



Universidad
Zaragoza

GRADO EN FÍSICA

TRABAJO DE FIN DE GRADO

Análisis de una corriente oceánica a través de la medida de las ondas de gravedad superficial

Melisa Solís Baldovín

Dirección: Jesús Subías Domingo, Pascual Sevillano Reyes

Facultad de Ciencias

Departamento de Física Aplicada

Curso 2022/2023

Índice

1. Introducción	1
2. Objetivos	2
3. Fundamento teórico	3
4. Análisis	5
4.a. Origen de los datos	5
4.b. Preprocesamiento	6
4.c. Obtención del mapa de dispersión	9
5. Resultados	17
5.a. Obtención de la profundidad y velocidad de corriente	17
5.b. Discusión	19
6. Conclusiones	23
Referencias	24

1. Introducción

El estudio de las corrientes del mar y los océanos es importante debido a su relación con temas relevantes como el cambio climático [1] o la migración de la fauna piscícola [2]. Sin embargo, su naturaleza es compleja y es difícil llevarlo a cabo con gran precisión en áreas muy grandes. Actualmente hay dos tipos principales de tecnologías de medición de corrientes [3]. Por un lado están las boyas y flotadores, que proporcionan una caracterización espacial de los mares pero cuya fiabilidad es limitada debido a su alta fragilidad y a la agresividad del medio donde se encuentran. Por otro lado está la tecnología radar, como por ejemplo el ADCP (Acoustic Current Doppler Profiler), que se basa en el uso de dispositivos que se encuentran posados en el fondo del mar y que mide las corrientes del agua mediante el efecto Doppler. Tiene una precisión muy alta y es muy utilizado, pero no es posible aplicarlo en grandes superficies.

Recientemente se han empezado a utilizar los cables de fibra óptica que se encuentran en el lecho marino para monitorizar dicho entorno [4]. Mediante un dispositivo interrogador en un extremo del cable se pueden aplicar técnicas de sensado acústico para obtener información de parámetros físicos de los alrededores de la fibra. Se envían pulsos de luz coherentes que al interactuar con la fibra se dispersan generando una señal retrodifundida, a partir de la cual podemos saber si hay perturbaciones en el cable y conocer en cada punto por ejemplo cambios de presión o de temperatura. Como el cable actúa como transductor y como guía de la señal, además de tener un coeficiente de atenuación muy bajo, podemos poner el sensor a distancia de los puntos en los que se hacen las mediciones. Por tanto, se pueden monitorizar remotamente todos los kilómetros que ocupa la fibra óptica.

Por esta razón, esta tecnología ha cobrado importancia a la hora de monitorear infraestructuras o accidentes geológicos. En esto último se han usado los cables submarinos para detectar ondas sísmicas de terremotos a través de las deformaciones que sufre el cable. En nuestro caso, estas deformaciones se han utilizado para medir variaciones de presión provocadas por cambios en la masa de agua que se sitúa encima, y de esta manera obtener información sobre las mareas y las corrientes.

2. Objetivos

El objetivo de este trabajo es el estudio de la posibilidad de medir el espesor de la capa de agua y el flujo de agua usando la relación de dispersión para las ondas de gravedad de superficie oceánicas. Para ello se realizará un tratamiento numérico sobre medidas obtenidas en el proyecto “Mistral: Nuevas técnicas de sensorización DAS por F.O. aplicadas a cables aéreos y submarinos” financiado por la empresa Red Eléctrica de España, S.A.U., en colaboración con la empresa Aragón Photonics Labs, S.L. Estas medidas se obtuvieron aplicando una técnica de reflectometría óptica coherente en la fibra óptica de un enlace eléctrico submarino entre España y Marruecos.

La consecución del objetivo propuesto requerirá de la realización de las siguientes tareas:

- Análisis de la propagación de ondas de gravedad de superficie oceánicas en una corriente y su relación de dispersión.
- Ajuste de la no reciprocidad entre las relaciones Frecuencia-Número de ondas de las ondas de gravedad para las componentes en sentidos contrapropagantes.
- Ajuste de las componentes en ambos sentidos con la relación de dispersión de las ondas incluyendo la perturbación por una corriente.
- Correlación de los resultados con los perfiles batimétricos de profundidad y los modelos de corrientes debidos a las mareas.

3. Fundamento teórico

Dado que este trabajo se basa en la relación de dispersión de las ondas de gravedad de superficie oceánicas [3], es interesante conocer de dónde se obtiene. Por ello, en esta sección estudiaremos el tratamiento teórico que conduce a esta expresión ([5], [6]).

Determinaremos el comportamiento del agua en un canal con el fondo liso. Tomaremos el origen de coordenadas en la superficie libre en reposo. El eje X es el eje horizontal con sentido hacia la derecha y el eje Z es el eje vertical con sentido hacia arriba. Definimos $h(x,t)$ como la diferencia entre un punto de la superficie del agua y su altura en reposo.

Es necesario hacer en primer lugar algunas aproximaciones para simplificar los cálculos:

- La compresibilidad del fluido es $\beta = \frac{1}{\rho} \frac{d\rho}{dp}$. En el caso del agua la compresibilidad es del orden de 10^{-9} y por tanto despreciable. Por otra parte, que un fluido sea incompresible implica necesariamente que es no divergente ($\vec{\nabla} \cdot \vec{v} = 0$).

- El número de Reynolds se define como $Re = \frac{\rho U L_c}{\mu}$, con U la velocidad del flujo y L_c la longitud característica. Para el caso del agua el número de Reynolds es del orden de 10^6 , de modo que es lo suficientemente grande como para asumir que la viscosidad sea despreciable.

- La vorticidad de un fluido es $\vec{\zeta} = \vec{\nabla} \times \vec{v}$. Como hemos considerado que el agua es no viscosa y en el momento inicial es irrotacional, según el teorema de la circulación de Kelvin entonces es irrotacional permanentemente y por tanto la vorticidad es cero. Asimismo, como $\vec{\nabla} \times \vec{v} = 0$ podemos definir la velocidad del flujo como el gradiente de una función escalar, el potencial de velocidad ϕ : $\vec{v} = \nabla\phi$.

- Finalmente, tenemos que el número de Bond ($Bo = \frac{\Delta\rho g L_c^2}{\gamma}$) es del orden de 10^4 y por tanto lo suficientemente grande como para despreciar la tensión superficial.

Bajo estas condiciones, tenemos que el potencial de velocidad satisface la ecuación de Laplace:

$$\nabla^2\phi = \frac{\partial^2\phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2\phi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2\phi}{\partial z^2} = 0. \quad (3.1)$$

Suponiendo que el agua se propaga en una sola dirección, por ejemplo en la dirección x, y asumiendo que no hay variación en la dirección y, nos queda:

$$\frac{\partial^2\phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2\phi}{\partial z^2} = 0. \quad (3.2)$$

Resolveremos pues la ecuación 3.2. Asumimos separación de variables para el potencial de velocidad, de modo que tenemos:

$$\begin{aligned} \phi(x, z, t) = X(x)Z(z)T(t) &\Rightarrow \frac{d^2X}{dx^2}Z(z)T(t) + \frac{d^2Z}{dz^2}X(x)T(t) = 0 \Rightarrow \\ &\Rightarrow \frac{1}{X} \frac{d^2X}{dx^2} + \frac{1}{Z} \frac{d^2Z}{dz^2} = 0. \end{aligned} \quad (3.3)$$

Cada término depende de una sola variable, que es diferente en cada uno. Por tanto, se pueden igualar a una constante, quedando lo siguiente:

$$\frac{1}{X} \frac{d^2X}{dx^2} = k^2 \Rightarrow \frac{d^2X}{dx^2} - k^2X = 0. \quad (3.4)$$

$$\frac{1}{Z} \frac{d^2 Z}{dz^2} = -k^2 \Rightarrow \frac{d^2 Z}{dz^2} + k^2 Z = 0. \quad (3.5)$$

Así, las soluciones generales de las ecuaciones 3.4 y 3.5 son las siguientes:

$$X(x) = A \cos(kx) + B \sin(kx). \quad (3.6)$$

$$Z(z) = C \cosh(kx) + D \sinh(kx). \quad (3.7)$$

Definamos ahora las condiciones de frontera y apliquémoslas. Para empezar, en el fondo del mar ($z=-H$) hay condición de no flujo:

$$\frac{\partial \phi}{\partial z} = 0 \text{ en } z=-H. \quad (3.8)$$

De este modo:

$$kC \sinh(-kH) + kD \cosh(-kH) = 0 \Rightarrow D = -C \tanh(-kH) \quad (3.9)$$

Continuamos con la segunda condición de frontera. El movimiento del agua se corresponde con la elevación de la superficie de la onda:

$$\frac{\partial \phi}{\partial z} = \frac{\partial h}{\partial t} \text{ en } z=h(x,t). \quad (3.10)$$

Para amplitudes pequeñas, $h(x,t)$ es pequeño y por tanto:

$$\frac{\partial \phi}{\partial z} = \frac{\partial h}{\partial t} \text{ en } z=0. \quad (3.11)$$

De esta forma, tenemos:

$$X(x)Z'(0)T(t) = \frac{\partial h}{\partial t};$$

$$Z'(0) = kC \sinh(0) + k[-C \tanh(-kH)] \cosh(0);$$

Y nos queda:

$$-kCX(x)T(t) \tanh(-kH) = \frac{\partial h}{\partial t}. \quad (3.12)$$

Por último, tenemos la condición de contorno dinámica, de la cual podemos despreciar el término cuadrático:

$$\frac{\partial \phi}{\partial z} + \frac{1}{2} |\nabla \phi|^2 + gh = 0 \Rightarrow h \approx -\frac{1}{g} \frac{\partial \phi}{\partial t}. \quad (3.13)$$

De esta forma:

$$kCX(x)T(t) \tanh(kH) = -\frac{1}{g} \frac{\partial^2 \phi}{\partial t^2} = \frac{\omega^2}{g} CX(x)T(t) \text{ en } z=0,$$

Y de esta manera obtenemos la relación de dispersión de las olas en función de su profundidad, que será con la que trataremos a partir de ahora:

$$\omega^2 = gk \tanh(kH). \quad (3.14)$$

4. Análisis

En esta sección vamos a detallar el análisis realizado sobre los datos proporcionados que nos han llevado a los resultados que se muestran en el siguiente capítulo.

