38 | 7,15  |
| 2ª | 6500 | 27,08 | 443,71 | 53,79  | 3825,11 | 2,289 | 0,46 | 7,61  |
| 3ª | 4250 | 26,88 | 567,49 | 53,17  | 5045,47 | 4,400 | 0,60 | 7,37  |
| 3ª | 4500 | 28,46 | 567,49 | 58,24  | 4995,73 | 4,357 | 0,36 | 7,73  |
| 3ª | 4750 | 30,04 | 562,82 | 63,63  | 4896,99 | 4,271 | 0,37 | 8,10  |
| 3ª | 5000 | 31,63 | 562,82 | 69,35  | 4840,90 | 4,222 | 0,37 | 8,48  |
| 3ª | 5250 | 33,21 | 558,15 | 75,39  | 4735,80 | 4,130 | 0,38 | 8,86  |
| 3ª | 5500 | 34,79 | 558,15 | 81,76  | 4673,35 | 4,076 | 0,39 | 9,25  |
| 3ª | 5750 | 36,37 | 546,47 | 88,45  | 4493,17 | 3,918 | 0,40 | 9,65  |
| 3ª | 6000 | 37,95 | 525,45 | 95,46  | 4218,17 | 3,679 | 0,43 | 10,08 |
| 3ª | 6250 | 39,53 | 516,11 | 102,80 | 4054,54 | 3,536 | 0,45 | 10,53 |
| 3ª | 6500 | 41,11 | 443,71 | 110,47 | 3269,17 | 2,851 | 0,55 | 11,08 |
| 4ª | 4500 | 38,73 | 274,74 | 99,03  | 1723,64 | 1,598 | 0,60 | 10,68 |
| 4ª | 4750 | 40,88 | 272,47 | 109,31 | 1600,60 | 1,484 | 1,45 | 12,13 |
| 4ª | 5000 | 43,03 | 272,47 | 120,20 | 1493,85 | 1,385 | 1,55 | 13,69 |
| 4ª | 5250 | 45,18 | 270,21 | 131,68 | 1359,03 | 1,260 | 1,71 | 15,39 |
| 4ª | 5500 | 47,34 | 270,21 | 143,76 | 1240,51 | 1,150 | 1,87 | 17,26 |
| 4ª | 5750 | 49,49 | 264,56 | 156,44 | 1060,65 | 0,983 | 2,19 | 19,45 |

|    |      |       |        |        |        |       |       |       |
|----|------|-------|--------|--------|--------|-------|-------|-------|
| 4ª | 6000 | 51,64 | 254,39 | 169,72 | 830,54 | 0,770 | 2,79  | 22,25 |
| 4ª | 6250 | 53,79 | 249,86 | 183,60 | 650,00 | 0,603 | 3,57  | 25,82 |
| 4ª | 6500 | 55,94 | 214,81 | 198,09 | 164,11 | 0,152 | 14,14 | 39,96 |

Tabla 15. Aceleración 0-200km/h diferencial de serie.

Se puede resumir que, con el diferencial de serie, el coche alcanza el 0-100 km/h en 7.4 seg aproximadamente y el 0-200 km/h en 40 seg.

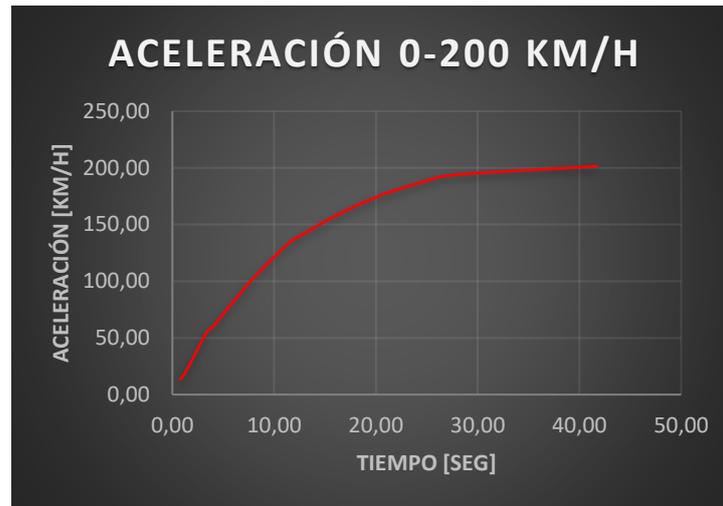


Tabla 16. Curva de aceleración con diferencial de serie.

Tratándose de un análisis para circuito donde predominan las velocidades intermedias se va a hacer un análisis de la aceleración entre 60km/h y 120km/h. Como es una zona que puedes estar entre varias marchas analizaremos la aceleración y el tiempo en dos casos. Partiendo de 2ª y cambiando a 3ª y realizando la aceleración completa en 3ª marcha.

| Aceleración 60-120 KM/H |      |                 |                |             |         |                                 |        |      |
|-------------------------|------|-----------------|----------------|-------------|---------|---------------------------------|--------|------|
| Marcha                  | RPM  | Velocidad [m/s] | Fm, lim [Kg_f] | Rtot [kg_f] | Acacel  | Aceleración [m/s <sup>2</sup> ] | Dt (s) | t(s) |
| 2                       | 4000 | 16,67           | 567,48         | 28,22       | 5290,12 | 4,90                            | -      | 0,00 |
| 2                       | 4250 | 17,71           | 567,49         | 30,15       | 5271,30 | 4,89                            | 0,21   | 0,21 |
| 2                       | 4500 | 18,75           | 567,49         | 32,21       | 5251,04 | 4,87                            | 0,21   | 0,43 |
| 2                       | 4750 | 19,79           | 562,82         | 34,42       | 5183,59 | 4,81                            | 0,22   | 0,64 |
| 2                       | 5000 | 20,83           | 562,82         | 36,76       | 5160,57 | 4,78                            | 0,22   | 0,86 |
| 2                       | 5250 | 21,87           | 558,15         | 39,25       | 5090,36 | 4,72                            | 0,22   | 1,08 |
| 2                       | 5500 | 22,92           | 558,15         | 41,88       | 5064,58 | 4,70                            | 0,22   | 1,30 |
| 2                       | 5750 | 23,96           | 546,47         | 44,65       | 4922,88 | 4,56                            | 0,23   | 1,53 |
| 2                       | 6000 | 25,00           | 525,45         | 47,56       | 4688,16 | 4,35                            | 0,24   | 1,77 |
| 3ª                      | 4250 | 26,88           | 373,82         | 53,17       | 3145,60 | 2,92                            | 0,60   | 2,37 |
| 3ª                      | 4500 | 28,46           | 373,82         | 58,24       | 3095,86 | 2,87                            | 0,55   | 2,92 |
| 3ª                      | 4750 | 30,04           | 370,74         | 63,63       | 3012,76 | 2,79                            | 0,57   | 3,49 |
| 3ª                      | 5000 | 31,63           | 370,74         | 69,35       | 2956,67 | 2,74                            | 0,58   | 4,07 |
| 3ª                      | 5250 | 33,21           | 367,67         | 75,39       | 2867,21 | 2,66                            | 0,59   | 4,66 |

Tabla 17. Aceleración 60-120 km/h en 2ª y 3ª marcha con dif. de serie.

