



Universidad
Zaragoza

Anexos

**Diseño, cálculo y modelado de grúa para descarga
lateral de contenedor de 37 toneladas**

**Design, calculation and modeling of a crane for
lateral unloading of 37-ton container**

Autor/es

Javier Ramón Cerdán

Director/es

D. Javier Abad Blasco

Escuela de ingeniería y arquitectura
2023

Índice de anexos

A. Dimensionamiento brazo superior:	10
A.1-Análisis de posiciones: determinación de esfuerzos	11
A.2-Dimensionamiento del perfil	24
A.3-Uniones con pasadores: diámetros y sobreespesores:	27
A.3.1-Dimensionamiento del diámetro de los pasadores.....	27
A.3.2-Dimensionamiento del espesor.....	29
B. Dimensionamiento brazo inferior:.....	31
B.1-Análisis de posiciones: determinación de esfuerzos	32
B.2-Dimensionamiento del perfil	46
B.3 RESUMEN MEFI: FUERZAS EN CILINDROS Y PASADORES:	49
B.4-Uniones con pasadores: diámetros y sobreespesores:	52
B.4.1-Dimensionamiento del diámetro de los pasadores.....	52
B.4.2-Dimensionamiento del espesor	54
C. Dimensionamiento del cilindro hidráulico superior e inferior:.....	56
D.MODELADOS	62
D.1-Chasis.....	62
D.2 - Unión chasis-brazos	63
D.2.1 - Base.....	63
D.2.2 - Pletinas	65
D.3 - Brazos	66
D.4 - Pata estabilizadora:	67
D.5 Ensamblajes	68
D.5.1 - Ensamblaje mecanismo inferior (brazo y cilindro inferiores).....	68
D.5.2 - Ensamblaje mecanismo superior (brazo y cilindro superiores).....	69
D.5.3 - Ensamblaje apoyo pata estabilizadora (pata con apoyo)	70
D.5.4 - Ensamblaje final pata estabilizadora	70
D.5.5 - Ensamblaje final:.....	71
E. Análisis estáticos	73
E.1 Primera Aproximación a las condiciones de apoyo del chasis	74
E.2 Segunda Aproximación a las condiciones de apoyo del chasis	76
E.3 Tercera aproximación a las condiciones de apoyo del chasis.....	80
E.3.1 - Brazos superiores	83
E.3.2 - Brazos inferiores.....	88
E.3.3 - Patas equilibradoras.....	95

Diseño, cálculo y modelado de grúa para descarga lateral de contenedor de 37 Toneladas

E.4 Resumen SolidWorks: fuerzas en cilindros y pasadores:	101
E.5 Resumen SolidWorks: tensiones, desplazamientos y fuerza resultante en apoyos:	110
E.6 Dimensionamiento cilindro hidráulico pata estabilizadora:	120
F. Comparación resultados MEFI-SOLIDWORKS	125
G. Documentación gráfica:.....	129
G.1 Chasis:	129
G.2 Brazo superior:.....	130
G.3 Brazo inferior:	130
G.4 Pata estabilizadora:	131
G.5 Base:.....	131
G.6 Pletinas:	132

Índice de ilustraciones

Imagen 1.- Ángulos brazos	10
Imagen 2.- Numeración nodos.....	10
Imagen 3.- Modelo MEFI caso 1.....	11
Imagen 4.- Momentos caso 1.....	11
Imagen 5.- Axil caso 1.....	11
Imagen 6.- Cortante caso 1	12
Imagen 7.- Modelo MEFI caso 2.....	12
Imagen 8.- Momentos caso 2.....	12
Imagen 9.- Axil caso 2.....	13
Imagen 10.- Cortante caso 2	13
Imagen 11.- Modelo MEFI caso 3.....	13
Imagen 12.- Momentos caso 3.....	14
Imagen 13.- Axil caso 3.....	14
Imagen 14.- Axil caso 3.....	14
Imagen 15.- Cortante caso 3	14
Imagen 16.- Modelo MEFI caso 5.....	15
Imagen 17.- Momentos caso 5.....	15
Imagen 18.- Axil caso 5.....	16
Imagen 19.- Cortante caso 5	16
Imagen 20.- Modelo MEFI caso 6.....	16
Imagen 21.- Cortante caso 6	16
Imagen 22.- Axil caso 6.....	17
Imagen 23.- Cortante caso 6	17
Imagen 24.- Coordenadas nodos caso 9	18
Imagen 25.- Modelo MEFI caso 9.....	18
Imagen 26.- Momentos caso 9.....	18
Imagen 27.- Axil caso 9.....	18
Imagen 28.- Cortante caso 9	19
Imagen 29.- D.S.L brazo superior	20
Imagen 30.- Triángulo superior	21
Imagen 31.- Diagrama esfuerzos brazo superior (analítico)	22
Imagen 32.- Ángulos brazos	31
Imagen 33.- Nodos Brazos.....	31
Imagen 34.- Modelo MEFI caso 1.....	32
Imagen 35.- Momentos caso 1- brazo inferior.....	32
Imagen 36.- Axil caso 1 - brazo inferior.....	33
Imagen 37.- Cortante caso 1 - brazo inferior	33
Imagen 38.- Modelo MEFI caso 2.....	33
Imagen 39.- Momentos caso 2 - brazo inferior.....	34
Imagen 40.- Axil caso 2 - brazo inferior.....	34
Imagen 41.- Cortante caso 2 - brazo inferior	34
Imagen 42.- Modelo MEFI caso 3.....	35
Imagen 43.- Momentos caso 3 - brazo inferior.....	35
Imagen 44.- Axil caso 3 - brazo inferior.....	36
Imagen 45.- Cortante caso 3 - brazo inferior	36
Imagen 46.- Modelo MEFI caso 5.....	37

Imagen 47.- Momentos caso 5 - brazo inferior.....	37
Imagen 48.- Axil caso 5 - brazo inferior.....	37
Imagen 49.- Cortante caso 5 - brazo inferior	38
Imagen 50.- Modelo MEFI caso 6.....	38
Imagen 51.- Coordenadas caso 6	38
Imagen 52.- Momentos caso 6 - brazo inferior.....	38
Imagen 53.- Axil caso 6 - brazo inferior.....	39
Imagen 54.- Cortante caso 6 - brazo inferior	39
Imagen 55.- Coordenadas nodos caso 9	40
Imagen 56.- Modelo MEFI caso 9.....	40
Imagen 57.- Momentos caso 9 - brazo inferior.....	40
Imagen 58.- Axil caso 9 - brazo inferior.....	40
Imagen 59.- Cortante caso 9 - brazo inferior	41
Imagen 60.- D.S.L. Brazo inferior.....	42
Imagen 61.- Triángulo inferior	43
Imagen 62.- Axil brazo inferior (analítico).....	44
Imagen 63.- Cortante brazo inferior (analítico)	44
Imagen 64.- Momento brazo inferior (analítico)	45
Imagen 65.- Triángulo cilindro superior	57
Imagen 66.- Triángulo cilindro superior	57
Imagen 67.- Gráfica Long. pandeo - Fuerza	59
Imagen 68.- Croquis perfil chasis	62
Imagen 69.- Chasis	63
Imagen 70.- Base	63
Imagen 71.- Acople base-chasis	64
Imagen 72.- Pletinas.....	65
Imagen 73.- Acople pletinas-base	65
Imagen 74.- Brazo superior	66
Imagen 75.- Brazo inferior.....	66
Imagen 76.- Pata estabilizadora	67
Imagen 77.- Ensamblaje brazo inferior y cilindro	68
Imagen 78.- Ensamblaje brazo superior y cilindro	69
Imagen 79.- Ensamblaje apoyo-pata estabilizadora	70
Imagen 80.- Ensamblaje pata estabilizadora y cilindro.....	70
Imagen 81.- Ensamblaje final	71
Imagen 82.- Ensamblaje final vista trasera	71
Imagen 83.- Ensamblaje final perfil.....	72
Imagen 84.- Excluir de análisis (SolidWorks).....	73
Imagen 85.- Modelo con varillas de vinculación y pasadores.....	74
Imagen 86.- Sujeciones primera aproximación.....	74
Imagen 87.- Resultado tensiones modelo primera aproximación	75
Imagen 88.- Resultado patas estabilizadoras.....	76
Imagen 89.- Suspensiones segunda aproximación-1	77
Imagen 90.- Suspensiones segunda aproximación-2	77
Imagen 91.- Sujeciones king-pin-1	78
Imagen 92.- Sujeciones king-pin-2	78
Imagen 93.- Resultado tensiones 2 ^a aproximación	79

Imagen 94.- Resultado desplazamientos 2 ^a aproximación	79
Imagen 95.- Suspensión delantera.....	80
Imagen 96.- Coeficiente de fricción apoyo suelo.....	80
Imagen 97.- Resultante apoyos caso 6.....	81
Imagen 98.- Tensiones 3 ^a aproximación.....	82
Imagen 99.- Desplazamientos 3 ^a aproximación.....	82
Imagen 100.- Cargas brazo superior	84
Imagen 101.- Tensiones brazo superior	84
Imagen 102.- Desplazamientos brazo superior.....	85
Imagen 103.- FDS brazo superior	85
Imagen 104.- Chapas sobreespesor brazo superior.....	86
Imagen 105.- Tensiones brazo superior modificado	86
Imagen 106.- Desplazamientos brazo superior modificado.....	87
Imagen 107.- FDS brazo superior modificado	87
Imagen 108.- Tensiones brazo inferior	89
Imagen 109.- Desplazamiento brazo inferior.....	90
Imagen 110.- FDS brazo inferior.....	90
Imagen 111.- Modelo brazo inferior 1 ^a modificación	91
Imagen 112.- Modelo brazo inferior	91
Imagen 113.- Tensiones brazo inferior 1 ^a modificación	91
Imagen 114.- Brazo inferior segunda modificación	92
Imagen 115.- Tensiones brazo inferior modificado	92
Imagen 116.- Desplazamiento brazo inferior modificado	93
Imagen 117.- FDS brazo inferior.....	93
Imagen 118.- Tensiones pata estabilizadora.....	95
Imagen 119.- Desplazamientos pata estabilizadora	96
Imagen 120.- FDS pata equilibradora.....	97
Imagen 121.- Modificación pata estabilizadora.....	97
Imagen 122.- Tensiones pata estabilizadora modificada.....	98
Imagen 123.- Desplazamientos pata estabilizadora	98
Imagen 124.- FDS pata equilibradora.....	99
Imagen 125.- Fuerza pasadores caso 1	101
Imagen 126.- Fuerza cilindros SolidWorks caso 1	102
Imagen 127.- Fuerza pasadores SolidWorks caso 2	103
Imagen 128.- Fuerza cilindros SolidWorks caso 2	103
Imagen 129.- Fuerza pasadores SolidWorks caso 3	104
Imagen 130.- Fuerza cilindros SolidWorks caso 3	105
Imagen 131.- Fuerza pasadores SolidWorks caso 5	106
Imagen 132.- Fuerza cilindros SolidWorks caso 5	106
Imagen 133.- Fuerza pasadores SolidWorks caso 6	107
Imagen 134.- Fuerza cilindros SolidWorks caso 6	108
Imagen 135.- Fuerza pasadores SolidWorks caso 9	109
Imagen 136.- Fuerza cilindros SolidWorks caso 9	109
Imagen 137.- Tensiones SolidWorks caso 1	110
Imagen 138.- Desplazamientos SolidWorks caso 1.....	110
Imagen 139.- Resultante apoyos caso 1.....	111
Imagen 140.- Tensiones SolidWorks caso 2	111

Imagen 141.- Desplazamientos SolidWorks caso 2.....	112
Imagen 142.- Resultante apoyos caso 2.....	112
Imagen 143.- Tensiones SolidWorks caso 3	113
Imagen 144.- Desplazamientos SolidWorks caso 3.....	113
Imagen 145.- Resultante apoyos caso 3.....	114
Imagen 146.- Tensiones SolidWorks caso 5	114
Imagen 147.- Desplazamientos SolidWorks caso 5.....	115
Imagen 148.- Resultante apoyos caso 5.....	115
Imagen 149.- Tensiones SolidWorks caso 6	116
Imagen 150.- Desplazamientos SolidWorks caso 6.....	116
Imagen 151.- Resultante apoyos caso 6.....	117
Imagen 152.- Tensiones SolidWorks caso 9	118
Imagen 153.- Desplazamientos SolidWorks caso 9.....	118
Imagen 154.- Resultante apoyos caso 9.....	119
Imagen 155.- Fuerza cilindro pata estabilizadora SolidWorks	120
Imagen 156.- Perfil en "I" trasero chasis.....	129
Imagen 157.- Perfil en "I" delantero chasis.....	129
Imagen 158.- Croquis brazo superior.....	130
Imagen 159.- Croquis brazo inferior	130
Imagen 160.- Croquis pata estabilizadora.....	131
Imagen 161.- Croquis base.....	131
Imagen 162.- Croquis pletina	132

Índice de tablas

Tabla 1.- Coordenadas caso 1	11
Tabla 2.- Coordenadas caso 2	12
Tabla 3.- Coordenadas caso 3	13
Tabla 4.- Tabla resumen $\Theta = 150^\circ$ brazo superior.....	15
Tabla 5.- Coordenadas caso 5	15
Tabla 6.- Coordenadas caso 6	16
Tabla 7.- Resumen resultados $\Theta = 90^\circ$ brazo superior.....	17
Tabla 8.- Resumen resultados $\Theta = 45^\circ$ brazo superior.....	19
Tabla 9.- Resumen final esfuerzos según posición brazo superior	19
Tabla 10.- Esfuerzos finales brazo superior.....	19
Tabla 11.- Fuerzas finales nodos brazo superior.....	20
Tabla 12.- Comparación MEFI-Analítico	23
Tabla 13.- Resumen pasadores brazo superior.....	30
Tabla 14.- Coordenadas caso 1	32
Tabla 15.- Coordenadas caso 2	33
Tabla 16.- Coordenadas caso 3	35
Tabla 17.- Tabla resumen $\Theta = 150^\circ$ brazo inferior	36
Tabla 18.- Coordenadas caso 5	37
Tabla 19.- Resumen resultados $\Theta = 90^\circ$ - brazo inferior	39
Tabla 20.- Resumen resultados $\Theta = 45^\circ$ - brazo inferior	41
Tabla 21.- Resumen final esfuerzos según posición brazo inferior.....	41
Tabla 22.- Esfuerzos finales brazo superior.....	41
Tabla 23.- Comparación MEFI-Analítico	45
Tabla 24.- Resumen pasadores MEFI caso 1	49
Tabla 25.- Resumen cilindros MEFI caso 1	49
Tabla 26.- Resumen pasadores MEFI caso 2	49
Tabla 27.- Resumen cilindros MEFI caso 2	49
Tabla 28.- Resumen pasadores MEFI caso 3	50
Tabla 29.- Resumen cilindros MEFI caso 3	50
Tabla 30.- Resumen pasadores MEFI caso 5	50
Tabla 31.- Resumen cilindros MEFI caso 5	50
Tabla 32.- Resumen pasadores MEFI caso 6	51
Tabla 33.- Resumen cilindros MEFI caso 6	51
Tabla 34.- Resumen pasadores MEFI caso 9	51
Tabla 35.- Resumen cilindros MEFI caso 9	51
Tabla 36.- Resumen pasadores brazo inferior	55
Tabla 37.- Propiedades material	83
Tabla 38.- Propiedades de malla	83
Tabla 39.- Propiedades material	83
Tabla 40.- Propiedades de malla	83
Tabla 41.- Dimensionamiento final brazo superior.....	88
Tabla 42.- Propiedades material	88
Tabla 43.- Propiedades de malla	88
Tabla 44.- Dimensionamiento final brazo inferior	94
Tabla 45.- Propiedades material	95
Tabla 46.- Propiedades de malla	95

Tabla 47.- Dimensionamiento final pata estabilizadora	99
Tabla 48.- Resumen pasadores SolidWorks caso 1	101
Tabla 49.- Resumen cilindros SolidWorks caso 1	101
Tabla 50.- Resumen pasadores MEFI caso 2	102
Tabla 51.- Resumen cilindros SolidWorks caso 2	102
Tabla 52.- Resumen pasadores SolidWorks caso 3	104
Tabla 53.- Resumen cilindros SolidWorks caso 3	104
Tabla 54.- Resumen pasadores SolidWorks caso 5	105
Tabla 55.- Resumen cilindros MEFI caso 5	105
Tabla 56.- Resumen pasadores SolidWorks caso 6	107
Tabla 57.- Resumen cilindros SolidWorks caso 6	107
Tabla 58.- Resumen pasadores SolidWorks caso 9	108
Tabla 59.- Resumen cilindros SolidWorks caso 9	108
Tabla 60.- Comparación resultados pasadores caso 1	125
Tabla 61.- Comparación resultados cilindros caso 1	125
Tabla 62.- Comparación resultado pasadores caso 2	125
Tabla 63.- Comparación resultado cilindros caso 2	125
Tabla 64.- Comparación resultados pasadores caso 3	126
Tabla 65.- Comparación resultados cilindros caso 3	126
Tabla 66.- Comparación resultados pasadores caso 5	126
Tabla 67.- Comparación resultados cilindros caso 5	126
Tabla 68.- Comparación resultados pasadores caso 6	127
Tabla 69.- Comparación resultados cilindros caso 6	127
Tabla 70.- Comparación resultado pasadores caso 9	127
Tabla 71.- Comparación resultado cilindros caso 9	127

A. Dimensionamiento brazo superior:

En este anexo se hará un análisis más detallado de cómo se dimensionará el brazo superior de la grúa.

Partiendo del modelo de los brazos de la grúa realizados en solidworks y ensamblados al chasis, podemos, conociendo las coordenadas de los nodos de la estructura y a partir del programa de cálculo MEF1, obtener de forma más sencilla los diagramas de esfuerzos para diferentes posiciones de estos brazos, así pues, para el brazo superior recogeremos las coordenadas de estos nodos en 3 valores diferentes de “ θ ” y en cada valor de estos 3 valores diferentes de “ φ ”, para poder determinar la posición más desfavorable.

A continuación, se muestran imágenes de la numeración de estos nodos y los ángulos definidos.

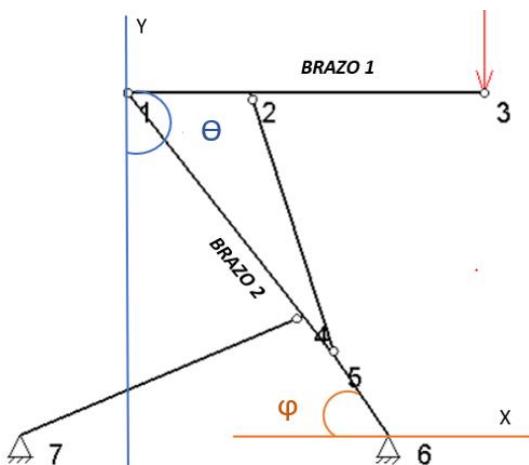


Imagen 1.- Ángulos brazos

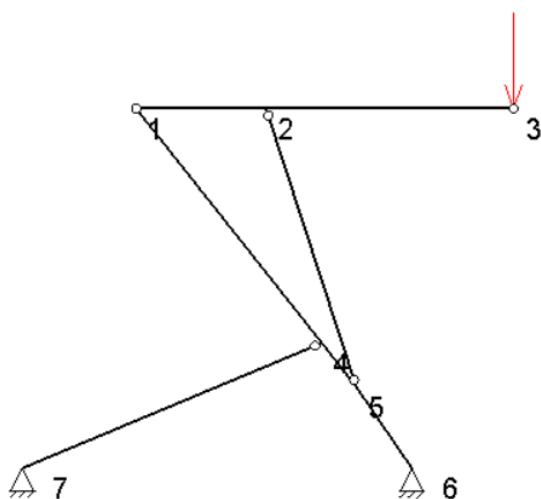


Imagen 2.- Numeración nodos

A.1-Análisis de posiciones: determinación de esfuerzos

a) $\Theta = 150^\circ$

a.1) $\varphi = 30^\circ$ (caso 1)

Coordenadas:

PUNTO	X (mm)	Y (mm)
1	185.86	1554.5
2	630.24	2124.53
3	1501.8	3242.54
4	1534.89	551.36
5	1785.99	362.95
6	2189.23	0.0
7	0.0	0.0

Tabla 1.- Coordenadas caso 1

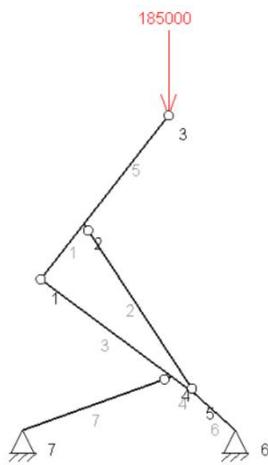
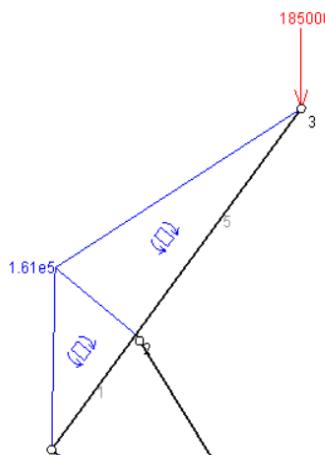


Imagen 3.- Modelo MEF1 caso 1

Resultados:

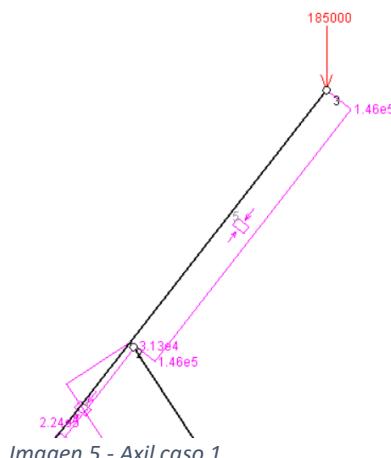
a) Momentos:



Momento Máximo = $1.61\text{e}5 \text{ N}\cdot\text{m}$
 $= 161*\text{e}6 \text{ N}\cdot\text{mm}$
Nodo 2

Imagen 4.- Momentos caso 1

b) Axil:



Axil máximo = $1.46\text{e}5 \text{ N}$
Nodo 2

Imagen 5.- Axil caso 1

c) Cortante:

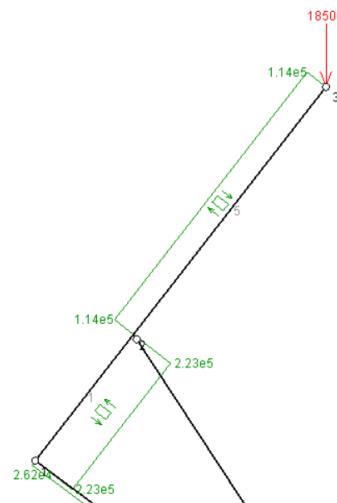


Imagen 6.- Cortante caso 1

Cortante máximo = 2.23e5 N

Nodo 2

a.2) $\varphi = 45^\circ$ (caso 2)

Coordenadas:

PUNTO	X (mm)	Y (mm)
1	640.24	2022.18
2	1084.61	2592.21
3	1956.18	3710.21
4	1683.67	704.06
5	1877.45	457.09
6	2189.23	0.0
7	0.0	0.0

Tabla 2.- Coordenadas caso 2

Resultados:

a) Momentos:

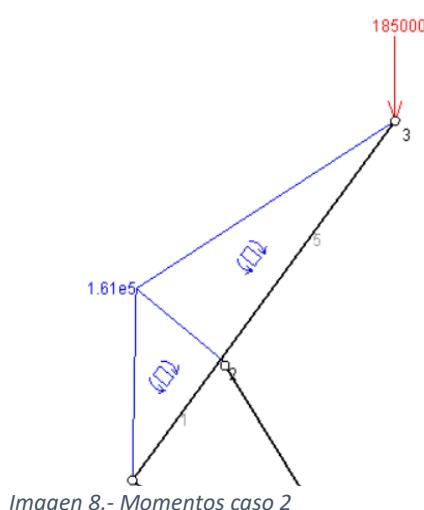


Imagen 8.- Momentos caso 2

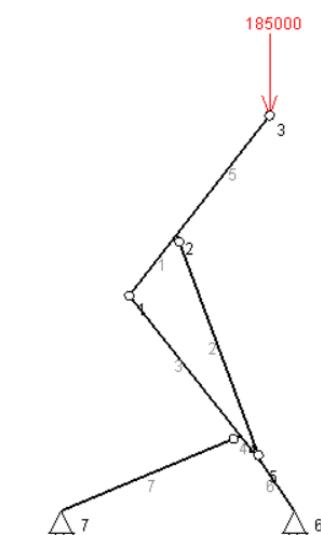


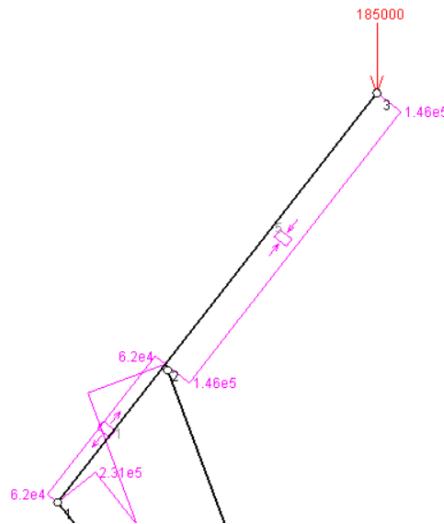
Imagen 7.- Modelo MEF1 caso 2

Momento Máximo = 1.61e5 N*m

$= 161 \times 10^6 \text{ N} \cdot \text{mm}$

Nodo 2

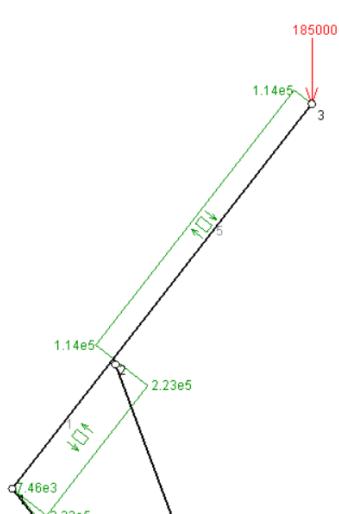
b) Axil:



Axil máximo = 1.46e5 N
Nodo 2

Imagen 9.- Axil caso 2

c) Cortante:



Cortante máximo = 2.23e5 N
Nodo 2

Imagen 10.- Cortante caso 2

a.3) $\varphi = 90^\circ$ (caso 3)

Coordenadas:

PUNTO	X (mm)	Y (mm)
1	640.24	2022.18
2	1084.61	2592.21
3	1956.18	3710.21
4	1683.67	704.06
5	1877.45	457.09
6	2189.23	0.0
7	0.0	0.0

Tabla 3.- Coordenadas caso 3

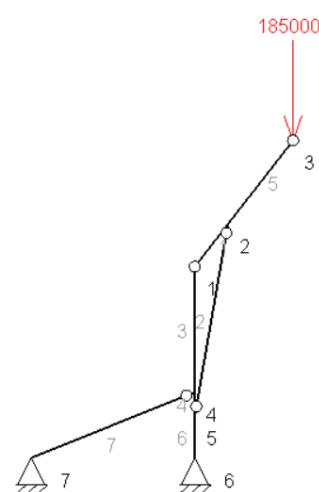
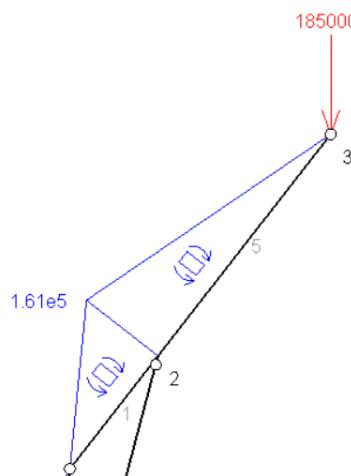


Imagen 11.- Modelo MEF1 caso 3

Resultados:

a) Momentos:



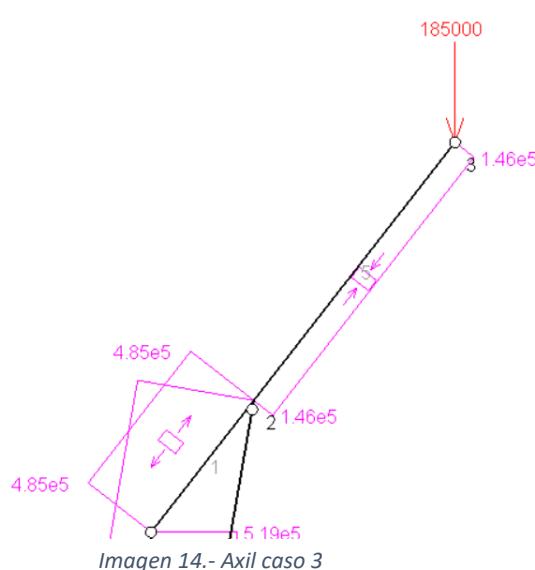
$$\text{Momento Máximo} = 1.61\text{e}5 \text{ N*m}$$

$$= 161*\text{e}6 \text{ N*mm}$$

Nodo 2

Imagen 12.- Momentos caso 3

b) Axil:

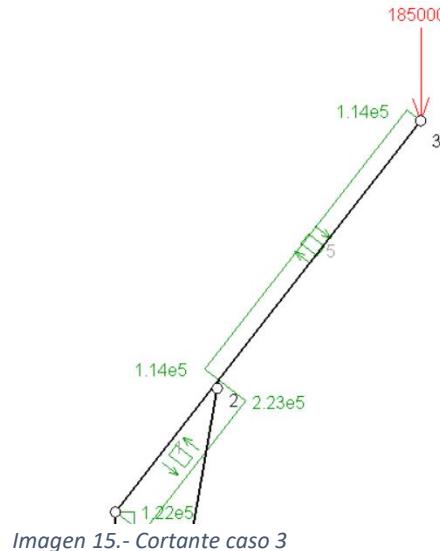


$$\text{Axil máximo} = 4.85\text{e}5 \text{ N}$$

Nodo 2

Imagen 14.- Axil caso 3

c) Cortante:



$$\text{Cortante máximo} = 2.23\text{e}5 \text{ N}$$

Nodo 2

Imagen 15.- Cortante caso 3

Conclusión: Para $\Theta = 150^\circ$ observamos la sección más desfavorable en el nodo 2 con un ángulo de $\varphi = 90^\circ$.

Momento	$161 \cdot 10^6 \text{ N} \cdot \text{mm}$
Axil	$4.85 \cdot 10^5 \text{ N}$
Cortante	$2.23 \cdot 10^5 \text{ N}$

Tabla 4.- Tabla resumen $\Theta = 150^\circ$ brazo superior

b) $\Theta = 90^\circ$

b.1) $\varphi = 30^\circ$ (caso 4)

Este caso es imposible físicamente, se sobreponen los brazos entre sí.

b.2) $\varphi = 45^\circ$ (caso 5)

Coordenadas:

PUNTO	X (mm)	Y (mm)
1	640.24	2022.18
2	1369.28	2022.18
3	2760.09	2022.18
4	1683.67	704.06
5	1877.45	457.09
6	2189.23	0.0
7	0.0	0.0

Tabla 5.- Coordenadas caso 5

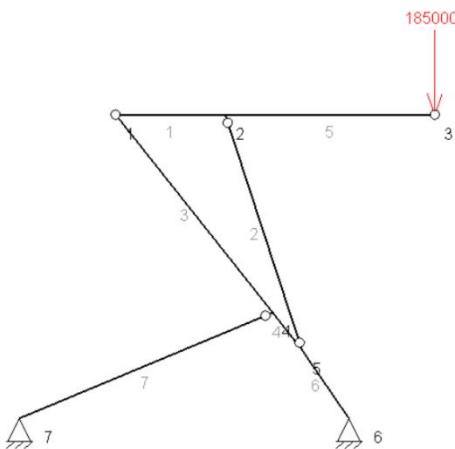


Imagen 16.- Modelo MEFI caso 5

Resultados:

a) Momentos:

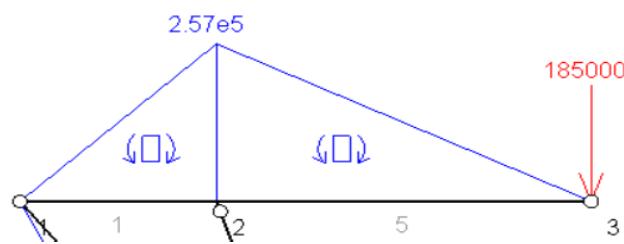
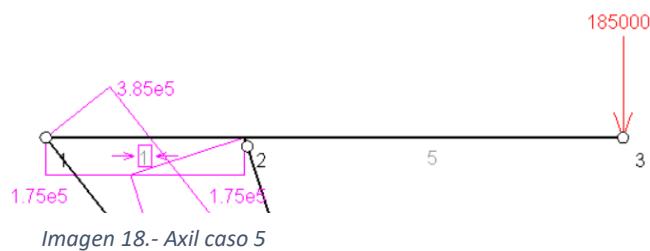


Imagen 17.- Momentos caso 5

Momento Máximo = $2.575 \cdot 10^5 \text{ N} \cdot \text{m}$
 $= 257 \cdot 10^6 \text{ N} \cdot \text{mm}$

Nodo 2

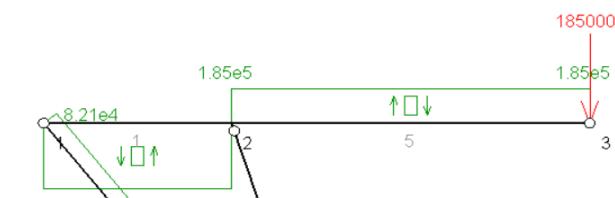
b) Axil:



$$\text{Axil máximo} = 1.75\text{e}5 \text{ N}$$

Nodo 2

c) Cortante:



$$\text{Cortante máximo} = 3.53\text{e}5 \text{ N}$$

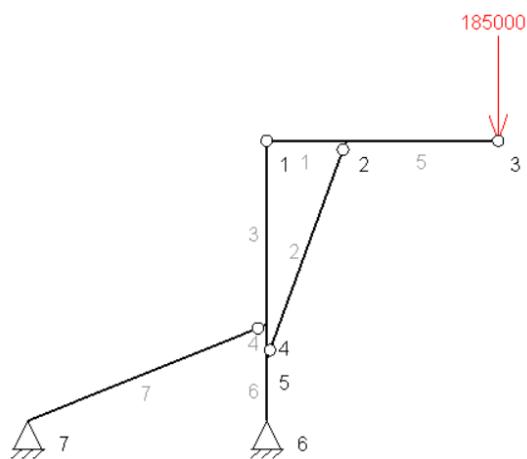
Nodo 2

b.3) $\varphi = 90^\circ$ (caso 6)

Coordenadas:

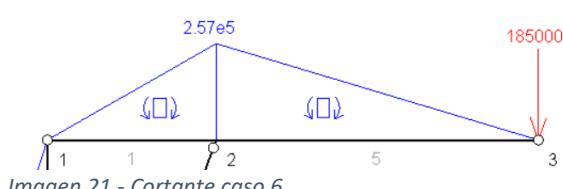
PUNTO	X (mm)	Y (mm)
1	640.24	2022.18
2	1084.61	2592.21
3	1956.18	3710.21
4	1683.67	704.06
5	1877.45	457.09
6	2189.23	0.0
7	0.0	0.0

Tabla 6.- Coordenadas caso 6



Resultados:

a) Momentos:



$$\text{Momento Máximo} = 2.57\text{e}5 \text{ N*m}$$

$$= 257*\text{e}6 \text{ N*mm}$$

Nodo 2

b) Axil:



Imagen 22.- Axil caso 6

$$\text{Axil máximo} = 1.97\text{e}5 \text{ N}$$

Nodo 2

c) Cortante:

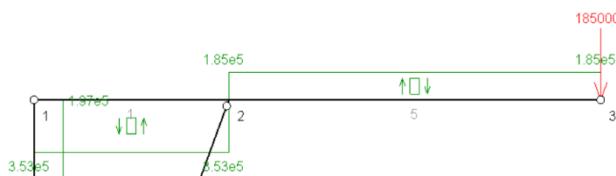


Imagen 23.- Cortante caso 6

$$\text{Cortante máximo} = 3.53\text{e}5 \text{ N}$$

Nodo 2

Conclusión: Para $\Theta = 90^\circ$ observamos la sección más desfavorable en el nodo 2 con un ángulo de $\varphi = 90^\circ$.

Momento	$257*10^6 \text{ N*mm}$
Axil	$1.97*10^5 \text{ N}$
Cortante	$3.53*10^5 \text{ N}$

Tabla 7.- Resumen resultados $\Theta = 90^\circ$ brazo superior

c) $\Theta = 45^\circ$

c.1) $\varphi = 30^\circ$ (caso 7)

Este caso es imposible físicamente, se sobreponen los brazos entre sí.

c.2) $\varphi = 45^\circ$ (caso 8)

De igual manera que el caso anterior, este caso es imposible físicamente.

c.3) $\varphi = 90^\circ$ (caso 9)

Coordenadas:

PUNTO	X (mm)	Y (mm)
1	2189.1	2560.48
2	2624.7	1983.71
3	3479.03	852.48
4	2190.33	879.36
5	2189.23	565.46
6	2189.23	0.0
7	0.0	0.0

Imagen 24.- Coordenadas nodos caso 9

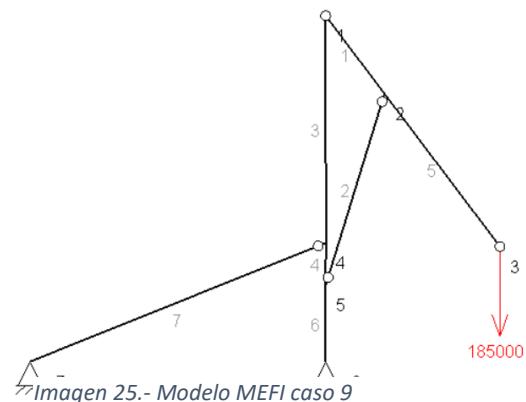


Imagen 25.- Modelo MEF1 caso 9

Resultados:

a) Momentos:

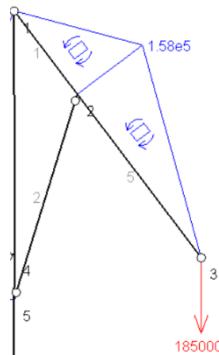


Imagen 26.- Momentos caso 9

Momento Máximo = $1.85e5$ N*m
= 185×10^6 N*mm
Nodo 2

b) Axil:

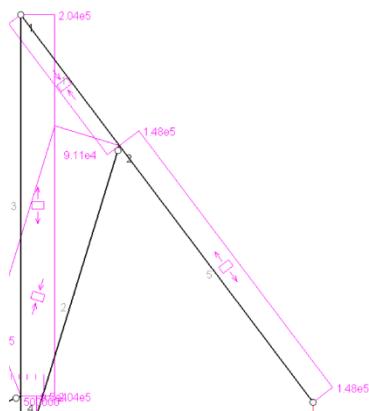
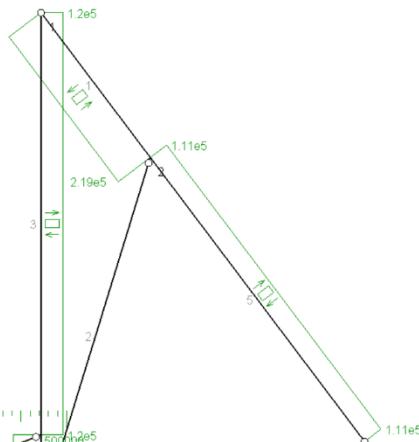


Imagen 27.- Axil caso 9

Axil máximo = $1.48e5$ N
Nodo 2

c) Cortante:



Cortante máximo = 2.19×10^5 N

Nodo 2

Imagen 28.- Cortante caso 9

Conclusión: Para $\Theta = 45^\circ$ observamos la sección más desfavorable en el nodo 2 con un ángulo de $\varphi = 90^\circ$.

Momento	185×10^6 N*mm
Axil	1.48×10^5 N
Cortante	2.19×10^5 N

Tabla 8.- Resumen resultados $\Theta = 45^\circ$ brazo superior

d) Posición más desfavorable

Resumiendo las posiciones analizadas anteriormente, obtenemos lo siguiente:

Posición	Momento (N*mm)	Axil (N)	Cortante (N)	Nodo
$\Theta = 150^\circ; \varphi = 90^\circ$	161×10^6	4.85×10^5	2.23×10^5	2
$\Theta = 90^\circ; \varphi = 90^\circ$	257×10^6	1.97×10^5	3.53×10^5	2
$\Theta = 45^\circ; \varphi = 90^\circ$	185×10^6	1.48×10^5	2.19×10^5 N	2

Tabla 9.- Resumen final esfuerzos según posición brazo superior

Por tanto, el caso más desfavorable para el brazo superior será para $\Theta = 90^\circ; \varphi = 90^\circ$ en el nodo 2 de este.

Con unos esfuerzos de:

Momento (N*mm)	Axil (N)	Cortante (N)
257×10^6	1.97×10^5	3.53×10^5

Tabla 10.- Esfuerzos finales brazo superior

A partir del diagrama de esfuerzos, también podemos deducir las fuerzas en cada nodo para esta posición:

Nodo	Fx (N)	Fy (N)
1	(-) 197000	(-) 353000
2	197000	538000
3	0	185000

Tabla 11.- Fuerzas finales nodos brazo superior

Conociendo esto podemos pasar a dimensionar el perfil del brazo superior, así como los pasadores en sus nodos.

No obstante, antes de esto, realizaremos una comprobación analítica en la cual revisaremos mediante diagramas de sólido libre si los datos de esfuerzos obtenidos son correctos para esta posición del brazo superior.

e) Comprobación analítica de esfuerzos

Para conseguir resolver este brazo superior analíticamente, comenzamos por dibujar su diagrama de sólido libre, en el cual nombraremos las fuerzas según el nodo en el que aparecen, con el sistema de coordenadas globales x e y:

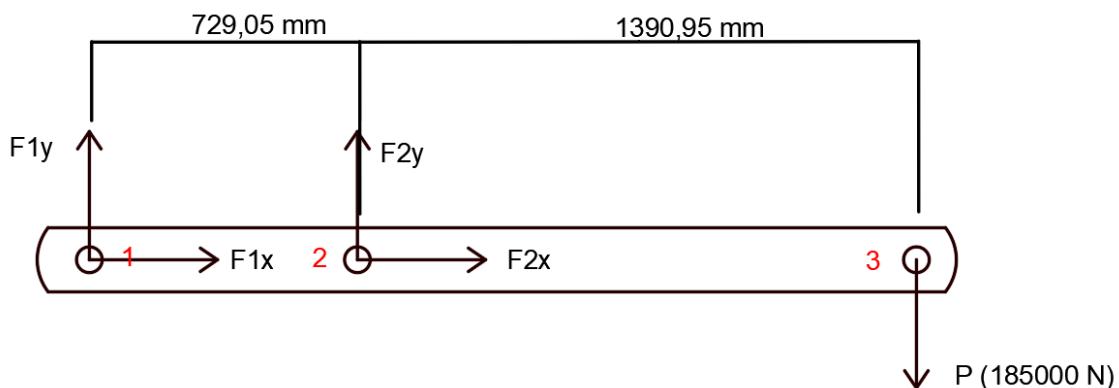


Imagen 29.- D.S.L brazo superior

Después, planteamos y resolvemos los sistemas de ecuaciones:

Sistema de ecuaciones: (en ejes globales)

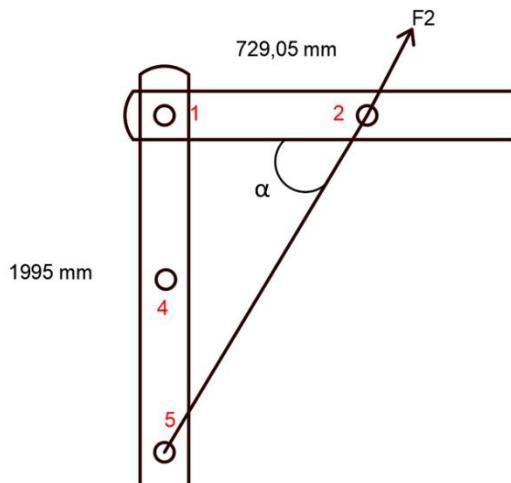
- a) $\sum Fx = 0 \rightarrow F1y + F2y = P;$
- b) $\sum Fy = 0 \rightarrow F1x + F2x = 0;$
- c) $\sum M_1 = 0 \rightarrow -P * \overline{13} + F2y * \overline{12} = 0;$

De la ecuación c) podemos despejar F_{2y}:

$$c) \mathbf{F2y} = \frac{185000 * 2120}{729,05} = \mathbf{537960,36 N};$$

3 ecuaciones y 4 incógnitas

Al tener F_{2y} despejada de la ecuación c), podemos obtener F₂ y F_{2x} resolviendo el triángulo que forman los nodos 1,2 del brazo superior, con el nodo 5 del brazo inferior, hallando primero el ángulo que forma F₂ con este (α):



$$\alpha = \arctan\left(\frac{1995}{729,05}\right) = 69,9^\circ$$

$$F2 = \frac{F2y}{\operatorname{seno}(\alpha)} = 572850,23 N$$

$$F2x = F2 * \cos(\alpha) = 196864 N$$

Imagen 30.- Triángulo superior

Con esto resolvemos la última incógnita (F_{1x}) con la ecuación b):

$$b) \sum Fy' = 0 \rightarrow \mathbf{F1x} = -F2x = \mathbf{-196864 N};$$

Habiendo obtenido los valores de todas las fuerzas, podemos pasar a dibujar los diagramas de esfuerzos y compararlos con los obtenidos con MEFI para esta posición:

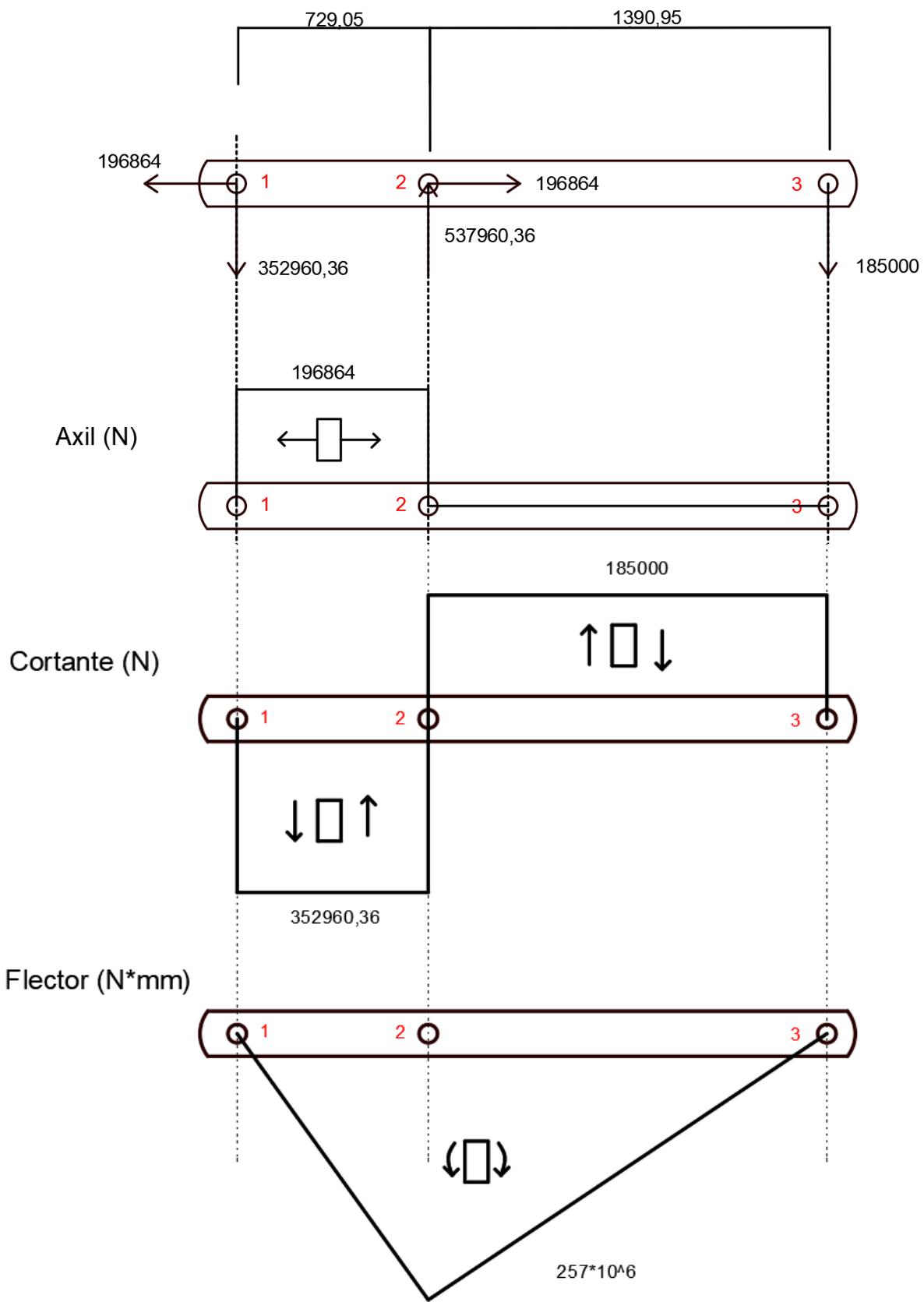


Imagen 31.- Diagrama esfuerzos brazo superior (analítico)

COMPARACION RESULTADOS:

	MEFI	Analítico
Momento máx (N*mm)	$257*10^6$	$257*10 ^ (6)$
Axil máx (N)	$1.97*10^5$ N	196864
Cortante máx. (N)	$3.53*10^5$ N	352960,36

Tabla 12.- Comparación MEFI-Analítico

Como se puede observar, los resultados obtenidos son prácticamente idénticos, por lo que damos por válidos los resultados obtenidos en el brazo superior a través del programa MEFI.

