

Grado en Magisterio en Educación Primaria

Trabajo Fin de Grado

JUEGOS MATEMÁTICOS EN EDUCACIÓN PRIMARIA

Autor: Mario Rico Redondo

Director: José María Gairín Sallán

Junio de 2014



**Universidad
Zaragoza**

RESUMEN

Este trabajo se adapta al popular juego llamado Bingo, para trabajar el cálculo mental con operaciones aditivas en una clase de 4° de Educación Primaria. Utilizando la metodología de Investigación-acción, se desarrollan dos ciclos de investigación. Los resultados ponen de manifiesto que los alumnos participantes obtienen buenas puntuaciones al calcular mentalmente sumas y restas con datos menores de 30.

Palabras clave: juego matemático, cálculo mental, educación primaria, investigación-acción.

ÍNDICE

- **INTRODUCCIÓN**_____pág. 6

- **CAPÍTULO I – MARCO TEÓRICO**
 - **1.1 Introducción**_____pág. 7
 - **1.2 Definición de juego**_____págs. 7-8
 - **1.3 Clasificación de los juegos**_____págs. 8-9
 - **1.4 Relación entre juego y matemáticas en primaria**_____págs. 9-10
 - **1.5 El juego como recurso para enseñar matemáticas**_____págs. 10-11
 - **1.6 El conocimiento matemático**_____págs. 11-14
 - **1.7 Influencia de los juegos en el conocimiento matemático**_____pág. 14-15
 - **1.8 Trabajando el cálculo mental** _____pág. 15-17

- **CAPÍTULO II – ANÁLISIS DE JEM**
 - **2.1 Introducción**_____págs. 18
 - **2.2 Juego de conocimiento nº1**_____págs. 18-19
 - **2.3 Juego de conocimiento nº2**_____págs. 19-20
 - **2.4 Juego de estrategia nº1**_____págs. 20-22
 - **2.5 Juego de estrategia nº2**_____págs. 22-24

- **CAPÍTULO III – EXPERIMENTACIÓN EN EL AULA**
 - **3.1 Introducción**_____págs. 25

- **3.2 Metodología**_____págs. 25-26

- **CICLO I**

- **1. PLANIFICACIÓN**

- **1.1 Contexto**_____págs. 27-28

- **1.2 Objetivo**_____págs. 28

- **1.3 Recursos**

- **1.3.1 Descripción**_____págs. 28-30

- **1.3.1.1 Material**_____págs. 30

- **1.3.1.2 Reglas**_____págs. 30

- **1.3.2 Control**_____págs. 31

- **2. ACCIÓN**_____págs. 31-32

- **3. OBSERVACIÓN**

- **3.1 Instrumentos**_____págs. 32-36

- **3.2 Resultados**_____págs. 36-28

- **4. REFLEXIÓN**_____págs. 38-41

- **CICLO II**

- **1. PLANIFICACIÓN**_____págs. 41-42

- **2. ACCIÓN**_____págs. 43

- **3. OBSERVACIÓN**

- **3.1 Instrumentos**_____págs. 44-47

- **3.2 Resultados**_____págs. 47-49

- **4. REFLEXIÓN**_____págs. 49-51

- **CAPÍTULO IV– CONCLUSIONES** _____ págs. 52-53

- **BIBLIOGRAFÍA** _____ págs. 54-55

- **ANEXOS** _____ págs. 56
 - **Anexo 1** _____ págs. 57-58
 - **Anexo 2** _____ págs. 59-62
 - **Anexo 3** _____ págs. 62
 - **Anexo 4** _____ págs. 63
 - **Anexo 5** _____ págs. 64
 - **Anexo 6** _____ págs. 65-66
 - **Anexo 7** _____ págs. 66
 - **Anexo 8** _____ págs. 67
 - **Anexo 9** _____ págs. 68
 - **Anexo 10** _____ págs. 69-70
 - **Anexo 11** _____ págs. 70
 - **Anexo 12** _____ págs. 71

INTRODUCCIÓN

El trabajo que se expone a continuación, es el último trabajo del grado de maestro en educación primaria y se desarrolla en torno a los juegos matemáticos y su aplicación en el aula. Elegí este tema porque a día de hoy las matemáticas me encantan, así como también disfruto con su enseñanza. Antes de conocer los temas de matemáticas que se presentaban para el trabajo, yo ya tenía muy claro las matemáticas era el tema que quería abordar. Escogí especialmente el de juegos matemáticos porque fue el que más atractivo me pareció ya que se trata de un tema muy interesante sobre el que investigar, sobre todo por sus múltiples aplicaciones y sus enormes beneficios para los alumnos si se lleva a cabo una correcta implementación en el aula. De entre todos los juegos matemáticos posibles, he elegido especialmente uno para llevarlo al aula, un bingo tradicional que ha sido adaptado al nivel de los alumnos de 4º curso de educación primaria con el fin de trabajar el cálculo mental y adecuar una propuesta inicial en función de unos resultados analizados y valorados.

La memoria de este trabajo se organiza en 4 capítulos:

1. En el capítulo I se hace una reflexión a partir de fuentes bibliográficas, sobre las ideas de juego, de reglas, y de aplicación de juegos a la formación matemática de los alumnos de Ed. Primaria.
2. En el capítulo II se analizan cuatro juegos que consideramos adecuados para los alumnos de 4º curso de Ed. Primaria. Estos juegos, dos son de conocimiento y dos de estrategia.
3. En el capítulo III se realiza una investigación de campo. Utilizando la metodología de investigación-acción, se realizan dos ciclos, tratando de indagar sobre la destreza de los alumnos en el cálculo mental de sumas y restas.
4. Finalmente en el capítulo IV, se recogen las conclusiones de este trabajo.

CAPÍTULO I:

MARCO TEÓRICO

1.1 Introducción

En este capítulo se pretende dar unas nociones teóricas acerca del uso de juegos, y que se esconde detrás de la actividad de jugar con las matemáticas, así como beneficios, criterios para elegir un juego, así como su clasificación y tipos; todo ello para anclarnos sobre una base que sustente en unos argumentos fiables y verídicos.

1.2 Definición de juego

Los juegos han sido siempre y serán una parte esencial del desarrollo íntegro del ser humano. No obstante, esa visión del mismo como un mero entretenimiento o diversión, ha dado paso a través de investigaciones a la afirmación de que los juegos tienen un enorme potencial educacional. En primer lugar, para avanzar poco a poco, encaminémonos hacia una definición un tanto limitada de juego de Marcia Ascher (1991), *son los objetivos hacia los que tienden los jugadores siguiendo unas reglas en las que todos ellos están de acuerdo*. Previamente y con mayor precisión, Bright, Harvey y Wheeler (1985) habían estudiado la

definición de Inbar y Stoll (1970), la complementaron y adoptaron la siguiente definición para los juegos de reglas:

1. *A un juego se dedica libremente.* No obstante, en nuestro caso y dentro del aula, aun juego no se dedica libremente, ya que es una actividad que el docente “obliga” a llevar a cabo.
2. *Un juego es un desafío contra una tarea (solitario), un oponente (bipersonales) o varias personas (multipersonales).*
3. *Un juego se controla por un conjunto definido de reglas. Estas reglas abarcan todas las maneras de jugar al juego.*
4. *Un juego representa una situación arbitraria claramente delimitada en el tiempo y en el espacio desde la actividad de la vida real.*
5. *Socialmente las situaciones de los juegos son consideradas como de mínima importancia.*
6. *El juego tiene una clara delimitación en el espacio y el tiempo. El estado exacto alcanzado durante el juego no es conocido a priori al comienzo del juego.*
7. *Un juego termina después de un número finito de movimientos en el espacio tiempo.*

1.3 Clasificación de los juegos

Respecto a las clases de juegos, Walter Roth (1902) encontró siete en las sociedades aborígenes: *imaginativos, realistas, imitativos, discriminativos, competitivos, propulsivos y de placer*. De entre estos tipos, los juegos que a nosotros nos interesan, corresponden a la variedad de juegos *competitivos*.

De entre todos los juegos que abarca la definición de Bright, Harvey y Wheeler (1985), en nuestro caso vamos a centrarnos en aquellos que tienen unos objetivos instructivos o educativos, y además estos objetivos corresponden a alguno de los propósitos de la

educación matemática; es decir, nos centraremos en los juegos educativos matemáticos. Martin Gardner (1979) da una vaga definición de juegos matemáticos como *aquellas matemáticas, no importa qué tipo, cargadas de una fuerte componente lúdica*. Así mismo, son muchos los matemáticos que opinan que además de otras cosas, la Matemática es un apasionante juego, con muchas ramificaciones y con numerosas aplicaciones a otras disciplinas.

Podemos clasificar los juegos matemáticos en dos tipos:

1. **De conocimiento:** exige a los jugadores que utilicen conceptos o algoritmos incluidos en los programas de matemáticas. Se distinguen tres niveles de aplicación:
 - **Pre-instruccional:** puede llegar a descubrir un concepto o establecer la justificación de un algoritmo; juego como único vehículo de aprendizaje.
 - **Co-instruccional:** una más de las actividades. El juego acompaña a otros recursos del aprendizaje.
 - **Post-instruccional:** para reforzar lo que han aprendido.
2. **De estrategia:** exige poner en práctica habilidades, razonamientos o destrezas directamente relacionadas con el modo en el que habitualmente proceden las Matemáticas. Pueden ser personales o solitarios, o multipersonales, entre los que destacan los bipersonales.

1.4 Relación entre juego y matemáticas en primaria

Son muchas las razones para incluir los juegos en el aula como herramienta efectiva en el aprendizaje de las matemáticas. Martín Gardner (1975), uno de los mayores especialistas en la recopilación y estudio de juegos matemáticos, cree que el mejor camino para que las

matemáticas sean interesantes para los alumnos es acercarse a ellas en son de juego. Es el mejor método para mantener a un alumno despierto.

En primer lugar, es importante destacar las principales relaciones existentes entre juego y matemáticas y que afectan especialmente a la educación primaria:

- **El razonamiento lógico**, la estrategia; juegos donde el jugador tiene que descubrir y aplicar algunos procedimientos que le ayuden a resolver mejor la situación en la que se encuentra. Estas estrategias tienen que ver, desde el punto de vista de las matemáticas, con el razonamiento lógico y con estrategias de resolución de problemas. R. Bell y M. Cornelius (1988) lo argumentaron así:

Al tratar de decidir cómo jugar de la mejor manera posible a un juego concreto, un jugador se ve forzado a realizar un razonamiento lógico y, por tanto, normalmente a pensar de una manera matemática.

- **Numeración y cálculo:** En innumerable juegos se manejan números, cantidad y cálculos, y de este modo cabe la posibilidad de aumentar la capacidad de cálculo mental a través de juegos bien seleccionados y bien secuenciados. Pero esta relación no es única. Como señala L. Ferrero (1991) los juegos también pueden ayudar a comprender mejor las operaciones y sus propiedades; a adquirir nuevos conceptos como el valor de la posición en nuestro sistema de numeración; a descubrir irregularidades; a trabajar estrategias numéricas generales, etc.

1.5 El juego como recurso para enseñar matemáticas

De entre las muchas aportaciones que avalan la efectividad del juego educativo en la enseñanza, podemos señalar el trabajo de Thomas Butler (1983), que afirma que los estudiantes adquieren por lo menos iguales conocimientos y destrezas que las que obtendrían

en otras situaciones de aprendizaje; la información es aprendida más deprisa, aunque la cantidad no es significativamente mayor; la utilización de juegos proporcionaría de forma satisfactoria una preparación para la resolución de problemas; alumno motivados, aunque su interés por la materia puede que no mejore; se fomentan los procesos de socialización, incluyendo el fomento de amistades interraciales y de grupos descohesionados, etc.

Otra de las razones por las que utilizar los juegos educativos, son los resultados que se obtiene con alumnos de bajo rendimiento escolar, como una sustancial mejora en actitud y también con frecuencia en su rendimiento a causa de un mayor interés. No obstante, no olvidar trabajos de papel y lápiz, que junto con juegos, debería ser lo más beneficioso.

Para finalizar en este apartado que trata por qué introducir juegos en el aula, podemos inferir que aquellos juegos con contenidos matemáticos en primaria se pueden utilizar para:

- Favorecer el desarrollo de contenidos matemáticos en general y del pensamiento lógico en particular.
- Introducir, reforzar o consolidar algún contenido concreto del curriculum.
- Diversificar las propuestas didácticas.
- Favorecer el desarrollo de la autoestima de los niños y niñas.
- Relacionar la matemática con una situación generadora de diversión.
- Conectar algún contenido matemático con una situación próxima a la realidad extraescolar.

