

# Zaragoza–Papiroflexia– Matemáticas

por

JOSÉ ÁNGEL IRANZO SANZ Y MAIDER GOÑI URRETA  
(Universidad de Zaragoza; IES Pablo Gargallo, Zaragoza)

## La papiroflexia en Zaragoza

La ciudad de Zaragoza guarda una estrecha relación con la papiroflexia desde hace más de 70 años. Fue cuna del Grupo Zaragozano de Papiroflexia a comienzos de los años 40 del siglo XX, cuando por aquel entonces estaba formado por un grupo de intelectuales (médicos, abogados, profesores, etc.) que se reunía con el único fin de intercambiar conocimientos y habilidades sobre la papiroflexia. Los diseños de aquella época consistían en figuras planas, sencillas, con un realismo limitado y que en ocasiones podían necesitar cortes o varias piezas de papel en su realización:

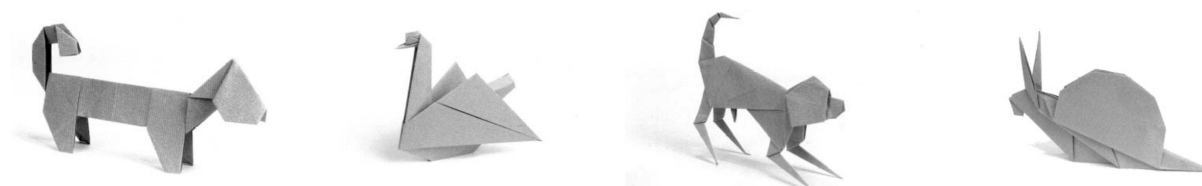


Figura 1. Figuras del Grupo Zaragozano, 1940-1970

A finales de los años 70, el Grupo Zaragozano de Papiroflexia se renueva y comienza su andadura hasta lo que es hoy en día: un grupo de personas que disfruta compartiendo plegados alrededor de un café o una cerveza. Durante estos años se han llevado a cabo varias convenciones internacionales, concursos de aviones, numerosas exposiciones, talleres, etc. Como fruto de esta trayectoria, en diciembre de 2013 se inaugura la Escuela-Museo de Origami de Zaragoza (EMOZ), en el Centro de Historias de Zaragoza. Es el primer y único museo europeo con esta temática, y aspira a convertirse en un referente mundial en la difusión del origami. A pesar de llevar relativamente poco tiempo abierto, por la EMOZ han pasado gran cantidad de figuras que abarcan todas las técnicas conocidas hasta el momento. En la figura 2 se muestran algunas de las figuras que han pasado por la EMOZ a lo largo de los últimos años. Como puede apreciarse, la evolución de la papiroflexia es evidente, si comparamos estas figuras con las de hace 70 años. Hoy en día existen multitud de corrientes y estilos creativos basados todos ellos en el plegado de papel.



Figura 2. Figuras expuestas en la EMOZ, 2013-2016

## Matemáticas en la papiroflexia

Muchas de las figuras que han pasado por la EMOZ tienen una estrecha relación con las matemáticas, ya sea por su estética o porque se han empleado conceptos matemáticos en su diseño. Por ejemplo, la combinación y repetición de pliegues permite crear figuras que, aun siendo abstractas en muchas ocasiones, son estéticamente atractivas por sus múltiples simetrías. Un ejemplo de esto son las teselaciones, es decir, figuras creadas a partir de la repetición de un mismo esquema. En la figura 3(a) se muestra una teselación clásica, en la que un mismo motivo (o molécula) se repite varias veces a lo largo y ancho de la superficie del papel, de manera que cubre todo el espacio. Para realizar este tipo de teselaciones, en general, se parte de un plegado en forma de cuadrícula o en forma de rejilla de triángulos equiláteros. En la figura 3(b) se puede ver una corrugación, es decir, una teselación con la particularidad de que en ningún punto del papel se superponen varias capas y, por tanto, toda la superficie del papel queda a la vista. La figura 3(c) muestra una teselación recursiva, y se caracteriza por la repetición de un motivo en una escala más pequeña. El modelo de la figura 3(d) combina las técnicas de la teselación clásica con las de la teselación recursiva.