Por tanto, se puede pasar a dimensionar el perfil de este.

A.2-Dimensionamiento del perfil

Una vez tenemos los diagramas de esfuerzos podemos pasar al dimensionamiento de la barra / brazo superior de la grúa.

Seguiremos la teoría del cortante máximo, que establece que la resistencia de una barra a la rotura por cortante está limitada por la máxima resistencia cortante que puede soportar un material.

Además, tendremos en cuenta un factor de seguridad adicional para proporcionar una mayor seguridad en la estructura en caso de que ocurran cargas imprevistas o mayores a las previstas en el diseño.

Este coeficiente de seguridad tomará un valor de $C_s = 2$.

Dado que nuestro material escogido es el Acero Strenx 700 Mc, la teoría nos estructura lo siguiente:

$$C_s = \frac{\sigma}{2 * \tau_{adm}}$$

$$\tau_{adm} = \frac{\sigma}{2 * C_s} = \frac{700}{2 * 2} = 175 \text{ MPa}$$

$$\sigma_{adm} = \tau_{adm} * 2 = 350 \text{ MPa}$$

$$\sigma_{resultante} = \frac{M_f}{W_z} + \frac{N}{A} = 350 \text{ MPa};$$

Así pues, para conseguir dimensionar el brazo debemos cumplir que la $\sigma_{resultante}$ calculada a partir de las solicitudes definidas debe ser menor a la $\sigma_{adm} = 350 \text{ MPa}$ que viene fijada por el material y el coeficiente de seguridad utilizado.

Dado que las solicitudes en el centro del brazo son mayores que en los extremos al no haber momento flector en estos, realizaremos el dimensionado en dos partes, obteniendo una sección menor en los lados que en el centro de este.

· Dimensionamiento barra: (centro)

Tomando de referencia los diagramas de esfuerzos dibujados anteriormente obtenemos las solicitudes siguientes en el centro del brazo:

Momento (N*mm)	Axil (N)
$257*10^6$	$1.97*10^5$

Por otra parte, conocemos que este brazo tiene unas dimensiones de 320 mm de ancho (B) y 500 mm de alto (H).

Decidimos usar un perfil rectangular para el diseño de todos los brazos de la barra, por tanto, para obtener el módulo resistente y el área de la sección sólo nos queda iterar con distintos espesores y comprobar que se cumple la condición necesaria para dar por válido el cálculo.

CROQUIS de la sección	MÓDULO Z de la sección	ÁREA A de la sección
	$\frac{BH^3 - bh^3}{6H}$	$BH - bh$

$$W_z = \frac{B * H^3 - b * h^3}{6 * H}$$

$$A = B * H - b * h$$

$$b = B - 2 * e$$

$$h = H - 2 * e$$

FORMULAS PARA EL CÁLCULO DEL
MODULO RESISTENTE Y EL ÁREA DE
LA SECCIÓN RECTANGULAR

- Probamos con un espesor de $e = 5 \text{ mm}$

$$b = B - 2 * e = 310 \text{ mm}$$

$$h = H - 2 * e = 490 \text{ mm}$$

$$W_z = \frac{B * H^3 - b * h^3}{6 * H} = 1176270 \text{ mm}^3$$

$$A = B * H - b * h = 8100 \text{ mm}^2$$

$$\sigma_{resultante} = \frac{Mf}{Wz} + \frac{N}{A} = 242,8 \text{ MPa}$$

$$\sigma_{resultante} = 242,8 \text{ MPa} < \sigma_{adm} = 350 \text{ MPa}$$

$e = 5 \text{ mm cumple}$

Perfil de la barra \overline{BD} : rectangular (320*500) mm y 5 mm de espesor en el centro

Dimensionamiento barra: (extremos) (M=0):

Esta vez, observando el diagrama de esfuerzos en los extremos observamos las siguientes solicitudes:

Momento (N*mm)	Axil (N)
0	1.97*10^5

Además de conocer que el brazo en sus extremos tiene una altura de 280 mm y una anchura de 320 mm, gracias al cálculo anterior, tenemos definido también el espesor de este (5mm).

Por tanto, en este caso solo nos queda comprobar que se cumplen las condiciones con estos datos.

$$W_z = \frac{B * H^3 - b * h^3}{6 * H}$$

$$A = B * H - b * h$$

$$b = B - 2 * e$$

$$h = H - 2 * e$$

$$h = H - 2 * e = 280 - 2 * 5 = 270 \text{ mm}$$

$$b = B - 2 * e = 300 - 2 * 5 = 310 \text{ mm}$$

$$W_z = \frac{B * H^3 - b * h^3}{6 * H} = 549351 \text{ mm}^2$$

$$A = B * H - b * h = 5900 \text{ mm}^2$$

$$\sigma_{resultante} = \frac{Mf}{W_z} + \frac{N}{A} = 0 + 33,38 = 33,38 \text{ MPa}$$

$$\sigma_{resultante} = 33,38 < \sigma_{adm} = 350 \text{ MPa}$$

Perfil de la barra \overline{BD} : rectangular (320*280) mm y 5 mm de espesor en los extremos

A.3-Uniones con pasadores: diámetros y sobreespesores:

A.3.1-Dimensionamiento del diámetro de los pasadores

En esta primera parte del apartado dimensionaremos el diámetro de los pasadores que se encuentran en los nodos 1, 2, 3 de la primera barra.

El dimensionamiento lo haremos basándonos en el fallo por cortadura del pasador, usando el coeficiente de seguridad determinado con anterioridad,2.

En primer lugar, calcularemos la tensión máxima que el pasador debe soportar. Una vez que conoczamos esta tensión máxima y la fuerza que el pasador deberá soportar, podremos determinar el área requerida.

En el caso de una unión con dos orejetas, la fuerza que el pasador debe soportar será la mitad de la carga total, debido a la presencia de una doble cortadura (número de planos = 2).

Para determinar la tensión máxima que el pasador debe soportar, es necesario conocer el material del que está hecho. En este caso, hemos optado por utilizar acero al carbono F-114, que tiene un límite elástico “ $\sigma_f = 340 \text{ MPa}$ ”.

$$CS_F = \frac{\sigma_F}{2 * \tau_{max,adm}} = 2;$$

$$\tau_{max,admissible} = \frac{\sigma_F}{2 * CS_F} = \frac{340 \text{ MPa}}{2 * 2} = 85 \text{ MPa}$$

$$\tau_{nodo} = \frac{F_{nodo}}{n^{\circ} \text{planos} * A}$$

Con esto obtenemos que los pasadores soportarán una tensión máxima de 85 MPa, por lo que podemos pasar a obtener sus diámetros:

Pasador 1 (doble cortadura):

$$A = \frac{F1}{n^{\circ} \text{planos} * \tau_{max,1}} = \frac{\sqrt[2]{(F1x)^2 + (F1y)^2}}{2 * \tau_{max,1}} = \frac{\sqrt[2]{(197000)^2 + (353000)^2}}{2 * 85} = 1177,28 \text{ mm}^2$$

$$A = \pi * \frac{d^2}{4} \rightarrow d = 38,72 \text{ mm} \rightarrow \text{Diámetro estandarizado} = 40 \text{ mm}$$

·Pasador 2 (doble cortadura):

$$A = \frac{F2}{n^{\circ} \text{planos} * \tau_{max,2}} = \frac{\sqrt[2]{(F2x)^2 + (F2y)^2}}{2 * \tau_{max,2}} = \frac{\sqrt[2]{(538000)^2 + (197000)^2}}{2 * 85} = 3370 \text{ mm}^2$$

$$A = \pi * \frac{d^2}{4} \rightarrow d = 65,5 \text{ mm} \rightarrow \text{Diámetro estandarizado} = 70 \text{ mm}$$

·Pasador 3 (cortadura simple):

$$A = \frac{F3}{n^{\circ} \text{planos} * \tau_{max,3}} = \frac{\sqrt[2]{(F3x)^2 + (F3y)^2}}{1 * \tau_{max,3}} = \frac{\sqrt[2]{(185000)^2 + (0)^2}}{1 * 85} = 2176,47 \text{ mm}^2$$

$$A = \pi * \frac{d^2}{4} \rightarrow d = 52,64 \text{ mm} \rightarrow \text{Diámetro estandarizado} = 55 \text{ mm}$$

A.3.2-Dimensionamiento del espesor

Una vez sabiendo cuales son los diámetros de los pasadores podemos empezar a hacer los cálculos necesarios para resultar con el espesor necesario.

En el caso de los pasadores 1 y 2 tenemos orejetas, por lo que el espesor resultante será el espesor de estas, además, al ser 2 orejetas, la fuerza que va a estas será la mitad de la fuerza del nodo.

En el caso del pasador 3, tendremos que comprobar si el espesor resultante es menor al del perfil, y, en caso contrario, definir un sobreespesor que nos permita cumplir el requisito.

Nos basaremos esta vez en el fallo por aplastamiento, utilizando otra vez un coeficiente de seguridad igual a dos.

Los datos para este cálculo serán los siguientes:

En este caso, las orejetas se van a fabricar de acero strenx 700 MC, al igual que los brazos de la grúa, este acero tiene un límite elástico " $\sigma_f = 700 \text{ MPa}$ ".

Al igual que en el apartado anterior, comenzaremos calculando la tensión máxima. A continuación, determinaremos la tensión de aplastamiento y, por último, obtendremos el espesor requerido.

$$\sigma_{max,admissible \text{ } perfil} = \frac{\sigma_F}{CS_F} = \frac{700 \text{ MPa}}{2} = 350 \text{ MPa}$$

$$\sigma_{max,admissible \text{ } orejetas} = \frac{\sigma_F}{CS_F} = \frac{700 \text{ MPa}}{2} = 350 \text{ MPa}$$

$$\tau_{max,perfil} = \frac{F}{Area} = \frac{F}{d * e} = 175 \text{ MPa}$$

$$\tau_{max,orejeta} = \frac{Forejeta}{Area} = \frac{F}{d * e} = 175 \text{ MPa}$$

Pasador 1:

$$d = 4 \text{ cm}$$

$$e1 = \frac{F1/2}{d * \tau_{max,orejeta}} = \frac{\sqrt[2]{(197000)^2 + (353000)^2}}{2 * 40 * 175} = 28,87 \text{ mm} \approx 29 \text{ mm}$$

El espesor de la orejeta será mínimo de 29 mm (30 mm estandarizado)

Pasador 2:

$$d = 7 \text{ cm}$$

$$e2 = \frac{F2/2}{d * \tau_{max,admissible}} = \frac{\sqrt[2]{(538000)^2 + (197000)^2}}{2 * 70 * 175} = 23,38 \text{ mm} \approx 23,5 \text{ mm}$$

El espesor de la orejeta será mínimo de 23,5 mm (25 mm estandarizado)

Pasador 3:

$$d = 5,5 \text{ cm}$$

$$e3 = \frac{F3}{d * \tau_{max,perfil}} = \frac{\sqrt[2]{(185000)^2 + (0)^2}}{55 * 175} = 19,22 \text{ mm} \approx 20 \text{ mm}$$

Dado que en el brazo superior tenemos un perfil de 5 mm de espesor, necesitaremos un sobreespesor que nos permita tener esos 20 mm mínimos necesarios

$$\text{Sobreespesor}3 = e3 - \text{espesor perfil} = 20 \text{ mm} - 5 \text{ mm} = 15 \text{ mm}$$

Necesitaremos un sobreespesor mínimo de 15 mm en el pasador 3

A continuación, se muestra un resumen de cómo quedan dimensionados estos pasadores y orejetas/sobreespesores:

	Diámetro Pasador (mm)	Espesor (mm)	Sobreespesor (mm)
<i>Nodo 1</i>	40	30	0
<i>Nodo 2</i>	70	25	0
<i>Nodo 3</i>	55	20	15

Tabla 13.- Resumen pasadores brazo superior

B. Dimensionamiento brazo inferior:

En este anexo se hará un análisis más detallado de cómo se dimensionará el brazo inferior de la grúa.

Al igual que para el brazo superior Partiendo del modelo de los brazos de la grúa realizados en SolidWorks y ensamblados al chasis, podemos utilizar el programa de cálculo MEF1 para obtener de forma más sencilla los diagramas de esfuerzos para diferentes posiciones de este.

Para el brazo inferior, parece lógico pensar que la posición más desfavorable del brazo superior es cuanto este está horizontal ya que la carga está más alejada. ($\Theta = 90^\circ$)

No obstante, como tenemos los diagramas de esfuerzos de los 9 casos estudiados, vamos a comprobar la posición más solicitada del brazo inferior en estos casos anteriores.

De igual manera que para el brazo superior, definimos los siguientes nodos y ángulos:

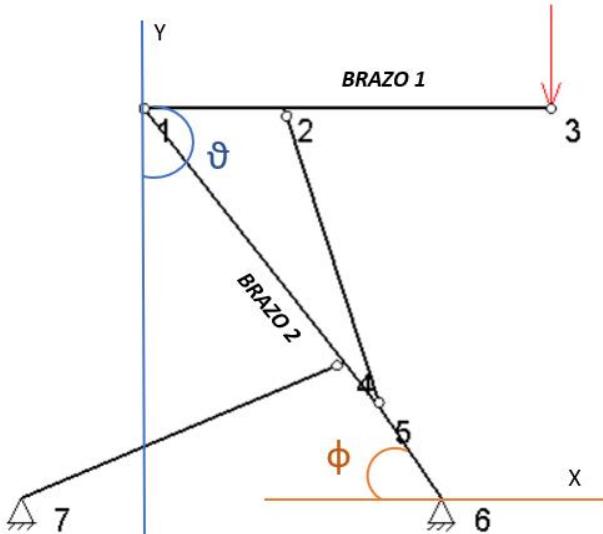


Imagen 32.- Ángulos brazos

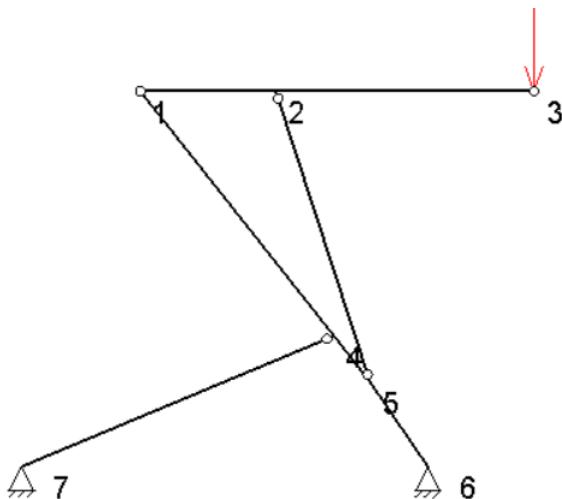


Imagen 33.- Nodos Brazos

B.1-Análisis de posiciones: determinación de esfuerzos

a) $\Theta = 150^\circ$

a.1) $\varphi = 30^\circ$ (caso 1)

Coordenadas:

PUNTO	X (mm)	Y (mm)
1	185.86	1554.5
2	630.24	2124.53
3	1501.8	3242.54
4	1534.89	551.36
5	1785.99	362.95
6	2189.23	0.0
7	0.0	0.0

Tabla 14.- Coordenadas caso 1

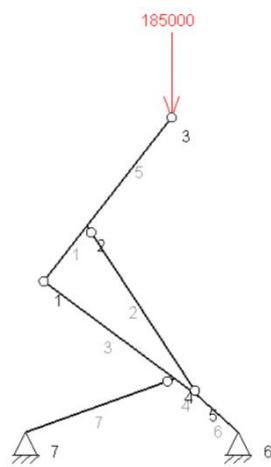
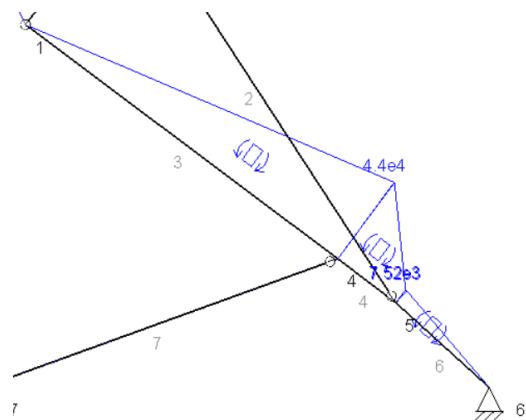


Imagen 34.- Modelo MEFI caso 1

Resultados:

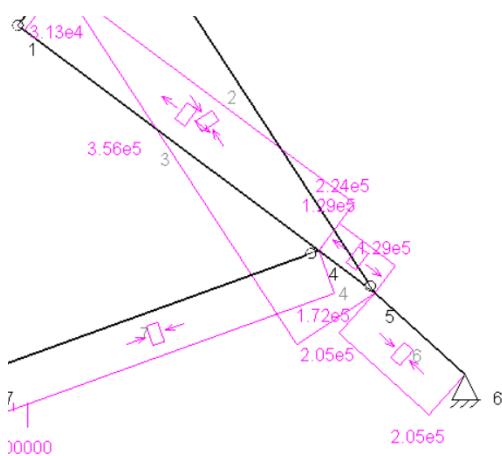
a) Momentos:



**Momento Máximo = 4.4e4 N*m
= 44*e6 N*mm**
Nodo 4

Imagen 35.- Momentos caso 1- brazo inferior

b) Axil:



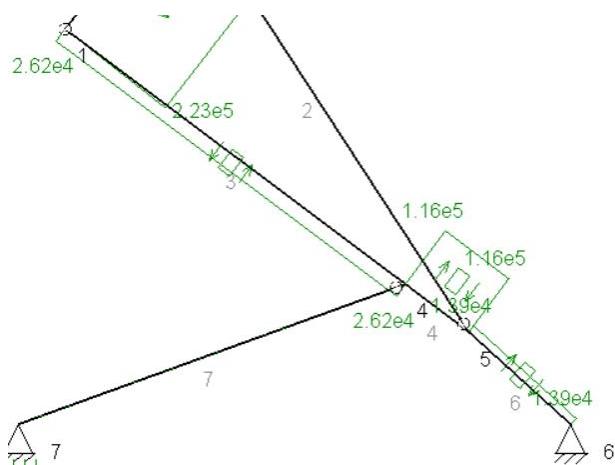
Axil máximo = 2.24e5 N

Nodo 4

c)

Imagen 36.- Axil caso 1 - brazo inferior

Cortante:



Cortante máximo = 1.16e5 N

Nodo 4,5

Imagen 37.- Cortante caso 1 - brazo inferior

a.2) $\varphi = 45^\circ$ (caso 2)

Coordenadas:

PUNTO	X (mm)	Y (mm)
1	640.24	2022.18
2	1084.61	2592.21
3	1956.18	3710.21
4	1683.67	704.06
5	1877.45	457.09
6	2189.23	0.0
7	0.0	0.0

Tabla 15.- Coordenadas caso 2

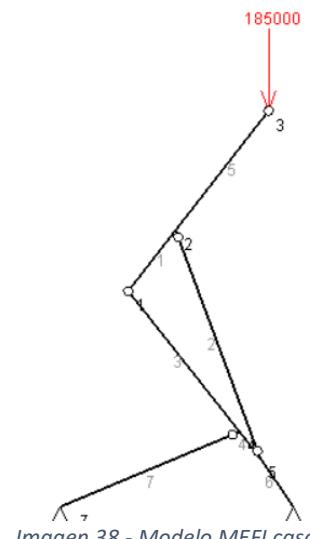
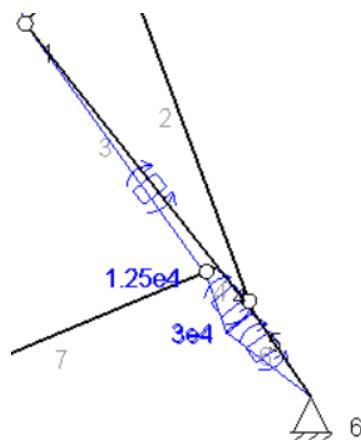


Imagen 38.- Modelo MEF1 caso 2

Resultados:

a) Momentos:



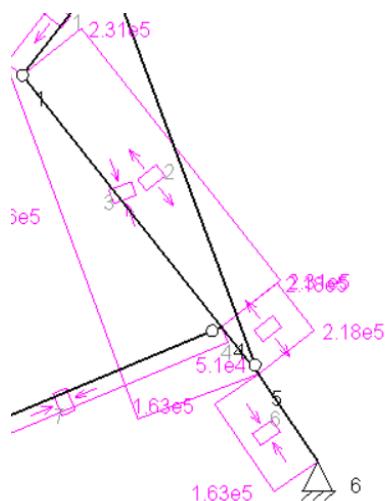
$$\text{Momento Máximo} = 3e4 \text{ N*m}$$

$$= 30*10^6 \text{ N*mm}$$

Nodo 5

Imagen 39.- Momentos caso 2 - brazo inferior

b) Axil:

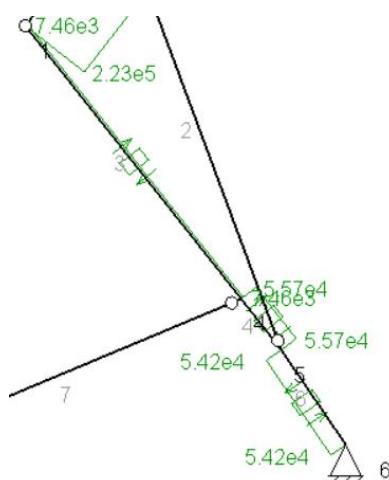


$$\text{Axil máximo} = 2.31e5 \text{ N}$$

Nodo 4

Imagen 40.- Axil caso 2 - brazo inferior

c) Cortante:



$$\text{Cortante máximo} = 5.57e4 \text{ N}$$

Nodo 4

Imagen 41.- Cortante caso 2 - brazo inferior

a.3) $\varphi = 90^\circ$ (caso 3)

Coordenadas:

PUNTO	X (mm)	Y (mm)
1	640.24	2022.18
2	1084.61	2592.21
3	1956.18	3710.21
4	1683.67	704.06
5	1877.45	457.09
6	2189.23	0.0
7	0.0	0.0

Tabla 16.- Coordenadas caso 3

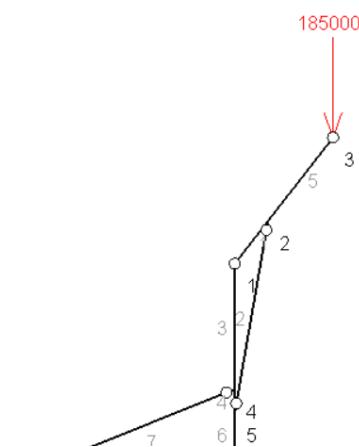
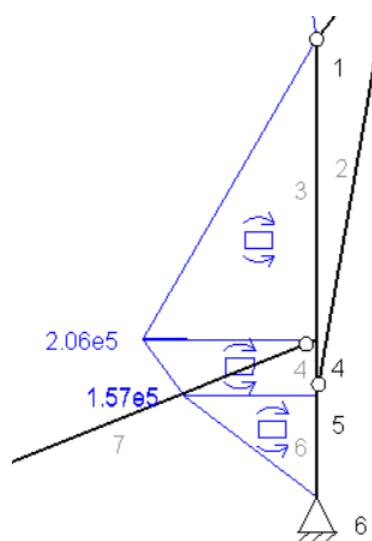


Imagen 42.- Modelo MEF1 caso 3

Resultados:

a) Momentos:

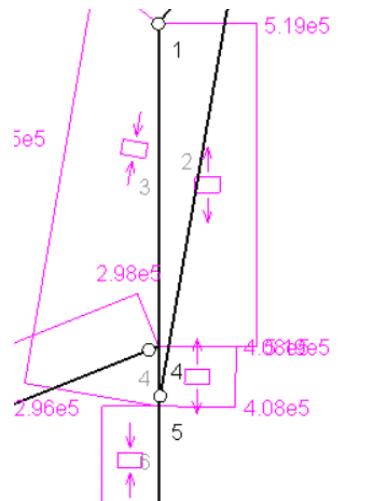


Momento Máximo = 2.06×10^5 N*m
= 206×10^6 N*mm

Nodo 4

Imagen 43.- Momentos caso 3 - brazo inferior

b) Axil:

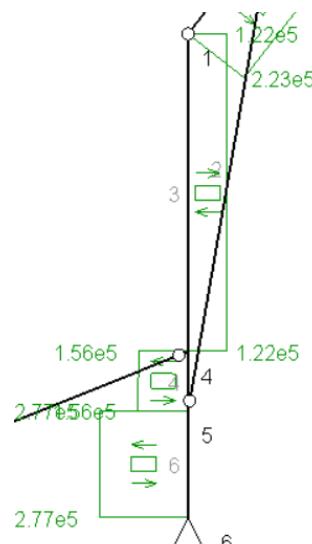


Axil máximo = 5.19e5 N

Nodo 4

Imagen 44.- Axil caso 3 - brazo inferior

c) Cortante:



Cortante máximo = 2.77e5 N

Nodo 5

Imagen 45.- Cortante caso 3 - brazo inferior

Conclusión: Para $\Theta = 150^\circ$ observamos la sección más desfavorable en el nodo 4 con un ángulo de $\varphi = 90^\circ$.

Momento	206*10^6 N*mm
Axil	5.19*10^5 N
Cortante	1.22*10^5 N

Tabla 17.- Tabla resumen $\Theta = 150^\circ$ brazo inferior

b) $\Theta = 90^\circ$

b.1) $\varphi = 30^\circ$ (caso 4)

Este caso es imposible físicamente, se sobreponen los brazos entre sí.

b.2) $\varphi = 45^\circ$ (caso 5)

Coordenadas:

PUNTO	X (mm)	Y (mm)
1	640.24	2022.18
2	1369.28	2022.18
3	2760.09	2022.18
4	1683.67	704.06
5	1877.45	457.09
6	2189.23	0.0
7	0.0	0.0

Tabla 18.- Coordenadas caso 5

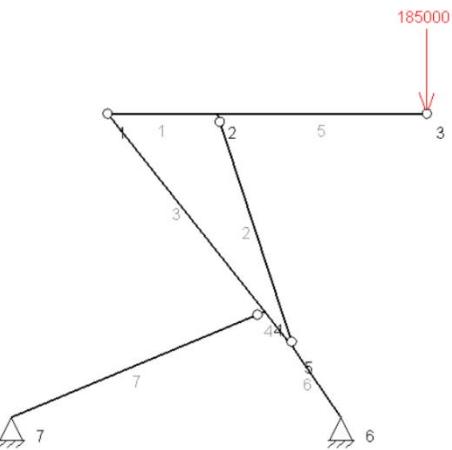
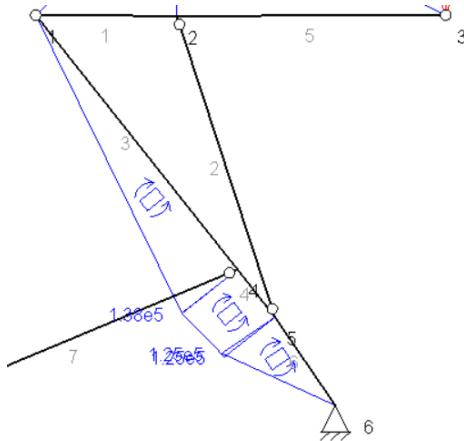


Imagen 46.- Modelo MEF1 caso 5

Resultados:

a) Momentos:

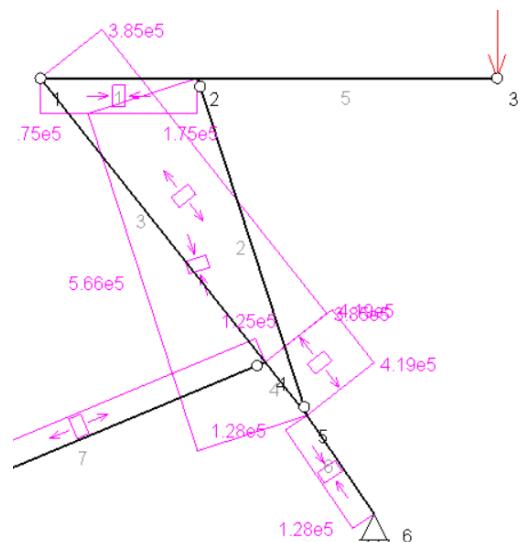


$$\begin{aligned} \text{Momento Máximo} &= 1.38\text{e}5 \text{ N*m} \\ &= 138*\text{e}6 \text{ N*mm} \end{aligned}$$

Nodo 4

Imagen 47.- Momentos caso 5 - brazo inferior

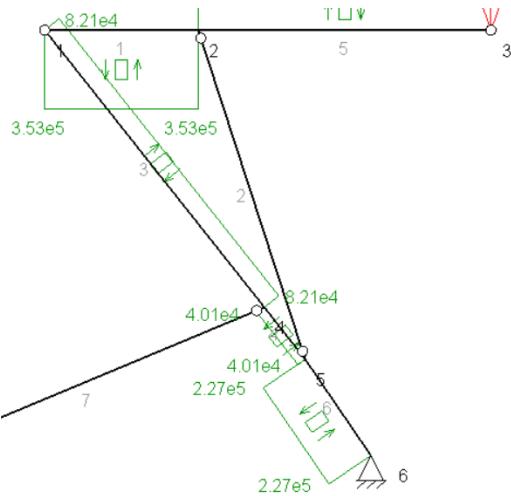
b) Axil:



$$\begin{aligned} \text{Axil máximo} &= 4.19\text{e}5 \text{ N} \\ \text{Nodo 4} \end{aligned}$$

Imagen 48.- Axil caso 5 - brazo inferior

c) Cortante:



Cortante máximo = $2.27e5$ N

Nodo 5

Imagen 49.- Cortante caso 5 - brazo inferior

b.3) $\varphi = 90^\circ$ (caso 6)

Coordenadas:

PUNTO	X (mm)	Y (mm)
1	2189.1	2560.48
2	2918.15	2560.48
3	4308.96	2560.48
4	2190.33	879.36
5	2189.23	565.46
6	2189.23	0.0
7	0.0	0.0

Imagen 51.- Coordenadas caso 6

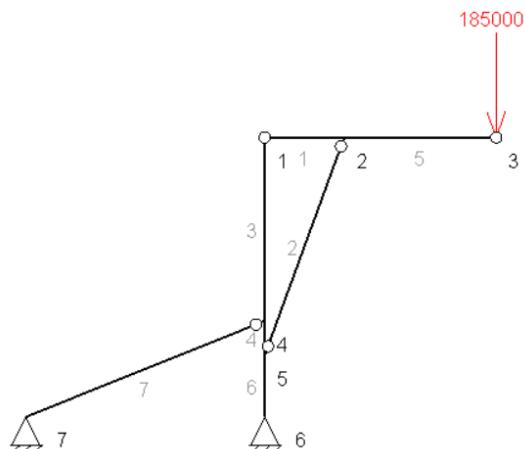
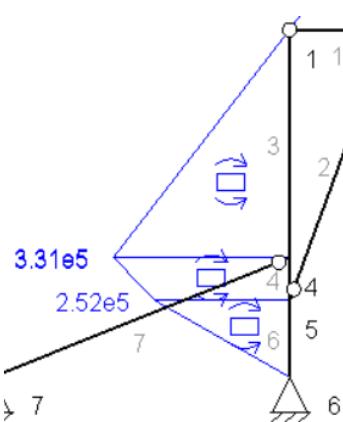


Imagen 50.- Modelo MEFI caso 6

Resultados:

a) Momentos:



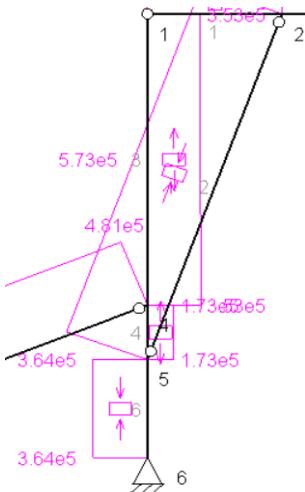
Momento Máximo = $3.31e5$ N*m

= $331 \cdot 10^6$ N*mm

Nodo 4

Imagen 52.- Momentos caso 6 - brazo inferior

b) Axil:

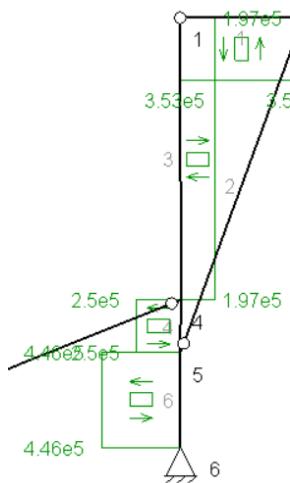


Axil máximo = 3.64e5 N

Nodo 4

c) Cortante:

Imagen 53.- Axil caso 6 - brazo inferior



Cortante máximo = 4.46e5 N

Nodo 5

Conclusión: Para $\Theta = 45^\circ$ con un ángulo de $\varphi = 90^\circ$.

Imagen 54.- Cortante caso 6 - brazo inferior

observamos la desfavorable en el nodo

Tabla 19.- Resumen resultados $\Theta = 90^\circ$ - brazo inferior

Momento	$331 \cdot 10^6 \text{ N} \cdot \text{mm}$
Axil	$3.53 \cdot 10^4 \text{ N}$
Cortante	$1.97 \cdot 10^5 \text{ N}$

c) $\Theta = 45^\circ$

c.1) $\varphi = 30^\circ$ (caso 7)

Este caso es imposible físicamente, se sobreponen los brazos entre sí.

c.2) $\varphi = 45^\circ$ (caso 8)

De igual manera que el caso anterior, este caso es imposible físicamente.

c.3) $\varphi = 90^\circ$ (caso 9)

Coordenadas:

PUNTO	X (mm)	Y (mm)
1	2189.1	2560.48
2	2624.7	1983.71
3	3479.03	852.48
4	2190.33	879.36
5	2189.23	565.46
6	2189.23	0.0
7	0.0	0.0

Imagen 55.- Coordenadas nodos caso 9

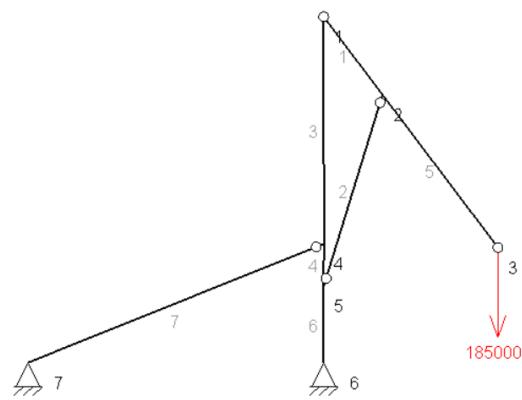
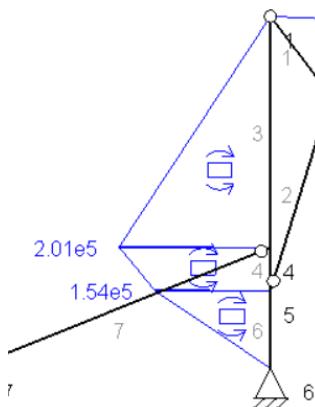


Imagen 56.- Modelo MEF1 caso 9

Resultados:

a) Momentos:



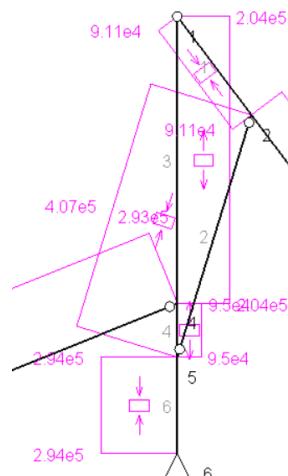
$$\text{Momento Máximo} = 2.01\text{e}5 \text{ N}\cdot\text{m}$$

$$= 201*\text{e}6 \text{ N}\cdot\text{mm}$$

Nodo 4

Imagen 57.- Momentos caso 9 - brazo inferior

b) Axil:

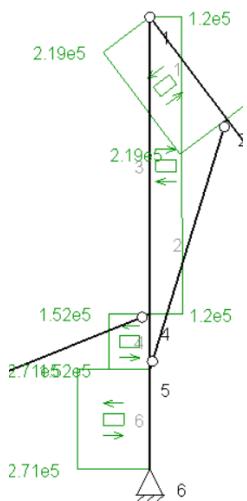


$$\text{Axil máximo} = 2.94\text{e}5 \text{ N}$$

Nodo 5

Imagen 58.- Axil caso 9 - brazo inferior

c) Cortante:



Cortante máximo = 2.71e5 N

Nodo 5

Imagen 59.- Cortante caso 9 - brazo inferior

Conclusión: Para $\Theta = 45^\circ$ observamos la sección más desfavorable en el nodo 4 con un ángulo de $\varphi = 90^\circ$.

Momento	201*10^6 N*mm
Axil	2.04*10^5 N
Cortante	1.25*10^5 N

Tabla 20.- Resumen resultados $\Theta = 45^\circ$ - brazo inferior

d) Posición más desfavorable

Resumiendo las posiciones analizadas anteriormente, obtenemos lo siguiente:

Posición	Momento (N*mm)	Axil (N)	Cortante (N)	Nodo
$\Theta = 150^\circ; \varphi = 90^\circ$	206*10^6	5.19*10^5	1.22*10^5	4
$\Theta = 90^\circ; \varphi = 90^\circ$	331*10^6	3.53*10^4	1.97*10^5	4
$\Theta = 45^\circ; \varphi = 90^\circ$	201*10^6	2.04*10^5	1.25*10^5	4

Tabla 21.- Resumen final esfuerzos según posición brazo inferior

Por tanto, el caso más desfavorable para el brazo inferior será para $\Theta = 90^\circ; \varphi = 90^\circ$ en el nodo 4 de este.

Con unos esfuerzos de:

Momento (N*mm)	Axil (N)	Cortante (N)
331*10^6	3.53*10^5	1.97*10^5

Tabla 22.- Esfuerzos finales brazo superior

A partir del diagrama de esfuerzos, también podemos deducir las fuerzas en cada nodo para esta posición:

Nodo	F_x (N)		F_y (N)
1	(-) 197000		353000
4	(-) 180000		447000
5	(-) 537000		196000
6	364000		(-) 446000

Al igual que para el brazo superior, vamos a comprobar los resultados obtenidos en MEF1, comparandolos con resultados analíticos para el brazo inferior.

e) Comprobación analítica de esfuerzos

De igual manera que para el brazo superior, comenzamos por dibujar el diagrama de sólido libre, manteniendo el sistema de coordenadas globales x e y:

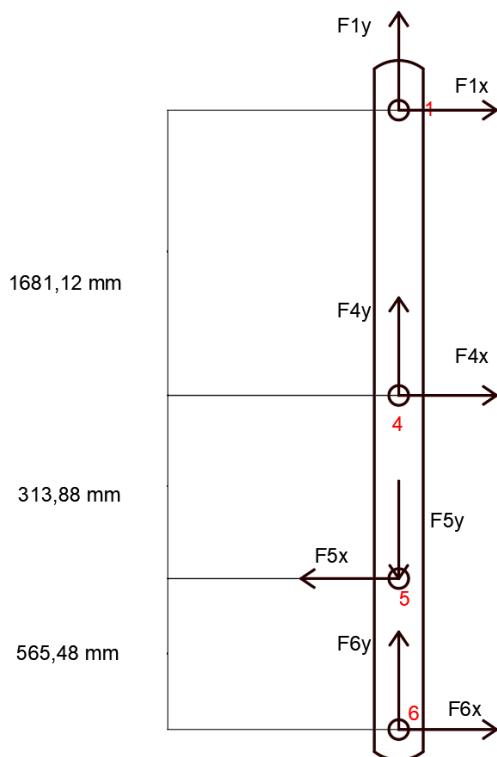


Imagen 60.- D.S.L. Brazo inferior

Después, planteamos y resolvemos los sistemas de ecuaciones:

Sistema de ecuaciones: (en ejes globales)

$$a) \sum F_x = 0 \rightarrow F_{1x} + F_{4x} - F_{5x} + F_{6x} = P;$$

$$b) \sum F_y = 0 \rightarrow F_{1y} + F_{4y} - F_{5y} + F_{6y} = 0;$$

$$c) \sum M_6 = 0 \rightarrow -F_{1x} * \overline{16} - F_{4x} * \overline{46} + F_{5x} * \overline{56} = 0;$$

3 ecuaciones y 5 incógnitas

Sabiendo que las reacciones en la base del cilindro superior (Nodo 4) serán iguales a las reacciones arriba (Nodo 2) tenemos:

$$F_{5x} = F_{2x} = 196864 \text{ N}$$

$$F_{5y} = F_{2y} = 573960,36 \text{ N}$$

Con esto podemos despejar F_{4x} de la ecuación c):

$$F_{4x} = \frac{-F_{1x} * \frac{16}{46} + F_{5x} * \frac{56}{46}}{46} = (-) 446624,45 \text{ N}$$

Una vez tenemos esta F_{4x} , podemos proceder de manera similar que con el brazo superior, resolviendo el triángulo que se forma con los nodos 4,6 del brazo inferior, y el nodo 7 (apoyo del cilindro inferior), hallando el ángulo que F_4 forma con este (λ):

$$\lambda = \arctan\left(\frac{2189,23}{879,36}\right) = 68,11^\circ$$

$$F_4 = \frac{F_{4x}}{\operatorname{seno}(\lambda)} = 481327,52 \text{ N}$$

$$F_{4y} = F_4 * \cos(\lambda) = 179451 \text{ N}$$

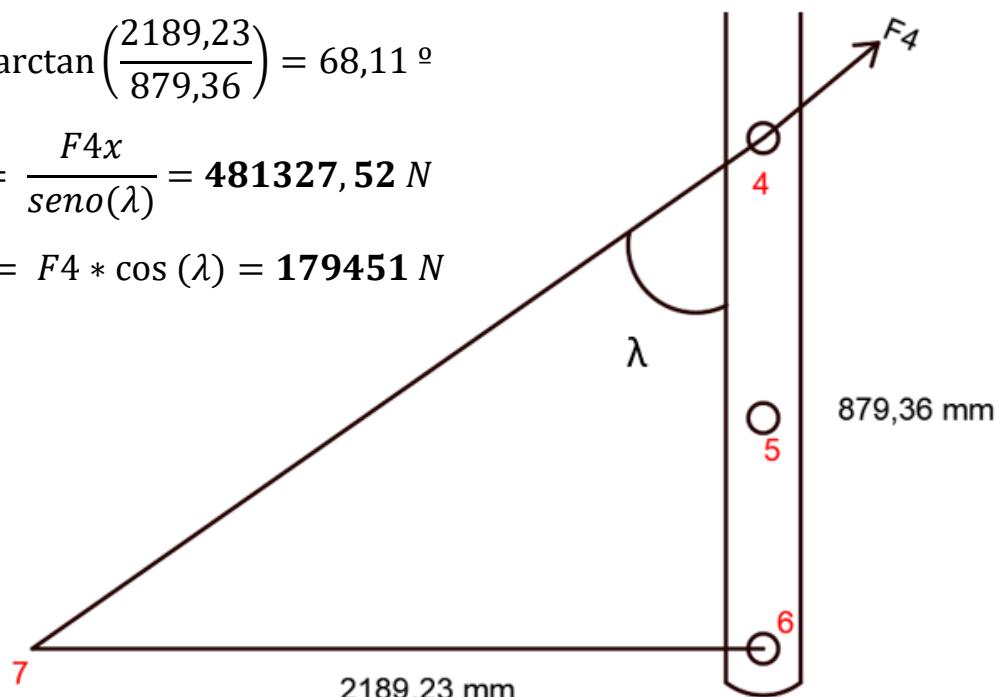


Imagen 61.- Triángulo inferior

Con esto resolvemos la última incógnita (F_{6y}):

b) $\sum F_y = 0 \rightarrow F_{6y} = -F_{1y} - F_{4y} + F_{5y} = 364451 \text{ N};$

Pasamos a dibujar los diagramas de esfuerzos y compararlos con los obtenidos con MEF1 para esta posición:

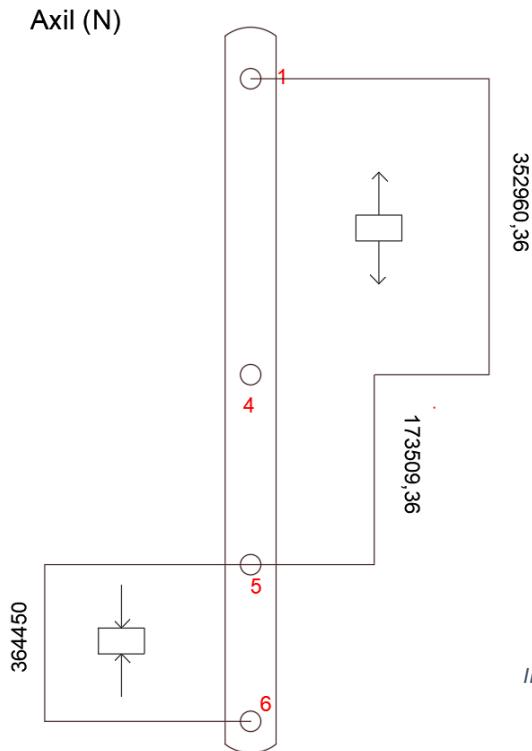


Imagen 62.- Axil brazo inferior (analítico)

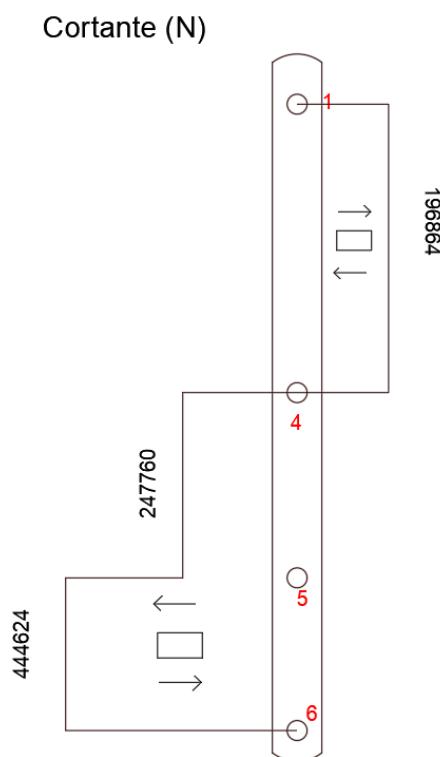


Imagen 63.- Cortante brazo inferior (analítico)

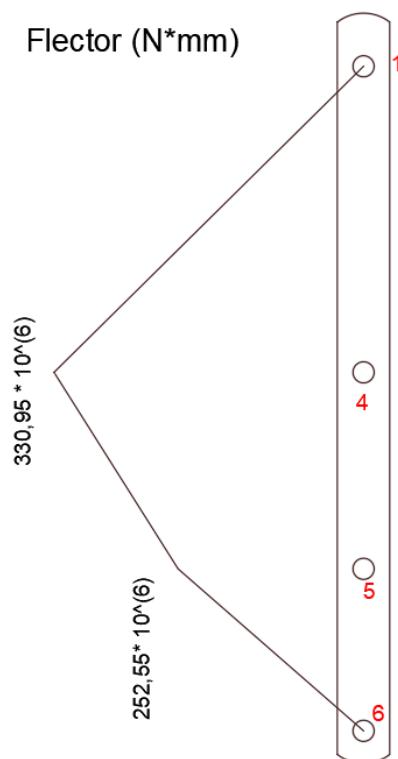


Imagen 64.- Momento brazo inferior (analítico)

COMPARACION RESULTADOS:

	MEFI	Analítico
Momento máx (N*mm)	$331*10^6$	$330,95*10^6$
Axil máx (N)	$3.64*10^5$	352960,36
Cortante máx. (N)	$4.46*10^5$	444624

Tabla 23.- Comparación MEFI-Analítico

Los resultados obtenidos en los dos modelos son prácticamente idénticos , por lo que damos por válidos los resultados obtenidos en el brazo inferior a través del programa MEFI.

Por tanto, se puede pasar a dimensionar el perfil de este.

B.2-Dimensionamiento del perfil

De manera análoga a lo hecho para dimensionar el perfil del brazo superior, una vez obtenidos los diagramas de esfuerzos y la posición más solicitante, procederemos al dimensionamiento del brazo inferior de la grúa.

Seguiremos la teoría del cortante máximo y además, consideraremos un factor de seguridad adicional que se establecerá en $C_s = 2$.