1.6 El conocimiento matemático

Para avanzar un poco más, un aspecto muy importante a la hora de trabajar con juegos, es saber qué juegos usar, y para ello en primer lugar debemos definir o dar una nociones básicas de en qué consiste o qué supone conocer/saber matemáticas.

El conocimiento matemático se divide en dos tipos, el conceptual y el procedimental. El primero se caracteriza como conocimiento que es rico en relaciones y puede distinguirse tres niveles:

- Hechos, que son unidades de información que sirven como registro de acontecimientos. Términos o denominaciones de los conceptos (cuadrado, número primo), notaciones o signos o símbolos utilizados ($2/3$, CXVI), convenios o acuerdos tácitos (ejes de coordenadas, denominación del triángulo), resultados o unidades de información (el área de un triángulos, Teorema de Pitágoras).
- Conceptos, que describen una regularidad o relación de grupos de hechos; suelen admitir un modelo o representación y se designa con símbolos o signos. Los conceptos matemáticos tienen distintas perspectivas y un alto grado de comprensión de un concepto exige el dominio relacionado de los diferentes significados.
- Las estructuras conceptuales, que sirven para unir conceptos o sugerir formas de relación entre conceptos constituyendo a veces, conceptos de orden superior

En cuanto al conocimiento procedimental, se corresponde con formas de actuación o ejecución de tareas matemáticas. Se distinguen tres niveles:

- Destrezas: consisten en la transformación de una expresión simbólica en otra expresión. Hay destrezas de diferente naturaleza:
 - Aritméticas: $25 \times 35 = (25 \times 30) + [(25 \times 10)/2] = 875$
 - Métricas: comprende las formas de obtener la medida de una cantidad de magnitud referida a una medida. Este proceso supone una serie de acciones que demandan la toma de decisiones del que realiza la medida.

- Geométricas: comprende todas las destrezas necesarias para resolver y plantear problemas geométricos.
- Gráficas y de representación: abarca las destrezas para leer y escribir las informaciones numéricas de forma gráfica, atendiendo a los convenios preestablecidos (representar un pictograma, jugar a los barcos, etc.).
- Algebraicas: corresponden a todas las manipulaciones de expresiones algebraicas formadas por letras y números.
- Razonamiento: se presentan al procesar relaciones entre conceptos y hechos, y permiten establecer relaciones de inferencia entre ellos. Hay distintos tipos puesto que cada uno demanda de métodos, herramientas y formas de pensamiento bien distinto.

En Primaria destacan dos:

- Razonamiento inductivo: aparece al formular un resultado general a partir de los resultados obtenidos en otros casos particulares. Se trata de buscar una ley general que cumplan los casos analizados. Es propio de las ciencias experimentales. Esta capacidad viene determinada por la capacidad cognitiva de las personas, por su experiencia en la resolución de situaciones de esta naturaleza, por su capacidad para concebir los números desde múltiples relaciones con otros números, etc.
- Razonamiento deductivo: es el tipo de razonamiento presente en la actividad matemática, impropio de las ciencias experimentales. Consiste en ofrecer argumentos lógicos que justifiquen la veracidad o falsedad de un enunciado general. Esto supone ofrecer una cadena de argumentos, fundamentados en la propia matemática o en el contexto del problema, que son ciertos para todos

los casos contemplados y cuya certeza proviene de la lógica sustentada en la cadena de argumentos. Este razonamiento requiere una mayor exigencia cognitiva que el anterior.

- Estrategias: se dan dentro de una estructura conceptual y se refiere a cualquier tipo de procedimiento que se ejecute teniendo en cuenta las relaciones y conceptos implicados.

1.7 Influencia de los juegos en el conocimiento matemático

Una vez definido el marco teórico, de qué se entiende por conocimiento matemático en sí, cabe destacar en qué aspectos del conocimiento influyen los juegos matemáticos. Si bien recordamos lo expuesto en párrafos superiores, dentro del conocimiento conceptual, a través de juegos de este tipo, trabajaremos los hechos, como pueden ser términos o denominaciones de los conceptos (cuadrado, número primo, etc.) unidades de información (área de un triángulo, etc.),... Asimismo se trabajan conceptos, los cuales describen la relación de un grupo de hechos (la multiplicación es una suma reiterada). Este conocimiento conceptual, podría vincularse más con los juegos de conocimiento.

Por otro lado, dentro del conocimiento procedimental, con el uso de juegos se desarrolla el razonamiento, las estrategias y las destrezas. En primer lugar, estas últimas consisten en la transformación de una expresión simbólica en otra, y para ello es necesario ejecutar una secuencia de reglas sobre la manipulación de símbolos, y hacerlo en el orden establecido. El razonamiento se presenta al procesar relaciones entre hechos y conceptos, permitiendo así establecer inferencias entre ellos. Dentro del subtipo deductivo de razonamiento, se encuentran las estrategias, que operan dentro de una estructura conceptual (conceptos de orden superior) y suponen cualquier tipo de procedimiento que pueda ejecutarse teniendo en cuenta las relaciones y conceptos implicados.

Este conocimiento procedimental, sobretudo el razonamiento y las estrategias, guardan una mayor relación con los juegos de estrategia. Cabe mencionar también, que la distinción de juegos de estrategia y juegos de conocimiento, en ocasiones es un tanto ambigua y el juego será de un tipo u otro dependiendo de lo que pretendamos conseguir con su uso.

1.8 Trabajando el cálculo mental

Para finalizar con este marco más general, nuestro objetivo específico a desarrollar en el aula es el cálculo mental e indagar sobre los conocimientos de los alumnos respecto a éste. Para ello vamos realizar un bingo específico, adaptado a las matemáticas con el fin de que los alumnos trabajen el cálculo mental. No obstante, en primer lugar es conveniente realizar una aproximación a la definición de cálculo mental. El cálculo mental consiste en realizar cálculos matemáticos utilizando sólo el cerebro, sin ayudas de otros instrumentos como calculadoras o incluso lápiz y papel o los dedos para contar fácilmente. La práctica del cálculo mental ayuda al estudiante para que ponga en juego diversas estrategias. Es la actividad matemática más cotidiana y la menos utilizada en el aula. Entre los beneficios que la práctica del cálculo mental reporta a los alumnos (Gómez, 1994) destaca que contribuye a adquirir la comprensión y sentido del número, proporciona versatilidad e independencia de procedimientos y ayuda en la reflexión para decidir y elegir. Subraya que este método "despierta el interés y la capacidad de concentración".

Para su enseñanza es recomendable enseñar algunas reglas nemotécnicas sencillas, así como las de selección de estrategias que permitan modificar las operaciones y/o los números de la forma más conveniente para hallar el resultado.

A continuación se presentan diversas estrategias para agilizar el cálculo mental:

1. SUMA

1.1 A un número sumar progresivamente las unidades, decenas, centenas... del otro en este orden o en el inverso: $125+114=125 + (100+14)=(125+100) + 14= 225+14= 239$

1.2 Sumar de izquierda a derecha: $438+328=(400+300) + (30+20)+ (8+8)= 700+50+16=766$

1.3 Si uno de los números es próximo a una decena, completar hasta esa decena sumando o restando unidades del otro número: $195+266=(195+5)+(266-5)=200+261=461$

1.4 Si uno de los números es próximo a una decena, completar hasta esa decena y sumar o restar unidades del resultado final: $127+45=(127+3)+45-3=130+45-3=175-3=172$

1.5 Para tres o más sumandos reagrupar para que las sumas resulten más sencillas: $160+26+38=(160+38)+26=198+26=(200+26)-2=224$

2. RESTA

2.1 Restar del minuendo las unidades, decenas, centenas... del sustraendo, en este orden o en el inverso: $96-42=96-2-40=94-40=54$

2.2 Si uno de los números es próximo a una decena, completar hasta esa decena y sumar o restar unidades del resultado final: $89-15=90-15-1=75-1=74$

3. MULTIPLICACIÓN

3.1 Aplicar la propiedad conmutativa: $25 \cdot 13 \cdot 4 = 25 \cdot 4 \cdot 13 = 100 \cdot 13 = 1300$

3.2 Reducción a la suma: $215 \cdot 2 = 215 + 215 = 430$

3.3 Descomponer y utilizar propiedad distributiva: $82 \cdot 7 = (80 + 2) \cdot 7 = 560 + 14 = 574$

3.4 Factorización: $18 \cdot 15 = 2 \cdot 9 \cdot 5 \cdot 3 = 10 \cdot 27 = 270$

3.5 Multiplicar doblando y dividiendo por dos: $14 \cdot 16 = 28 \cdot 8 = 56 \cdot 4 = 112 \cdot 2 = 224$.

3.6 Cálculo aproximado: $23 \cdot 48 \approx 20 \cdot 50 \approx 1000$ $412 \cdot 79 \approx 400 \cdot 80 \approx 32000$

3.7 Para multiplicar por una potencia de dos hacer el doble sucesivamente:

$35 \times 8=35 \times 2 \times 2 \times 2=70 \times 2 \times 2=140 \times 2=280$

3.8 Para multiplicar un número por 5 multiplicar por 10 y dividir entre 2:

$$47 \times 5 = 47 \times 10 : 2 = 470 : 2 = 235$$

4. DIVISIÓN

4.1 Para dividir entre una potencia de dos, dividir entre dos sucesivamente:

$$440:8 = 440:2:2:2 = 220:2:2 = 110:2 = 55$$

4.2 Para dividir entre 5 multiplicar el dividendo por 2 y dividirlo entre 10:

$$640:5 = (640 \times 2) : (5 \times 2) = 1280 : 10 = 128$$

CAPÍTULO II:

ANÁLISIS DE JUEGOS

EDUCATIVOS MATEMÁTICOS

2.1 Introducción

A continuación se analizan en profundidad 4 juegos matemáticos, dos de conocimiento y dos de estrategia, de los cuales uno se desarrollará en el aula.

2.2 JUEGO DE CONOCIMIENTO N° 1

Nombre: **Bingo matemático** (Adaptado por Mario Rico).

Nivel: cualquier curso.

Objetivos didácticos: Desarrollar el cálculo mental a través de diferentes tipos de operaciones.

Número de jugadores: X (lo recomendable sería con la clase entera).

Materiales: Cartones y las fichas con las operaciones (además de una tabla para registrar los resultados que van saliendo).

Objetivo y reglas del juego: Tachar todos los números del cartón. Para ello el profesor dirá en voz alta diferentes operaciones cuyo resultado serán los números que aparecerán en los cartones. Si el profesor dice una operación y su resultado es un número del cartón, entonces se tacha ese número.

Estrategias favorecedoras: No interviene estrategias favorecedoras porque es un juego que mezcla azar y conocimientos matemáticos.

Orientaciones metodológicas: Juegos destinado para toda la clase y adaptable a cualquier nivel. Es importante llevar un control adecuado de las operaciones a través del registro de las mismas.

Juegos parecidos: Las parejas matemáticas.

Variantes: Se pueden combinar diferentes operaciones, modificar la cantidad de números por cartón, etc.

2.3 JUEGO DE CONOCIMIENTO N° 2

Nombre: **Parejas matemáticas** (Adaptado por Mario Rico).

Nivel: cualquier curso.

Objetivos didácticos: Desarrollar el cálculo mental y la memoria visual.

Número de jugadores: 2, 3, 4... (más de 4 no sería conveniente aunque se podría).

Materiales: Fichas de parejas matemáticas. En cada ficha hay una operación matemática y en cada pareja de fichas se obtiene el mismo resultado (una ficha podría ser $5+16+9$, y la otra pareja $120:4$; ambas dan el mismo resultado 30). Se puede jugar por ejemplo con 20 fichas (10 parejas) que den 10 resultados diferentes.

Objetivo y reglas del juego: Se colocan todas las fichas boca abajo, y por turnos cada alumno levanta dos fichas de manera que los oponentes también la vean, y calcula mentalmente para comprobar si son pareja o no. Si lo son, se las queda y vuelve a coger otras dos. En el caso de fallar, pasa el turno. Gana el jugador que más parejas consigue.

Estrategias favorecedoras: Se trata de un juego de azar y memoria visual en el que interviene el cálculo mental. Sin embargo, si se recuerda que un resultado ha salido más o menos en una determinada zona y levantamos la pareja, entonces probar en esa zona.

