

Trabajo Fin de Grado

Diseño y montaje de sistemas radar para la
caracterización de la lluvia y el manto nivoso

Design and assembly of radar systems for rain
and snowpack characterization

Autor

Jorge Ciudad Real Lacuesta

Director

Íñigo Salinas Áriz

Ingeniería de Tecnologías y Servicios de Telecomunicación

Con especial cariño a mi familia, que me han apoyado en cada paso, a mis amigos cercanos, que me han dado sentido al camino y a mi tutores que me han ayudado a llegar al destino.

Índice

Índice.....	3
1. Introducción	4
2. El Radar.....	6
2.1 Introducción al radar. Aplicaciones meteorológicas.....	6
2.2 Radar Doppler.....	8
2.3 Radar FMCW.....	9
3. Modelado teórico de las precipitaciones	11
3.1 Difusión Mie	11
3.2 Modelado teórico de la velocidad terminal de la lluvia	14
3.3 Modelado teórico de la velocidad terminal de la nieve.....	17
3.4 Conclusiones teóricas	19
4. Construcción del sistema radar.....	20
4.1 Descripción del dispositivo y la adquisición de datos.....	20
4.2 Sistema Doppler	24
4.3 Sistema FMCW	27
5. Conclusiones y líneas futuras	34
6. Anexos.....	35
6.1 Anexo 1. Valores tabulados Gunn and Kinzer	35
6.2 Anexo 2. Tabla de propiedades del aire a 1 atm de presión	36
6.3 Anexo 3. Tabla de propiedades del agua saturada.....	37
6.4 Anexo 4. Valores utilizados para calcular la velocidad terminal	38
6.5 Anexo 5. Esquema de conexiones del radar.....	39
6.6 Anexo 6. Disposición y conexiones de los pines de la DAQ	40
6.7 Anexo 7. Modelo teórico de la reflectividad y SWE	41
6.8 Anexo 8. Programa Doppler.....	43
6.9 Anexo 9. Programa FMCW.....	45
7. Bibliografía	48

1. Introducción

Las personas convivimos con fenómenos meteorológicos como la lluvia o la nieve que forman parte de nuestro día a día y, dada la frecuencia de estos, es conveniente ser capaces de comprenderlos para así poder predecir y prevenir eventos climáticos y desastres naturales. En este contexto son necesarios sistemas de medida precisos para determinar su caída y deposición en la superficie terrestre.

Antes, las mediciones meteorológicas se basaban principalmente en observaciones visuales y datos de estaciones meteorológicas terrestres. Sin embargo, estas técnicas tenían limitaciones en términos de alcance, precisión y capacidad de medición en tiempo real y, además, podían llegar a ser muy invasivas y los costes eran elevados.

Se pueden encontrar sistemas como radiómetros de microondas, los cuales son sensores que operan a la frecuencia de microondas y se utilizan para medir la radiación electromagnética emitida o reflejada por la atmósfera, brindando información sobre la presencia de agua o nieve. También podemos encontrar sondas atmosféricas, que permiten medir las características de la atmósfera, permitiendo detectar también la presencia de agua o nieve.

Para observar las capas del manto nivoso, la Agencia Española de Meteorología (AEMet) hace uso de una sonda nivométrica (**Figura 1.1**), la cual consta de una regla graduada que se introduce en la nieve para medir su altura, implicando también hacer un agujero profundo para luego detectar las diferentes capas que forman el manto nivoso. Existen también otros métodos como medidores a través de ultrasonidos, cuyo problema reside en la poca reflectancia acústica de la onda mecánica en la nieve de baja densidad, además de la posibilidad de apelmazamiento de la nieve, o medidores basados en láser, cuya problemática principal es la interacción con las capas menos densas de la nieve además de la necesidad de recorrer varios puntos de la superficie y promediar los valores para obtener resultados.



Figura 1.1: Muestra la realización de una cata del manto nivoso aplicando una sonda nivométrica

Este tipo de sistemas presentan algunas desventajas, como limitaciones de precisión, que la medida sea muy invasiva, como en la **Figura 1.1**, o costes y mantenimiento de los dispositivos elevados.

Es por ello que los sistemas radar ofrecen ventajas a la hora de estimar la distribución de velocidades, tipo y ritmo de la precipitación o la altura del manto nivoso una vez

precipitada la nieve mediante el uso de sistemas como el radar Doppler y FMCW (*Frequency Modulated Continuous Wave*).

Los sistemas Doppler permiten medir la velocidad radial de los objetos en movimiento, en este caso gotas de lluvia o copos de nieve, dándonos información valiosa sobre las características dinámicas y la distribución del tamaño de estos en tiempo real.

Por otro lado, los sistemas FMCW utilizan una señal de frecuencia modulada que permite obtener una alta resolución en la medida de distancias, lo que los hace ideales para la medida precisa de la altura del manto nivoso.

Para sacar conclusiones sobre el tamaño de los meteoros, ritmo de caída y cantidad de precipitación, se ha recurrido a una amplia bibliografía de modelos estadísticos que intentan predecir estos valores mediante la estimación del espectro de la velocidad.

Una vez precipitados, y tras obtener los parámetros anteriores, podemos estimar la altura de las deposiciones de una forma no invasiva para luego realizar un estudio sobre la cantidad de agua que se encuentra en el manto nivoso o su densidad, y así predecir la evolución de este a lo largo del tiempo.

Se ha elegido emplear una frecuencia para el radar de 120 GHz, debido a la gran sensibilidad que nos dará a la hora de detectar las gotas de lluvia o los cristales de nieve gracias a su tamaño, pues es comparable a su longitud de onda, permitiendo estimar con mayor precisión su velocidad de caída. Además, permite una mayor sensibilidad en la detección de la nieve en comparación con otras frecuencias. Esto es porque la longitud de onda de 120 GHz es de 2,5 mm, y dado que la estructura cristalina y porosa de los copos de nieve es del orden milimétrico, la onda del radar interactúa con ella y experimenta una dispersión (*scattering*) significativa, facilitando poder obtener información de la señal reflejada. También proporciona mayor resolución en la medida de altura del manto nivoso a través del FMCW, lo que se traduce en estimaciones más precisas de su espesor.

Para poder obtener estas medidas ha sido necesario el diseño tanto de un sistema hardware como software para implementar estas funcionalidades y obtener y procesar las medidas. El sistema consta de una placa donde se transmitirán y recibirán las señales radar. En función de las entradas que utilizemos, podremos realizar con el mismo sistema el radar Doppler y el radar FMCW. Posteriormente, esas señales serán adquiridas mediante un conversor analógico-digital (DAC) y procesadas mediante Matlab.

Una vez construido el prototipo y terminada la parte de software, se procederá a su instalación en *la torre Unizar* de la zona de experimentación de *AEMet* situada en *Sarrios-Formigal* con el objetivo de validar y comprobar los datos.

Este prototipo será complementario a otros sistemas que se encuentran en la zona de experimentación, como un albedómetro, el cual será utilizado para caracterizar el manto nivoso y medir la reflectividad junto con nuestro radar FMCW que medirá la altura de este y así conocer el equivalente en agua de la nieve [**Anexo 7**].

Por tanto, el objetivo final de este TFG es diseño de un sistema de medida que permita obtener la información de las precipitaciones de nieve y lluvia en tiempo real y de manera precisa para su posterior procesado e interpretación con ayuda del resto de instrumentación de la estación experimental de *AEMet*.

2. El Radar

2.1 Introducción al radar. Aplicaciones meteorológicas

Los orígenes del radar se remontan a la Segunda Guerra Mundial con la finalidad de detectar vehículos y transportes aéreos y marítimos con fines militares. Sin embargo, después del fin del conflicto, este tipo de sistemas encontraron aplicaciones civiles en la detección de vuelos comerciales o en el control de tráfico en las carreteras.

Su finalidad ha sido normalmente la medida de distancia, dirección y velocidad de objetos. Su funcionamiento básico consiste en la emisión de una señal radio que, al chocar con un objeto, genera un eco que es recibido por un receptor, obteniendo así los parámetros mencionados antes. Es por ello que se pueden aprovechar estas aplicaciones para el estudio y comprensión de los fenómenos meteorológicos.

Existen multitud de disposiciones de radar, como los que dependen de la posición del emisor y el receptor, donde podemos distinguir los biestáticos (en los que el emisor y el receptor no están en el mismo punto) y los monoestáticos (en los que el emisor y el receptor están en el mismo lugar) [1].

También encontramos otros que dependen de la forma en la que se emite, como los radares pulsados (que emiten una señal y esperan el eco) o los radares de onda continua (en los que la emisión y la recepción son continuas).

Además, en función de su configuración, existen distintos tipos de radares, en especial, dos que serán con los que trabajaremos en este TFG: un radar Doppler para medir la velocidad de caída de las precipitaciones y un radar FMCW para medir la altura del manto nivoso.



Figura 2.1: Radar meteorológico

Para nuestra aplicación, desde mediados del siglo pasado se han realizado numerosos estudios de la tecnología radar para la meteorología, experimentando un gran avance en la detección y estudio de los fenómenos atmosféricos [2]. Uno de los más importantes fue la presentación de un modelo simple que utilizaba un radar para la observación de las precipitaciones, permitiendo demostrar que la intensidad de la

retrodispersión debido a partículas de tamaño mucho más pequeño que la longitud de onda utilizada era directamente proporcional al diámetro del dispersor e inversamente proporcional a la longitud de onda. Este efecto fue posteriormente estudiado por G. Mie[21], desarrollando una teoría más rigurosa para esta dispersión, resolviendo algunos problemas de la anterior para longitudes de onda comparables al tamaño del elemento dispersor.

Para poder modelar las precipitaciones, *Marshall y Palmer* [5] obtuvieron una distribución de velocidades que, junto con las ecuaciones obtenidas por *Edwin et al* [7] para determinar la velocidad terminal de las gotas de lluvia y con los valores tabulados de *Gunn y Kinzer* [8], permite hacer estimaciones muy precisas del comportamiento de estas precipitaciones para poder tener un conocimiento más homogéneo y exacto de los fenómenos meteorológicos.

Uno de los primeros en aplicar estos resultados a uno de los primeros radares Doppler de índice vertical para medir los ritmos de precipitación fue *Atlas* [6], y esto permitió también obtener una mejor caracterización de este tipo de sistemas para usos meteorológicos. Algunas de las conclusiones sobre la distribución de caída de los copos de nieve y su velocidad terminal fueron aprovechadas por *Jiusto y Bosworth* [18] primero y complementados por *Magono y Nakamura* [19] para hacer un estudio sobre este tipo de meteoros debido a la mayor complejidad de modelado debido a sus características.

2.2 Radar Doppler

Cuando hay un movimiento relativo entre una fuente emisora de ondas con dependencia armónica con el tiempo y un receptor, la frecuencia de la onda detectada por el receptor es diferente de la que emite la fuente, mayor si se acerca y menor si se aleja. Este fenómeno se conoce como efecto Doppler.

Es un fenómeno muy común aprovechado en multitud de aplicaciones como en la astronomía, conocido como el “corrimiento al rojo” de las líneas de absorción en el espectro de la luz emitida por una estrella lejana, de manera que, a medida que se aleja del observador en la Tierra, la frecuencia recibida se desplaza hacia el extremo más bajo en frecuencia (provocando un brillo desde la Tierra de tono rojizo) y a medida que se acerca, la frecuencia se incrementa hacia el extremo más alto (provocando un brillo desde la Tierra de tono azulado). Este es uno de los fenómenos que demuestran la expansión del universo [10].

Para nuestra aplicación, este fenómeno será de gran utilidad, pues existe una relación frecuencia-velocidad que nos permitirá obtener la velocidad radial de un meteoro a partir de la diferencia de frecuencia entre la onda emitida y la recibida.

Tomando la ecuación del efecto Doppler para velocidades muy inferiores a las de la luz y teniendo en cuenta que nuestro radar es monoestático [9]:

$$f_r = f_0 \left(1 \pm \frac{2v_b}{c}\right) \quad [2.2 \text{ ec.1}]$$

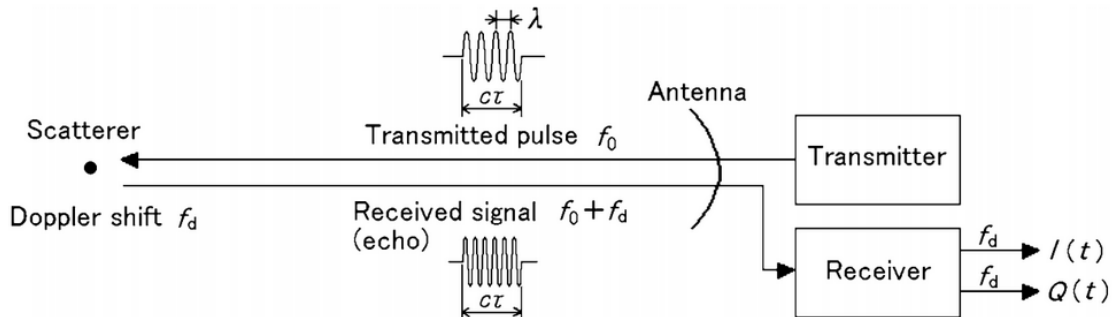


Figura 2.2: Efecto Doppler de una onda electromagnética sobre una partícula dispersora [2].

Donde f_r es la frecuencia recibida en el emisor por la reflexión de la onda emitida de frecuencia f_0 (en nuestro caso, 120 GHz) con velocidad de propagación de la luz c ($c = 3 \cdot 10^8$ [m/s]) en un blanco móvil que se mueve a una velocidad v_b . En función de la dirección del blanco, se puede utilizar el signo “+” cuando el blanco se aproxima al emisor, o “-” cuando este se aleja del emisor. En nuestro caso, trabajaremos con el signo “+” pues lo que vamos a medir es la velocidad terminal de caída de las precipitaciones, y dado que estas se aproximarán al radar, como hemos mencionado antes, la frecuencia se incrementará, obteniendo un desplazamiento Doppler:

$$f_D = f_r - f_0 = \frac{2v_b}{c} f_0 \quad [2.2 \text{ ec.2}]$$

y despejando, podemos obtener la velocidad del blanco:

$$v_b = c \frac{f_D}{2f_0} \quad [2.2 \text{ ec.3}]$$

2.3 Radar FMCW

Un radar FMCW (*Frequency Modulated Continuous Wave*) es un sistema que utiliza la emisión y recepción de una onda modulada en frecuencia para medir la distancia a la que se encuentra un objeto.

Esta onda modulada linealmente en frecuencia se conoce como *chirp* y existen diferentes patrones de modulación cuya elección dependerá de la aplicación que se desee para el radar.

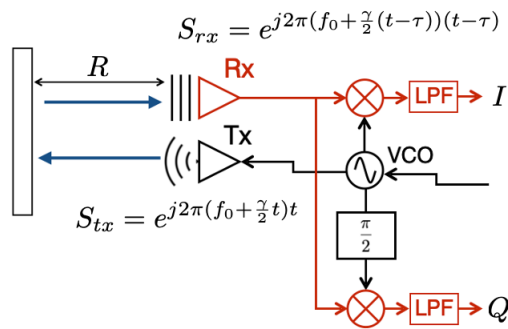


Figura 2.3: Esquema básico de un radar FMCW

En nuestro TFG se ha utilizado un patrón de modulación de diente de sierra (*sawtooth*), que se caracteriza con un aumento de frecuencia con el paso del tiempo (*up-chirp*):

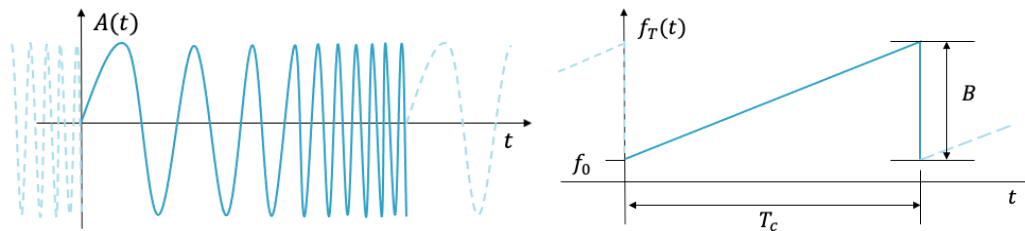


Figura 2.4: Modulación lineal en diente de sierra

Como hemos dicho, la señal *chirp* se genera modulando la frecuencia de la señal portadora con una señal linealmente variable en el tiempo, creando una rampa que se define como $\gamma = \frac{B}{T_c}$, donde B es el ancho de banda, y T_c la duración del *chirp*.

La señal generada es de la forma:

$$S_{tx} = e^{j2\pi(f_0 + \frac{\gamma}{2}t)t} \quad [2.3 \text{ ec.1}]$$

siendo f_0 la frecuencia central de la banda y γ la pendiente la variación lineal de frecuencia.

La señal recibida será más débil que la transmitida, y sufrirá un retardo τ correspondiente al tiempo que tarda la señal transmitida en impactar con el blanco y volver al radar ($\tau = \frac{2R}{c}$, siendo R la distancia entre el radar y el blanco, y c la velocidad de la luz en el vacío):

$$S_{rx} = e^{-j2\pi(f_0 + \frac{\gamma}{2}(t-\tau))(t-\tau)} \quad [2.3 \text{ ec.2}]$$

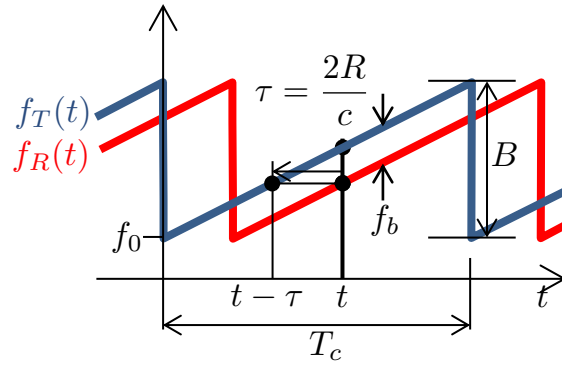


Figura 2.5: Rampa en diente de sierra correspondiente a las señales transmitidas y recibidas

Como se muestra en la **Figura 2.5**, al mezclar la señal transmitida y recibida aparece una frecuencia diferencia (o frecuencia de batido f_b) que puede relacionarse con el retardo que sufre la señal recibida ($f_b = \gamma\tau$).