Teniendo en cuenta que hemos seleccionado el Acero Strenx 700 Mc como material, la teoría nos proporciona la siguiente estructura:

$$C_s = \frac{\sigma}{2 * \tau_{adm}}$$

$$\tau_{adm} = \frac{\sigma}{2 * C_s} = \frac{700}{2 * 2} = 175 \text{ MPa}$$

$$\sigma_{adm} = \tau_{adm} * 2 = 350 \text{ MPa}$$

$$\sigma_{resultante} = \frac{M_f}{W_z} + \frac{N}{A} = 350 \text{ MPa};$$

Así pues, para conseguir dimensionar el brazo debemos cumplir que la $\sigma_{resultante}$ calculada a partir de las solicitudes definidas debe ser menor a la $\sigma_{adm} = 350 \text{ MPa}$ que viene fijada por el material y el coeficiente de seguridad utilizado.

Dado que las solicitudes en el centro del brazo son mayores que en los extremos al no haber momento flector en estos, realizaremos el dimensionado en dos partes, obteniendo una sección menor en los lados que en el centro de este.

Por lo tanto, para dimensionar adecuadamente el brazo, debemos asegurarnos de que la tensión resultante calculada a partir de las cargas definidas sea menor que la tensión admisible ($\sigma_{adm}=350 \text{ MPa}$) establecida por el material y el coeficiente de seguridad utilizado.

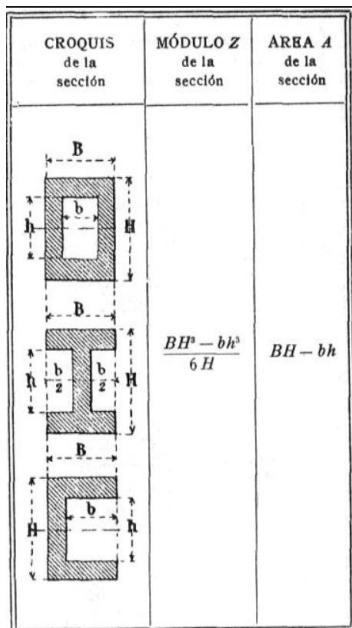
Dado que las cargas en el centro del brazo son mayores que en los extremos debido a la falta de momento flector en estos últimos, realizaremos el dimensionamiento en dos secciones. Esto significa que la sección transversal del brazo será menor en los lados que en el centro.

· Dimensionamiento barra: (centro)

Tomando de referencia los diagramas de esfuerzos dibujados anteriormente obtenemos las solicitudes siguientes en el centro del brazo:

Momento (N*mm)	Axil (N)
$331 \cdot 10^6$	$3.53 \cdot 10^5$

Por otra parte, conocemos que este brazo tiene unas dimensiones de 320 mm de ancho (B) y 500 mm de alto (H).



$$W_z = \frac{B * H^3 - b * h^3}{6 * H}$$

$$A = B * H - b * h$$

$$b = B - 2 * e$$

$$h = H - 2 * e$$

FORMULAS PARA EL CÁLCULO DEL
MODULO RESISTENTE Y EL ÁREA DE
LA SECCIÓN RECTANGULAR

- Probamos con un espesor de $e = 5 \text{ mm}$

$$b = B - 2 * e = 290 \text{ mm}$$

$$h = H - 2 * e = 490 \text{ mm}$$

$$W_z = \frac{B * H^3 - b * h^3}{6 * H} = 1127263 \text{ mm}^3$$

$$A = B * H - b * h = 7000 \text{ mm}^2$$

$$\sigma_{resultante} = \frac{Mf}{Wz} + \frac{N}{A} = 344,06 \text{ MPa}$$

$$\sigma_{resultante} = 344,06 \text{ MPa} < \sigma_{adm} = 350 \text{ MPa}$$

$e = 5 \text{ mm cumple};$

Perfil de la barra \overline{BF} : rectangular (300*500) mm y 5 mm de espesor en el centro

Dimensionamiento barra: (extremos) (M=0)

Esta vez, observando el diagrama de esfuerzos en los extremos observamos las siguientes solicitudes:

Momento (N*mm)	Axil (N)
0	3.65*10^5

Además de conocer que el brazo en sus extremos tiene una altura de 280 mm y una anchura de 300 mm, gracias al cálculo anterior, tenemos definido también el espesor de este (6 mm).

Por tanto, en este caso solo nos queda comprobar que se cumplen las condiciones con estos datos.

$$h = H - 2 * e = 280 - 2 * 5 = 270 \text{ mm}$$

$$b = B - 2 * e = 300 - 2 * 5 = 290 \text{ mm}$$

$$W_z = \frac{B * H^3 - b * h^3}{6 * H} = 522339 \text{ mm}^2$$

$$A = B * H - b * h = 5700 \text{ mm}^2$$

$$\sigma_{resultante} = \frac{Mf}{W_z} + \frac{N}{A} = 0 + 61,93 = 61,93 \text{ Mpa}$$

$$\sigma_{resultante} = 61,93 < \sigma_{adm} = 350 \text{ Mpa}$$

Perfil de la barra \overline{BF} : rectangular (300*280) mm y 5 mm de espesor en los extremos

B.3 RESUMEN MEFI: FUERZAS EN CILINDROS Y PASADORES:

a) Caso 1: ($\Theta = 150^\circ$; $\varphi = 30^\circ$)

pasadores:

	Fx (N)	Fy (N)	Fres (N)
Pasador 1	31300	(-) 223000	225186
Pasador 2	114700	337000	355985
Pasador 3	(-) 146000	(-) 114000	185000
Pasador 4	95000	142000	170848
Pasador 5	334000	(-) 102060	349245
Pasador 6	(-) 205000	(-) 13940	205473

Tabla 24.- Resumen pasadores MEFI caso 1

cilindros:

	Fx (N)	Fy (N)	Fres (N)
Cilindro sup.	114700	337000	355985
Cilindro inf (compres.)	95000	142000	170848

Tabla 25.- Resumen cilindros MEFI caso 1

b) Caso 2: ($\Theta = 150^\circ$; $\varphi = 45^\circ$)

pasadores:

	Fx (N)	Fy (N)	Fres (N)
Pasador 1	(-) 62400	(-) 223000	239905
Pasador 2	208000	369000	423585
Pasador 3	(-) 146000	(-) 114000	185000
Pasador 4	13000	48240	47960
Pasador 5	381500	(-) 109900	396534
Pasador 6	(-) 163500	54200	171775

Tabla 26.- Resumen pasadores MEFI caso 2

cilindros:

	Fx (N)	Fy (N)	Fres (N)
Cilindro sup.	208000	369000	423585
Cilindro inf (compres.)	13000	48240	47960

Tabla 27.- Resumen cilindros MEFI caso 2

c) **Caso 3:** ($\Theta = 150^\circ$; $\varphi = 90^\circ$)

pasadores:

	Fx (N)	Fy (N)	Fres (N)
Pasador 1	(-) 485000	(-) 223000	533811
Pasador 2	631000	337000	715353
Pasador 3	(-) 146000	(-) 114000	185000
Pasador 4	111000	(-) 278000	299341
Pasador 5	704000	(-) 121000	714323
Pasador 6	(-) 296000	270000	400644

Tabla 28.- Resumen pasadores MEFI caso 3

cilindros:

	Fx (N)	Fy (N)	Fres (N)
Cilindro sup.	631000	337000	715353
Cilindro inf (tracción)	111000	(-) 278000	299341

Tabla 29.- Resumen cilindros MEFI caso 3

d) **Caso 4:** ($\Theta = 90^\circ$; $\varphi = 30^\circ$)

No simulable.

e) **Caso 5:** ($\Theta = 90^\circ$; $\varphi = 45^\circ$)

pasadores:

	Fx (N)	Fy (N)	Fres (N)
Pasador 1	175000	(-) 353000	393997
Pasador 2	(-) 175000	538000	565746
Pasador 3	0	(-) 185000	185000
Pasador 4	(-) 34000	(-) 122200	126842
Pasador 5	547000	(-) 186900	578049
Pasador 6	(-) 128000	227000	260601

Tabla 30.- Resumen pasadores MEFI caso 5

cilindros:

	Fx (N)	Fy (N)	Fres (N)
Cilindro sup.	(-) 175000	538000	565746
Cilindro inf (tracción)	(-) 34000	(-) 122200	126842

Tabla 31.- Resumen cilindros MEFI caso 5

f) Caso 6: ($\Theta = 90^\circ$; $\varphi = 90^\circ$)

pasadores:

	Fx (N)	Fy (N)	Fres (N)
Pasador 1	(-) 197000	(-) 353000	404250
Pasador 2	197000	538000	572934
Pasador 3	0	(-) 185000	185000
Pasador 4	180000	(-) 447000	481881
Pasador 5	537000	(-) 196000	571651
Pasador 6	(-) 364000	446000	575684

Tabla 32.- Resumen pasadores MEFI caso 6

cilindros:

	Fx (N)	Fy (N)	Fres (N)
Cilindro sup.	197000	538000	572934
Cilindro inf (tracción)	180000	(-) 447000	481881

Tabla 33.- Resumen cilindros MEFI caso 6

g) Caso 7 ($\Theta = 45^\circ$; $\varphi = 30^\circ$)

No simulable.

h) Caso 8 ($\Theta = 45^\circ$; $\varphi = 50^\circ$)

No simulable.

i) Caso 9: ($\Theta = 45^\circ$; $\varphi = 90^\circ$)

pasadores:

	Fx (N)	Fy (N)	Fres (N)
Pasador 1	91100	(-) 219000	237192
Pasador 2	(-) 239100	329000	406706
Pasador 3	198000	(-) 110000	226504
Pasador 4	109000	(-) 272000	293027
Pasador 5	389000	(-) 119000	406795
Pasador 6	(-) 294000	271000	399846

Tabla 34.- Resumen pasadores MEFI caso 9

cilindros:

	Fx (N)	Fy (N)	Fres (N)
Cilindro sup.	(-) 239100	329000	406706
Cilindro inf (tracción)	109000	(-) 272000	293027

Tabla 35.- Resumen cilindros MEFI caso 9

B.4-Uniones con pasadores: diámetros y sobreespesores:

B.4.1-Dimensionamiento del diámetro de los pasadores

En esta primera parte del apartado dimensionaremos el diámetro de los pasadores que se encuentran en los nodos 4, 5, 6 del segundo brazo.

De igual manera que en el brazo superior, el dimensionamiento se realizará teniendo en cuenta el fallo por cortadura del pasador, utilizando el coeficiente de seguridad previamente establecido de 2.

En primer lugar, calcularemos la tensión máxima que el pasador deberá soportar. Una vez obtenida esta tensión máxima y conociendo la fuerza que el pasador debe soportar, podremos determinar el área requerida.

En el caso de una unión con dos orejetas, la fuerza que el pasador debe soportar será la mitad de la carga total debido a la presencia de una doble cortadura (número de planos = 2).

Para determinar la tensión máxima que el pasador debe soportar, es necesario conocer el material del cual está hecho. En este caso, hemos optado por utilizar acero al carbono F-114, que tiene un límite elástico de $\sigma_F = 340 \text{ MPa}$.

$$CS_F = \frac{\sigma_F}{2 * \tau_{max,adm}} = 2;$$

$$\tau_{max,admissible} = \frac{\sigma_F}{2 * CS_F} = \frac{340 \text{ MPa}}{2 * 2} = 85 \text{ MPa}$$

$$\tau_{nodo} = \frac{F_{nodo}}{n^{\circ} \text{planos} * A}$$

Con esto obtenemos que los pasadores soportarán una tensión máxima de 85 MPa, por lo que podemos pasar a obtener sus diámetros:

Pasador 4 (doble cortadura):

$$A = \frac{F_4}{n^{\circ} \text{planos} * \tau_{max,4}} = \frac{\sqrt[2]{(F4x)^2 + (F4y)^2}}{2 * \tau_{max,4}} = \frac{\sqrt[2]{(180000)^2 + (447000)^2}}{2 * 85} = 2861,7 \text{ mm}^2$$

$$A = \pi * \frac{d^2}{4} \rightarrow d = 60,36 \text{ mm} \rightarrow \text{Diámetro estandarizado} = 65 \text{ mm}$$

Pasador 5 (doble cortadura):

$$A = \frac{F5}{n^{\circ} \text{planos} * \tau_{max,5}} = \frac{\sqrt[2]{(F5x)^2 + (F5y)^2}}{2 * \tau_{max,5}} = \frac{\sqrt[2]{(537000)^2 + (196000)^2}}{2 * 85} = 3362,65 \text{ mm}^2$$

$$A = \pi * \frac{d^2}{4} \rightarrow d = 65,43 \text{ mm} \rightarrow \text{Diámetro estandarizado} = 70 \text{ mm}$$

Pasador 6 (doble cortadura):

1) Fallo a cortadura (Doble cortadura)

$$A = \frac{F6}{n^{\circ} \text{planos} * \tau_{max,6}} = \frac{\sqrt[2]{(F6x)^2 + (F6y)^2}}{2 * \tau_{max,6}} = \frac{\sqrt[2]{(364000)^2 + (446000)^2}}{2 * 85} = 3386,38 \text{ mm}^2$$

$$A = \pi * \frac{d^2}{4} \rightarrow d = 65,66 \text{ mm} \rightarrow \text{Diámetro estandarizado} = 70 \text{ mm}$$

B.4.2-Dimensionamiento del espesor

Una vez sabiendo cuales son los diámetros de los pasadores podemos empezar a hacer los cálculos necesarios para resultar con el espesor necesario.

Para este brazo, en todos los pasadores tenemos orejetas, por lo que el espesor resultante será el espesor de estas, además, al ser 2 orejetas, la fuerza que va a estas será la mitad de la fuerza del nodo. No será necesario el uso de sobreespesores.

Como para el brazo superior, nos basaremos en el fallo por aplastamiento, utilizando otra vez un coeficiente de seguridad igual a dos.

Los datos para este cálculo serán los siguientes:

En este caso, las orejetas se van a fabricar de acero strenx 700 MC, al igual que los brazos de la grúa, este acero tiene un límite elástico " $\sigma_f = 700 \text{ MPa}$ ".

Al igual que en el apartado anterior, comenzaremos calculando la tensión máxima. A continuación, determinaremos la tensión de aplastamiento y, por último, obtendremos el espesor requerido.

$$\sigma_{max,admissible \text{ perfil}} = \frac{\sigma_F}{CS_F} = \frac{700 \text{ Mpa}}{2} = 350 \text{ MPa}$$

$$\sigma_{max,admissible \text{ orejetas}} = \frac{\sigma_F}{CS_F} = \frac{700 \text{ Mpa}}{2} = 350 \text{ MPa}$$

$$\tau_{max,perfil} = \frac{F}{Area} = \frac{F}{d * e} = 175 \text{ MPa}$$

$$\tau_{max,orejeta} = \frac{Forejeta}{Area} = \frac{F}{d * e} = 175 \text{ MPa}$$

Pasador 4:

$$d = 6,5 \text{ cm}$$

$$e4 = \frac{F4/2}{d * \tau_{max,orejeta}} = \frac{\sqrt[2]{(180000)^2 + (447000)^2}}{2 * 65 * 175} = 21,18 \text{ mm} \approx 22 \text{ mm}$$

El espesor de la orejeta será mínimo de 22 mm (25 mm estandarizado)

Pasador 5:

$$d = 7 \text{ cm}$$

$$e5 = \frac{F5/2}{d * \tau_{max,perfil}} = \frac{\sqrt[2]{(537000)^2 + (196000)^2}}{2 * 70 * 175} = 23,33 \text{ mm} \approx 24 \text{ mm}$$

El espesor de la orejeta será mínimo de 24 mm (25 mm estandarizado)

Pasador 6

$$d = 7 \text{ cm}$$

$$e_6 = \frac{F_6/2}{d * \tau_{max,admissible}} = \frac{\sqrt[2]{(364000)^2 + (446000)^2}}{2 * 70 * 175} = 23,49 \text{ mm} \approx 24 \text{ mm}$$

El espesor de la orejeta será mínimo de 24 mm (25 mm estandarizado)

A continuación, se muestra un resumen de cómo queda finalmente tanto el diámetro de los pasadores como el espesor de las orejetas.

	Diámetro Pasador (mm)	Espesor (mm)
Nodo 4	65	25
Nodo 5	70	25
Nodo 6	70	25

Tabla 36.- Resumen pasadores brazo inferior

C. Dimensionamiento del cilindro hidráulico superior e inferior:

En este anexo se hace un análisis más exhaustivo del dimensionamiento del cilindro del brazo superior y el cilindro del brazo inferior.

Para dimensionar un cilindro hidráulico necesitamos tener en cuenta varios factores, entre ellos:

1. Fuerza requerida: Debemos determinar la fuerza requerida para la aplicación específica.

En este caso requerimos una fuerza que será la reacción total en el nodo 2 para el cilindro del brazo superior y la reacción total en el nodo 4 para el cilindro brazo inferior. En el caso del cilindro inferior, debemos analizar su situación de máxima compresión y de máxima tracción.

La situación de máxima compresión para el cilindro superior y máxima tracción para el cilindro inferior se dan para el caso 6 ($\Theta = 90^\circ$ y $\varphi = 90^\circ$):

$$F2 = \sqrt[2]{F2x^2 + F2y^2} = \sqrt[2]{538000^2 + 197000^2} = 572933 N \approx 573 kN$$

$$F4t = \sqrt[2]{F4x^2 + F4y^2} = \sqrt[2]{447000^2 + 180000^2} = 481881 N \approx 482 kN$$

Mientras que la de máxima compresión para el cilindro inferior se da en el caso 1: ($\Theta = 150^\circ$; $\varphi = 30^\circ$):

$$F4c = \sqrt[2]{F4x^2 + F4y^2} = \sqrt[2]{95000^2 + 142000^2} = 170848 N \approx 171 kN$$

2. Presión de trabajo: Se debe determinar la presión de trabajo necesaria para la aplicación. La presión de trabajo es la presión que el sistema hidráulico debe proporcionar para que el cilindro genere la fuerza requerida.

Según varios manuales de fabricantes de este tipo de grúas, tenemos una presión de trabajo de alrededor de **250 bar**.

3. Carrera: La carrera de un cilindro hidráulico es la distancia total que el vástago del cilindro puede recorrer dentro del cuerpo del cilindro. Es decir, es la distancia entre la posición completamente extendida y la posición completamente retraída del vástago.

Como sabemos las coordenadas de los nodos del cilindro para todo el rango de ángulos de los brazos podemos determinar sus carreras fácilmente.

a) Cilindro superior: La carrera del cilindro superior la mediremos mediante el rango de ángulos del primer brazo $\Theta = 45^\circ \rightarrow \Theta = 150^\circ$. Teniendo este cilindro la posición completamente retraída en $\Theta = 45^\circ$ y la posición completamente extendida en $\Theta = 150^\circ$.

$\Theta (\circ)$	Nodo	X (m)	Y(m)
45	2	2,6247	1,98371
150	2	2,63348	3,13051

Para obtener la carrera, podemos formar un triángulo a través de estas dos coordenadas de la siguiente manera:

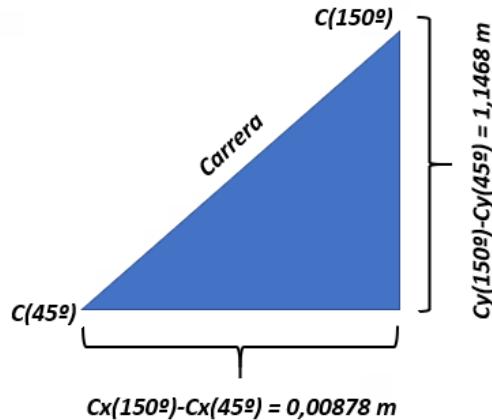


Imagen 65.- Triángulo cilindro superior

Para hallar la carrera ("hipotenusa") seguimos el teorema de pitágoras

$$0,00878^2 + 1,1468^2 = \text{carrera}^2$$

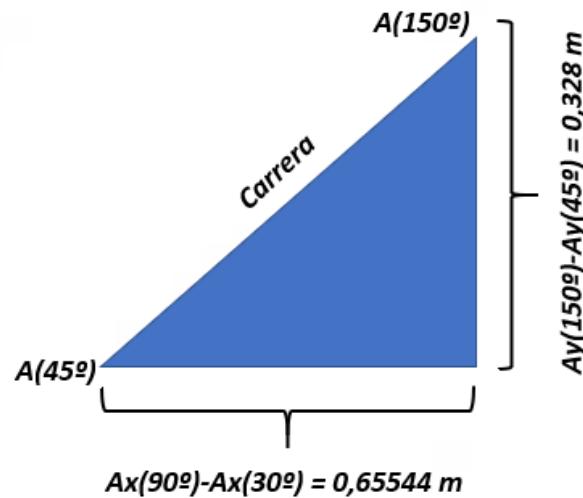
$$\text{carrera} = \sqrt{0,00878^2 + 1,1468^2} = 1,146833 \approx 1,147 \text{ m} = 1147 \text{ mm}$$

(La carrera es prácticamente igual a la diferencia de coordenadas en el eje "y" ya que la diferencia de coordenadas en el eje x era prácticamente cero, por lo que el ángulo del triángulo será de casi 90° y por tanto se podría restar las coordenadas "y" casi directamente.)

b) Cilindro inferior: La carrera del cilindro inferior la mediremos mediante el rango de ángulos del segundo brazo $\varphi = 30^\circ \rightarrow \varphi = 90^\circ$. Teniendo este cilindro la posición completamente retraída en $\varphi = 30^\circ$ y la posición completamente extendida en $\varphi = 90^\circ$.

φ ($^\circ$)	Nodo	X (m)	Y(m)
30	4	1,53489	0,55136
90	4	2,19033	0,87936

Podemos formar un triángulo a través de estas dos coordenadas de la siguiente manera:



Para hallar la carrera (“hipotenusa”) seguimos el teorema de pitágoras

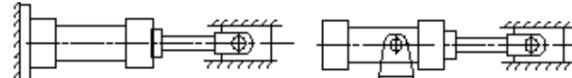
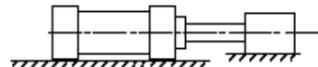
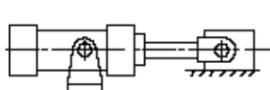
$$0,65544^2 + 0,328^2 = \text{carrera}^2$$

$$\text{carrera} = \sqrt{0,65544^2 + 0,328^2} = 0,73199 \approx 0,732 \text{ m} = 732 \text{ mm}$$

4. Factor de pandeo: El factor de pandeo es una medida de la resistencia de un elemento estructural a la inestabilidad lateral. Cuanto mayor sea el factor de pandeo, mayor será la capacidad del elemento para soportar cargas de compresión sin pandearse.

Para ayudarnos a determinar este factor de pandeo vamos a hacer uso de la tabla de la página siguiente, la cual nos proporcionará su valor sabiendo como está montado este cilindro en la estructura.

Dado que los cilindros están unido a la estructura mediante una unión con vástago articulado, vamos a tomar el factor de pandeo **$\beta=2$.**

Tipo de fijación cilindro	Esquema de montaje	Factor de pandeo (β)
Unión con vástago articulado y guiado Cilindro fijado mediante articulación en parte intermedia ó rígidamente en parte posterior		1.5
Unión con vástago rígida, pero no guiado (simplemente apoyado en superficie) Cilindro fijado rígidamente		2.0
Unión con vástago articulado y guiado Cilindro fijado mediante articulación en parte posterior		2.0
Unión con vástago articulado pero no guiado (simplemente apoyado en superficie) Cilindro fijado mediante articulación en parte intermedia		3.0

5.Longitud de pandeo: La longitud de pandeo es la longitud crítica de un elemento estructural delgado en la que la inestabilidad lateral o el pandeo comienza a ocurrir cuando está sometido a una carga de compresión axial. Es decir, es la longitud a partir de la cual la carga crítica de compresión que puede soportar la barra comienza a disminuir debido a su tendencia a deformarse lateralmente.

Para calcular esta longitud simplemente vamos a hacer uso de la siguiente fórmula:

$$\text{Longitud de pandeo} = \text{Carrera cilindro} * \beta \text{ (Factor de pandeo)}$$

Finalmente:

$$\text{Longitud de pandeo SUP} = \text{Carrera cilindro SUP} * \beta \text{ (Factor de pandeo)}$$

$$= 1147 \text{ mm} * 2 = 2294 \text{ mm}$$

$$\text{Longitud de pandeo INF} = \text{Carrera cilindro INF} * \beta \text{ (Factor de pandeo)}$$

$$= 732 \text{ mm} * 2 = 1464 \text{ mm}$$

En resumen:

Cilindro superior	{	Longitud de pandeo = 2294 mm
Fuerza cilindro = 572933 N ≈ 573 kN		

Cilindro inferior	{	Longitud de pandeo = 1464 mm
Fuerza cilindro tracción = 481881 N ≈ 482 kN		
Fuerza cilindro compresión = 170848 N ≈ 171 kN		

Dimensionamiento vástago:

Conociendo ya estos dos datos de cada cilindro podemos pasar a dimensionar los vástagos a partir de la gráfica siguiente, que nos permite relacionar el diámetro de este a partir de la longitud de pandeo y la fuerza requerida.

- Miramos en la gráfica según estos dos datos:

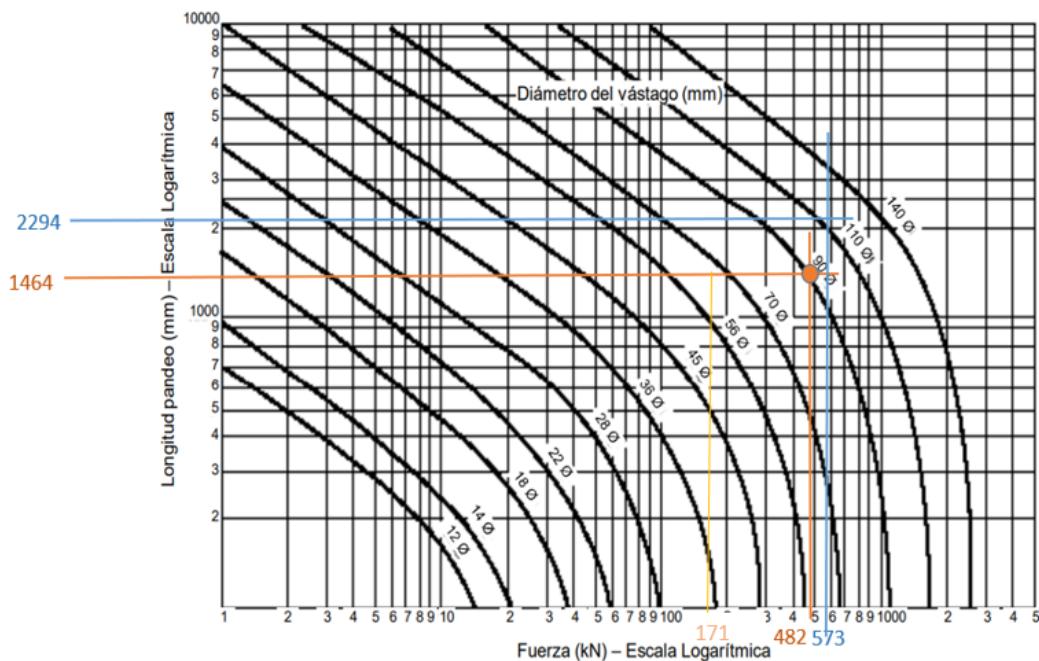


Imagen 67.- Gráfica Long. pandeo - Fuerza

Para el cilindro superior obtenemos un punto entre 110 y 140 mm. Para el inferior entre 56 y 70 mm para compresión y entre 90 y 110 mm para tracción, para asegurarnos de que sea lo más fiable posible, escogeremos el de mayor tamaño → $\varnothing_{vástago SUP} = 140 \text{ mm}$

$$\rightarrow \varnothing_{vástago INF} = 110 \text{ mm}$$

A partir de este diámetro, consultamos la tabla de dimensiones estándar de vástagos.

Diámetro del vástago (d = mm)	Área vástagos (mm ²)
12	113
14	154
18	254
22	380
28	616
36	1018
45	1590
56	2463
70	3848
90	6362
110	9503
140	15394

Cilindro superior:

$$\varnothing_{vástago SUP} = 140 \text{ mm}$$

$$A_{vástago SUP} = 15394 \text{ mm}^2$$

Cilindro inferior:

$$\varnothing_{vástago INF} = 110 \text{ mm}$$

$$A_{vástago INF} = 9503 \text{ mm}^2$$

Dimensionamiento pistón:

Por otra parte, podemos proceder a dimensionar también el pistón de nuestro cilindro, conociendo la presión máxima de trabajo que se ha determinado anteriormente.

Presión máxima = 250 bar

Con estos datos calculamos el área del pistón de la siguiente manera:

(para el área del pistón inferior vamos a tomar la fuerza de tracción dado que es la mayor)

$$\text{Área pistón SUP} = \frac{F2}{P_{máx}} = \frac{572933 \text{ N}}{25 \text{ Mpa}} = 22917 \text{ mm}^2$$

$$\text{Área pistón INF} = \frac{F4}{P_{máx}} = \frac{481881 \text{ N}}{25 \text{ Mpa}} = 19275 \text{ mm}^2$$

Al contrario que en el caso anterior, esta vez sabemos el área de nuestro pistón, y lo que sacamos es el diámetro del mismo, usando también una tabla de dimensiones estándar de pistones.

Dado que el área obtenida no está normalizada, al obtener este diámetro habremos también de escoger el área correspondiente.

En la próxima página se sigue este proceso.

· Dimensiones estándar de pistones:

Diámetro del pistón (D = mm)	Área Pistón (mm ²)
25	491
32	804
40	1257
50	1963
63	3117
80	5027
100	7854
125	12272
160	20106
200	31416

Cilindro superior:

Área obtenida entre 20106 mm² y 31416 mm²

Escogemos la mayor, obteniendo:

$$\emptyset_{pistón} = 200 \text{ mm}$$

Además, al considerar un área mayor, obtendremos una nueva presión de trabajo:

$$p_{trabajo} = \frac{Fcil}{A} = \frac{572933 \text{ N}}{31416 \text{ mm}^2} = 18,23 \text{ Mpa} = 182,2 \text{ bar}$$

Cilindro inferior:

$$p_{trabajo} = 182,2 \text{ bar}$$

Área obtenida entre 12272 mm² y 20106 mm²

Escogemos la mayor, obteniendo:

$$\emptyset_{pistón} = 160 \text{ mm}$$

Compresión:

Además, al considerar un área mayor, obtendremos una nueva presión de trabajo:

$$p_{trabajo} = \frac{Fcil}{A} = \frac{170848 \text{ N}}{20106 \text{ mm}^2} = 8,497 \text{ Mpa} = 85 \text{ bar}$$

$$p_{trabajo} = 85 \text{ bar}$$

Tracción:

En el caso de la tracción, al área del pistón se le tiene que restar la del vástago.

$$p_{trabajo} = \frac{Fcil}{A} = \frac{481881 \text{ N}}{20106 - 9503 \text{ mm}^2} = 45,44 \text{ Mpa} = 454 \text{ bar}$$

Esta presión supera la máxima de 250 bares, por lo que debemos redimensionar el pistón.

Tomando como

$$\emptyset_{pistón} = 200 \text{ mm}$$

$$A_{pistón} = 31416 \text{ mm}^2$$

$$p_{trabajo} = \frac{Fcil}{A} = \frac{481881 \text{ N}}{31416 - 9503 \text{ mm}^2} = 21,99 \text{ Mpa} = 219,9 \text{ bar}$$

$$p_{trabajo} = 219,9 \text{ bar}$$

D.MODELADOS

D.1-Chasis

Como se ve al principio del trabajo, se va a considerar un chasis con vigas en forma de I, con las siguientes dimensiones:

El chasis tendrá un largo de 14100 mm y un ancho de 2500 mm

Las dimensiones del perfil en forma "I" son:

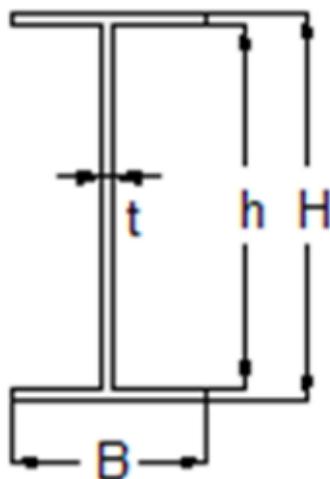


Imagen 68.- Croquis perfil chasis

Sección trasera:

$$B = 300 \text{ mm}$$

$$t = 8 \text{ mm}$$

$$H = 850 \text{ mm}$$

$$h = 826 \text{ mm}$$

$$b = B - t = 282 \text{ mm}$$

Sección delantera:

$$B = 300 \text{ mm}$$

$$t = 8 \text{ mm}$$

$$H = 250 \text{ mm}$$

$$h = 240 \text{ mm}$$

$$b = B - t = 282 \text{ mm}$$

Además de estas dos vigas en forma de I, tenemos que modelar también rigidizadores verticales y horizontales entre estas.

En cuanto a material se usará un acero 1.0570 (S355J2G3) debido a su resistencia, durabilidad, soldabilidad, formabilidad y resistencia a la corrosión, lo que lo convierte en un material fiable y económico para esta aplicación.

Modelado final en el programa SolidWorks:

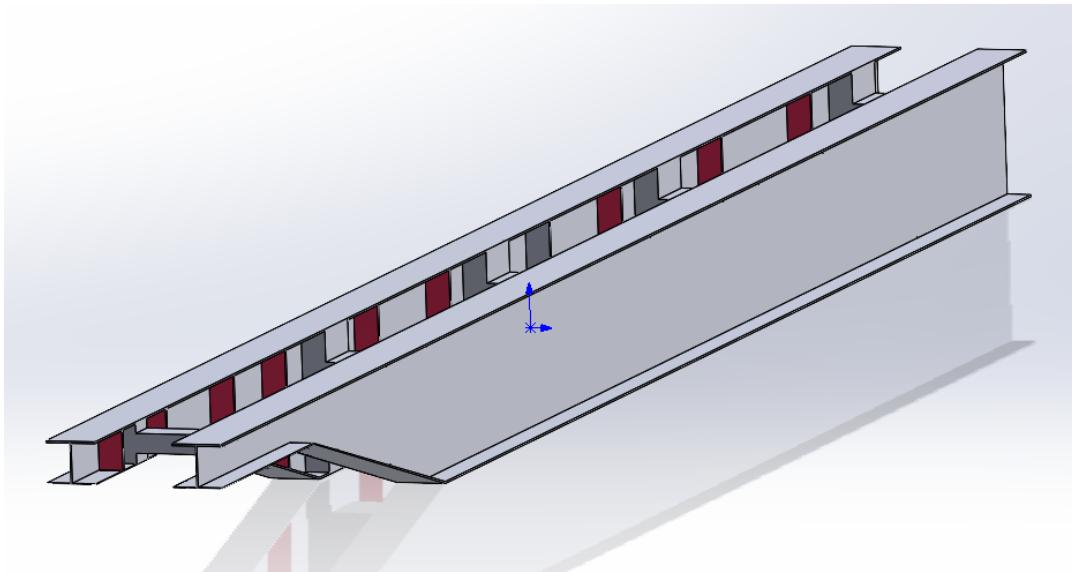


Imagen 69.- Chasis

D.2 - Unión chasis-brazos

Para la unión del chasis con los brazos de grúa y la pata estabilizadora, se necesita modelar una estructura intermedia que une las pletinas en las que están los pasadores en los cuales se apoyan los brazos con el chasis:

D.2.1 - Base

Se ha diseñado de la siguiente manera:

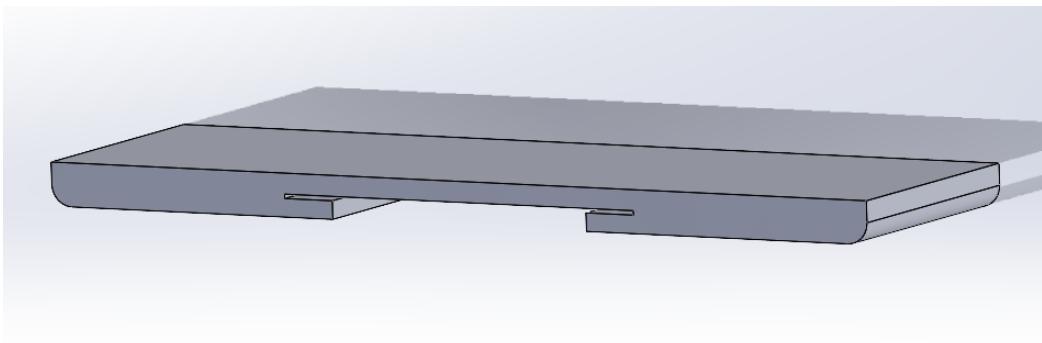


Imagen 70.- Base

Diseño, cálculo y modelado de grúa para descarga lateral de contenedor de 37 Toneladas

Y se acoplará al chasis así:

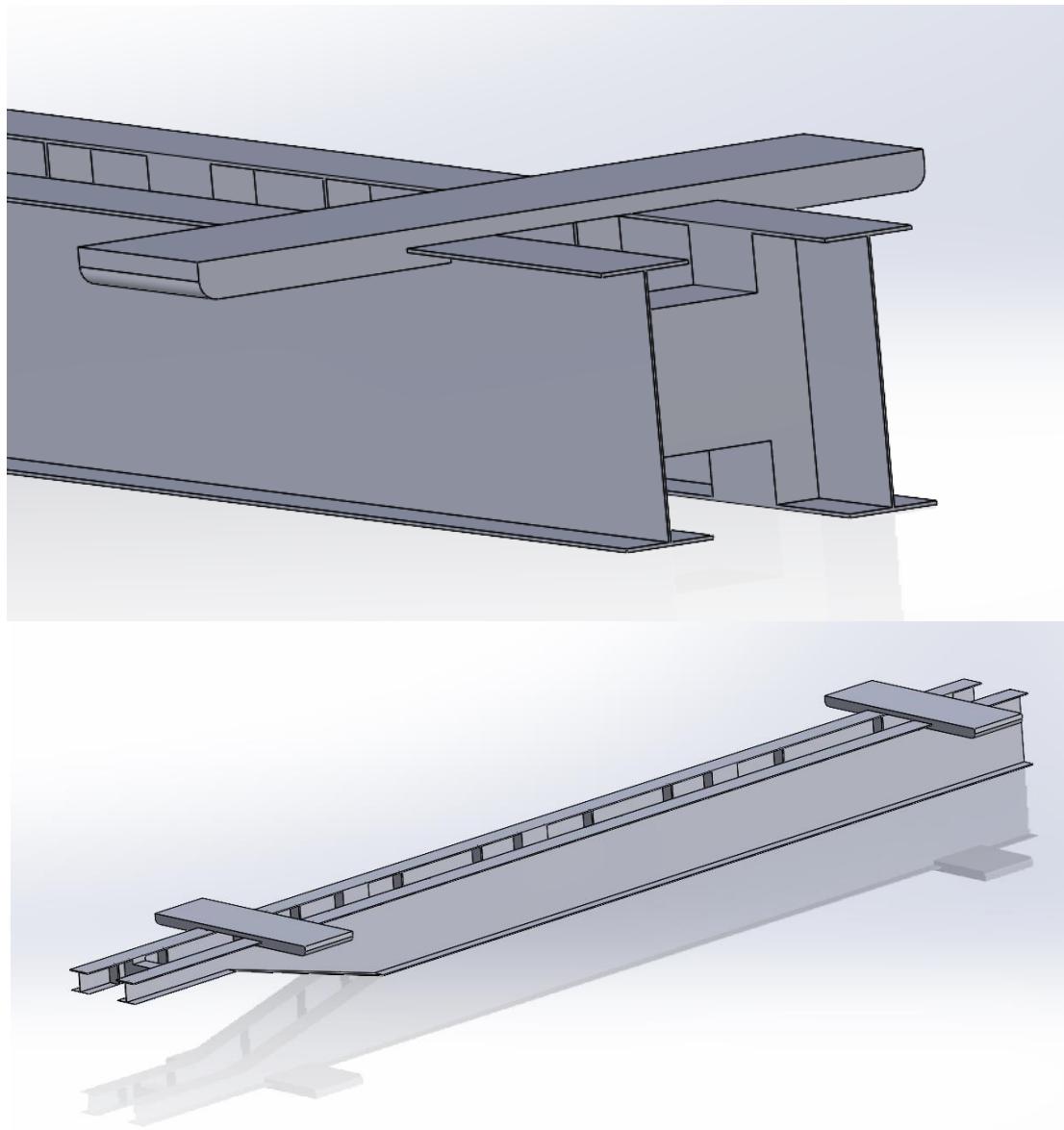


Imagen 71.- Acople base-chasis

D.2.2 - Pletinas

Diseñadas así:

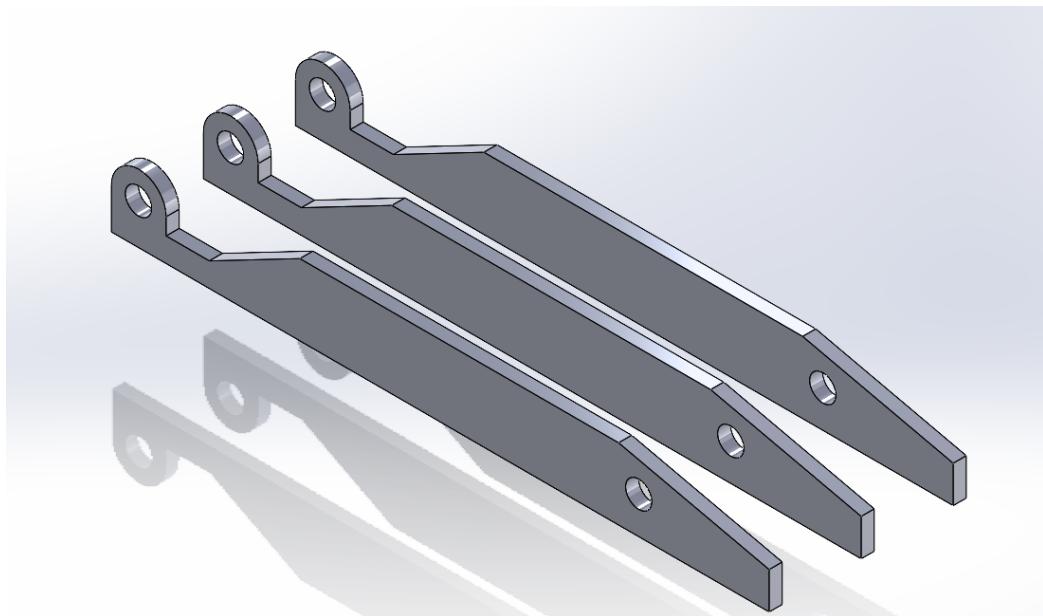


Imagen 72.- Pletinas

Y acopladas a la estructura anterior y al chasis:

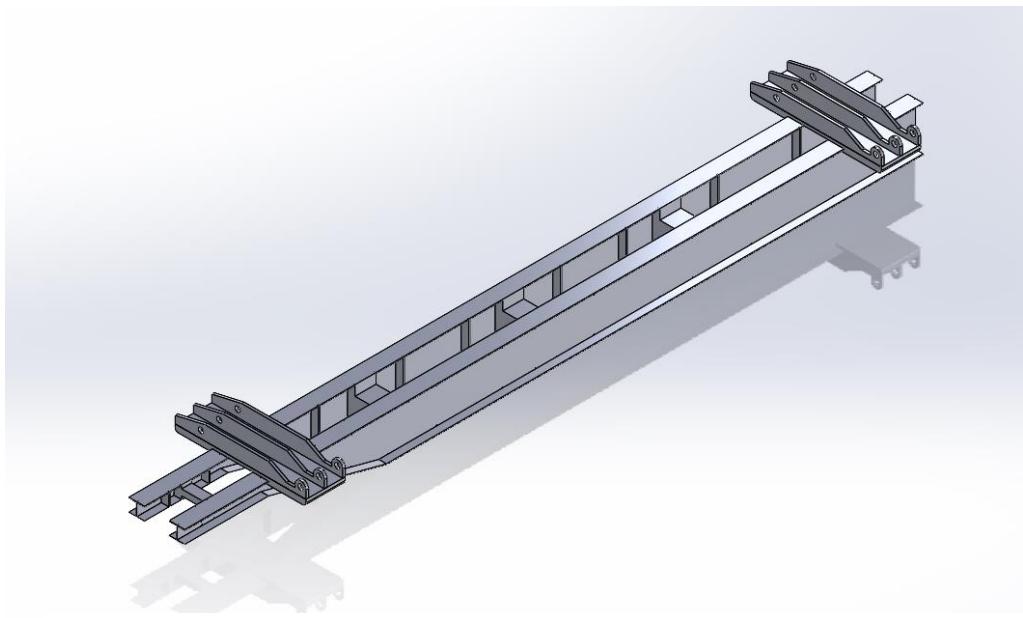


Imagen 73.- Acople pletinas-base

D.3 - Brazos

Se diseñarán siguiendo las medidas consideradas en el apartado 3 del trabajo.