Comenzaremos detallando el origen de los datos: de dónde proceden, la fecha en la que se recogieron y una pequeña explicación del proceso por el que se han obtenido.

Continuaremos haciendo un tratamiento inicial de los datos necesario para eliminar aquellos que no nos interesan y reducir el volumen, realizando también una transformada FK para ponernos en disposición de trabajar con la relación de dispersión de las olas.

Finalmente trabajaremos en el espacio FK, estudiando mediante ajustes y corrigiendo la relación de dispersión para que nos de resultados más correctos.

El lenguaje de programación que se ha utilizado durante todo el trabajo ha sido *Python*.

4.a. Origen de los datos

Los datos utilizados provienen de un cable de fibra óptica de 30 km de largo que comienza en Tarifa, España, y termina en Marruecos, haciendo un recorrido en forma de arco (figura 4.1). Las medidas que vamos a analizar fueron tomadas entre el 21 de octubre y el 23 de octubre de 2019, durante 36 horas, desde las 18:39 h del 21 hasta las 5:39 h del 23.

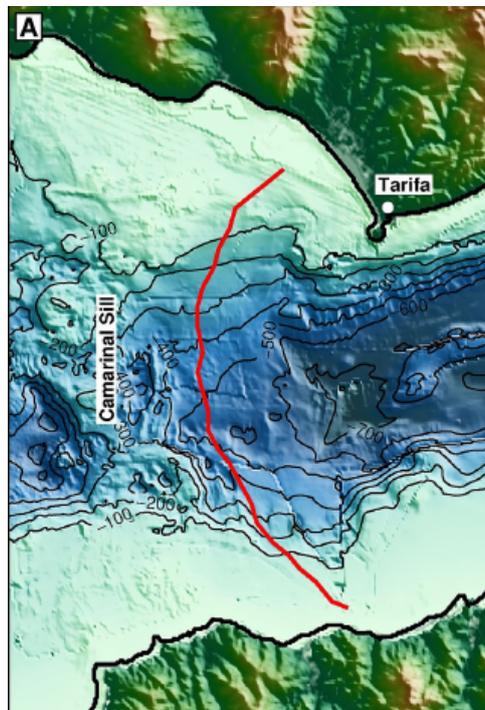


Figura 4.1: Localización del cable de fibra óptica.

El cable de fibra óptica se ha utilizado como sensor en un sistema de sensado acústico distribuido (DAS por sus siglas en inglés). El funcionamiento del sistema se detalla en el artículo

[7]. Este consiste en la inyección de pulsos cortos de luz a la fibra óptica. A medida que la luz recorre el cable se produce un fenómeno de dispersión Rayleigh, de modo que la luz rebota y se dispersa en sentido opuesto al de la propagación inicial. Esto genera interferencias entre los distintos frentes de onda que se han retrodifundido en el cable. Este campo de interferencias se puede modelizar de forma discreta, de forma que el campo retrodifundido es la suma de la luz dispersada por cada uno de los M elementos que conforman la longitud de fibra ΔL iluminada por el pulso. A partir de este patrón de interferencias se pueden detectar variaciones de potencia a partir de la diferencia de tiempo entre el pulso inyectado y el retrodifundido.

De esta forma, si el medio permanece inalterado, la fase se mantiene constante y el patrón de interferencia no se altera. En cambio, si ocurre alguna perturbación en algún punto, se modifica el índice de refracción causando un cambio de fase en dicho punto y por tanto una variación en el patrón de interferencia.

Normalmente los pulsos inyectados poseen una frecuencia fija (C-OTDR). En nuestro caso sin embargo, se han utilizado pulsos chirpeados (CP-OTDR), en los que se ha modificado la frecuencia durante el pulso (figura 4.2). Esto consigue que la relación entre el cambio del patrón interferencial y del estímulo, originado por la deformación de la fibra, sean lineales, al contrario que con C-OTDR. Esto permite mejorar la resolución del sistema sin comprometer demasiado su alcance y obteniendo un mayor grado de fidelidad.

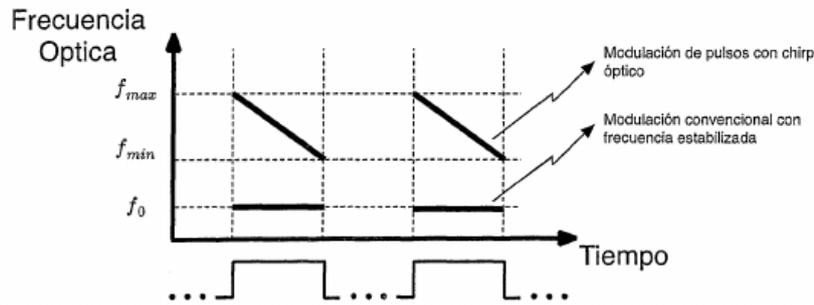


Figura 4.2: Variación de frecuencia y frecuencia estática en pulsos ópticos.

Así pues, los datos proporcionados corresponden a la deformación o strain de la fibra ($\varepsilon = \frac{\Delta L}{L}$), cuyas unidades que adoptamos son $1\varepsilon = 1\frac{m}{m}$.

4.b. Preprocesamiento

Antes de comenzar a analizar la propagación de las olas, debemos realizar un tratamiento inicial de los datos. Tenemos un fichero de datos para cada minuto con datos del strain tomados cada 10 metros, con una frecuencia de adquisición de 250 muestras por segundo. Los datos de cada fichero son introducidos en matrices con las que podremos trabajar.

Para empezar, a pesar de que la fibra recorre 30 km, nos centraremos en estudiar las ondas de gravedad de superficie oceánicas (OSGW por sus siglas en inglés) entre los 3300 y 4500 m. La razón por la que nos limitamos a esta zona es por mayor claridad, ya que el cable se encuentra enterrado en los cerca de tres primeros kilómetros y más allá de los 4.5 km el suelo comienza a

descender. Dado que la fibra óptica está reposando en el suelo, la irregularidad de este influye a la hora de tomar las medidas. Si hay diferentes espesores en la lámina de agua sobre la fibra, las curvas de dispersión que utilizaremos para obtener los resultados que buscamos serán más anchas reduciendo la precisión (estas curvas se estudiarán y se explicarán con más detalle en el apartado 4.c). La zona escogida es por tanto bastante uniforme respecto a la profundidad y será más fácil posteriormente analizar las mareas.

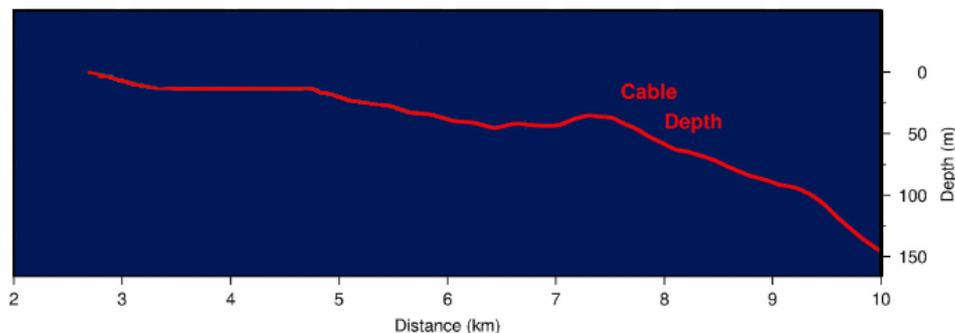


Figura 4.3: Representación gráfica de la profundidad del cable.

Por otra parte, existen varios factores que pueden afectar a las medidas tomadas por el cable, como por ejemplo la inestabilidad del láser, cambios en la temperatura u ondas mecánicas procedentes de corrientes cuya dirección es perpendicular a este. Esto puede causar que haya frecuencias que no correspondan a las olas y que haya cierta tendencia del strain a disminuir a lo largo del tiempo para un punto espacial fijo (esto es, que al obtener la traza de la matriz esta tenga una cierta tendencia lineal).

Para solucionar esto se realizará un filtrado pasa-alta que elimine las frecuencias por debajo de 0.01 Hz (mediante la función *lfilter*, que filtra los datos de una secuencia mediante un filtro digital). De esta forma, sustituiremos fila a fila los datos iniciales por los nuevos datos procesados para cada matriz.

Asimismo, ya se ha mencionado que tenemos un fichero con información de cada minuto durante 36 horas. Dado que la frecuencia espacial es de 10 metros y la frecuencia temporal es de 250 Hz, contamos con 2160 matrices con aproximadamente 45 millones de elementos. Limitando el espacio a los 1200 metros que vamos a analizar seguimos teniendo matrices de 1.8 millones de elementos. Es necesario pues reducir el volumen de datos, pero de forma que no se pierda información importante. El factor de reducción que consideramos más adecuado con el que resamplearemos los datos es de 400. Así, reducimos la frecuencia de 250 Hz a 0.625 Hz, disminuyendo considerablemente el volumen de datos.