La recuperación de los 60 km/h a los 120 km/h acelerando desde 2ª y cambiando a 3ª sería de 4,66 segundos aproximadamente.

| Aceleración 60-120 KM/H |      |                 |                |             |         |                                 |        |      |
|-------------------------|------|-----------------|----------------|-------------|---------|---------------------------------|--------|------|
| Marcha                  | RPM  | Velocidad [m/s] | Fm, lim [kg_f] | Rtot [kg_f] | Cacel   | Aceleración [m/s <sup>2</sup> ] | Dt (s) | t(s) |
| 3                       | 2750 | 17,39           | 343,05         | 29,55       | 3075,44 | 2,68                            | -      | 0,00 |
| 3                       | 3000 | 18,98           | 359,98         | 32,68       | 3210,78 | 2,80                            | 0,56   | 0,56 |
| 3                       | 3250 | 20,56           | 370,74         | 36,13       | 3282,58 | 2,86                            | 0,55   | 1,12 |
| 3                       | 3500 | 22,14           | 376,90         | 39,90       | 3305,92 | 2,88                            | 0,55   | 1,67 |
| 3                       | 3750 | 23,72           | 375,36         | 44,00       | 3250,63 | 2,83                            | 0,56   | 2,22 |
| 3                       | 4000 | 25,30           | 373,82         | 48,42       | 3192,16 | 2,78                            | 0,57   | 2,79 |
| 3                       | 4250 | 26,88           | 373,82         | 53,17       | 3145,60 | 2,74                            | 0,58   | 3,37 |
| 3                       | 4500 | 28,46           | 373,82         | 58,24       | 3095,86 | 2,70                            | 0,59   | 3,95 |
| 3                       | 4750 | 30,04           | 370,74         | 63,63       | 3012,76 | 2,63                            | 0,60   | 4,56 |
| 3                       | 5000 | 31,63           | 370,74         | 69,35       | 2956,67 | 2,58                            | 0,61   | 5,17 |
| 3                       | 5250 | 33,21           | 367,67         | 75,39       | 2867,21 | 2,50                            | 0,63   | 5,80 |

Tabla 18. Aceleración 60-120 km/h en 3ª marcha con dif. serie.

Mientras que la misma recuperación ejecutada únicamente en 3ª marcha costaría 5,80 segundos aproximadamente. Esto se debería a que la 2ª marcha tiene más fuerza al comenzar los 60km/h en unas rpm mucho más altas que la 3ª, en ese intervalo es donde se consigue la mejora del tiempo.

## 2.7 Cálculo de aceleración con diferencial modificado.

Ahora se realizará el mismo proceso con el nuevo diferencial.

| Aceleración 0 - 200 km/h diferencial modificado |      |                |                |             |          |                                |        |      |
|---|------|----------------|----------------|-------------|----------|--------------------------------|--------|------|
| Marcha  | Rpm  | Velocidad[m/s] | Fm, lim [kg_f] | Rtot [Kg_f] | Cacel    | Aceleración[m/s <sup>2</sup> ] | dt [s] | T[s] |
| N   | 0    | 0              | -              | -           | -        | -                              | -      | -    |
| 1ª  | 750  | 1,43           | 403,08         | 16,15       | 3795,78  | 2,024                          | -      | -    |
| 1ª  | 1000 | 1,91           | 607,17         | 16,07       | 5798,68  | 3,092                          | -      | -    |
| 1ª  | 1250 | 2,38           | 724,52         | 16,02       | 6950,38  | 3,706                          | -      | -    |
| 1ª  | 1500 | 2,86           | 806,16         | 16,00       | 7751,42  | 4,133                          | 0,12   | 0,80 |
| 1ª  | 1750 | 3,34           | 867,38         | 16,01       | 8351,96  | 4,453                          | 0,11   | 0,91 |
| 1ª  | 2000 | 3,81           | 908,20         | 16,05       | 8752,00  | 4,667                          | 0,10   | 1,01 |
| 1ª  | 2250 | 4,29           | 994,94         | 16,12       | 9602,22  | 5,120                          | 0,09   | 1,10 |
| 1ª  | 2500 | 4,77           | 1071,48        | 16,22       | 10352,05 | 5,520                          | 0,09   | 1,19 |
| 1ª  | 2750 | 5,24           | 1137,80        | 16,35       | 11001,49 | 5,866                          | 0,08   | 1,27 |
| 1ª  | 3000 | 5,72           | 1193,93        | 16,51       | 11550,53 | 6,159                          | 0,08   | 1,35 |
| 1ª  | 3250 | 6,20           | 1196,00        | 16,69       | 11569,00 | 6,169                          | 0,08   | 1,42 |
| 1ª  | 3500 | 6,67           | 1196,00        | 16,91       | 11566,88 | 6,167                          | 0,08   | 1,50 |