Dicho retardo se relaciona con la distancia entre el radar y el blanco de la siguiente forma:

$$\tau = \frac{2R}{c} = \frac{f_b}{\gamma} = \frac{f_b T_c}{B} \rightarrow R = c \frac{f_b T_c}{2B} \quad [2.3 \text{ ec.3}]$$

Implementando un mezclador y un filtro paso bajo en la cadena receptora del radar, es posible extraer la frecuencia diferencial y obtener de ahí la distancia recorrida. La señal a la salida del mezclador (señal de batido o de frecuencia intermedia) se calcula de la siguiente forma:

$$\begin{aligned} S_{IF} &= S_{tx} S_{rx}^* = e^{j2\pi(f_0 + \frac{\gamma}{2}t)t} \cdot e^{-j2\pi(f_0 + \frac{\gamma}{2}(t-\tau))(t-\tau)} \\ &= e^{j2\pi(f_0 t + \frac{\gamma}{2}t^2 - f_0 t - \frac{\gamma}{2}t^2 + \frac{\gamma}{2}\tau t + f_0 \tau + \frac{\gamma}{2}\tau t - \frac{\gamma}{2}\tau^2)} = \\ &= e^{j2\pi(\frac{\gamma}{2}\tau t + f_0 \tau + \frac{\gamma}{2}\tau t - \frac{\gamma}{2}\tau^2)} = e^{j2\pi(\gamma\tau t + f_0 \tau - \frac{\gamma}{2}\tau^2)} = e^{j2\pi(f_b t + \varphi)} \end{aligned} \quad [2.3 \text{ ec.4}]$$

Donde podemos definir la fase residual como $\varphi = f_0 \tau - \frac{\gamma}{2}\tau^2 \approx f_0 \tau$. Esta fase será ignorada en la visualización de resultados, y el valor de la frecuencia de batido $f_b = \gamma\tau$ será con el que nos quedemos a la salida del mezclador.

Otro parámetro teórico importante a la hora de trabajar con nuestro radar será la resolución para discernir entre objetos. Para ello, definiremos la anchura espectral de nuestra señal como la inversa del tiempo de chirp ($\delta f \approx \frac{1}{T_c}$), siendo una aproximación al ancho de haz a menos 3dB de la señal sinc (seno cardinal) resultante. Por ello, al igualar ésta a la ecuación **[2.3 ec.3]**, nos dará la distancia mínima de separación entre objetos necesaria para que puedan discriminarse:

$$\delta f_b = \gamma \frac{2}{c} \delta R = \frac{B}{T_c} \frac{2}{c} \delta R \quad [2.3 \text{ ec.5}]$$

Donde δR será la precisión espacial que queramos obtener, cuando la frecuencia de batido es f_b .

También podemos hacer una estimación de la precisión de la fase como:

$$\psi = 2\pi f_0 \tau \rightarrow \delta\psi = f_0 \frac{4\pi}{c} \delta R \quad [2.3 \text{ ec.6}]$$

3. Modelado teórico de las precipitaciones

3.1 Difusión Mie

Dado que vamos a tratar de determinar la velocidad terminal de las gotas de lluvia y de los copos de nieve, es importante entender cómo las ondas de radar interactúan con los meteoros, dado que se produce una dispersión y absorción de la energía de la onda. Para ello y por simplicidad supondremos que las partículas son esferas perfectas.

La frecuencia de nuestro radar es de 120 GHz y su longitud de onda es de 2,5 mm. Sabiendo que los diámetros de las gotas pueden ser de hasta 5 mm, comprobamos que la longitud de onda podría ser incluso más pequeña que la partícula esférica.

El estudio de la dispersión de la radiación electromagnética por partículas suspendidas en un medio se divide en tres regiones: la región Rayleigh (para partículas considerablemente más pequeñas que la longitud de onda), la región Mie (para partículas comparables al tamaño de la longitud de onda o incluso más grandes) y la región óptica (para partículas de tamaño muy superior a la longitud de onda).

El tamaño de nuestra longitud de onda es comparable al tamaño de la partícula, por lo que nos encontraremos en la región Mie. En este caso se tiene alta eficiencia en la mayor retrodispersión (*backscattering*), como se puede ver en la **Figura 3.1**, lo que facilita la detección de estas partículas mediante radar.

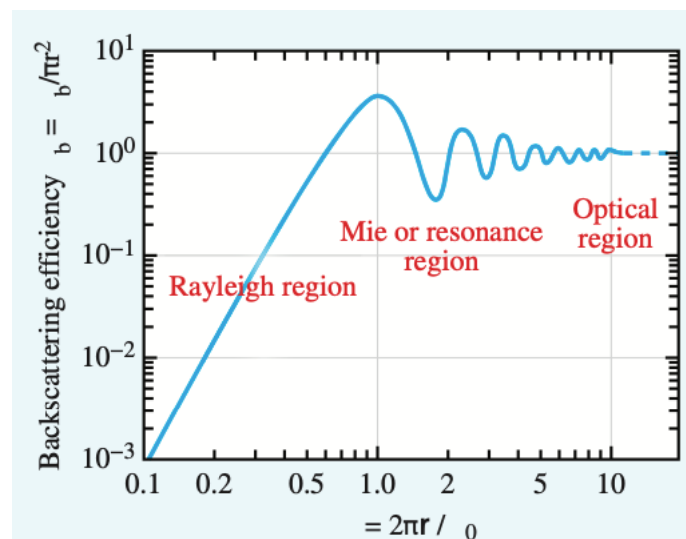


Figura 3.1: Representación de la eficiencia de la retrodispersión para una esfera perfectamente conductora en las tres regiones. [3]

Las eficiencias (Q) de interacción de la radiación con una esfera son las siguientes:

- Eficiencia de absorción (Q_{abs}): Representa la fracción de energía incidente que es absorbida por la partícula, que se puede relacionar con el valor de la sección transversal de absorción (σ_{abs}), que nos da la relación entre la potencia absorbida (P_{abs}) y la densidad de potencia incidente (S_i), siendo $\sigma_{abs} \equiv \frac{P_{abs}}{S_i}$.
- Eficiencia de *scattering* (Q_{sca}): Representa la fracción de energía incidente que es dispersada por la partícula sin ser absorbida, el cual se puede relacionar con el valor de la sección transversal de dispersión (σ_{sca}), que nos da la relación

entre la potencia dispersada (P_{sca}) y la densidad de potencia incidente (S_i), siendo $\sigma_{sca} \equiv \frac{P_{sca}}{S_i}$.

- Eficiencia de extinción (Q_{ext}): Representa la fracción de la energía incidente que es absorbida y dispersada por la partícula, el cual se puede relacionar con el valor de la sección transversal de extinción (σ_{ext}), que nos da la relación entre la potencia total (P_{ext}) y la densidad de potencia incidente (S_i), siendo:

$$\sigma_{ext} \equiv \frac{P_{ext}}{S_i} \rightarrow \sigma_{ext} = \sigma_{abs} + \sigma_{sca} \quad [3.1 \text{ ec. } 1]$$

Que normalizando estos valores a la sección transversal geométrica de una partícula de radio 'a' ($\sigma_g = \pi a^2$), llegando a relacionarse con los valores de eficiencia y obteniendo:

$$Q_{ext} = \frac{\sigma_{ext}}{\sigma_g}, Q_{sca} = \frac{\sigma_{exscat}}{\sigma_g}, Q_{abs} = \frac{\sigma_{abs}}{\sigma_g} \quad [3.1 \text{ ec. } 2]$$

Y por consiguiente:

$$Q_{ext} = Q_{abs} + Q_{sca} \quad [3.1 \text{ ec. } 3]$$

Estos valores pueden ser expresados mediante los *coeficientes de Mie*, obteniendo:

$$Q_{ext} = \frac{2}{x^2} \sum_{n=1}^{\infty} (2n+1) \text{Re}(a_n + b_n) \quad [3.1 \text{ ec. } 4]$$

$$Q_{sca} = \frac{2}{x^2} \sum_{n=1}^{\infty} (2n+1) (|a_n|^2 + |b_n|^2) \quad [3.1 \text{ ec. } 5]$$

$$Q_{abs} = \frac{1}{x^2} \left| \sum_{n=1}^{\infty} (2n+1) (-1)^n (a_n - b_n) \right|^2 \quad [3.1 \text{ ec. } 6]$$

Donde $x = kr = \frac{2\pi r}{\lambda}$, que relaciona el número de ondas con el radio r de una esfera, n es el orden de los términos relacionados con el número de veces que el campo electromagnético se envuelve alrededor de la partícula durante la dispersión y la absorción, a_n y b_n son los coeficientes de Mie, que fueron expresados por *Van de Hulst [21]* en función de las funciones esféricas de *Riccati-Bessel* y el índice complejo m de refracción de la partícula:

$$a_n = \frac{\psi'_n(y)\psi_n(x) - m\psi_n(y)\psi'_n(x)}{\psi'_n(y)\zeta_n(x) - m\psi_n(y)\zeta'_n(x)} \quad [3.1 \text{ ec. } 7]$$

$$b_n = \frac{m\psi'_n(y)\psi_n(x) - \psi_n(y)\psi'_n(x)}{m\psi'_n(y)\zeta_n(x) - \psi_n(y)\zeta'_n(x)} \quad [3.1 \text{ ec. } 8]$$

Donde $y = mka = m\frac{2\pi a}{\lambda}$, $\psi_n(x)$ y $\zeta_n(x)$ son las funciones esféricas de *Riccati-Bessel* de orden n , y $\psi'_n(x)$ y $\zeta'_n(x)$ son las derivadas radiales de las funciones esféricas de *Riccati-Bessel* de orden n de primer (J_n) y segundo tipo (Y_n), y $H_n^{(2)}$ la *función de Hankel* de segundo tipo (útil para representar soluciones de ondas salientes en simetrías esféricas), las cuales se pueden definir como:

$$\psi_n(x) = \sqrt{\frac{\pi x}{2}} J_{n+\frac{1}{2}}(x) \quad [3.1 \text{ ec. } 9]$$

$$\zeta_n(x) = \sqrt{\frac{\pi x}{2}} H_{n+\frac{1}{2}}^{(2)}(x) = \sqrt{\frac{\pi x}{2}} \left[J_{n+\frac{1}{2}}(x) - jY_{n+\frac{1}{2}}(x) \right] \quad [3.1 \text{ ec. } 10]$$

Si ignoramos la interacción mutua entre partículas, la contribución de eficiencias para el conjunto de la precipitación, equivaldría a **[3]**:

$$k_{ext} = \sum_{j=1}^{N_v} Q_{ext}(r_j, n) = \sum_{j=1}^{N_v} Q_{abs}(r_j, n) + \sum_{j=1}^{N_v} Q_{sca}(r_j, n) = k_{abs} + k_{sca} \quad \mathbf{[3.1ec.11]}$$

El conjunto de la precipitación depende de j , que es el índice referido para cada meteoro y N_v que es la densidad de precipitación, la cual dependerá de la distribución que siga que en función de si son gotas de lluvia o copos de nieve, tomarán sus respectivos coeficientes (como se explicará más adelante) para la distribución general **[3.2 ec.1]** definida aquí en función del radio como $p(r)$, comprobando esta dependencia con los valores de eficiencia como:

$$k = \int_0^{\infty} p(r)Q(r, n) dr \quad \mathbf{[3.1 ec. 12]}$$

3.2 Modelado teórico de la velocidad terminal de la lluvia

Durante años se ha tratado de entender el comportamiento de la lluvia, para así mejorar tanto las predicciones de este tipo de precipitaciones como su comportamiento ante la propagación de ondas electromagnéticas en espacio libre, debido a su capacidad de atenuar las señales de radiofrecuencia, y así tener un conocimiento más homogéneo de este tipo de eventos climáticos tan habituales en nuestro planeta.

Este modelado es de vital importancia para nuestro TFG dado que uno de los objetivos finales es obtener la velocidad de las precipitaciones a través del radar Doppler, y para ello, es necesario calcular a través de estos modelos teóricos las velocidades terminales de los meteoros. Uno de los modelos que mejor caracteriza el comportamiento de la lluvia es el modelo de *Marshall-Palmer* [5], el cual es dependiente del diámetro de las gotas y del ritmo de precipitación.

Exceptuando diámetros pequeños (por debajo de 1 mm) las observaciones experimentales pueden ajustarse a la siguiente expresión:

$$N_D(D) = N_0 e^{-\Lambda D} = N_0 e^{\frac{-\alpha D}{D_0}} \quad [3.2 \text{ ec.1}]$$

Donde $\alpha = \Lambda D_0$ y N_D representa el número de partículas por el intervalo del diámetro de la partícula comprendido entre D y $D + d\delta$ en m^{-4} y con:

$$N_0 = 0.08 \text{ cm}^{-4} \quad [3.2 \text{ ec.2}]$$

$$\Lambda = 41R^{-0.21} \text{ cm}^{-1} \quad [3.2 \text{ ec.3}]$$

Donde Λ es un parámetro dependiente del ritmo de precipitación R medido en mm/h.

Podemos observar en la **Figura 3.1** esta distribución para varios valores de R y distintos diámetros, de la que podemos extraer que, a mayor cantidad en la lluvia, más pequeñas serán las gotas, y viceversa, a menor cantidad de lluvia, mayor tamaño de gotas:

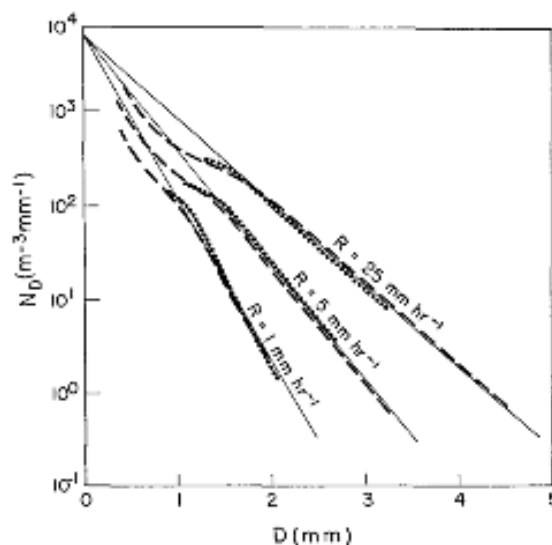


Figura 3.1: Distribución teórica (líneas continuas) comparada con los resultados de Laws y Parson (líneas discontinuas) y con los resultados de Otawwa (líneas punteadas) [5]

Con respecto a la velocidad, es importante establecer el concepto de *velocidad terminal*, la cual se define como la velocidad a la que la fuerza de arrastre del aire se equilibra con la fuerza gravitatoria que actúa sobre el meteoro, en este caso, la lluvia. La velocidad terminal está determinada principalmente por su tamaño y forma, aparte de las propiedades del medio por el que cae, en este caso, la densidad del aire.

A medida que una gota de lluvia cae a través de la atmósfera, experimenta una aceleración inicial debido a la gravedad, pero a medida que aumenta su velocidad, también aumenta la resistencia del aire, equilibrándose finalmente y alcanzando una velocidad constante. Estos datos de velocidad nos serán útiles a la hora de estimar con el radar Doppler los valores máximos y mínimos en los que nos moveremos.

Destacar que, en los modelos que se van a aplicar, se supondrá una atmósfera en reposo, sin considerar componentes verticales y horizontales del tiempo. Para ello, nos centraremos en el trabajo de *Gunn y Kinzer [8]*, los cuales estimaron que el rango de radios de las gotas de lluvia se encuentra entre 0.005 y 0.29 cm, o en números de Reynolds (Re , valor que caracteriza el flujo que se produce alrededor de un objeto o en un conducto, definiéndose como la relación entre las fuerzas inerciales y las viscosas en un flujo), entre 1.8 y 3549.

Definimos la velocidad terminal como el punto en el que la fuerza de arrastre F_d (drag force) de la atmósfera más el empuje del aire E se iguala a la gravitatoria, teniendo:

$$F_g = F_d + E \quad [3.2 \text{ ec.4}]$$

Y considerando el aire como un fluido, la masa efectiva de la gota será la diferencia entre la densidad de la gota (ρ_{agua}) y la densidad del aire (ρ_{aire}) multiplicada por su volumen (considerándolo como una esfera rígida), obteniendo:

$$V(\rho_{agua} - \rho_{aire})g = \frac{1}{2}\rho_{aire}C_dAv_t^2 \quad [3.2 \text{ ec.5}]$$

Donde $V = \frac{4}{3}\pi r^3$, η la viscosidad del aire, v_t la velocidad terminal, C_d el coeficiente de arrastre (el cual cuantifica la resistencia experimentada por un objeto en movimiento a través de un fluido, en este caso, el aire) y A el área transversal para una gota esférica ($A = \pi r^2$).

Por otro lado, la ecuación del número de Reynolds:

$$Re = \frac{2rv_t\rho_{aire}}{\eta} \quad [3.2 \text{ ec.6}]$$

Por tanto, a menor velocidad, menor número de Reynolds. Esto implicará que estaremos trabajando con un flujo laminar y el fluido estará de forma ordenada y sin mezclarse mucho entre sí, haciendo que no sea turbulento.