Ahora que los datos están procesados, podemos representar el strain en función de la posición y el tiempo (figura 4.4). Para poder representar más de un minuto, se incluyen varios ficheros en una misma matriz.

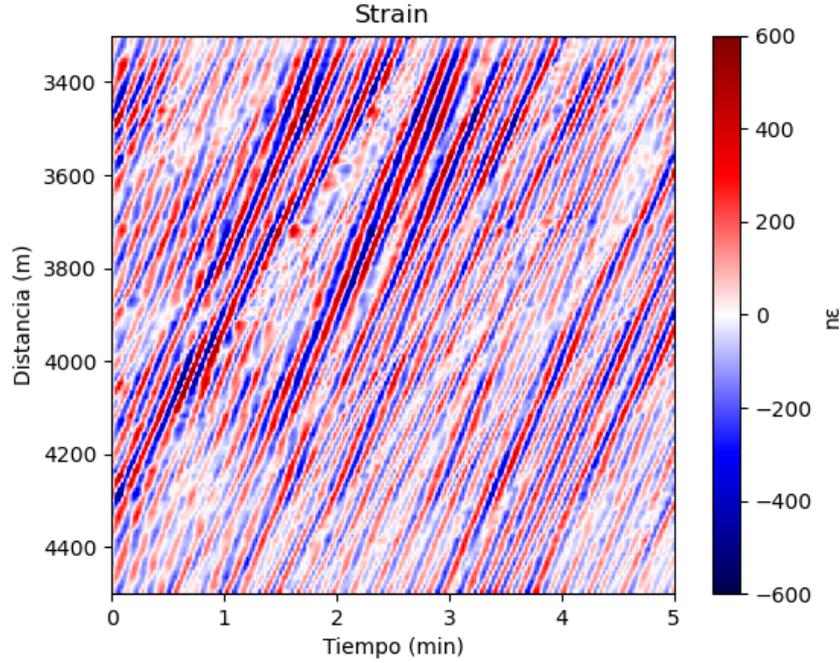


Figura 4.4: Strain en función de la distancia y el tiempo del 21 de octubre desde las 19:39 h.

Vemos en 4.4 que se pueden distinguir con facilidad el oleaje. Estas corresponden a las diferentes líneas rojas y azules. El color rojo corresponde a las zonas en las que la presión ejercida por la masa de agua es mayor y la fibra se ha extendido, y lo contrario en el caso de color azul; de modo que las líneas rojas corresponden con el punto más alto de las olas.

Hemos conseguido representar el strain en función de la distancia y el tiempo y observar olas, no obstante necesitamos estudiar la relación de dispersión de estas. Para ello, será necesario trabajar en el espacio de frecuencias y números de onda. Por lo tanto, realizaremos una transformada de Fourier en dos dimensiones a la matriz que contiene los datos del strain.

$$F(f) = \int_{-\infty}^{\infty} f(t)e^{-2\pi ift} dt, \quad (4.1)$$

$$F(k) = \int_{-\infty}^{\infty} f(x)e^{-2\pi ikx} dx, \quad (4.2)$$

Al ser en dos dimensiones, se utilizará una función acorde a esto, la cual calcula la transformada por filas y la vuelve a realizar por columnas.

A esta transformada de Fourier en 2D se le llama también transformada FK (F de frecuencia, por hacer la transformada sobre el tiempo; y K de número de ondas, por hacerla sobre el espacio). Con la transformada de Fourier se descomponen las señales en ondas sinusoidales de diferentes frecuencias. De la misma manera, la transformada FK descompone una señal en ondas planas. Por tanto, un punto en el dominio FK corresponde con una onda monocromática en el dominio espacio-tiempo. Dado que al hacer la transformada se obtienen números complejos, las representaciones gráficas se pueden hacer tanto con la amplitud como con la fase. Por claridad se suelen hacer con la amplitud, al igual que se hará aquí.

Siguiendo con nuestro caso, tras hacer la transformada las frecuencias quedarán entre -0.312 Hz y 0.312 Hz. Posteriormente se verá que el límite de las frecuencias de las olas se encuentra entorno a 0.25 Hz, de modo que queda claro que hemos escogido un factor de corrección adecuado, ya que si hubiéramos quitado más datos habríamos perdido información relevante.

4.c. Obtención del mapa de dispersión

Una vez realizada la transformada de Fourier podemos representar gráficamente la distribución del strain en función de la frecuencia y el número de ondas (figura 4.5). Lo haremos con los datos de cada hora durante 30 minutos. Esto nos servirá para poder estudiar posteriormente cómo de bien funciona la relación de dispersión que sabemos que tienen las olas (3.14).

Se pueden distinguir dos curvas (realmente cuatro, pero las dos inferiores corresponden a los complejos conjugados y son simétricas respecto a las de arriba, de modo que nos centraremos en las superiores). Esto es porque la dirección de propagación de las olas no es únicamente hacia la costa, sino que también pueden propagarse en dirección mar adentro. Este fenómeno se debe a que en ocasiones, si las olas chocan contra un acantilado o alguna pared vertical, pueden rebotar dando lugar a olas más débiles cuya dirección es la opuesta. Como la amplitud de estas olas es menor al ser resultado de un choque y llevar menos energía, la deformación que producen en la fibra óptica es menor, de ahí que no sean perceptibles en la figura 4.4.

El dispositivo interrogador se encuentra en Tarifa, de modo que seguimos la convención de que la distancia aumenta a medida que se aleja de la costa española, además de que las distancias y números de onda son positivos. De esta forma, la curva que se encuentra en las frecuencias negativas corresponde a las olas con dirección de propagación hacia la costa, mientras que la otra corresponde a las olas que se dirigen mar adentro. Como era de esperar, la curva correspondiente al último caso es mucho más tenue que la otra, ya que el número de olas que van en dicho sentido es menor. Concretamente, para que se puedan distinguir bien las curvas relacionadas a la dirección contraria a la costa ha sido necesario reducir el valor máximo de la escala de color de modo que son unas 5 veces más tenues que las otras (figuras 4.5 y 4.6).

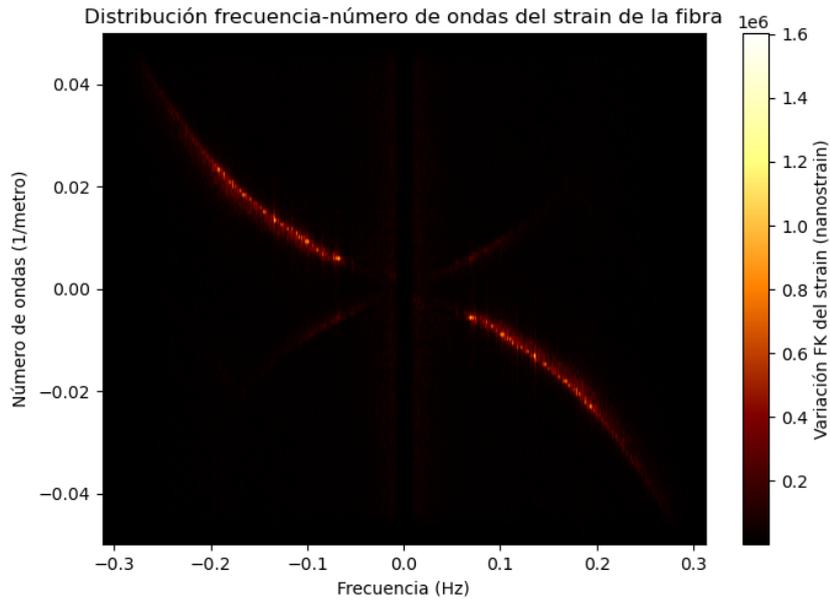


Figura 4.5: Distribución FK del 22 de octubre a las 12:39 h.

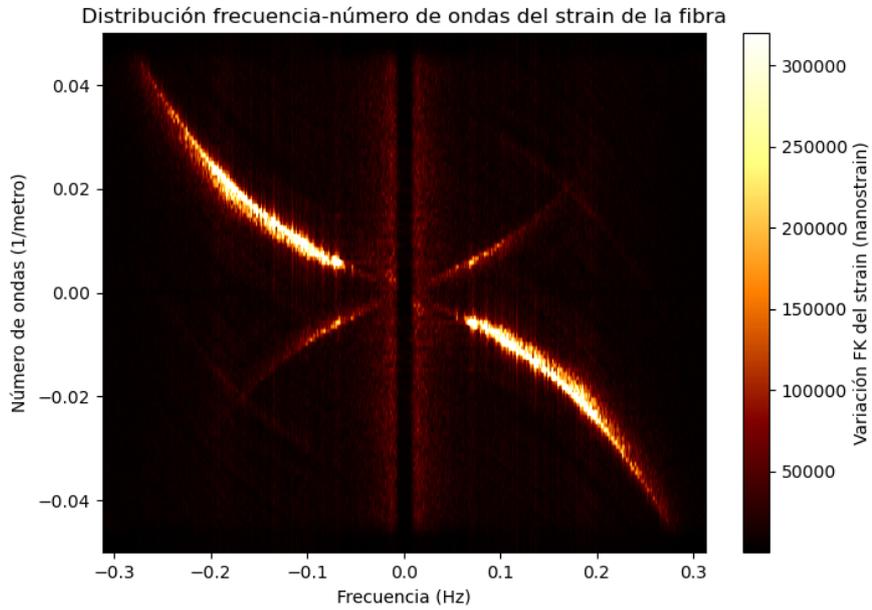


Figura 4.6: Distribución FK del 22 de octubre a las 12:39 h, habiendo reducido el valor máximo de la escala de color.