|    |      |       |         |        |          |       |      |       |
|----|------|-------|---------|--------|----------|-------|------|-------|
| 1ª | 3750 | 7,15  | 1196,00 | 17,16  | 11564,46 | 6,166 | 0,08 | 1,58  |
| 1ª | 4000 | 7,63  | 1196,00 | 17,43  | 11561,76 | 6,165 | 0,08 | 1,66  |
| 1ª | 4250 | 8,11  | 1196,00 | 17,74  | 11558,77 | 6,163 | 0,08 | 1,73  |
| 1ª | 4500 | 8,58  | 1196,00 | 18,07  | 11555,49 | 6,161 | 0,08 | 1,81  |
| 1ª | 4750 | 9,06  | 1196,00 | 18,43  | 11551,93 | 6,159 | 0,08 | 1,89  |
| 1ª | 5000 | 9,54  | 1196,00 | 18,83  | 11548,07 | 6,157 | 0,08 | 1,97  |
| 1ª | 5250 | 10,01 | 1196,00 | 19,25  | 11543,92 | 6,155 | 0,08 | 2,04  |
| 1ª | 5500 | 10,49 | 1196,00 | 19,70  | 11539,49 | 6,153 | 0,08 | 2,12  |
| 1ª | 5750 | 10,97 | 1193,93 | 20,18  | 11514,45 | 6,139 | 0,08 | 2,20  |
| 1ª | 6000 | 11,44 | 1148,01 | 20,69  | 11058,96 | 5,897 | 0,08 | 2,28  |
| 1ª | 6250 | 11,92 | 1127,60 | 21,23  | 10853,45 | 5,787 | 0,08 | 2,36  |
| 1ª | 6500 | 12,40 | 969,43  | 21,80  | 9296,21  | 4,957 | 0,10 | 2,46  |
| 2ª | 4000 | 12,80 | 738,63  | 22,32  | 7027,07  | 4,204 | 0,60 | 2,96  |
| 2ª | 4250 | 13,61 | 738,63  | 23,38  | 7016,62  | 4,198 | 0,19 | 3,15  |
| 2ª | 4500 | 14,41 | 738,63  | 24,53  | 7005,36  | 4,191 | 0,19 | 3,34  |
| 2ª | 4750 | 15,21 | 732,55  | 25,76  | 6933,64  | 4,148 | 0,19 | 3,54  |
| 2ª | 5000 | 16,01 | 732,55  | 27,08  | 6920,75  | 4,141 | 0,19 | 3,73  |
| 2ª | 5250 | 16,81 | 726,48  | 28,47  | 6847,40  | 4,097 | 0,20 | 3,93  |
| 2ª | 5500 | 17,61 | 726,48  | 29,95  | 6832,88  | 4,088 | 0,20 | 4,12  |
| 2ª | 5750 | 18,41 | 711,28  | 31,52  | 6668,45  | 3,990 | 0,20 | 4,32  |
| 2ª | 6000 | 19,21 | 683,92  | 33,16  | 6383,92  | 3,819 | 0,21 | 4,53  |
| 2ª | 6250 | 20,01 | 671,76  | 34,89  | 6247,68  | 3,738 | 0,21 | 4,75  |
| 2ª | 6500 | 20,81 | 577,53  | 36,71  | 5305,52  | 3,174 | 0,25 | 5,00  |
| 3ª | 4250 | 20,65 | 486,56  | 36,35  | 4416,57  | 3,852 | 0,60 | 5,13  |
| 3ª | 4500 | 21,87 | 486,56  | 39,24  | 4388,26  | 3,827 | 0,32 | 5,45  |
| 3ª | 4750 | 23,08 | 482,56  | 42,31  | 4318,79  | 3,766 | 0,32 | 5,77  |
| 3ª | 5000 | 24,30 | 482,56  | 45,58  | 4286,73  | 3,738 | 0,32 | 6,10  |
| 3ª | 5250 | 25,51 | 478,55  | 49,04  | 4213,50  | 3,675 | 0,33 | 6,43  |
| 3ª | 5500 | 26,73 | 478,55  | 52,69  | 4177,69  | 3,643 | 0,33 | 6,76  |
| 3ª | 5750 | 27,94 | 468,54  | 56,53  | 4041,78  | 3,525 | 0,34 | 7,10  |
| 3ª | 6000 | 29,16 | 450,52  | 60,57  | 3825,43  | 3,336 | 0,36 | 7,47  |
| 3ª | 6250 | 30,37 | 442,51  | 64,79  | 3705,42  | 3,231 | 0,38 | 7,84  |
| 3ª | 6500 | 31,59 | 380,44  | 69,21  | 3053,17  | 2,663 | 0,46 | 8,30  |
| 4ª | 4500 | 29,76 | 357,59  | 62,62  | 2893,68  | 2,683 | 0,60 | 8,07  |
| 4ª | 4750 | 31,41 | 354,65  | 68,54  | 2806,70  | 2,602 | 0,64 | 8,70  |
| 4ª | 5000 | 33,06 | 354,65  | 74,82  | 2745,11  | 2,545 | 0,65 | 9,35  |
| 4ª | 5250 | 34,71 | 351,71  | 81,45  | 2651,18  | 2,458 | 0,67 | 10,03 |
| 4ª | 5500 | 36,37 | 351,71  | 88,44  | 2582,65  | 2,394 | 0,69 | 10,72 |
| 4ª | 5750 | 38,02 | 344,35  | 95,78  | 2438,47  | 2,261 | 0,73 | 11,45 |
| 4ª | 6000 | 39,67 | 331,10  | 103,47 | 2233,06  | 2,070 | 0,80 | 12,25 |
| 4ª | 6250 | 41,33 | 325,22  | 111,52 | 2096,36  | 1,944 | 0,85 | 13,10 |
| 4ª | 6500 | 42,98 | 279,60  | 119,92 | 1566,42  | 1,452 | 1,14 | 14,24 |
| 5ª | 5250 | 42,35 | 288,28  | 116,69 | 1683,34  | 1,561 | 0,60 | 13,70 |
| 5ª | 5500 | 44,37 | 288,28  | 127,26 | 1579,69  | 1,465 | 1,38 | 15,07 |
| 5ª | 5750 | 46,39 | 282,25  | 138,35 | 1411,70  | 1,309 | 1,54 | 16,62 |
| 5ª | 6000 | 48,40 | 271,40  | 149,97 | 1191,20  | 1,104 | 1,83 | 18,44 |
| 5ª | 6250 | 50,42 | 266,57  | 162,12 | 1024,70  | 0,950 | 2,12 | 20,56 |
| 5ª | 6500 | 52,44 | 229,18  | 174,79 | 533,54   | 0,495 | 4,08 | 24,64 |

Tabla 19. Aceleración 0-200km/h con diferencial modificado.

Podemos resumir que, con el diferencial modificado, el coche alcanza el 0-100 km/h en 7.1 seg aproximadamente y el 0-200 km/h habría que llevar el coche muy a límite para llegar a esta velocidad e igual no llegaba, pero a 6500 rpm última marcha obtenemos una velocidad de 189 km/h en 24,64 seg.



Tabla 20. Curva de aceleración con diferencial modificado.

Para el mismo rango de 60-120 km/h antes analizado y en ambos casos quedan los siguientes resultados.

Primero se analizará comenzando en 2ª marcha cambiando hasta alcanzar dicha velocidad.

| Aceleración 60-120 KM/H |      |                 |                |             |         |                     |        |      |
|-------------------------|------|-----------------|----------------|-------------|---------|---------------------|--------|------|
| Marcha                  | RPM  | Velocidad [m/s] | Fm, lim [kg_f] | Rtot [kg_f] | Cacel   | Aceleración [m/s^2] | Dt (s) | t(s) |
| 2                       | 5250 | 16,81           | 726,48         | 28,47       | 6847,40 | 4,10                | -      | 0    |
| 2                       | 5500 | 17,61           | 726,48         | 29,95       | 6832,88 | 4,09                | 0,20   | 0,20 |
| 2                       | 5750 | 18,41           | 711,28         | 31,52       | 6668,45 | 3,99                | 0,20   | 0,40 |
| 2                       | 6000 | 19,21           | 683,92         | 33,16       | 6383,92 | 3,82                | 0,21   | 0,61 |
| 3                       | 4250 | 20,65           | 486,56         | 36,35       | 4416,57 | 3,85                | 0,60   | 1,21 |
| 3                       | 4500 | 21,87           | 486,56         | 39,24       | 4388,26 | 3,83                | 0,32   | 1,52 |
| 3                       | 4750 | 23,08           | 482,56         | 42,31       | 4318,79 | 3,77                | 0,32   | 1,85 |
| 3                       | 5000 | 24,30           | 482,56         | 45,58       | 4286,73 | 3,74                | 0,32   | 2,17 |
| 3                       | 5250 | 25,51           | 478,55         | 49,04       | 4213,50 | 3,67                | 0,33   | 2,50 |
| 3                       | 5500 | 26,73           | 478,55         | 52,69       | 4177,69 | 3,64                | 0,33   | 2,83 |
| 3                       | 5750 | 27,94           | 468,54         | 56,53       | 4041,78 | 3,52                | 0,34   | 3,18 |
| 3                       | 6000 | 29,16           | 450,52         | 60,57       | 3825,43 | 3,34                | 0,36   | 3,54 |
| 3                       | 6250 | 30,37           | 442,50         | 64,78       | 3705,41 | 3,23                | 0,38   | 3,92 |
| 3                       | 6500 | 31,59           | 380,43         | 69,22       | 3053,00 | 2,66                | 0,46   | 4,38 |
| 3                       | 6750 | 32,80           | 370,43         | 73,81       | 2909,89 | 2,54                | 0,48   | 4,85 |

Tabla 21. Aceleración 60-120 km/h en 2ª y 3ª marcha diferencial modificado.