Nuestro sistema también se verá afectado como hemos visto en la ecuación [3.2 ec.5] por un coeficiente de arrastre C_d , calculado como:

$$C_d = \frac{2V(\rho_{agua}-\rho_{aire})g}{\rho_{aire}v_t^2A} \quad [3.2 \text{ ec.7}]$$

Como nos basaremos en la tabla de *Gunn y Kinzer* para obtener el número de Reynolds y así conseguir finalmente nuestra velocidad terminal, será de ayuda calcular el producto del coeficiente de arrastre C_d y Re^2 a través de:

$$C_d Re^2 = \frac{8 mg \rho_{aire}}{\pi \eta^2} = \frac{8 V g (\rho_{gota} - \rho_{aire}) \rho_{aire}}{\pi \eta^2} = \frac{8}{\pi} \frac{4}{3} \pi r^3 \frac{g (\rho_{gota} - \rho_{aire}) \rho_{aire}}{\eta^2}$$

$$= \frac{32}{3} r^3 \frac{g (\rho_{gota} - \rho_{aire}) \rho_{aire}}{\eta^2}$$

[3.2 ec.8]

De donde, aplicando la tabla **[Anexo1]** podemos obtener el número de Reynolds, y extraer nuestra velocidad terminal como:

$$v_t = \frac{Re \eta}{2r \rho_{aire}} \quad [3.2 ec.9]$$

A esta ecuación de la velocidad terminal se le aplica un término de corrección de deslizamiento (*slip correction*, que es el fenómeno de deslizamiento relativo entre el aire y la gota que cae sobre la atmósfera) que denotaremos con S , y que fue definido por *Knudsen y Weber* [7] con la siguiente ecuación:

$$S = 1 + \frac{l}{r} (1.23 + 0.41 e^{-0.88 \frac{r}{l}}) \quad [3.2 ec.10]$$

Donde l es otro factor de corrección definido por *Chapman y Enskog* [7], y es conocido como la distancia libre media (*mean free path*) y que se define como la distancia media promedio que una partícula puede recorrer antes de colisionar con otras partículas o sufrir alguna interacción. Siguiendo las correcciones de *Ranz y Wong* [7], la podemos obtener como:

$$l = \frac{0.812 \cdot 10^{-8}}{\rho_{aire}} \quad [3.2 ec.11]$$

Finalmente, aplicando la corrección de deslizamiento para la velocidad terminal, sería:

$$v_t = S \frac{Re \eta}{2r \rho_{aire}} \quad [3.2 ec.12]$$

Como conclusión, podemos obtener de la gráfica de la **Figura 3.2** que conforme aumenta el coeficiente de arrastre, la velocidad terminal disminuye, y tiene sentido con respecto a la [3.2 ec.7], porque cuanto mayor sea este coeficiente y mayor sea el radio del meteoro, mayor será la resistencia al movimiento del objeto, la cual actúa en dirección opuesta al movimiento y reduce su velocidad, provocando que la fuerza gravitacional ya no sea suficiente para seguir acelerando el objeto, estabilizándose antes y alcanzando menor velocidad terminal.

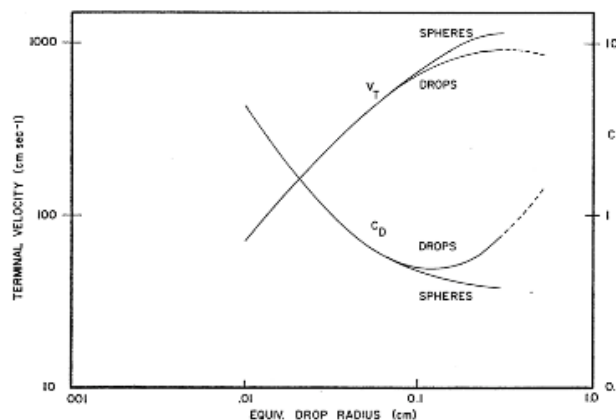


Figura 3.2: Gráfica que muestra la evolución de la velocidad terminal y el coeficiente de arrastre con respecto al aumento del radio de esferas rígidas y gotas (a 20°C y un 50% de humedad relativa) [7]

3.3 Modelado teórico de la velocidad terminal de la nieve

Al igual que la lluvia, la nieve es un fenómeno meteorológico con el que nos encontramos en nuestro día a día, y cuyo modelado teórico es vital para entender su comportamiento, no solo en caída, sino también en su deposición formando el manto nivoso.

La estructura de la nieve es más compleja que la de las gotas de lluvia, no solo en su proceso de formación, sino también en la estructura que forma. Podríamos decir que la estructura de la lluvia es uniforme y homogénea en comparación con la nieve, pues al congelarse el agua en la atmósfera, se forman cristales, generando patrones hexagonales que no cubren todo su volumen, produciendo que en su estructura haya huecos (poros). Es principalmente esta porosidad entre sus estructuras cristalinas milimétricas (generadas de manera aleatoria) lo que produce que su modelado sea mucho más complejo que el de las gotas de lluvia.

Según observaciones que se han realizado para la nieve, *Gunn y Marshall* [5] dedujeron que la distribución que seguían los copos de nieve tenía la misma estructura que la de la ecuación [3.2 ec.1] pero con los valores de:

$$N_0 = 0.038R^{-0.87} \text{ cm}^{-4} \quad [3.3 \text{ ec.1}]$$

$$\Lambda = 25.5R^{-0.48} \text{ cm}^{-1} \quad [3.3 \text{ ec.2}]$$

Donde D ahora representa el diámetro fundido de un copo de nieve. El uso de estas ecuaciones generaba ligeras inconsistencias, es por ello que *Sekhon y Srivastava* [5] reajustaron los valores de [3.3 ec.1 y ec.2] generando un conjunto de ecuaciones finales más consistentes y que se ajustan más a la realidad:

$$N_0 = 0.025R^{-0.94} \text{ cm}^{-4} \quad [3.3 \text{ ec.3}]$$

$$\Lambda = 22.9R^{-0.45} \text{ cm}^{-1} \quad [3.3 \text{ ec.4}]$$

Para el cálculo de la velocidad terminal, hemos trabajado con el modelo de *Magono y Nakamura* [19], que considerando el número de Reynolds de los copos cayendo a velocidad terminal, obtenemos:

$$\frac{\pi}{6}d^3(\rho_{cn} - \rho_{aire})g = C_d \frac{\pi}{4}d^2 \frac{1}{2}\rho_{aire}v_t^2 \rightarrow V_t = \left(\frac{4}{3}g \frac{\rho_{cn} - \rho_{aire}}{\rho_{aire}} \frac{d}{C_d}\right)^{1/2} \quad [3.3 \text{ ec.5}]$$

Donde d es el diámetro medio del copo de nieve, g la aceleración gravitatoria, C_d el coeficiente de arrastre, ρ_{cn} la densidad del copo de nieve, ρ_{aire} la densidad del aire y V_t la velocidad terminal. El valor de ρ_{cn} se obtiene de forma empírica a través de la siguiente ecuación:

$$\rho_{cn} = \frac{6m}{\pi ab\sqrt{ab}} \quad [3.3 \text{ ec.6}]$$

Donde m es la masa del copo de nieve, a el eje mayor de la elipse, y b el eje menor.



Figura 3.3: Modelado irregular de la nieve [19]

Como hemos comentado, modelar características de la nieve no es sencillo debido a la complejidad de su estructura, es por ello que los datos como su densidad o su coeficiente de arrastre han sido medidos de forma empírica. Para el caso del coeficiente de arrastre, se ha supuesto un elipsoide poroso con ligeras irregularidades, que mediante el método de mínimos cuadrados y densidades de los copos de nieve en un rango entre 0.1 a 0.3 gr/cm³, resulta en un C_d=1,3, llegando a una expresión reducida de velocidad terminal de:

$$v_t = 880((\rho_{cn} - \rho_{aire})d)^{1/2} \quad \text{[3.3 ec.7]}$$

3.4 Conclusiones teóricas

En el capítulo 3.2 y 3.3 hemos definido las ecuaciones correspondientes para modelar las velocidades terminales tanto de la lluvia como de los copos de nieve.

El rango que hemos puesto de valores de radios de gotas y copos van desde los 0,01 mm hasta los 2,5 mm para así poder comparar ambos comportamientos en las mismas condiciones.

Aplicando la ecuación [3.2 ec.12] con sus respectivas correcciones para la lluvia y la ecuación [3.3 ec.7], y aplicando las tablas de los valores del número de Reynolds en [Anexo1] y las tablas de valores de densidades de viscosidad dinámica, densidad y temperatura del aire [Anexo 2 y 3] hemos obtenido unos valores dentro del rango de velocidades que estimábamos para ambos tipos de precipitaciones:

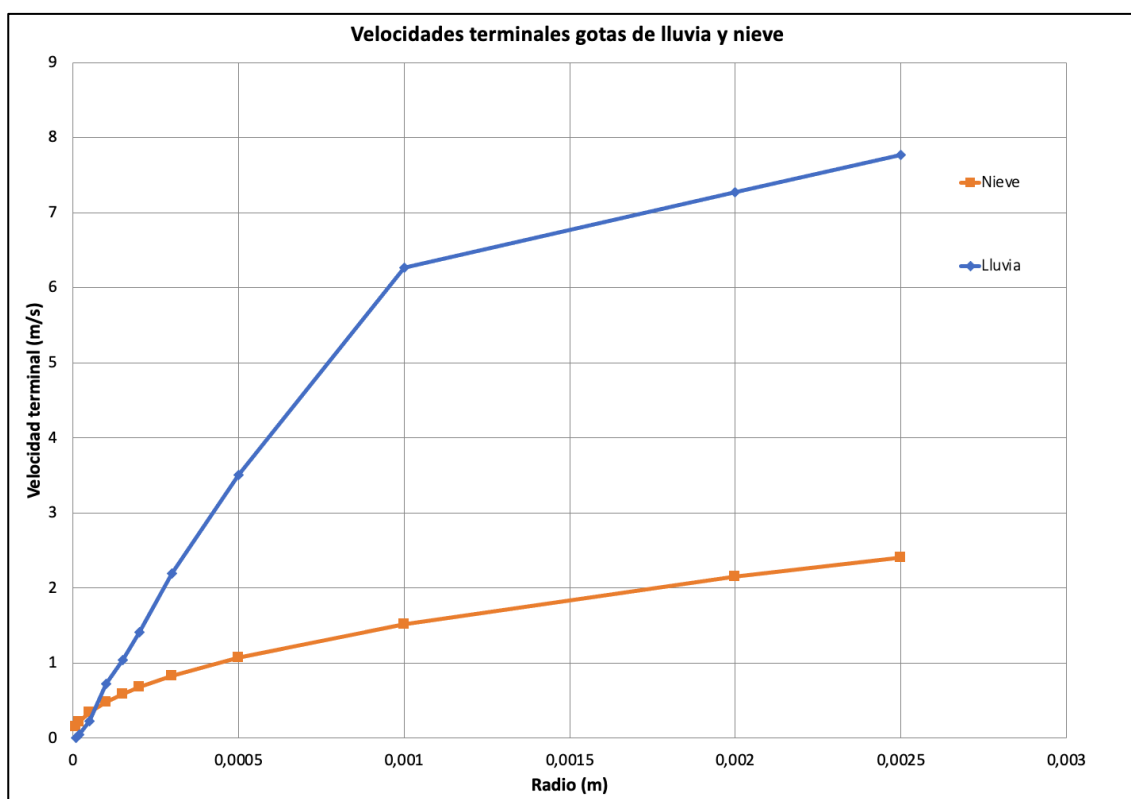


Figura 3.4: Relación de las velocidades terminales con respecto a sus radios de la lluvia y de la nieve (Anexo 4)

Como era de esperar, para los mismos radios, la nieve tiene una velocidad terminal inferior a la lluvia. También es interesante comentar que hay unas condiciones, para radios muy pequeños, donde hay un ligero solapamiento entre nieve y lluvia. En caso de medir esas velocidades con el radar Doppler, podría generar conflicto a la hora de conocer si la precipitación es nieve o lluvia. Es por ello que, en el sistema final, se incluirá una cámara para así poder complementar la medida y evitar errores en la detección del evento.

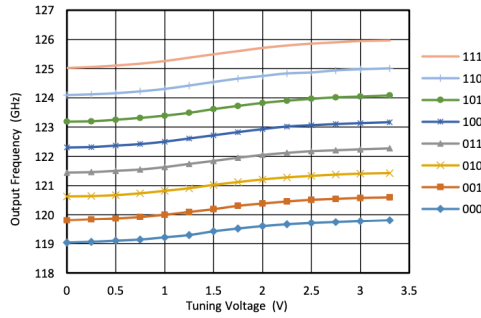


Figure 10 VCO Tuning Curves. V_{t0} is varied, while V_{t1} , V_{t2} and V_{t3} are driven high or low. For example, 011 means $V_{t3} = 0$, $V_{t2} = 3.3$ V and $V_{t1} = 3.3$ V.

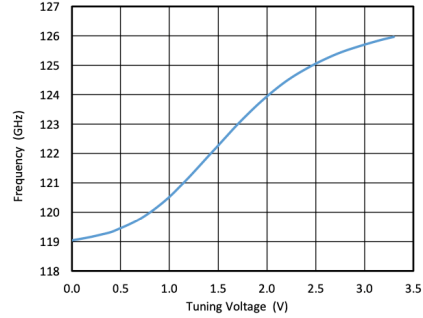


Figure 11 Full Bandwidth VCO Tuning. V_{t0} , V_{t1} , V_{t2} , V_{t3} are interconnected. ($V_{t0} = V_{t1} = V_{t2} = V_{t3}$)

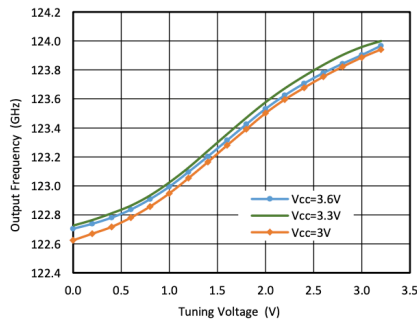


Figure 12 VCO Pushing - $V_{cc} \pm 300$ mV
 $V_{t0} = \text{Sweep}$, $V_{t1} = V_{t2} = 0$, $V_{t3} = 3.3$ V

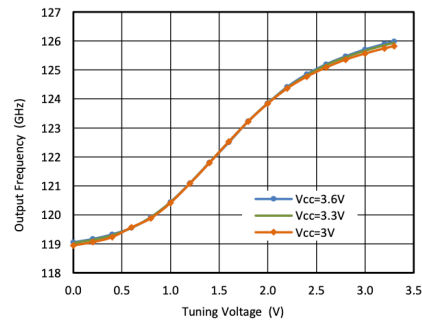


Figure 13 VCO Pushing - Full Bandwidth Operation.
All tuning voltages, $V_{t0} = V_{t1} = V_{t2} = V_{t3}$

Figura 4.2: Distintas configuraciones de entrada al VCO [27]

Mezcladores

El sistema también incluye amplificadores para la señal emitida y recibida y dos mezcladores. Uno de ellos multiplicará la señal emitida por la señal recibida, mientras que el otro utilizará como referencia la señal emitida pero desfasada 90° , para así obtener una señal en fase y otra en cuadratura (I y Q).

En cada uno de los mezcladores se generarán dos señales, una cuya frecuencia será la suma de las frecuencias de la señal emitida y la recibida y otra con la frecuencia diferencia. Suponemos una señal transmitida y recibida como:

$$S_{tx} = A \cos(\omega_t t)$$

$$S_{rx} = A' \cos(\omega_r t + \varphi)$$

Y en el caso del mezclador en cuadratura, $S_{tx} = A \cos\left(\omega_t t + \frac{\pi}{2}\right) = A \sin(\omega_t t)$.

Una vez recibida la señal, se multiplicará por las señales en fase y cuadratura provenientes del oscilador emisor, obteniendo:

$$A \cos(\omega_r t + \varphi) \cos(\omega_t t) = \frac{A}{2} [\cos((\omega_r - \omega_s)t + \varphi) + \cos((\omega_r + \omega_s)t + \varphi)]$$

$$A \cos(\omega_r t + \varphi) \sin(\omega_t t) = \frac{A}{2} [\sin((\omega_r - \omega_s)t + \varphi) + \sin((\omega_r + \omega_s)t + \varphi)]$$

Dado que la suma de $\omega_r + \omega_s$ resultará en una frecuencia muy alta (en torno a 244 GHz), el propio sistema la descartará. Quedará la frecuencia diferencia $\omega_d = \omega_r - \omega_s$, con las siguientes señales I y Q:

$$I = \frac{A}{2} \cos(\omega_d t + \varphi)$$

$$Q = \frac{A}{2} \sin(\omega_d t + \varphi)$$

Este procesado se realiza de forma totalmente analógica en el interior del *chip*, que presenta como salida solamente las dos señales *I* y *Q* de frecuencia intermedia (representadas en el esquema como IF_Ip/IF_In y IF_Qp/IF_Qn, ya que se generan en forma diferencial).

Antenas

Como vemos en la **Figura 4.1**, las antenas se encuentran en el propio chip, y son unas antenas de tipo dipolo, dos para transmisión y otras dos para recepción.

Si observamos el diagrama de radiación de la **Figura 4.3** podemos comprobar que es bastante isotrópico. Esto resulta poco útil para nuestra aplicación, tanto en Doppler como en FMCW.

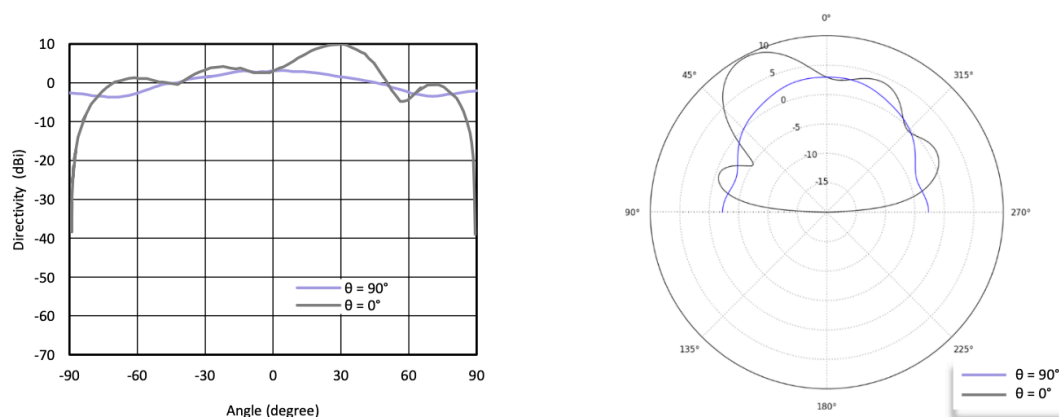


Figura 4.3: Diagrama de radiación original del radar TRA_120_002 [27]

En el primer caso, porque el radar mide solamente la componente de velocidad en la dirección de propagación de la onda, lo que implica que nos interesa tener una dirección de medida precisa y, por tanto, que el haz emitido esté lo más focalizado que sea posible.