Orientaciones metodológicas: Seleccionar cuidadosamente las operaciones para trabajar a través del cálculo mental un aspecto concreto de las destrezas aritméticas

Juegos parecidos: Bingo matemático

Variantes: este juego ofrece una gran abanico de posibilidades a la hora de seleccionar las operaciones a calcular mentalmente.

2.4 JUEGO DE ESTRATEGIA N° 1

Nombre: **el círculo de monedas** [Gadner, M. (1988)]

Nivel: 4º curso

Objetivos didácticos: Desarrollar el razonamiento, específicamente las estrategias ganadoras.

Número de jugadores: 2

Materiales: X monedas (Preferiblemente 10 ó 12)

Objetivo y reglas del juego: Las monedas se disponen en círculo. Los jugadores se turnan para sacar una o dos monedas, pero si se sacan dos, éstas deben estar una junto a otra, sin que haya entre ellas ninguna otra moneda o espacio vacío. La persona que saca la última moneda es la que gana.

Estrategias favorecedoras: El segundo jugador, si utiliza la siguiente estrategia de dos etapas, puede ganar siempre:

1. Después de que el primer jugador haya sacado una o dos monedas, quedará un único espacio vacío en alguna parte del círculo. El segundo jugador saca ahora una o dos monedas del lado opuesto del círculo de modo que las monedas queden divididas en dos grupos iguales.
2. De ahora en adelante, sea cual fuere la jugada que el primer jugador haga en un grupo, el segundo jugador tomará la o las fichas correspondientes del otro grupo.

Por tanto, tiene estrategia ganadora el segundo jugador.

Orientaciones metodológicas: Juego complicado de averiguar la estrategia. Tras unas partidas, guiar a los alumnos para que intenten descubrir la estrategia ganadora por sí solos.

Juegos parecidos: Aquellos en los que estrategia ganadora tiene que ver con la disposición simétrica de las fichas. Véase:

- **Alfiles:** Dos jugadores, por turnos, van colocando alfiles en las casillas de un tablero de ajedrez, de forma que no puedan comerse a otros (se pueden colocar en casillas de cualquier color). El jugador que no puede colocar un alfil pierde.

- **Dos montones de 7:** Tenemos dos montones de 7 fichas cada uno. En su turno, cada jugador puede retirar tantas fichas como quiera pero sólo de un montón. Gana el jugador que retira la última ficha.
- **Caballos:** Dos jugadores colocan por turno caballos en un tablero de ajedrez, de forma que ningún caballo puede comerse a otro. El jugador que no puede colocar un caballo pierde. Ídem para un tablero 9 x 9.
- **Puntos en círculo:** Se colocan 20 puntos alrededor de un círculo. Los jugadores, por turno, unen dos puntos con un segmento que no se corte con un segmento ya trazado. El jugador que no puede hacerlo pierde.

Variantes: Se puede modificar la cantidad de monedas utilizadas, 20 por ejemplo en vez de 10 ó 12.

2.5 JUEGO DE ESTRATEGIA N° 2

Nombre: **La carrera del cien** [D'Andrea, Carlos (2014)]

Nivel: 5° y 6° curso

Objetivos didácticos: Desarrollar el razonamiento, específicamente las estrategias ganadoras.

Número de jugadores: 2

Materiales: Se juega verbalmente, sin materiales. No obstante podría hacerse uso de papel y lápiz si fuese necesario para hacer las sumas, aunque el nivel de este juego de estrategia presupone que los alumnos saben calcular mentalmente la suma de un número de dos cifras y de un número comprendido del 1 al 10.

Objetivo y reglas del juego: El que empieza dice un número cualquiera del 1 al 10. El otro jugador le suma al número que ha dicho su oponente un número del 1 al 10 y dice el resultado. Continúan jugando así, por turnos. Gana el que primero diga 100

Estrategias favorecedoras: Llevaremos a cabo un análisis “de atrás hacia adelante”. Con este criterio, está claro que quien llegue a conseguir el número 100 habrá ganado el juego. También está claro que si uno de los dos jugadores llega a cualquiera de los números 90, 91, 92, 93... 99 sería el “perdedor”. Esto sucede porque desde cualquiera de estas posiciones uno puede llegar al número 100 sumándole un número entre 1 y 10 según las reglas del juego. Por tanto, los números entre el 90 y el 99 son perdedores.

A continuación, una afirmación importante que será crucial para hallar la estrategia ganadora es que el número 89 es ganador. En efecto, esto es así ya que si yo consigo llegar a este número, no importa lo que pueda hacer mi rival, él conseguirá en el siguiente turno uno de los números entre 90 y 99, que son todos números perdedores. Por lo tanto, esta casilla me deja en posición de ganar.

A partir de esta observación, es fácil ver que el análisis del juego se repite para atrás (como si se reemplazara el número 100 por el 89). Notar que entonces los números del 79 al 88 serán perdedores, y entonces el 78 ganador; y así sucesivamente retrocedemos de número ganador en número ganador (78, 67, 56, 45, 34, 23, 12 y 1). Notar que el número 1 es número ganador, y es uno de los diez primeros números que puede elegir la persona que juega primero, así que éste es un juego con ventaja para el que juega primero. Tiene estrategia ganadora el jugador que comienza el juego. Debe elegir el número 1 en su primera jugada, y a partir de allí seguir la estrategia anterior de números ganadores.

Orientaciones metodológicas: Juego complicado de averiguar la estrategia. Tras unas partidas, guiar a los alumnos para que intenten descubrir la estrategia ganadora por sí solos.

Juegos parecidos: No consta.

Variantes: En lugar de ser el 100 la casilla ganadora, puede ser otro número. En lugar de sumar un número comprendido entre 1 y 10, ambos inclusive, se puede sumar un número comprendido entre otro rango de números.

CAPÍTULO III:

EXPERIMENTACIÓN EN EL

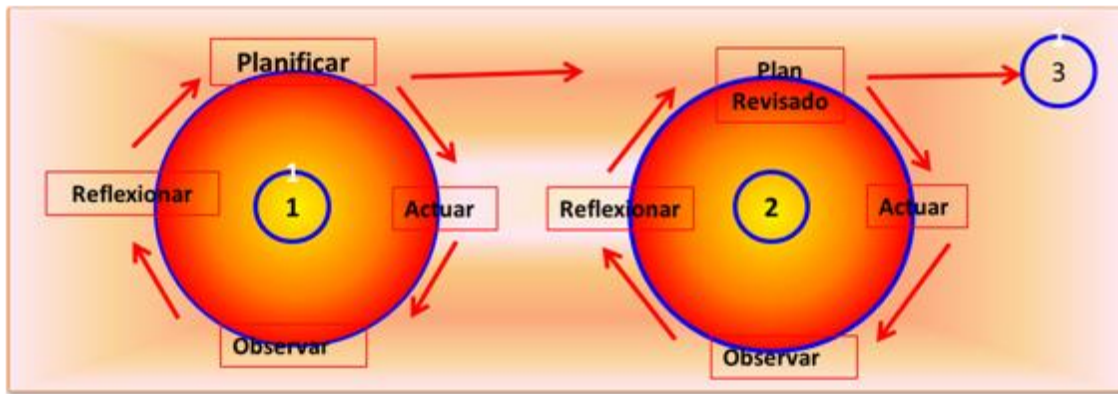
AULA

3.1 Introducción

Se va a llevar a cabo un juego de conocimiento en el aula, un bingo adaptado, con el objetivo de trabajar el cálculo mental e indagar sobre los conocimientos y posibles dificultades de los alumnos sobre el mismo y en torno a un tipo de operaciones específicas.

3.2 Metodología

Vamos a llevar a cabo una metodología de Investigación-Acción (Elliot, 11990; Kemis y McTaggart, 1988; McNiff, 1991), que se centra en el estudio de un problema específico sobre un escenario específico (Cohen y Manion, 1990). Obsérvese el siguiente cuadro:



Esta estrategia metodológica es quizá, la más adecuada para hacer realidad la concepción del profesorado investigador y de la enseñanza como actividad investigadora. En el anterior cuadro, se muestra el ciclo de la investigación-acción, donde el proceso de reflexión en la acción se constituye en un proceso de investigación en la acción. Vemos que el ciclo de la investigación se configura en torno a cuatro momentos o fases: planificación, acción, observación y reflexión. El momento de la observación, la recogida y análisis de los datos, es lo que otorga rango de investigación.

En nuestro caso vamos llevar a cabo dos ciclos, modificando en el segundo ciclo el plan de acción inicial, es decir, la planificación, con el objetivo de diseñar un plan de acción revisado y mejorado. En primer lugar, para llevar a cabo la primera fase, es necesario tener en cuenta el contexto que se presenta a continuación.

CICLO I

1. PLANIFICACIÓN

1.1 Contexto

La experimentación de los juegos se llevará a cabo en el centro escolar Sagrado Corazón (Corazonistas), en el aula de 4º A de educación primaria de 26 alumnos.

Respecto a las características de los alumnos que pudiesen afectar a la implementación de los juegos por diversas adaptaciones debido a problemas cognitivos, motrices, etc., no es necesario destacar a ningún alumno en especial. La clase presenta diferentes niveles académicos, pero la mayoría de ellos se encuentran en un rango medio-alto, por lo que se trata de un alumnado bastante capacitado para llevar a cabo los diversos juegos que se introducirán en distintas clases de matemáticas. No obstante, hay una alumna que quizá pueda presentar algún problema debido a que realiza las tareas con mucha lentitud, rasgo que se acentúa en mayor medida si comparamos su situación con la del resto de sus compañeros, los cuales presentan muy buen nivel.

Por otro lado, un detalle a destacar sería que conocimientos matemáticos han adquirido los alumnos hasta este curso, es decir, qué saben ellos de matemáticas; hasta dónde podemos incidir. Esto es imprescindible conocerlo porque es lo que limita nuestro abanico de acción en cuanto a conocimientos que trabajar en el aula. Por tanto, en términos generales y sin entrar mucho en detalles y temas de contenidos curriculares, se podría resumir que estos alumnos de 4º de primaria saben sumar, restar, multiplicar y dividir con decimales.

En cuanto a los posibles impedimentos por parte del tutor de prácticas, tengo que admitir que en este aspecto he sido afortunado puesto que no ha habido ningún tipo de problema que dificulte o perjudique la correcta ejecución y puesta en práctica de los juegos

en el aula. Por tanto, las condiciones son óptimas: buenos alumnos y sin presión o restricción alguna. Quizá mencionar únicamente que debido a la relativa proximidad del final de curso, tampoco he visto conveniente utilizar toda una sesión entera de 60 minutos para los juegos porque parte la dinámica y programación del profesor, y además he considerado mejor que en la primera parte de las sesiones los alumnos trabajen lo correspondiente a esa sesión y para acabar y como recompensa, se les obsequie con un breve pero intenso periodo de juegos matemáticos.

1.2 Objetivo

A partir de este punto y con los juegos de los que nosotros disponemos, nos planteamos qué queremos conseguir (objetivos), cómo lo haremos (metodología, ya comentada anteriormente), y a través de qué actividades, juegos en este caso. Por tanto, la elección del juego viene determinada por nuestra pretensión de que los alumnos trabajen la suma y resta mediante el cálculo mental, lo cual es nuestro objetivo. Para ello, hemos considerado conveniente llevar al aula un clásico entre los juegos, sobre todo para muchos mayores, como es el **bingo**. Este bingo matemático un tanto especial, atípico en comparación con el que estamos acostumbrados a jugar. A través de este juego pretendemos trabajar determinados conocimientos matemáticos (sumas y restas mediante cálculo mental; resultados de las operaciones comprendidos entre 10 y 19, ambos inclusive), y por tanto, haciendo referencia a la distinción entre juegos de conocimiento o de estrategia, este bingo estaría enmarcado en el primer grupo, en los juegos de conocimiento. Asimismo, el conocimiento matemático entendido como tal, se divide en dos tipos, conceptual y procedimental, trabajando en este caso el segundo tipo. A su vez, este subtipo está comprendido por diversos niveles, incidiendo en esta ocasión en las destrezas, y más específicamente en las destrezas aritméticas.

1.3 Recursos

1.3.1 Descripción

En primer lugar, se trata de un bingo cuyos números, es decir, los resultados que aparecen en los cartones, los números, están comprendidos entre 10 y 19, ambos inclusive; 10 números diferentes en total. Para llegar a esos resultados, el profesor, yo en este caso, diré una operación en voz alta, cuyo resultado los alumnos calcularán mentalmente, y son estos resultados los números que aparecerán en sus cartones.