Ahora tenemos ya los datos del strain en el espacio FK y hemos podido visualizarlo. De nuevo, lo que buscamos es estudiar la relación de dispersión de las olas. Esta expresión debería corresponderse a las curvas de la figura 4.5:

$$\omega^2 = gk \tanh(kh), \quad (4.3)$$

donde ω es la frecuencia ($\omega = 2\pi f$), g la aceleración de la gravedad, k el número de ondas y h la altura de la masa de agua. Por lo tanto, procederemos a realizar el ajuste de los puntos de dichas curvas a esta expresión. A partir de esto hallaremos la profundidad a cada hora, y posteriormente podremos comparar así la evolución de la altura de la masa de agua durante estas 36 horas con los datos sobre mareas de aquellas fechas, estudiando la fidelidad de la expresión.

Para poder llevar a cabo el ajuste necesitamos seleccionar los puntos que mayor variación FK del strain tengan, que corresponden a las zonas de color naranja de la figura 4.5. Empezamos seleccionando los puntos que estén por encima del percentil 99% de la matriz en la que se encuentran los datos del strain transformados, y a partir de estos calculamos el índice que corresponde al centro de masas para cada frecuencia con la función de python *center_of_mass*. Esta función devuelve la posición del centro de masas del vector o la matriz que introduzcamos (hace la suma del producto de cada elemento por su posición, y lo divide entre la suma del valor de todos los elementos). Escogemos este método en lugar de por ejemplo seleccionar el valor máximo porque de esta forma se tienen en cuenta todos los valores de cada columna, con el otro procedimiento podría darse el caso de que en algún punto el máximo estuviera más desviado y nos hubiera perjudicado.

Así, obtenemos las coordenadas (k, f) interpolando el valor de k para el índice obtenido en cada frecuencia. Los puntos resultantes quedan ilustrados en la figura 4.7.

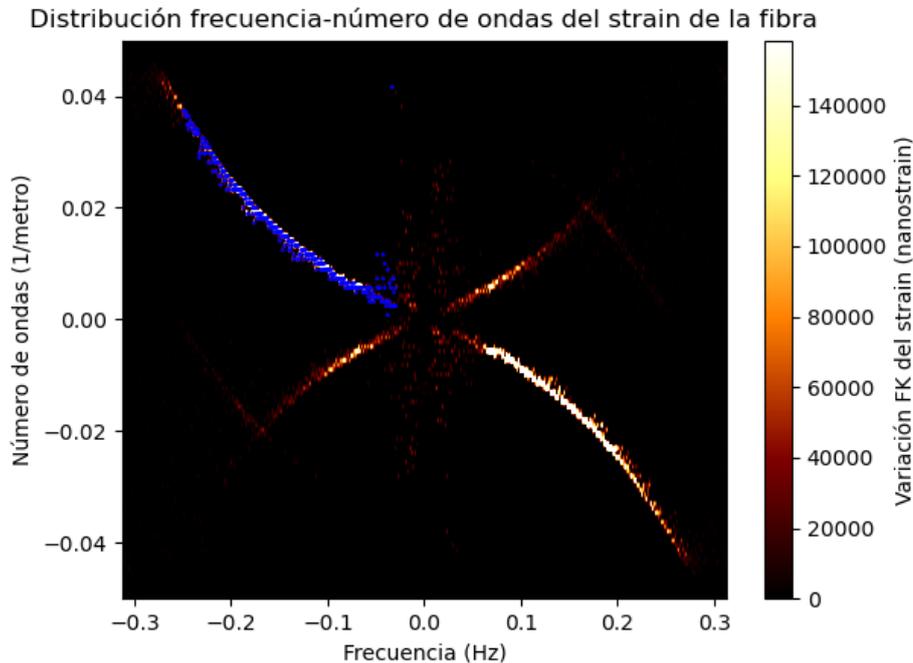


Figura 4.7: Distribución FK del 22 de octubre a las 12:39 h con los puntos seleccionados.

Vemos que en algunas zonas de la curva no se ha seleccionado ningún punto. Esto es porque, como se puede apreciar en la figura 4.7, en la parte cercana a los 0.0 Hz se dejan de distinguir las curvas dando lugar a unas líneas verticales; y para evitar tomar dichas líneas a la hora de hacer el ajuste hemos elegido el límite de las frecuencias en -0.03 Hz en el caso de la

dirección hacia la costa y 0.03 Hz en el otro caso. Asimismo, aproximándonos a los extremos de la frecuencia, las curvas también tienden a desaparecer, de modo que hemos seleccionado el otro límite de las frecuencias como -0.25 Hz hacia la costa y 0.15 Hz mar adentro.

No obstante, se puede apreciar en la figura 4.7 que aún así hay algunos puntos dispersados. Por esta razón y para mejorar la calidad del ajuste en general, se retirarán los puntos que más se alejen de la curva calculada. Para ello se ha hecho el ajuste una primera vez (con la función *curve_fit*, que utiliza el método de Mínimos cuadrados no lineales para ajustar los datos introducidos a la función deseada), obteniendo un primer valor de la profundidad, y se han calculado los residuos de cada punto (concretamente el valor absoluto). A continuación se ha calculado la media de estos, y se ha tomado como criterio de eliminación que el residuo sea mayor que la media:

$$\sqrt{(\omega_j(k_j, h_j) - f_j)^2} > \frac{\sum_{i=0}^{35} \sqrt{(\omega_i(k_i, h_i) - f_i)^2}}{35}. \quad (4.4)$$

De esta forma, se volverá a realizar el ajuste tomando solo aquellos puntos cuyo residuo sea menor que la media consiguiendo un nuevo valor de la profundidad más exacto. Los puntos elegidos están representados en la figura 4.8.

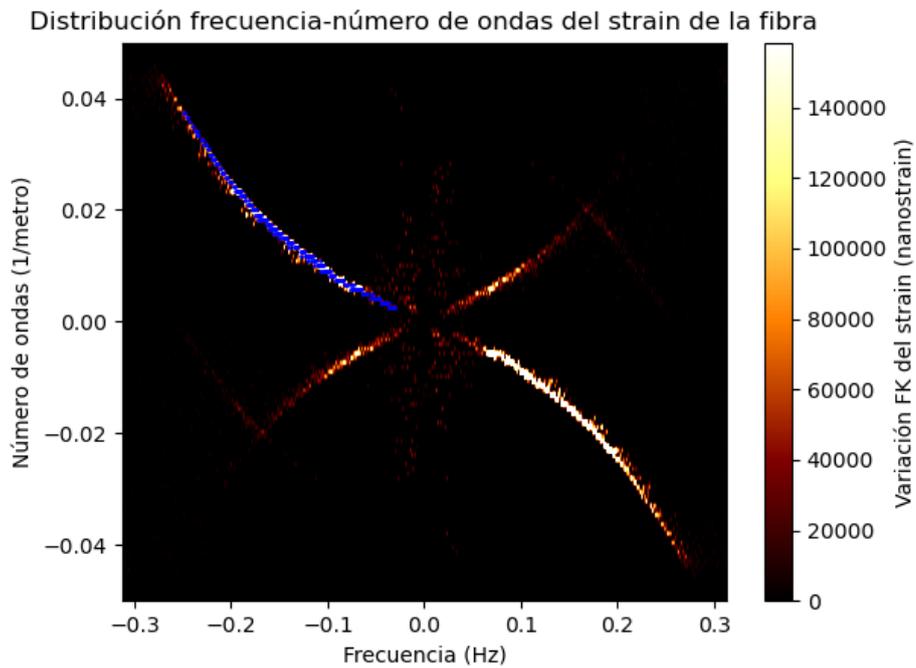


Figura 4.8: Distribución FK del 22 de octubre a las 12:39 h tras el descarte final de puntos.

Se puede apreciar mejor el descarte de los puntos antes y después de realizar el ajuste y aplicar el criterio de descarte en la figura 4.9.

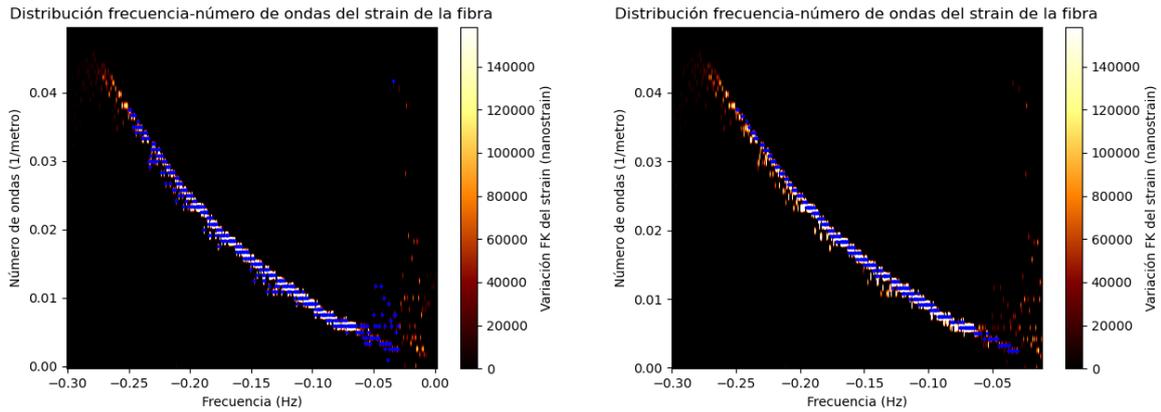


Figura 4.9: Distribución FK del 22 de octubre a las 12:39 h con los puntos seleccionados antes (izquierda) y después (derecha) de aplicar el criterio de descarte.