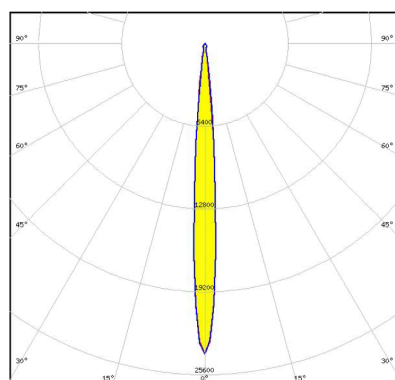


Figura 4.4. Diagrama de radiación del reflector parabólico [28]

En el segundo caso, un haz colimado nos permitiría alcanzar mayores distancias y evitar múltiples trayectorias que provocarían una pérdida de precisión en la medida.

Por esta razón se ha añadido al sistema emisor un reflector parabólico óptico (modelo C18427 Adelia-75-5 de Mouser Electronics) para colimar el haz y así focalizarlo mejor.

Según el fabricante, nos proporcionará un ángulo de 15° de ancho de haz, lo que nos permitirá obtener una mayor directividad en el punto focal del reflector.

Para facilitar el manejo de este circuito integrado, se ha desarrollado una placa de circuito impreso a medida para permitir conectar todas las entradas y salidas con mayor sencillez como se indica en la **Figura 4.5**. Estas conexiones se encuentran de forma más desglosada en los **Anexos 5 y 6**. A esta placa también se le conectará el reflector para conseguir el haz más colimado, colocando el chip en la focal del paraboloide.

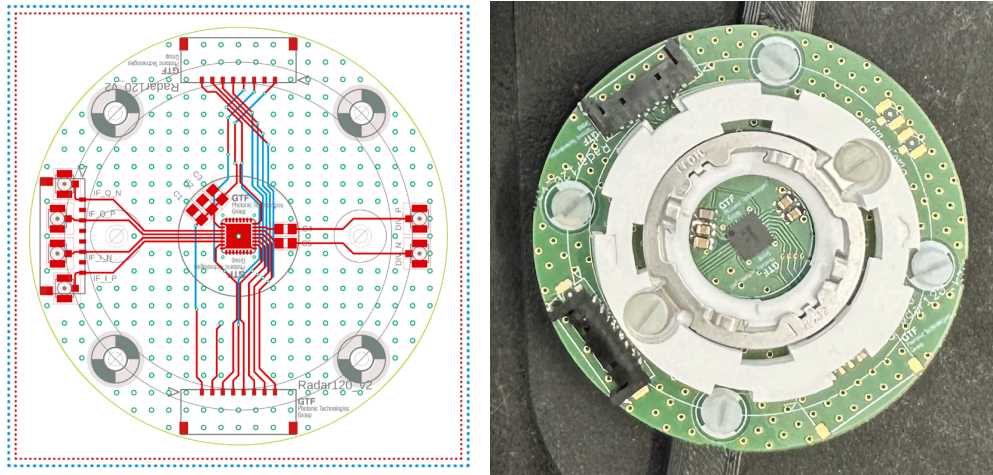


Figura 4.5: A la izquierda, esquemático de la placa donde soldaremos el radar, a la derecha, placa final con el radar y las conexiones soldadas

Adquisición y tratamiento de la señal

Esas señales serán digitalizadas y, mediante la Transformada Rápida de Fourier (FFT) de la señal $S_{mix} = I(t) + jQ(t)$, se obtendrá la frecuencia diferencia ω_d .

Para ello, hemos utilizado un conversor analógico-digital (DAQ) de *National Instruments* modelo NI-6361 [**Anexo 6**], óptimo para aplicaciones que requieren una adquisición de datos en tiempo real con gran resolución y velocidad de muestreo (máximo 2 MS/s, pero como usaremos 4 canales (dos para fase y otros dos para cuadratura, se reduce a 0,5MS/s). La DAQ dispone también de salidas analógicas, una de las cuales será utilizada en el radar FMCW para generar la rampa de voltaje que permite realizar el barrido en frecuencia.

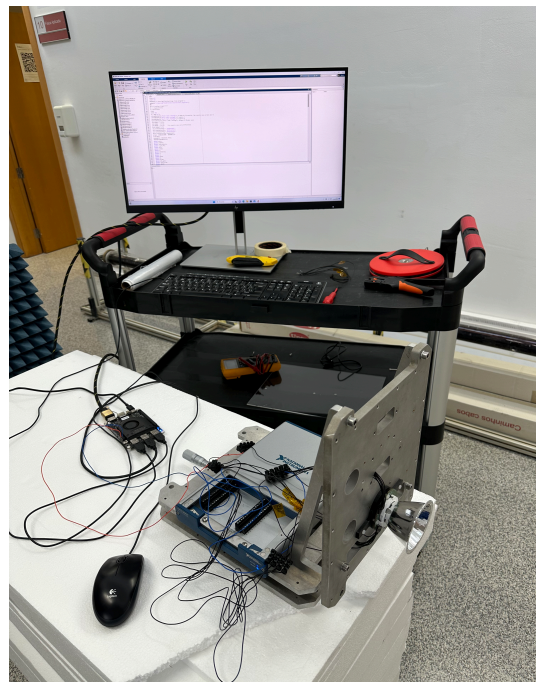


Figura 4.6: Montaje de medida

El programa utilizado para el procesado de la señal y su representación se ha realizado en *Matlab*, instalado en un PC de tarjeta única (*Lattepana Alpha 864*). Este dispositivo incluye en su propia tarjeta un microprocesador *Arduino* que sirve para proporcionar las salidas de alimentación (3.3V) y tierra.

En la **Figura 4.6** podemos comprobar la disposición del sistema para realizar las pruebas de funcionamiento.

4.2 Sistema Doppler

Algoritmo

Para poner en marcha el sistema Doppler, hemos utilizado el entorno de programación Matlab, añadiendo el toolbox “*NI-DAQmx Support From Data Acquisition*” para poder realizar la adquisición de datos con la DAQ y así luego procesarlos.

Tras adquirir las señales en fase y cuadratura, multiplicarlas y restarles su valor medio y así eliminar la componente de continua, se realiza la transformada rápida de Fourier (FFT) de la señal temporal para analizar sus componentes frecuenciales [Anexo 8].

Para extraer la velocidad, simplemente hemos aplicado la ecuación [2.2 ec.3] utilizando como valor para f_d el pico máximo de la transformada de Fourier, el cual nos indicará la frecuencia que corresponde a la velocidad del meteoro.

A partir de los resultados obtenidos en el modelado teórico de las precipitaciones en el capítulo 3, consideramos suficiente obtener una precisión en la medida de la velocidad de 0,1 m/s. Esto condicionará la precisión en la medida de la frecuencia que debe tener nuestro sistema.

Para ello, hemos realizado el problema inverso para así saber que variación de frecuencia necesitamos. Siguiendo la ecuación [2.2 ec.6] y fijando los valores de $f_0=120$ GHz y $v=0,1$ m/s, hemos obtenido que $\Delta f = f_D = 80$ Hz, siendo esta la resolución frecuencial que necesitamos.

Sabiendo esto y aplicando que, a su vez, en la FFT se obtiene $\Delta f = f_D \geq \frac{f_m}{n^{\circ}muestras}$ surgía otro compromiso sobre qué número de muestras y frecuencia de muestreo aplicar. Nos interesa tener un número de muestras grande para que así nuestro Δf sea pequeño y tener mayor resolución en frecuencia. A su vez, $\Delta f = \frac{1}{T_{medida}}$, y dado que nos interesa una adquisición de datos en tiempo real, es recomendable que el tiempo de medida (T_{medida}) sea pequeño, limitando la resolución frecuencial. Por ello, una forma de aumentar el número de muestras sin que afecte al tiempo de medida y aumentando la precisión es aplicar *zero-padding* (añadir muestras de valor cero a la señal adquirida) e interpolar los valores, permitiendo a su vez suavizar la señal.

También hay que tener en cuenta la restricción en la frecuencia de muestreo mínima debido al principio de Nyquist ($f_m \geq 2f_{max}$) para así evitar efectos no deseados como el aliasing. Sabiendo esto, y suponiendo una velocidad máxima de unos 8 m/s y aplicando [2.2 ec.6], obtenemos una $f_{max}=6400$ Hz, lo que se traduce en una frecuencia de muestreo mínima de 12,8 KHz.

Por tanto, sabiendo esto y tras varios ajustes, hemos obtenido que para una precisión de 80 Hz y una $f_m= 13000$ son necesarias un número de muestras de 163.

Para visualizar los resultados, se representan tres gráficas (Figura 4.7). La primera muestra la parte real e imaginaria de la señal temporal recibida, que será $S_{mix} = I(t) + jQ(t)$. La segunda muestra el valor absoluto de la FFT de S_{mix} , y la tercera la velocidad en m/s a la que corresponde la frecuencia del máximo de la FFT.

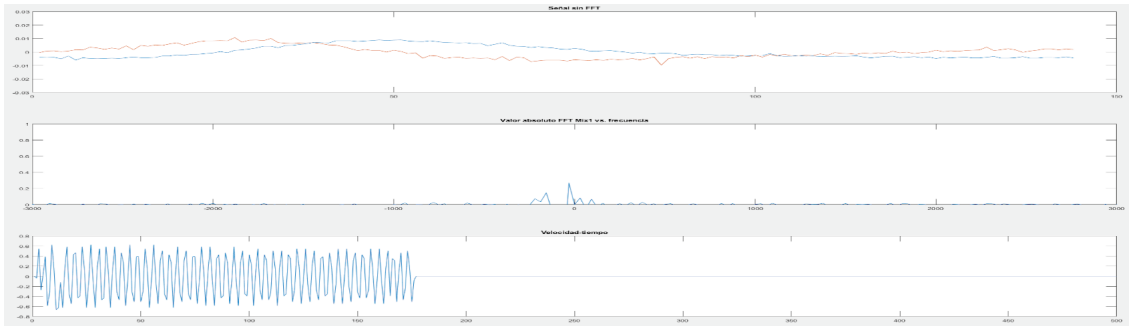


Figura 4.7 : Representación temporal y frecuencial de la señal recibida en Hz y la velocidad del objeto en m/s

Medidas con el sistema Doppler

Para comprobar que, efectivamente, la velocidad obtenida es la correcta, hemos hecho una prueba con un oscilador armónico, del que inicialmente hemos obtenido la constante del muelle k :

$$F_g = F_e \rightarrow mg = k\Delta x \rightarrow k = \frac{mg}{\Delta x} \quad \text{[4.2 ec.1]}$$

Si igualamos la fuerza gravitatoria (F_g) a la fuerza elástica (F_e) podemos despejar k si medimos Δx , la variación de longitud del muelle entre su posición de equilibrio y su nueva posición al añadirle las pesas.

Ahora, para calcular la velocidad máxima, igualamos la energía elástica del muelle (E_e) a la cinética (E_c), donde A es la amplitud de oscilación

$$E_e = E_c \rightarrow \frac{1}{2}kA^2 = \frac{1}{2}mv_{max}^2 \rightarrow v_{max} = A\sqrt{\frac{k}{m}} \quad \text{[4.2 ec.2]}$$

El montaje que hemos realizado se muestra en la **Figura 4.8** y en él el radar se sitúa directamente debajo del oscilador. El peso que tiene el portapesas y las pesas es de 0,177 Kg, que con un valor de Δx de 0,145 metros y aplicando la ecuación [4.2 ec.1], permite obtener el valor de la constante de elasticidad del muelle.

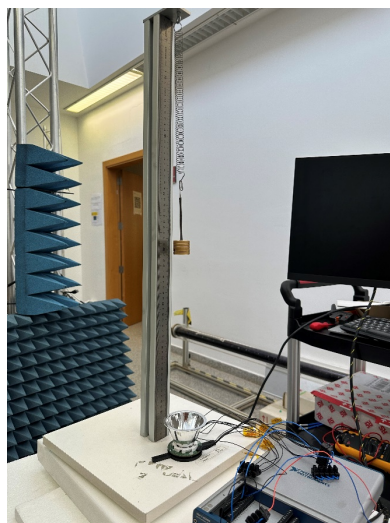


Figura 4.8: Montaje de verificación de la velocidad del radar con el oscilador

Para $k=11,96 \text{ N/m}$, obtenemos una amplitud de 7,2 cm y una velocidad de 0,6 m/s, comprobando que nuestro radar mide correctamente, como se ve en la **Figura 4.9**.

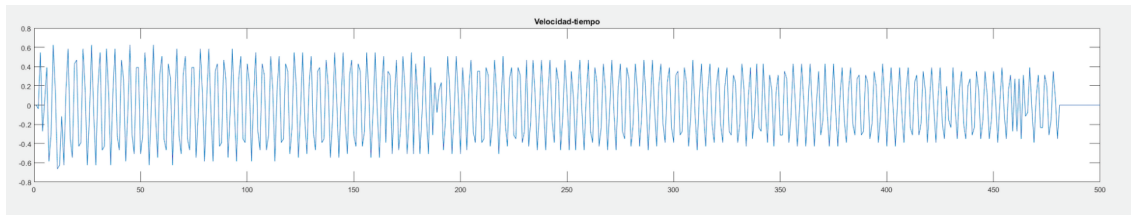


Figura 4.9: Medida de la velocidad del oscilador armónico

Podemos comprobar que, con el paso del tiempo, la velocidad va decreciendo y no mantiene un valor de 0,6m/s constante. Esto se debe al amortiguamiento producido por el muelle, que hace que la amplitud de oscilación vaya reduciéndose por el rozamiento con el aire y la no idealidad del muelle y consecuentemente, reduciendo su velocidad a lo largo del tiempo como podemos ver en la gráfica.

Para verificar nuestras estimaciones sobre la lluvia, pusimos todo el sistema radar en una caja para protegerlo, e hicimos un montaje en una ducha para comprobar si se visualizaba el agua que simulaba la lluvia, además de permitirnos regular de forma manual la presión del agua para poder observar distintas velocidades, obteniendo:

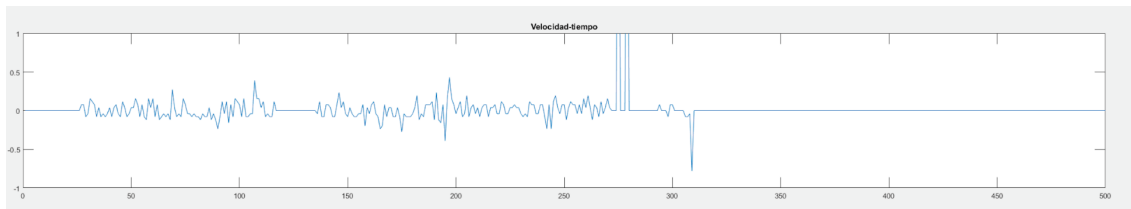


Figura 4.10: Medida de la velocidad terminal del agua en la ducha

Como hemos comprobado en la teoría del Doppler, el signo positivo de la FFT, indica la cercanía al radar del blanco, implicando velocidades positivas. Pero podemos ver en la **Figura 4.10** que surgen ligeros picos de velocidades negativas.

Tras varias observaciones, dedujimos que esto podría deberse a los rebotes de las gotas de agua al caer en la propia caja, implicando una dirección de subida de las gotas y por ello, cambiando el signo de la FFT. Además, estas gotas impiden ver las que están detrás de ellas, que sí viajarían a velocidades mayores, por lo que sólo medimos velocidades pequeñas.

Como hemos comprobado en [3.1 ec. 12], la medida que se produce en la reflexión de partículas esféricas con respecto al *backscattering*, es un promediado del conjunto de la distribución, observando que, en ciertos momentos de la medida, puede haber puntos en los que se produzcan una mayor cantidad de rebotes (cambiando por tanto el signo de la FFT) que gotas cayendo, traduciéndose en que el pico máximo de la FFT que tomamos sea negativo y obteniendo una velocidad negativa.

4.3 Sistema FMCW

Algoritmo

La adquisición de datos es casi exactamente igual que con el sistema Doppler, con la única diferencia de que se ha añadido una salida más para aplicar la rampa de voltaje que permite variar la frecuencia para el pulso *chirp*.

Se ha utilizado la configuración que permite un ancho de banda máximo, lo que implica conectar los 4 valores de V_t a la misma salida analógica.

Un problema importante en esta configuración es que la variación de la frecuencia de la señal emitida no es completamente lineal con el voltaje en las entradas V_t , como se muestra en la **Figura 4.11**. Además, la dependencia proporcionada por el fabricante no se ajusta completamente a la real, por lo que es necesario medirla.

Para ello, se han conectado las dos salidas Div_n y Div_p (que proporcionan la señal emitida pero a una frecuencia 64 veces menor) a un frecuencímetro y, variando las tensiones de entrada de forma manual con una fuente de alimentación, se han obtenido los valores de frecuencia reales correspondientes.

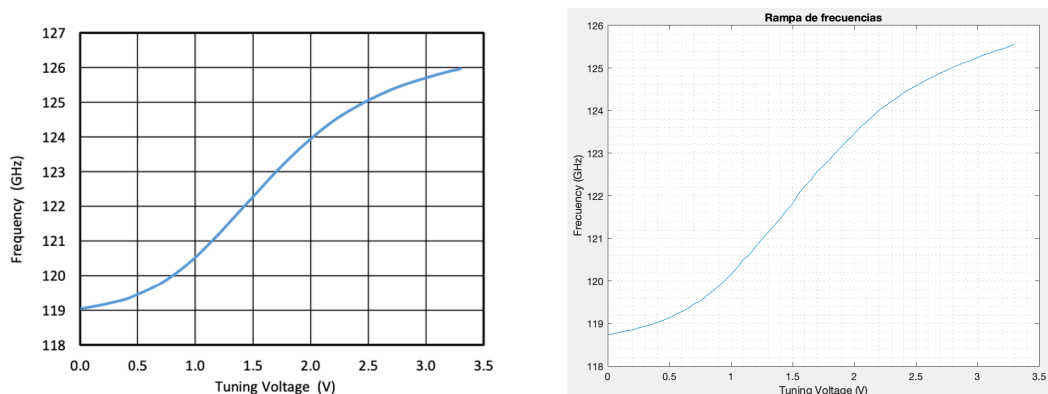


Figura 4.11: A la izquierda, rampa propuesta por el fabricante y a la derecha la medida con el frecuencímetro

Para generar una rampa lineal en frecuencia, será necesario introducir una función de variación de voltaje inversa a la representada en la **Figura 4.11**. Para verificar la rampa a la salida de la DAQ, la hemos medido con un osciloscopio comprobando que efectivamente, la salida era correcta como se indica en la **Figura 4.12**.