Las operaciones son de cuatro tipos: dos de suma y dos restas; una suma de tres sumandos, cada uno de una cifra ($5+8+5$), y una suma de dos sumandos, uno de ellos de dos cifras ($3+13$). La resta puede ser sin llevada ($19-6$) ó con llevada ($23-6$). Para las sumas de tres sumandos, de dos sumandos y las restas sin llevada, los números de las operaciones estarán comprendidos entre 0 y 19 ($5+8+5$, $3+13$, $19-6$), mientras que para las restas con llevada, los números que aparecerán en las operaciones estarán comprendidos entre 28 y 20, y entre 10 y 1 ($23-6$).

Para cada posible resultado hay 4 operaciones distintas, es decir, habrá dos sumas distintas que darán un resultado ($8+5+5$, $2+13$), y dos restas distintas que darán también ese mismo resultado anterior ($18-3$, $21-6$). De este modo, he confeccionado 40 fichas, con una operación en cada una, 40 operaciones en total, ya que para cada uno de los 10 resultados que hay [10,19], hay 4 posibles operaciones (ver tabla *Fichas*, Anexo 1). Por tanto, digamos que dichas fichas hacen la función de bolas del bingo. Las operaciones son las siguientes:

Suma (tres sumandos)	Suma (dos sumandos)	Resta (sin llevada)	Resta (con llevada)	Resultado
$3+3+4$	$0+10$	$19-9$	$20-10$	10
$0+4+7$	$1+10$	$15-4$	$20-9$	11

$4+3+5$	$0+12$	$17-5$	$21-9$	12
$9+3+1$	$2+11$	$19-6$	$20-7$	13
$2+7+5$	$10+4$	$16-2$	$21-7$	14
$8+5+2$	$2+13$	$18-3$	$21-6$	15
$4+8+4$	$3+13$	$17-1$	$24-8$	16
$1+7+9$	$5+12$	$17-0$	$23-6$	17
$5+8+5$	$14+4$	$19-1$	$27-9$	18
$7+6+6$	$4+15$	$19-0$	$24-5$	19

1.3.1.1 Material

Respecto al material con el que trabajarán los alumnos, como en todo bingo hay cartones de bingo (ver tabla *Cartones*, Anexo 2), y cada cartón constará de 8 números, es decir 8 resultados, los cuales pueden ser repetidos. Esto quiere decir que en un cartón podrían ser los números 11, 12, 15, 17, 16, 16, 19 y 19. Los cartones están diseñados de manera que en cada uno hay como mínimo un número que se repite y como máximo dos (la distribución de los números en los cartones se llevó a cabo a partir de la creación de una tabla que se verá más tarde y con la que analizaremos los datos). El aspecto más característico de este bingo son esos números repetidos, de modo que cuando el profesor diga una operación que como resultado de 16 ($4+8+4$), se tachará solo un 16, y por tanto para que el otro 16 sea tachado, deberá aparecer otra operación que de 16. Dicha operación será de otro tipo, por ejemplo ($3+13$, $17-1$ ó $24-8$). Para acabar, se repartirá un cartón de bingo por alumno, y se llevará a cabo una única ronda, un solo bingo. Cada cartón estará marcado con un número del 1 al 26 (número de alumnos), y cada alumno deberá escribir su nombre para la posterior evaluación. El material total será por parte del profesor, las 40 fichas con las operaciones y los cartones para los alumnos.

1.3.1.2 Reglas

Las reglas son muy sencillas. Revolveré las 40 fichas e iré cogiendo de una en una al azar, dejando a parte las que vayan saliendo. A continuación, diré la operación en voz alta, y los alumnos mentalmente calcularán el resultado y lo tacharán en su cartón (recuérdese que si el resultado está repetido en el cartón, sólo se tachara uno de ellos; únicamente uno por ficha calculada). El primero que tache los 8 números canta bingo.

1.3.2 Control

Respecto al control de dicha actividad, he elaborado una tabla de control para registrar la actividad del bingo y anotar qué operaciones salen y en qué orden para verificar que los bingos sean correctos (Ver tabla *Control*, Anexo 3).

2. ACCIÓN

El juego se llevó al aula el 8 de mayo, jueves, durante la clase de Matemáticas, de 10:30 a 11:30. Ese día estaban presentes en clase los 26 alumnos.

En primer lugar, el profesor impartió la clase de matemáticas durante los primeros 45 minutos. Creí conveniente dejar el juego para el final de la clase porque suponía que podían alborotar, y aunque así fuese el caso, al ser al final de la hora, no iba a afectar a la siguiente sesión porque se trataba del recreo.

Una vez tomado el control de la clase y sobre todo su atención, expliqué que íbamos a jugar a un bingo especial y que por favor estuviesen atentos porque aunque se trataba de un juego, era muy importante que escuchasen bien las reglas ya que era un trabajo para la

universidad. Les expliqué que íbamos a trabajar sumas y restas, cuyo resultado sería entre 10 y 19, sin apenas dificultad para la gran mayoría de ellos, porque se encuentran en 4º de primaria y presentan en general un buen nivel académico. Repartí los cartones al azar, yo mismo yendo por las filas y comenté las reglas. Destaqué la especial característica de este bingo: el mismo número puede salir hasta 4 veces, hay números repetidos en los cartones, y sobre todo, si una operación nos da un determinado resultado y ese número lo tenemos repetido en el cartón, sólo e incidiendo en ese sólo, sólo tacharemos uno y sólo uno, de los números repetidos. Para tachar el otro, tendrá que salir otra operación cuyo resultado sea ese número que ya hemos tachado una vez. Mientras tanto, el profesor estaba sentado en su mesa y yo en todo momento me mantuve de pie.

La explicación del juego llevó unos 5 minutos y la partida de bingo otros 5 minutos; un total de 10 minutos.

Durante el desarrollo del juego, no tuvo lugar ninguna incidencia destacable, y al finalizar el bingo, al ganador recibió una piruleta como regalo.

3. OBSERVACIÓN

3.1 Instrumentos

Para valorar el desarrollo del bingo en el aula, nos hemos ayudado de la *Ficha de valoración de juego de conocimiento grupal* (Anexo 8). A continuación se muestran algunos de sus apartados:

- Entender las reglas:

Los alumnos han entendido las reglas. Sin embargo, ha habido algunos bingos erróneos y puede que se haya debido a que al salir un número que ellos tenían repetido, los alumnos hubiesen tachado los dos en vez de solo uno.

- Inventar las reglas:

No se han inventado ninguna regla, pero quizá mencionar la relación que podría tener en cierta medida el fallo comentado en el párrafo superior con el mal entendimiento/invencción de la regla de tachar solo un número por cada resultado.

- Saber cómo ganar:

Sabían perfectamente que para ganar había que tachar los 8 números. Cabía la posibilidad de haber más de un ganador, y así tenía que haber sido si una alumna no hubiera cometido un error.

- Tiempo para cada jugada:

Entre 2-4 segundos para decir en voz alta la operación, y entre 5-8 para realizarlas. En torno a 8-12 segundos cada jugada.

- Control de las jugadas:

Ficha de control sencilla de manejar adecuada para las características de la actividad.

- Integración de los alumnos:

Alumnos muy atentos y en silencio, entusiasmados al saber que se iba a hacer un bingo matemático. Al principio un poco alborotados por la emoción del juego, y cuando se han calmado he explicado las reglas y el funcionamiento del bingo.

- Gestión de la clase:

No se ha dado ninguna circunstancia que deba ser mencionada respecto a comportamientos; ni ruidos, ni alumnos que se hayan perdido en alguna operación, etc.

- Saber perder:

No se ha enfadado ningún alumno por no haber ganado. Se ha oído un “Halaa...” general al cantar bingo, y aquellos alumnos que han cantado bingo erróneo, se han ido un tanto decepcionados al ver que habían fallado.

- Formular preguntas:

No ha sido necesario escribir nada en la pizarra. El juego se ha realizado oralmente, tanto las instrucciones como las operaciones que daban lugar a los números de los cartones.

- Dificultades:

Centrándonos en las dificultades matemáticas, éstas que han sido en forma de sumas y restas, ambas con y sin llevada. Para las sumas de tres sumandos, de dos sumandos y las restas sin llevada, los números de las operaciones están comprendidos entre 0 y 19, mientras que para las restas con llevada, los números están comprendidos entre 28 y 20, y entre 10 y 1. Por tanto, las restas con llevada serán las operaciones con llevada, y en segundo lugar las sumas con tres sumandos.

- Control del ganador:

Se han dado bingos erróneos, y una vez comprobado en voz alta que eran equivocados, estos alumnos volvían a sus sitios y no jugaban más. Cuando una

alumna ha cantado bingo y al leer sus números en voz alta coincidían con los registrados, es decir, un bingo correcto, entonces ya teníamos una ganadora.

- Ganador final:

El ganador ha sido único, puesto que sólo se ha realizado un bingo y en caso de empate, que es lo que debería haber sucedido si una alumna no se hubiese equivocado, habría habido dos ganadores.

Con el objetivo de poder analizar con más profundidad los datos obtenidos, hemos creado una tabla (ver tabla *Registro*, Anexo 4) en la que aparecen los 26 cartones con sus respectivos números. De este modo, hemos registrado los datos de los cartones, obteniendo diversa información del resultado final del juego que es fácilmente apreciable al observar la tabla. También hay que mencionar que a través de la elaboración de esta tabla, distribuí ordenadamente los números en los cartones.

Gracias a este registro hemos podido determinar cinco puntos interesantes:

1. El ganador y aquellos que también debían haber ganado.
2. Los cartones que habían sido jugados correctamente.
3. Los números que deberían haber marcado los alumnos.
4. Los números que han marcado realmente.
5. Los fallos que han cometido (se deduce de los dos puntos anteriores), y las posibles relaciones entre los fallos.

Añadir que las operaciones que aparecieron durante el bingo, es decir, las operaciones que yo mismo decía, están anotadas en la tabla *Control completado*, Anexo 5.

A continuación, aparece la información necesaria (la leyenda) para interpretar correctamente la tabla *Registro Completado* (ver Anexo 6).

- El subrayado indica los números tachados por los alumnos (Por tanto, para que un cartón esté correctamente jugado, deberían coincidir los números en rojo y los tachados. Si está subrayado pero no coloreado significa que ese número no ha salido, o sólo ha salido una vez en el caso de los repetidos, y el alumno lo ha tachado. Si está coloreado pero no subrayado, significa que el número ha salido pero el alumno no lo ha tachado).
- El color rojo indica los números que deberían haber sido tachados en cada cartón.
- El color azul indica los cartones en los que no han cometido ningún fallo.
- El cartón 21 es el ganador.
- El color rosa indica que ese cartón debería también haber cantado bingo pero no lo ha hecho.
- El color amarillo indica los cartones en los que se han marcado todos los números, con el consiguiente bingo incorrecto.

3.2 Resultados

Una vez realizado el juego en clase y rellenada la tabla *Registro* con los distintos resultados de los cartones, obtenemos que:

- Se ha cantado bingo con el decimocuarto número. El bingo lo ha cantado el cartón número 21. No obstante, mencionar que el cartón 22 debería haber cantado bingo a la vez que el número 21, porque el último número que les faltaba era el 17, común a los dos, pero sin embargo, el cartón 22 no tenía marcado el número 18, el cual había salido ya en dos ocasiones en segundo y decimotercer lugar (doble fallo). Por tanto, habría sido un empate de no haber cometido un error el cartón 22.

- Solo 10 de los 26 alumnos (38,5 %) han jugado la partida correctamente, es decir, que no han cometido ningún fallo (ni han tachado números que no han salido, ni han dejado sin marcar números que hayan salido).
- En total se han cantado 8 bingos, de los cuales los 7 primeros han sido erróneos.

Para realizar un mayor análisis de los fallos cometidos, obsérvese la tabla que recoge los errores de los alumnos que ha tenido al menos un fallo en los cartones (tabla *Errores*, Anexo 7):

Nº de cartón	Fallos por exceso	Qué números	Fallos por omisión	Qué números
2	1	12		
4	1	10	1	18
5	2	12, 17		
6	1	17		
7	1	12	1	11
8			1	11
9	1	12		
10	1	12		
12			1	15
14	1	12		
16	1	13		
17	1	12		
18	1	10		
19	1	14		
20	1	17		
22			1	18

Analizando los datos de la tabla, podemos destacar que los alumnos que han cometido algún fallo, lo han hecho en torno a un único fallo y la mayoría de ellos han sido por exceso, es decir, que han tachado algún número que no había salido. Además, mencionar que el número que más han marcado por error los alumnos es el que no ha aparecido en ninguna

ocasión, el 12, y de un total de 14 fallos por exceso, el 12 supone un 50 % de esos errores. Respecto a los fallos por omisión, es decir, ha salido un número pero los alumnos no lo han marcado, ha habido un total de 5 fallos, de los cuales dos veces han sido el número 11 y el 18, y el fallo restante el 15. En total los alumnos han cometido 19 errores.