- Brazo Superior:

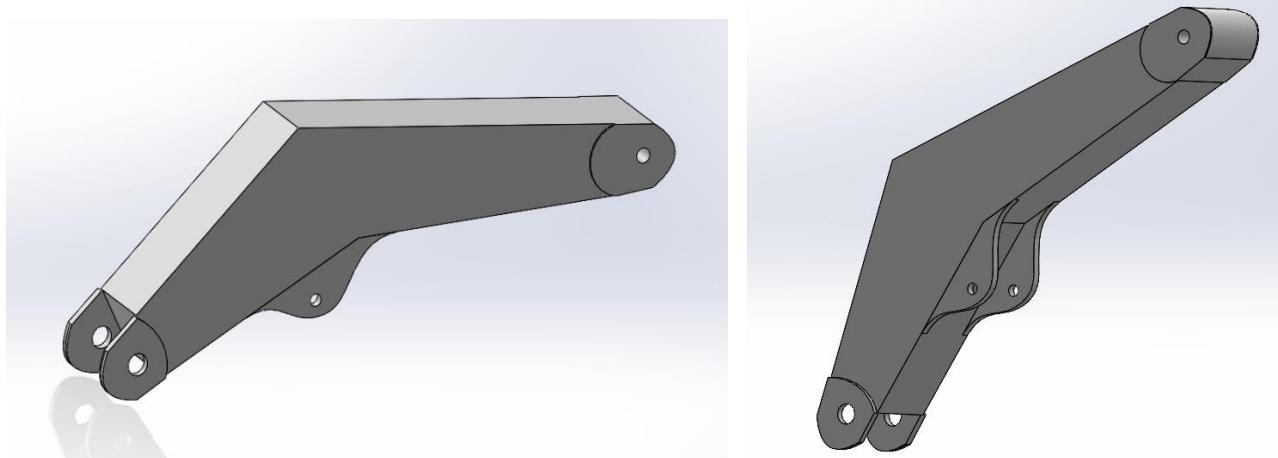


Imagen 74.- Brazo superior

- Inferior:

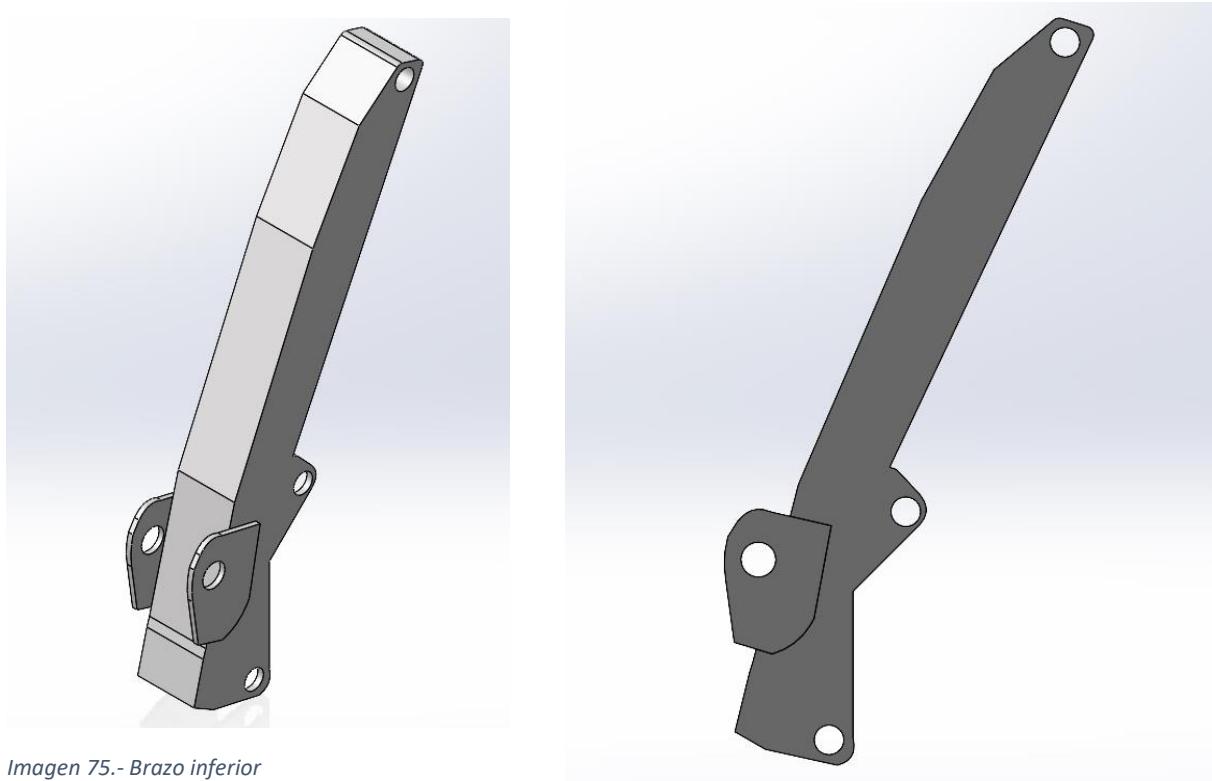


Imagen 75.- Brazo inferior

D.4 - Pata estabilizadora:

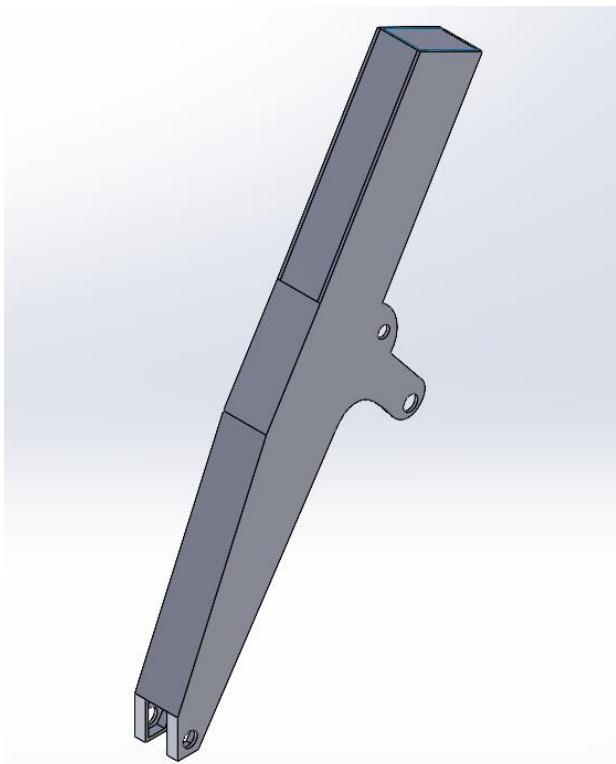


Imagen 76.- Pata estabilizadora

D.5 Ensamblajes

D.5.1 - Ensamblaje mecanismo inferior (brazo y cilindro inferiores)

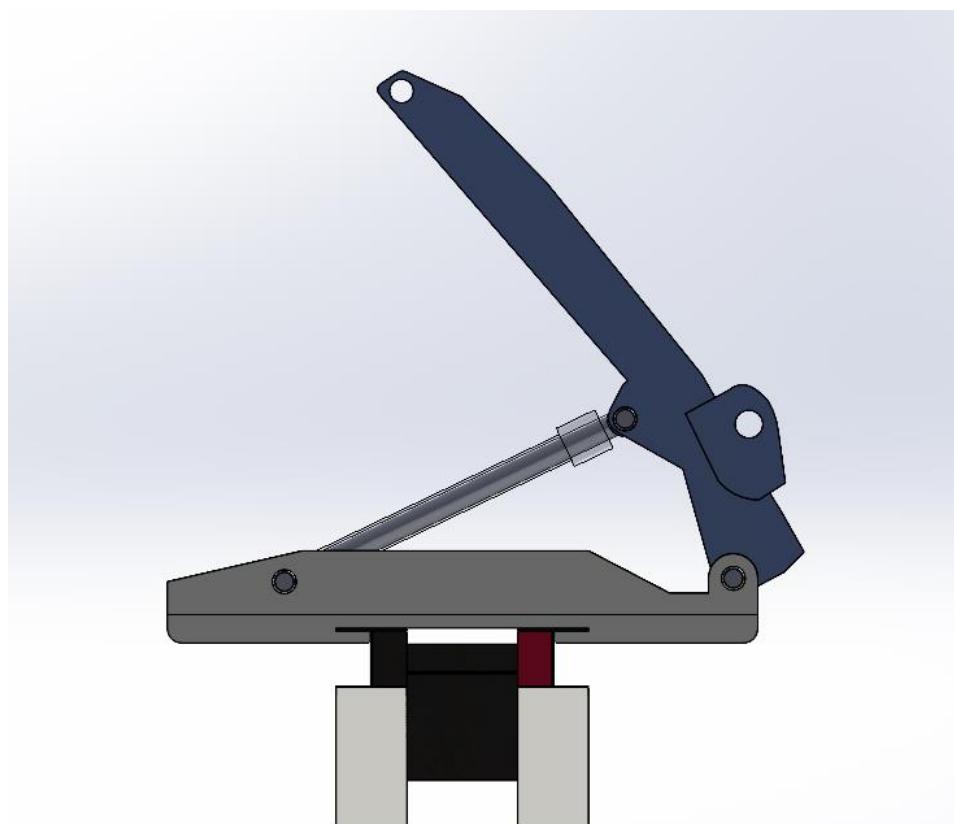
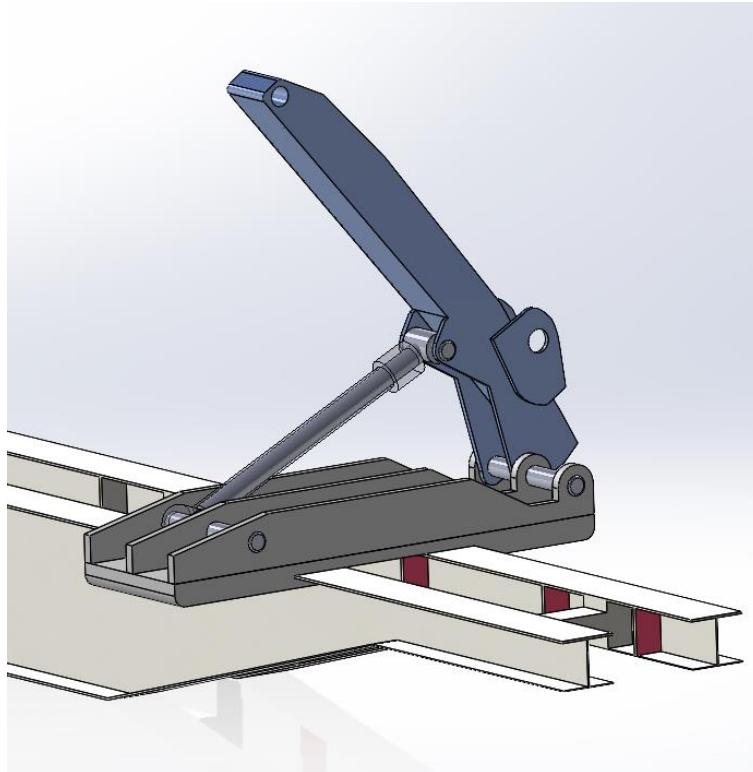


Imagen 77.- Ensamblaje brazo inferior y cilindro

D.5.2 - Ensamblaje mecanismo superior (brazo y cilindro superiores)

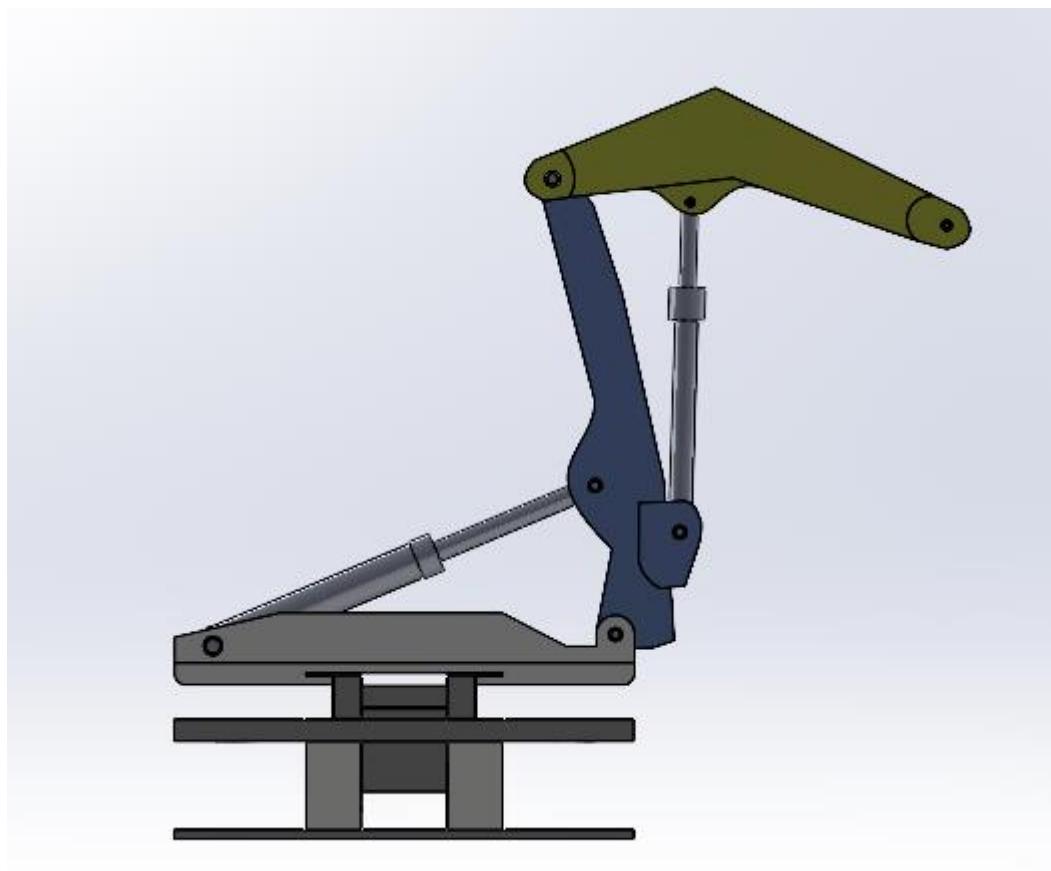
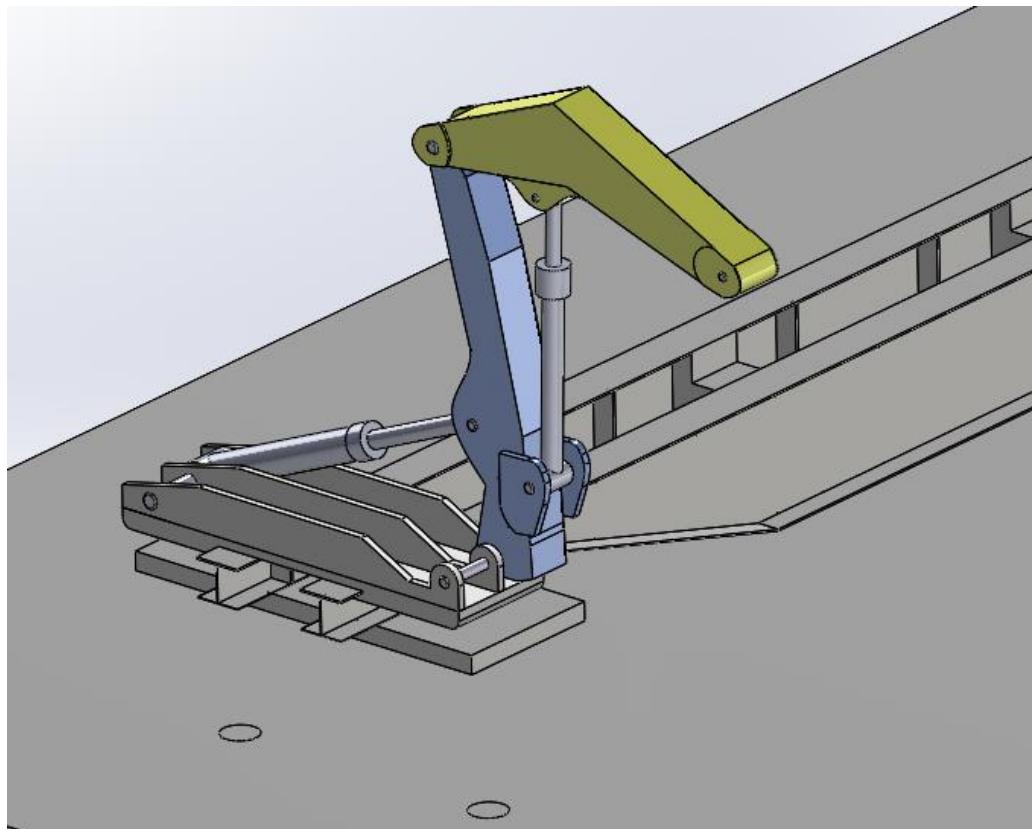


Imagen 78.- Ensamblaje brazo superior y cilindro

D.5.3 - Ensamblaje apoyo pata estabilizadora (pata con apoyo)

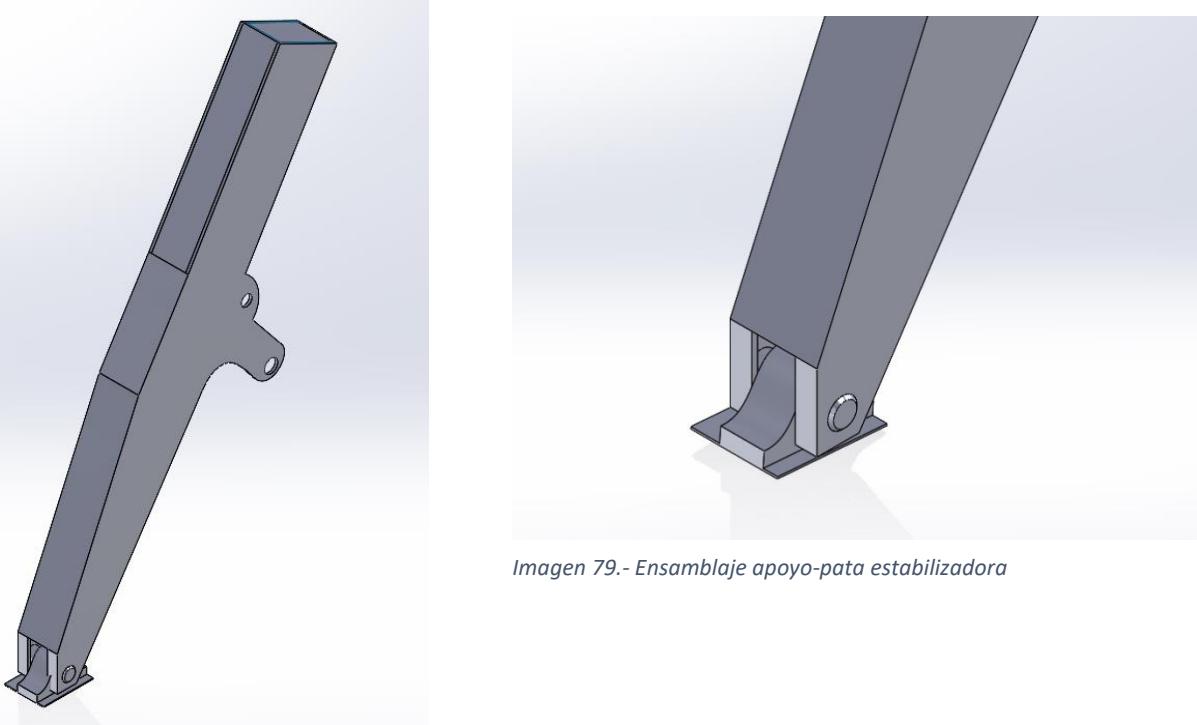


Imagen 79.- Ensamblaje apoyo-pata estabilizadora

D.5.4 - Ensamblaje final pata estabilizadora

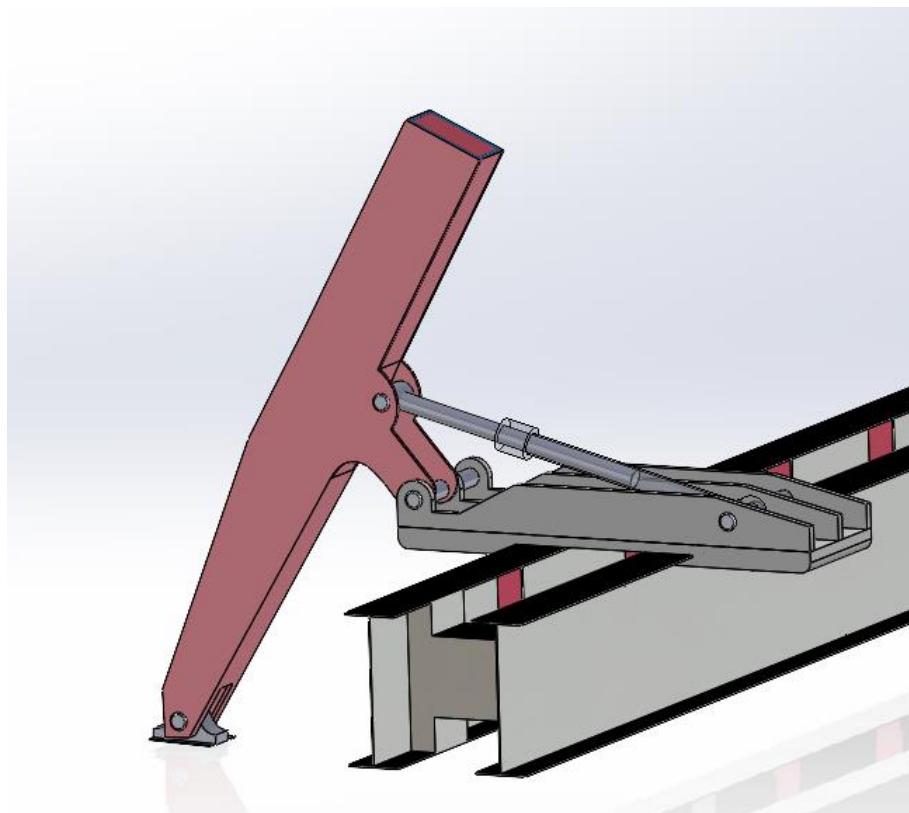


Imagen 80.- Ensamblaje pata estabilizadora y cilindro

D.5.5 - Ensamblaje final:

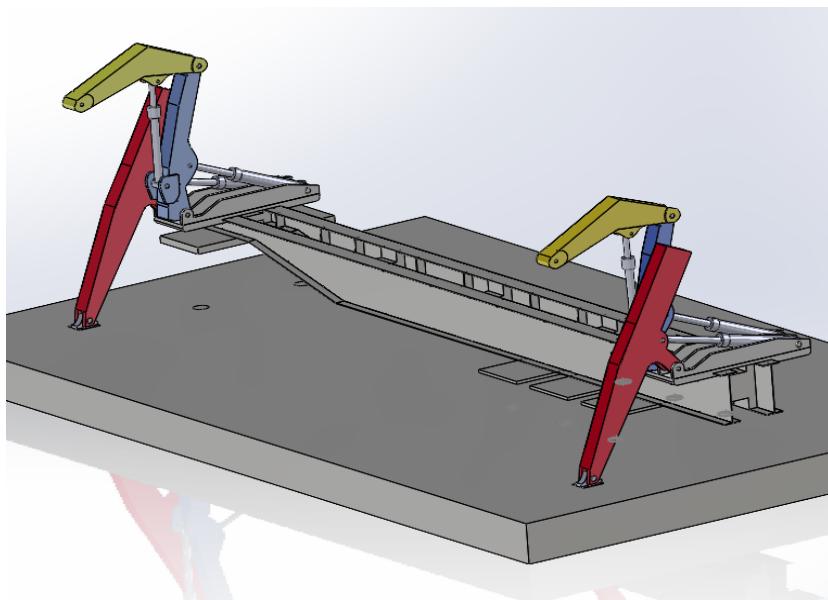


Imagen 81.- Ensamblaje final



Imagen 82.- Ensamblaje final vista trasera

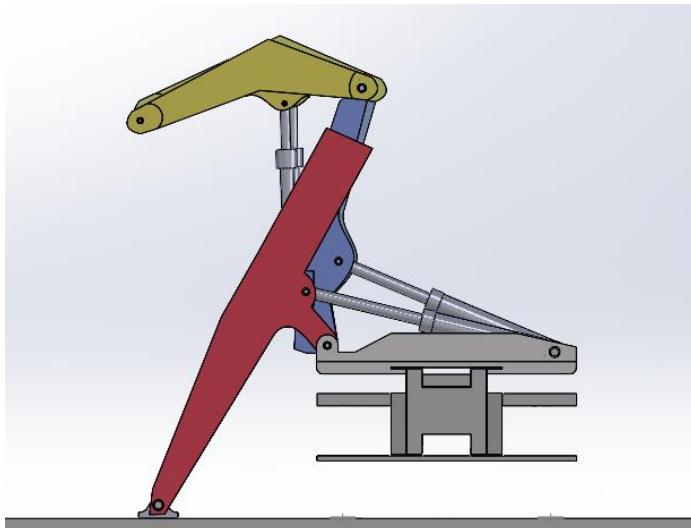


Imagen 83.- Ensamblaje final perfil

E. Análisis estáticos

En este apartadoaremos el análisis de las tensiones y desplazamientos que sufren los diferentes elementos que hemos diseñado para nuestra grúa con ayuda del programa "SolidWorks" y utilizando la herramienta de simulación con la que cuenta.

Para llevar a cabo el análisis estático de la grúa vamos a excluir todos los cilindros y los pasadores de este y sustituirlos por unas conexiones definidas por el programa que nos ayudaran a determinar los resultados de manera más sencilla:

Pasadores -> conector tipo pasador

Cilindros -> conector tipo varilla de vinculación

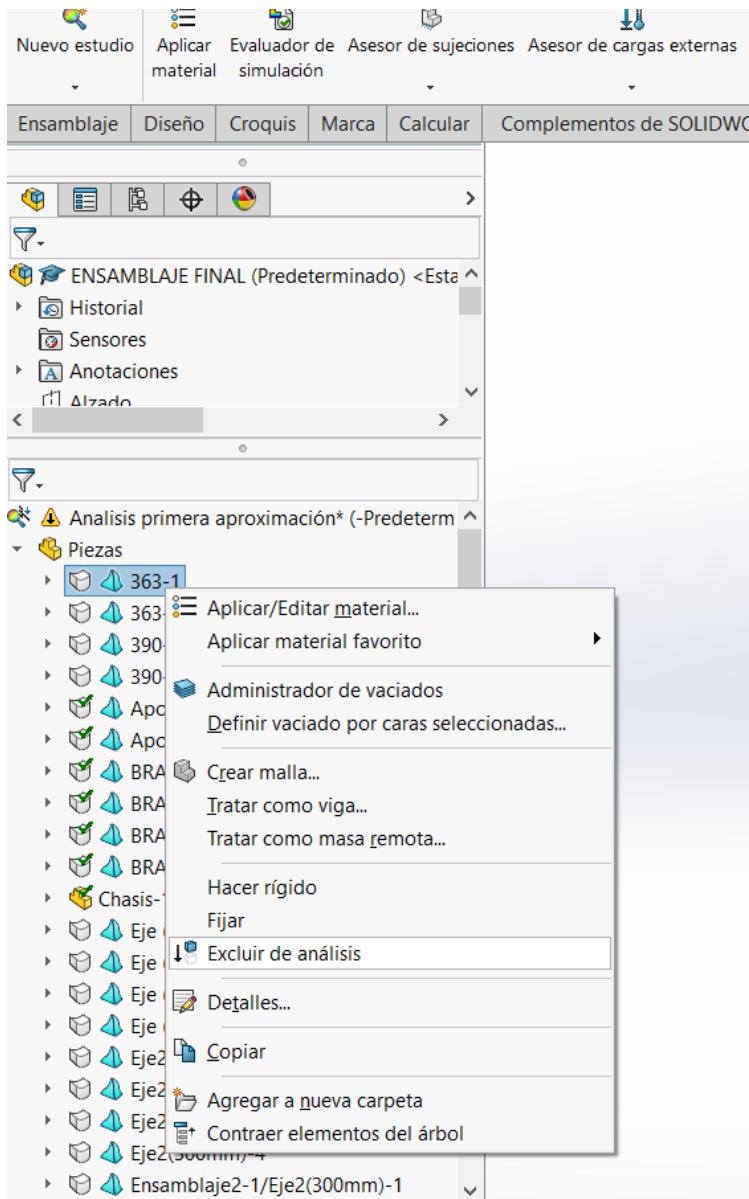


Imagen 84.- Excluir de análisis (SolidWorks)

Diseño, cálculo y modelado de grúa para descarga lateral de contenedor de 37 Toneladas

Pasadores y cilindros excluidos de los análisis sustituidos por pasadores (conector SolidWorks) y varillas de vinculación:

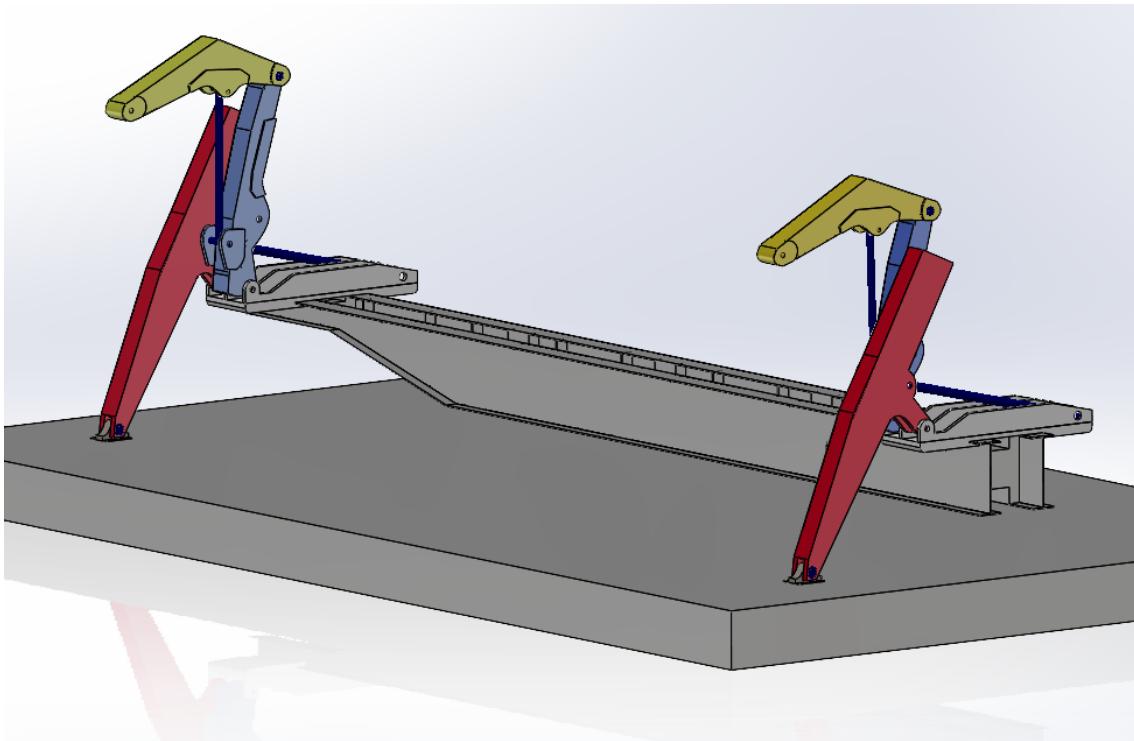


Imagen 85.- Modelo con varillas de vinculación y pasadores

E.1 Primera Aproximación a las condiciones de apoyo del chasis

Cómo primera aproximación para las condiciones de apoyo del chasis, vamos a tomar cómo fijo la parte de este donde se situarían los ejes traseros de los neumáticos (*de manera aproximada*), y la posición del kingpin:

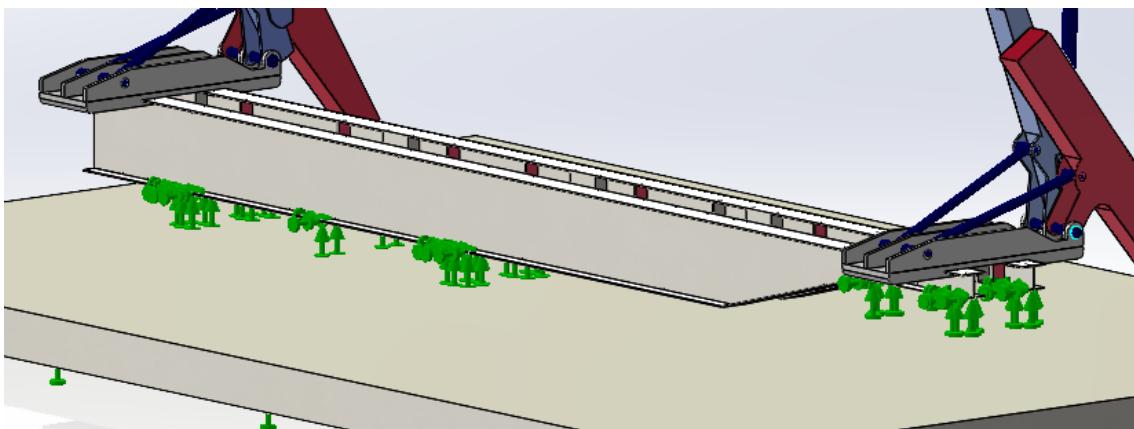


Imagen 86.- Sujeciones primera aproximación

Diseño, cálculo y modelado de grúa para descarga lateral de contenedor de 37 Toneladas

Una vez definidas estas sujeciones, se define la conexión entre componentes y las cargas externas (peso del contenedor y gravedad) y se analizan los resultados obtenidos para la posición más solicitante ($\theta = 90^\circ$; $\varphi = 90^\circ$).

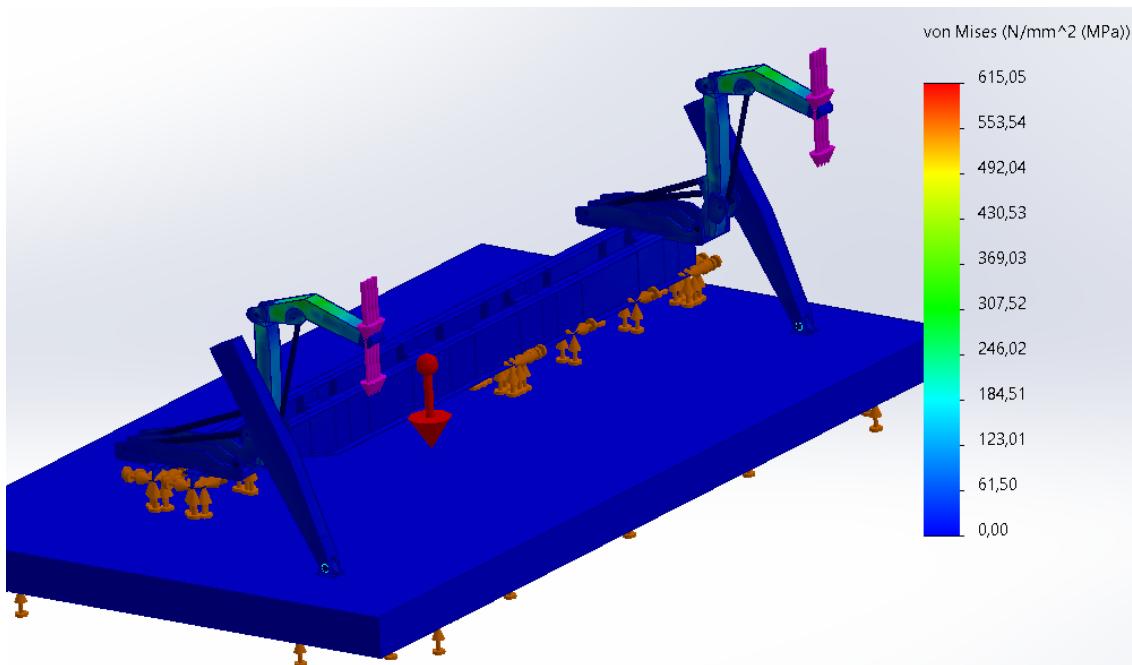


Imagen 87.- Resultado tensiones modelo primera aproximación

Cómo podemos observar de manera global, las cargas transmitidas a las patas estabilizadoras son de una magnitud muy pequeña, de hecho, el valor de las reacciones es nulo en ambos apoyos con el suelo.

El problema radica en no tener en cuenta la rigidez de las suspensiones, lo cual resulta en que todo el esfuerzo se carga sobre el chasis del vehículo y los estabilizadores “trabajan” limitadamente. Por tanto, esta primera aproximación no resulta para nada satisfactoria si queremos dimensionar de manera óptima las patas estabilizadoras, dado que no simulamos de manera lo suficientemente real el trabajo de estas.

A continuación, se muestran los resultados de tensiones en estas patas aisladas con un rango diferente de valores de tensión von Mises (MPa):

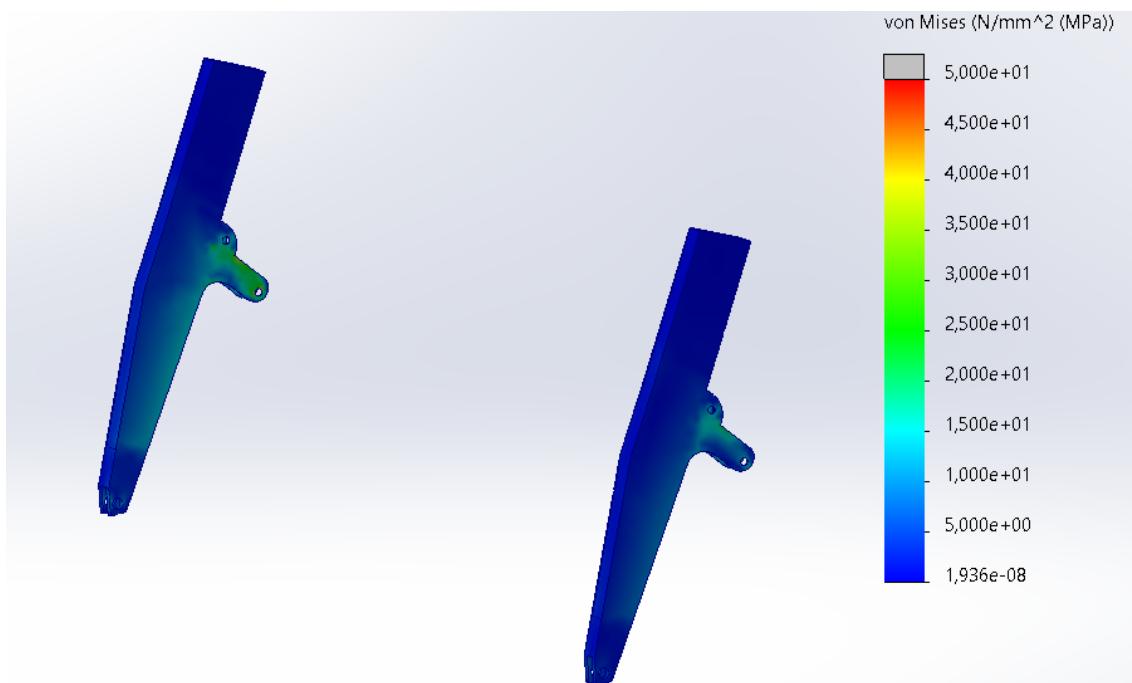


Imagen 88.- Resultado patas estabilizadoras

Por tanto, para conseguir una mejor aproximación a la realidad del comportamiento de estas patas, pasaremos a realizar una 2^a aproximación, simulando estas suspensiones traseras mediante muelles.

Además, se diseñará el King pin de manera aproximada.

E.2 Segunda Aproximación a las condiciones de apoyo del chasis

Definiremos las suspensiones y el King pin de la siguiente manera:

- Suspensiones: Definidas mediante conexión tipo muelle, trabajando solo a compresión y con una constante de rigidez normal de 180000 N/m por rueda.

Además, considerando un peso total del remolque de 4 toneladas, dividiéndose 3 toneladas en el eje trasero y 1 en el kingpin, añadimos una precompresión de $3000*10/6 = 5000$ N en los muelles de la suspensión trasera.

(*Datos de rigidez elástica y precarga facilitados por el laboratorio de automóviles del departamento de ingeniería mecánica de la Universidad de Zaragoza, (LAIMUZ)*).

Diseño, cálculo y modelado de grúa para descarga lateral de contenedor de 37 Toneladas

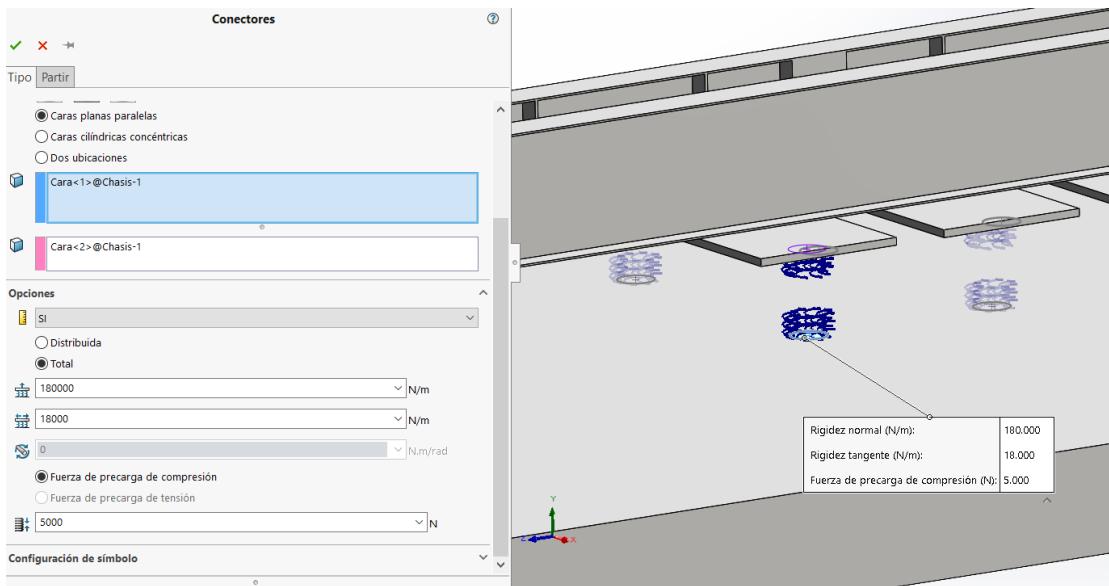


Imagen 89.- Suspensiones segunda aproximación-1

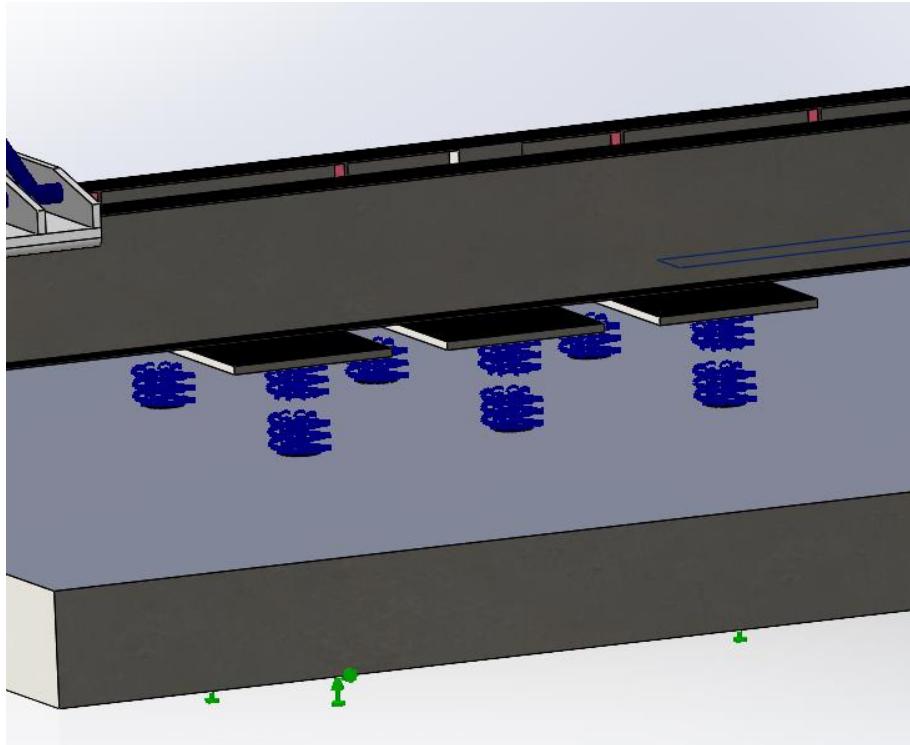


Imagen 90.- Suspensiones segunda aproximación-2

- King pin: Aproximado con una sujeción de rodillo en la base y una sujeción avanzada sobre caras cilíndricas en la zona del pin.

Diseño, cálculo y modelado de grúa para descarga lateral de contenedor de 37 Toneladas

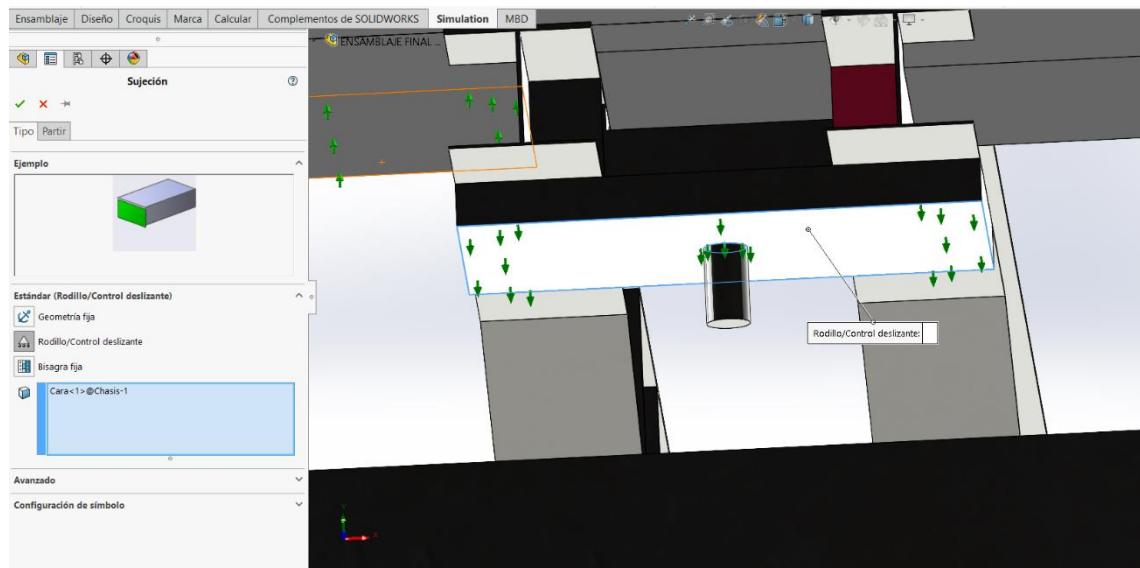


Imagen 91.- Sujeciones king-pin-1

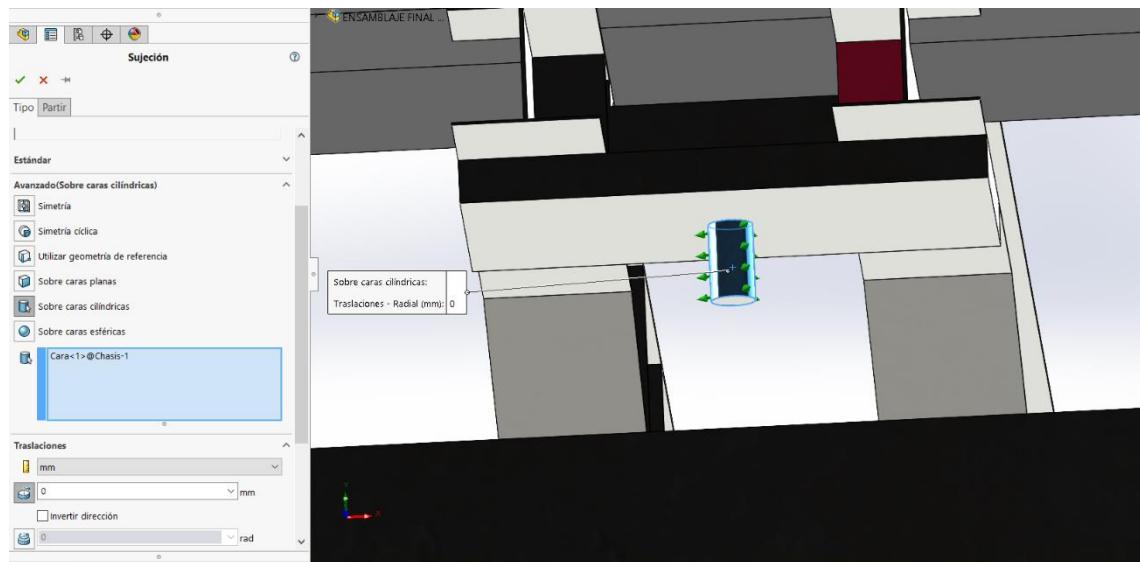


Imagen 92.- Sujeciones king-pin-2

Resultados del conjunto:

a) Tensiones:

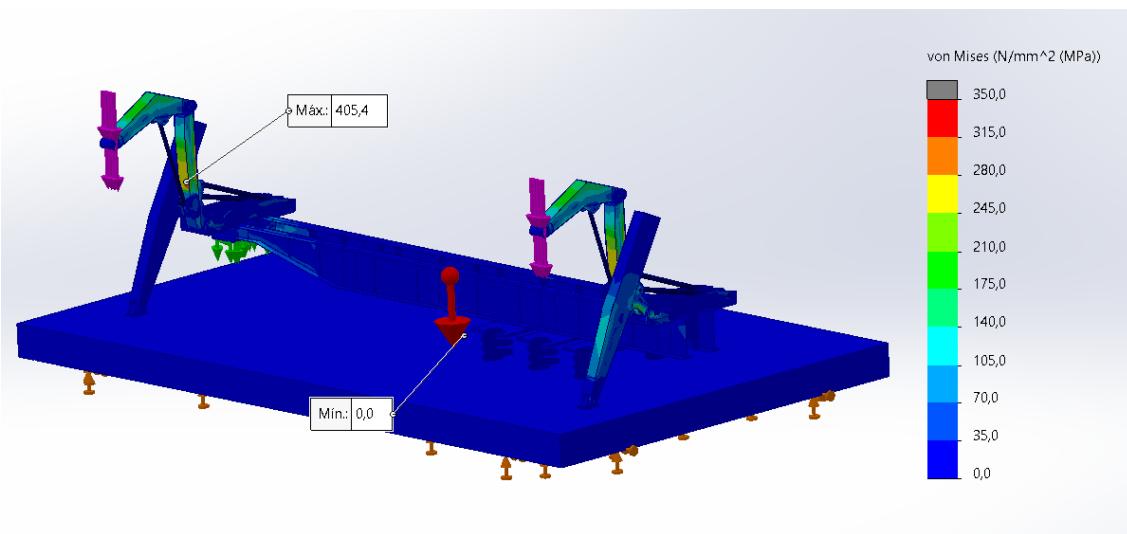


Imagen 93.- Resultado tensiones 2^a aproximación

b) desplazamientos:

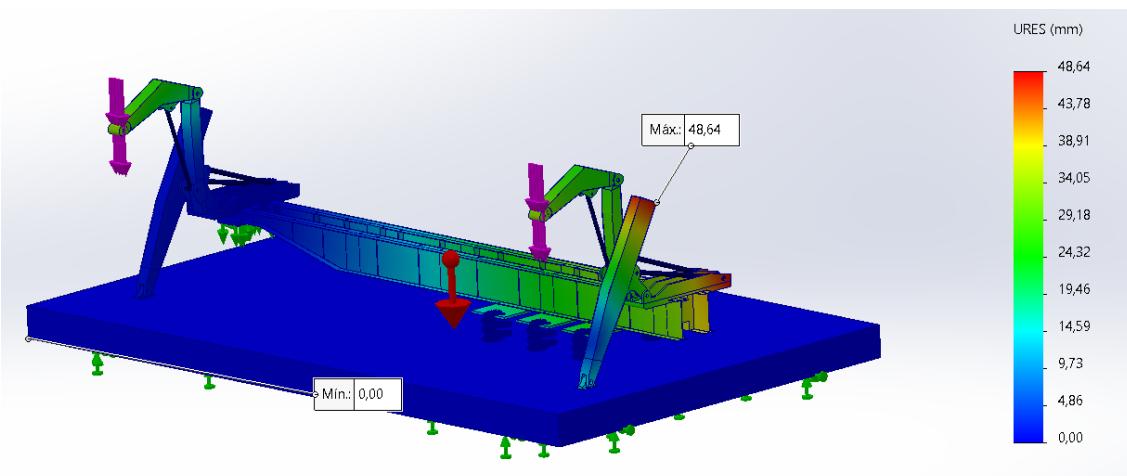


Imagen 94.- Resultado desplazamientos 2^a aproximación

Como se puede apreciar, los brazos de la grúa que están ubicados sobre el eje trasero experimentan desplazamientos y tensiones (en el caso de la pata estabilizadora), considerablemente mayores, en comparación con los que están sobre el kingpin (parte delantera). Esto se debe a que al fijar la cara plana del kingpin, la rigidez del chasis en esa parte delantera se vuelve excesiva, lo que provoca estas disparidades en las magnitudes de tensión y desplazamiento entre ambos conjuntos de brazos. Obtenemos unos valores de reacción de contacto de los estabilizadores con el suelo de 33000 N en la parte delantera, frente a 272000 N en la parte trasera.

