

27041 - Variedades diferenciables

Información del Plan Docente

Año académico: 2022/23

Asignatura: 27041 - Variedades diferenciables

Centro académico: 100 - Facultad de Ciencias

Titulación: 453 - Graduado en Matemáticas

Créditos: 6.0

Curso: 4

Periodo de impartición: Primer semestre

Clase de asignatura: Optativa

Materia:

1. Información Básica

1.1. Objetivos de la asignatura

Se trata de una asignatura optativa de 6 ECTS que se imparte en el primer semestre. El objetivo es introducir resultados y herramientas propias de la geometría diferencial, que permiten el estudio de una amplia clase de espacios y tienen aplicaciones en otras ramas de las matemáticas y la física. Los objetos de estudio son las variedades diferenciables y las aplicaciones entre ellas.

Estos planteamientos y objetivos están alineados con los siguientes Objetivos de Desarrollo Sostenible (ODS) de la Agenda 2030 de Naciones Unidas (<https://www.un.org/sustainabledevelopment/es/>), de tal manera que la adquisición de los resultados de aprendizaje de la asignatura proporciona capacitación y competencia para contribuir en cierta medida a su logro: Objetivo 4: Educación de calidad; Objetivo 5: Igualdad de género; Objetivo 8: Trabajo decente y crecimiento económico; Objetivo 9: Industria, innovación e infraestructuras; Objetivo 10: Reducción de las desigualdades; Objetivo 17: Alianzas para lograr los objetivos.

1.2. Contexto y sentido de la asignatura en la titulación

Asignatura situada dentro del módulo Ampliación de Geometría y Topología. Es una asignatura cuyos contenidos tienen conexiones con otros campos de las matemáticas y la física, además de la propia geometría y topología. Permite al estudiante adquirir habilidades y herramientas específicas para progresar en tales campos.

1.3. Recomendaciones para cursar la asignatura

Se recomienda tener superadas las asignaturas de Álgebra lineal, Análisis Matemático I y II y aquellas del módulo Fundamentos de Geometría y Topología.

2. Competencias y resultados de aprendizaje

2.1. Competencias

Al superar la asignatura, el estudiante será más competente para:

- Desenvolverse en el manejo de los objetivos descritos en el punto 2.2.
- CG3. Tener la capacidad de reunir e interpretar datos relevantes, particularmente en el área de las matemáticas, para emitir juicios, usando la capacidad de análisis y abstracción, que incluyan una reflexión sobre temas relevantes de índole social, científica o ética.
- CG5: Haber desarrollado aquellas habilidades de aprendizaje necesarias para emprender estudios posteriores en matemáticas con un alto grado de autonomía.
- CT1. Saber expresar con claridad, tanto por escrito como de forma oral, razonamientos, problemas, informes, etc.
- CE1. Comprender y utilizar el lenguaje y método matemáticos. Conocer demostraciones rigurosas de teoremas básicos de las distintas ramas de la Matemática.

2.2. Resultados de aprendizaje

El estudiante, para superar esta asignatura, deberá demostrar los siguientes resultados:

- Comprender las nociones de variedad diferenciable y aplicación diferenciable entre variedades.
- Ser capaz de realizar cálculos en coordenadas.
- Reconocer y construir nuevas variedades como subvariedades de otras dadas.
- Determinar propiedades de variedades con estructura métrica y/o estructura de grupo.

2.3. Importancia de los resultados de aprendizaje

Los resultados de aprendizaje proporcionan habilidades básicas dentro del grado (véase *Contexto y sentido de la asignatura en la titulación*).

3. Evaluación

3.1. Tipo de pruebas y su valor sobre la nota final y criterios de evaluación para cada prueba

El estudiante deberá demostrar que ha alcanzado los resultados de aprendizaje previstos mediante las siguientes actividades de evaluación:

A lo largo del curso se realizarán ejercicios escritos de problemas y cuestiones sobre los temas tratados.

Se propondrán trabajos sobre temas complementarios de la asignatura que se presentarán oralmente en clase.

Dichos ejercicios junto con la participación oral en las clases y los trabajos de complementación de los temas que se propondrán a lo largo del curso, servirán para la calificación del seguimiento del curso (NC).