Este proceso se ha realizado tanto para la curva de las olas en dirección a la costa como para la curva de las olas en dirección contrapropagante. El resultado de los ajustes se muestra en la figura 4.10.

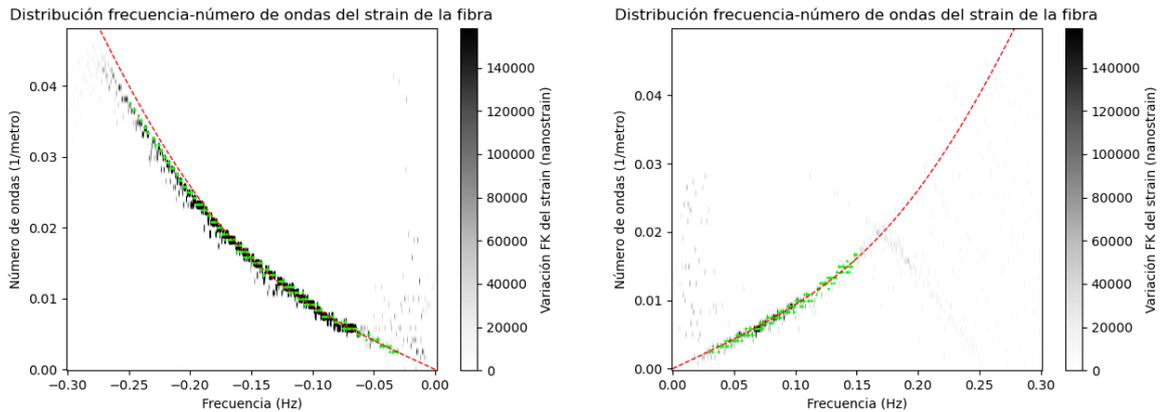


Figura 4.10: Distribución FK del 22 de octubre a las 12:39 h habiendo descartado los puntos y con el ajuste.

A pesar de que la curva experimental y la calculada en el ajuste son muy similares, observamos en la figura 4.10 una ligera desviación de la curva teórica respecto a la experimental en la zona de las frecuencias más bajas. Asimismo, obtenemos valores distintos de la altura de la masa de agua para las dos direcciones de propagación de las olas, siendo para la hora seleccionada (16.166 ± 0.010) m en el caso de la dirección hacia la costa y (14.110 ± 0.008) m en el otro caso, lo cual carece de sentido ya que las alturas deberían ser las mismas. En la figura 4.11 se muestran varios casos más en los que se desvía la curva experimental de la teórica; es un problema que está presente durante todo el tiempo de medida.

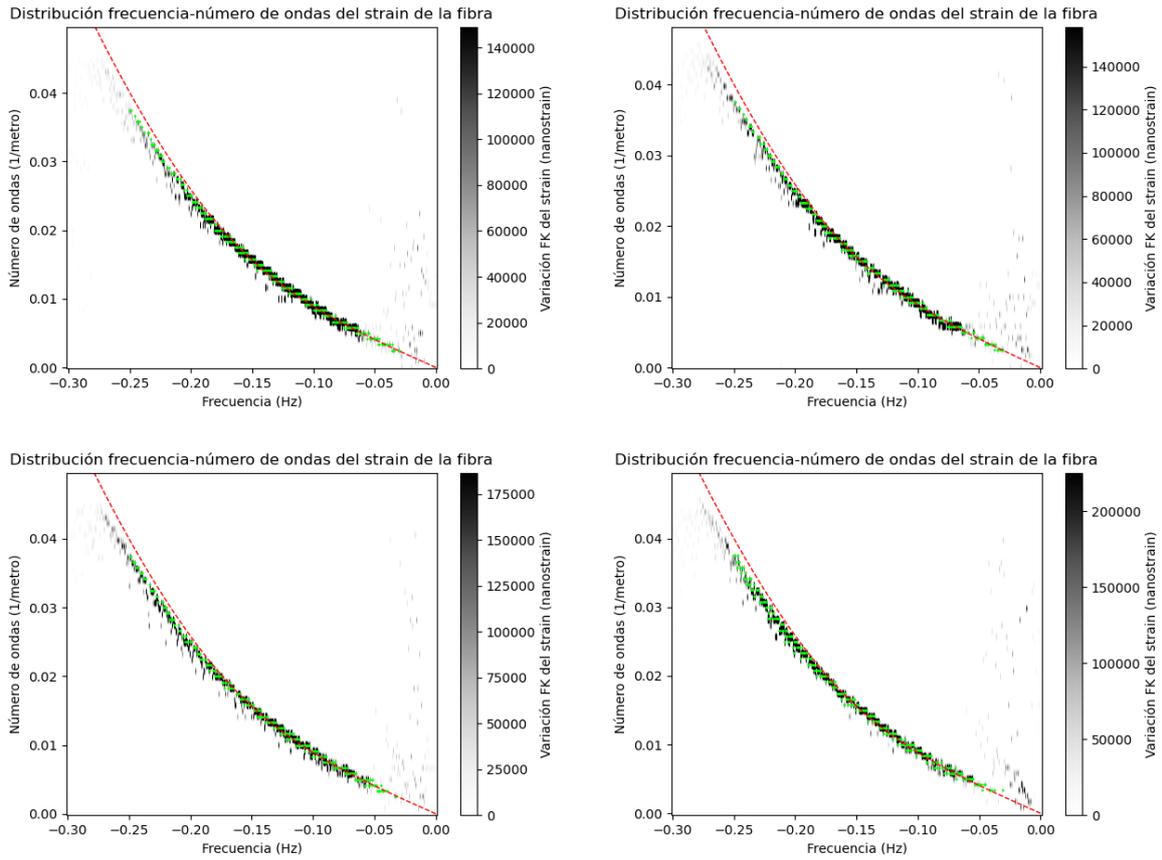


Figura 4.11: Distribución FK del 21 de octubre a las 23:39 h, 22 de octubre a las 12:39 h y 23 de octubre a las 00:39 h y 01:39 h en sentido hacia la costa con su ajuste.

Esto podría deberse a que las olas se ven afectadas por una corriente. Para comprobarlo, asumiremos que la corriente es pequeña y perturbaremos la relación de dispersión 4.3. Asimismo, supondremos también que la corriente es uniforme. De este modo, simplemente añadiremos un término correspondiente a una velocidad lineal a la relación de dispersión y volveremos a realizar el ajuste:

$$\omega = \sqrt{gk \tanh(kh)} + ck, \quad (4.5)$$

con c la velocidad de la corriente.

De esta forma, lo que obtendremos a continuación será la altura de la masa de agua y la velocidad de la corriente que afecta a las olas. El resultado se representa en la figura 4.12.

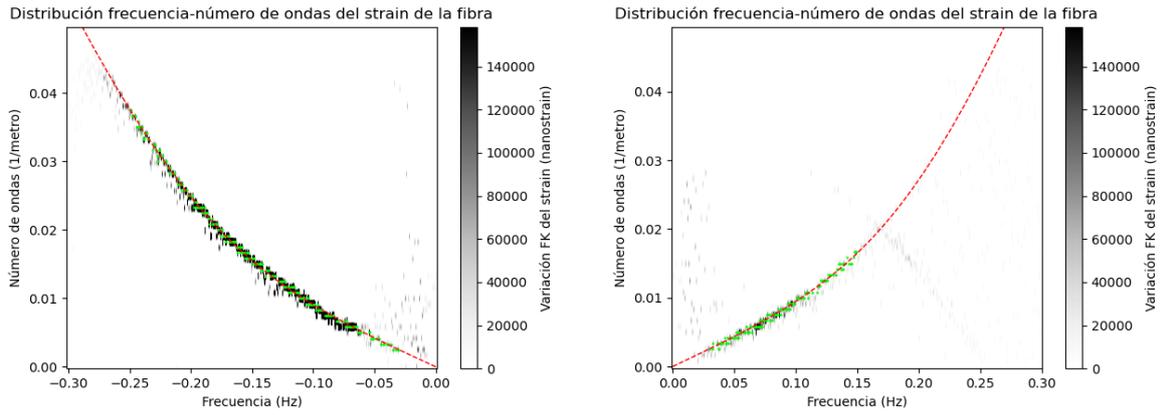


Figura 4.12: Distribución FK del 22 de octubre a las 12:39 h habiendo descartado los puntos y con el ajuste teniendo en cuenta la velocidad lineal.