4. REFLEXIÓN

Uno de los objetivos de esta actividad, de este bingo matemático, era el de conocer las posibles dificultades que podrían tener los alumnos con las sumas y restas planteadas, las cuales debían calcular mentalmente. No obstante, los resultados y dichas operaciones en un principio se suponían un tanto sencillas para los alumnos, ya que en 4º de primaria saben sumar, restar, multiplicar y dividir con decimales. Analizados los resultados, se observa que los alumnos han cometido más fallos de lo esperado y que curiosamente, he recogido 7 bingos con todos los números tachados y en cambio, esas personas no han cantado bingo. Sin embargo, estos resultados servirían más a la estadística que al análisis de los conocimientos matemáticos de los alumnos.

Una parte esencial de la fase de observación de dicho bingo, era el análisis de los fallos cometidos por los alumnos, de modo que se obtuvieran determinadas conclusiones acerca de los motivos de dichos errores, qué tipo de operación les había dificultado más, etc. Hemos podido sacar diversas conclusiones del desarrollo del juego en sí, pero a nivel matemático, que es lo que nos interesa realmente, conocer el por qué de sus fallos y en qué operaciones, son aspectos que no se pueden analizar con el actual diseño de este bingo. Un ejemplo sería que bastantes alumnos han tachado el número 12 sin que este hubiese salido, es decir, sin que este fuese el resultado de ninguna de las operaciones dictadas en voz alta. Con el diseño actual, hemos sido capaces de ver qué alumnos habían fallado en ese número, pero

no sabemos por qué; desconocemos el origen de ese fallo. Estos tipos de fallo los hemos catalogado como fallos por exceso, es decir, aquellos números que los alumnos habían marcado en sus cartones y que no deberían estar marcados porque no habían salido. Estos fallos han sido la gran mayoría, 14 errores de 19. Los 5 restantes, han sido errores por omisión, es decir, aquellos números que deberían haber sido tachados y que los alumnos no han tachado en sus cartones. Añadir que de los 14 fallos por exceso, 7 han sido el número 12. He aquí un dato interesante para analizar, ¿por qué tantos alumnos han cometido el mismo fallo? Sin embargo, no se ha podido conocer la respuesta debido a que en estos casos de errores por exceso, no podemos saber si un alumno ha tachado el 12 porque no ha sabido por ejemplo, restar $20-9$ o porque ha sumado mal $8+5+2$. Son muchas las operaciones en las que el alumno se ha podido equivocar; 14 en total que son las realizadas hasta que se ha cantado bingo. Por otro lado, en los fallos por omisión, podría conocerse en parte el origen del fallo, que sería aquella operación que no ha calculado mentalmente el alumno, y se conocería solamente en el caso de que dicho número hubiese aparecido una sola vez a lo largo del bingo. Un ejemplo podría ser que una alumna ha dejado de marcar el número 17 cuando este número sí que ha aparecido y debería haber sido tachado en el cartón. Si este número hubiese aparecido una sola vez, por ejemplo, de la operación $1+7+9$, entonces sabríamos que esa alumna no ha sabido calcular mentalmente la operación en cuestión. Sin embargo, si el 17 hubiese salido en otra ocasión con la resta $23-6$, en este caso al aparecer dos veces no sabríamos si la alumna no ha sabido calcular la suma de tres sumandos ($1+7+9$) o la resta con llevada ($23-6$). De este modo, es imposible analizar el origen de los fallos de los alumnos y en consecuencia, también sería tarea imposible descubrir alguna posible dificultad de un determinado alumno en alguno de los 4 tipos de operaciones que se trabajan en el bingo. No obstante, asimismo habría que valorar otros factores que podrían inducir a la equivocación como pueden ser las distracciones, las cuales no habría que descartar. Sin embargo, estas

hipotéticas distracciones habrían sido en momentos puntuales porque durante el desarrollo del bingo, el comportamiento de los alumnos ha sido muy bueno y prestaban atención.

Debido a todo lo anterior, esta reflexión nos ha llevado a modificar la planificación, es decir, la primera fase de este método de investigación-acción. Este cambio viene propiciado por la pretensión de realizar un análisis matemático de los fallos cometidos por los alumnos, para determinar su origen y naturaleza y obtener conclusiones. De este modo se ha llevado a cabo dicha reflexión con el objeto de buscar una solución a la planificación inicial y elaborar un plan de acción revisado que supondría la primera fase dentro de un segundo ciclo en esta investigación-acción.

La modificación que se ha realizado ha sido muy simple pero de este modo nos aseguramos poder analizar desde un punto de vista matemático, los errores de los alumnos, dejando más a un lado el punto de vista estadístico, como en la anterior fase de observación. Además no se trata de una modificación del material ni de ningún otro aspecto complejo.

Previamente hemos comentado que no podíamos controlar el origen de los fallos de los alumnos y para modificar esa situación, durante la partida, cuando en voz alta digamos la operación que he escogido al azar, también diré el número de ronda que es, que posición ocupa dicha operación, es decir, si el número que digo es el segundo, o el tercero, cuarto, etc. En el caso de que el alumno tenga ese resultado en su cartón, entonces tachará el resultado y en una esquina del cuadro que rodea al número, escribirá el número de ronda que es, el cual iré avisando después de decir la operación correspondiente. Esta pequeña modificación, nos permitirá saber si un alumno han marcado por ejemplo el 14, y este no debería estar marcado, se supone que el alumno habrá anotado debajo del 14, el número de ronda que es, 7 por ejemplo, y entonces iremos a nuestra tabla de control donde apuntamos en orden las operaciones que se dicen a lo largo de la partida, y observaríamos que en séptimo lugar salió

la operación 21-6, y el alumno ha restado mal porque el resultado es 15 y el ha tachado el 14. De esta manera, podemos conocer la operación de origen de cada uno de los números tachados por los alumnos, siempre y cuando estos anoten bien el número de ronda que es debajo de su correspondiente resultado en el cartón,

Finalizado este ciclo y conformado el nuevo plan de acción, daremos comienzo al ciclo II.

CICLO II

1. PLANIFICACIÓN

La segunda puesta en práctica de este juego, se llevará a cabo en la misma clase que en la anterior, es decir, en el aula de 4° de Primaria A. Sin embargo, el bingo que se va a implementar con los alumnos, ha sido revisado, o más bien podría decirse que el bingo sigue intacto en sí, las reglas y material, pero se ha modificado el “modus operandi”, introduciendo un pequeño detalle para los alumnos pero el cual, nos permitirá evaluar con mayor precisión aquellos fallos que puedan cometer con el fin de obtener conclusiones cercanas a la realidad en cuanto a su conocimiento matemático se refiere. Por tanto, se va a llevar a cabo más o menos todo tal y como ocurrió en el ciclo anterior, en la primera puesta en práctica. Sin embargo, cuando recordemos, las reglas del bingo, sobre todo haré incidencia en que por cada operación que yo diga, en el caso de tener ese número en el cartón, solo se tachara una vez ese número si aparece repetido. Para tachar de nuevo ese mismo número repetido, tendrá que salir otra operación que nos de dicho número. Además, y aquí viene la novedad, escribiremos en la pizarra del 1 al 20 en números grandes y orden, y cada número será una ronda e iré tachando los números a medida que vayamos avanzando en las rondas. Por ejemplo, primera operación: 19-9. La diré en voz alta y a continuación dejare tres segundos y diré ronda 1 y tacharé el número 1 de la pizarra. Entonces, aquellos alumnos que

hayan calculado el resultado, 10, o también aquellos que lo hayan calculado mal, tacharán en sus cartones el resultado que ellos creen que es, y debajo del número pondrán en qué ronda nos hallamos, la 1 en ese caso. Al mismo tiempo, en mi tabla de control iré escribiendo en orden las operaciones que van saliendo. Más avanzado el juego, en la ronda 8, podría darse la operación $2+7+5$. Yo la diría en voz alta, y a los 3 segundos diría: ronda 8, y tacharía el 8 de la pizarra.

Otro aspecto a tener en cuenta, son los fallos que tuvieron los alumnos en el primer bingo en relación con el número 12, ya que el 50 % de los fallos por exceso (aquellos números que tacharon y no deberían haber sido tachados), fueron el número 12. Por tanto, también con el objetivo de sacar conclusiones a nivel individual, es decir, con el objetivo de ver si algún alumno en concreto repite fallos con el número 12 de nuevo, hemos creído conveniente repartir a cada alumno el mismo cartón que recibió la primera vez. Esto ha sido posible gracias a que los cartones están numerados del 1 al 26 (26 alumnos) y a que se les ordenó que escribiesen su nombre los cartones que les habían tocado.

En cuanto a objetivos, descripción, material, reglas y control, que son los apartados descritos en el ciclo I, simplemente mencionar que los objetivos son los mismos hacia los alumnos, trabajar el cálculo mental mediante sumas y restas, mientras que el nuestro, vistos los resultados del bingo anterior y sus limitaciones, torna ahora a centrarnos en mayor medida en el análisis de sus conocimientos matemáticos a través de la observación y estudio de sus fallos. La descripción, material y reglas del bingo son idénticas, exceptuando lo que se ha explicado anteriormente de anotar la ronda para controlar sus errores. El control del bingo será efectuado a través de la tabla *Control*, y el control de sus errores lo registrarán ellos “indirectamente”, con la nueva modificación de la que hemos hablado ya antes (anotar el número de ronda que es). Por último, añadir que se llevará a cabo una única partida de bingo al igual que en la primera sesión.

2. ACCIÓN

El juego se llevó al aula el 15 de mayo, jueves, durante la clase de Matemáticas, de 10:30 a 11:30. La misma clase que en el anterior bingo, 4º A, y una semana después de dicha sesión. Ese día estaban presentes en clase los 26 alumnos.

Al igual que en la anterior ocasión, el profesor impartió su clase con normalidad y los último 15 minutos, me cedió el control de la clase para que llevase a cabo el juego.

Puesto que los alumnos ya conocían las reglas, incidí de nuevo en el aspecto de que en el caso de tener en el cartón un número repetido, para tacharse los dos, debían salir dos operaciones cuyo resultado fuese ese mismo número. Se tachaba un número por operación. Si tenemos el 17 repetido y sale una operación $(23-6)$ cuyo resultado es 17, entonces sólo tachamos un 17 y esperamos a otra operación que de 17 para poder tacha el número repetido restante. También les expliqué la variación que había en este bingo respecto al anterior: en esta ocasión, si salía una operación cuyo resultado estaba en sus cartones, tacharían el número y a continuación yo les recordaría en voz alta en qué ronda estábamos para que escribiesen ese número de ronda debajo del correspondiente resultado tachado.

Por último, el juego se desarrolló sin problema alguno y la ganadora sumó 5 puntos. Este hecho de “sumar puntos” se debe a que al final de la semana el alumno que más puntos haya conseguido a lo largo de los 5 días, tendrá privilegios para determinadas tareas y juegos. Se consiguen puntos acertando preguntas, acabando el primero una actividad, etc.

3. OBSERVACIÓN

3.1 Instrumentos

Para analizar en mayor profundidad la puesta en práctica del juego, de nuevo nos hemos ayudado de la *Ficha de valoración de juego de conocimiento grupal II (Anexo 12)*. A continuación se muestran algunos de sus apartados:

- Entender las reglas:

Los alumnos han entendido las reglas y apenas ha habido errores en comparación con lo sucedido la vez anterior

- Inventar las reglas:

No se han inventado ninguna regla.

- Saber cómo ganar:

Sabían perfectamente que para ganar había que tachar los 8 números. Cabía la posibilidad de haber más de un ganador, pero en esta ocasión el ganador ha sido único.

- Duración del juego:

Entrega de material, recordatorio de las reglas y explicación de la modificación, 5 minutos; jugar 5 minutos. En total 10 minutos.

- Tiempo para cada jugada:

Entre 2-4 segundos para decir en voz alta la operación, entre 5-8 para realizarlas y unos 5 segundos para decir en que ronda estábamos y tachar el número de la pizarra. En torno a 12-16 segundos cada jugada.

- Control de las jugadas:

Ficha de control sencilla de manejar adecuada para las características de la actividad.