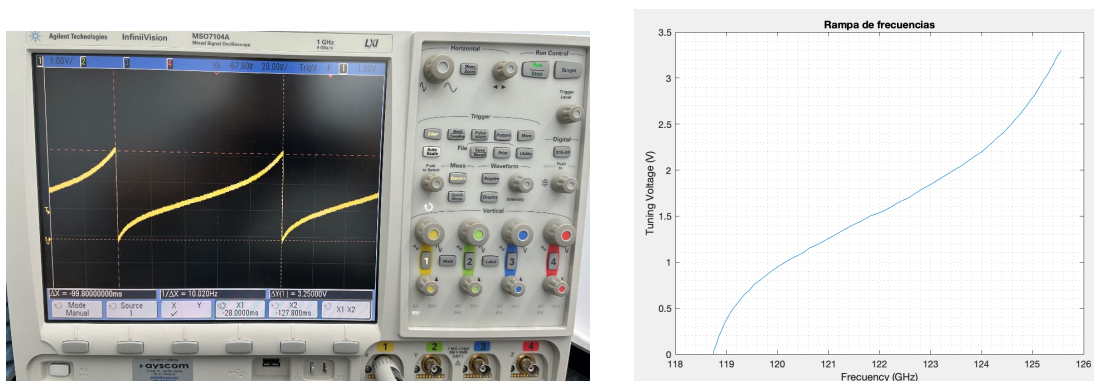


Figura 4.12: A la izquierda, medida de la rampa con el osciloscopio a la salida de la DAQ, y a la derecha, la rampa generada

Para establecer los valores de frecuencia de muestreo y número de muestras, primero hemos determinado la distancia máxima que vamos a medir, en este caso, cinco metros. Por ello, aplicando [2.3 ec.5] para un ancho de banda de 7GHz, nos sale que la frecuencia máxima será de 2,33KHz y teniendo en cuenta el criterio de Nyquist ($f_m \geq 2f_{max}$) sabemos que la frecuencia de muestreo mínima debe de ser 4,66 KHz.

$$f_{max} = \frac{B}{T_{medida}} \frac{2d}{c} = \frac{7 \cdot 10^9}{0,1} \frac{2 \cdot 5}{3 \cdot 10^8} = 2,33 \text{ KHz} \rightarrow f_m \geq 2 \cdot f_{max} = 4,66 \text{ KHz}$$

A su vez, nos interesa medir variaciones de distancias en torno al milímetro, por tanto, aplicando de nuevo [2.3 ec.5] se necesita una resolución frecuencial de 0,46 Hz.

$$f_{min} = \frac{B}{T_{medida}} \frac{2d}{c} = \frac{7 \cdot 10^9}{0,1} \frac{2 \cdot 1 \cdot 10^{-3}}{3 \cdot 10^8} = 0,46 \text{ Hz}$$

La adquisición de datos se ha realizado de forma asíncrona, mediante un evento que indica que el *buffer* está lleno, para evitar errores que se producían en otro caso debido a que la DAQ estaba adquiriendo y generando señales (la rampa de voltaje) de forma simultánea. Según la documentación de la librería de Matlab, esto no debería ser un problema, pero las funciones de adquisición no funcionaban de la forma esperada.

Aplicando esta medida se optimiza el rendimiento del sistema y se realiza una gestión eficiente de los recursos, haciendo que el sistema no procese los datos hasta que el *buffer* (con las dimensiones establecidas) esté lleno.

Sin embargo, la frecuencia máxima con la que puede atenderse un evento de este tipo es de diez veces por segundo, por lo que el número de muestras debe ser como mucho diez veces inferior a la frecuencia de muestreo.

Aplicando este criterio, obtenemos una precisión en la distancia de 21 mm, muy por encima del valor de 1 mm deseado.

$$\Delta f = \frac{f_m}{n^{\circ}muestras} = \frac{f_m}{0,1f_m} = 10 \text{ Hz} \rightarrow d = \frac{\Delta f T_m c}{2 B} = 21,4 \text{ mm}$$

Una solución para aumentar el número de muestras sin afectar a las condiciones iniciales que tenemos es aplicar *zero-padding*, pudiendo a su vez obtener un espectro más suave. También nos permitirá evitar errores de medida al mejorar la detección de componentes frecuenciales cercanos en el caso de posibles segundas reflexiones a la hora de obtener la distancia.

Aplicando tras varios ajustes y pruebas, nos hemos decantado por una disposición de $f_m=15\text{KS}$, $n^{\circ}muestras=1501$ muestras y un *zero-padding=100*.

También, para evitar posibles reflexiones indeseadas provocadas por el reflector, se eliminan las componentes frecuenciales que corresponderían a las distancias cercanas al radar, no teniéndose en cuenta a la hora de calcular la distancia.

Además, hemos realizado una calibración al inicio de la medida para así quitar todo el fondo base que aparece inicialmente y obtener una medida más limpia. En el sistema final esta calibración se implementará mediante una placa metálica móvil que permita tapar el radar con una inclinación de 45º para así obtener la señal de fondo y poder restarla.

También, para reducir el ruido de la señal y mejorar la precisión de la medida, se ha realizado un promediado de la señal recibida.

Tras la calibración inicial y el promediado de las señales de fase y cuadratura, se aplica la FFT a la señal temporal para así poder analizar las componentes frecuenciales. **[Anexo 9]**. Para la obtención de la distancia a la que está el objeto, simplemente hemos aplicado la ecuación **[2.3 ec.5]**, al pico máximo de la transformada de Fourier (una vez descartados los eventos demasiado cercanos).

Para visualizar los datos, hemos representado tres gráficas como se puede comprobar en la **Figura 4.13**. En la primera se muestra la parte real e imaginaria de la señal temporal recibida, en la segunda el valor absoluto de la FFT de la señal S_{mix} y en la tercera la distancia en metros a la que se encuentra el obstáculo en distintos instantes de tiempo.

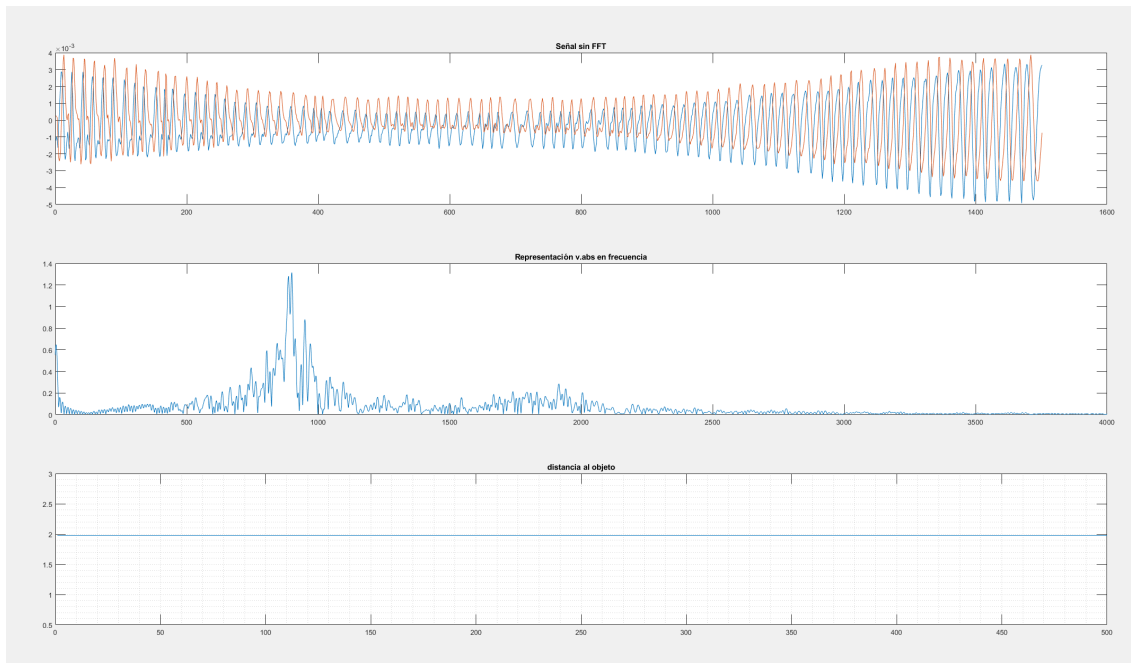


Figura 4.13: Representación temporal y frecuencial de la señal recibida en Hz, y la distancia al obstáculo en metros

Medidas con el sistema FMCW

Para verificar las medidas del sistema, primero es necesario comprobar que las medidas que obtenemos de distancia son las adecuadas. Para ello, inicialmente hemos hecho un montaje (**Figura 4.14**) que consta de una placa metálica que hará de blanco enfrentada al haz del radar con una cinta métrica en el suelo que permitirá medir de forma precisa la distancia.



Figura 4.14: Montaje realizado para la comprobación de las medidas de distancia del radar FMCW

Lo primero que haremos será ir variando el blanco a diferentes distancias para comprobar los resultados de las medidas del radar.

Para una distancia de 2 m, 1000 calibraciones iniciales y 300 promediados de la señal, obtenemos un valor muy cercano de la distancia como podemos comprobar en la **Figura 4.15**:

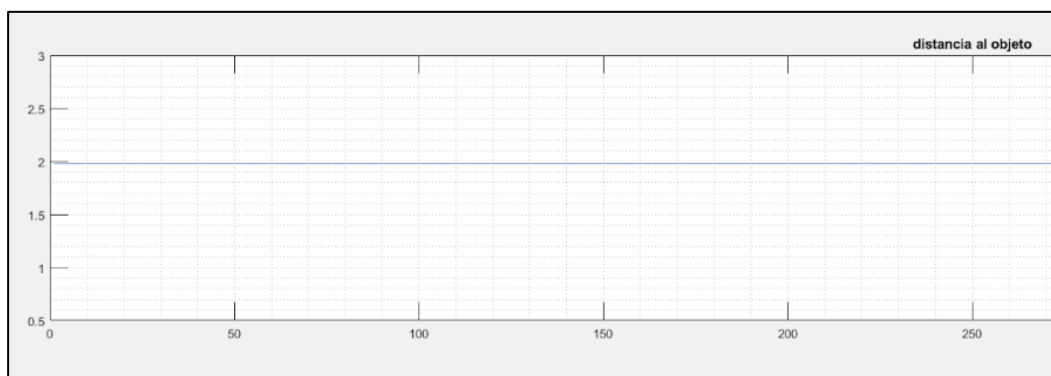


Figura 4.15: Blanco a 2 m con 1000 calibraciones iniciales y 300 promediados.

Y, para una distancia de 5 m con la misma configuración, obtenemos:

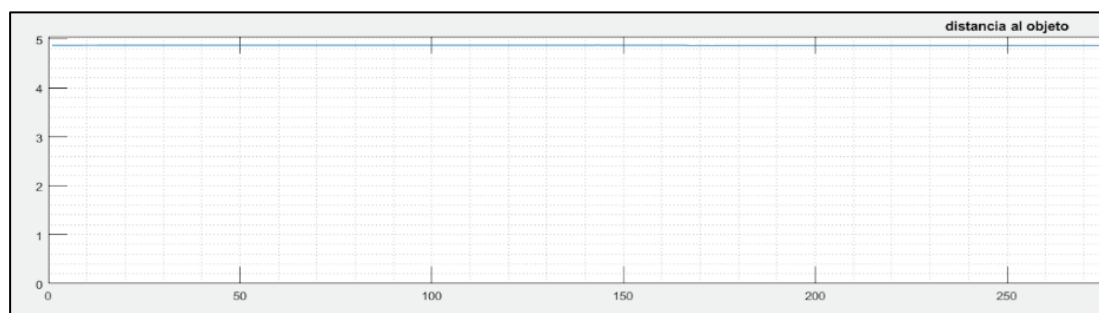


Figura 4.16: Blanco a 5 m con 1000 calibraciones iniciales y 300 promediados

Para estimar la repetitividad de la medida, hemos calculado una desviación estándar de $\pm 0,4$ mm con 500 calibraciones, 300 promediados y factor de zero-padding 50 para un blanco a 2 metros.

Como verificación experimental de la precisión, añadimos al radar un desplazador micrométrico con resolución de 10 micras e hicimos estas medidas con los valores óptimos obtenidos anteriormente. Inicialmente hicimos la prueba desplazando 1 cm con el blanco situado a 1 metro de distancia, obteniendo:

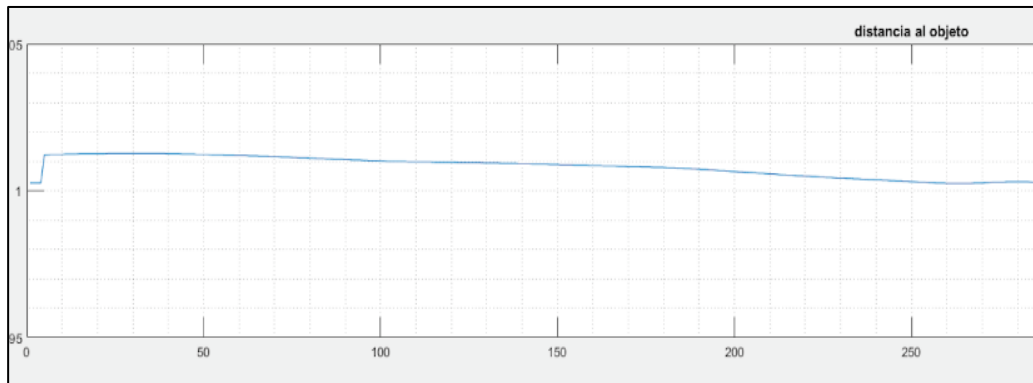


Figura 4.17: Reducción de 1 cm con 2000 calibraciones y 500 promediados

Para comprobar la velocidad de reacción del radar, hicimos la prueba de alejar el blanco 1 cm de forma progresiva y luego volver a acercarlo, pero esta vez de forma más brusca para así ver como se comportaría, y para una mayor complejidad de la prueba, lo hicimos casi a 3 m, obteniendo como se representa en la **Figura 4.17**, un resultado muy satisfactorio. Podemos comprobar en la **Figura 4.18** como iniciando en una distancia de unos 2.885 m, añadiendo 1 cm, esa se va incrementando progresivamente hasta llegar a 2,895, y al quitarle 1 cm de forma brusca, vuelve casi de forma inmediata formando un escalón hasta la distancia inicial.

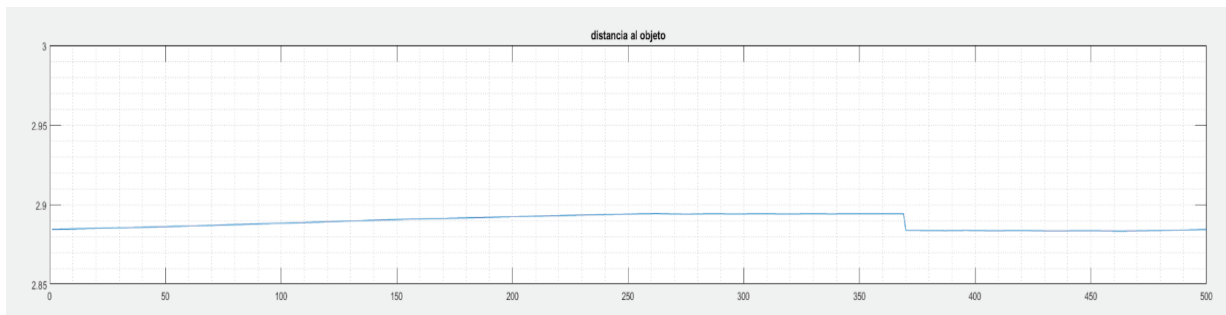


Figura 4.18: Adición de 1 cm de forma suave y reducción de 1 cm de forma brusca

Las siguiente prueba que hicimos fue añadir 3 mm a una distancia de 1.033 metros para conseguir esa precisión milimétrica deseada con las mismas condiciones de calibración y promediado descritas en la prueba anterior, comprobando que se obtiene 1.036mm:

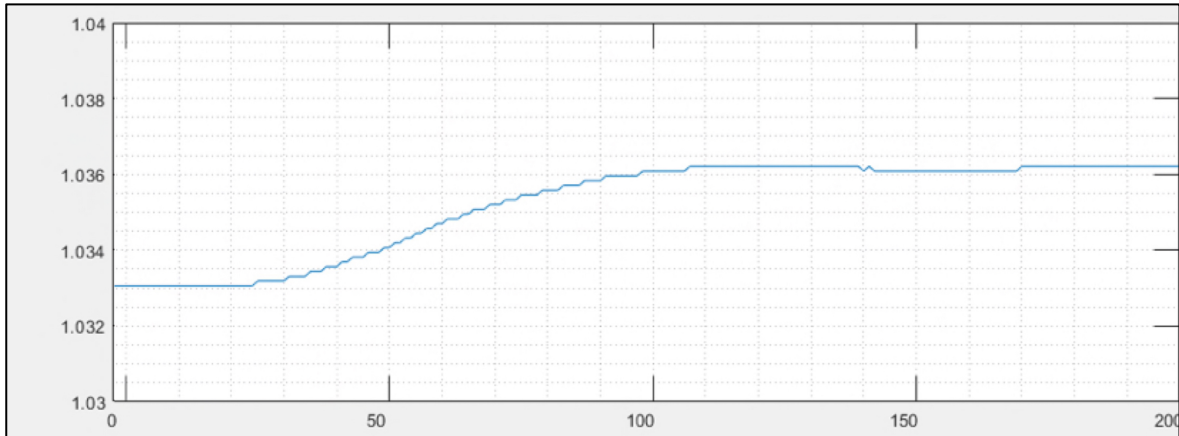


Figura 4.19: Adición de 3 mm a 1.033 metros

Dado que este sistema va a tratar de medir la altura del manto nivoso, es de interés probar como se comportaría el sistema con alguna superficie que tenga un dieléctrico más o menos similar al de la nieve, es por ello, que pusimos una de poliespán (poliestireno expandido) como se muestra en la **Figura 4.20**