Por tanto, tampoco tomamos como válida esta aproximación, y vamos a proponer una 3^a aproximación en la cual se supondrá una “suspensión delantera” en vez de este kingpin, que simulará las ruedas de la cabina tractora del camión.

E.3 Tercera aproximación a las condiciones de apoyo del chasis

Diseñamos dos conectores tipo muelle en la zona delantera de igual manera que en la trasera:

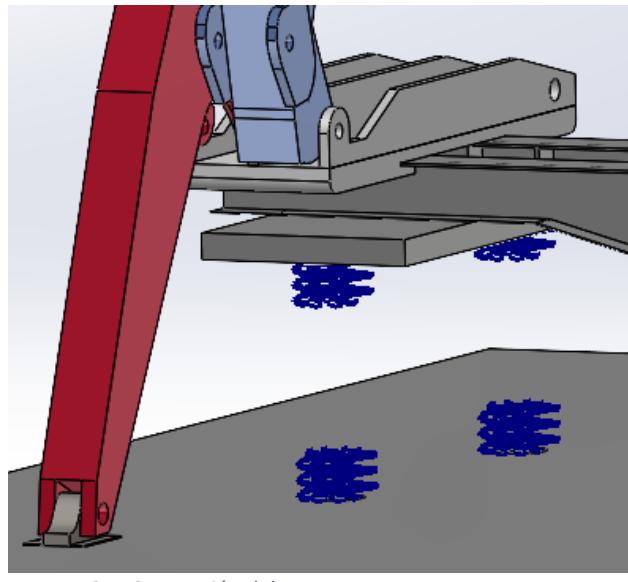


Imagen 95.- Suspensión delantera

Al igual que en la segunda aproximación, se suponen 18000 N/mm² de rigidez normal y una precompresión de 5000 N en la parte trasera, además de otros 5000 N en la parte delantera, correspondiente a los 1000 kg que se soportan divididos en los dos muelles.

(Datos de rigidez elástica y precarga facilitados por el laboratorio de automóviles del departamento de ingeniería mecánica de la Universidad de Zaragoza, (LAIMUZ)).

Y, además, para que el modelo esté lo suficientemente restringido, definimos un coeficiente de fricción en los apoyos con el suelo de 0.2:

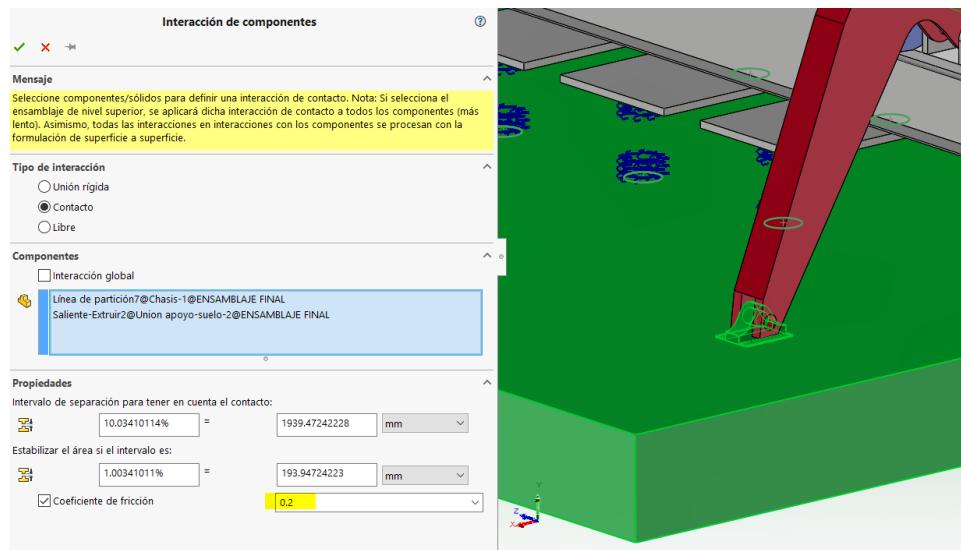


Imagen 96.- Coeficiente de fricción apoyo suelo

Diseño, cálculo y modelado de grúa para descarga lateral de contenedor de 37 Toneladas

En este caso, obtenemos unos valores de reacción de contacto de los estabilizadores con el suelo de 220000 N en la parte delantera, frente a 205000 N en la parte trasera:

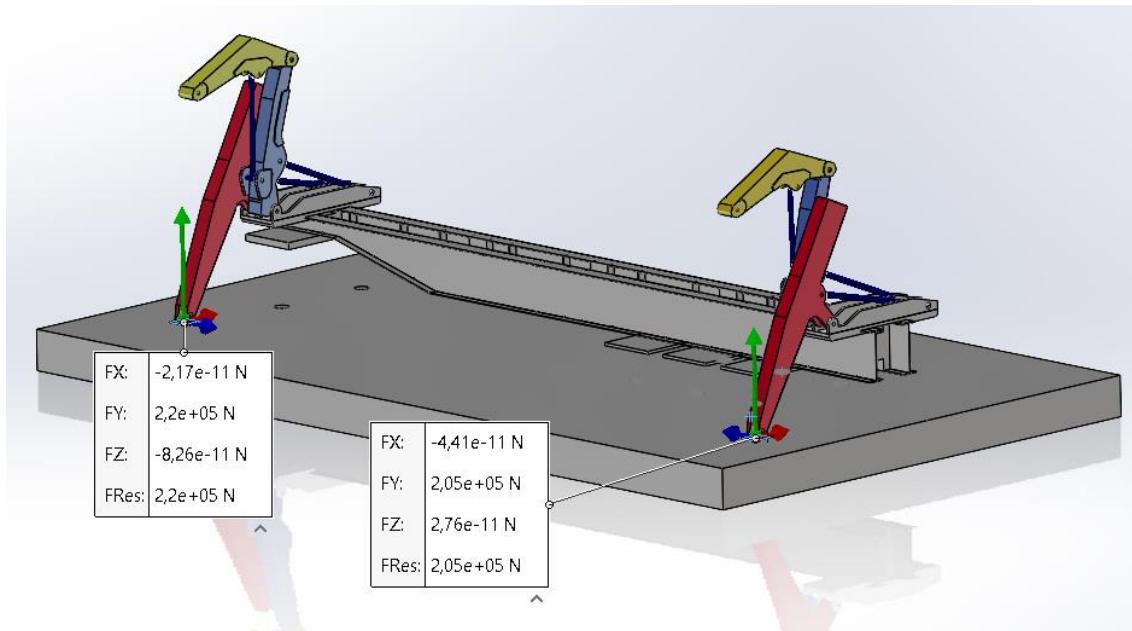


Imagen 97.- Resultante apoyos caso 6

Comparando las tres aproximaciones obtenemos:

	Reacción estabilizador delantero (N)	Reacción estabilizador trasero (N)
Aproximación 1	0	0
Aproximación 2	33000	272000
Aproximación 3	220000	205000

Cómo podemos observar, obtenemos las reacciones mejor distribuidas en la 3^a aproximación, lo que justifica que es la más aproximada a la realidad.

Resultados del conjunto:

a) Tensiones:

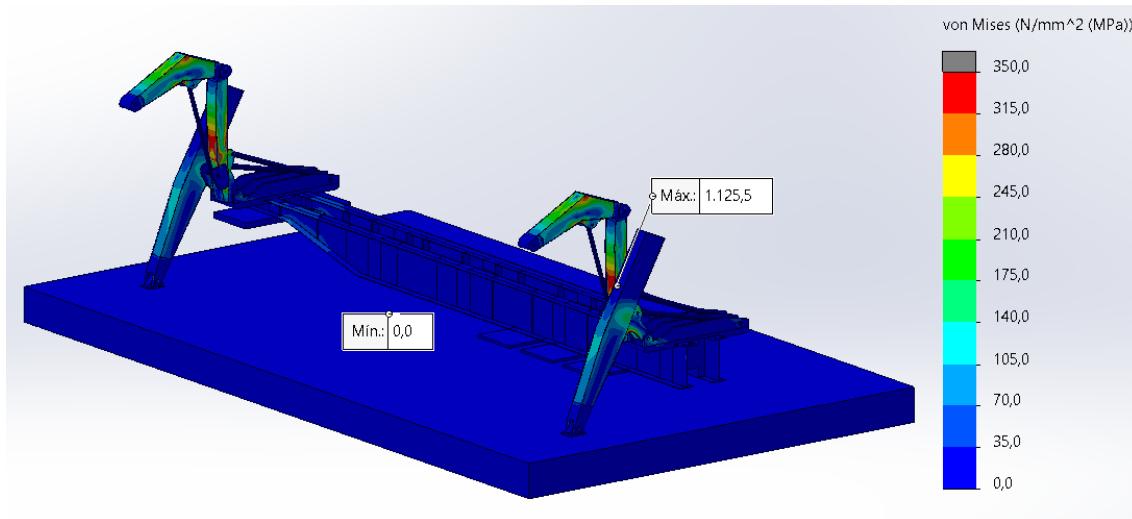


Imagen 98.- Tensiones 3^a aproximación

b) desplazamientos:

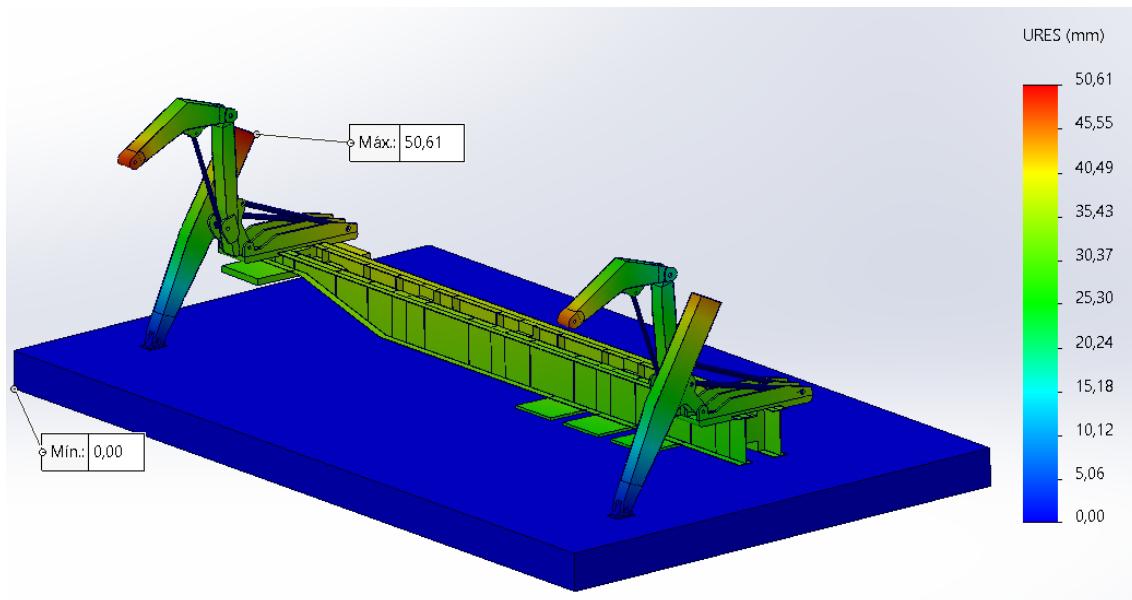


Imagen 99.- Desplazamientos 3^a aproximación

Cómo se puede observar, al contrario que en la 2^a aproximación, en esta obtenemos unas tensiones similares en ambas partes del chasis. No obstante, se observa una tensión máxima excesiva, por lo que pasamos a analizar los componentes de la grúa y deducir si necesitan un rediseño. Este análisis se realizará para $\Theta = 90^\circ$; $\varphi = 90^\circ$ definida anteriormente como la posición más desfavorable tanto para el brazo superior como para el inferior

Se definen las propiedades del material STRENX 700MC y se realiza una malla con elementos de segundo orden:

Propiedades del material	
Descripción	Acero Strenx 700MC
Límite elástico	700 N/mm ²
Límite de tracción	800 N/mm ²
Módulo elástico	210000 N/mm ²
Coef. De Poisson	0,29
Densidad	7870 kg/m ³

Tabla 37.- Propiedades material

Propiedades de malla	
Tipo de malla	Sólida
Mallador	Basada en curvatura de combinado
Puntos jacobianos	16
Tamaño máx. de elemento	471,548 mm
Tamaño mín. de elemento	23,5834 mm
Calidad	Elementos cuadráticos de alto orden

Tabla 38.- Propiedades de malla

E.3.1 - Brazos superiores

Se analiza el brazo para los siguientes parámetros de cálculo:

Propiedades del material	
Descripción	Acero Strenx 700MC
Límite elástico	700 N/mm ²
Límite de tracción	800 N/mm ²
Módulo elástico	210000 N/mm ²
Coef. De Poisson	0,29
Densidad	7870 kg/m ³

Tabla 39.- Propiedades material

Con una malla con las siguientes propiedades:

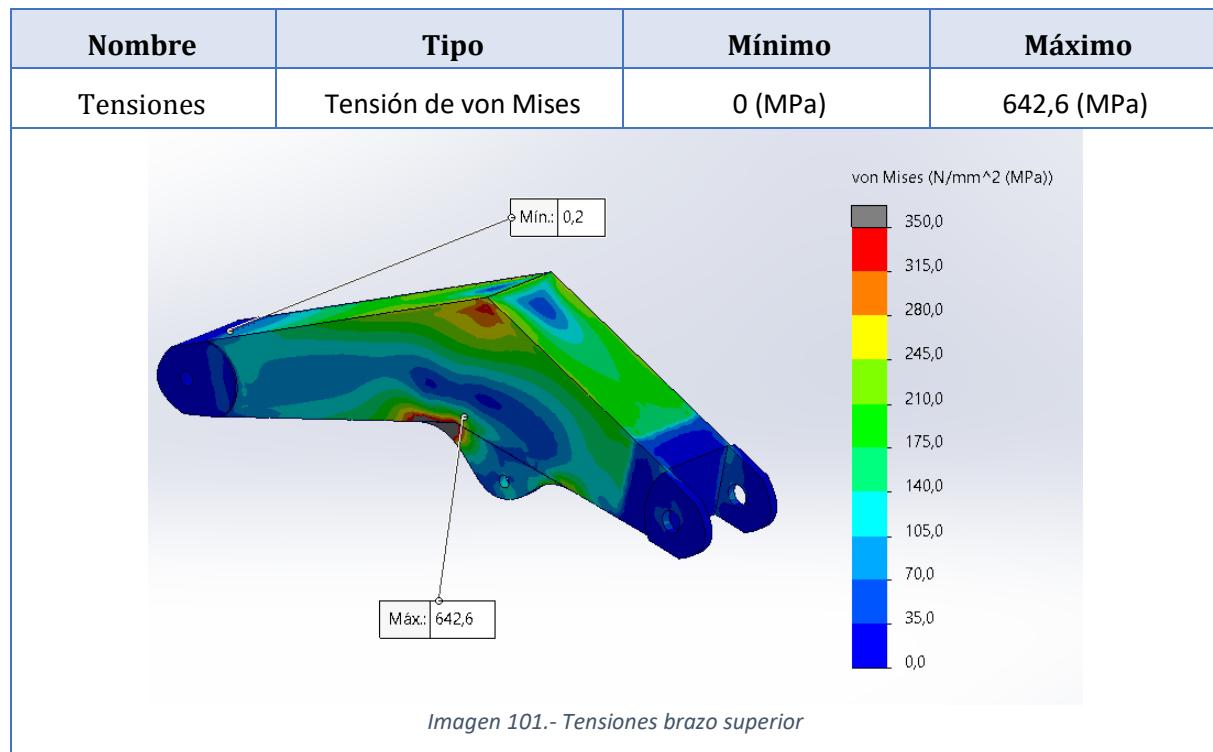
Propiedades de malla	
Tipo de malla	Sólida
Mallador	Basada en curvatura de combinado
Puntos jacobianos	16
Tamaño máx. de elemento	471,548 mm
Tamaño mín. de elemento	23,5834 mm
Calidad	Elementos cuadráticos de alto orden

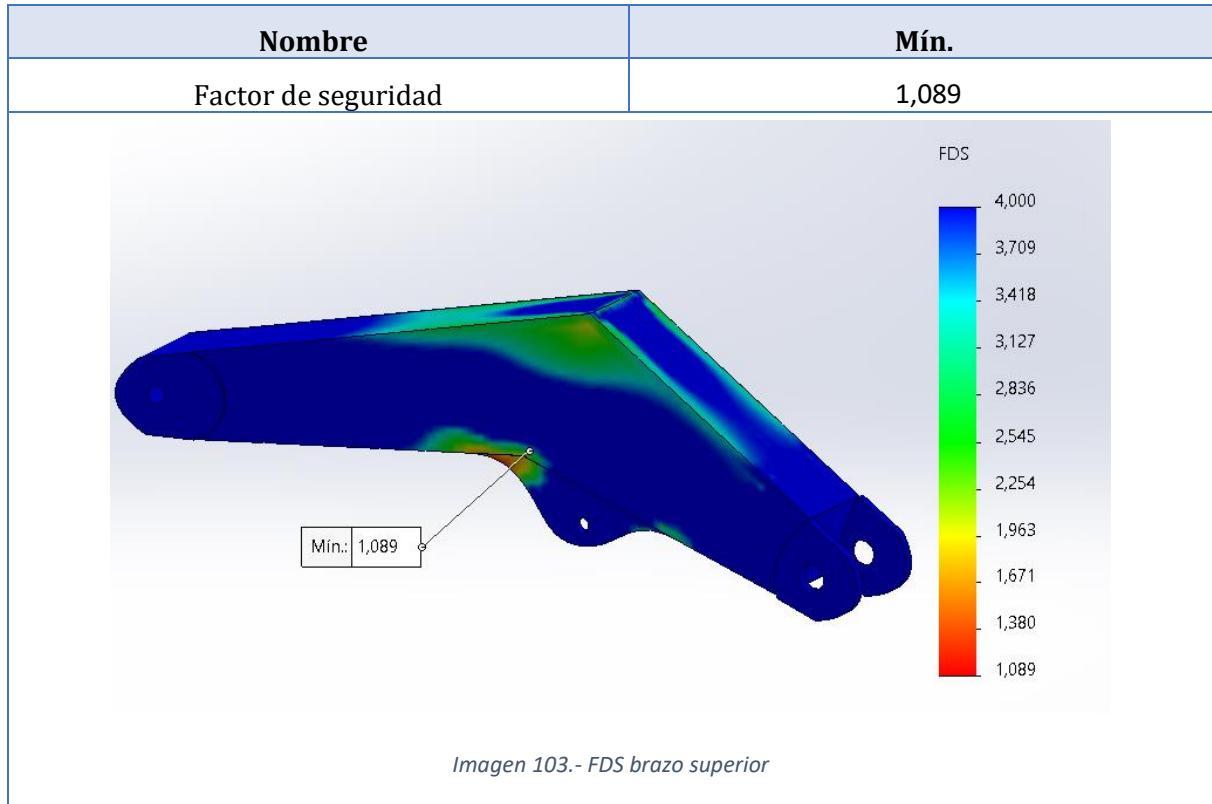
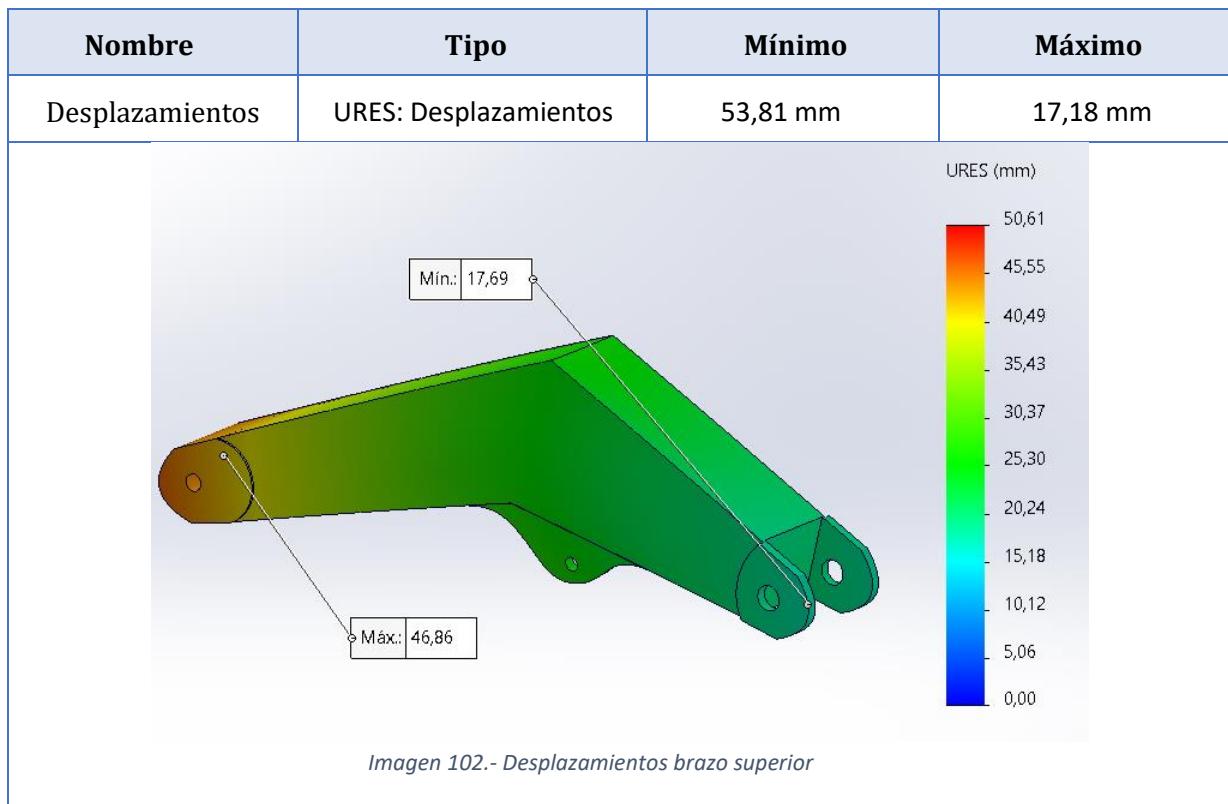
Tabla 40.- Propiedades de malla

Cargas:

Detalles	Imagen
<p>Carga debida al peso del contenedor de 37 toneladas entre los dos brazos.</p> <p><u>Valor:</u> 185000 N en cada brazo</p> <p><u>Posición:</u> Caras cilíndricas pasador 3</p> <p><u>Dirección:</u> vertical (gravedad)</p>	 <p>A lo largo de la arista (N): 185.000</p> <p>Imagen 100.- Cargas brazo superior</p>

Resultados de los componentes:





Cómo se puede observar, el brazo no cumple para con los límites de tensiones necesarios para dar por bueno el diseño.

Para solucionarlo, vamos a diseñar unas “chapas de sobreespesor” por toda esa zona que reduzcan las tensiones en esta de la siguiente manera:

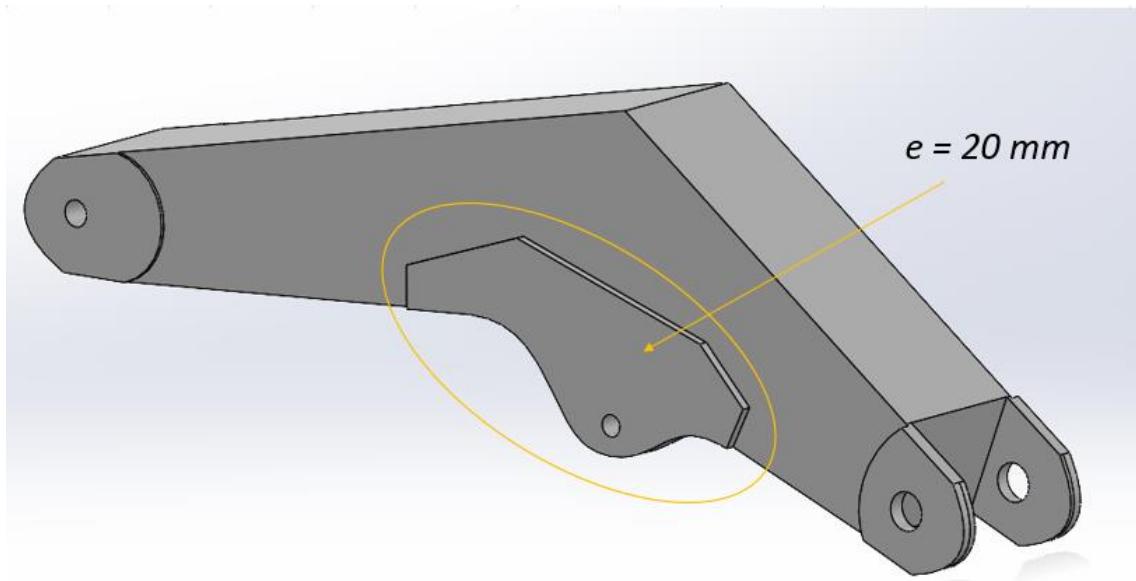
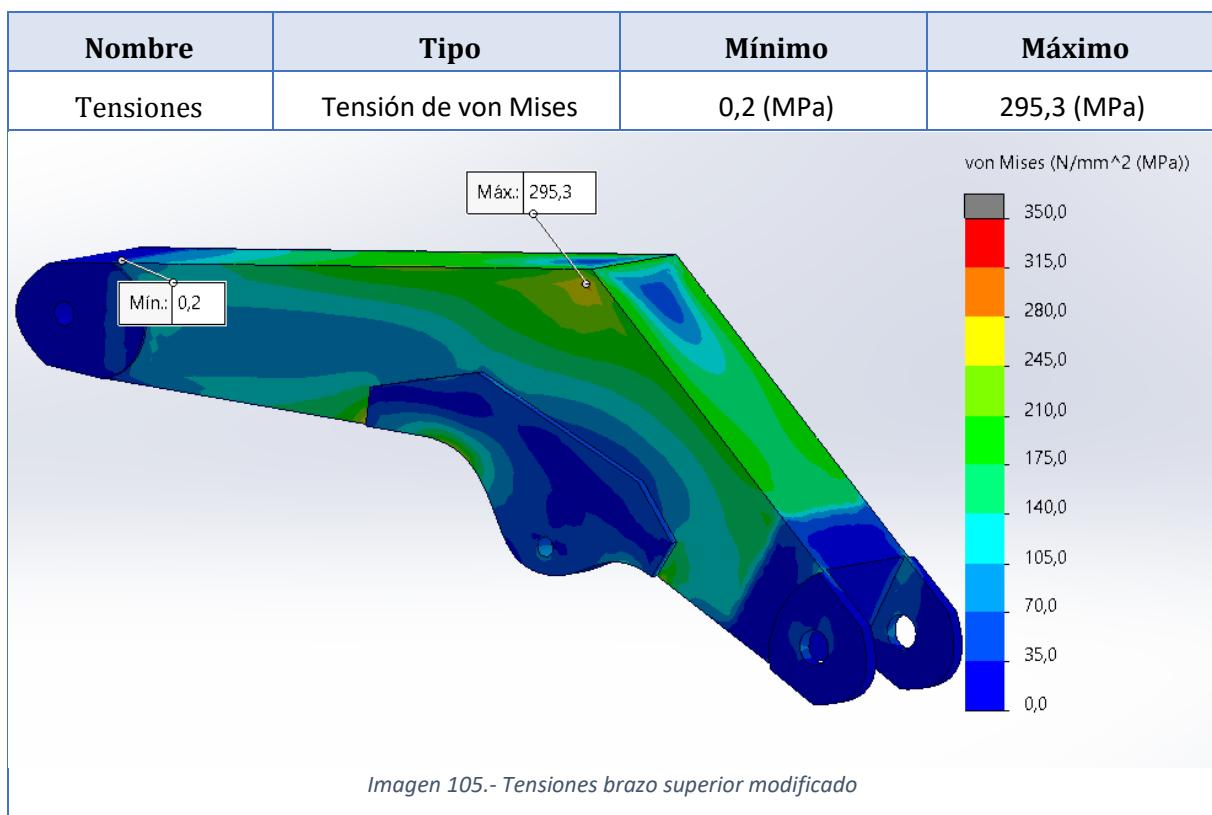
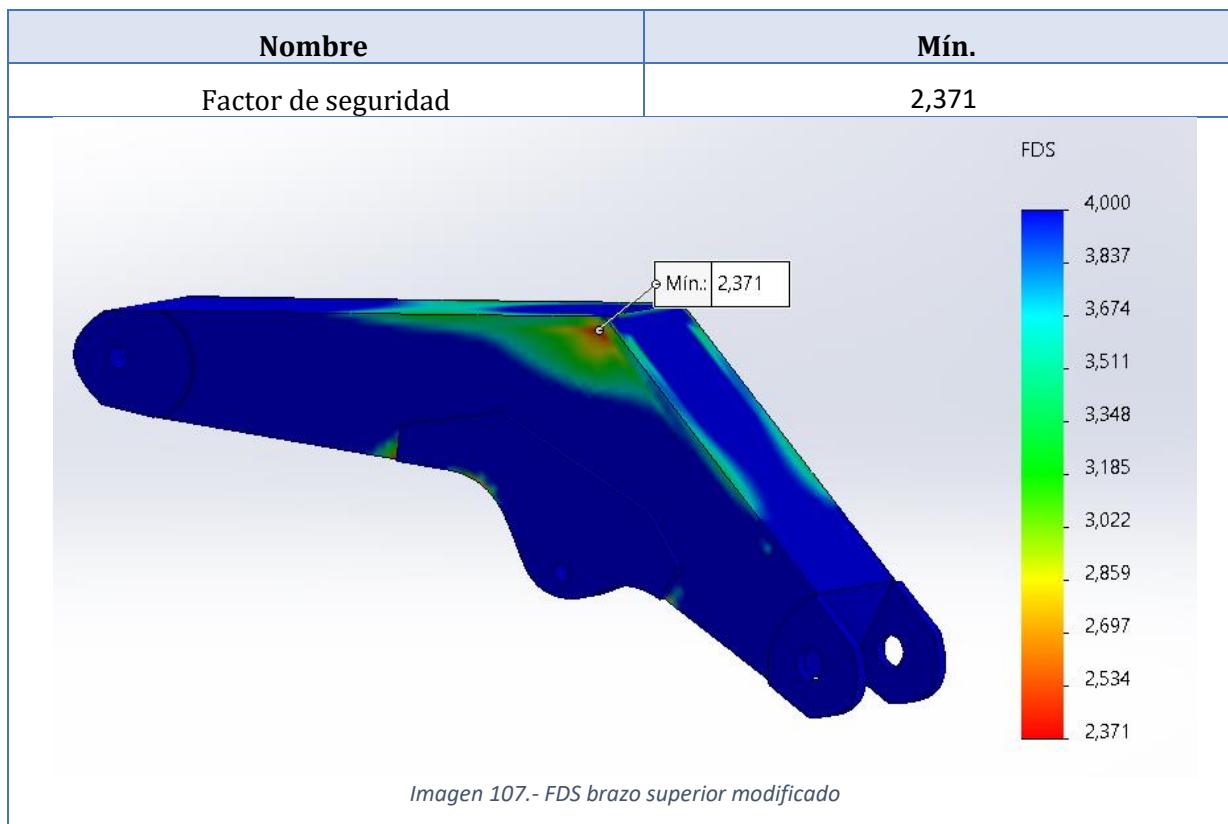
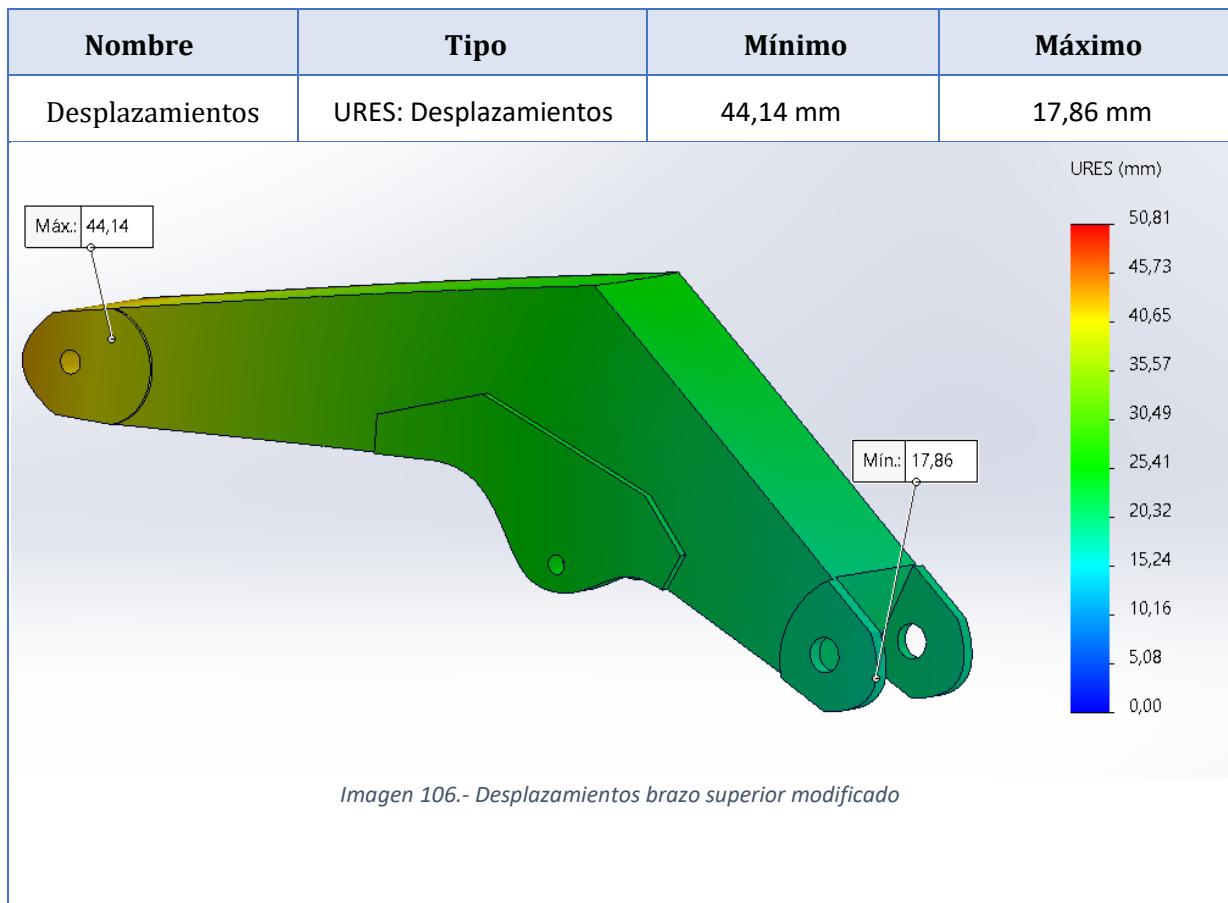


Imagen 104.- Chapas sobreespesor brazo superior

Resultados de los componentes (tras la modificación):





Conclusiones:

Diseño, cálculo y modelado de grúa para descarga lateral de contenedor de 37 Toneladas

Tras el análisis de los resultados, se considera que la pieza está correctamente dimensionada ya que resiste bien la carga máxima (Máxima tensión < límite elástico/coeficiente de seguridad = $750/2 = 350$ MPa) y mantiene unos valores de desplazamiento moderados además de un FDS > 2 por toda la pieza.

Brazo superior	
Longitud	2500 mm
Perfil (rectangular)	Centro: (320*500) mm y 5 mm espesor Extremos: (320*280) mm y 5 mm espesor
Material	Acero Strenx 700MC
FDS mínimo	2,371

Tabla 41.- Dimensionamiento final brazo superior

E.3.2 - Brazos inferiores

Mismo material y mallado que para los brazos superiores:

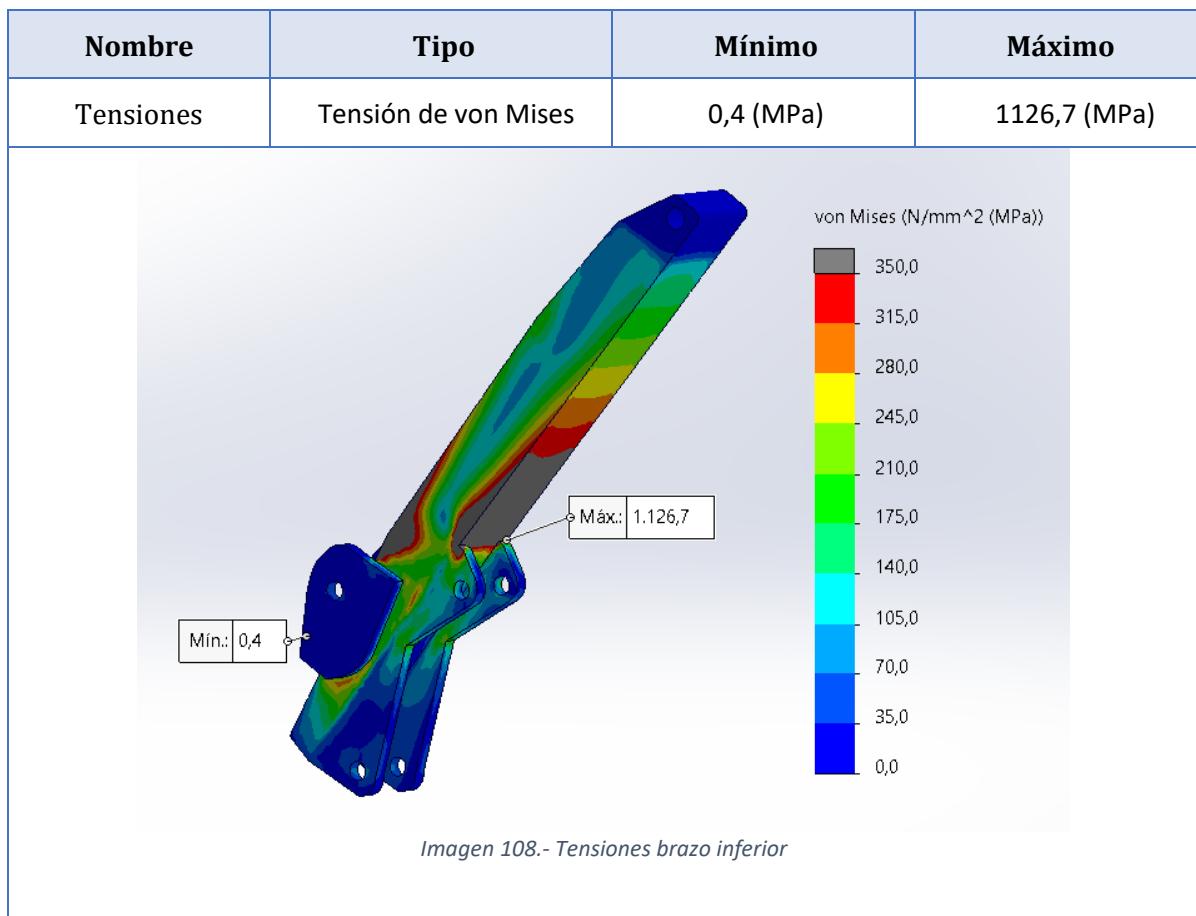
Propiedades del material	
Descripción	Acero Strenx 700MC
Límite elástico	700 N/mm ²
Límite de tracción	800 N/mm ²
Módulo elástico	210000 N/mm ²
Coef. De Poisson	0,29
Densidad	7870 kg/m ³

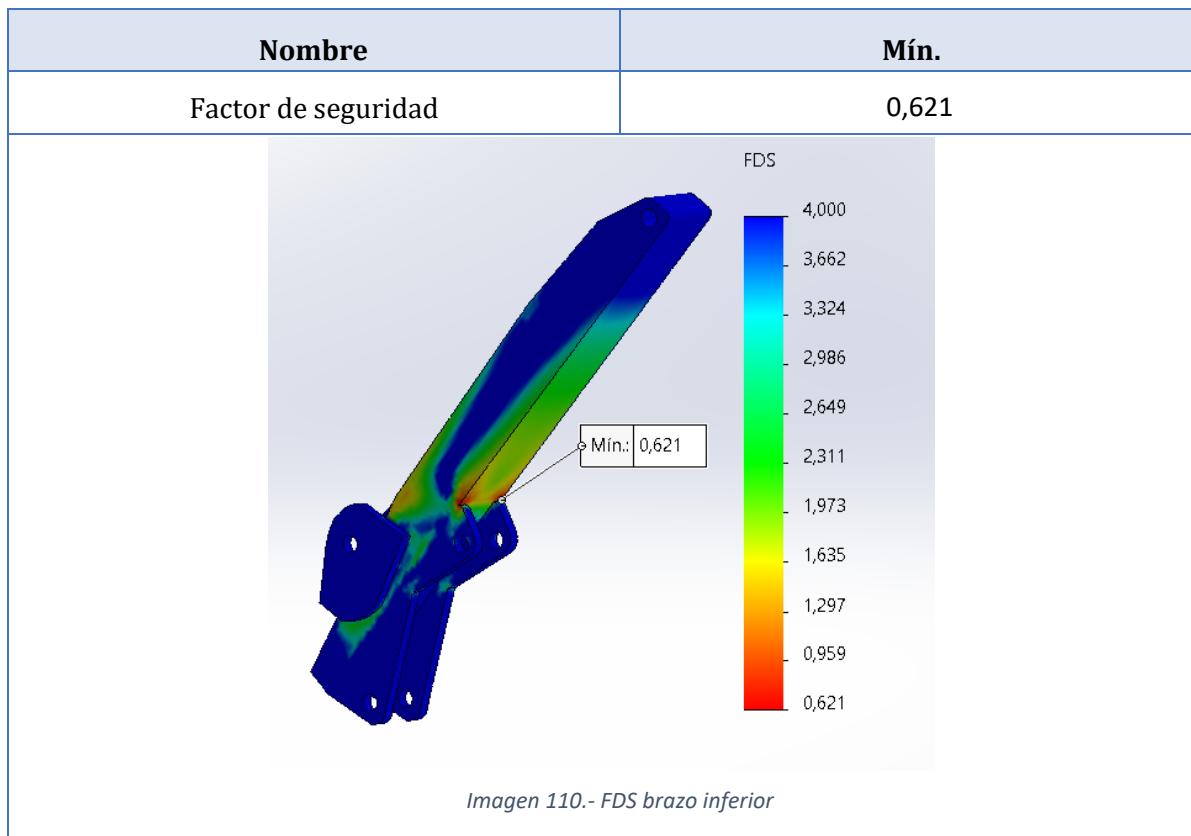
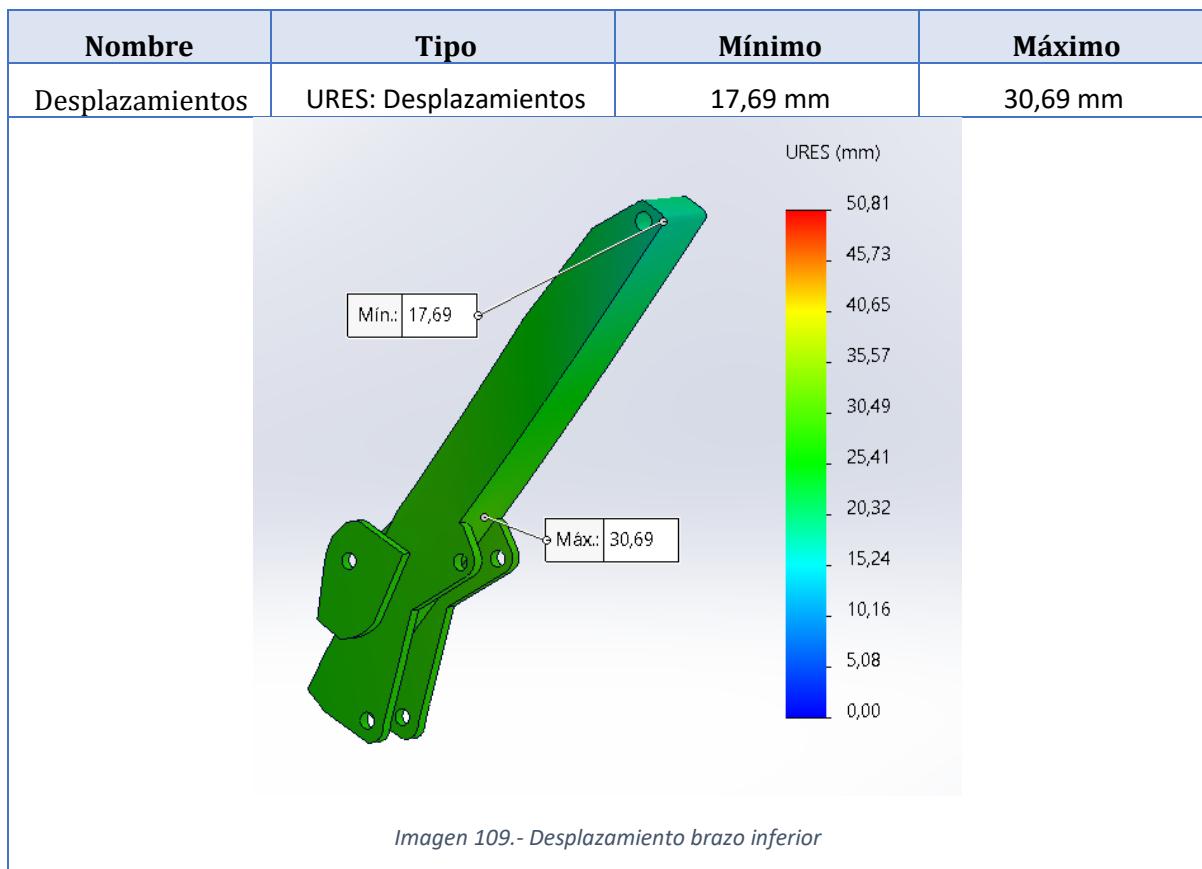
Tabla 42.- Propiedades material

Propiedades de malla	
Tipo de malla	Sólida
Mallador	Basada en curvatura de combinado
Puntos jacobianos	16
Tamaño máx. de elemento	471,548 mm
Tamaño mín. de elemento	23,5834 mm
Calidad	Elementos cuadráticos de alto orden

Tabla 43.- Propiedades de malla

Resultados:





Cómo se puede observar, de igual manera que para el brazo superior, este brazo no cumple con los límites de tensiones necesarios para dar por bueno el diseño.

Para solucionarlo, se va a seguir el mismo criterio que en el caso anterior, “alargando” las orejetas inferiores y añadiendo “chapas” de sobreespesor allí donde las tensiones son mayores, para así reducirlas lo suficiente.

1^a Modificación

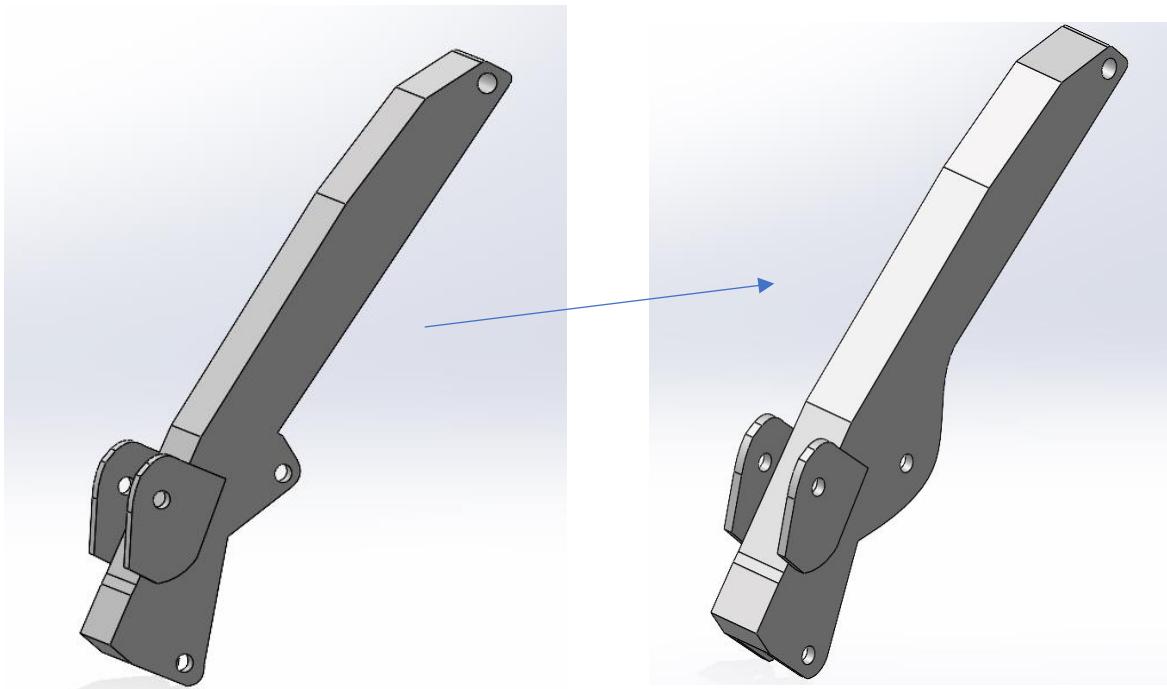


Imagen 111.- Modelo brazo inferior 1^a modificación

Imagen 112.- Modelo brazo inferior

Tras esta primera modificación obtenemos las siguientes tensiones en la pieza:

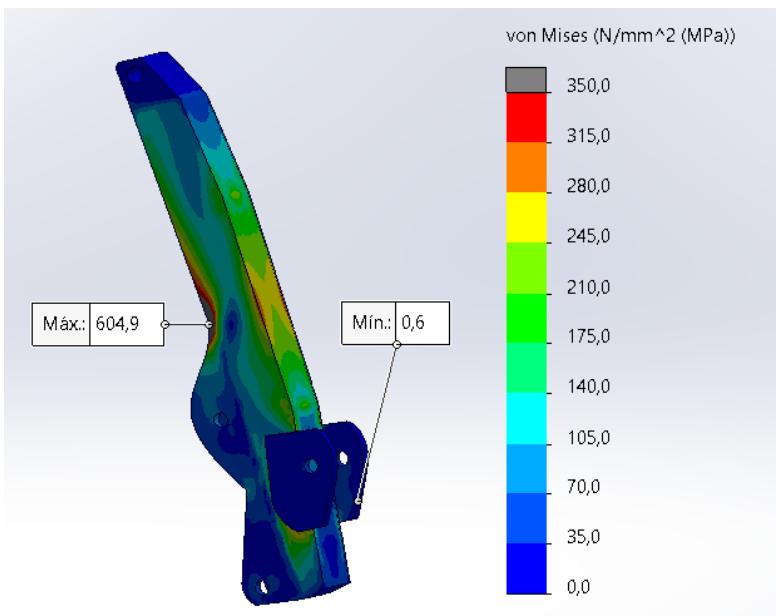


Imagen 113.- Tensiones brazo inferior 1^a modificación

Diseño, cálculo y modelado de grúa para descarga lateral de contenedor de 37 Toneladas

Las tensiones se han visto notablemente reducidas, pero aún no lo suficiente, por lo que pasamos a realizar una 2^a modificación, dónde colocaremos esas “chapas” de sobreespesor que consigan reducirlas aún más.