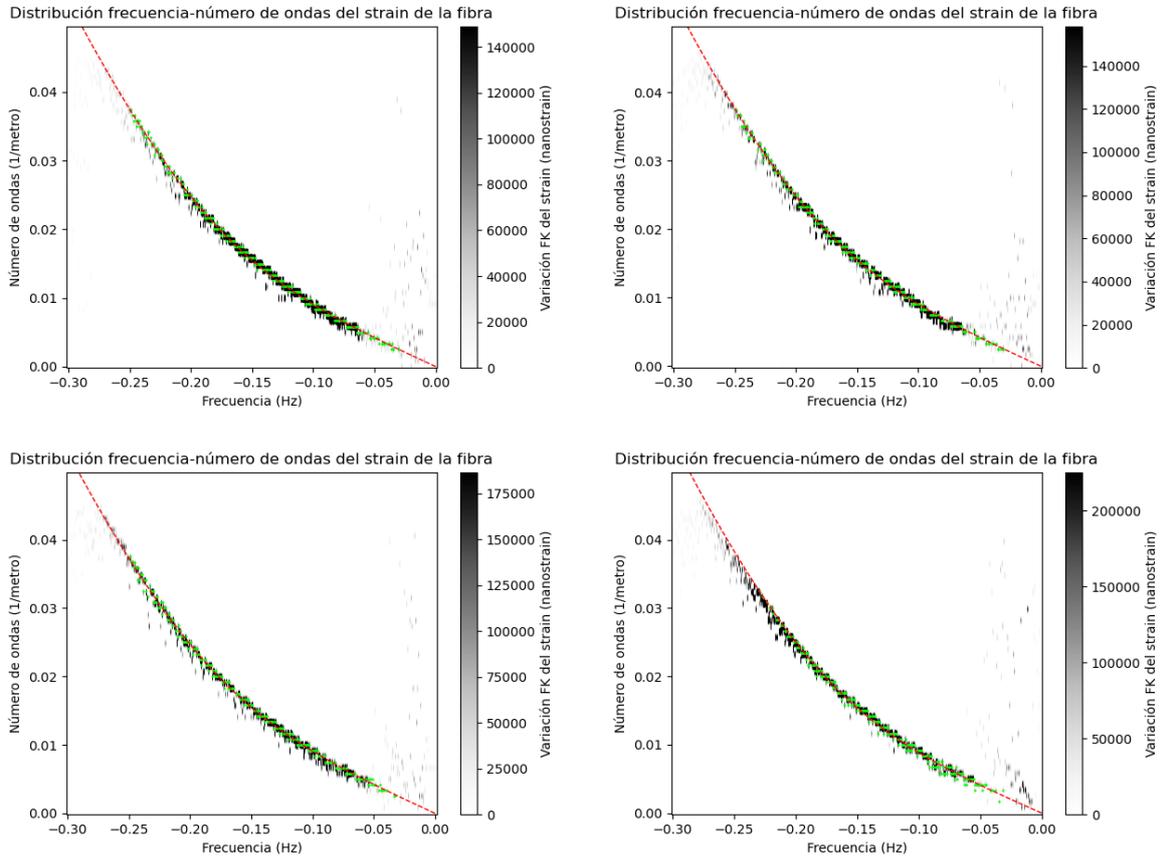


Figura 4.13: Distribución frecuencia-número de ondas del 21 de octubre a las 23:39 h, 22 de octubre a las 12:39 h y 23 de octubre a las 00:39 h y 01:39 h en sentido hacia la costa, habiendo introducido la velocidad lineal en el ajuste.

En este caso la curva teórica se asemeja más a la experimental en el caso de la dirección hacia la costa. La profundidad es en este caso (14.493 ± 0.005) m. Además, si hacemos el ajuste de las curvas con las olas con dirección mar adentro introduciendo la altura de su homólogo

en dirección a la costa, los ajustes siguen saliendo correctamente, como se puede ver en la figura 4.12. Por tanto, queda demostrado que en efecto se necesitaba introducir una velocidad relacionada con una corriente.

Por último, como observación, si comparamos la curva ajustada que se ha presentado, correspondiente a las 12:39 h del 22 de octubre, con la correspondiente a las 18:39 h del mismo día, se puede apreciar que la última es ligeramente más cerrada (figura 4.14).

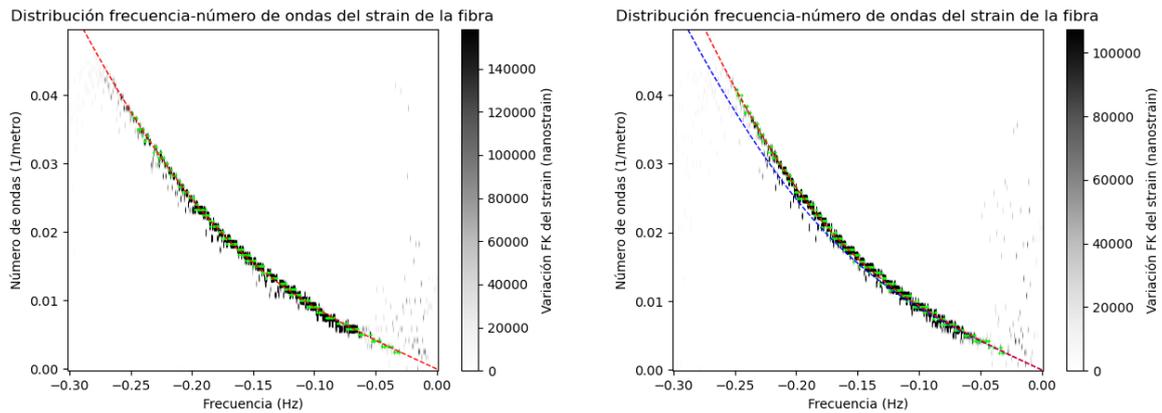


Figura 4.14: Comparación de la distribución en el espacio de frecuencias en a las 12:39 h y las 18:39 h.

Si hacemos esta comparación con cada gráfica, veremos que las curvas se van abriendo y cerrando periódicamente; concretamente cambian de tendencia (de abrirse pasan a cerrarse y viceversa) cada 6 horas aproximadamente. Esto correspondería a las subidas y bajadas de la marea y nos da un indicio de que lo que hemos hecho hasta ahora es correcto, ya que el periodo de la marea real es de cerca de 12 horas y media, de forma que las pleamares y bajamares son alrededor de cada 6 horas.

El parámetro de la expresión 4.5 que más contribuye a que se abra y se cierre es el término de la velocidad de corriente. Se presentan en la tabla 4.1 algunos valores de la velocidad en diferentes momentos del día para corroborar lo expuesto anteriormente.

Velocidad de la corriente		
Fecha y hora	Valor (m/s)	Error (m/s)
21/10 23:39 h	-0.219	0.009
22/10 06:39 h	0.074	0.006
22/10 11:39 h	-0.226	0.008
22/10 21:39 h	0.103	0.007
23/10 00:39 h	-0.141	0.020

Tabla 4.1: Valores de la velocidad de la corriente en diferentes momentos.

5. Resultados

En esta sección obtendremos la profundidad del mar en la zona de la fibra óptica que hemos estudiado y la velocidad de la corriente para cada hora. Asimismo, discutiremos los resultados obtenidos y los compararemos con datos reales de las fechas que nos conciernen.

5.a. Obtención de la profundidad y velocidad de corriente

De las curvas ajustadas a partir de las distribuciones FK obtenemos la altura de la masa de agua y la velocidad de la corriente para cada hora.

Dado que la marea sube y baja periódicamente y la velocidad de corriente está estrechamente relacionada, ambas series de puntos deberían tomar una forma sinusoidal. De este modo, ajustaremos ambas curvas a una expresión del tipo

$$f(\omega) = A \cos(\omega t + \varphi) + B, \quad (5.1)$$

y de aquí obtener el periodo de cada curva. Utilizaremos los valores obtenidos con las curvas de las olas en dirección propagante, ya que al tener mayor intensidad y haber más puntos es más fiable.

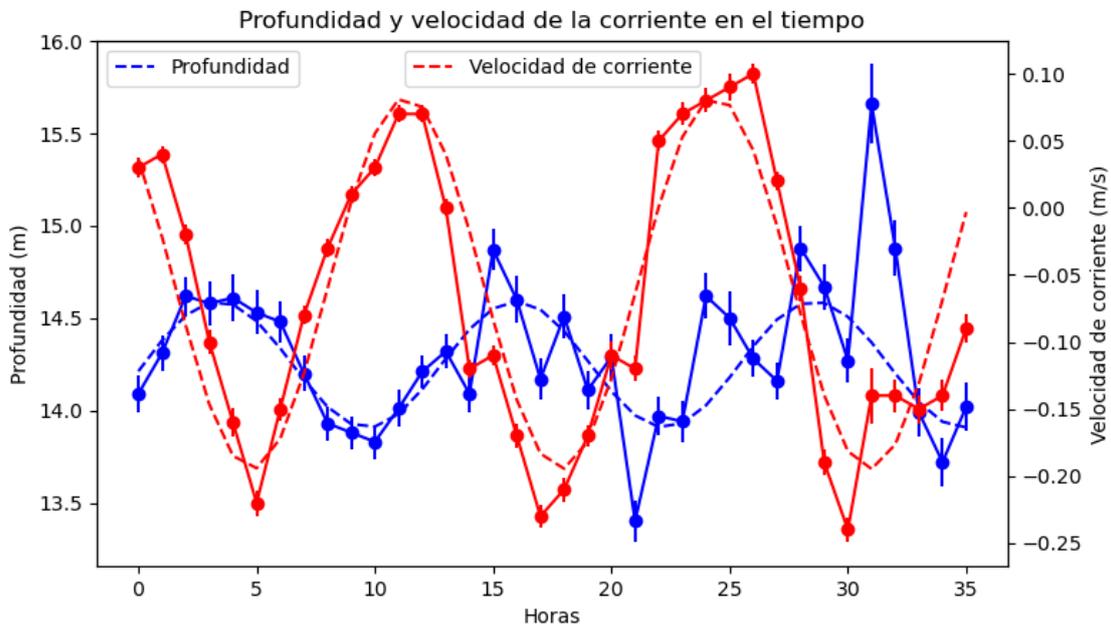


Figura 5.1: Altura de la masa de agua y velocidad de la corriente desde el 21 de octubre a las 18:39 h junto con su ajuste.