Alcanzamos un velocidad cercana a los 120km/h (119km/h) únicamente en 3ª marcha forzando el motor por encima de las revoluciones optimas y obteniendo un tiempo de 4,85 segundos aproximadamente.

Seguido se analizará únicamente esta aceleración en 3ª marcha.

| Aceleración 60-120 KM/H |      |                 |                |             |         |                                 |        |      |
|-------------------------|------|-----------------|----------------|-------------|---------|---------------------------------|--------|------|
| Marcha                  | RPM  | Velocidad [m/s] | Fm, lim [kg_f] | Rtot [kg_f] | Cancel  | Aceleración [m/s <sup>2</sup> ] | Dt (s) | t(s) |
| 3                       | 3500 | 17,01           | 490,57         | 28,84       | 4529,52 | 3,95                            | -      | 0,00 |
| 3                       | 3750 | 18,22           | 488,56         | 31,15       | 4487,20 | 3,91                            | 0,31   | 0,31 |
| 3                       | 4000 | 19,44           | 486,56         | 33,66       | 4443,00 | 3,87                            | 0,31   | 0,62 |
| 3                       | 4250 | 20,65           | 486,56         | 36,35       | 4416,57 | 3,85                            | 0,32   | 0,94 |
| 3                       | 4500 | 21,87           | 486,56         | 39,24       | 4388,26 | 3,83                            | 0,32   | 1,26 |
| 3                       | 4750 | 23,08           | 482,56         | 42,31       | 4318,79 | 3,77                            | 0,32   | 1,58 |
| 3                       | 5000 | 24,30           | 482,56         | 45,58       | 4286,73 | 3,74                            | 0,32   | 1,90 |
| 3                       | 5250 | 25,51           | 478,55         | 49,04       | 4213,50 | 3,67                            | 0,33   | 2,24 |
| 3                       | 5500 | 26,73           | 478,55         | 52,69       | 4177,69 | 3,64                            | 0,33   | 2,57 |
| 3                       | 5750 | 27,94           | 468,54         | 56,53       | 4041,78 | 3,52                            | 0,34   | 2,91 |
| 3                       | 6000 | 29,16           | 450,52         | 60,57       | 3825,43 | 3,34                            | 0,36   | 3,28 |
| 3                       | 6250 | 30,37           | 442,50         | 64,78       | 3705,41 | 3,23                            | 0,38   | 3,65 |
| 3                       | 6500 | 31,59           | 380,43         | 69,22       | 3053,00 | 2,66                            | 0,46   | 4,11 |
| 3                       | 6750 | 32,80           | 370,43         | 73,81       | 2909,89 | 2,54                            | 0,48   | 4,59 |

Tabla 22. Aceleración 60-120 km/h solo 3ª marcha diferencial modificado.

Al igual que en el caso anterior hay que alargar la marcha mucho para alcanzar esta velocidad, costando 4,59 segundos en alcanzarla.

### 3 ANEXO III. CÁLCULO DE ENGRANAJES.

En este anexo se recogerán todos los cálculos realizados para el dimensionamiento y diseño de los engranajes, tanto el grupo principal piñón – corona, como el del núcleo satélites – planetarios.

#### 3.1 Cálculos del grupo piñón – corona.

##### 3.1.1 Fallo por flexión

Para la realización de este cálculo es necesario explicar y elegir una serie de parámetros que condicionan el diseño de los engranajes.

El *ángulo de presión* es un factor importante a elección pues influye en la resistencia de los dientes, el número de dientes y sus posibles interferencias y en la magnitud de las fuerzas que se ejercen sobre ellos. Se ha escogido el valor normalizado  $\alpha = 25^\circ$  ya que nos permite trabajar con mayores cargas, menor número de dientes sin producirse interferencias, acercándonos así a uno helicoidal que permiten tener menos dientes debido a su inclinación y su mejor transmisión de cargas a altas velocidades.

Atendiendo a la siguiente tabla, donde recoge el menor número de dientes que no producen interferencia para cada ángulo de presión y ángulo de diente, se elegirá los dientes del piñón.

| $\psi$                      | $\phi_n$              |            |            |
|-----------------------------|-----------------------|------------|------------|
|                             | $14\frac{1}{2}^\circ$ | $20^\circ$ | $25^\circ$ |
| $0^\circ$ engranajes rectos | 32                    | 18         | 12         |
| $5^\circ$                   | 32                    | 17         | 12         |
| $10^\circ$                  | 31                    | 17         | 11         |
| $15^\circ$                  | 29                    | 16         | 11         |
| $20^\circ$                  | 27                    | 15         | 10         |
| $23^\circ$                  | 26                    | 14         | 10         |
| $25^\circ$                  | 25                    | 14         | 9          |
| $30^\circ$                  | 22                    | 12         | 8          |
| $35^\circ$                  | 19                    | 10         | 7          |
| $40^\circ$                  | 15                    | 9          | 6          |
| $45^\circ$                  | 12                    | 7          | 5          |

Figura 58. N<sup>o</sup> mínimo de dientes para evitar interferencias

Según la *Figura 58* , se elegirá el menor, en este caso  $Z_1 = 12$  dientes para el piñón.

Junto con la relación de transmisión fijada al comienzo del trabajo (  $i_{diff} = 4.1$  ) obtendremos los dientes de la corona.

$$Z_2 = Z_1 * i = 12 * 4.1 = 49.2$$

Cogiendo el numero entero superior,  $Z_2 = 50$  dientes

La siguiente expresión será la utilizada para calcular el módulo a partir del cual no se producirá fallo a flexión, obtenida a partir del cálculo de dientes rectos.

$$M_m = 0.86 * \sqrt[3]{\frac{Mtc}{\delta * Z * y * \sigma_{adm}}}$$

(12)

Donde:

- $Mtc$ , el momento a transmitir corregido.
- $\delta$ , el coeficiente de rigidez de los dientes.
- $Z$ , el número de dientes.
- $y$ , el coeficiente de Lewis.
- $\sigma_{adm}$ , el esfuerzo máximo admisible del material utilizado.

Momento a transmitir corregido,  $Mtc$ :

$$Mtc = Mt * f_d * f_s$$

(13)

Siendo

- $f_d$ , factor de esfuerzos dinámicos. Permite tener en cuenta la velocidad del giro del engranaje y su calidad.
- $f_s$ , factor de servicio, permite tener en cuenta la influencia del tipo de máquina que se está accionando.

Para conocer el momento torsor máximo corregido, será necesario calcular los coeficientes de seguridad a aplicar.

Se escogerá engranajes de máxima precisión por tanto  $f_d$ :

$$f_d = 1 + \frac{\sqrt[3]{V}}{43}$$

| FACTOR DE ESFUERZOS DINÁMICOS  |                                 |
|--|---------------------------------|
| Tipo de montaje  | Factor $f_d$                    |
| Para engranajes de la máxima precisión obtenidos por rectificado u otro procedimiento similar. Velocidad del círculo primitivo igual o menor que 1.200 m/min   | $f_d = 1 + \frac{\sqrt{V}}{43}$ |
| Para engranajes tallados por generación, sin rectificar, y con velocidades del círculo primitivo igual o menor que 1.200 m/min.                                | $f_d = 1 + \frac{V}{360}$       |
| Para engranajes ordinarios fabricados con fresa de módulo o con fresa madre, de una sola pasada. Velocidad del círculo primitivo igual o inferior a 600 m/min. | $f_d = 1 + \frac{V}{180}$       |

Figura 59. Factor de esfuerzos dinámicos.