Diseño final:

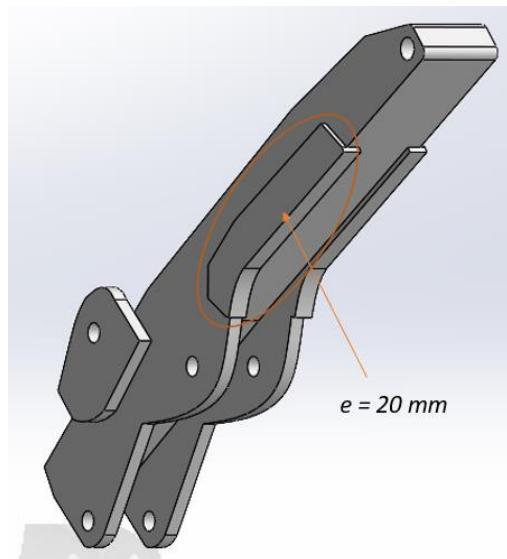


Imagen 114.- Brazo inferior segunda modificación

Resultados: (tras modificación)

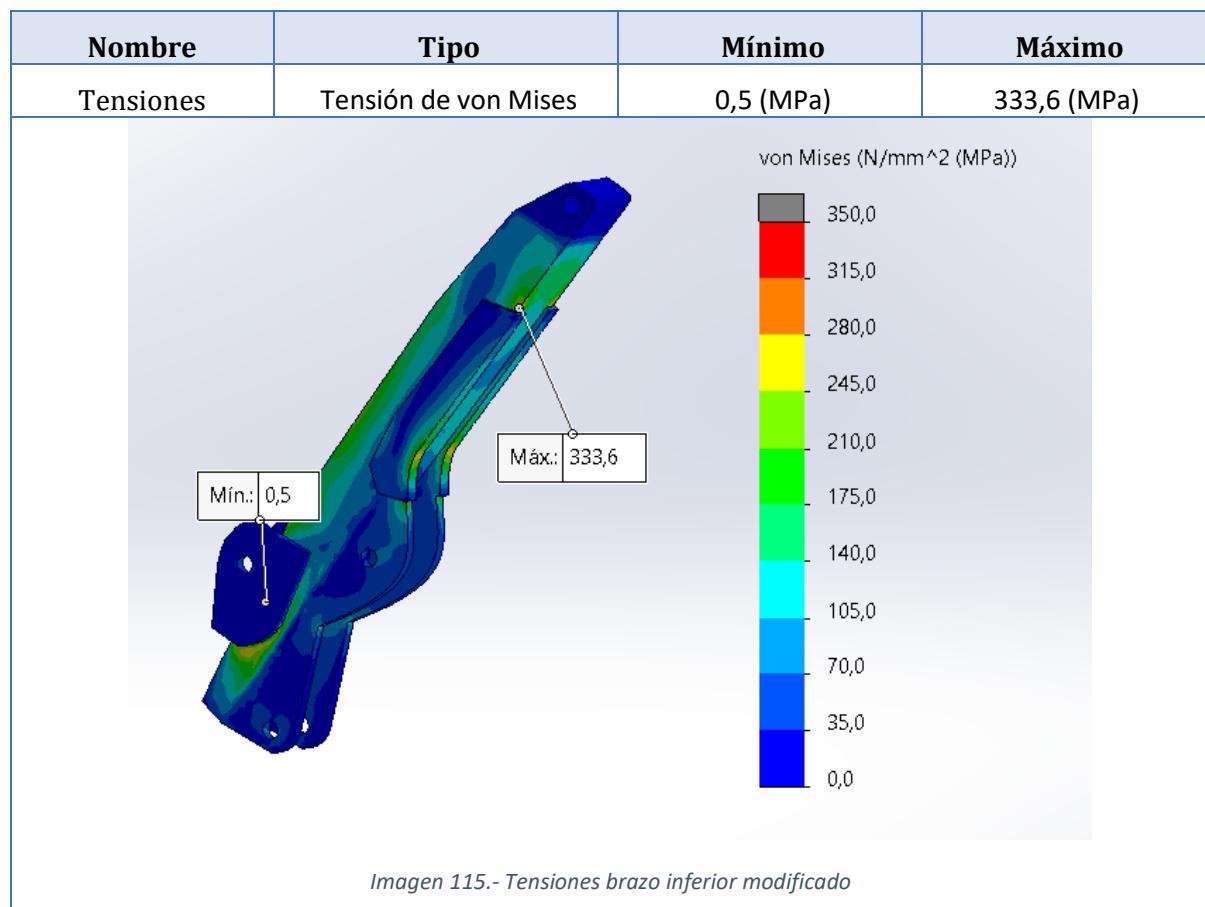
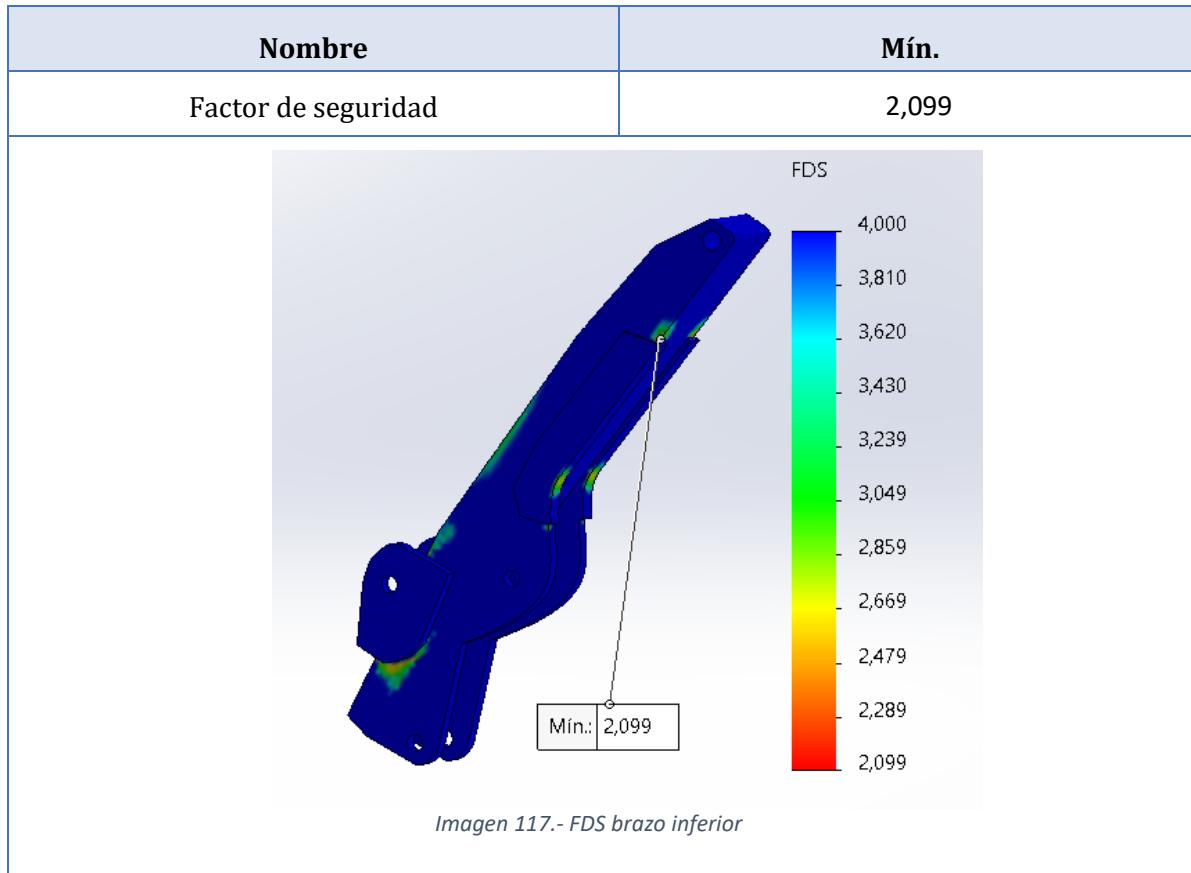
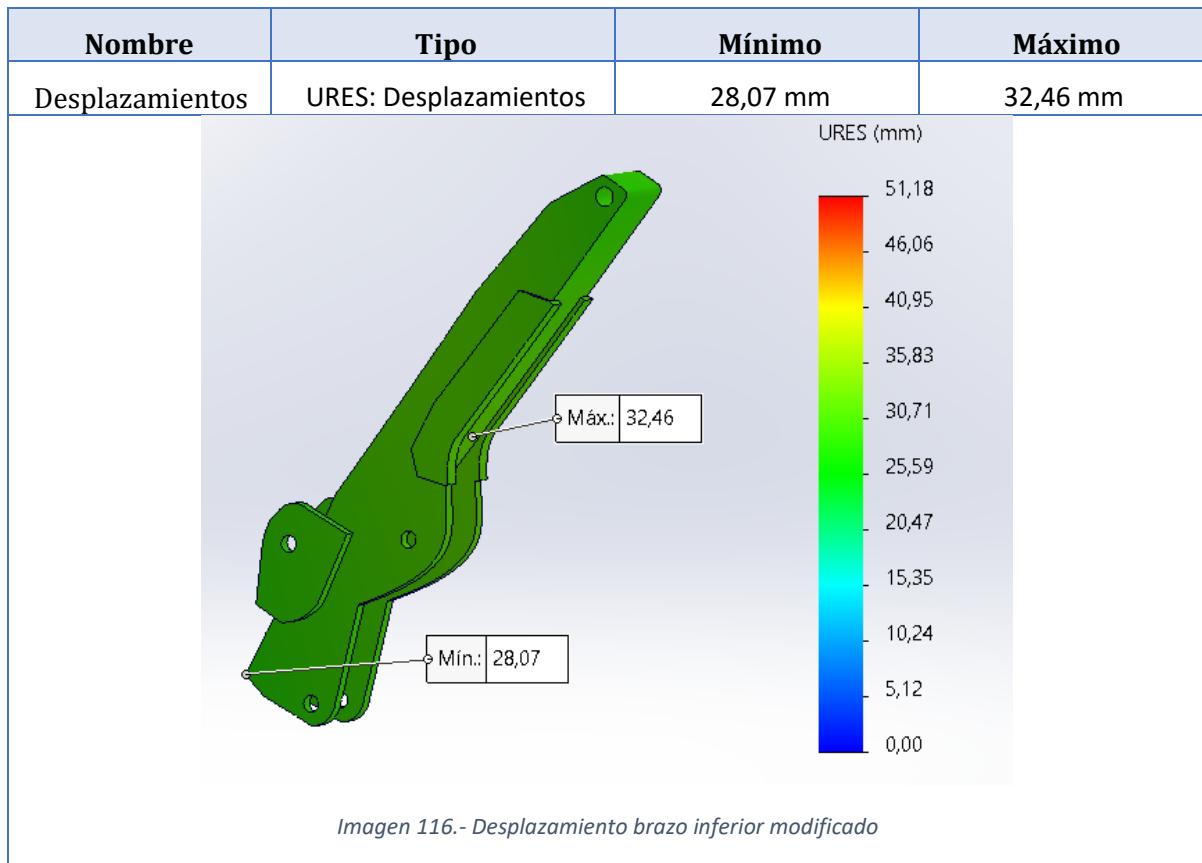


Imagen 115.- Tensiones brazo inferior modificado

Diseño, cálculo y modelado de grúa para descarga lateral de contenedor de 37 Toneladas



Conclusiones:

Tras el análisis de los resultados, se considera que la pieza está correctamente dimensionada ya que resiste bien la carga máxima (Máxima tensión < límite elástico/coeficiente de seguridad = $750/2 = 350$ MPa) y mantiene unos valores de desplazamiento moderados además de un FDS > 2 por toda la pieza.

Brazo inferior	
Longitud	2800 mm
Perfil rectangular	Centro: (300*500) mm y 5 mm espesor Extremos: (300*280) mm y 5 mm espesor
Material	Acero Strenx 700MC
FDS mínimo	2,099

Tabla 44.- Dimensionamiento final brazo inferior

E.3.3 - Patas equilibradoras

Mismo material y mallado que en casos anteriores:

Propiedades del material	
Descripción	Acero Strenx 700MC
Límite elástico	700 N/mm ²
Límite de tracción	800 N/mm ²
Módulo elástico	210000 N/mm ²
Coef. De Poisson	0,29
Densidad	7870 kg/m ³

Tabla 45.- Propiedades material

Propiedades de malla	
Tipo de malla	Sólida
Mallador	Basada en curvatura de combinado
Puntos jacobianos	16
Tamaño máx. de elemento	471,548 mm
Tamaño mín. de elemento	23,5834 mm
Calidad	Elementos cuadráticos de alto orden

Tabla 46.- Propiedades de malla

Resultados:

Nombre	Tipo	Mínimo	Máximo
Tensiones	Tensión de von Mises	0,1 MPa	430,5 MPa

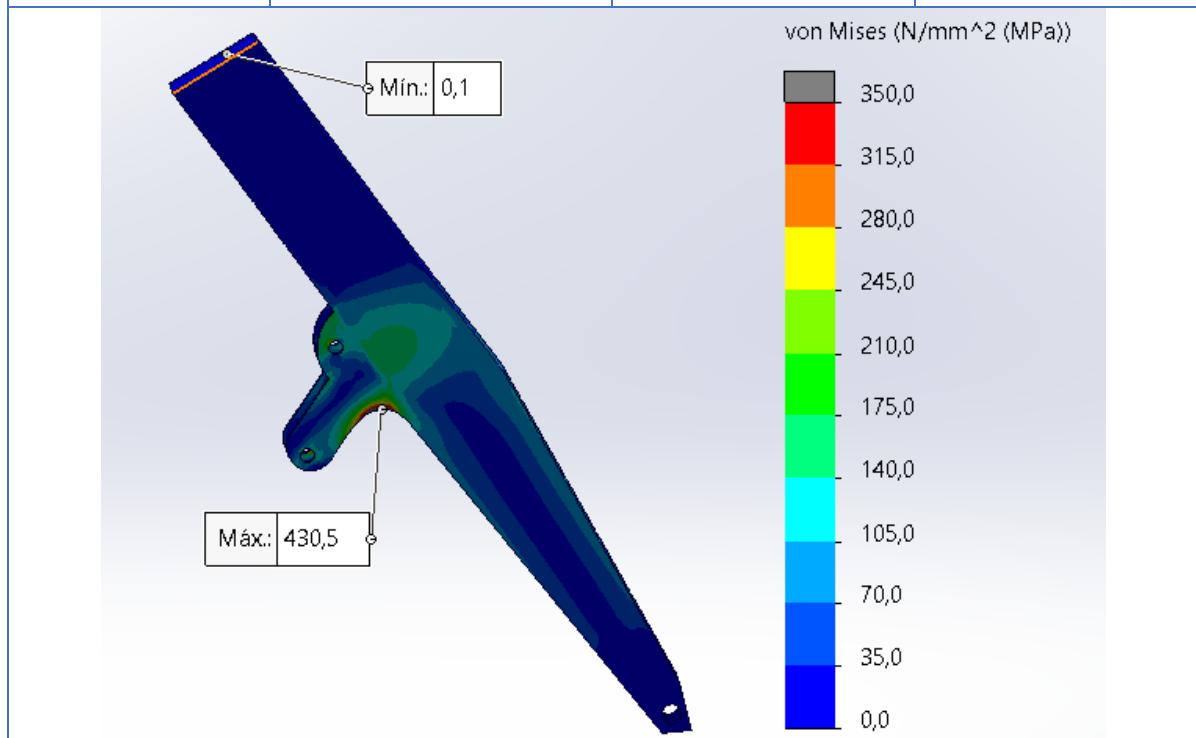
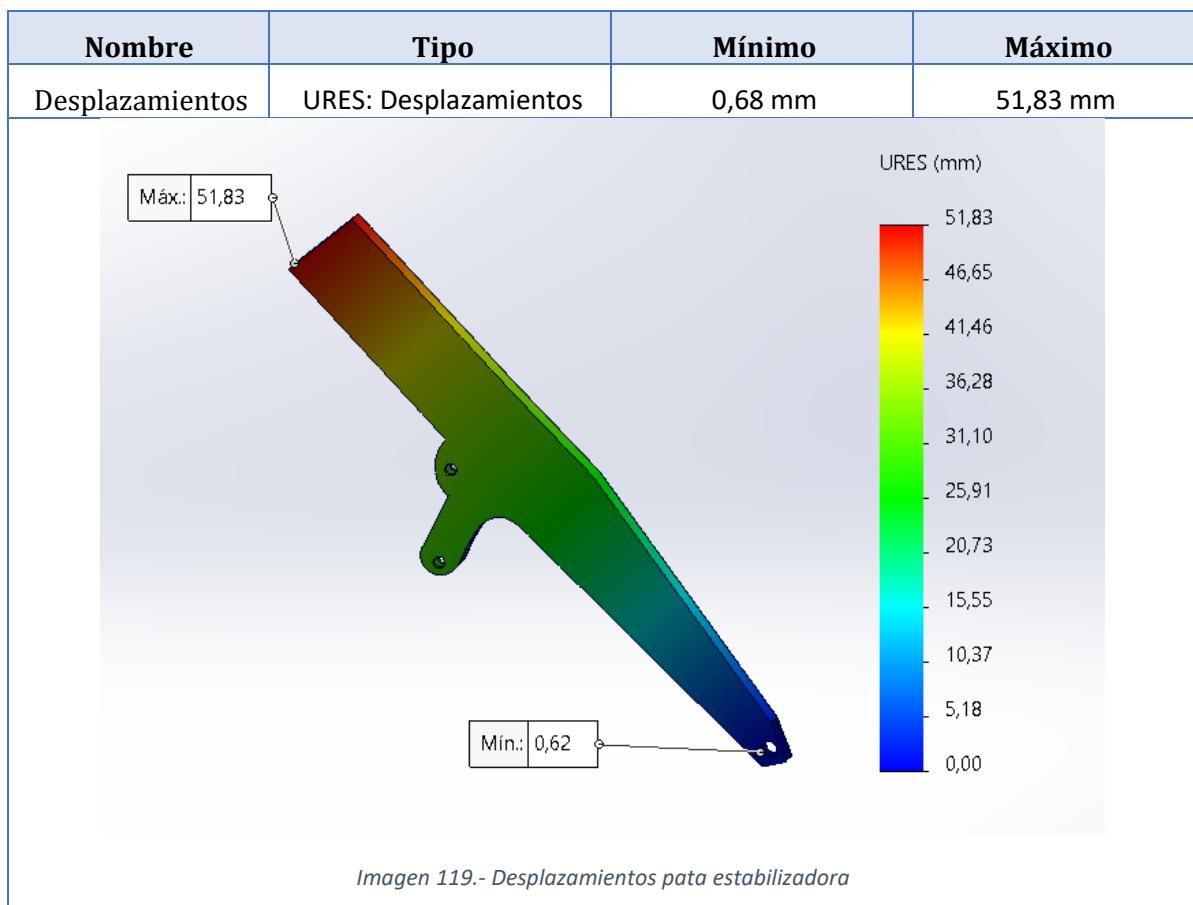
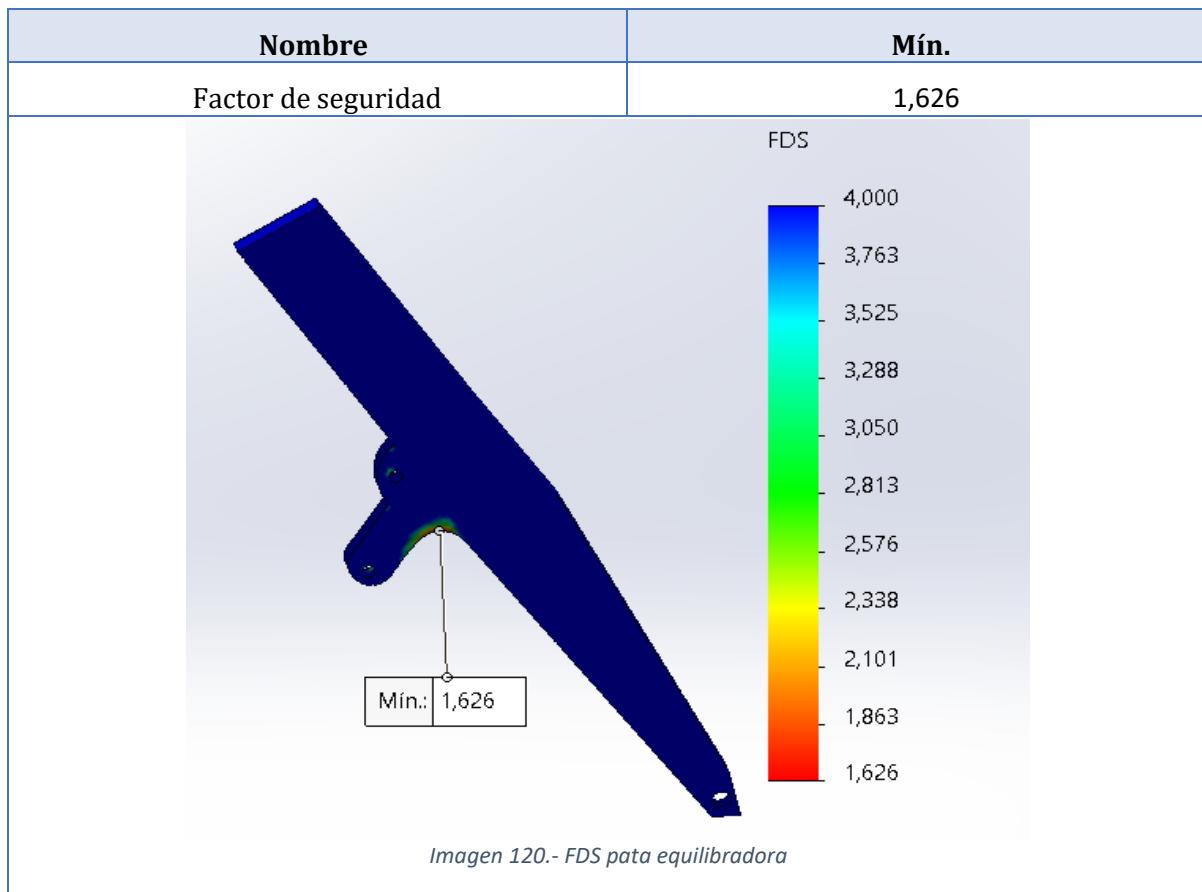


Imagen 118.- Tensiones pata estabilizadora





Analizando los resultados obtenidos, no damos como bueno el diseño de las patas equilibradoras, ya que se supera la carga máxima admisible de 350 MPa.

Cómo solución aumentaremos el espesor de las orejetas, pasandolo de 30 a 60 mm, reduciendo las tensiones en la zona problemática:

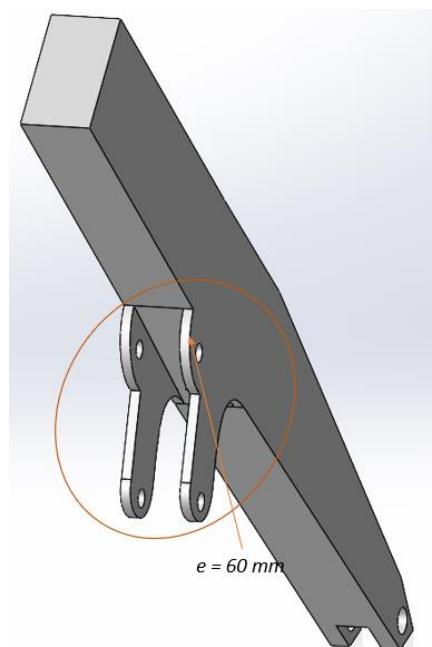
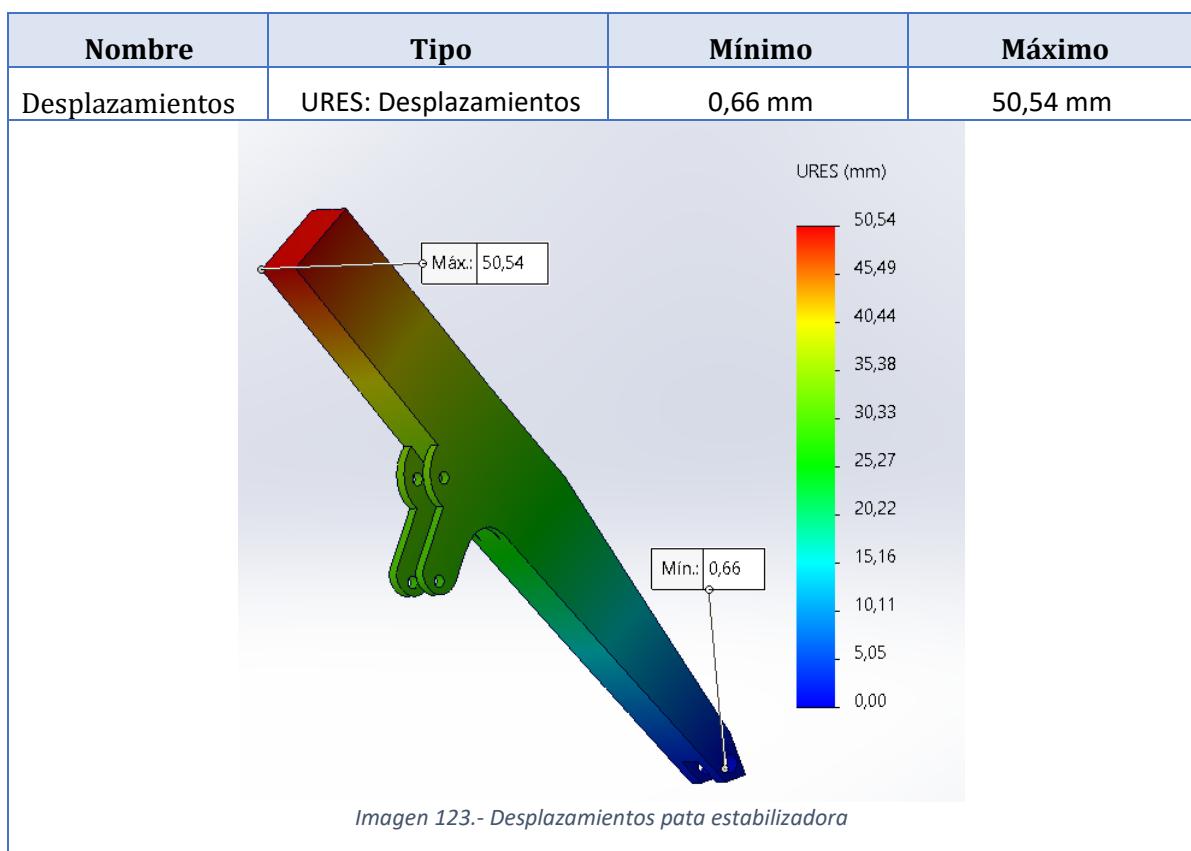
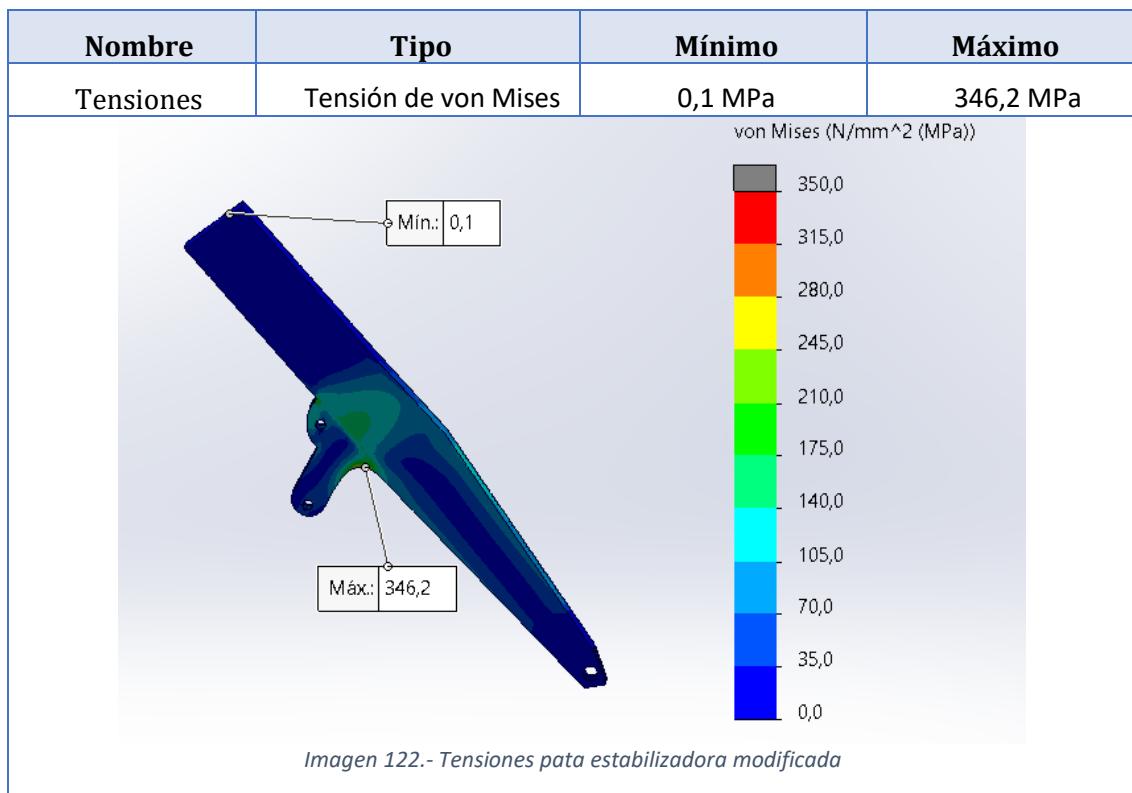
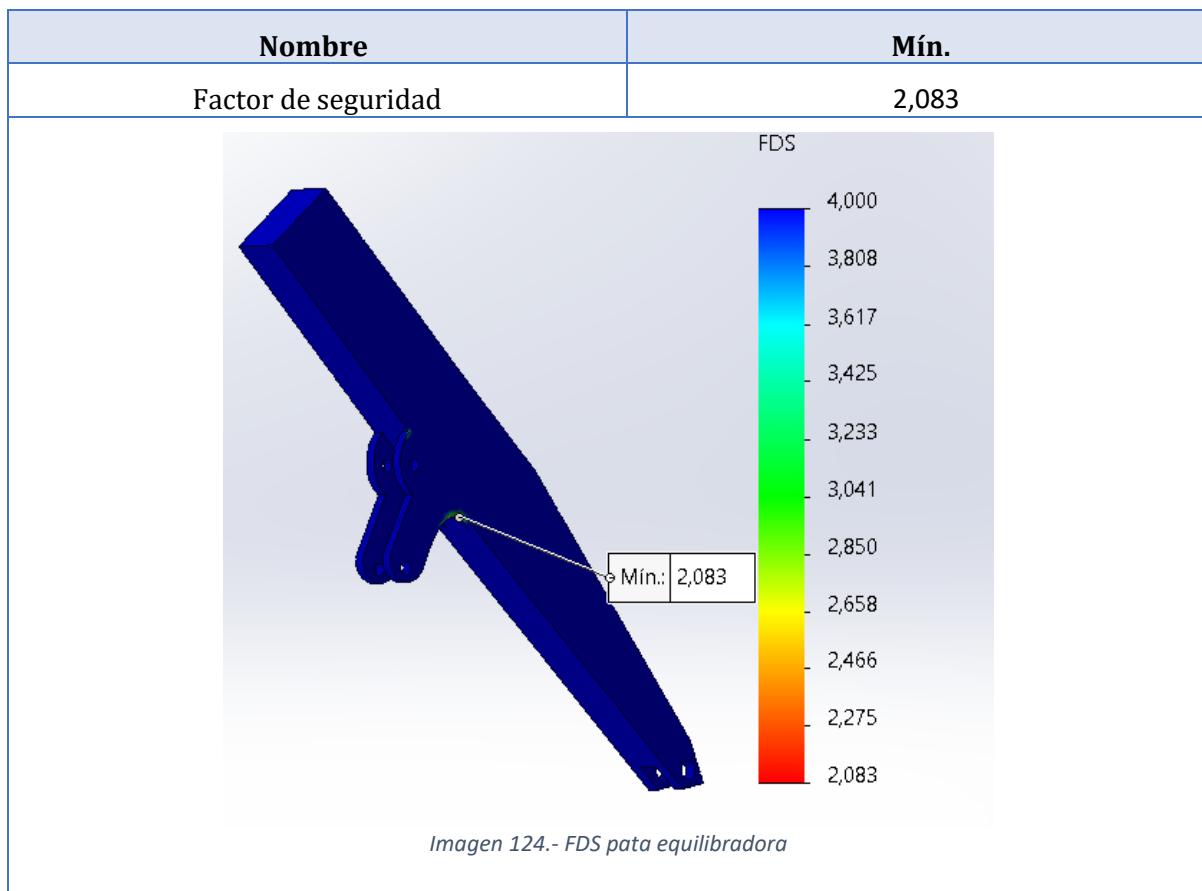


Imagen 121.- Modificación pata estabilizadora

Diseño, cálculo y modelado de grúa para descarga lateral de contenedor de 37 Toneladas

Resultados:





Conclusiones:

Tras esta modificación, se considera que la pieza está correctamente dimensionada ya que resiste bien la carga máxima y mantiene unos valores de desplazamiento moderados además de un FDS > 2 por toda la pieza.

Pata estabilizadora	
Longitud	3800 mm
Perfil	(280*480) mm y 10 mm espesor
Material	Acero Strenx 700MC
FDS mínimo	2,083

Tabla 47.- Dimensionamiento final pata estabilizadora

Diseño, cálculo y modelado de grúa para descarga lateral de contenedor de 37 Toneladas

Después de validar el diseño de los 3 brazos, se pasa a obtener los resultados de fuerzas en pasadores y cilindros, además de tensiones y desplazamientos para cada una de las 7 posiciones determinadas anteriormente.

E.4 Resumen SolidWorks: fuerzas en cilindros y pasadores:

a) Caso 1: ($\Theta = 150^\circ$; $\varphi = 30^\circ$)

pasadores:

	F (N)
Pasador 1	252120
Pasador 2	333000
Pasador 3	185000
Pasador 4	162940
Pasador 5	333000
Pasador 6_brazo	179460
Pasador 6_estabilizador	160193

Tabla 48.- Resumen pasadores SolidWorks caso 1

cilindros:

	F (N)
Cilindro sup.	333000
Cilindro inf (compresión)	162940

Tabla 49.- Resumen cilindros SolidWorks caso 1

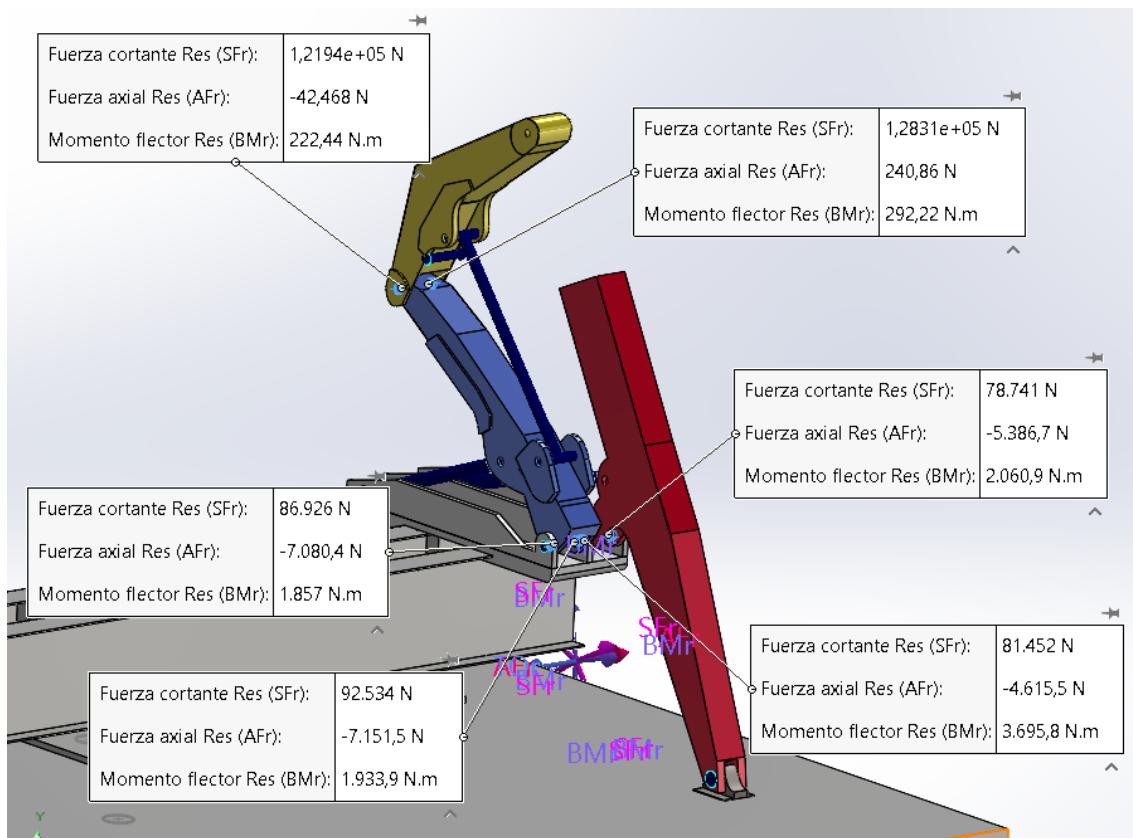


Imagen 125.- Fuerza pasadores caso 1

Diseño, cálculo y modelado de grúa para descarga lateral de contenedor de 37 Toneladas

(en el caso de los pasadores 1 y 6, la fuerza resultante será la suma de las fuerzas que aparecen en las distintas ventanillas de SolidWorks)

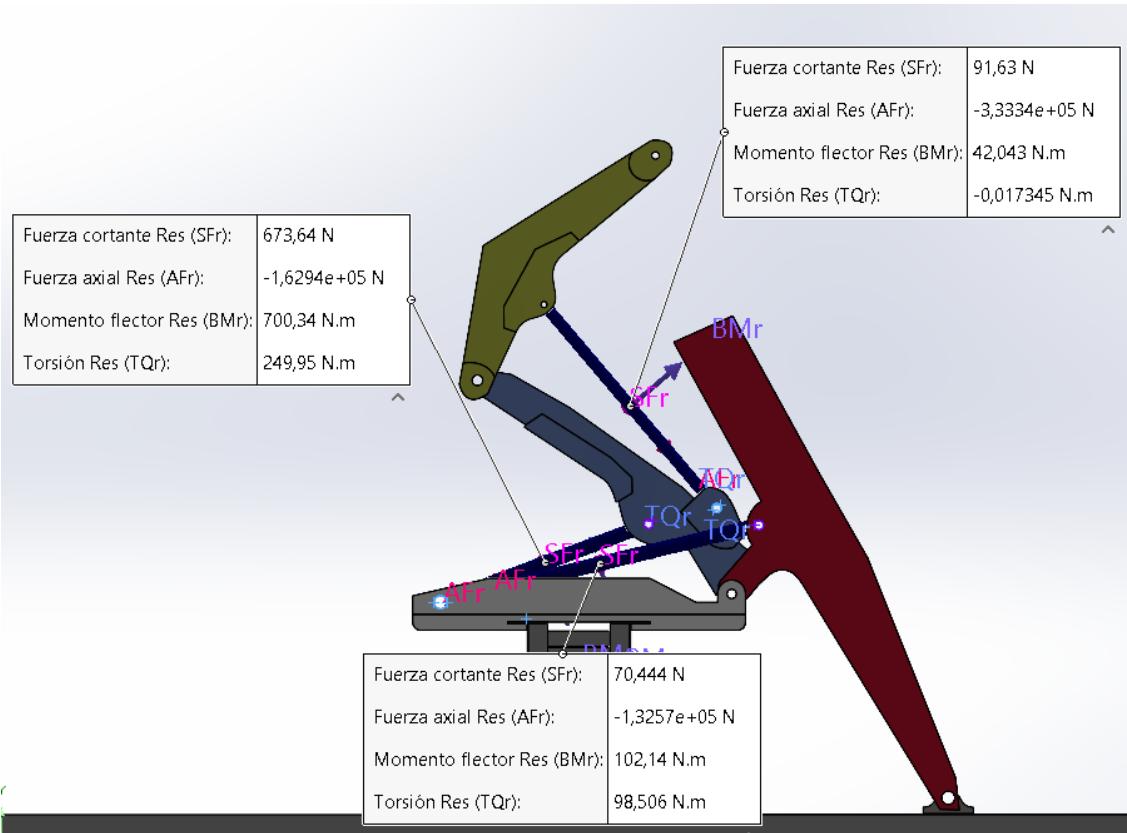


Imagen 126.- Fuerza cilindros SolidWorks caso 1

b) Caso 2: ($\Theta = 150^\circ$; $\varphi = 45^\circ$)

pasadores:

	F (N)
Pasador 1	231400
Pasador 2	374610
Pasador 3	185000
Pasador 4	38749
Pasador 5	374610
Pasador 6_brazo	177494
Pasador 6_estabilizador	243470

Tabla 50.- Resumen pasadores MEF1 caso 2

cilindros:

	Fx (N)
Cilindro sup.	374610
Cilindro inf (compresión)	38749

Tabla 51.- Resumen cilindros SolidWorks caso 2

Diseño, cálculo y modelado de grúa para descarga lateral de contenedor de 37 Toneladas

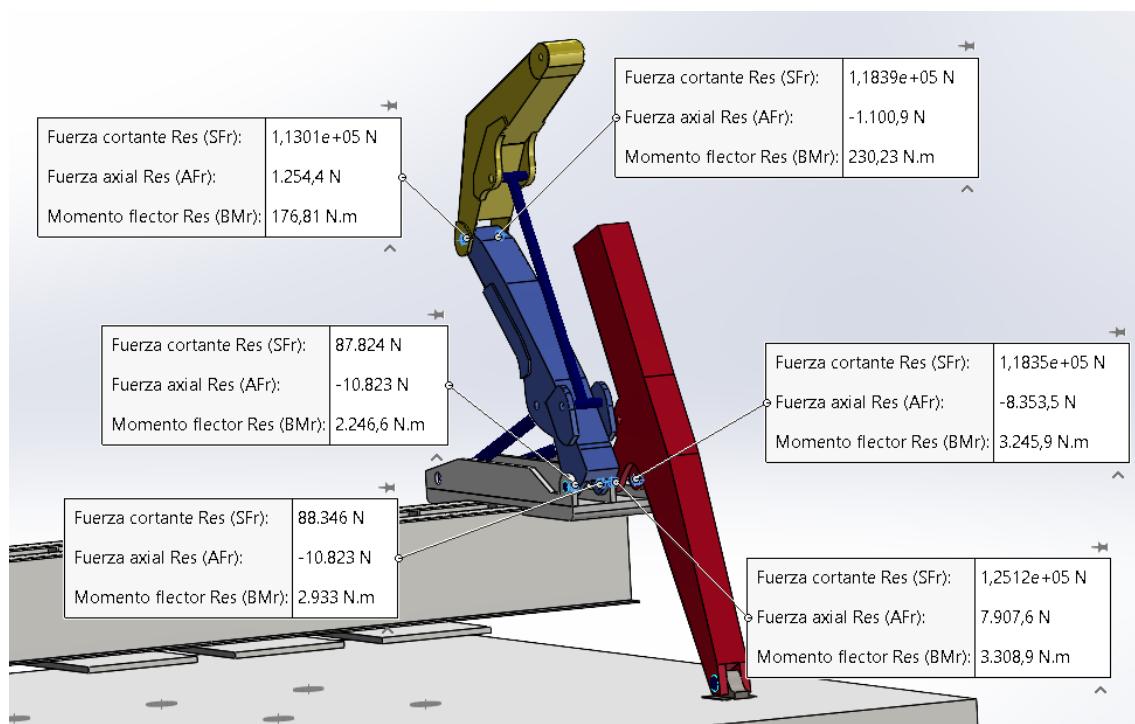


Imagen 127.- Fuerza pasadores SolidWorks caso 2

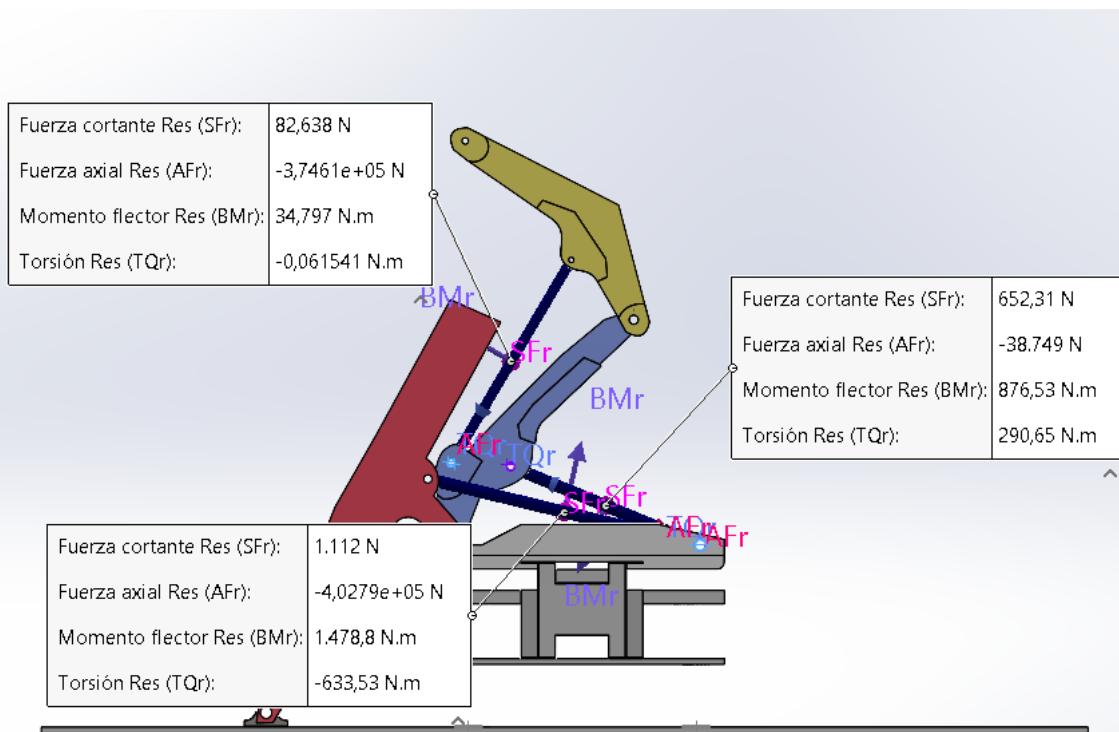


Imagen 128.- Fuerza cilindros SolidWorks caso 2

c) Caso 3: ($\Theta = 150^\circ$; $\varphi = 90^\circ$)

pasadores:

	Fx (N)
Pasador 1	454320
Pasador 2	626140
Pasador 3	185000
Pasador 4	362510
Pasador 5	626140
Pasador 6_brazo	449810
Pasador 6_estabilizador	677230