- Integración de los alumnos:

Alumnos muy atentos y en silencio, entusiasmados al saber que se iba a hacer un bingo matemático. En esta ocasión como ya conocían el juego, no se alborotaron tanto como sucedió con el primer bingo.

- Gestión de la clase:

No se ha dado ninguna circunstancia que deba ser mencionada respecto a comportamientos; sólo destacar que en 3 ó 4 ocasiones he tenido que repetir en qué ronda estábamos. Esto se ha debido a que entre realizar el cálculo mental, y una vez calculado, si se tenía el resultado en el cartón, tacharlo y poner debajo el número de la ronda, entonces, todo este conjunto les ha resultado un poco lioso y preguntaban en qué ronda estábamos.

- Saber perder:

No se ha enfadado ningún alumno por no haber ganado. De nuevo, se ha oído un murmullo general de resignación al cantar bingo.

- Formular preguntas:

En la pizarra sólo anoté los números en orden del 1 al 20, los cuales iba tachando según la ronda en la que estábamos con el fin de facilitarles la tarea a los alumnos. El juego se ha realizado oralmente, tanto las instrucciones como las operaciones que daban lugar a los números de los cartones.

- Dificultades:

En esta ocasión cabe destacar que apenas ha habido fallos. Sólo se han equivocado 4 alumnos. Esto puede deberse a que al dejar más tiempo entre operación y operación para que anotasen el número de ronda que era, los alumnos han realizado mejor los cálculos con la consiguiente obtención de menos errores. También puede deberse a que hayan estado más concentrados y atentos.

- Control del ganador:

Cuando una alumna ha cantado bingo y al leer sus números en voz alta coincidían con los registrados, es decir, un bingo correcto, entonces ya teníamos una ganadora.

- Ganador final:

El ganador ha sido único, puesto que sólo se ha realizado un bingo.

Siguiendo con el criterio utilizado en la fase de observación del ciclo I, hemos utilizado la tabla *Control* en la que he anotado los números que iban saliendo (tabla *Control completado 2*, Anexo 9) y teniendo esos números y los cartones realizados por los alumnos, he completado de nuevo la tabla *Registro* para crear la tabla *Registro completado 2* (Anexo 10) donde se pueden analizar los resultados obtenidos por los alumnos. El tipo información que podemos extraer de la tabla ya ha sido concretada en la anterior observación, por lo que sería repetitivo exponerla de nuevo. Asimismo, a continuación se muestra la información necesaria para interpretar la tabla (leyenda), que en esta ocasión cuenta con dos categorías menos que en la observación anterior:

- El subrayado indica los números tachados por los alumnos (Por tanto, para que un cartón esté correctamente jugado, deberían coincidir los números en rojo y los

tachados. Si está subrayado pero no coloreado significa que ese número no ha salido, o sólo ha salido una vez en el caso de los repetidos, y el alumno lo ha tachado. Si está coloreado pero no subrayado, significa que el número ha salido pero el alumno no lo ha tachado).

- El color rojo indica los números que deberían haber sido tachados en cada cartón.
- El color azul indica los cartones en los que no han cometido ningún fallo.
- El cartón 1 es el ganador.

En esta ocasión, el color amarillo no aparece (“el color amarillo indica los cartones en los que se han marcado todos los números”) ya que ningún alumno ha tachado los 8 números y luego no ha cantado bingo. Tampoco aparece el color rosa (el color rosa indica que el cartón marcado con este color, debería también haber cantado bingo pero no lo ha hecho), porque no ha habido ningún otro cartón ganador cuyo propietario no se ha percatado de que tenía bingo por tener algún fallo.

3.2 Resultados

Una vez realizado el juego en clase y rellenada la tabla *Registro* con los distintos resultados de los cartones, obtenemos que:

- Se ha cantado bingo con el undécimo número. El bingo lo ha cantado el cartón número 1. Se ha cantado bingo relativamente frente a la anterior vez que fue a la decimocuarta.
- 22 de los 26 alumnos (84,6 %) han jugado la partida correctamente, es decir, que no han cometido ningún fallo (ni han tachado números que no han salido, ni han dejado sin marcar números que hayan salido).

- Se ha cantado un único bingo, el cual al comprobarse ha sido correcto.

Para realizar un mayor análisis de los fallos cometidos, obsérvese la tabla que recoge los errores de los alumnos que ha tenido al menos un fallo en los cartones (tabla *Errores 2*, Anexo 11):

Nº de cartón	Fallos por exceso	Qué números	Fallos por omisión	Qué números
2			3	19,16,12
8			1	14
13	1	19		
16			1	10

Analizando los datos de la tabla, podemos destacar que en esta ocasión solo ha habido 4 alumnos con fallos. Estos han cometido un total de 6 fallos, de los cuales 3 han sido de un mismo alumno y por tanto, los 3 restantes uno por alumno. De estos 6 fallos, 5 han sido por omisión, es decir, que no han tachado un resultado que sí que había salido. Solo ha habido un fallo por exceso, es decir, que han tachado algún número que no había salido. Debajo se muestran los fallos de los alumnos y que operación ha propiciado dichos errores:

- Cartón 2. Tres fallos por omisión (resultados que no marcó). El resultado 19, venía dado por la operación $7+6+6$. El resultado 16, venía dado por la operación $24-8$, y el resultado 12, por $21-9$.
- Cartón 8. Un fallo por omisión. El resultado 14 venía dado por la operación $16-2$.
- Cartón 13. Un fallo por exceso (resultado que marcó y no debería haber sido marcado). El 19; en este caso señalar que solo salió un 19 y el alumno tenía marcados los dos diecinueves de su cartón. Curiosamente, el 19 que el alumno marcó pero que no salió, debería llevar al lado anotado el número de ronda en el que fue marcado para que en el caso de equivocarse, justamente como ha ocurrido, saber de qué operación

ha obtenido ese número 19. Desafortunadamente, ese 19 marcado no lleva anotado el número de ronda en el que fue marcado por lo que igual se puede deducir que fue un despiste del alumno, el cual al salir un 19, en vez de tachar sólo uno, tachó los dos.

- Cartón 16. Un fallo por omisión. El resultado 10 venía dado por la operación 20-10. Esta operación fue la undécima, es decir, la última del bingo, ya que en esta ronda se cantó bingo. Se trata de una operación sencilla, por tanto, puede que la alumna no llegase a tachar el 10 porque se cantó bingo rápidamente.

En cuanto a la posible relación entre los fallos ocurridos, no se puede establecer conexión entre ninguno de ellos porque todos han sido con resultados diferentes, excepto el número 19 que ha aparecido 2 veces. De todos modos, con este número de errores tan bajo, no podemos obtener conclusiones claras porque no constamos de un número de fallos suficiente como para crear alguna posible relación entre los mismos. No obstante, lo que sí que es apreciable, es que los alumnos cometen más fallos en las restas.

4. REFLEXIÓN

Ahora que hemos puesto en práctica un nuevo plan de acción revisado, podemos realizar una reflexión más profunda. En primer lugar, destacaría que al realizar la reflexión del anterior ciclo, nuestra primera intención fue la de superar la limitación que nos ofrecía la puesta en práctica del primer bingo a la hora de analizar los errores cometidos por los alumnos con el fin de evaluar sus conocimientos matemáticos en un aspecto determinado, en nuestro caso cálculo mental de sumas y restas. El objetivo general del diseño es que los alumnos trabajen el cálculo mental, cuya puesta en práctica nos proporcionará respuestas acerca de los conocimientos matemáticos de los estudiantes. Debemos analizar estas

respuestas para determinar las posibles necesidades que pueda presentar un alumno y de este modo, modificar el proceso de enseñanza adaptándolo a las necesidades de estos alumnos.

Si bien el diseño inicial del bingo, o mejor dicho, su puesta en práctica, no nos permitía conocer con exactitud el origen de los fallos de los alumnos, decidimos que era necesario incorporar algo con lo que poder asegurarnos esa posibilidad de analizar los errores. Se llegó a la conclusión de que simplemente con que los alumnos durante el bingo y al tachar un número de sus cartones, anotasen el número de ronda en el que nos encontrábamos, quedaba resuelta esa imposibilidad de saber en qué operación habían fallado los alumnos en el caso de equivocarse.

Curiosamente, una vez revisado el plan de acción y mejorado el mismo para conocer el origen de los fallos, ha sucedido que en el segundo bingo apenas ha habido fallos. Si comparamos los dos bingos veremos un gran contraste:

	<u>Bingo 1</u>	<u>Bingo 2</u>
Cartones jugados correctamente	10 de los 26 cartones (38,5 %)	22 de los 26 cartones (84,6 %)
Bingos cantados que eran erróneos	7	Ninguno
Fallos	19	6

Al observar la tabla se aprecia una gran diferencia en cuanto al número de errores que han tenido los alumnos, y sobre todo en cuanto al número de alumnos que la segunda vez no han cometido ni un solo fallo. Esto último puede deberse a diferentes aspectos. Primero, en la sesión inicial, para los alumnos este juego suponía una grata novedad por lo que se encontraron más alborotados y excitados que en la segunda sesión donde ya conocían el

juego, y por tanto, su nivel de atención en la segunda sesión pudo ser mayor. Además, en esta última sesión, el hecho de obligar a los alumnos a anotar la ronda en la que estábamos a lo largo del desarrollo del bingo, supuso más tiempo entre ronda y ronda, ralentizando el juego, lo cual pudo influir en que los alumnos pudiesen atender mejor y en consecuencia realizar mejores cálculos.

Por otro lado, la principal causa que había motivado llevar a cabo esa pequeña modificación en el bingo para el nuevo plan de acción, era poder analizar los fallos de los alumnos y las operaciones de las que procedían. Sin embargo, al haberse dado un número tan bajo de errores, es imposible realizar generalizaciones ni establecer relaciones entre los fallos. Por tanto, simplemente podemos afirmar que este tipo de operaciones utilizados en el bingo, han resultado muy sencillas para los alumnos, y que los iniciales malos resultados del primer bingo, personalmente creo que fueron fruto de la excitación que les provocó este novedoso juego, lo que les llevó a no estar concentrados plenamente, cometiendo así más errores. Por tanto, siendo coherentes con los resultados finales y conociendo de antemano el nivel de los alumnos en general (bueno en Matemáticas) y tratándose de un 4º curso de primaria, lo más conveniente sería para otra ocasión, aumentar la dificultad del juego a través de la preparación de operaciones más desafiantes. Por último, destacaría la importancia que tiene en este juego, el hecho de controlar los fallos de los alumnos, es decir, que el investigador diseñe estrategias que le permitan poder analizar esos fallos y dónde ocurren (en qué operaciones) porque para mí ha sido la tarea más difícil de controlar a lo largo de las sesiones.

CAPÍTULO IV:

CONCLUSIONES

Este juego ha sido adecuado, en primer lugar porque cumple su finalidad de divertir, ya que los niños han disfrutado mucho jugando las dos partidas, y en segundo lugar, porque les ha permitido practicar el cálculo mental de una forma más efectiva gracias al factor motivador inherente al juego.

Una conclusión en relación a los resultados obtenidos, es que los alumnos han mostrado un buen nivel de cálculo mental aditivo (sumas y restas). En un primer ensayo se obtuvieron peores resultados, pero al experimentar de nuevo, los muy buenos resultados dejaron a la luz las posibles causas de los malos resultados iniciales, debiéndose estos seguramente a una falta de concentración provocada por la excitación del novedoso juego en la primera sesión.

Este bingo modificado es una herramienta didáctica muy útil para trabajar las matemáticas, el cálculo mental sobre todo. Además, los contenidos que se pueden abordar pueden ser muy diversos y su adaptación es posible a cualquier nivel de primaria;

simplemente basta con modificar las operaciones, pudiéndose hacer muy sencillas o más complejas.

Con una visión hacia el futuro, los resultados en el bingo y su posterior valoración y proceso de reflexión, nos permiten estudiar las estrategias de cálculo mental apropiadas para la edad en cuestión, tanto aditivas como multiplicativas, con el fin de ajustar en mayor medida el proceso de enseñanza-aprendizaje que demanda un determinado grupo de alumnos, o más bien, sus características y necesidades.