Figura 4.20: Prueba medida con poliespán

La superficie la pusimos a unos 0,8 metros y comprobamos, como se muestra en **Figura 4.21**, que efectivamente se detecta:

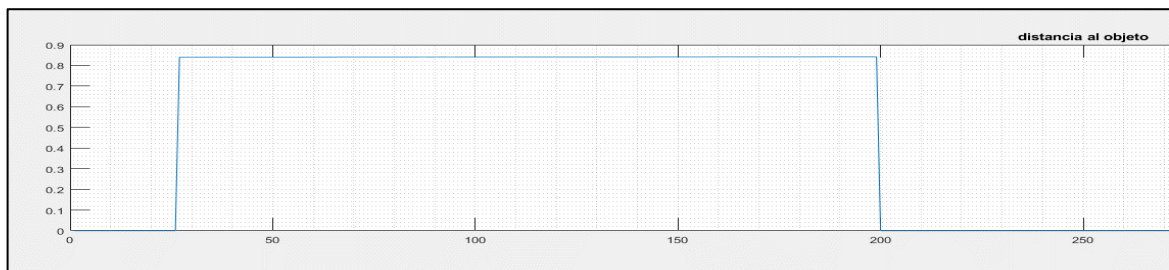


Figura 4.21: Detección del poliespán a 0,8 metros

Como última prueba, quisimos comprobar cuál sería la distancia máxima a la que el radar puede detectar el blanco. Aplicando la misma configuración que antes, conseguimos llegar a casi 12 metros de distancia:

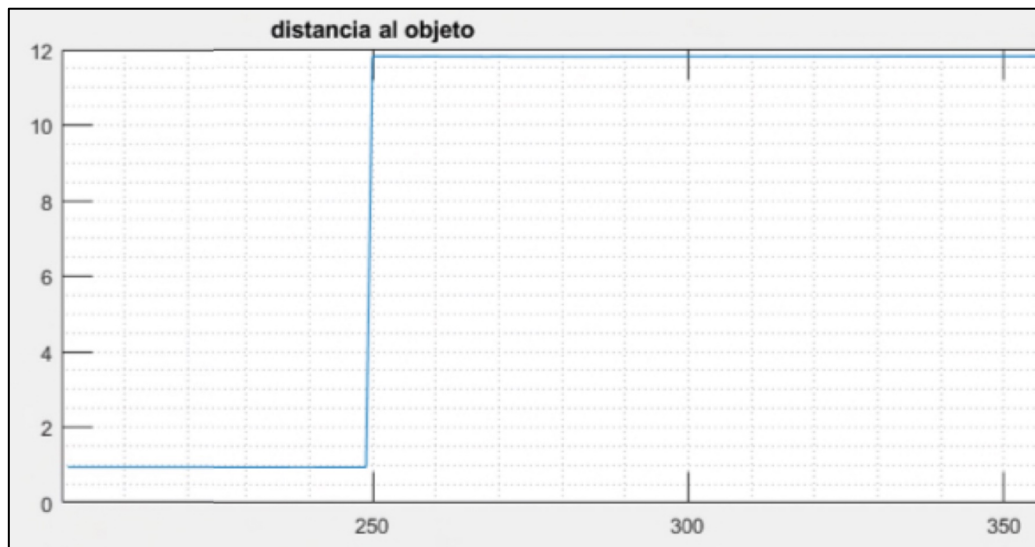


Figura 4.22: Distancia máxima del sistema radar FMCW

5. Conclusiones y líneas futuras

- Aplicando valores numéricos a los modelos teóricos de modelado de la velocidad terminal de la lluvia y de la nieve, se pueden obtener valores que concuerdan con la realidad y útiles para estimar el rango de velocidades en el que nuestro radar Doppler va a medir.
- Se ha utilizado un circuito integrado (TRA_120_002) y una tarjeta de adquisición para implementar un radar Doppler y un radar FMCW para posteriormente aplicarlos a medidas meteorológicas.
- Hemos verificado mediante un oscilador armónico la correcta medida de la velocidad con el radar Doppler y también mediante una placa metálica y un poliespán sobre distintas posiciones la correcta medida de la distancia con el FMCW. Por tanto, el circuito seleccionado es válido para la aplicación buscada.
- La medida de la velocidad de gotas de agua no ha funcionado correctamente, por lo que será necesario probar configuraciones adicionales de medida.

Como líneas futuras se pueden nombrar las siguientes:

- Probar nuevas configuraciones del radar Doppler para medir correctamente la velocidad de la precipitación de lluvia y nieve.
- Preparar los sistemas radar para poder realizar medidas en campo y de forma remota, incluyendo su aislamiento térmico e impermeabilización y la adecuación del software de medida.
- Realizar medidas con el sistema en campo durante varias temporadas invernales para verificar la precisión de los modelos teóricos utilizados.

6. Anexos

6.1 Anexo 1. Valores tabulados Gunn and Kinzer

TABLE 1. Data of Beard and Pruppacher to $Re=200$ and Gunn and Kinzer to higher values, and the associated values of Re produced by the equations as designated in the text.

Low range					High range			
$C_d Re^2$	Re	Eq. (8) Linear	Eq. (12) Log-log	Eq. (13) Log-log	$C_d Re^2$	Re	Eq. (9) Log-log	Eq. (13) Log-log
2.427	0.1	0.0993	0.0998	0.106	2827.4	40	40.11	41.26
4.905	0.2	0.1989	0.2003	0.209	3887.7	50	50.19	51.62
7.433	0.3	0.2987	0.3006	0.310	5059.2	60	60.29	61.95
10.008	0.4	0.3987	0.4006	0.409	6334.5	70	70.39	72.22
12.631	0.5	0.4988	0.5003	0.507	7707.8	80	80.49	82.45
15.302	0.6	0.5989	0.6000	0.604	9174.5	90	90.57	92.62
18.019	0.7	0.6991	0.6996	0.701	10731	100	100.6	102.7
20.783	0.8	0.7993	0.7992	0.797	12373	110	110.7	112.8
23.592	0.9	0.8995	0.8988	0.893	14098	120	120.7	122.8
26.448	1	0.9996	0.9985	0.988	15903	130	130.7	132.7
29.349	1.1	1.100	1.098	1.08	17786	140	140.6	142.6
32.296	1.2	1.200	1.198	1.18	19746	150	150.5	152.4
35.288	1.3	1.300	1.298	1.28	21779	160	160.4	162.2
38.326	1.4	1.400	1.399	1.37	23885	170	170.2	171.9
41.408	1.5	1.500	1.499	1.47	26061	180	180.0	181.5
44.536	1.6	1.601	1.600	1.56	28306	190	189.7	191.1
47.708	1.7	1.701	1.701	1.66	30620	200	199.5	200.7
50.924	1.8	1.801	1.802	1.76	35400	220	218.6	219.4
54.186	1.9	1.902	1.903	1.85	48500	269	265.9	265.6
57.491	2	2.002	2.005	1.95	83600	372	369.9	366.3
91.984	3	2.996	3.005	2.91	133000	483	485.4	476.6
129.56	4	4.002	4.000	3.87	198000	603	608.2	595.5
170.17	5	5.000	4.993	4.84	282000	731	738.7	720.9
					388000	866	875.9	853.0
					517000	1013	1017	989.1
					670000	1164	1159	1125
					850000	1313	1304	1267
					1.05E+6	1461	1443	1404
					1.31E+6	1613	1601	1564
					1.59E+6	1764	1750	1713
					1.91E+6	1915	1900	1865
					2.22E+6	2066	2030	1998
					2.65E+6	2211	2191	2164
					3.10E+6	2357	2340	2321
					3.58E+6	2500	2483	2472
					4.13E+6	2636	2631	2630
					4.72E+6	2772	2774	2785
					5.35E+6	2905	2912	2937
					6.06E+6	3033	3053	3094
					6.80E+6	3164	3187	3245
					7.61E+6	3293	3321	3398
					8.50E+6	3423	3455	3554
					9.45E+6	3549	3587	3708

High range			
$C_d Re^2$	Re	Eq. (9) Log-log	Eq. (13) Log-log
213.69	6	5.99	5.82
260	7	6.95	6.81
310	8	7.94	7.83
360.7	9	8.89	8.83
414.95	10	9.88	9.86
471.73	11	10.87	10.89
530.99	12	11.88	11.94
592.68	13	12.89	13.00
656.8	14	13.91	14.06
723.27	15	14.94	15.14
792.07	16	15.98	16.22
863.17	17	17.02	17.31
936.56	18	18.08	18.40
1012.2	19	19.13	19.51
1090	20	20.19	20.62
1887.7	30	30.06	30.88

6.2 Anexo 2. Tabla de propiedades del aire a 1 atm de presión

Propiedades del aire a 1 atm de presión							
Temp. $T, ^\circ\text{C}$	Densidad $\rho, \text{kg/m}^3$	Calor específico c_p $\text{J/kg} \cdot \text{K}$	Conductividad térmica $k, \text{W/m} \cdot \text{K}$	Difusividad térmica $\alpha, \text{m}^2/\text{s}$	Viscosidad dinámica $\mu, \text{kg/m} \cdot \text{s}$	Viscosidad cinemática $\nu, \text{m}^2/\text{s}$	Número de Prandtl Pr
-150	2.866	983	0.01171	4.158×10^{-6}	8.636×10^{-6}	3.013×10^{-6}	0.7246
-100	2.038	966	0.01582	8.036×10^{-6}	1.189×10^{-6}	5.837×10^{-6}	0.7263
-50	1.582	999	0.01979	1.252×10^{-5}	1.474×10^{-5}	9.319×10^{-6}	0.7440
-40	1.514	1002	0.02057	1.356×10^{-5}	1.527×10^{-5}	1.008×10^{-5}	0.7436
-30	1.451	1004	0.02134	1.465×10^{-5}	1.579×10^{-5}	1.087×10^{-5}	0.7425
-20	1.394	1005	0.02211	1.578×10^{-5}	1.630×10^{-5}	1.169×10^{-5}	0.7408
-10	1.341	1006	0.02288	1.696×10^{-5}	1.680×10^{-5}	1.252×10^{-5}	0.7387
0	1.292	1006	0.02364	1.818×10^{-5}	1.729×10^{-5}	1.338×10^{-5}	0.7362
5	1.269	1006	0.02401	1.880×10^{-5}	1.754×10^{-5}	1.382×10^{-5}	0.7350
10	1.246	1006	0.02439	1.944×10^{-5}	1.778×10^{-5}	1.426×10^{-5}	0.7336
15	1.225	1007	0.02476	2.009×10^{-5}	1.802×10^{-5}	1.470×10^{-5}	0.7323
20	1.204	1007	0.02514	2.074×10^{-5}	1.825×10^{-5}	1.516×10^{-5}	0.7309
25	1.184	1007	0.02551	2.141×10^{-5}	1.849×10^{-5}	1.562×10^{-5}	0.7296
30	1.164	1007	0.02588	2.208×10^{-5}	1.872×10^{-5}	1.608×10^{-5}	0.7282
35	1.145	1007	0.02625	2.277×10^{-5}	1.895×10^{-5}	1.655×10^{-5}	0.7268
40	1.127	1007	0.02662	2.346×10^{-5}	1.918×10^{-5}	1.702×10^{-5}	0.7255
45	1.109	1007	0.02699	2.416×10^{-5}	1.941×10^{-5}	1.750×10^{-5}	0.7241
50	1.092	1007	0.02735	2.487×10^{-5}	1.963×10^{-5}	1.798×10^{-5}	0.7228
60	1.059	1007	0.02808	2.632×10^{-5}	2.008×10^{-5}	1.896×10^{-5}	0.7202
70	1.028	1007	0.02881	2.780×10^{-5}	2.052×10^{-5}	1.995×10^{-5}	0.7177
80	0.9994	1008	0.02953	2.931×10^{-5}	2.096×10^{-5}	2.097×10^{-5}	0.7154
90	0.9718	1008	0.03024	3.086×10^{-5}	2.139×10^{-5}	2.201×10^{-5}	0.7132
100	0.9458	1009	0.03095	3.243×10^{-5}	2.181×10^{-5}	2.306×10^{-5}	0.7111
120	0.8977	1011	0.03235	3.565×10^{-5}	2.264×10^{-5}	2.522×10^{-5}	0.7073
140	0.8542	1013	0.03374	3.898×10^{-5}	2.345×10^{-5}	2.745×10^{-5}	0.7041
160	0.8148	1016	0.03511	4.241×10^{-5}	2.420×10^{-5}	2.975×10^{-5}	0.7014
180	0.7788	1019	0.03646	4.593×10^{-5}	2.504×10^{-5}	3.212×10^{-5}	0.6992
200	0.7459	1023	0.03779	4.954×10^{-5}	2.577×10^{-5}	3.455×10^{-5}	0.6974
250	0.6746	1033	0.04104	5.890×10^{-5}	2.760×10^{-5}	4.091×10^{-5}	0.6946
300	0.6158	1044	0.04418	6.871×10^{-5}	2.934×10^{-5}	4.765×10^{-5}	0.6935
350	0.5664	1056	0.04721	7.892×10^{-5}	3.101×10^{-5}	5.475×10^{-5}	0.6937
400	0.5243	1069	0.05015	8.951×10^{-5}	3.261×10^{-5}	6.219×10^{-5}	0.6948
450	0.4880	1081	0.05298	1.004×10^{-4}	3.415×10^{-5}	6.997×10^{-5}	0.6965
500	0.4565	1093	0.05572	1.117×10^{-4}	3.563×10^{-5}	7.806×10^{-5}	0.6986
600	0.4042	1115	0.06093	1.352×10^{-4}	3.846×10^{-5}	9.515×10^{-5}	0.7037
700	0.3627	1135	0.06581	1.598×10^{-4}	4.111×10^{-5}	1.133×10^{-4}	0.7092
800	0.3289	1153	0.07037	1.855×10^{-4}	4.362×10^{-5}	1.326×10^{-4}	0.7149
900	0.3008	1169	0.07465	2.122×10^{-4}	4.600×10^{-5}	1.529×10^{-4}	0.7206
1000	0.2772	1184	0.07868	2.398×10^{-4}	4.826×10^{-5}	1.741×10^{-4}	0.7260
1500	0.1990	1234	0.09599	3.908×10^{-4}	5.817×10^{-5}	2.922×10^{-4}	0.7478
2000	0.1553	1264	0.11113	5.664×10^{-4}	6.630×10^{-5}	4.270×10^{-4}	0.7539

Nota: Para gases ideales, c_p , k , μ y Pr son independientes de la presión. Las propiedades ρ , ν y α a una presión P distinta a 1 atm se determinan cuando se multiplican los valores de ρ a la temperatura dada por P (en atm) y cuando se dividen ν y α entre P (en atm).

Fuente: Datos generados a partir del Software EES desarrollado por S. A. Klein y F. L. Alvarado. Fuentes originales: Keenan, Chao, Keyes, Gas Tables, Wiley, 198; and Thermophysical Properties of Matter, Vol. 3; Thermal Conductivity, Y. S. Touloukian, P. E. Liley, S. C. Saxena, Vol. 11; Viscosity, Y. S. Touloukian, S. C. Saxena, y P. Hestermans, IFI/Plenum, NY, 1970, ISBN 0-306067020-8.