Tabla 52.- Resumen pasadores SolidWorks caso 3

cilindros:

	Fx (N)
Cilindro sup.	626140
Cilindro inf (tracción)	362510

Tabla 53.- Resumen cilindros SolidWorks caso 3

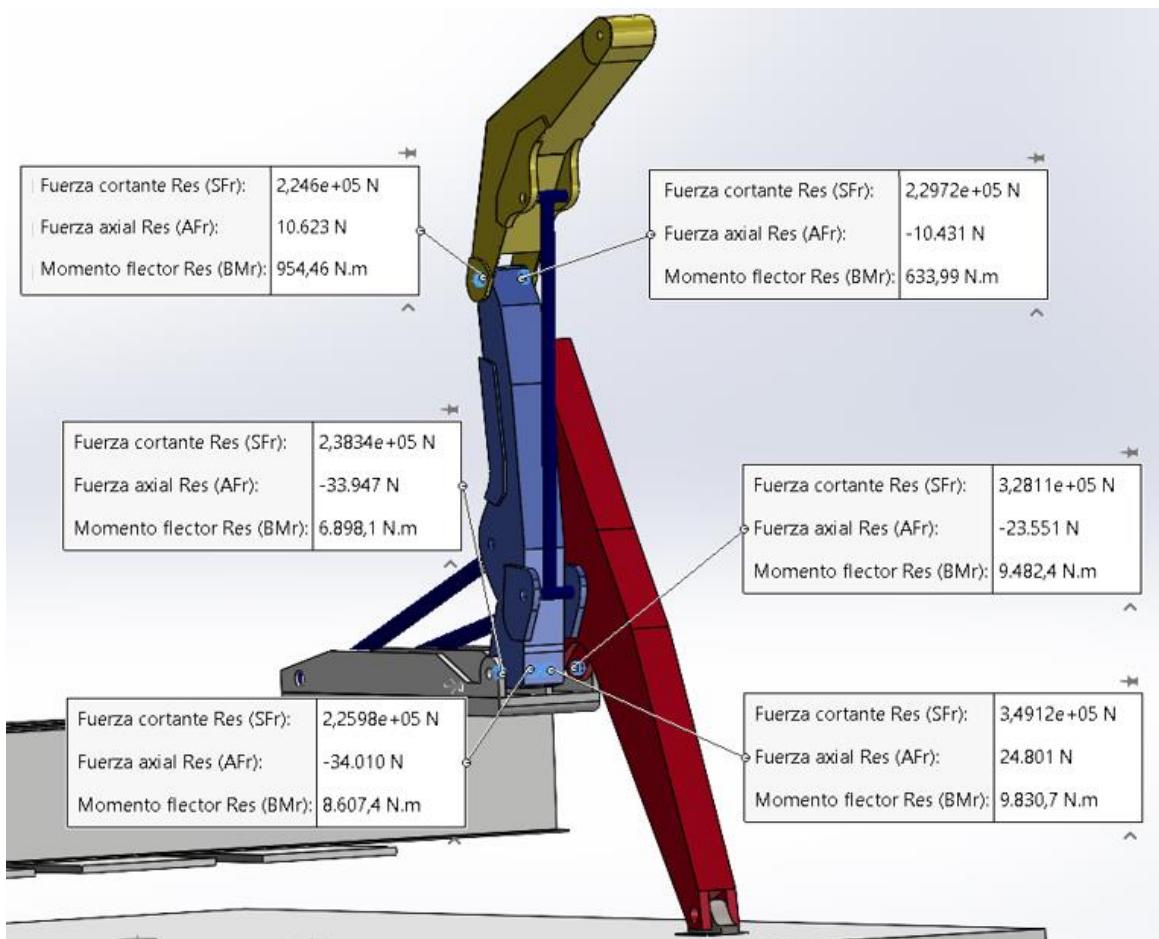


Imagen 129.- Fuerza pasadores SolidWorks caso 3

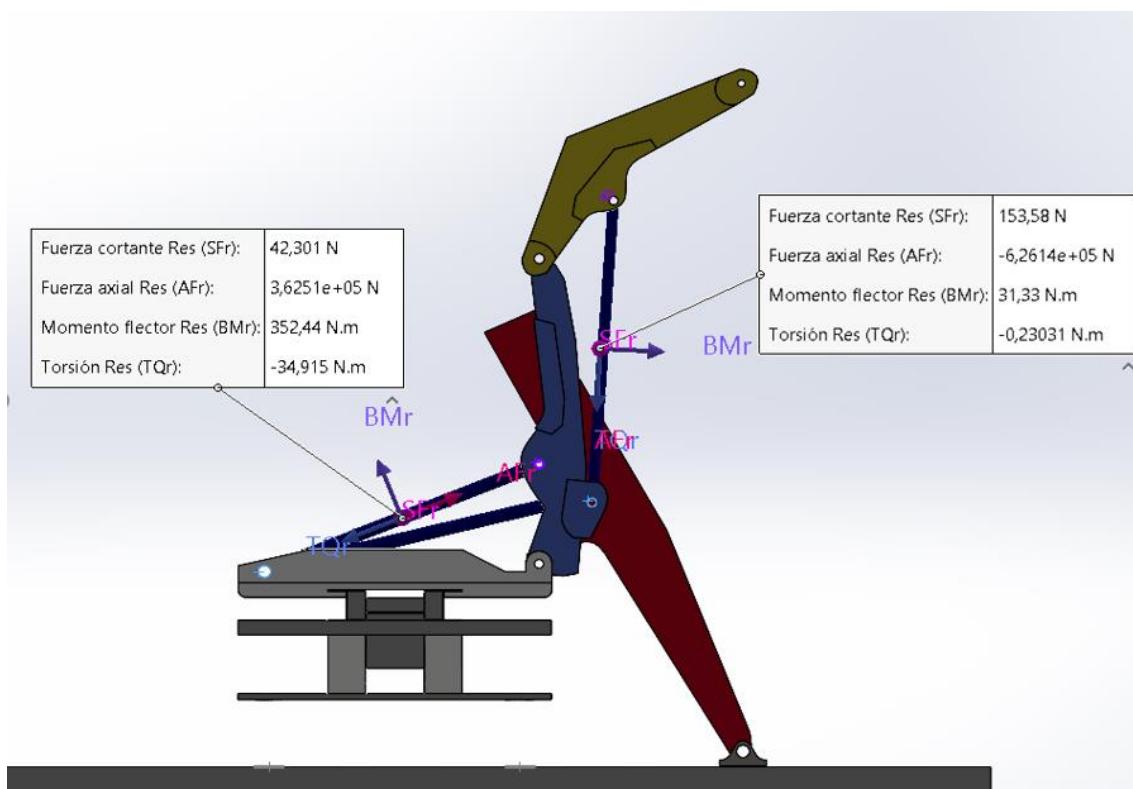


Imagen 130.- Fuerza cilindros SolidWorks caso 3

d) Caso 4: ($\Theta = 90^\circ$; $\varphi = 30^\circ$)

No simulable. Los brazos se interseccionan.

e) Caso 5: ($\Theta = 90^\circ$; $\varphi = 45^\circ$)

pasadores:

	F (N)
Pasador 1	429050
Pasador 2	595650
Pasador 3	185000
Pasador 4	125350
Pasador 5	595650
Pasador 6_brazo	307710
Pasador 6_estabilizador	584330

Tabla 54.- Resumen pasadores SolidWorks caso 5

cilindros:

	F (N)
Cilindro sup.	595650
Cilindro inf (tracción)	125350

Tabla 55.- Resumen cilindros MEF1 caso 5

Diseño, cálculo y modelado de grúa para descarga lateral de contenedor de 37 Toneladas

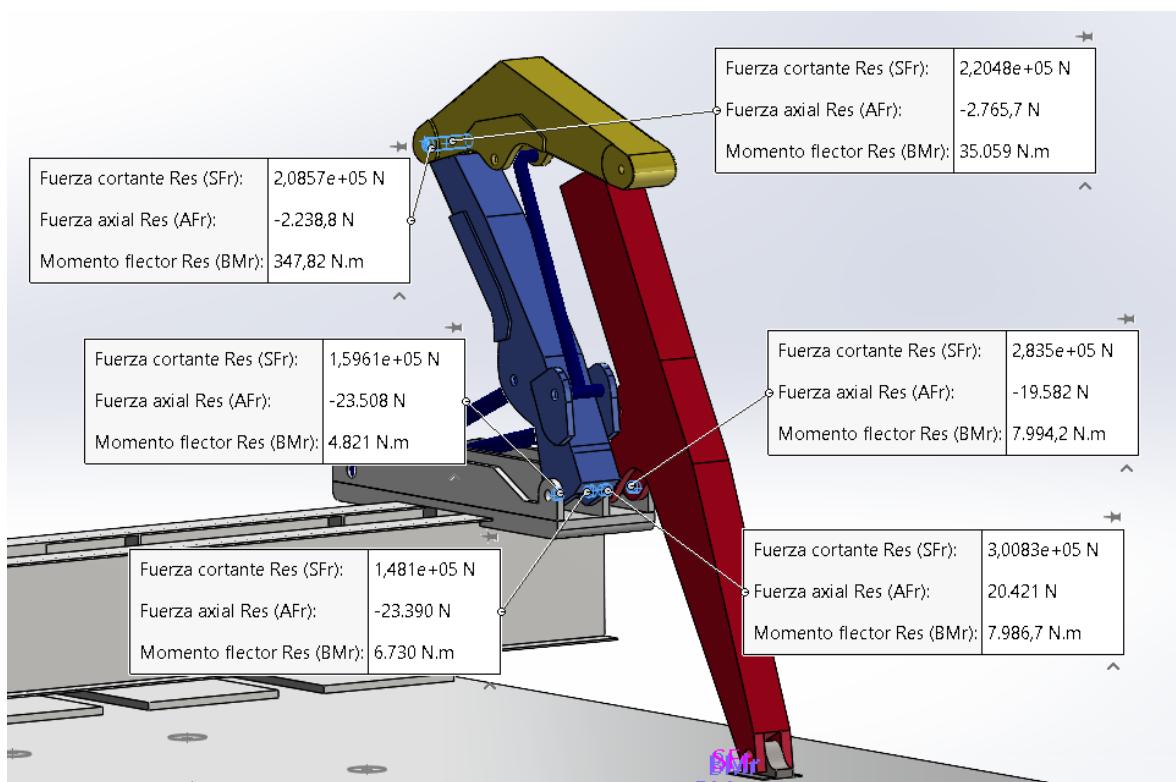


Imagen 131.- Fuerza pasadores SolidWorks caso 5

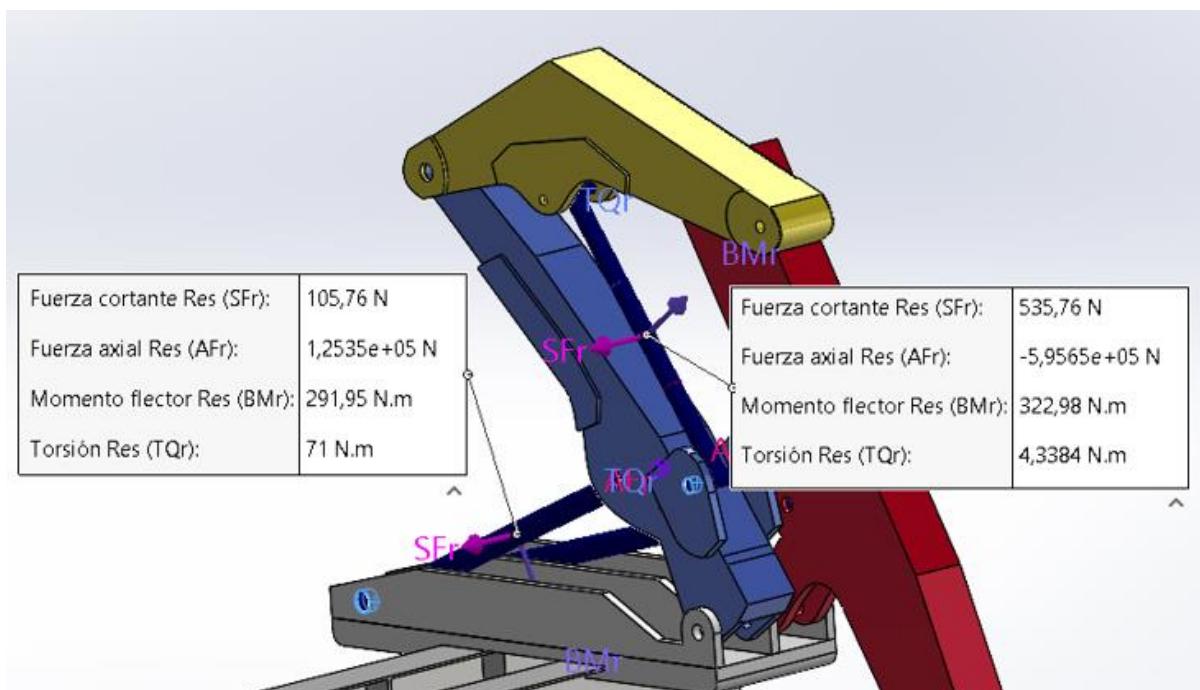


Imagen 132.- Fuerza cilindros SolidWorks caso 5

f) Caso 6: ($\Theta = 90^\circ$; $\varphi = 90^\circ$)

Resultados:

pasadores:

	F (N)
Pasador 1	353510
Pasador 2	540600
Pasador 3	185000
Pasador 4	534920
Pasador 5	540600
Pasador 6_brazo	620570
Pasador 6_estabilizador	724370

Tabla 56.- Resumen pasadores SolidWorks caso 6

cilindros:

	F (N)
Cilindro sup.	540600
Cilindro inf (tracción)	534920

Tabla 57.- Resumen cilindros SolidWorks caso 6

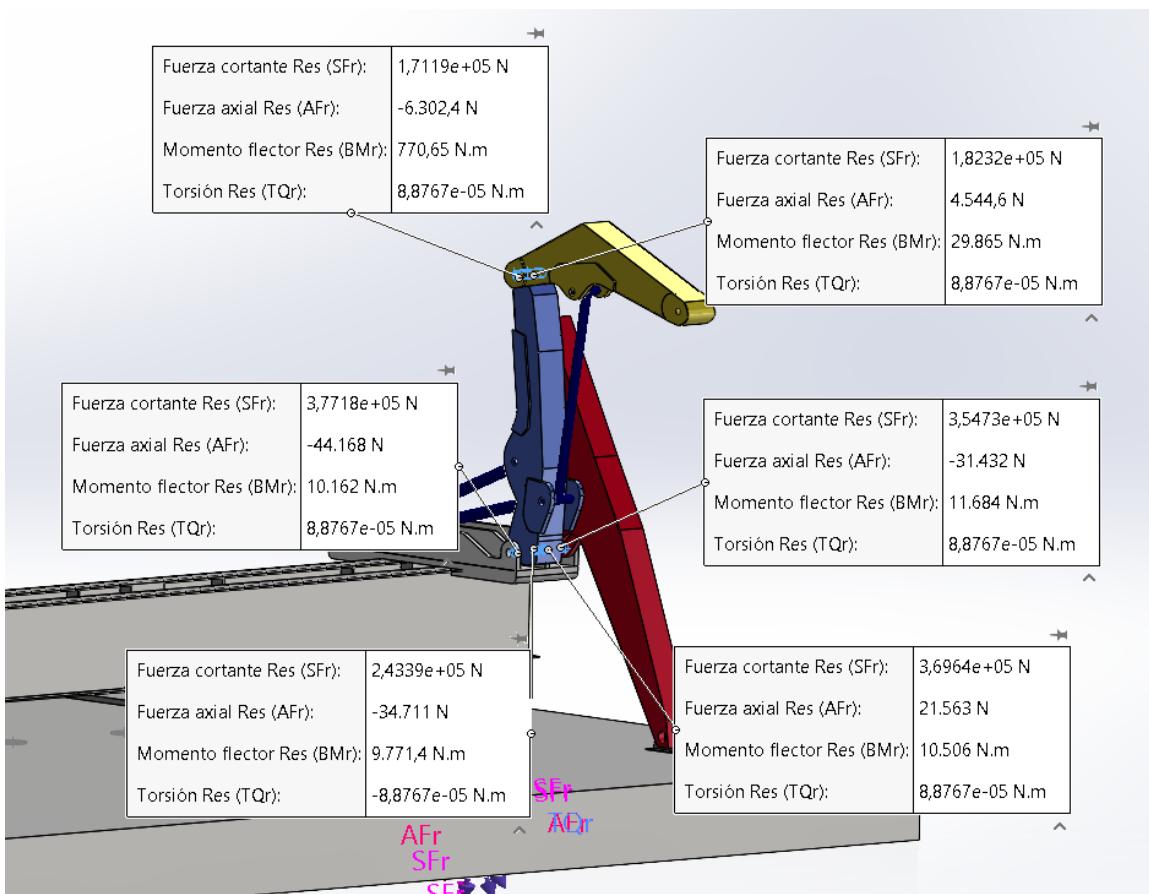


Imagen 133.- Fuerza pasadores SolidWorks caso 6

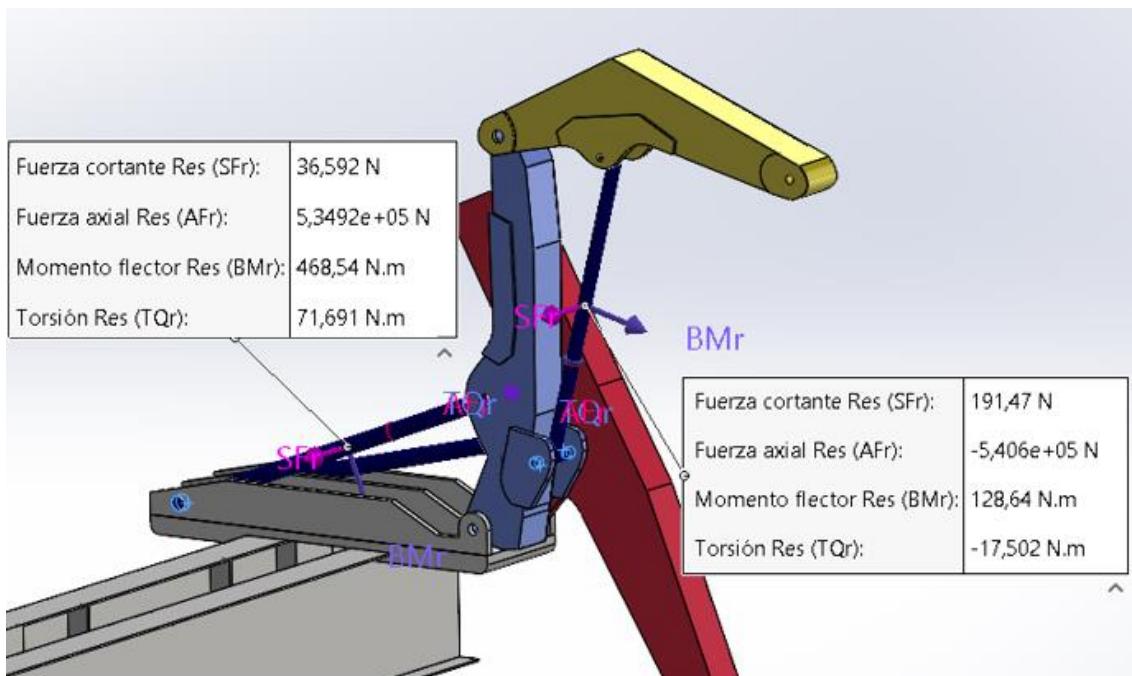


Imagen 134.- Fuerza cilindros SolidWorks caso 6

g) Caso 7: ($\Theta = 45^\circ$; $\varphi = 30^\circ$)

No simulable. Los brazos se interseccionan.

h) Caso 8: ($\Theta = 45^\circ$; $\varphi = 45^\circ$)

No simulable. Los brazos se interseccionan.

i) Caso 9: ($\Theta = 45^\circ$; $\varphi = 90^\circ$)

pasadores:

	F (N)
Pasador 1	290180
Pasador 2	458470
Pasador 3	185000
Pasador 4	356500
Pasador 5	458470
Pasador 6_brazo	497790
Pasador 6_estabilizador	700580

Tabla 58.- Resumen pasadores SolidWorks caso 9

cilindros:

	F (N)
Cilindro sup.	458470
Cilindro inf (tracción)	356500

Tabla 59.- Resumen cilindros SolidWorks caso 9

Diseño, cálculo y modelado de grúa para descarga lateral de contenedor de 37 Toneladas

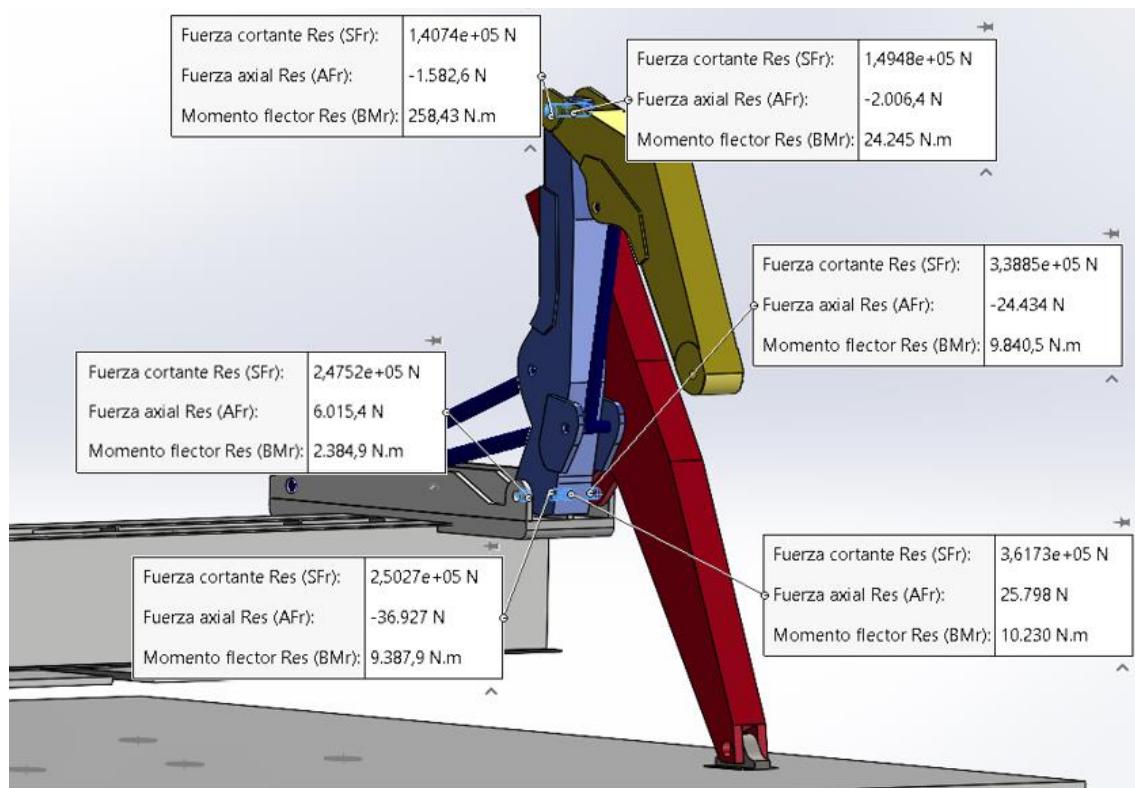


Imagen 135.- Fuerza pasadores SolidWorks caso 9

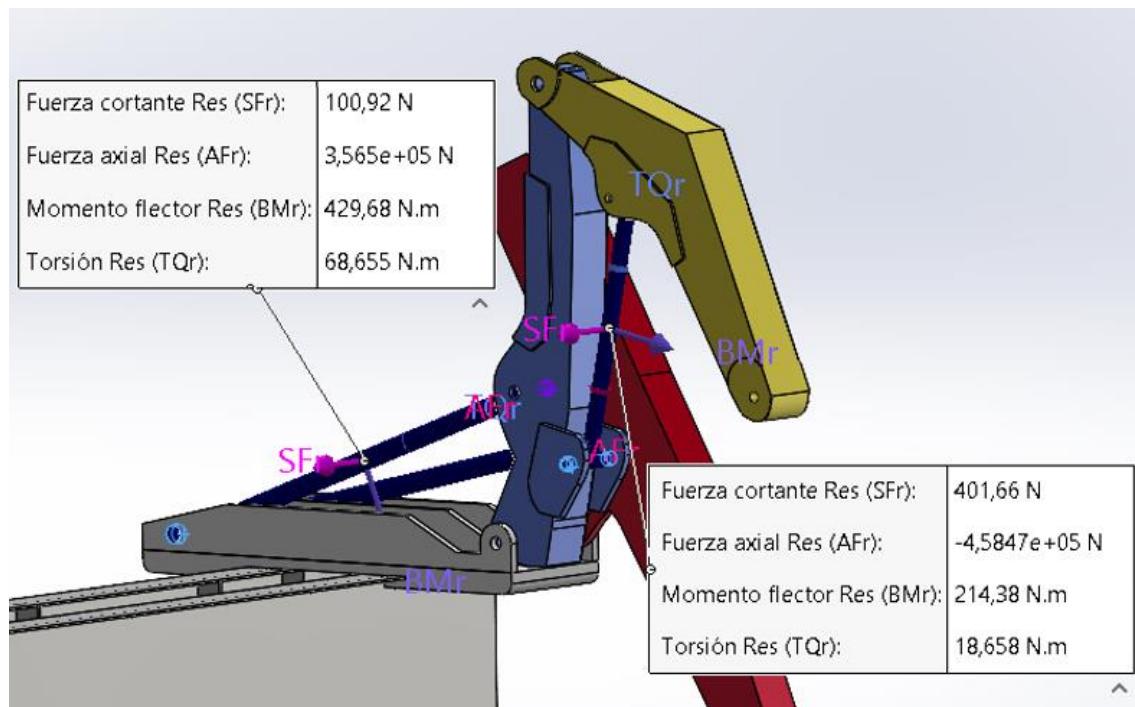


Imagen 136.- Fuerza cilindros SolidWorks caso 9

E.5 Resumen SolidWorks: tensiones, desplazamientos y fuerza resultante en apoyos:

a) Caso 1: ($\Theta = 150^\circ$; $\varphi = 30^\circ$)

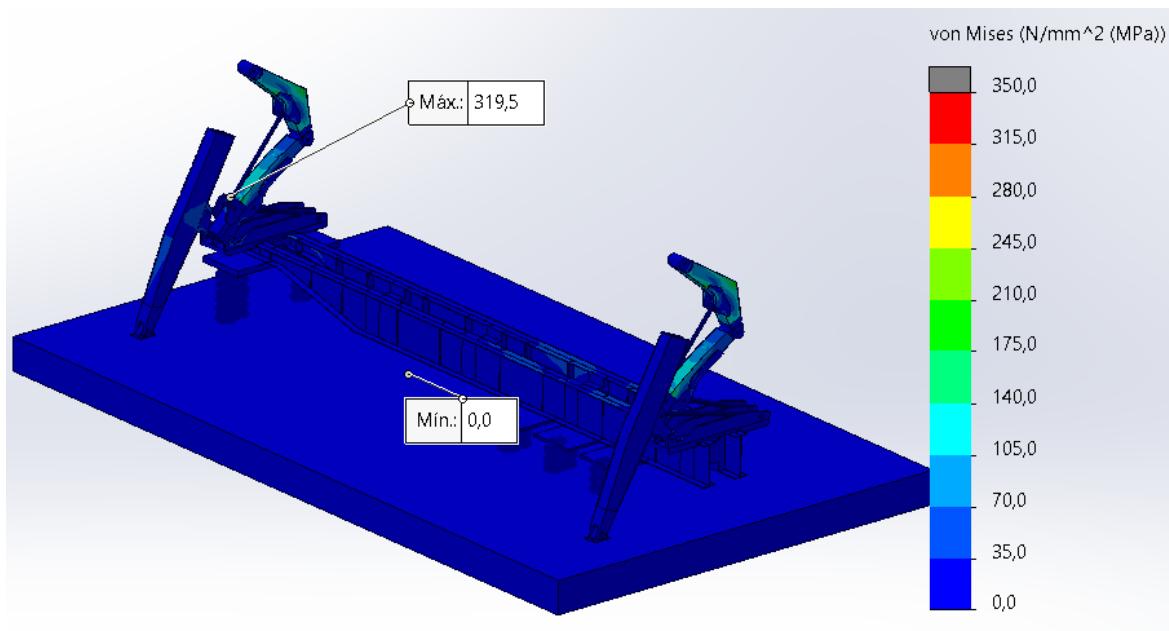


Imagen 137.- Tensiones SolidWorks caso 1

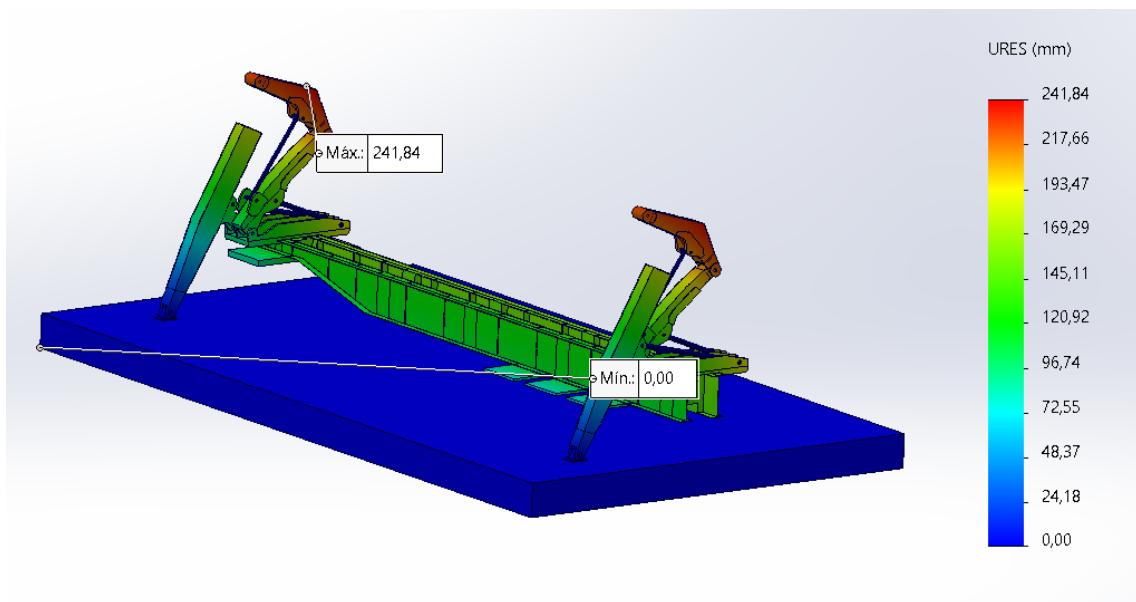


Imagen 138.- Desplazamientos SolidWorks caso 1

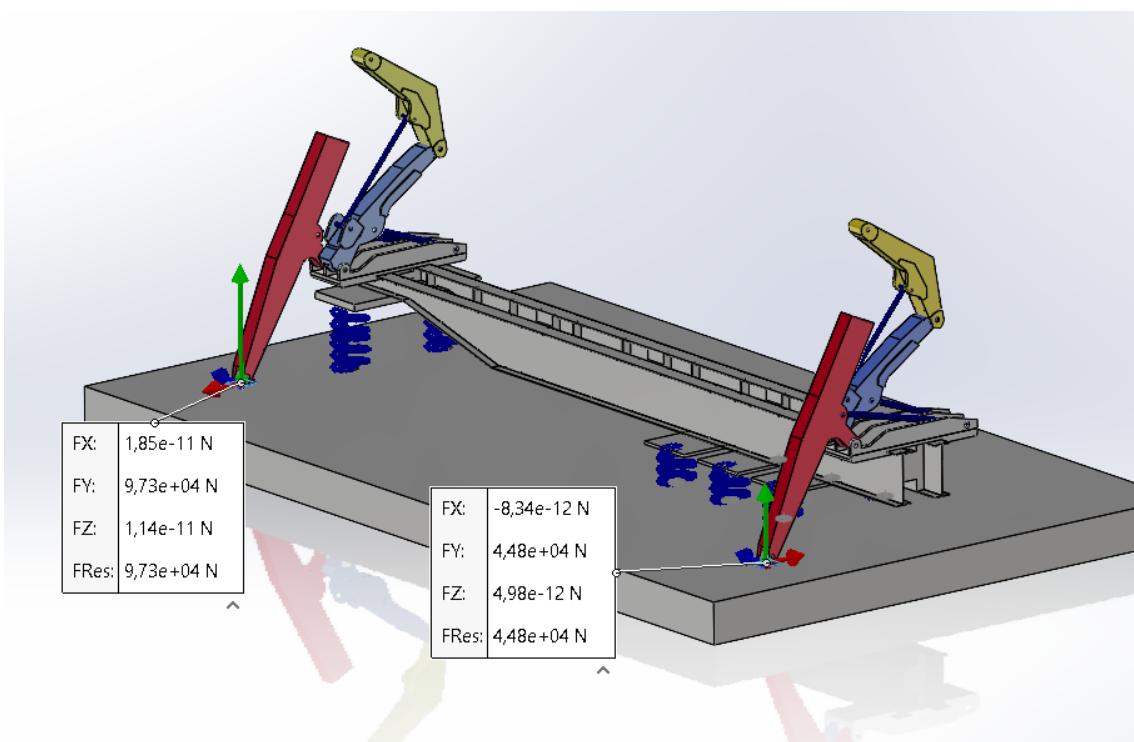


Imagen 139.- Resultante apoyos caso 1

b) Caso 2: ($\Theta = 150^\circ$; $\varphi = 45^\circ$)

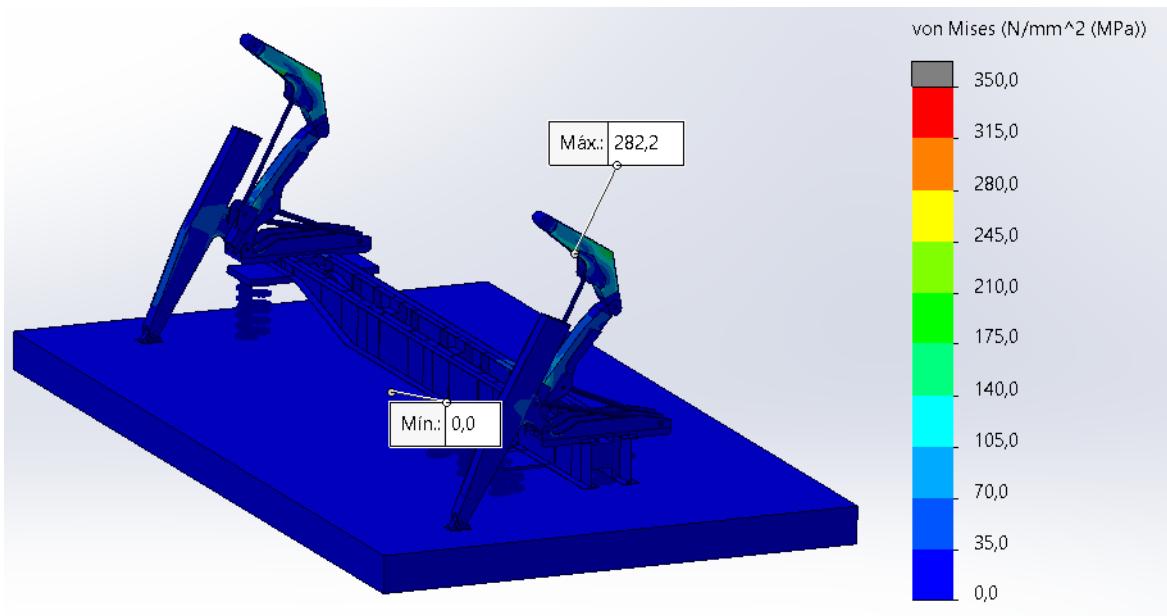


Imagen 140.- Tensiones SolidWorks caso 2

Diseño, cálculo y modelado de grúa para descarga lateral de contenedor de 37 Toneladas

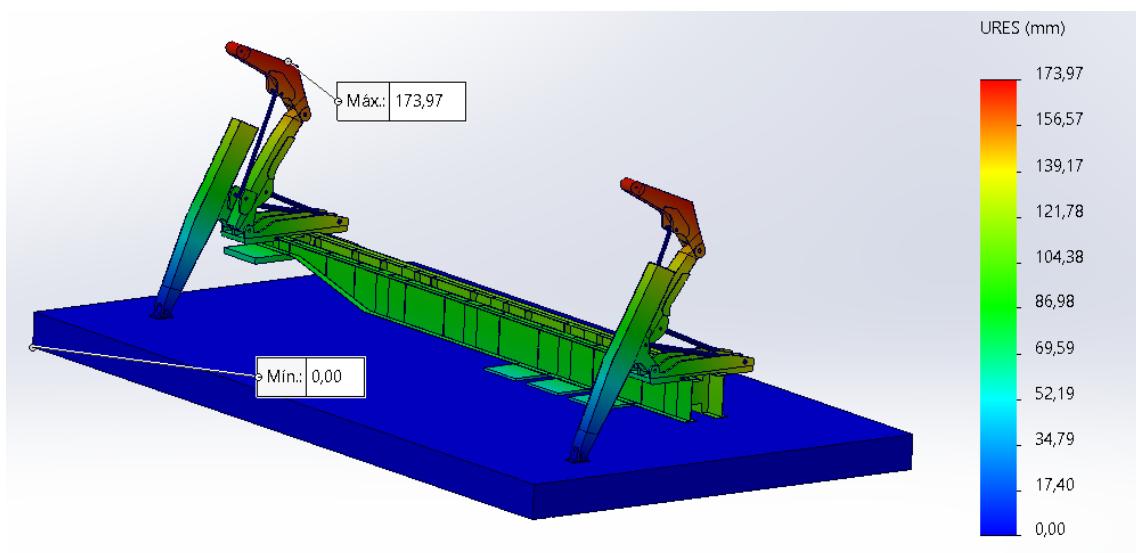


Imagen 141.- Desplazamientos SolidWorks caso 2

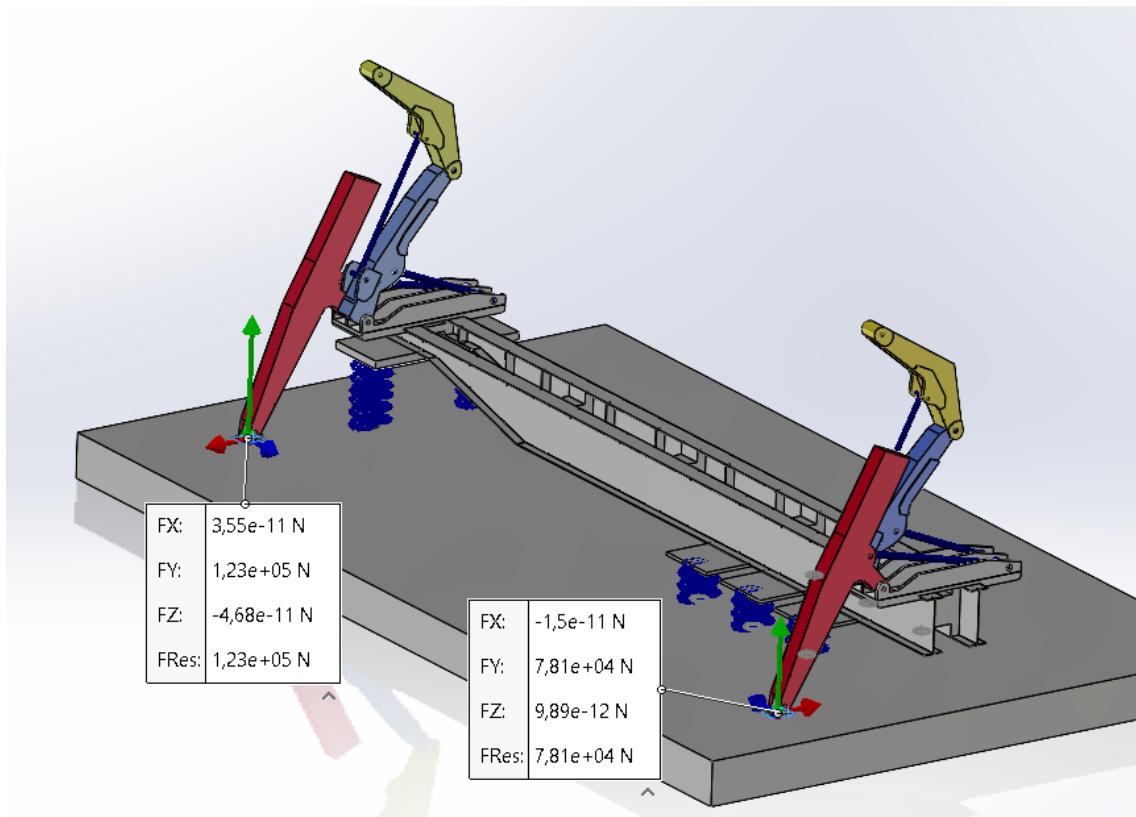


Imagen 142.- Resultante apoyos caso 2

c) Caso 3: ($\Theta = 150^\circ$; $\varphi = 90^\circ$)

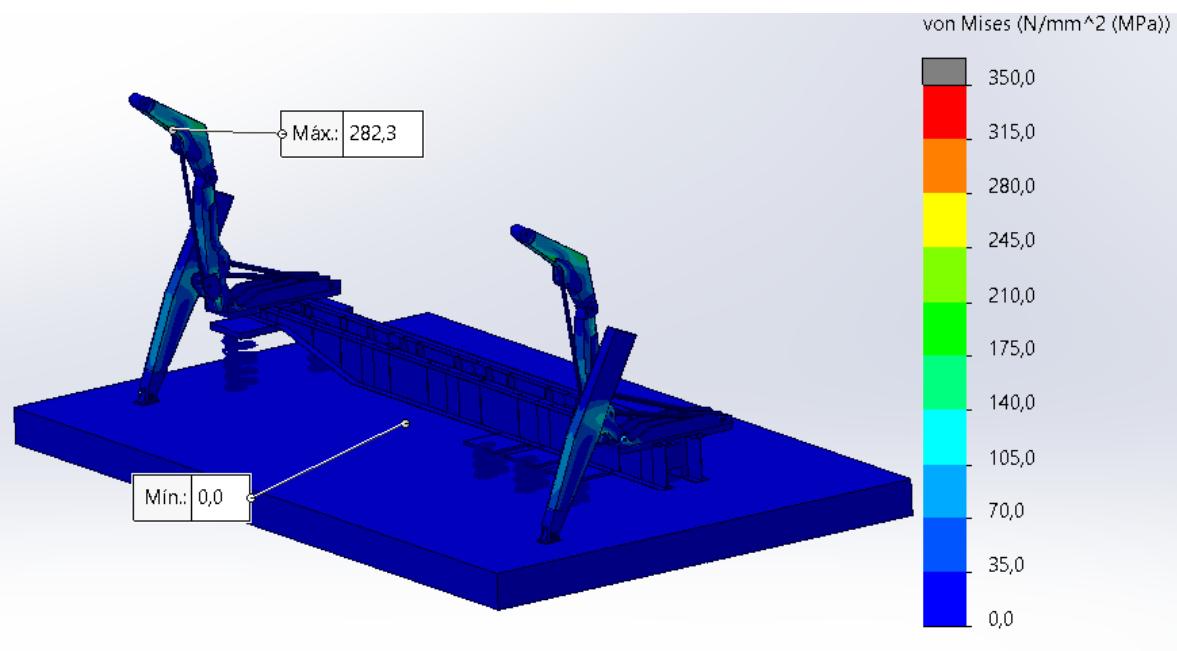


Imagen 143.- Tensiones SolidWorks caso 3

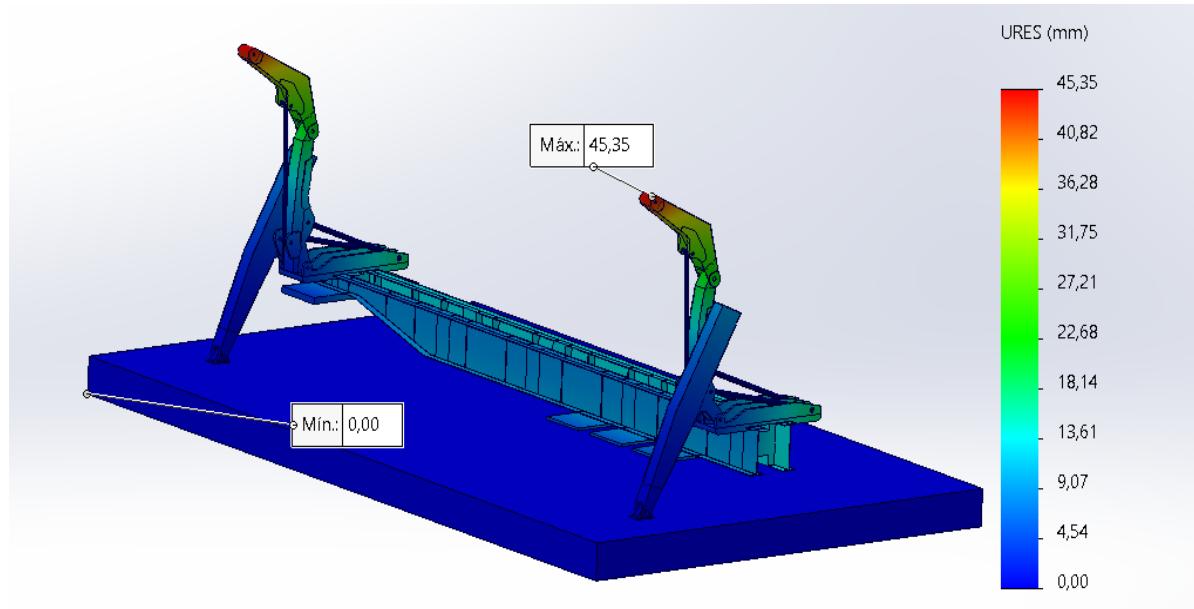


Imagen 144.- Desplazamientos SolidWorks caso 3

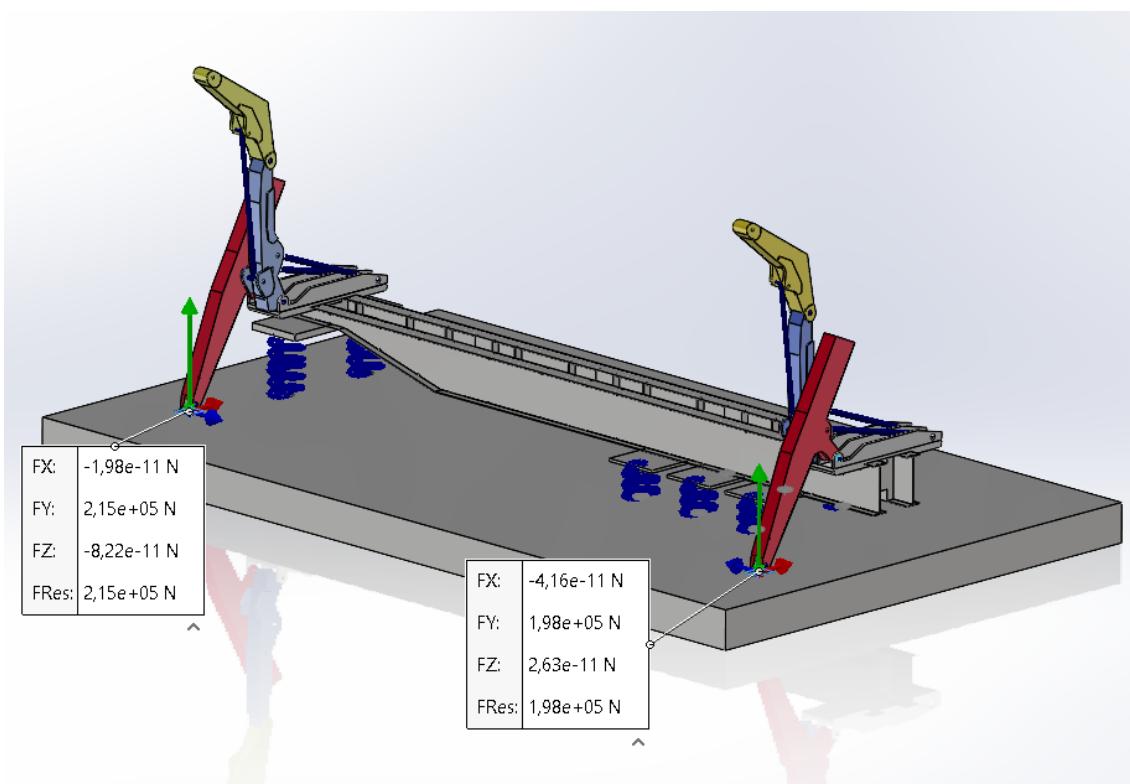


Imagen 145.- Resultante apoyos caso 3

d) Caso 4: ($\Theta = 90^\circ$; $\varphi = 30^\circ$)

No simulable. Los brazos se interseccionan.

e) Caso 5: ($\Theta = 90^\circ$; $\varphi = 45^\circ$)