Dicha calificación supondrá el 70% de la nota final.

El 30% restante provendrá del examen final (EF) realizado al finalizar el periodo lectivo de la asignatura.

Sin menoscabo del derecho que, según la normativa vigente, asiste al estudiante para presentarse y, en su caso, superar la asignatura mediante la realización de una prueba global, que será el examen final anunciado antes.

Con lo cual la calificación final será el máximo entre (EF) y $0,7(\text{NC})+0,3(\text{EF})$.

4. Metodología, actividades de aprendizaje, programa y recursos

4.1. Presentación metodológica general

El proceso de aprendizaje que se ha diseñado para esta asignatura se basa en lo siguiente:

La metodología que se sigue en esta asignatura está orientada a la adquisición de los resultados de aprendizaje.

Para ello se realizarán clases de teoría, sesiones de problemas participativas y tutorías, así como el estudio y trabajo personal del alumno.

Los trabajos propuestos sobre temas complementarios de la asignatura serán supervisados por el profesor en las tutorías a lo largo del curso.

4.2. Actividades de aprendizaje

- Clases de teoría en forma de exposiciones (tres sesiones semanales).
- Clases de problemas participativas (una sesión semanal).
- Tutorías (incluyendo la supervisión de trabajos propuestos).
- Estudio y trabajo personal del alumno.
- Apoyo a la formación mediante documentos y enlaces en la página de la asignatura en el ADD de la universidad, <https://moodle.unizar.es>.

Las actividades docentes y de evaluación se llevarán a cabo de modo presencial salvo que, debido a la situación sanitaria, las disposiciones emitidas por las autoridades competentes y por la Universidad de Zaragoza dispongan realizarlas de forma telemática.

4.3. Programa

1. Variedades diferenciables.
2. Variedades y aplicaciones diferenciables.
3. Topología de la variedad. Particiones de la unidad.
4. Espacio tangente. Diferenciación sobre una variedad.
5. Submersiones, inmersiones y encajes.
6. Subvariedades.

7. Acciones de grupos de Lie.
8. Curvas integrales y flujos.
9. La derivada de Lie.
10. Subgrupos uniparamétricos de un grupo de Lie.
11. La aplicación exponencial.
12. El teorema del subgrupo cerrado.

4.4. Planificación de las actividades de aprendizaje y calendario de fechas clave

Calendario de sesiones presenciales y presentación de trabajos:

Se anunciarán en clase y en el ADD con suficiente antelación.

El trabajo se expondrá en las últimas semanas del curso en función del número de alumnos.

La prueba final del curso se realizará según el calendario académico de la Facultad.

4.5. Bibliografía y recursos recomendados

- Lee, J.M.: Introduction to smooth manifolds. Second edition. Graduate Texts in Mathematics, 218. Springer, New York, 2013.
- Lee, J.M.: Introduction to Riemannian manifolds. Second edition. Graduate Texts in Mathematics, 176. Springer, Cham, 2018.
- Auslander, L; Mackenzie, R.E.: Introduction to Differentiable Manifolds. Mc.Graw-Hill. 1963.
- Boothby, W.M.: An introduction to Differentiable Manifolds and Riemannian Geometry . Ac. Press. 1975.
- Brickell, F.; Clark, R.S.: Differentiable Manifolds . Van Nostrand, 1970.
- Warner, F.W.: Foundations of differentiable manifolds and Lie groups. Corrected reprint of the 1971 edition. Graduate Texts in Mathematics, 94. Springer-Verlag, New York-Berlin, 1983.
- Burns, K; Gidea, M.: Differentiable Geometry and Topology. Chapman & Hall /CRC. 2005.
- Conlon, L.: Differentiable Manifolds. A First Course. Birkhäuser, 1993.
- Gamboa, J.M.; Ruiz J.M.: Iniciación al estudio de las Variedades Diferenciables. Sanz y Torres 2016.
- Outerelo, E.; Ruiz, J.M; Rojo, J.A.: Topología Diferencial. Sanz y Torres 2014.

<http://psfunizar10.unizar.es/br13/egAsignaturas.php?codigo=27041>