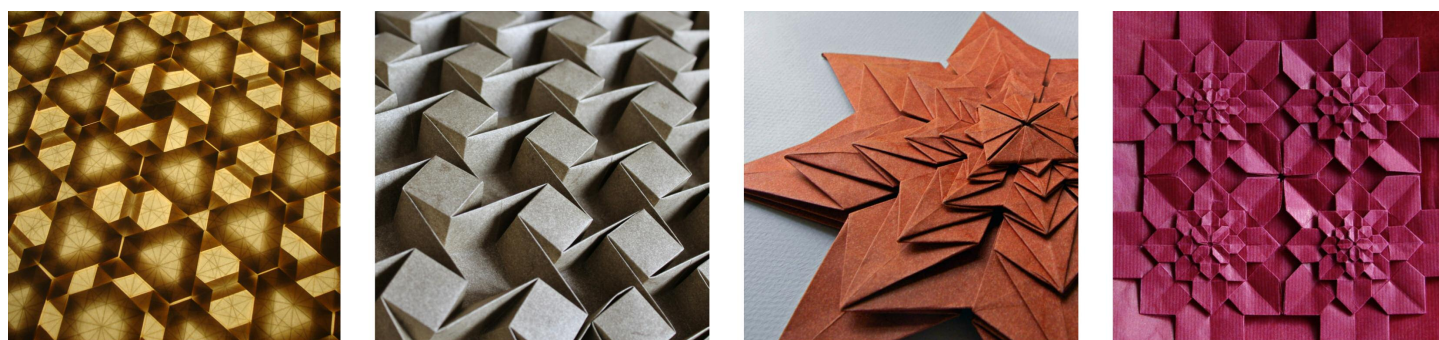


Figura 3. Tipos de teselación

Otro tipo de figuras de aspecto geométrico son los modulares, es decir, figuras que se forman uniendo varios papeles plegados (módulos) sin utilizar ningún tipo de adhesivo. Esto permite crear figuras planas y también volúmenes: cuerpos geométricos, estructuras, poliedros, etc. El número de módulos que pueden utilizarse para hacer una figura no tiene límite. Por ejemplo, 30 módulos son suficientes para formar la estructura del icosaedro. El manto de papel que se le coloca a la Virgen del Pilar cada 6 de agosto tiene exactamente 1536 módulos. Y la figura con más módulos que ha pasado por la EMOZ es el fractal que aparece en la figura 4, una esponja de Menger de nivel 3, formada por un total de 64000 módulos.