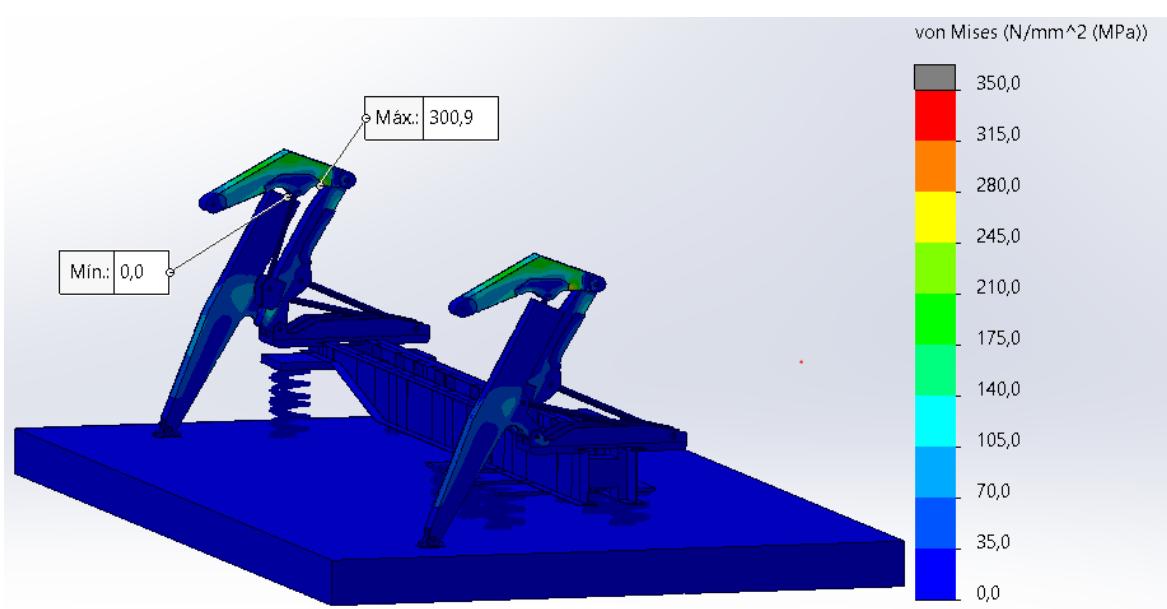


Imagen 146.- Tensiones SolidWorks caso 5

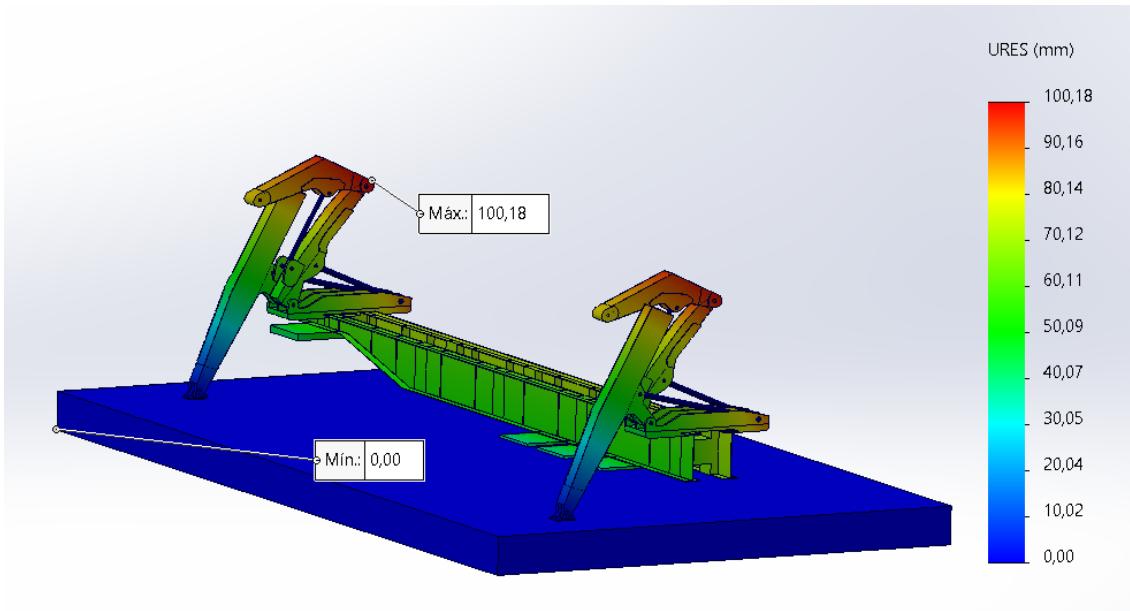


Imagen 147.- Desplazamientos SolidWorks caso 5

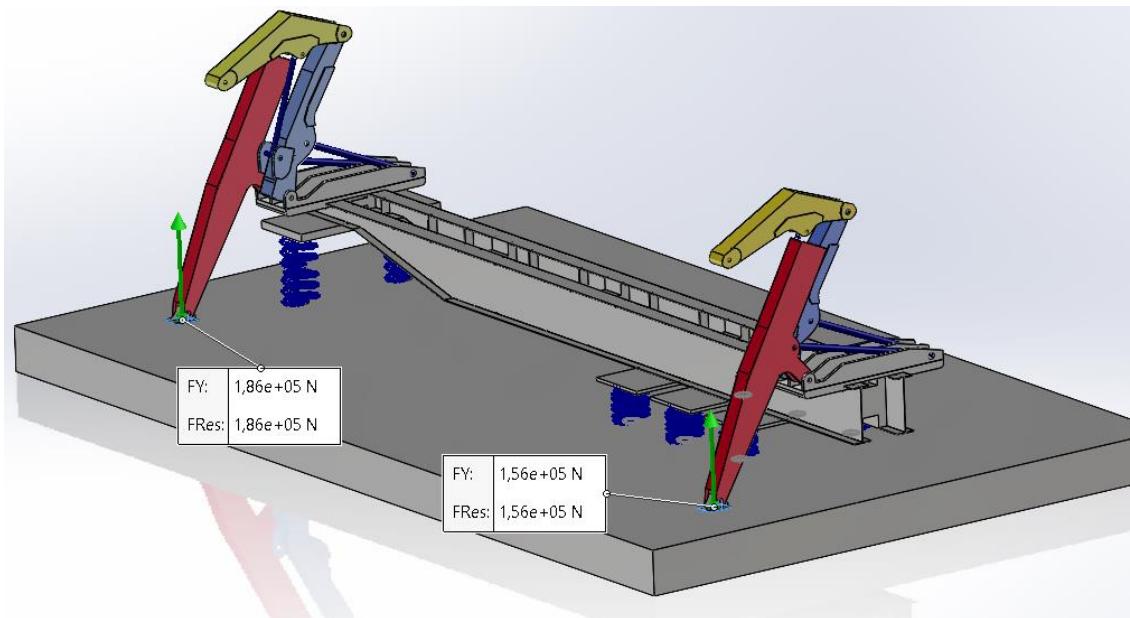


Imagen 148.- Resultante apoyos caso 5

f) Caso 6: ($\Theta = 90^\circ$; $\varphi = 90^\circ$)

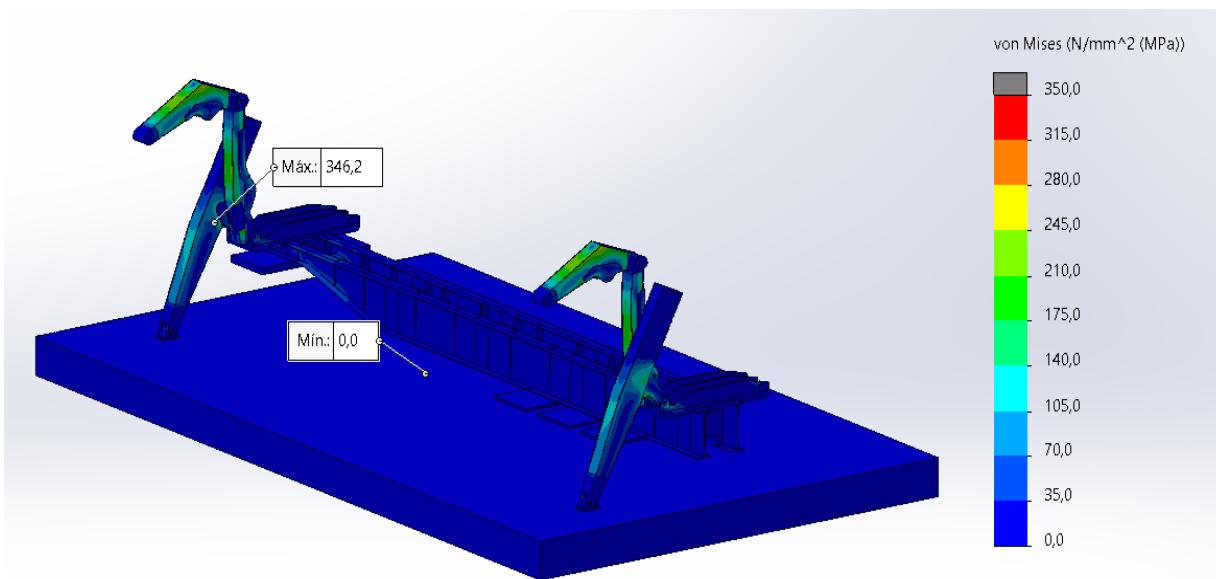


Imagen 149.- Tensiones SolidWorks caso 6

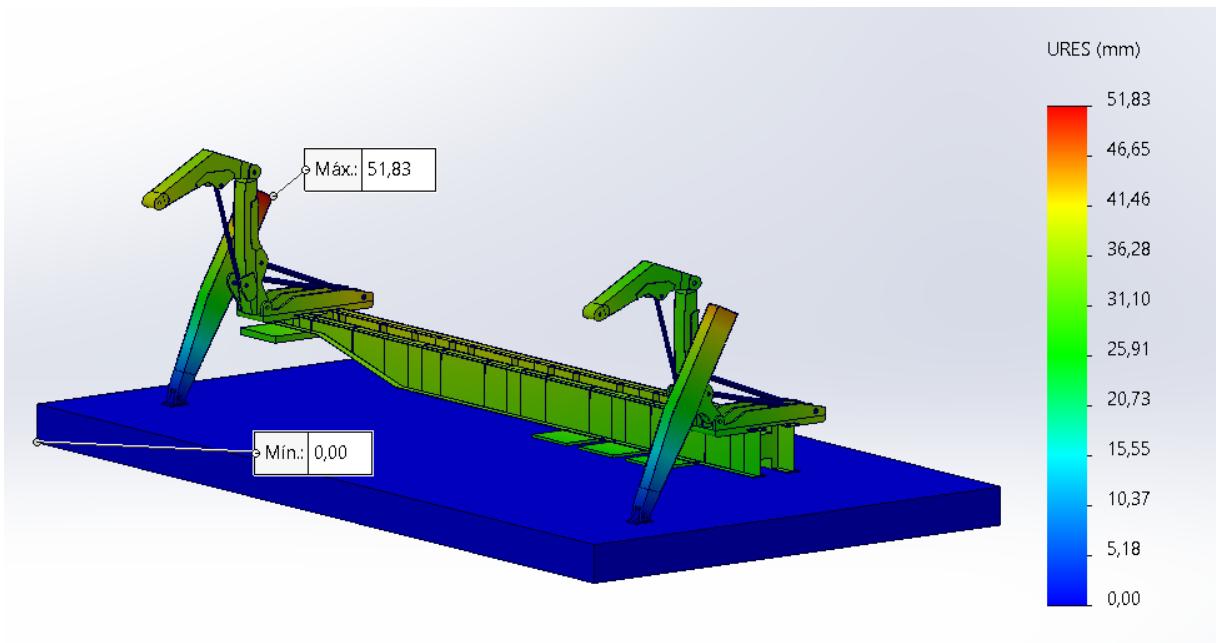


Imagen 150.- Desplazamientos SolidWorks caso 6

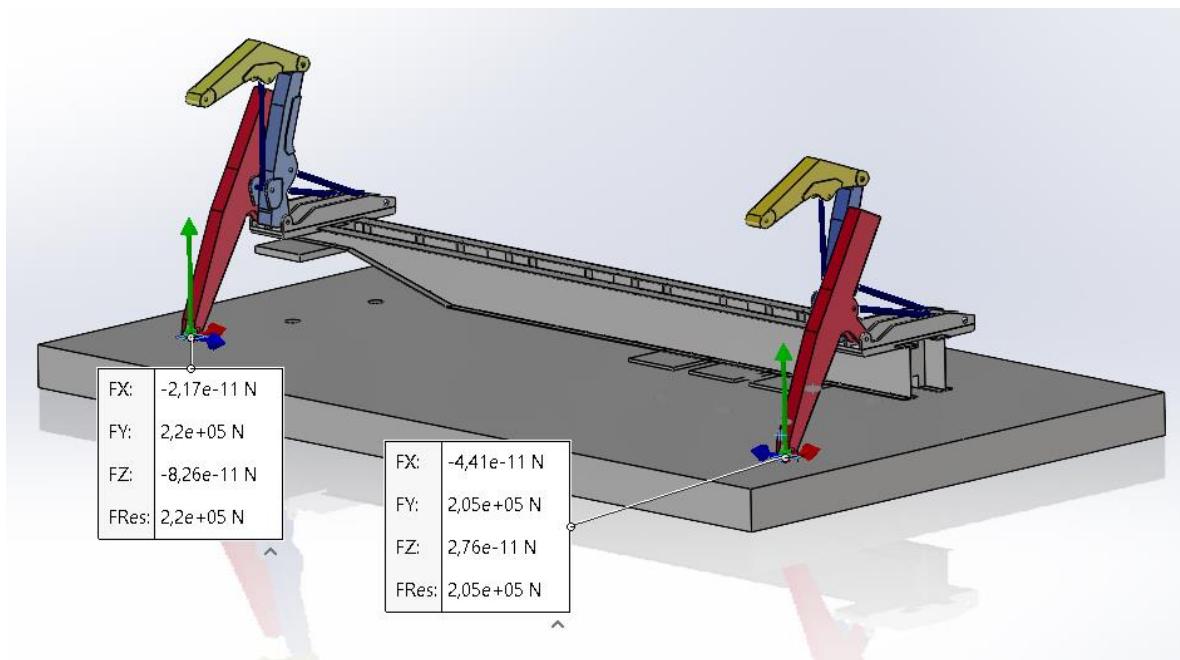


Imagen 151.- Resultante apoyos caso 6

g) Caso 7: ($\Theta = 45^\circ$; $\varphi = 30^\circ$)

No simulable. Los brazos se interseccionan.

h) Caso 8: ($\Theta = 45^\circ$; $\varphi = 45^\circ$)

No simulable. Los brazos se interseccionan.

g) Caso 9: ($\Theta = 45^\circ$; $\varphi = 90^\circ$)

Diseño, cálculo y modelado de grúa para descarga lateral de contenedor de 37 Toneladas

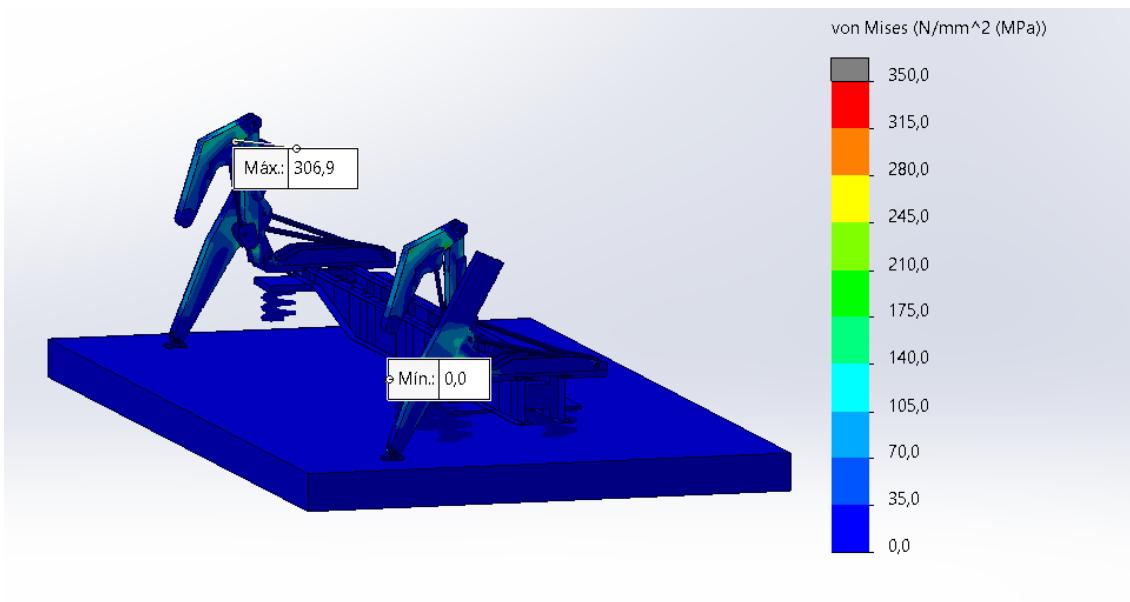


Imagen 152.- Tensiones SolidWorks caso 9

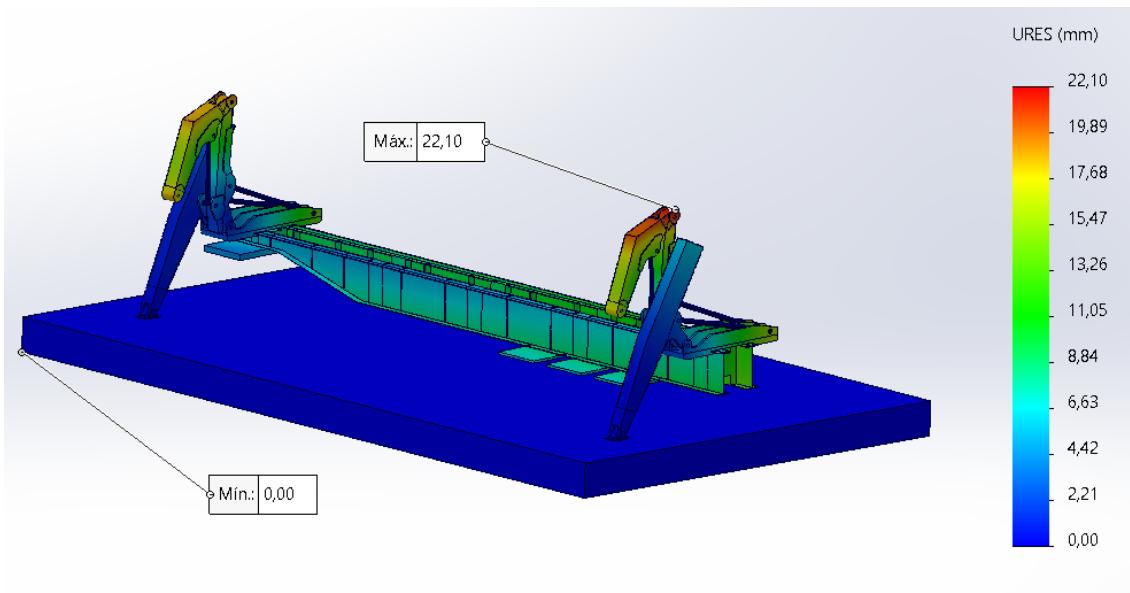


Imagen 153.- Desplazamientos SolidWorks caso 9

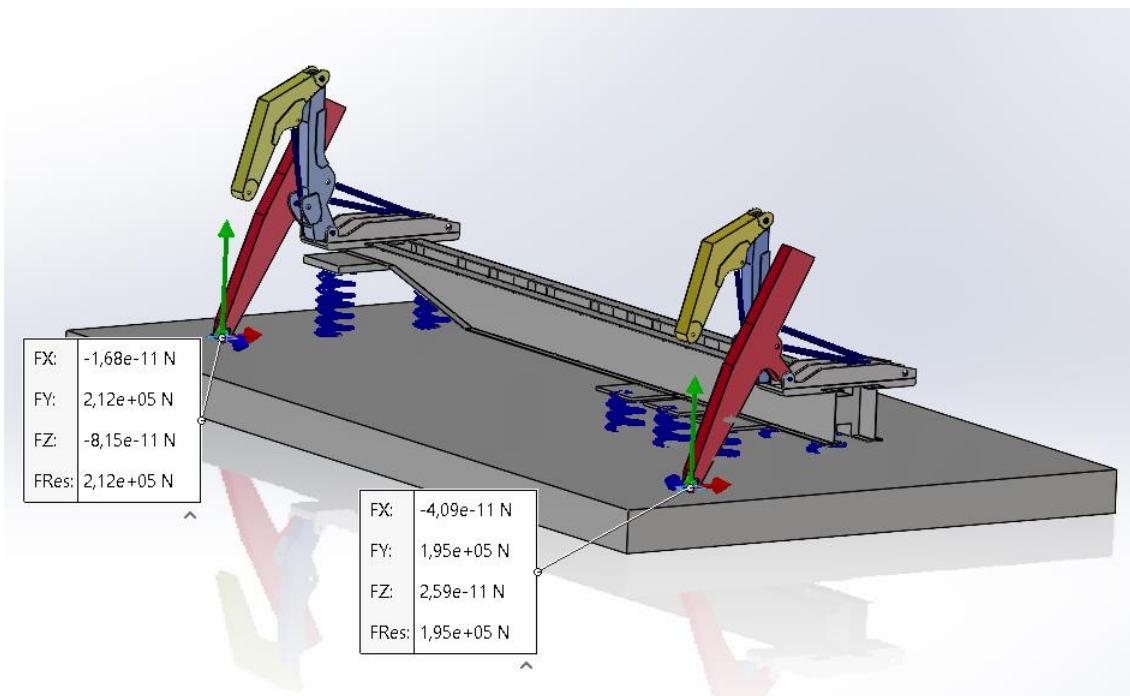


Imagen 154.- Resultante apoyos caso 9

Cómo era de esperar, encontramos la mayor tensión máxima y las mayores reacciones en los apoyos en el caso 6 (más desfavorable), mientras que el mayor desplazamiento lo obtenemos para el caso 1 (contenedor en uno de los puntos más altos).

E.6 Dimensionamiento cilindro hidráulico pata estabilizadora:

Al contrario que al principio, ahora tenemos los datos suficientes como para dimensionar el cilindro hidráulico de la pata estabilizadora.

En este anexo se hace un análisis más exhaustivo del dimensionamiento del cilindro del brazo de la pata estabilizadora.

Para dimensionar un cilindro hidráulico necesitamos tener en cuenta varios factores, entre ellos:

1. Fuerza requerida: Debemos determinar la fuerza requerida para la aplicación específica.

En este caso requerimos una fuerza, obtenida mediante solidworks de 733840 N en el caso 6 (más desfavorable):

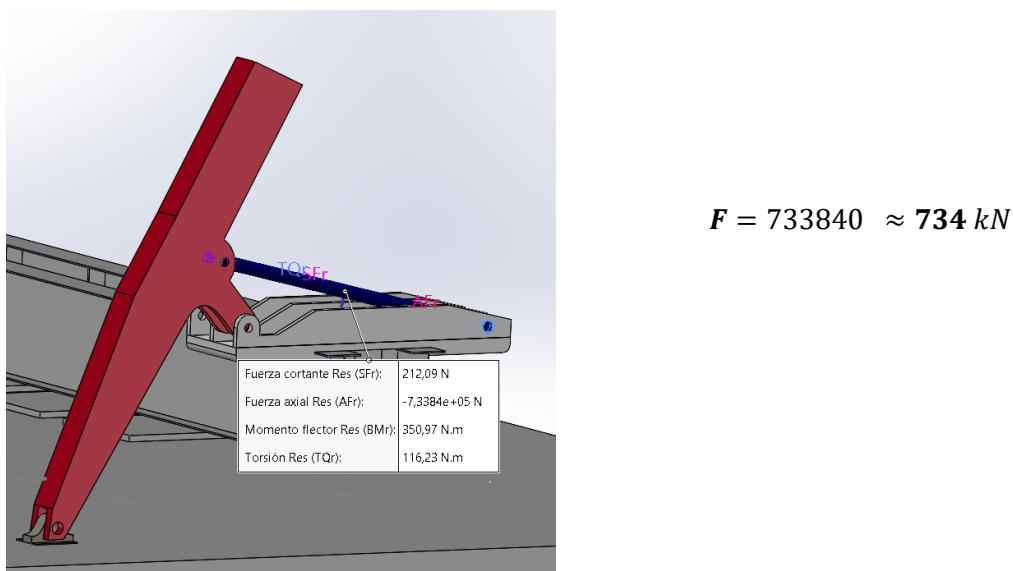


Imagen 155.- Fuerza cilindro pata estabilizadora SolidWorks

2. Presión de trabajo: Se debe determinar la presión de trabajo necesaria para la aplicación. La presión de trabajo es la presión que el sistema hidráulico debe proporcionar para que el cilindro genere la fuerza requerida.

Según varios manuales de fabricantes de este tipo de grúas, tenemos una presión de trabajo de alrededor de **250 bar**.

3. Carrera: La carrera de un cilindro hidráulico es la distancia total que el vástagos del cilindro puede recorrer dentro del cuerpo del cilindro. Es decir, es la distancia entre la posición completamente extendida y la posición completamente retraída del vástagos.

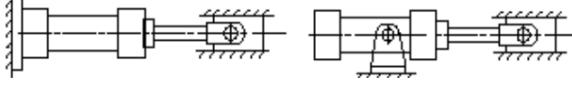
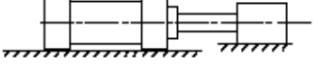
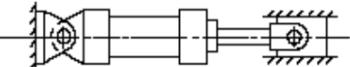
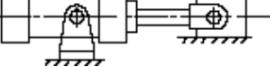
Cómo tenemos la pata estabilizadora modelada en SolidWorks, obtenemos las coordenadas de esta en el punto más alejado y en el punto más cercano al “origen” y obtenemos su carrera restando las hipotenusas de los triángulos.

Carrera cilindro pata est. = 664 mm

4. Factor de pandeo: El factor de pandeo es una medida de la resistencia de un elemento estructural a la inestabilidad lateral. Cuanto mayor sea el factor de pandeo, mayor será la capacidad del elemento para soportar cargas de compresión sin pandearse.

Para ayudarnos a determinar este factor de pandeo vamos a hacer uso de la tabla de la página siguiente, la cual nos proporcionará su valor sabiendo como está montado este cilindro en la estructura.

Dado que los cilindros están unido a la estructura mediante una unión con vástago articulado, vamos a tomar el factor de pandeo $\beta=2$.

Tipo de fijación cilindro	Esquema de montaje	Factor de pandeo (β)
Unión con vástago articulado y guiado Cilindro fijado mediante articulación en parte intermedia ó rigidamente en parte posterior		1.5
Unión con vástago rígida, pero no guiado (simplemente apoyado en superficie) Cilindro fijado rigidamente		2.0
Unión con vástago articulado y guiado Cilindro fijado mediante articulación en parte posterior		2.0
Unión con vástago articulado pero no guiado (simplemente apoyado en superficie) Cilindro fijado mediante articulación en parte intermedia		3.0

5.Longitud de pandeo: La longitud de pandeo es la longitud crítica de un elemento estructural delgado en la que la inestabilidad lateral o el pandeo comienza a ocurrir cuando está sometido a una carga de compresión axial. Es decir, es la longitud a partir de la cual la carga crítica de compresión que puede soportar la barra comienza a disminuir debido a su tendencia a deformarse lateralmente.

Para calcular esta longitud simplemente vamos a hacer uso de la siguiente fórmula:

$$\text{Longitud de pandeo} = \text{Carrera cilindro} * \beta \text{ (Factor de pandeo)}$$

Finalmente:

$\text{Longitud de pandeo pata est.} = \text{Carrera cilindro pata est.} * \beta \text{ (Factor de pandeo)}$
$= 664 \text{ mm} * 2 = 1328 \text{ mm}$

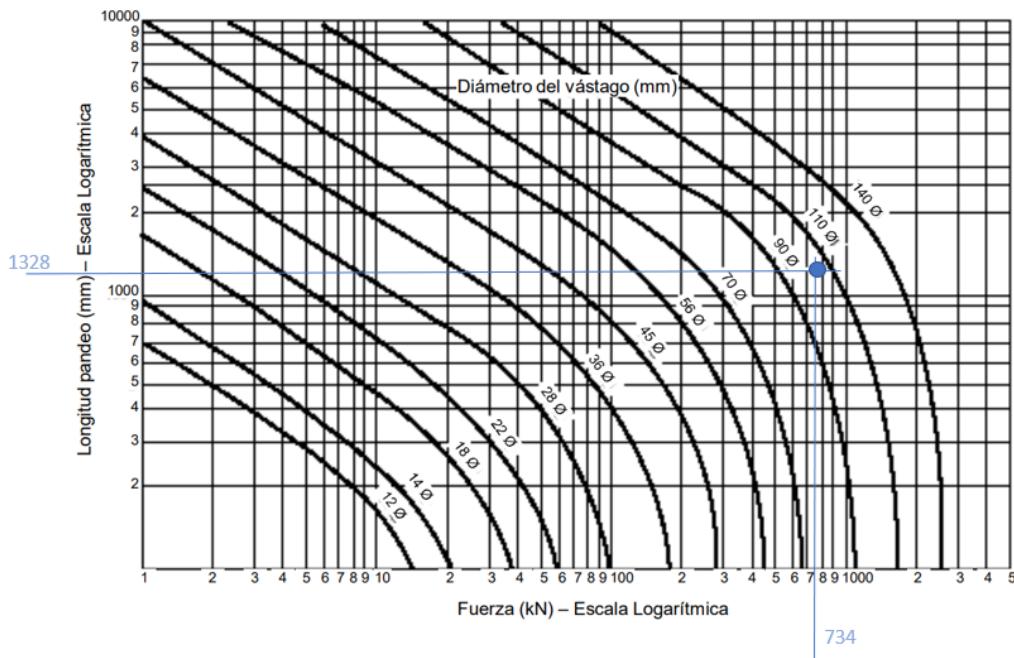
En resumen:

Cilindro pata est.	}	<i>Longitud de pandeo = 1328 mm</i>
<i>Fuerza cilindro = 733840 ≈ 734 kN</i>		

Dimensionamiento vástago:

Conociendo ya estos dos datos de cada cilindro podemos pasar a dimensionar los vástagos a partir de la gráfica siguiente, que nos permite relacionar el diámetro de este a partir de la longitud de pandeo y la fuerza requerida.

- Miramos en la gráfica según estos dos datos:



Obtenemos un punto entre 90 y 110 mm, y para el inferior entre 90 y 110 mm, para asegurarnos de que sea lo más fiable posible, escogeremos el de mayor tamaño

$$\rightarrow \emptyset_{\text{vástago pata est.}} = 110 \text{ mm}$$

A partir de este diámetro, consultamos la tabla de dimensiones estándar de vástagos.

Diámetro del vástago (d = mm)	Área vástago (mm ²)
12	113
14	154
18	254
22	380
28	616
36	1018
45	1590
56	2463
70	3848
90	6362
110	9503
140	15394

Cilindro pata est.:

$$\emptyset_{\text{vástago pata est.}} = 110 \text{ mm}$$

$$A_{\text{vástago pata est.}} = 9503 \text{ mm}^2$$

Dimensionamiento pistón:

Por otra parte, podemos proceder a dimensionar también el pistón de nuestro cilindro, conociendo la presión máxima de trabajo que se ha determinado anteriormente.

$$\text{Presión máxima} = 250 \text{ bar}$$

Con estos datos calculamos el área del pistón de la siguiente manera:

$$\text{Área pistón pata est.} = \frac{F}{P_{\text{máx}}} = \frac{733840 \text{ N}}{25 \text{ Mpa}} = 29353,6 \text{ mm}^2$$

Al contrario que en el caso anterior, esta vez sabemos el área de nuestro pistón, y lo que sacamos es el diámetro del mismo, usando también una tabla de dimensiones estándar de pistones.

Dado que el área obtenida no está normalizada, al obtener este diámetro habremos también de escoger el área correspondiente.

- Dimensiones estándar de pistones:

Diámetro del pistón (D = mm)	Area Pistón (mm ²)
25	491
32	804
40	1257
50	1963
63	3117
80	5027
100	7854
125	12272
160	20106
200	31416

Cilindro superior:

Area obtenida entre 20106 mm² y 31416 mm²

Escogemos la mayor, obteniendo:

$$\emptyset_{\text{pistón}} = \mathbf{200 \text{ mm}}$$

Además, al considerar un área mayor, obtendremos una nueva presión de trabajo:

$$p_{\text{trabajo}} = \frac{F_{\text{cil}}}{A} = \frac{733840 \text{ N}}{31416 \text{ mm}^2} = 23,36 \text{ Mpa} = 233,6 \text{ bar}$$

$$p_{\text{trabajo}} = \mathbf{233,6 \text{ bar}}$$

F. Comparación resultados MEFI-SOLIDWORKS

a) Caso 1: ($\Theta = 150^\circ$; $\varphi = 30^\circ$)

pasadores:

	F_MEFI (N)	F_SW (N)	RATIO
Pasador 1	225186	250250	0,90
Pasador 2	355985	333000	1,07
Pasador 3	185000	185000	1,00
Pasador 4	170848	162940	1,05
Pasador 5	349245	333000	1,05
Pasador 6_brazo	205473	179460	1,14

Tabla 60.- Comparación resultados pasadores caso 1

cilindros:

	F_MEFI (N)	F_SW (N)	RATIO
Cilindro sup.	355985	333000	1,07
Cilindro inf (compresión)	170848	162940	1,05

Tabla 61.- Comparación resultados cilindros caso 1

b) Caso 2: ($\Theta = 150^\circ$; $\varphi = 45^\circ$)

pasadores:

	F_MEFI (N)	F_SW (N)	RATIO
Pasador 1	239905	231400	1,04
Pasador 2	423585	374610	1,13
Pasador 3	185000	185000	1,00
Pasador 4	47960	38759	1,24
Pasador 5	396534	374610	1,06
Pasador 6_brazo	171775	177494	0,97

Tabla 62.- Comparación resultado pasadores caso 2

cilindros:

	F_MEFI (N)	F_SW (N)	RATIO
Cilindro sup.	396232	374610	1,06
Cilindro inf (compresión)	47960	38749	1,24

Tabla 63.- Comparación resultado cilindros caso 2

c) Caso 3: ($\Theta = 150^\circ$; $\varphi = 90^\circ$)

pasadores:

	F_MEFI (N)	F_SW (N)	RATIO
Pasador 1	533811	454320	1,17
Pasador 2	715353	626140	1,14
Pasador 3	185000	185000	1,00
Pasador 4	299341	362510	0,83
Pasador 5	714323	626140	1,14
Pasador 6_brazo	400644	449810	0,89

Tabla 64.- Comparación resultados pasadores caso 3

cilindros:

	F_MEFI (N)	F_SW (N)	RATIO
Cilindro sup.	715353	626140	1,14
Cilindro inf (tracción)	299341	362510	0,83

Tabla 65.- Comparación resultados cilindros caso 3

d) Caso 4: ($\Theta = 90^\circ$; $\varphi = 30^\circ$)

No simulable.

e) Caso 5: ($\Theta = 90^\circ$; $\varphi = 45^\circ$)

pasadores:

	F_MEFI (N)	F_SW (N)	RATIO
Pasador 1	393997	429050	0,92
Pasador 2	565746	595650	0,95
Pasador 3	185000	185000	1,00
Pasador 4	126842	125350	1,01
Pasador 5	578049	595650	0,97
Pasador 6_brazo	260601	307710	0,85

Tabla 66.- Comparación resultados pasadores caso 5

cilindros:

	F_MEFI (N)	F_SW (N)	RATIO
Cilindro sup.	565746	595650	0,95
Cilindro inf (tracción)	126842	125350	1,01

Tabla 67.- Comparación resultados cilindros caso 5

f) Caso 6: ($\Theta = 90^\circ$; $\varphi = 90^\circ$)

pasadores:

	F_MEFI (N)	F_SW (N)	RATIO
Pasador 1	404250	353510	1,14
Pasador 2	572934	540600	1,06
Pasador 3	185000	185000	1,00
Pasador 4	481881	534920	0,90
Pasador 5	571651	540600	1,06
Pasador 6_brazo	575684	620570	0,93

Tabla 68.- Comparación resultados pasadores caso 6

cilindros:

	F_MEFI (N)	F_SW (N)	RATIO
Cilindro sup.	572934	540600	1,06
Cilindro inf (tracción)	481881	534920	0,90

Tabla 69.- Comparación resultados cilindros caso 6

g) Caso 7 ($\Theta = 45^\circ$; $\varphi = 30^\circ$)

No simulable.

h) Caso 8 ($\Theta = 45^\circ$; $\varphi = 50^\circ$)

No simulable.

i) Caso 9: ($\Theta = 45^\circ$; $\varphi = 90^\circ$)

pasadores:

	F_MEFI (N)	F_SW (N)	RATIO
Pasador 1	237192	290180	0,82
Pasador 2	406706	458470	0,89
Pasador 3	185000	185000	1,00
Pasador 4	293027	356500	0,82
Pasador 5	406795	458470	0,89
Pasador 6_brazo	399846	497790	0,80

Tabla 70.- Comparación resultado pasadores caso 9

cilindros:

	F_MEFI (N)	F_SW (N)	RATIO
Cilindro sup.	406706	458470	0,89
Cilindro inf (tracción)	293027	356500	0,82

Tabla 71.- Comparación resultado cilindros caso 9

Al considerar variaciones aceptables de hasta un 20% (tanto por encima como por debajo) entre los dos modelos, observamos que en líneas generales los valores son muy similares, con las diferencias las diferencias atribuibles a la diferencia de los modelos empleados, en MEFI un modelo 2D con elementos tipo barra, y en SolidWorks un modelo 3D en el que se tienen en cuenta las verdaderas dimensiones de las barras, donde los puntos de “conexión” no coinciden con los del modelo de barras, un ejemplo claro es dónde se encuentra posicionado el nodo 2 en MEFI y dónde en SOLID, de ahí las diferencias.

También hay que tener en cuenta que en SolidWorks se ha incluido el peso propio de las barras, mientras que en MEFI no se tuvo en cuenta este factor.

G. Documentación gráfica:

En este anexo se adjuntarán diversas imágenes complementarias a la memoria, principalmente croquis de las distintas partes de la grúa comentadas en el apartado 6.

G.1 Chasis:

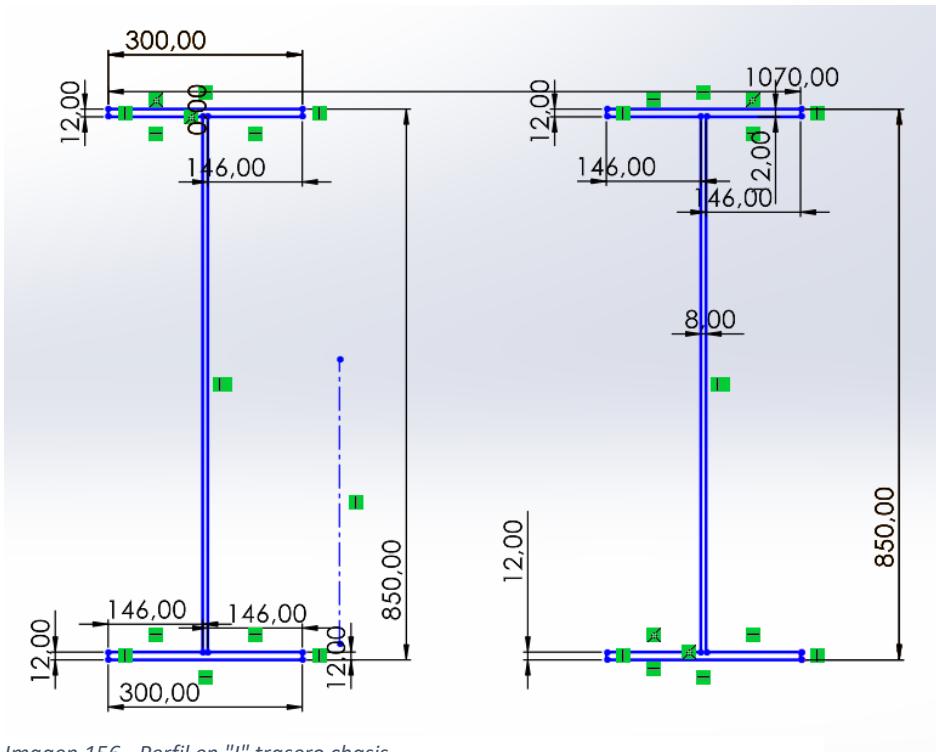


Imagen 156.- Perfil en "I" trasero chasis

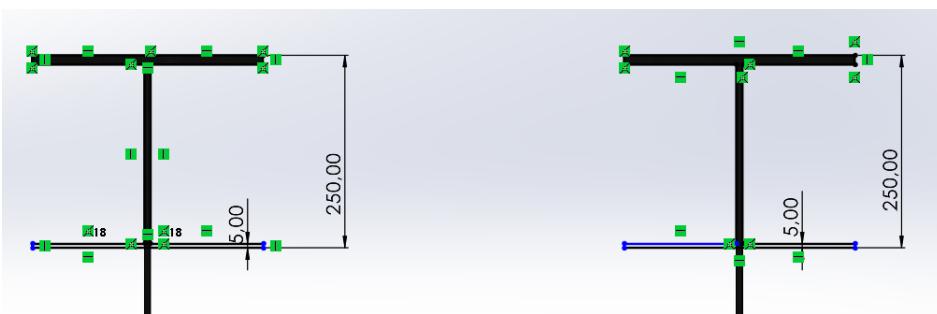


Imagen 157.- Perfil en "I" delantero chasis

G.2 Brazo superior:

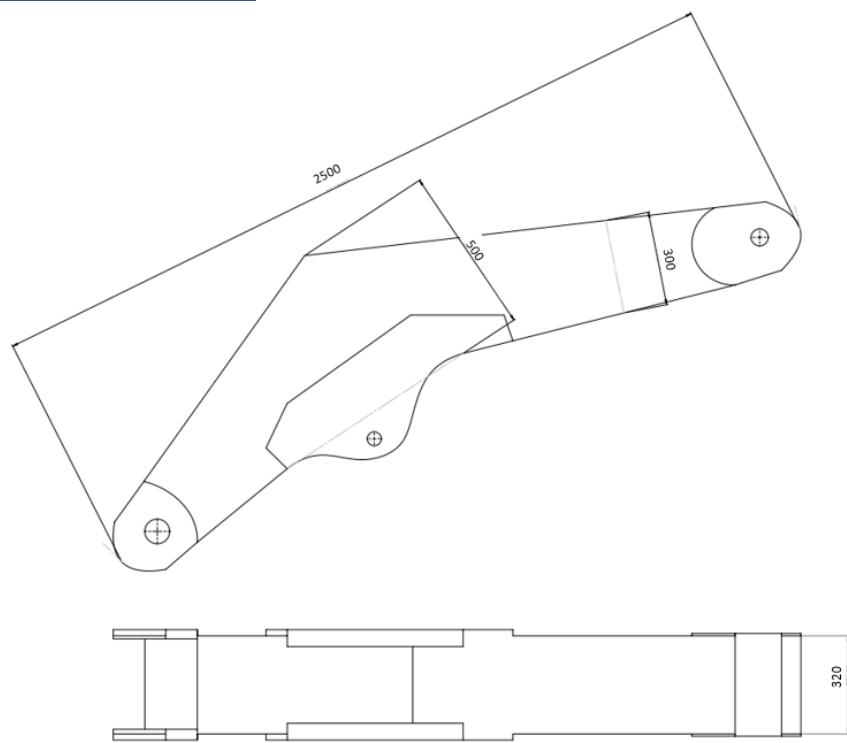


Imagen 158.- Croquis brazo superior

G.3 Brazo inferior:

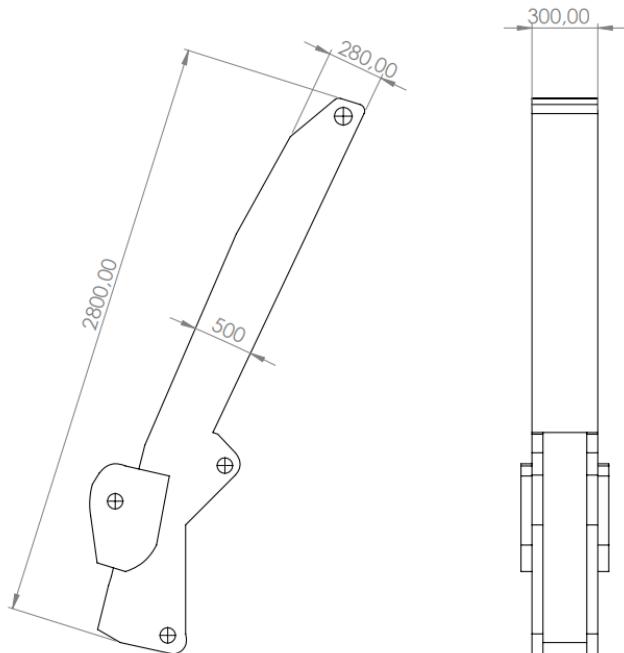


Imagen 159.- Croquis brazo inferior

G.4 Pata estabilizadora:

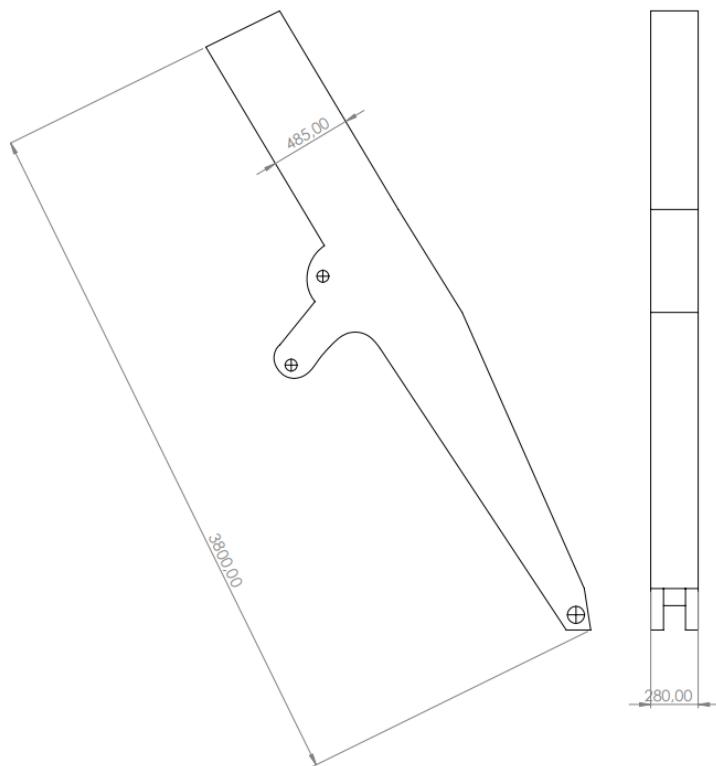


Imagen 160.- Croquis pata estabilizadora

G.5 Base:

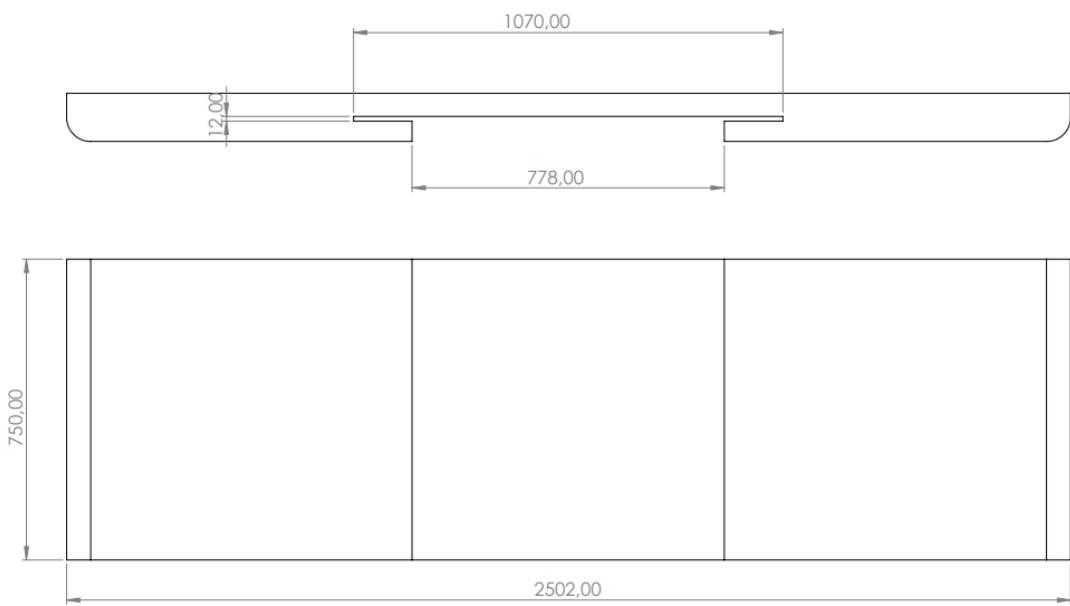


Imagen 161.- Croquis base

G.6 Pletinas:



Imagen 162.- Croquis pletina