Un aspecto muy importante a la hora de introducir un determinado juego en el aula, es elaborar un material apropiado para los alumnos; un material que nos ayude, que sea el instrumento que nos permita alcanzar una serie de objetivos, que son lo primero que nos planteamos (el qué queremos conseguir). En nuestro caso, decidimos que una buena forma de trabajar el cálculo mental, destreza que no se desarrolla mucho en la actualidad, podría ser a través de un bingo adaptado, el cual nos obligó a dar un relevante papel al hecho de controlar perfectamente el desarrollo del bingo y anotar los resultados para valorarlos más tarde con detenimiento. Además estos materiales, es decir, el bingo, debe ser abordado con una metodología que nos asegure que todos los alumnos optan a alcanzar los objetivos propuestos; estos en un juego de estrategia, harían referencia a que los alumnos sean capaces de conocer la estrategia por sí solos o guiados por este profesor que asume el rol de investigador.

Por último, el método de investigación-acción, se ha mostrado eficaz para realizar investigaciones educativas en las el profesor, actúa como investigador.

BIBLIOGRAFÍA

- ASCHER, M. (1991): *Ethnomathematics – A multi – cultural view of mathematical ideas*. Pacific Grove, California: Brooks/Cole.
- BELL, R.; CORNELIUS, M. (1988): *Juegos con tableros y fichas: Estímulos a la investigación matemática*. Barcelona. Labor, 1190.
- BRIGHT, G.W., HARVEY, J.G. y WHEELER, M.M. (1985). Learning and Mathematics Games. *Journal for Research in Mathematics Education, Monograph number I*, National Council of Teachers of Mathematics. Reston. 1985. pág. 5.
- COHEN, L. y MANION, L., (1990). *Métodos de investigación educativa*. La muralla. Madrid.
- D'ANDREA, CARLOS (2014):
<http://www.google.es/url?sa=t&rct=j&q=&esrc=s&source=web&cd=1&ved=0CCAQFjAA&url=http%3A%2F%2Fatlas.mat.ub.es%2Fpersonals%2Fdandrea%2FD%27Andrea.pdf&ei=q3uXU5H3Aeiw0AX7ioHgDQ&usg=AFQjCNF1kp3XWvzk2OVXq9e mqgry8iNJZA&bvm=bv.68693194,d.d2k> (Consulta realizada el de de junio de 2014.)
- ELLIOT, J. (1990). *La investigación-acción en educación*. Ediciones Morata. Madrid.
- FERRERO, L. (1991): *El juego y la matemática*. Madrid. La muralla.
- GADNER, M. (1988): *Matemática para divertirse*.
- GADNER, M. (1975): *Carnaval Matemático*. Alianza Editorial. Madrid, pág. 8.
- GADNER, M. (1979): *Circo Matemático*. Alianza Editorial. Madrid, pág. 9.

- GÓMEZ ALONSO, B., (1994): *Los métodos de cálculo mental en el contexto educativo: un análisis en la formación de profesores*. Comares. Granada.
- INBAR, M. y STOLL, C.S. (1970). Games and learning. *Interchange*, 1, 53-61.
- KEMIS, S. y MCTAGGART, R. (1988). *Cómo planificar la investigación-acción*. Laertes. Barcelona.
- ROTH, W.E. (1902). “Games, sports and amusements”. *North Queensland ethnographic bulletin*, n. 4, pp. 7-24.
- THOMAS BUTLER T (1988). Games and Simulations: Creative Educational Alternatives, *Tech Trends*,... Volumen 33, nº. 4, septiembre, pág. 20-28.

ANEXOS

ANEXO 1**Tabla *Fichas* - (fichas utilizadas durante el bingo)**

3+3+4 10 s	0+10 10 S	19-9 10 r	20-10 10 R
0+4+7 11 s	1+10 11 S	15-4 11 r	20-9 11 R
4+3+5 12 s	0+12 12 S	17-5 12 r	21-9 12 R
9+3+1 13 s	2+11 13 S	19-6 13 r	20-7 13R
2+7+5 14 s	10+4 14 S	16-2 14 r	21-7 14 R
8+5+2 15 s	2+13 15 S	18-3 15 r	21-6 15 R
4+8+4 16 s	3+13 16 S	17-1 16 r	24-8 16 R

1+7+9 17 s	5+12 17 S	17-0 17 r	23-6 17 R
5+8+5 18 s	14+4 18 S	19-1 18 r	27-9 18 R
7+6+6 19 s	4+15 19 S	19-0 19 r	24-5 19 R

ANEXO 2

Tabla *Cartones* - (cartones con los que jugaron los alumnos)

10	Cartón 1 <hr/>	16	10	Cartón 2 <hr/>	16
13	19	16	13	19	16
12	11	14	12	15	17
10	Cartón 3 <hr/>	17	10	Cartón 4 <hr/>	17
13	10	16	13	10	16
13	11	12	13	18	19
11	Cartón 5 <hr/>	17	11	Cartón 6 <hr/>	17
14	10	17	14	10	17
13	15	12	13	19	18
11	Cartón 7 <hr/>	18	11	Cartón 8 <hr/>	18
14	11	17	14	11	17
14	10	12	14	15	16

12	<u>Cartón 9</u>	18	12	<u>Cartón 10</u>	18
15	11	18	15	11	18
14	10	17	14	16	13
12	<u>Cartón 11</u>	19	12	<u>Cartón 12</u>	19
15	12	18	15	12	18
15	14	17	15	11	13
13	<u>Cartón 13</u>	19	13	<u>Cartón 14</u>	19
16	12	19	16	12	19
15	14	17	15	18	11
13	<u>Cartón 15</u>	10	13	<u>Cartón 16</u>	10
16	13	19	16	13	19
16	12	17	16	11	18

14	Cartón 17 <hr/>	10	14	Cartón 18 <hr/>	10
17	13	10	17	13	10
16	18	12	16	15	19
14	Cartón 19 <hr/>	11	14	Cartón 20 <hr/>	11
17	14	10	17	14	10
17	13	19	17	18	15
15	Cartón 21 <hr/>	11	15	Cartón 22 <hr/>	11
18	14	11	18	14	11
17	13	16	17	10	19
15	Cartón 23 <hr/>	12	15	Cartón 24 <hr/>	12
18	15	11	18	15	11
18	17	10	18	19	13

16	Cartón 25 <hr/>	12	16	Cartón 26 <hr/>	12
19	15	12	19	15	12
18	11	17	18	10	13

ANEXO 3 **Tabla *Control* - (tabla en la que apuntar en orden las operaciones que aparecen el bingo)**

BINGO
1.
2.
3.
4.
5.
6.
7.
8.
9.
10.
11.
12.
13.
14.
15.
16.
17.
18.
19.
20.
21.
22.

ANEXO 4

Tabla Registro - (tabla sobre la que anotar los resultados de los cartones jugados)

Cartón								
1	10 s	16 r	13 S	19 R	16 s	12 r	11 S	14 R
2	10 S	16 R	13 s	19 r	16 S	12 R	15 S	17 r
3	10 r	17 s	13 R	10 s	16 r	13 s	11 R	12 S
4	10 R	17 S	13 r	10 S	16 R	13 S	18 s	19r
5	11 s	17 r	14 S	10 r	17 s	13 r	15 R	12 S
6	11 S	17 R	14 s	10 R	17 S	13 R	19 s	18 r
7	11 r	18 s	14 R	11 s	17 r	14 s	10 S	12R
8	11 R	18 S	14 r	11 S	17 R	14 S	15 s	16 r
9	12 s	18 r	15 S	11 r	18 s	14 r	10 R	17 S
10	12 S	18 R	15 s	11 R	18 S	14 R	16 s	13 R
11	12 r	19 s	15 R	12 s	18 r	15 s	14 S	17 r
12	12 R	19 S	15 r	12 S	18 R	15 S	11 R	13 s
13	13 s	19 r	16 S	12 r	19 s	15 r	14 S	17 R
14	13 S	19 R	16 s	12 R	19 S	15 R	18 r	11 s
15	13 r	10 S	16 R	13 s	19 r	16 s	12 S	17 R
16	13 R	10 s	16 r	13 S	19 R	16 S	11 s	18 R
17	14 s	10 R	17 S	13 r	10 s	16 r	18 S	12 r
18	14 S	10 r	17 s	13 R	10 S	16 R	15 r	19 S
19	14 r	11 S	17 R	14 s	10 r	17 s	13 S	19 R
20	14 R	11 s	17 r	14 S	10 R	17 S	18 s	15 R
21	15 s	11 R	18 S	14 r	11 s	17 r	13 S	16 R
22	15 S	11 s	18 s	14 R	11 S	17 R	10 S	19 r
23	15 r	12 S	18 R	15 s	11 r	18 s	17 S	10 R
24	15 R	12 s	18 r	15 S	11 R	18 S	19 s	13 R
25	16 s	12 R	19 S	15 r	12 s	18 r	11 S	17 R
26	16 S	12 r	19 s	15 R	12 S	18 R	10 S	13 R

ANEXO 5**Tabla *Control completado* - (tabla con las operaciones en orden del primer bingo)**

BINGO 1		
1.	20-9	11 R
2.	5+8+5	18 s
3.	4+15	19 S
4.	19-0	19 r
5.	20-7	13 R
6.	10+4	14 S
7.	8+5+2	15 s
8.	1+10	11 S
9.	20-10	10 R
10.	21-6	15 R
11.	24-8	16 R
12.	4+8+4	16 s
13.	27-9	18 R
14.	23-6	17 R

Cartón								
1	<u>10</u>	<u>16</u>	<u>13</u>	<u>19</u>	<u>16</u>	12	<u>11</u>	<u>14</u>
2	<u>10</u>	<u>16</u>	<u>13</u>	<u>19</u>	<u>16</u>	<u>12</u>	<u>15</u>	<u>17</u>
3	<u>10</u>	<u>17</u>	<u>13</u>	10	<u>16</u>	13	<u>11</u>	12
4	<u>10</u>	<u>17</u>	<u>13</u>	<u>10</u>	<u>16</u>	13	<u>18</u>	<u>19</u>
5	<u>11</u>	<u>17</u>	<u>14</u>	<u>10</u>	<u>17</u>	<u>13</u>	<u>15</u>	<u>12</u>
6	<u>11</u>	<u>17</u>	<u>14</u>	<u>10</u>	<u>17</u>	<u>13</u>	<u>19</u>	<u>18</u>
7	<u>11</u>	<u>18</u>	<u>14</u>	<u>11</u>	<u>17</u>	14	<u>10</u>	<u>12</u>
8	<u>11</u>	<u>18</u>	<u>14</u>	<u>11</u>	<u>17</u>	14	<u>15</u>	<u>16</u>
9	<u>12</u>	<u>18</u>	<u>15</u>	<u>11</u>	<u>18</u>	<u>14</u>	<u>10</u>	<u>17</u>
10	<u>12</u>	<u>18</u>	<u>15</u>	<u>11</u>	<u>18</u>	<u>14</u>	<u>16</u>	<u>13</u>
11	12	<u>19</u>	<u>15</u>	12	<u>18</u>	<u>15</u>	<u>14</u>	<u>17</u>
12	12	<u>19</u>	<u>15</u>	12	<u>18</u>	<u>15</u>	<u>11</u>	<u>13</u>
13	<u>13</u>	<u>19</u>	<u>16</u>	12	<u>19</u>	<u>15</u>	<u>14</u>	<u>17</u>
14	<u>13</u>	<u>19</u>	<u>16</u>	<u>12</u>	<u>19</u>	<u>15</u>	<u>18</u>	<u>11</u>
15	<u>13</u>	<u>10</u>	<u>16</u>	13	<u>19</u>	<u>16</u>	12	<u>17</u>
16	<u>13</u>	<u>10</u>	<u>16</u>	<u>13</u>	<u>19</u>	<u>16</u>	<u>11</u>	<u>18</u>
17	<u>14</u>	<u>10</u>	<u>17</u>	<u>13</u>	10	<u>16</u>	<u>18</u>	<u>12</u>
18	<u>14</u>	<u>10</u>	<u>17</u>	<u>13</u>	<u>10</u>	<u>16</u>	<u>15</u>	<u>19</u>
19	<u>14</u>	<u>11</u>	<u>17</u>	<u>14</u>	<u>10</u>	17	<u>13</u>	<u>19</u>
20	<u>14</u>	<u>11</u>	<u>17</u>	14	<u>10</u>	<u>17</u>	<u>18</u>	<u>15</u>
21	<u>15</u>	<u>11</u>	<u>18</u>	<u>14</u>	<u>11</u>	<u>17</u>	<u>13</u>	<u>16</u>
22	<u>15</u>	<u>11</u>	<u>18</u>	<u>14</u>	<u>11</u>	<u>17</u>	<u>10</u>	<u>19</u>
23	<u>15</u>	12	<u>18</u>	<u>15</u>	<u>11</u>	<u>18</u>	<u>17</u>	<u>10</u>
24	<u>15</u>	12	<u>18</u>	<u>15</u>	<u>11</u>	<u>18</u>	<u>19</u>	<u>13</u>
25	<u>16</u>	12	<u>19</u>	<u>15</u>	12	<u>18</u>	<u>11</u>	<u>17</u>
26	<u>16</u>	12	<u>19</u>	<u>15</u>	12	<u>18</u>	<u>10</u>	<u>13</u>

Leyenda de la tabla anterior

- El subrayado indica los números tachados por los alumnos (Por tanto, para que un cartón esté correctamente jugado, deberían coincidir los números en rojo y los tachados. Si está subrayado pero no coloreado significa que ese número no ha salido, o sólo ha salido una vez en el caso de los repetidos, y el alumno lo ha tachado. Si está coloreado pero no subrayado, significa que el número ha salido pero el alumno no lo ha tachado).
- El color rojo indica los números que deberían haber sido tachados en cada cartón.
- El color azul indica los cartones en los que no han cometido ningún fallo.
- El cartón 21 es el ganador.
- El color rosa indica que ese cartón debería también haber cantado bingo pero no lo ha hecho.
- El color amarillo indica los cartones en los que se han marcado todos los números, con el consiguiente bingo incorrecto.