Para este factor de seguridad es necesario la velocidad tangencial del engranaje que estamos calculando, pero no se dispone de ningún dato geométrico a excepción de los dientes, pues es lo que se trata de calcular. Como se espera unas dimensiones similares a las originales se va a presuponer un módulo de piñon de 5 mm sólo para este cálculo. Así pues, con el módulo y los dientes obtenemos el diámetro primitivo y con la velocidad angular ya conocida calculamos la V y el  $f_d$ :

$$D_p = 5 * 12 = 60 \text{ mm}$$

$$w_{\text{piñon}} = \frac{w_{\text{motor}}}{i_1} = \frac{3500 \text{ rpm}}{4,23} = 827,4 \text{ rpm}$$

$$V = w_{\text{piñon}} * 2 * \pi * r = 827,4 * 2 * \pi * 0.03 \text{ m} = 155,96 \text{ m/min}$$

$$f_d = 1 + \frac{\sqrt[3]{155,96}}{43} = 1,29$$

Para el *factor de servicio* hay que determinar el tipo de máquina que se está diseñando y según la *Figura 43*, el más acertado sería,  $f_s = 1.5$ . cargas con choque medio para frecuentes arranques. Se coge el mayor número dentro del rango para tener mayor seguridad.

| FACTOR DE SERVICIO  |                |
|---|----------------|
| Tipo de máquina   | Factor $f_s$   |
| Para cargas uniformes sin choque, como: ventiladores, maquinaria de elevación, máquinas centrífugas, transmisiones por correa, etc.   | De 1,00 a 1,25 |
| Para cargas con choque medio, como: máquinas sometidas a frecuentes arranques, compresores, máquinas alternativas, herramientas portátiles neumáticas y eléctricas, bombas alternativas, etc. | De 1,25 a 1,50 |
| Para cargas con choque fuerte, como: trenes laminadores, machacadoras de piedra, maquinaria de dragados, punzonadoras, compresores monocilíndricos, etc.                                      | De 1,50 a 2,00 |

Figura 60. Factor de servicio.

En el instante en el que el vehículo transmite la máxima fuerza desde el motor hasta las ruedas, es 245 N\*m a 3500 rpm en la primera marcha.

Se corregirá este par mediante la ecuación ( 13) quedando:

$$Mtc_{motor} = 245000[N * mm] * 1,29 * 1,5 = 474075 N * mm$$

Y el momento que llega al piñón:

$$Mtc = Mt_{motor} * i_1 = 474075 * 4.23 = 2005337,25 N * mm$$

*Coefficiente de rigidez* del diente como bien describe, se trata de la rigidez que va a tener el engranaje sobre los ejes y apoyos sobre el chasis del vehículo. En este caso, se elegirá el segundo grupo ya que se trata de una caja de velocidad.  $\delta = 25$ .

| COEFICIENTE DE RIGIDEZ  |                       |
|---|-----------------------|
| Tipo de montaje   | Coefficiente $\delta$ |
| Engranajes sobre ejes robustos, soportados por rodamientos o cojinetes apoyados sobre soportes rígidos. | Hasta 30              |
| Engranajes con buen asiento en cajas reductoras o de velocidad en general.                              | Hasta 25              |
| Engranajes sobre apoyos ordinarios.   | Hasta 15              |

Figura 61. Coeficiente de rigidez.

El *factor de forma de diente o de Lewis* se obtiene a partir del número de dientes y del ángulo de presión de los mismos, pero para los engranajes helicoidales y cónicos se tiene

que realizar una corrección en el número de dientes para poder aproximar en las tablas el factor.

El número de dientes ficticio se calculará a partir del número real de dientes, el ángulo de presión y el ángulo de inclinación de los conos primitivos ( $\varphi$ ) con la siguiente expresión:

$$Z' = \frac{Z}{\cos(\varphi)}$$

( 14)

Para calcular el ángulo de inclinación de los conos primitivos ( $\varphi$ ) se usará la siguiente expresión:

$$i = \frac{\sin(\varphi_2)}{\sin(\varphi_1)} = \frac{Z_2}{Z_1}$$

( 15)

A su vez, como se trata de ejes que no se intersecan, pero son perpendiculares se deduce que:

$$90^\circ = \varphi_1 + \varphi_2$$

( 16)

De ambas expresiones se obtiene los valores:

$$\varphi_1 = 13,71^\circ$$

$$\varphi_2 = 76,29^\circ$$

Y ahora ya podemos obtener el *Factor de Lewis* o *coeficiente de forma*, junto con una altura normal y 25° de ángulo de presión.

| Coeficiente de Lewis |    |        |              |
|----------------------|----|--------|--------------|
|                      | Z  | Z'     | y            |
| <i>Piñón</i>         | 12 | 12,35  | <b>0,101</b> |
| <i>Corona</i>        | 50 | 210,96 | <b>0,147</b> |

Tabla 23. Coeficiente de Lewis o factor de forma obtenido.

El material escogido es el siguiente, un acero cementado propio de aplicaciones en engranajes y ejes con grandes momentos torsores.

| F-153   |                     |
|---|---------------------|
| Tipo de acero   | Acero al Cr-Ni duro |
| Resistencia a tracción<br>$R_m$ [kp/mm <sup>2</sup> ] | 110-125             |
| Dureza  | 58 HRC              |
| $\sigma_{adm}$ [MPa]                                  | 390                 |
| $E$ [GPa]   | 210                 |

Tabla 24. Propiedades material elegido.

Ahora sustituyendo todos los datos en la ecuación (12) se obtendrá el módulo mínimo que haría falta para que, con el material elegido, cumpliera que no falla por flexión.

$$M_m = 0.86 * \sqrt[3]{\frac{2005337,25}{25 * 12 * 0,101 * 390}} = 4,76 \text{ mm}$$

Por tanto, según la situación más desfavorable a flexión, habría que diseñar una pareja de engranajes con  $M_m$  superior a 4,76 mm, dentro los normalizados, sería:

$$M_f = 5 \text{ mm}$$

### 3.1.2 Cálculo de fallo a desgaste.

Como se ha comentado anteriormente, este fallo se basa en la duración y la repetitividad de un trabajo. Esto se mide en “vida útil total”, la cual será dividida en porcentaje que se estima el uso en cada marcha, pues en cada marcha trabajará con un par distinto debido a las multiplicaciones de la caja de cambios. Se estima que las marchas más usadas serán la 2ª y 3ª puesto que abarcan el rango de velocidades más habituales en las competiciones y tendrán mayor peso en los cálculos.

La vida útil estimada será de 5000 h.

| Distribución de vida útil por marcha en horas |       |      |
|---|-------|------|
| 1ª  | 5%    | 250  |
| 2ª  | 25%   | 1250 |
| 3ª  | 33%   | 1650 |
| 4ª  | 22%   | 1100 |
| 5ª  | 14.5% | 725  |
| R   | 0.5%  | 25   |
| Total   | 100%  | 5000 |

Tabla 25. Horas útiles por marcha.

Una vez conocido este reparto se calculará una media ponderada de la carga y la velocidad recibida en el diferencial. Esto se hará para evitar aún más el sobredimensionamiento, ya que calcular los parámetros con el punto de máximo par o máxima potencia supondría considerar que el diferencial va a trabajar toda su vida útil en ese rango máximo de esfuerzos y se obtendrían parámetros desorbitados de diseño.