6.3 Anexo 3. Tabla de propiedades del agua saturada

Propiedades del agua saturada													
Temp. T, °C	Presión de saturación P _{sat} , kPa	Densidad ρ, kg/m ³		Entalpía de vaporización h _{fg} , kJ/kg	Calor específico c _p , J/kg · K		Conductividad térmica k, W/m · K		Viscosidad dinámica μ, kg/m · s		Número de Prandtl Pr		Coeficiente de expansión volumétrica β, 1/K Líquido
		Líquido	Vapor		Líquido	Vapor	Líquido	Vapor	Líquido	Vapor	Líquido	Vapor	
0.01	0.6113	999.8	0.0048	2501	4217	1854	0.561	0.0171	1.792 × 10 ⁻³	0.922 × 10 ⁻⁵	13.5	1.00	-0.068 × 10 ⁻³
5	0.8721	999.9	0.0068	2490	4205	1857	0.571	0.0173	1.519 × 10 ⁻³	0.934 × 10 ⁻⁵	11.2	1.00	0.015 × 10 ⁻³
10	1.2276	999.7	0.0094	2478	4194	1862	0.580	0.0176	1.307 × 10 ⁻³	0.946 × 10 ⁻⁵	9.45	1.00	0.733 × 10 ⁻³
15	1.7051	999.1	0.0128	2466	4186	1863	0.589	0.0179	1.138 × 10 ⁻³	0.959 × 10 ⁻⁵	8.09	1.00	0.138 × 10 ⁻³
20	2.339	998.0	0.0173	2454	4182	1867	0.598	0.0182	1.002 × 10 ⁻³	0.973 × 10 ⁻⁵	7.01	1.00	0.195 × 10 ⁻³
25	3.169	997.0	0.0231	2442	4180	1870	0.607	0.0186	0.891 × 10 ⁻³	0.987 × 10 ⁻⁵	6.14	1.00	0.247 × 10 ⁻³
30	4.246	996.0	0.0304	2431	4178	1875	0.615	0.0189	0.798 × 10 ⁻³	1.001 × 10 ⁻⁵	5.42	1.00	0.294 × 10 ⁻³
35	5.628	994.0	0.0397	2419	4178	1880	0.623	0.0192	0.720 × 10 ⁻³	1.016 × 10 ⁻⁵	4.83	1.00	0.337 × 10 ⁻³
40	7.384	992.1	0.0512	2407	4179	1885	0.631	0.0196	0.653 × 10 ⁻³	1.031 × 10 ⁻⁵	4.32	1.00	0.377 × 10 ⁻³
45	9.593	990.1	0.0655	2395	4180	1892	0.637	0.0200	0.596 × 10 ⁻³	1.046 × 10 ⁻⁵	3.91	1.00	0.415 × 10 ⁻³
50	12.35	988.1	0.0831	2383	4181	1900	0.644	0.0204	0.547 × 10 ⁻³	1.062 × 10 ⁻⁵	3.55	1.00	0.451 × 10 ⁻³
55	15.76	985.2	0.1045	2371	4183	1908	0.649	0.0208	0.504 × 10 ⁻³	1.077 × 10 ⁻⁵	3.25	1.00	0.484 × 10 ⁻³
60	19.94	983.3	0.1304	2359	4185	1916	0.654	0.0212	0.467 × 10 ⁻³	1.093 × 10 ⁻⁵	2.99	1.00	0.517 × 10 ⁻³
65	25.03	980.4	0.1614	2346	4187	1926	0.659	0.0216	0.433 × 10 ⁻³	1.110 × 10 ⁻⁵	2.75	1.00	0.548 × 10 ⁻³
70	31.19	977.5	0.1983	2334	4190	1936	0.663	0.0221	0.404 × 10 ⁻³	1.126 × 10 ⁻⁵	2.55	1.00	0.578 × 10 ⁻³
75	38.58	974.7	0.2421	2321	4193	1948	0.667	0.0225	0.378 × 10 ⁻³	1.142 × 10 ⁻⁵	2.38	1.00	0.607 × 10 ⁻³
80	47.39	971.8	0.2935	2309	4197	1962	0.670	0.0230	0.355 × 10 ⁻³	1.159 × 10 ⁻⁵	2.22	1.00	0.633 × 10 ⁻³
85	57.83	968.1	0.3536	2296	4201	1977	0.673	0.0235	0.333 × 10 ⁻³	1.176 × 10 ⁻⁵	2.08	1.00	0.670 × 10 ⁻³
90	70.14	965.3	0.4235	2283	4206	1993	0.676	0.0240	0.315 × 10 ⁻³	1.193 × 10 ⁻⁵	1.96	1.00	0.702 × 10 ⁻³
95	84.55	961.5	0.5045	2270	4212	2010	0.677	0.0246	0.297 × 10 ⁻³	1.210 × 10 ⁻⁵	1.85	1.00	0.716 × 10 ⁻³
100	101.33	957.9	0.5978	2257	4217	2029	0.679	0.0251	0.282 × 10 ⁻³	1.227 × 10 ⁻⁵	1.75	1.00	0.750 × 10 ⁻³
110	143.27	950.6	0.8263	2230	4229	2071	0.682	0.0262	0.255 × 10 ⁻³	1.261 × 10 ⁻⁵	1.58	1.00	0.798 × 10 ⁻³
120	198.53	943.4	1.121	2203	4244	2120	0.683	0.0275	0.232 × 10 ⁻³	1.296 × 10 ⁻⁵	1.44	1.00	0.858 × 10 ⁻³
130	270.1	934.6	1.496	2174	4263	2177	0.684	0.0288	0.213 × 10 ⁻³	1.330 × 10 ⁻⁵	1.33	1.01	0.913 × 10 ⁻³
140	361.3	921.7	1.965	2145	4286	2244	0.683	0.0301	0.197 × 10 ⁻³	1.365 × 10 ⁻⁵	1.24	1.02	0.970 × 10 ⁻³
150	475.8	916.6	2.546	2114	4311	2314	0.682	0.0316	0.183 × 10 ⁻³	1.399 × 10 ⁻⁵	1.16	1.02	1.025 × 10 ⁻³
160	617.8	907.4	3.256	2083	4340	2420	0.680	0.0331	0.170 × 10 ⁻³	1.434 × 10 ⁻⁵	1.09	1.05	1.145 × 10 ⁻³
170	791.7	897.7	4.119	2050	4370	2490	0.677	0.0347	0.160 × 10 ⁻³	1.468 × 10 ⁻⁵	1.03	1.05	1.178 × 10 ⁻³
180	1,002.1	887.3	5.153	2015	4410	2590	0.673	0.0364	0.150 × 10 ⁻³	1.502 × 10 ⁻⁵	0.983	1.07	1.210 × 10 ⁻³
190	1,254.4	876.4	6.388	1979	4460	2710	0.669	0.0382	0.142 × 10 ⁻³	1.537 × 10 ⁻⁵	0.947	1.09	1.280 × 10 ⁻³
200	1,553.8	864.3	7.852	1941	4500	2840	0.663	0.0401	0.134 × 10 ⁻³	1.571 × 10 ⁻⁵	0.910	1.11	1.350 × 10 ⁻³
220	2,318	840.3	11.60	1859	4610	3110	0.650	0.0442	0.122 × 10 ⁻³	1.641 × 10 ⁻⁵	0.865	1.15	1.520 × 10 ⁻³
240	3,344	813.7	16.73	1767	4760	3520	0.632	0.0487	0.111 × 10 ⁻³	1.712 × 10 ⁻⁵	0.836	1.24	1.720 × 10 ⁻³
260	4,688	783.7	23.69	1663	4970	4070	0.609	0.0540	0.102 × 10 ⁻³	1.788 × 10 ⁻⁵	0.832	1.35	2.000 × 10 ⁻³
280	6,412	750.8	33.15	1544	5280	4835	0.581	0.0605	0.094 × 10 ⁻³	1.870 × 10 ⁻⁵	0.894	1.49	2.380 × 10 ⁻³
300	8,581	713.8	46.15	1405	5750	5980	0.548	0.0695	0.086 × 10 ⁻³	1.965 × 10 ⁻⁵	0.902	1.69	2.950 × 10 ⁻³
320	11,274	667.1	64.57	1239	6540	7900	0.509	0.0836	0.078 × 10 ⁻³	2.084 × 10 ⁻⁵	1.00	1.97	
340	14,586	610.5	92.62	1028	8240	11,870	0.469	0.110	0.070 × 10 ⁻³	2.255 × 10 ⁻⁵	1.23	2.43	
360	18,651	528.3	144.0	720	14,690	25,800	0.427	0.178	0.060 × 10 ⁻³	2.571 × 10 ⁻⁵	2.06	3.73	
374.14	22,090	317.0	317.0	0	—	—	—	—	0.043 × 10 ⁻³	4.313 × 10 ⁻⁵			

Nota 1: La viscosidad cinemática ν y la difusividad térmica α se pueden calcular a partir de sus definiciones: $\nu = \mu/\rho$ y $\alpha = k/\rho c_p = \nu/Pr$. Las temperaturas 0.01°C, 100°C y 374.14°C son las temperaturas del punto triple, de ebullición y crítico del agua, respectivamente. Las propiedades citadas anteriormente (excepto la densidad del vapor) se pueden usar a cualquier presión con error despreciable, excepto a temperaturas cerca del valor de punto crítico.

Nota 2: La unidad kJ/kg · °C para calor específico es equivalente a kJ/kg · K, y la unidad W/m · °C para conductividad térmica es equivalente a W/m · K.

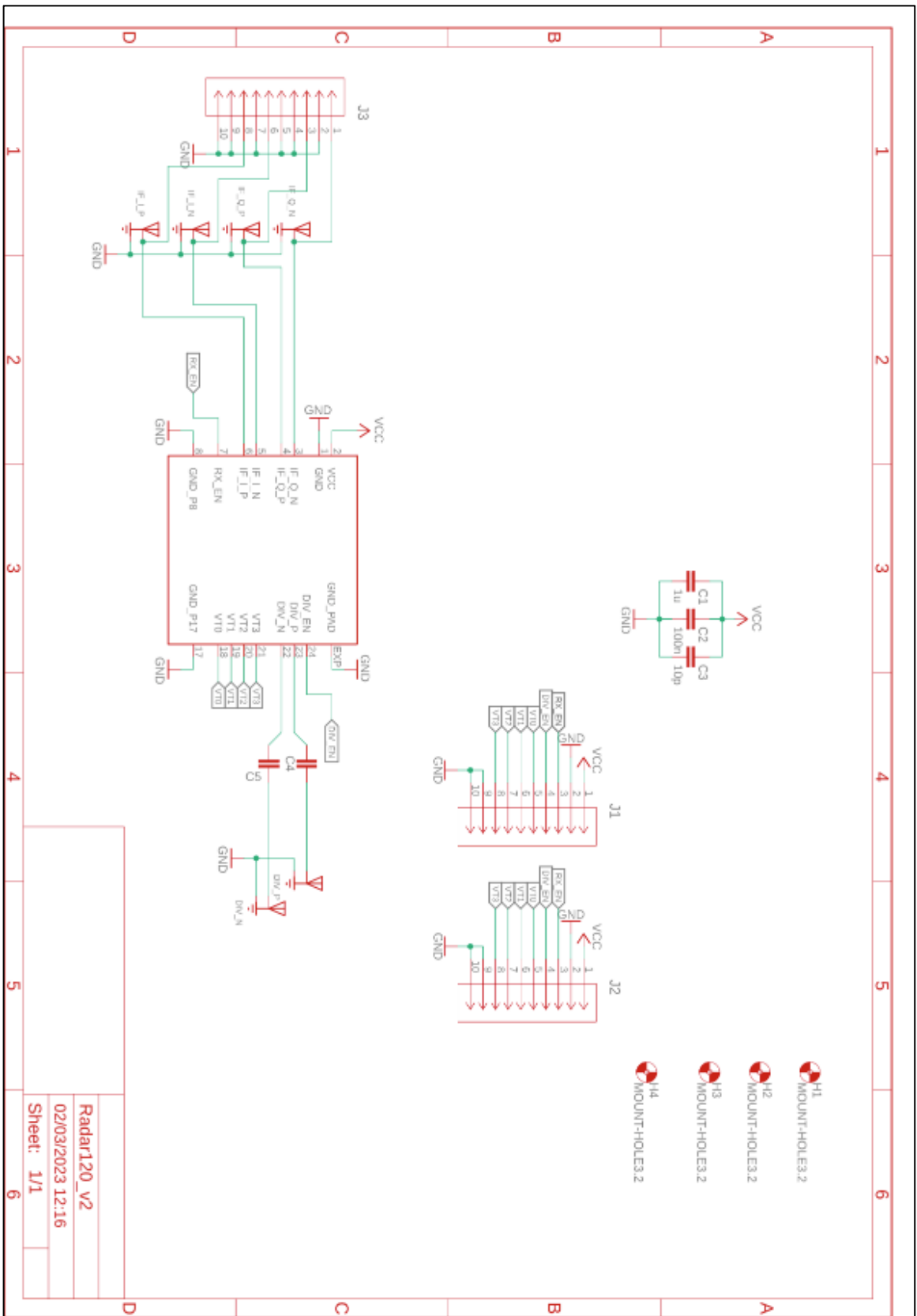
Fuente: Los datos de viscosidad y conductividad térmica están tomados de J. V. Sengers y J. T. R. Watson, *Journal of Physical and Chemical Reference Data* 15 (1986), pp. 1291-1322. Otros datos se obtuvieron de diversas fuentes o se calcularon.

6.4 Anexo 4. Valores utilizados para calcular la velocidad terminal

Modelo lluvia											
radio de gota (m)	1,00E-05	2,00E-05	5,00E-05	1,00E-04	1,50E-04	2,00E-04	3,00E-04	5,00E-04	1,00E-03	2,00E-03	2,50E-03
aceleración(m/s)	9,8										
Temperatura(Cº)	-10	0	5	10	15	20	25	30			
Densidad aire(Kg/m³)	1,341	1,292	1,269	1,246	1,225	1,204	1,184	1,164			
Viscosidad aire dinámica(N*s/m²)	0,0000168	0,00001729	0,00001754	0,00001778	0,00001802	0,00001825	0,00001849	0,00001872			
Densidad agua saturada		999,8	999,9	999,7	999,1	998	997				
volumen(esfera rígida)	4,18879E-15	3,35103E-14	5,23599E-13	4,18879E-12	1,41372E-11	3,35103E-11	1,13097E-10	5,23599E-10	4,18879E-09	3,35103E-08	6,54498E-08
corrección l	6,05518E-09										
(Re²)Cd 5ºC	0,430588361	3,444706891	53,82354517	430,5883614	1453,23572	3444,706891	11625,88576	53823,54517	430588,3614	3444706,891	6727943,146
Re(según paper aprox)	0,01	0,15	1,85	11,5	25	45	105	280	1000	2320	3100
Vterminal	6,26E-03	4,70E-02	2,32E-01	7,20E-01	1,04E+00	1,41E+00	2,19E+00	3,51E+00	6,26E+00	7,27E+00	7,77E+00
corrección S	1,00E+00	1,00E+00	1,00E+00	1,00E+00	1,00E+00	1,00E+00	1,00E+00	1,00E+00	1,00E+00	1,00E+00	1,00E+00
Vterminal_corregida	6,27E-03	4,70E-02	2,32E-01	7,20E-01	1,04E+00	1,41E+00	2,19E+00	3,51E+00	6,26E+00	7,27E+00	7,77E+00
Modelo Nieve			-10	-5							
Densidad nieve	0,3	Densidad aire	1,341	0,0013							
radio nieve	1,00E-03	2,00E-03	5,00E-03	1,00E-02	1,50E-02	2,00E-02	3,00E-02	5,00E-02	1,00E-01	2,00E-01	2,50E-01
v terminal	1,52E-01	2,15E-01	3,40E-01	4,81E-01	5,89E-01	6,80E-01	8,33E-01	1,08E+00	1,52E+00	2,15E+00	2,40E+00

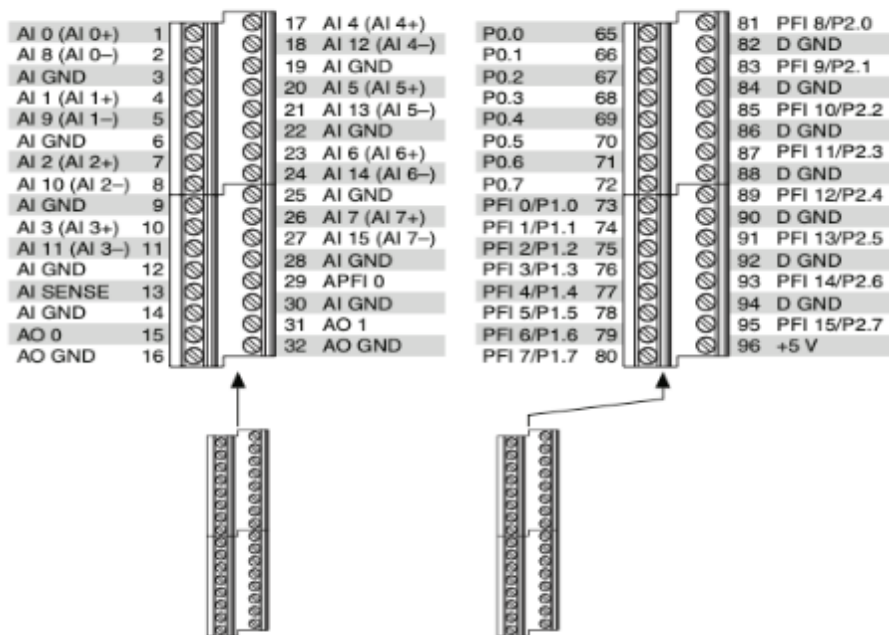
(Valores obtenidos de los **Anexos 2 y 3**)

6.5 Anexo 5. Esquema de conexiones del radar



6.6 Anexo 6. Disposición y conexiones de los pines de la DAQ

Figure A-15. NI USB-6351/6361 Screw Terminal Pinout



AI 0 (1)	IF_Q_N
AI 8 (2)	IF_Q_P
AI GND (3)	GND, DIV_EN, RX_EN
AI 1 (4)	IF_I_N
AI 9 (5)	IF_I_Q
AI GND (6)	GND
A0 GND (Caso Doppler) (32)	VT0,VT1, VT2, VT3
A0 1 (Caso FMCW) (31)	VT0,VT1, VT2, VT3
Alimentación Latte Panda (3,3)	Vcc

6.7 Anexo 7. Modelo teórico de la reflectividad y SWE

La nieve, una vez caída y depositada en el suelo, con el paso del tiempo, va acumulándose en el suelo formando capas que en función de la cantidad de agua que tienen y la temperatura (entre otros parámetros) presentan diferentes constantes dieléctricas y espesores.

Por ello el estudio de la interacción de las ondas electromagnéticas con el manto nivoso es de vital importancia para poder estimar la altura de este y luego conocer su contenido en agua y, sobre todo, de forma no invasiva.

Para tratar el comportamiento radiativo de las capas de nieve, asumiremos que son medios homogéneos e isotrópicos con permitividades dieléctricas complejas dependientes de la longitud de onda, para así poder tener en cuenta el efecto de la atenuación de la radiación. Para ello, aplicaremos el método de matriz 2x2 debido a la naturaleza plana y estratificada de las capas de nieve, pudiendo verse como una estructura óptica multicapa y representarse mediante una secuencia de interfaces planas entre diferentes medios, caracterizando cada interfaz entre dos capas por una matriz de transferencia que relaciona las amplitudes de los campos incidentes y reflejados como se puede ver en la **Figura 1 anexo**:

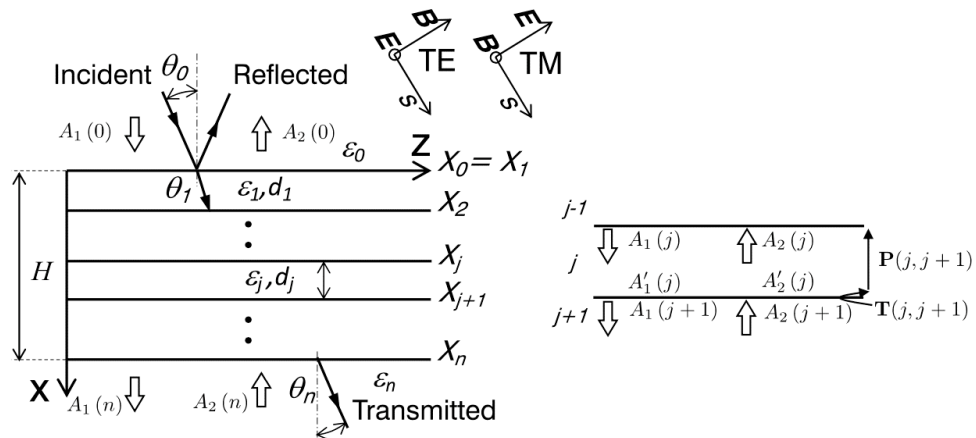


Figura 1 anexo: A la izquierda, Representación de la estructura del manto nivoso para una altura H para $n-1$ capas, a la derecha, representación de las componentes de amplitud de la matriz 2x2 entre dos capas. [25]

Para ello, tomaremos las ecuaciones de Maxwell para las polarizaciones eléctricas-transversales (TE), donde el campo eléctrico E será perpendicular al plano de incidencia y magnéticas transversales (TM), donde el campo magnético B será transversal.