ANEXO 7 **Tabla *Errores* - (tabla con los errores cometidos por los alumnos en el primer bingo)**

Nº de cartón	Fallos por exceso	Qué números	Fallos por omisión	Qué números
2	1	12		
4	1	10	1	18
5	2	12, 17		
6	1	17		
7	1	12	1	11
8			1	11
9	1	12		
10	1	12		
12			1	15
14	1	12		
16	1	13		
17	1	12		
18	1	10		
19	1	14		
20	1	17		
22			1	18

Nombre del juego: Bingo matemático

Curso: 4ºA

Fecha: 8-05-2014

Entender las reglas	Los alumnos han entendido las reglas. Sin embargo, alguno de los bingos erróneos puede que se haya debido a que al salir un número que ellos tenían repetido, los alumnos hubiesen tachado los dos en vez de solo uno.
Inventar las reglas	No, pero quizá relacionado en cierta medida con el fallo comentado en la celda superior
Saber cómo ganar	Sabían perfectamente que para ganar había que tachar los 8 números. Cabía la posibilidad de haber más de un ganador, y así tenía que haber sido si una alumna no hubiera cometido un error.
Valorar el material	Los cartones eran adecuados y los resultados sobre los mismos, se podían analizar posteriormente sin dificultad alguna.
Tiempo para cada jugada	Entre 2-4 segundos para decir en voz alta la operación, y entre 5-8 para realizarlas. En torno a 8-12 segundos cada jugada.
Duración del juego	Entrega de material y explicación 5 minutos; jugar 5 minutos. En total 10 minutos
Control de las jugadas	Ficha de control sencilla de manejar adecuada para las características de la actividad
Integración de los alumnos	Alumnos muy atentos y en silencio, entusiasmados al saber que se iba a hacer un bingo matemático.
Gestión de la clase	No se ha dado ninguna circunstancia que deba ser mencionada respecto a comportamientos; ni ruidos, ni alumnos perdidos (al menos que lo hayan avisado en voz alta), etc.
Saber perder	No se ha enfadado ningún alumno por no haber ganado. Se ha oído un “Halaa...” general al cantar bingo, y aquellos alumnos que han cantado bingo erróneo, se han ido un tanto decepcionados al ver que habían fallado.
Formular las preguntas	No ha sido necesario escribir nada en la pizarra. El juego se ha realizado oralmente, las instrucciones y las operaciones que daban lugar a los números de los cartones.
Dificultades matemáticas	Las dificultades matemáticas que se han presentado han sido en forma de sumas y restas, ambas con y sin llevada. Para las sumas de tres sumandos, de dos sumandos y las restas sin llevada, los números de las operaciones están comprendidos entre 0 y 19, mientras que para las restas con llevada, los números están comprendidos entre 28 y 20, y entre 10 y 1. Por tanto, las restas con llevada serán las operaciones con llevada, y en segundo lugar las sumas con tres sumandos.
Control del ganador	Se han dado bingos erróneos, y una vez comprobado en voz alta que eran equivocados, estos alumnos volvían a sus sitios y no jugaban más. Cuando una alumna ha cantado bingo y al leer sus números en voz alta coincidían con los registrados, es decir, un bingo correcto, entonces ya teníamos una ganadora.
Ganador final	El ganador ha sido único, puesto que sólo se ha realizado un bingo y en caso de empate, que es lo que debería haber sucedido si una alumna no se hubiese equivocado, habría habido dos ganadores.
Otras observaciones	

ANEXO 9 **Tabla *Control completado 2* - (tabla con las operaciones en orden del segundo bingo)**

BINGO 2		
1.	$8+5+2$	15 s
2.	$3+13$	16 S
3.	$7+6+6$	19 s
4.	$16-2$	14 r
5.	$1+10$	11 S
6.	$21-9$	12 R
7.	$2+7+5$	14 s
8.	$14+4$	18 S
9.	$2+11$	13 S
10.	$24-8$	16 R
11.	$20-10$	10 R

ANEXO 10 Tabla *Registro completado 2* - (tabla con los resultados de los cartones del segundo bingo)

Cartón								
1	<u>10</u>	<u>16</u>	<u>13</u>	<u>19</u>	<u>16</u>	<u>12</u>	<u>11</u>	<u>14</u>
2	<u>10</u>	<u>16</u>	<u>13</u>	<u>19</u>	<u>16</u>	<u>12</u>	<u>15</u>	17
3	<u>10</u>	17	<u>13</u>	10	<u>16</u>	13	<u>11</u>	<u>12</u>
4	<u>10</u>	17	<u>13</u>	10	<u>16</u>	13	<u>18</u>	<u>19</u>
5	<u>11</u>	17	<u>14</u>	<u>10</u>	17	<u>13</u>	<u>15</u>	<u>12</u>
6	<u>11</u>	17	<u>14</u>	<u>10</u>	17	<u>13</u>	<u>19</u>	<u>18</u>
7	<u>11</u>	<u>18</u>	<u>14</u>	11	17	<u>14</u>	<u>10</u>	<u>12</u>
8	<u>11</u>	<u>18</u>	<u>14</u>	11	17	<u>14</u>	<u>15</u>	<u>16</u>
9	<u>12</u>	<u>18</u>	<u>15</u>	<u>11</u>	18	<u>14</u>	<u>10</u>	17
10	<u>12</u>	<u>18</u>	<u>15</u>	<u>11</u>	18	<u>14</u>	<u>16</u>	<u>13</u>
11	<u>12</u>	<u>19</u>	<u>15</u>	12	<u>18</u>	15	<u>14</u>	17
12	<u>12</u>	<u>19</u>	<u>15</u>	12	<u>18</u>	15	<u>11</u>	<u>13</u>
13	<u>13</u>	<u>19</u>	<u>16</u>	<u>12</u>	<u>19</u>	<u>15</u>	<u>14</u>	17
14	<u>13</u>	<u>19</u>	<u>16</u>	<u>12</u>	19	<u>15</u>	<u>18</u>	<u>11</u>
15	<u>13</u>	<u>10</u>	<u>16</u>	13	<u>19</u>	<u>16</u>	<u>12</u>	17
16	<u>13</u>	<u>10</u>	<u>16</u>	13	<u>19</u>	<u>16</u>	<u>11</u>	<u>18</u>
17	<u>14</u>	<u>10</u>	17	<u>13</u>	10	<u>16</u>	<u>18</u>	<u>12</u>
18	<u>14</u>	<u>10</u>	17	<u>13</u>	10	<u>16</u>	<u>15</u>	<u>19</u>
19	<u>14</u>	<u>11</u>	17	<u>14</u>	<u>10</u>	17	<u>13</u>	<u>19</u>
20	<u>14</u>	<u>11</u>	17	<u>14</u>	<u>10</u>	17	<u>18</u>	<u>15</u>
21	<u>15</u>	<u>11</u>	<u>18</u>	<u>14</u>	11	17	<u>13</u>	<u>16</u>
22	<u>15</u>	<u>11</u>	<u>18</u>	<u>14</u>	11	17	<u>10</u>	<u>19</u>
23	<u>15</u>	<u>12</u>	<u>18</u>	15	<u>11</u>	18	17	<u>10</u>
24	<u>15</u>	<u>12</u>	<u>18</u>	15	<u>11</u>	18	<u>19</u>	<u>13</u>
25	<u>16</u>	<u>12</u>	<u>19</u>	<u>15</u>	12	<u>18</u>	<u>11</u>	17
26	<u>16</u>	<u>12</u>	<u>19</u>	<u>15</u>	12	<u>18</u>	<u>10</u>	<u>13</u>

Leyenda tabla anterior

- El subrayado indica los números tachados por los alumnos (Por tanto, para que un cartón esté correctamente jugado, deberían coincidir los números en rojo y los tachados. Si está subrayado pero no coloreado significa que ese número no ha salido, o sólo ha salido una vez en el caso de los repetidos, y el alumno lo ha tachado. Si está coloreado pero no subrayado, significa que el número ha salido pero el alumno no lo ha tachado).
- El color rojo indica los números que deberían haber sido tachados en cada cartón.
- El color azul indica los cartones en los que no han cometido ningún fallo.
- El cartón 1 es el ganador.

ANEXO 11 Tabla *Errores 2* - (tabla con los errores cometidos por los alumnos en el segundo bingo)

Nº de cartón	Fallos por exceso	Qué números	Fallos por omisión	Qué números
2			3	19,16,12
8			1	14
13	1	19		
16			1	10

Nombre del juego: Bingo matemático

Curso: 4ºA

Fecha: 15-05-2014

Entender las reglas	Los alumnos han entendido las reglas y apenas ha habido errores en comparación con lo sucedido la vez anterior.
Inventar las reglas	No se han inventado las reglas.
Saber cómo ganar	Sabían perfectamente que para ganar había que tachar los 8 números. Cabía la posibilidad de haber más de un ganador pero en esta ocasión el ganador ha sido único.
Valorar el material	Los cartones eran adecuados y los resultados sobre los mismos, se podían analizar posteriormente sin dificultad alguna.
Tiempo para cada jugada	Entre 2-4 segundos para decir en voz alta la operación, entre 5-8 para realizarlas y unos 5 segundos para decir en que ronda estábamos y tachar el número de la pizarra. En torno a 12-16 segundos cada jugada.
Duración del juego	Entrega de material, recordatorio de las reglas y explicación de la modificación, 5 minutos; jugar 5 minutos. En total 10 minutos.
Control de las jugadas	Ficha de control sencilla de manejar adecuada para las características de la actividad.
Integración de los alumnos	Alumnos muy atentos y en silencio, entusiasmados como la anterior vez al saber que se iba a hacer un bingo matemático.
Gestión de la clase	No se ha dado ninguna circunstancia que deba ser mencionada respecto a comportamientos; sólo destacar que en 3 ó 4 ocasiones he tenido que repetir en qué ronda estábamos. Esto se ha debido a que entre realizar el cálculo mental, y una vez calculado, si se tenía el resultado en el cartón, tacharlo y poner debajo el número de la ronda, entonces, todo este conjunto les ha resultado un poco lioso y preguntaban en qué ronda estábamos.
Saber perder	No se ha enfadado ningún alumno por no haber ganado. De nuevo, se ha oído un murmullo general de resignación al cantar bingo.
Formular las preguntas	En la pizarra sólo anoté los números en orden del 1 al 20, los cuales iba tachando según la ronda en la que estábamos con el fin de facilitarles la tarea a los alumnos. El juego se ha realizado oralmente, tanto las instrucciones como las operaciones que daban lugar a los números de los cartones.
Dificultades matemáticas	En esta ocasión cabe destacar que apenas ha habido fallos. Sólo se han equivocado 4 alumnos. Esto puede deberse a que al dejar más tiempo entre operación y operación para que anotasen el número de ronda que era, los alumnos han realizado mejor los cálculos con la consiguiente obtención de menos errores. También puede deberse a que hayan estado más concentrados y atentos.
Control del ganador	Cuando una alumna ha cantado bingo y al leer sus números en voz alta coincidían con los registrados, es decir, un bingo correcto, entonces ya teníamos una ganadora.
Ganador final	El ganador ha sido único, puesto que sólo se ha realizado un bingo.
Otras observaciones	