Antes de esto se hará una media de par y rpms del motor, ya que independientemente de la marcha en la que se encuentre, siempre transmite lo mismo.

$$Carga\ media\ motor\ (C_{mm}) = \sum_{1500rpm}^{6500rpm} PAR = 210\ N * m$$

$$Velocidad\ media\ motor\ (V_{mm}) = \sum_{1500rpm}^{6500rpm} RPM = 3750\ rpm$$

El PAR habrá que mayorarlo con las misma cargas calculadas en el apartado anterior (fd y fs):

$$Mtc\_motor = 210000[N * mm] * 1,29 * 1,5 = 406350\ N * mm$$

Ahora se utiliza la media ponderada para poder repartir la importancia de cada marcha correctamente.

$$Carga\ media = \frac{(M_{tc\_motor} * i_1)^{t_1} + (M_{tc\_motor} * i_2)^{t_2} + (M_{tc\_motor} * i_3)^{t_3} + (M_{tc\_motor} * i_4)^{t_4} + (M_{tc\_motor} * i_5)^{t_5}}{t_{total}}$$

$$= 731,43\ N * m$$

$$Velocidad\ media = \frac{\left(\frac{V_{mm}}{i_1}\right)^{t_1} + \left(\frac{V_{mm}}{i_2}\right)^{t_2} + \left(\frac{V_{mm}}{i_3}\right)^{t_3} + \left(\frac{V_{mm}}{i_4}\right)^{t_4} + \left(\frac{V_{mm}}{i_5}\right)^{t_5}}{t_{total}}$$

$$= 2380\ rpm$$

Para este cálculo se volverá a partir de la dureza elegida, de aceros como el F-153.

| F-153                                 |                     |
|---------------------------------------|---------------------|
| Tipo de acero                         | Acero al Cr-Ni duro |
| Resistencia a tracción<br>Rm [kp/mm2] | 110-125             |
| Dureza                                | 58 HRC              |
| $\sigma_{adm}$ [MPa]                  | 390                 |
| E [GPa]                               | 210                 |

Tabla 26. Propiedades material elegido.

La expresión que se utilizará para este cálculo es:

$$M_m = \sqrt[3]{\frac{1}{\delta * Z^2} * \frac{4 * Mtc}{K_r * \sin(2\alpha)} * \sqrt{\frac{1 + i^2}{i^2}}} \quad (17)$$

Donde:

*Mtc*, Par torsor corregido en [N \* mm]

$\delta$ , Coeficiente de rigidez

*Z*, Número de dientes

*i*, Relacion de transmision de la velocidad

$\alpha$ , Ángulo de presion del diente

*Kr*, Coeficiente de presion de rodadura

El coeficiente de rigidez, número de dientes, relación de transmisión y ángulo de presión de diente siguen siendo los mismos, no varían ya que seguimos en el mismo grupo de engranajes.

El valor del *coeficiente de presión de rodadura limite* ( $K_{r,adm}$ ) vendrá dado en función de la dureza y el módulo elástico del material empleado, así como el número de millones de vueltas que se le exige al engranaje antes de fallar según la ecuación:

$$K_{r,adm} = 0,677 * \frac{HB^2}{E * W^{1/3}} \quad (18)$$

Siendo:

*HB*, la dureza del material (Dureza Brinelli)

*W*, millones de vueltas del engranaje, o número de veces que entra en contacto con su pareja.

Se calcula de la siguiente manera:

$$W = \frac{Lh * n * 60}{10^6} \quad (19)$$

$n$ , número de revoluciones por minuto del engranaje.

$Lh$ , duración exigida en horas

Se puede observar que el cálculo del desgaste es más crítico para el piñón, ya que, para el mismo número de revoluciones, los dientes del piñón experimentan más contacto que los dientes de la corona, por lo que el coeficiente de presión de rodadura necesario es mayor. Al obtener el valor de presión se igualará con el valor admisible suponiendo así que es el mínimo aceptable.

$$K_{r,adm} = K_r$$

Sustituyendo en la expresión principal ( 17) se obtendrá:

$$M_m = \sqrt[3]{\frac{1}{25 * 12^2} * \frac{4 * 731430}{12,13 * \sin(2 * 25^\circ)} * \sqrt{\frac{1 + 4,1^2}{4,1^2}}}$$

$$M_m = 4,48 \text{ mm}$$

Obtenemos un módulo ligeramente menor que en la anterior comprobación de fallo por flexión, lo cual indica que ése será el módulo elegido para el grupo piñón – corona.  $M = 5 \text{ mm}$ .

Recopilando las dimensiones básicas de este grupo de engranajes queda:

|               | <b>Mm</b> | <b>Z</b> | <b>Dpm</b> |
|---------------|-----------|----------|------------|
| <i>Piñón</i>  | 5         | 12       | 60         |
| <i>Corona</i> | 5         | 50       | 225        |

Tabla 27. Dimensiones básicas piñón - corona.

## 3.2 Cálculo de satélites y planetarios.

### 3.2.1 Cálculo de fallo a flexión.

Se ha visto que la situación más desfavorable en este diferencial será tomando una curva, cuando se bloquee y transmita alrededor del 80% del par a una rueda y el resto a la otra, esto nos lleva a que un solo planetario deberá soportar este 80% de par.

En las siguientes dos tablas se recopilan las dos configuraciones planteadas.

| Configuración 2 vías |               |        |               |      |      |               |         |               |               |
|----------------------|---------------|--------|---------------|------|------|---------------|---------|---------------|---------------|
|                      | Angulo rampas | Discos | PAR MAX [N.m] | RPM  | Idif | PAR dif [N.m] | BLOQUEO | PAR rueda ext | PAR rueda int |
| <b>Aceleración</b>   | 55            | 8      | 225           | 6000 | 4,1  | 2333,93       | 80%     | 1867,1        | 466,8         |
| <b>Frenada</b>       | 55            | 8      | 225           | 6000 | 4,1  | 2333,93       | 80%     | 1867,1        | 466,8         |

Tabla 28. Resumen configuración diferencial con dos vías.

| Configuración 1.5 vías |               |        |               |      |      |               |         |               |               |
|------------------------|---------------|--------|---------------|------|------|---------------|---------|---------------|---------------|
|                        | Angulo rampas | Discos | PAR MAX [N.m] | RPM  | Idif | PAR dif [N.m] | BLOQUEO | PAR rueda ext | PAR rueda int |
| <b>Aceleración</b>     | 45            | 8      | 225           | 6000 | 4,1  | 2333,93       | 70%     | 1633,7        | 700,2         |
| <b>Frenada</b>         | 20            | 8      | 225           | 6000 | 4,1  | 2333,93       | 35%     | 816,9         | 1517,1        |

Tabla 29. Resumen configuración diferencial en 1.5 vías.