Profundidad				
	A (m)	ω (h ⁻¹)	φ	B (m)
Valor	0.34	0.499	-1.68	14.25
Incertidumbre	0.06	0.019	0.33	0.04
Velocidad de la corriente				
	A (m)	ω (h ⁻¹)	φ	B (m)
Valor	0.139	0.481	0.84	-0.056
Incertidumbre	0.011	0.007	0.13	0.008

Tabla 5.1: Valores obtenidos en el ajuste de la profundidad y la velocidad de la corriente.

Los valores de ω que obtenemos en cada caso es $(0.481 \pm 0.007) \text{ h}^{-1}$ en el caso de la velocidad de corriente y $(0.499 \pm 0.019) \text{ h}^{-1}$ en el caso de la profundidad, como se puede ver en la tabla 5.1. Estas frecuencias corresponden a un periodo de 13 h 4 min \pm 11 min y 12 h 35 min \pm 29 min respectivamente (recordemos que $\omega = 2\pi f = \frac{2\pi}{T}$). El periodo de las mareas que deberíamos obtener es de 12h 25min, según el Instituto Geográfico Nacional [8].

A pesar de que los valores son razonablemente correctos, vemos en la figura 5.1 que los puntos correspondientes a la profundidad se desvían considerablemente de la curva ajustada a partir de las 14 horas. Podemos intentar mejorar un poco los resultados repitiendo el proceso de descarte de los puntos, de forma que se ha hecho el ajuste y descartado los puntos que no cumplen el criterio mencionado anteriormente (que los residuos sean mayores que la media, expresión 4.4) una vez más.

Así pues, los ajustes de las curvas en el espacio de frecuencias quedan ilustrados en la figura 5.2.

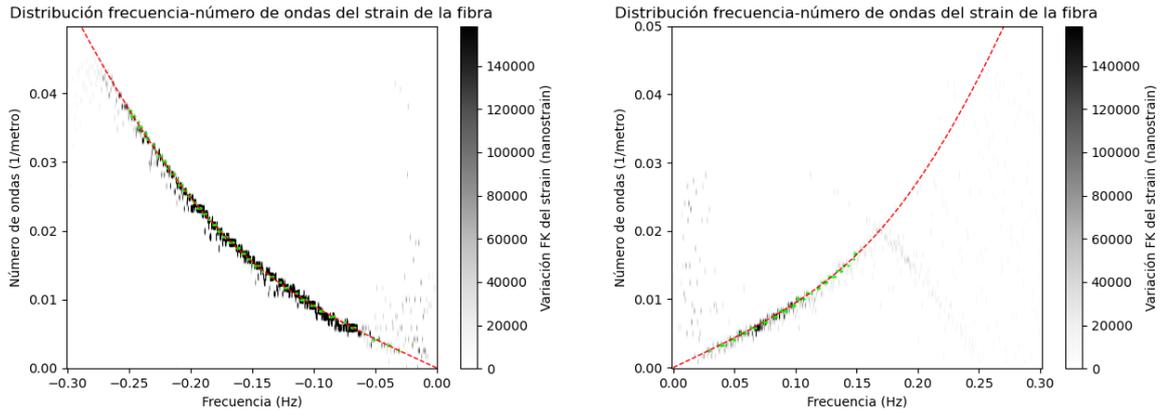


Figura 5.2: Distribución frecuencia-número de ondas del 22 de octubre a las 12:39 h habiendo descartado dos veces los puntos y con su ajuste.

De esta forma, ajustando los nuevos puntos calculados a curvas como la de la expresión 5.1 obtenemos la figura 5.3. Los valores resultantes de los ajustes se pueden ver en la tabla 5.2.

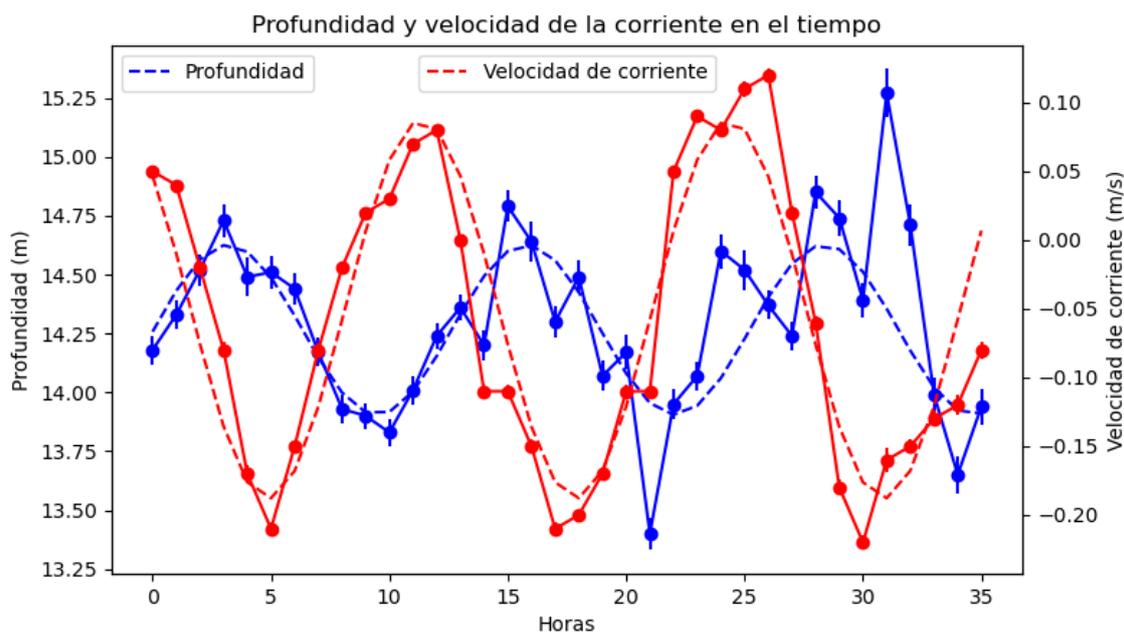


Figura 5.3: Altura de la masa de agua y velocidad de la corriente desde el 21 de octubre a las 18:39 h junto con su ajuste habiendo realizado dos descartes.

Profundidad				
	A (m)	ω (h^{-1})	φ	B (m)
Valor	0.36	0.499	-1.59	14.27
Incertidumbre	0.05	0.015	0.28	0.04
Velocidad de la corriente				
	A (m)	ω (h^{-1})	φ	B (m)
Valor	0.138	0.483	0.79	-0.050
Incertidumbre	0.010	0.007	0.12	0.007

Tabla 5.2: Valores obtenidos en el ajuste de la profundidad y la velocidad de la corriente tras haber hecho un segundo descarte.

En este caso vemos que los picos de la profundidad están ligeramente más pronunciados. Los valores calculados apenas se diferencian con respecto a los anteriores y además se aprecia en la figura 5.2 que no hay puntos desviados, de modo que no merece la pena hacer ningún descarte más.

Los periodos obtenidos en este caso son de 12 h 35 min \pm 23 min para la profundidad y 13 h 0 min \pm 11 min para la velocidad de la corriente.

5.b. Discusión

Observamos en la figura 5.3 que en efecto la evolución temporal de la serie presenta un carácter periódico. A primera vista ya se puede observar que los puntos no coinciden del todo

con las curvas obtenidas, especialmente la curva de la profundidad. Es destacable en esta última que los puntos se desvían más de la curva a medida que avanzan las horas. Esto no ocurre con la velocidad de corriente, de modo que a priori podemos pensar que hay algún factor externo afectando únicamente al nivel del agua y no a la corriente. A pesar de esto, el periodo obtenido de la profundidad mediante el ajuste es muy similar al real, desviándose solo 0.46 sigmas, lo cual indica que la corrección de la función de dispersión mediante la inclusión del término de velocidad parece adecuada.

Por otra parte, la velocidad de la corriente y la subida y bajada de agua están relacionadas. Tomamos como sentido positivo el agua moviéndose hacia mar adentro. Por un lado, cuando la marea sube, el agua se dirige hacia la costa, de modo que la velocidad es negativa. De igual forma, cuando la marea baja, la velocidad debería ser positiva. Este dibujo se puede observar también en la figura 5.3. Por otro lado, los periodos deberían ser los mismos idealmente. Si calculamos el número de sigmas entre ellos obtenemos 0.95, de modo que se cumple. Como era de esperar, el número de sigmas entre el periodo de la velocidad de la corriente y el real, si bien no lo es tanto, también es razonablemente bajo: de 3.27.

No obstante, debemos comparar los datos obtenidos con datos reales de los días en los que se realizaron las medidas analizadas. Estos últimos están a disposición del público por Puertos del Estado [9]. En la figura 5.4 se muestran las medias horarias del nivel del mar, con las medidas recogidas por el mareógrafo de Tarifa, cuya localización se muestra en la figura 5.6.