Si tomamos la expresión general para una onda TM, el campo E en la capa j se puede definir como:

$$E_x(j) = \left[A_1(j)e^{ikn_{xj}(x-x_j)} + A_2(j)e^{-ikn_{xj}(x-x_j)} \right] e^{i(kn_{zz}z-wt)}, \quad n_j^2 = \epsilon_{rj}, \quad k = \frac{2\pi}{\lambda},$$

$$n_{xj} = n_j \cos(\theta_j), \quad n_z = n_0 \cos(\theta_0) = \dots = n_n \cos(\theta_n), \quad n_{xj}^2 = n_j^2 - n_z^2$$

[Anexo 7 ec.1]

Donde las componentes A_1 y A_2 representan el vector de amplitudes que se propagan en dirección positiva y negativa respectivamente de x , n son los coeficientes de reflexión de las distintas capas y ϵ las constantes dieléctricas de cada capa.

Por ello, la aplicación recursiva de las condiciones de contorno y la propagación a través de las distintas capas, podemos llegar a una relación entre las amplitudes $A(0)$ (la cual es la amplitud de la onda incidente en la capa superior) y $A(n)$ (la cual es la amplitud de la onda incidente en la última capa) **[25]**:

$$\begin{bmatrix} A_{1x}(0) \\ A_{2x}(0) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} M_{11} & M_{12} \\ M_{21} & M_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_{1x}(n) \\ A_{2x}(n) \end{bmatrix} = \mathcal{M}_{TM} \begin{bmatrix} A_{1x}(n) \\ A_{2x}(n) \end{bmatrix} \quad \text{[Anexo 7 ec.2]}$$

Pudiendo obtener lo mismo para una polarización TE:

$$\begin{bmatrix} A_{1y}(0) \\ A_{2y}(0) \end{bmatrix} = \mathcal{M}_{TE} \begin{bmatrix} A_{1x}(n) \\ A_{2x}(n) \end{bmatrix} \quad \text{[Anexo 7 ec.3]}$$

Esto nos permitirá obtener finalmente la reflectancia (propiedad que describe la capacidad de una superficie de reflejar una onda) de las distintas capas y así, en función del dieléctrico, poder distinguir el número de capas de nieve que se encuentran dentro del propio manto nivoso.

Para la obtención de la reflectancia \mathcal{R} , asumiremos que no se produce propagación hacia arriba en el medio n , por ello $A_{2x,y}(n) = 0$.

Para el caso TE, obtendríamos:

$$\begin{bmatrix} A_{1y}(0) \\ A_{2y}(0) \end{bmatrix} = \mathcal{M}_{TE} \begin{bmatrix} A_{1x}(n) \\ 0 \end{bmatrix} \rightarrow \mathcal{R} = \frac{A_{2y}(0)}{A_{1y}(0)} = \frac{M_{21}}{M_{11}} \Big|_{TE} \quad \text{[Anexo 7 ec.4]}$$

Para el caso TM obtendríamos lo mismo, pero aplicando las matrices \mathcal{M}_{TM} correspondientes.

De estos valores de reflectancia y a través de diferentes modelos para determinar la constante dieléctrica **[27]**, se puede extraer el camino electromagnético $d(m)$, para así obtener el equivalente en agua de la nieve (*Snow Water Equivalent, SWE*), particularizándolo para una capa con densidad ρ :

$$SWE(m) = \sum_{i=1}^{n-1} \rho_i d_i(m) = \rho d(m) \quad \text{[Anexo 7 ec.5]}$$

6.8 Anexo 8. Programa Doppler

```
clc
close all
clear all
%%
%*****config of DAQ*****
% l = daqlist("ni")
% l.DeviceInfo

close all
d = daq("ni");
ch2=addinput(d,"Dev2","ai0","Voltage"); % captura I
ch3=addinput(d,"Dev2","ai1","Voltage"); % captura Q

ch2.Range = [-5,5];
ch3.Range = [-5,5];
ch2.TerminalConfig = 'Differential';
ch3.TerminalConfig = 'Differential';
d.Rate= 13000;
Fs=d.Rate;
numsamples= 162;
Tmedida=numsamples/Fs;
global parar;

%% Hacemos bucle continuo

figura=figure();
set(figura,'WindowKeyPressFcn',@keyPressCallback);
t1=linspace(0,Tmedida,numsamples);

v=zeros(1,500);
i=1;

t=linspace(1,500,500);
t_sin_fft=linspace(1,numsamples,numsamples);
fid=fopen('medidas_velocidad_Doppler.txt','wt');

parar=0;
primera=0;
start(d,"NumScans",numsamples);
while parar==0
    data1 = read(d,numsamples,"OutputFormat","Matrix"); % la DAQ vuelca los
    datos de los canales de entrada definidos
    if size(data1)==[numsamples 2]
        zero_p=1;
        pmix = nextpow2(zero_p*length(t1));
        nfft = 2^(pmix);
        f = ((-nfft/2:nfft/2-1)*(Fs/nfft));
        mix1=data1(:,1)+data1(:,2)*1j;
        if (primera==0)
            primera=1;
            mix0=mix1;
        end
        mix1 = mix1-mean(mix1);
        subplot(3,1,1)
        plot(t_sin_fft,real(mix1));
        hold on;
        plot(t_sin_fft,imag(mix1));
        hold off;
        title('Señal sin FFT');
        ylim([-0.03 0.03]);

        fftmix1=fft(mix1,nfft);
        abs_fft=fftshift(fftmix1);
```

```

[max_f, indice]=max(abs_fft);
v(i)=(f(indice)*3e8)/(2*120e9);
valor=v(i);

if abs(max_f)<0.04||v(i)>20
    v(i)=0;
end

subplot(3,1,2)
plot(f,abs_fft);
xlim([-3e3 3e3]);
ylim([0 1]);
title('Valor absoluto FFT Mix1 vs. frecuencia')

subplot(3,1,3)
plot(t,v);
title('Velocidad-tiempo')

if i==500
    fprintf(fid,'%d\n ',v);
    i=1;
else
    i=i+1;
end

end
start(d,"NumScans",numsamples);
end

end
stop(d);
fclose(fid);
%para borrar el contenido del fichero, poner:
%fid=fopen('medidas_velocidad_Doppler.txt','w');
% fprintf(fid, '');

function keyPressCallback(source,eventdata)
% determine the key that was pressed
global parar;
parar=1;

end

```

6.9 Anexo 9. Programa FMCW

```
clc
close all
clear all
%%
*****config of DAQ*****
% l = daqlist("ni")
% l.DeviceInfo
clear
close all
d = daq("ni");
ch1=addoutput(d,"Dev2","ao1","Voltage"); % rampa de frecuencias
ch2=addinput(d,"Dev2","ai0","Voltage"); % captura I
ch3=addinput(d,"Dev2","ai1","Voltage"); % captura Q
ch1.Range = [-5,5];
ch2.Range = [-5,5];
ch3.Range = [-5,5];
ch1.TerminalConfig = 'SingleEnded';
ch2.TerminalConfig = 'Differential';
ch3.TerminalConfig = 'Differential';
d.Rate =15000;
Fs=d.Rate;
numsamples= 1501;
Tmedida=numsamples/Fs;
global parar;
global primera;
global indiceMuerto;
global t_sin_fft;
global nfft;
global slope;
global i;
global distancia;
global f;
global t;
global mix0;
global N;
global N_max;
global mix_gran;
global senal_prom;
global data1;
global data0;
global n_cal;

d.ScansAvailableFcnCount = numsamples;
d.ScansAvailableFcn = @(source,eventdata) procesarDatos(source,eventdata);

%% hacemos bucle continuo

c=3E8;
BW=6.9279e9;
slope=BW/Tmedida;
fc=120e9;

zero_p=100;
t1=linspace(0,Tmedida,numsamples);
pmix = nextpow2(zero_p*length(t1));
nfft = 2^(pmix);
f = (0:nfft/2-1)'*(Fs/nfft);

zonaMuerta=0.5;
fMuerta=2*zonaMuerta*slope/c;
indiceMuerto=1;
while f(indiceMuerto)<fMuerta
    indiceMuerto=indiceMuerto+1;
```

```

end
figura=figure();

set(figura, 'CloseRequestFcn', @keyPressCallback);
v=zeros(1,500);
i=1;
N=1;
N_max= 100; % Número de promediados iniciales
n_cal=500 ; % Numero de calibraciones iniciales
mix_gran=zeros(numsamples,N_max);
mix0=zeros(numsamples,1);

t=linspace(1,500,500);
t_sin_fft=linspace(1,numsamples,numsamples);
distancia=zeros(1,500);

% Fichero
fichero_primeros='datos_datosheet_freq_volt.txt';
fichero_cal_J='Calibración002_J.txt';
datasheet_info = readmatrix('Calibración002_J2.txt' ) ;
volt_datosheet = (datasheet_info(:,1)) ;
freq_datosheet = (datasheet_info(:,2)) ;

freq_min = min(freq_datosheet) ;
freq_max = max(freq_datosheet) ;
BW=(freq_max-freq_min)*10^9;
slope=BW/Tmedida;

% no se pueden salir del rango que tenemos en el fichero (por interp1)
frecuencias_buscadas = linspace(freq_min,freq_max,numsamples) ;
% buscamos frecuencias equiespaciadas entre maxima y minima
voltajes_necesarios = interp1(freq_datosheet , volt_datosheet ,
frecuencias_buscadas) ;
voltajes_necesarios=voltajes_necesarios';
%data0= linspace(0,3.3, numsamples)';% 1 rampa (chirp) de voltaje de 0 a 3.3 V
en 500 pasos
datos= repmat(voltajes_necesarios,numsamples,1);
preload(d,datos);

parar=0;
primera=0;
start(d, "RepeatOutput");
while parar==0
    pause(0.1);
end
stop(d);
delete(figura);

function keyPressCallback(source,eventdata)
    global parar;
    parar=1;
end

function procesarDatos(source,eventdata)
global primera;
global indiceMuerto;
global t_sin_fft;
global nfft;
global slope;
global i;
global distancia;
global f;
global t;
global mix0;
global N;
global N_max;

```

```

global mix_gran;
global senal_prom;
global data1;
global data0;
global n_cal;
    data1 =
read(source,source.ScansAvailableFcnCount,"OutputFormat","Matrix"); % la DAQ
vuelca los datos de los canales de entrada definidos
    dataR=data1(:,1);
    dataR=circshift(dataR,-1);
    mix1=dataR+data1(:,2)*1j;
    if (primera<n_cal)
        primera=primera+1
        mix0= mix0 + mix1;
    end
    if(primera==n_cal)
        primera=primera+1;
        mix0=mix0/n_cal;
    end
    mix1 = mix1 - mix0;
    mix_gran(:,N)=mix1;
    senal_prom=sum(mix_gran,2)/N_max;

subplot(3,1,1)
    plot(t_sin_fft,real(senal_prom));
        hold on;
    plot(t_sin_fft,imag(senal_prom));
        hold off;
    title('Señal sin FFT');

fftmix1=fft(senal_prom,nfft);
fftmix1=fftmix1(1:(nfft/2));
abs_fft=abs(fftmix1);

[max_f,indice]=max(abs_fft(indiceMuerto:size(abs_fft)));
c=3E8;
delta_t=(f(indice+indiceMuerto-1)/slope);
distancia(i)=(delta_t*c)/2;
cociente=N_max/10;
if max_f<0.01
    distancia(i)=0;
end

subplot(3,1,2)
    plot(f,abs_fft);
    title('Representación v.abs en frecuencia');
    xlim([0 4000]);

subplot(3,1,3)
    plot(t,distancia);
    title('distancia al objeto');
    xlim([0 500]);
    grid minor;

    if N==N_max
        N=1;
    else
        N=N+1;
    end

    if i==500
        i=1;
    else
        i=i+1;
    end
end
end

```

7. Bibliografía

- [1] Skolnic, Merrill. (1989). Radar Handbook. Third Edition.
- [2] S. Fukao, K. Hamazu. (2014). Radar for Meteorological and Atmospheric Observations. (Richard J. Doviak).
- [3] F. Ulaby, D. Long.(2014). Microwave Radar and Radiometric Remote Sensing.
- [4] Mark Richards. (2005). Fundamentals of Radar Signal Processing. Second Edition.
- [5] J. S. Marshall and W. McK. Palmer. (Enero 1948). The Distribution of Raindrops Wit Size. Journal of Metereology (165-166).
- [6] D. Atlas, R.C. Srivastava and R.S.Sekhon (Febrero 1973). Doppler Radar Characteristics of Precipitation at Vertical Incidence. Reviews of Geophysics and Space Physics. University of Chicago, Chicago, Illinois.
- [7] Edwin X Berry and Maarten R. Pranger. (Febrero 1974). Equations for Calculating the Thermanal Velocities of Water Drops. Journal of Applied Meteorology (108-113).
- [8] Ross Gunn and Gilbert D. Kinzer. (Diciembre 1948). The Terminal Velocity of Fall for Water Droplets in Stagnant Air. (243-248).
- [9] Tipler and Mosca. (2010). Física para la Ciencia y la Tecnología. Volumen 1B. Oscilaciones y ondas. Sexta Edición.
- [10] David K. Cheng. (1998). Fundamentos de Electromagnetismo para Ingeniería.
- [11] J. Duvernoy and J.L. Gaumet. (1995). Precipitating Hydrometeor Characterization by a CW Doppler Radar. Journal of Atmospheric and Oceanic Technology. (620-629).
- [12] Herveré Andrieu and Jean Dominique Creutin. (1995). Identification of Vertical Profiles of Radar Reflectivity for Hydrological Applications. Journal of Applied Meteorology.
- [13] M. Aoki, H. Iwai, K. Nakagawa, S. Ishii and K. Mizutani. (2016). Measurements of Rainfall Velocity and Raindrop Size Distribution Using Coherent Doppler Lidar. National Institute of Information and Communications technology, Koganei, Tokyo, Japan.
- [14] McGraw-Hill, Yunus A. y John M.Cimbala. (2006). Mecánica de fluidos : Fundamentos y aplicaciones. Primera edición.
- [15] Bassem R. Mahafza. (2022). Radar Systems Analysis and Design Using Matlab. Fourth Edition.
- [16] Hermann B. Wobus, F. W. Murray and L.R. Koenig. (1971). Calculation of the Terminal Velocity of Water Drops. Journal of Applied Meteorology.
- [17] Edward A. Brandes, Kyoko Ikedad, Gregory Thompson and Michael. (2008). Aggregate Terminal Velocity/ Temperature Relations. Journal of Applied Meteorology and Climatology.
- [18] James E. Justo and George E. Bosworth. (1971). Fall Velocity of Snowflakes. Journal of Applied Meteorology.
- [19] Choji Magono and Tsunomu Nakamura. (1964). Aerodynamic Studies of Falling Snowflakes. (139-147).

- [20] Christian Mätzel. (2002). Matlab Functions for Mie Scattering and Absorption. Institut für Angewandte Physik.
- [21] H.C. van de Hulst. (1981). Ligth Scattering by Small Particles.
- [22] Akhlesh Lakhtakia. (2006). Scattering by Nihility Sphere. Computational and Theoretical Materials Sciences Group.
- [23] Kenneth G. Libbrecht. (2005). The physics of snow crystal. Norman Bridge Laboratory of Physics, California Institute of Technology. (856-895).
- [24] Ludwig-Maximilians. (2012). Characterization of Snowfall Using Ground-Based Passive and Active Remote Sensors. University of Munich.
- [25] R. Alonso, J.M. García del Pozo, S.T. Buisán and J.A. Álvarez. (2021). Analysis of the Snow Water Equivalent at the AEMet-Formigal Field Laboratory (Spanish Pyrenees) During 2019/2020 Winter Season Using a Stepped-Frequency Continuous Wave Radar (SFCW).
- [26] H.F. Álvarez, J. Laviada, A. A. Arboleya, F. Lasheras. Detección de Objetos Mediante un Radar Compacto en Banda de Milimétricas.
- [27] Martie E. Tiuri, Ari H. Shivola, Ebbe G. Nyfors and Martti T. Hallikaiken, (1984). The Complex Dielectric Constant of Snow at Microwave Frequencies.

Páginas de fabricantes y sus dispositivos:

- [28] Silicon radar, modelo radar TRA_120_002, Datasheet:
https://siliconradar.com/products/single-product/120-ghz-transceiver-tra_120_002/
- [29] Mouser Electronics, modelo reflector C18427 Adelia-75-5, Datasheet:
<https://www.ledil.com/data/prod/Adelia/18427/18427-ds.pdf>
- [30] National Instruments, modelo NI6361, Datasheet:
https://www.apexwaves.com/modular-systems/national-instruments/x-series/USB-6361?gclid=Cj0KCQjw98ujBhCgARIsAD7QeAgNjMjZ9uRiVY5CjC3LqrMIYgAQkQ4KLWYKAvCt7sYiEhrv2TdJGXYaAgwcEALw_wcB
- [31] Rhode & Schwarz (RS), Hames, frecuencímetro modelo HM8123, Datasheet:
https://es.rs-online.com/web/p/contadores-de-frecuencia/1925828?cm_mmc=ES-PPC-DS3A--google--3_ES_ES_Prueba+y+Medida_Contadores+de+Frecuencia_Exact--Rohde+%26+Schwarz+-+1925828+-+HM8123--hm8123&matchtype=e&kwd-303591127335&gclid=Cj0KCQjw4NujBhC5ARIsAF4