Una vez conocido el par más alto que han de soportar los engranajes, se comenzará con el cálculo de sus parámetros que, al tratarse de un mecanismo orientado a la competición, se buscará disminuir su tamaño al mínimo. Para comenzar utilizaremos el mismo material que se ha elegido para el grupo cónico principal, *Tabla 26*

Como se ha hecho anteriormente, se elegirá el número de dientes para los satélites, que hacen la función de piñón. En este juego de engranajes se va a utilizar un ángulo de presión normalizado inferior al anterior, ya que las fuerzas a resistir son mayores. Para evitar la interferencia entre los dos engranajes se acudirá a la siguiente tabla.

| Para un piñón con un ángulo de presión $\alpha = 20^\circ$ , con un número de dientes inferior a 18 |  |   |
|---|--|---|
| Número de dientes en el piñón   | Nº máximo de dientes en la rueda sin que se produzca interferencia | Relación de transmisión límite aproximada |
| 17  | 1309   | 77  |
| 16  | 101  | 6   |
| 15  | 45   | 3   |
| 14  | 26   | 2   |
| 13  | 16   | 1   |

Tabla 30. Mínimo número de dientes sin interferencias. Ángulo  $20^\circ$ .

El valor mínimo para este ángulo de presión es de 13 dientes en el satélite (piñón) y 16 máximo en el planetario (rueda), así que esos serán los elegidos.

$$Z_3 = 13 \text{ dientes}$$

$$Z_4 = 16 \text{ dientes}$$

Quedando fijada la relación de transmisión del núcleo ( $i_{\text{satelites-planetario}}$ ) del diferencial, que suele ser próxima a 1.

$$i_{s-p} = \frac{16}{13} = 1,23$$

La siguiente expresión será la utilizada para calcular el módulo a partir del cual no se producirá fallo a flexión, obtenida a partir del cálculo de dientes rectos.

$$M_m = 0.86 * \sqrt[3]{\frac{Mtc}{\delta * Z * y * \sigma_{adm}}}$$

Donde:

- $Mtc$ , el momento a transmitir corregido.
- $\delta$ , el coeficiente de rigidez de los dientes.
- $Z$ , el número de dientes.
- $y$ , el coeficiente de Lewis.
- $\sigma_{adm}$ , el esfuerzo máximo admisible del material utilizado.

Momento a transmitir corregido,  $Mtc$ :

$$Mtc = Mt * f_d * f_s$$

Siendo

- $f_d$ , factor de esfuerzos dinámicos. Permite tener en cuenta la velocidad del giro del engranaje y su calidad.

- $f_s$ , factor de servicio, permite tener en cuenta la influencia del tipo de máquina que se está accionando.

Para conocer el momento torsor máximo corregido, será necesario calcular los coeficientes de seguridad a aplicar.

Se escogerá engranajes de máxima precisión por tanto  $f_d$ :

$$f_d = 1 + \frac{\sqrt[2]{V}}{43}$$

| FACTOR DE ESFUERZOS DINÁMICOS  |                                 |
|--|---------------------------------|
| Tipo de montaje  | Factor $f_d$                    |
| Para engranajes de la máxima precisión obtenidos por rectificado u otro procedimiento similar. Velocidad del círculo primitivo igual o menor que 1.200 m/min   | $f_d = 1 + \frac{\sqrt{V}}{43}$ |
| Para engranajes tallados por generación, sin rectificar, y con velocidades del círculo primitivo igual o menor que 1.200 m/min.                                | $f_d = 1 + \frac{V}{360}$       |
| Para engranajes ordinarios fabricados con fresa de módulo o con fresa madre, de una sola pasada. Velocidad del círculo primitivo igual o inferior a 600 m/min. | $f_d = 1 + \frac{V}{180}$       |

Figura 62. Factor de esfuerzos dinámicos.

Para este factor de seguridad es necesario la velocidad tangencial del engranaje que estamos calculando, pero por la disposición y funcionamiento del mecanismo, el engranaje que recibe la velocidad es el planetario pues los satélites pueden o no estar girando sobre si mismos. Se realizará la misma aproximación que antes únicamente para este cálculo, se supondrá un módulo para calcular un factor aproximado. Éste será de  $M_{sat-plan} = 6$  mm. Así pues, con el módulo y los dientes obtenemos el diámetro primitivo y con la velocidad angular ya conocida calculamos la  $V$  y el  $f_d$ :

$$D_p = 6 * 12 = 68 \text{ mm}$$

$$w_{piñon} = \frac{w_{motor}}{i_1 * i_{dif}} = \frac{3500 \text{ rpm}}{4,23 * 4,1} = 201,81 \text{ rpm}$$

$$V = w_{piñon} * 2 * \pi * r = 827,4 * 2 * \pi * 0.03 \text{ m} = 43,11 \text{ m/min}$$

$$f_d = 1 + \frac{\sqrt[2]{43,11}}{43} = 1,15$$

Para el *factor de servicio* hay que determinar el tipo de máquina que se está diseñando y según la siguiente figura, el más acertado sería,  $f_s = 1.5$ . cargas con choque medio para frecuentes arranques. Se coge el mayor número dentro del rango para tener mayor seguridad.

| FACTOR DE SERVICIO  |                |
|---|----------------|
| Tipo de máquina   | Factor $f_s$   |
| Para cargas uniformes sin choque, como: ventiladores, maquinaria de elevación, máquinas centrífugas, transmisiones por correa, etc.   | De 1,00 a 1,25 |
| Para cargas con choque medio, como: máquinas sometidas a frecuentes arranques, compresores, máquinas alternativas, herramientas portátiles neumáticas y eléctricas, bombas alternativas, etc. | De 1,25 a 1,50 |
| Para cargas con choque fuerte, como: trenes laminadores, machacadoras de piedra, maquinaria de dragados, punzonadoras, compresores monocilíndricos, etc.                                      | De 1,50 a 2,00 |

Figura 63. Factor de servicio.

En el instante en el que el vehículo transmite la máxima fuerza desde el motor hasta las ruedas, es 245 N\*m a 3500 rpm en la primera marcha.

Se corregirá este par mediante la ecuación ( 13) quedando:

$$Mtc_{motor} = 245000[N * mm] * 1,15 * 1,5 = 422625 N * mm$$

Y el momento que llega a los satélites - planetarios:

$$Mtc = Mt_{motor} * i_1 * i_{diff} = 422625 * 4,23 * 4,1 * 0.8 = 5863668,3 N * mm$$

*Coefficiente de rigidez* del diente como bien describe, se trata de la rigidez que va a tener el engranaje sobre los ejes y apoyos sobre el chasis del vehículo. En este caso, se elegirá el segundo grupo ya que se trata de una caja de velocidad.  $\delta = 25$ .

| COEFICIENTE DE RIGIDEZ  |                       |
|---|-----------------------|
| Tipo de montaje   | Coefficiente $\delta$ |
| Engranajes sobre ejes robustos, soportados por rodamientos o cojinetes apoyados sobre soportes rígidos. | Hasta 30              |
| Engranajes con buen asiento en cajas reductoras o de velocidad en general.                              | Hasta 25              |
| Engranajes sobre apoyos ordinarios.   | Hasta 15              |

Figura 64. Coeficiente de rigidez.

El *factor de forma de diente* o de Lewis se obtiene a partir del número de dientes y del ángulo de presión de los mismos, pero para los engranajes helicoidales y cónicos se tiene que realizar una corrección en el número de dietes para poder aproximar en las tablas el factor.