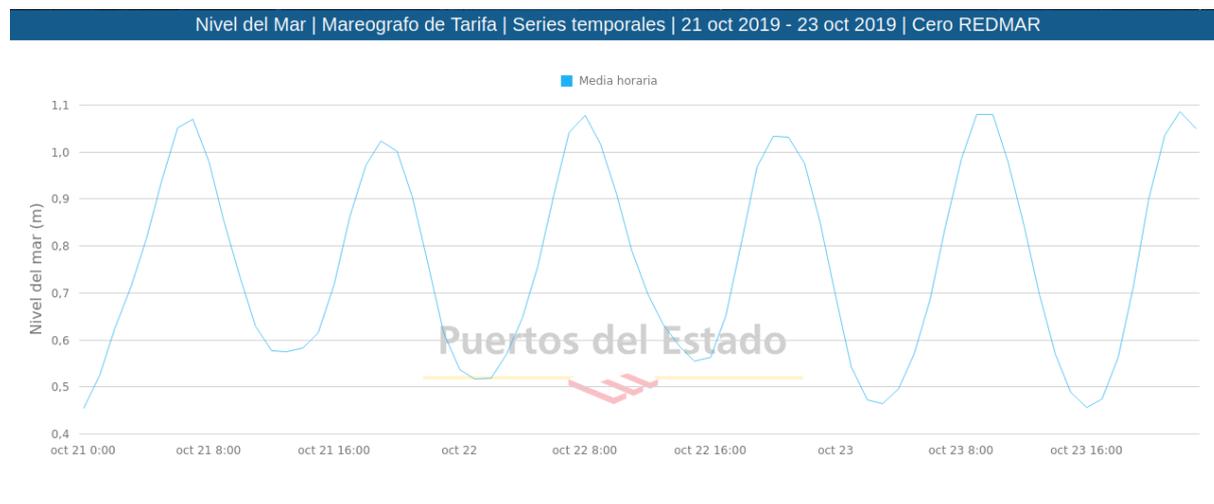


Figura 5.4: Nivel del mar desde el día 21 de octubre de 2019 al 23 de octubre de 2019.

Comencemos comparando las pleamares y bajamares de las figuras 5.3 y 5.4 (tabla 5.3). En el caso de los datos obtenidos aquí, los máximos y mínimos se han tomado fijándonos en la curva ajustada y no de los puntos experimentales.

Pleamar		
Fecha	Calculados	Mareógrafo de Tarifa
21 de octubre	21:39	19:00
22 de octubre	10:39	8:00
22 de octubre	22:39-23:39	20:00-21:00
Bajamar		
Fecha	Calculados	Mareógrafo de Tarifa
22 de octubre	3:39-4:39	1:00-2:00
22 de octubre	16:39-17:39	15:00-16:00
23 de octubre	5:39	3:00

Tabla 5.3: Comparación de las pleamares y bajamares obtenidas aquí y procedentes del mareógrafo de Tarifa.

Vemos en la tabla 5.3 que las pleamares y bajamares que hemos calculado nosotros están retrasadas unas 2 horas y 40 minutos. Una posible causa que podría contribuir a esto es que en el caso del mareógrafo de Tarifa los datos están promediados durante una hora, mientras que los nuestros corresponden a media hora. Aun así, cabe destacar que este desfase se mantiene prácticamente constante, de modo que de nuevo hemos comprobado que el periodo es el mismo.

Ahora que hemos confirmado que nuestros datos se corresponden con las mareas, veamos qué es lo que ha podido contribuir a la desviación de los puntos de la profundidad a medida que pasa el tiempo.

Algo que pueda afectar a la altura de la masa de agua podría ser el oleaje causado por ejemplo por vientos fuertes. Podemos comprobar el oleaje en aquellas fechas a partir de nuevo de los datos de la altura significativa del oleaje de Puertos del Estado, que en este caso han sido calculados numéricamente. A la hora de elegir el punto del mar entre aquellos en los que se han realizado los cálculos, hemos escogido uno cercano a la costa (figura 5.6) frente a otro que también se situaba próximo a donde se encuentra la fibra óptica. La razón es simplemente que el segmento de cable que hemos analizado se encuentra también más próximo a la costa que al mar abierto.

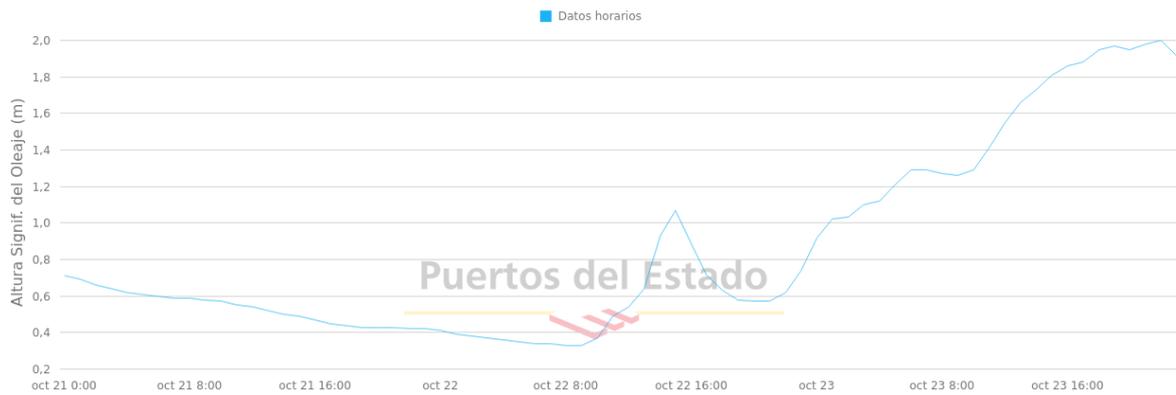


Figura 5.5: Altura significativa del oleaje desde el día 21 de octubre de 2019 al 23 de octubre de 2019.

En la figura 5.5 podemos observar que la altura de las olas comienza a elevarse en torno a las 10 h de la mañana del 22 de octubre, llegando a un pico a las 15 h y comenzando otra ascensión alrededor de las 22 h. Si nos referimos a la figura 5.3, vemos que comienzan a desviarse los puntos a las 8:39 h del 22 de octubre, con un pico muy desviado a las 15:39 h y también especialmente a partir de las 0:39 h del 23 de octubre, que precisamente según la figura 5.5 es cuando más oleaje hay. De esta forma, podríamos afirmar que en efecto el oleaje ha sido la causa de la poca exactitud de los puntos, y no un error en el tratamiento de los datos.



Figura 5.6: Localización del mareógrafo de Tarifa (derecha) y el punto del que se ha obtenido el oleaje (izquierda).

6. Conclusiones

Nuestro objetivo era estudiar cómo obtener el espesor de la capa de agua y la velocidad de la corriente del agua a partir de la relación de dispersión de las olas.

Mediante las medidas de la deformación de la fibra hemos podido ver cómo se propagan las olas en el apartado 4.b, y tras aplicar la transformada FK hemos obtenido en la sección 4.c los mapas de dispersión que nos han permitido analizar la relación de dispersión de las ondas de gravedad. Hemos visto mediante el ajuste a las curvas que en efecto el parámetro obtenido en las direcciones contrapropagantes no coincide, y se ha corregido la expresión 4.3 a la 4.5 incluyendo un término relacionado con la corriente de agua.

De esta forma, hemos obtenido en la sección 5.a un valor de la profundidad del mar y las velocidades de corriente para cada hora. Nuestros resultados los hemos comparado con datos reales. Como se ha visto en la sección 5.b, la evolución temporal de nuestros valores obtenidos adquieren una forma sinusoidal cuyos periodos coinciden aproximadamente con el periodo de las mareas que se debería obtener. Asimismo, nuestros máximos y mínimos ocurren en momentos cercanos a las pleamares y bajamares de la literatura. No obstante, estos no coinciden exactamente y además algunos puntos se desvían de la curva teórica, especialmente en la profundidad. En esta última, las mayores desviaciones coinciden con un periodo donde hay mayor oleaje.

Así pues, hemos visto que podemos obtener a partir de los datos de la deformación de la fibra la altura de la capa de agua y la velocidad de la corriente mediante la relación de dispersión de las olas, a la que se le ha necesitado añadir el término de la velocidad de corriente. Los datos que se pueden obtener con este método son además relativamente fiables, aunque es conveniente tener en cuenta las limitaciones de la técnica: por ejemplo no detectar las corrientes cuya dirección no es paralela a la fibra o tener que asumir corrientes pequeñas y uniformes.

Por estas razones podemos afirmar que hemos cumplido con todos los objetivos dispuestos en la sección 2.

Referencias

- [1] Caridad Zazo. *Cambio climático y nivel del mar: La Península Ibérica en el contexto global*. Proyectos CGL 2005-01336 BTE y CGL 2005- 04655, Proyecto IGCP-495; INQUA Coastal y Marine Processes Commission., 2006.
- [2] Nils C Krueck et al. “Ocean currents and the population genetic signature of fish migrations”. En: *Ecology* 101.3 (2020), e02967.
- [3] Ethan Williams et al. “Surface gravity wave interferometry and ocean current monitoring with Ocean-Bottom DAS”. En: *Journal of Geophysical Research: Oceans* 127.5 (mayo de 2022). DOI: [10.1029/2021jc018375](https://doi.org/10.1029/2021jc018375). URL: <https://doi.org/10.1029/2021jc018375>.
- [4] Boris G. Gorshkov et al. “Scientific Applications of Distributed Acoustic Sensing: State-of-the-Art Review and Perspective”. En: *Sensors* 22.3 (2022). ISSN: 1424-8220. DOI: [10.3390/s22031033](https://doi.org/10.3390/s22031033). URL: <https://www.mdpi.com/1424-8220/22/3/1033>.
- [5] Andrea de la Sen Osende. “Generation of gravity waves in an experimental facility”. B.S. thesis. 2019.
- [6] Maarten W Dingemans. *Water wave propagation over uneven bottoms: Linear wave propagation*. Vol. 13. World Scientific, 2000.
- [7] Juan Pastor-Graells et al. “Single-shot distributed temperature and strain tracking using direct detection phase-sensitive OTDR with chirped pulses”. En: *Optics express* 24.12 (2016), págs. 13121-13133.
- [8] Instituto Geográfico Nacional. *Instituto Geográfico Nacional*. URL: <https://www.ign.es/web/gds-la-red-mareografos>.
- [9] Puertos del Estado. *Puertos del Estado*. URL: <https://www.puertos.es/es-es/oceanografia/Paginas/portus.aspx>.