El número de dientes ficticio se calculará a partir del número real de dientes, el ángulo de presión y el ángulo de inclinación de los conos primitivos ( $\varphi$ ) con la siguiente expresión:

$$Z' = \frac{Z}{\cos(\varphi)}$$

Para calcular el ángulo de inclinación de los conos primitivos ( $\varphi$ ) se usará la siguiente expresión:

$$i = \frac{\sin(\varphi_4)}{\sin(\varphi_3)} = \frac{Z_4}{Z_3}$$

A su vez, como se trata de ejes que no se intersecan, pero son perpendiculares se deduce que:

$$90^\circ = \varphi_1 + \varphi_2$$

De ambas expresiones se obtiene los valores:

$$\varphi_1 = 39,11^\circ$$

$$\varphi_2 = 50,89^\circ$$

Y ahora ya podemos obtener el *Factor de Lewis* o *coeficiente de forma*, junto con una altura normal y  $25^\circ$  de ángulo de presión.

| Coeficiente de Lewis |    |       |              |
|----------------------|----|-------|--------------|
|                      | Z  | Z'    | y            |
| Satélites            | 13 | 16,75 | <b>0,095</b> |
| Planetarios          | 16 | 25,36 | <b>0,108</b> |

Tabla 31. Coeficiente de Lewis obtenido para satélites y planetarios.

Ahora sustituyendo todos los datos en la ecuación (12) se obtendrá el módulo mínimo que haría falta para que, con el material elegido, cumpliera que no falla por flexión.

$$M_m = 0.86 * \sqrt[3]{\frac{5863668,3}{25 * 13 * 0,095 * 390}} = 6,76 \text{ mm}$$

Por tanto, según la situación más desfavorable a flexión, habría que diseñar una pareja de engranajes con  $M_m$  superior a 6,76 mm, dentro los normalizados, sería:

$$M_f = 7 \text{ mm}$$

### 3.2.2 Cálculo fallo a desgaste.

Se seguirá con el cálculo del módulo por desgaste, al igual que en el grupo anterior.

El reparto de horas de vida útil será el mismo expuesto anteriormente ya que se trata de otra parte del mecanismo de la misma pieza.

La vida útil estimada será de 5000 h.

| Distribución de vida útil por marcha en horas |       |      |
|---|-------|------|
| 1ª  | 5%    | 250  |
| 2ª  | 25%   | 1250 |
| 3ª  | 33%   | 1650 |
| 4ª  | 22%   | 1100 |
| 5ª  | 14.5% | 725  |
| R   | 0.5%  | 25   |
| Total   | 100%  | 5000 |

Tabla 32. Horas útiles por marcha.

Igualmente se seguirá diseñando con el mismo acero cementado F-153.

| F-153   |                     |
|---|---------------------|
| Tipo de acero   | Acero al Cr-Ni duro |
| Resistencia a tracción<br>$R_m$ [kp/mm <sup>2</sup> ] | 110-125             |
| Dureza  | 58 HRC              |
| $\sigma_{adm}$ [MPa]                                  | 390                 |
| $E$ [GPa]   | 210                 |

Tabla 33. Propiedades material elegido.

Teniendo en cuenta las horas de uso y las cargas medias anteriores se volverá a calcular la carga media ponderando los datos de la siguiente forma.

$$Carga\ media\ dif\ (C_{mm}) = \sum_{1500rpm}^{6500rpm} PAR = 210\ N * m$$

$$Velocidad\ media\ motor\ (V_{mm}) = \sum_{1500rpm}^{6500rpm} RPM = 3750\ rpm$$

El PAR habrá que mayorarlo con las misma cargas calculadas en el apartado anterior (fd y fs):

$$Mtc_{motor} = 210000[N * mm] * 1,15 * 1,5 = 362250\ N * mm$$

$$Carga\ media =$$

$$\frac{(C_{mm} * i_1 * i_{dif}) * t_1 + (C_{mm} * i_2 * i_{dif}) * t_2 + (C_{mm} * i_3 * i_{dif}) * t_3 + (C_{mm} * i_4 * i_{dif}) * t_4 + (C_{mm} * i_5 * i_{dif}) * t_5}{t_{total}} =$$

$$= 2677,42 \text{ N} * \text{m}$$

$$\text{Velocidad media} = \frac{\left(\frac{V_{mm}}{i_1 * i_{dif}}\right) * t_1 + \left(\frac{V_{mm}}{i_2 * i_{dif}}\right) * t_2 + \left(\frac{V_{mm}}{i_3 * i_{dif}}\right) * t_3 + \left(\frac{V_{mm}}{i_4 * i_{dif}}\right) * t_4 + \left(\frac{V_{mm}}{i_5 * i_{dif}}\right) * t_5}{t_{total}} =$$

$$= 581 \text{ rpm}$$

La expresión que se utilizará para este cálculo final es:

$$M_m = \sqrt[3]{\frac{1}{\delta * Z^2} * \frac{4 * M_{tc}}{K_r * \sin(2\alpha)} * \sqrt{\frac{1 + i^2}{i^2}}}$$

(20)

Donde:

$M_{tc}$ , Par torsor corregido en [N \* mm]

$\delta$ , Coeficiente de rigidez

$Z$ , Número de dientes

$i$ , Relacion de transmision de la velocidad

$\alpha$ , Ángulo de presion del diente

$K_r$ , Coeficiente de presion de rodadura

El coeficiente de rigidez, número de dientes, relación de transmisión y ángulo de presión de diente siguen siendo los mismos, no varían ya que seguimos en el mismo grupo de engranajes.

El valor del *coeficiente de presión de rodadura limite* ( $K_{r,adm}$ ) vendrá dado en función de la dureza y el módulo elástico del material empleado, así como el número de millones de vueltas que se le exige al engranaje antes de fallar según la ecuación:

$$K_{r,adm} = 0,677 * \frac{HB^2}{E * W^{1/3}}$$

(21)

Siendo:

$HB$ , la dureza del material (Dureza Brinelli)

$W$ , millones de vueltas del engranaje, o número de veces que entra en contacto con su pareja.

Se calcula de la siguiente manera:

$$W = \frac{Lh * n * 60}{10^6} \quad (22)$$

$n$ , número de revoluciones por minuto del engranaje.

$Lh$ , duración exigida en horas

Se puede observar que el cálculo del desgaste es más crítico para el piñón, ya que, para el mismo número de revoluciones, los dientes del piñón experimentan más contacto que los dientes de la corona, por lo que el coeficiente de presión de rodadura necesario es mayor. Al obtener el valor de presión se igualará con el valor admisible suponiendo así que es el mínimo aceptable.

$$K_{r,adm} = K_r$$

Sustituyendo en la expresión principal ( 17) se obtendrá:

$$M_m = \sqrt[3]{\frac{1}{25 * 13^2} * \frac{4 * 2677420}{19,41 * \sin(2 * 20^\circ)} * \sqrt[2]{\frac{1 + 1,23^2}{1,23^2}}}$$

$$M_m = 6,39 \text{ mm}$$

Obtenemos un módulo ligeramente menor que en la anterior comprobación de fallo por flexión, pero como se está calculando un modelo normalizado, El módulo elegido viene a ser el inmediatamente superior normalizado:

$$M = 7 \text{ mm}$$

Recopilando las dimensiones básicas de este grupo de engranajes queda:

|                    | <b>Mm</b> | <b>Z</b> | <b>Dpm</b> |
|--------------------|-----------|----------|------------|
| <i>Satélites</i>   | 7         | 13       | 91         |
| <i>Planetarios</i> | 7         | 16       | 112        |

Tabla 34. Dimensiones básicas piñón - corona.