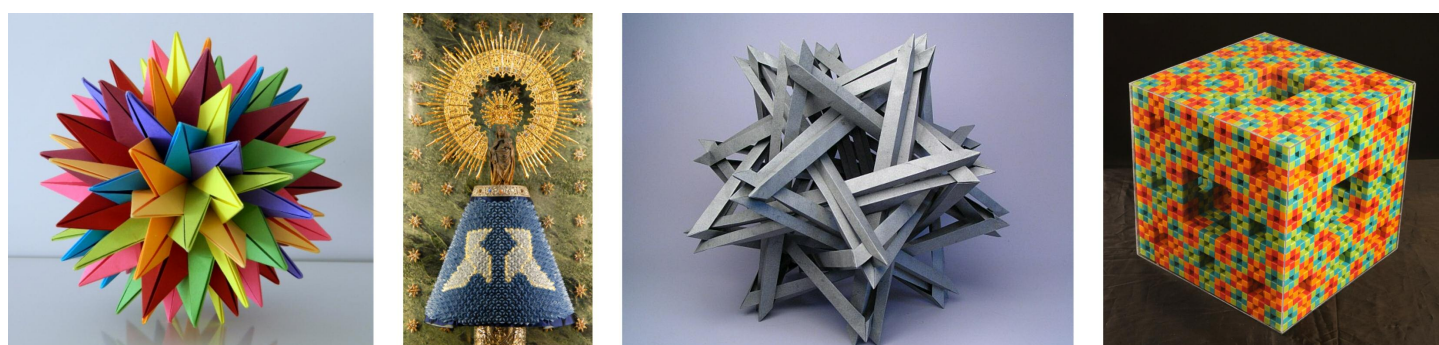


Figura 4. Figuras modulares

La influencia de las matemáticas en la papiroflexia no solo debe observarse en el aspecto exterior de algunas figuras, sino que prácticamente todas las figuras involucran algún concepto matemático en su plegado. La gran mayoría de los pliegues que se realizan no son arbitrarios, de manera que con las instrucciones adecuadas cualquiera puede ser capaz de replicar una figura. Realizar un pliegue a lo largo de la mediatriz de dos puntos o a lo largo de la bisectriz de un ángulo son las operaciones más habituales que se realizan al plegar una figura. Otras como, por ejemplo, dividir el lado de un cuadrado en 5 partes iguales, realizar un pliegue con un ángulo de  $60^\circ$  o trisecar un ángulo, son operaciones que requieren de algún algoritmo de plegado sencillo.

Las matemáticas también juegan un papel muy importante en el diseño, especialmente en figuras complejas. Problemas clásicos como el del empaquetamiento de círculos sirven de soporte para diseñar figuras de papel con

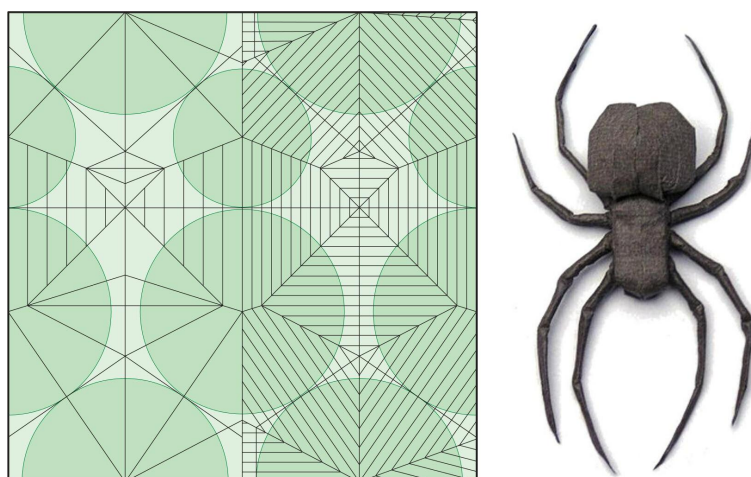


Figura 5. Empaquetamiento de círculos

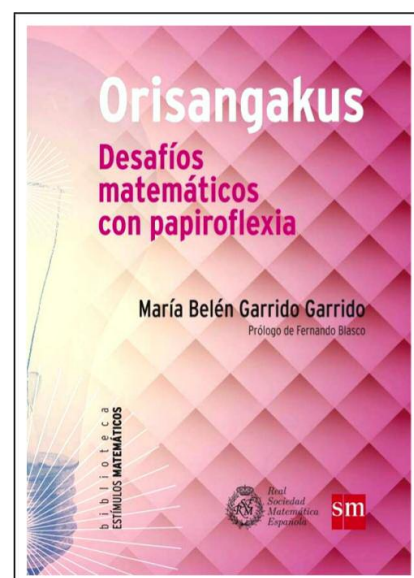
un determinado número de puntas con una longitud específica que, tras ser modelados adecuadamente pasarán a ser las extremidades de un animal, las antenas de un insecto, o los dedos de un pianista, por ejemplo.

### Papiroflexia y matemáticas en el aula

La papiroflexia es una herramienta habitual de muchos profesores en distintos niveles educativos. Se utiliza tanto en educación infantil como con personas mayores, pasando por educación primaria, secundaria y universitaria. Tanto es así que en los últimos años vienen celebrándose congresos específicos sobre su utilidad didáctica <[www.foldingdidactics.com](http://www.foldingdidactics.com)>. El objetivo y la utilidad de la papiroflexia son diferentes en cada etapa. La práctica del origami permite desarrollar la psicomotricidad, las habilidades manuales, la precisión o la orientación espacial en los alumnos más jóvenes. Sirve como herramienta en las clases de matemáticas de primaria y secundaria para explicar conceptos generalmente relacionados con la geometría: proporciones, ángulos, rectas, áreas, volúmenes, etc. Y también se utiliza para el desarrollo de la memoria y la prevención del deterioro cognitivo en edades avanzadas.

Como ejemplo, dos libros que pueden servir de referencia a los profesores que deseen introducir la papiroflexia en sus aulas:

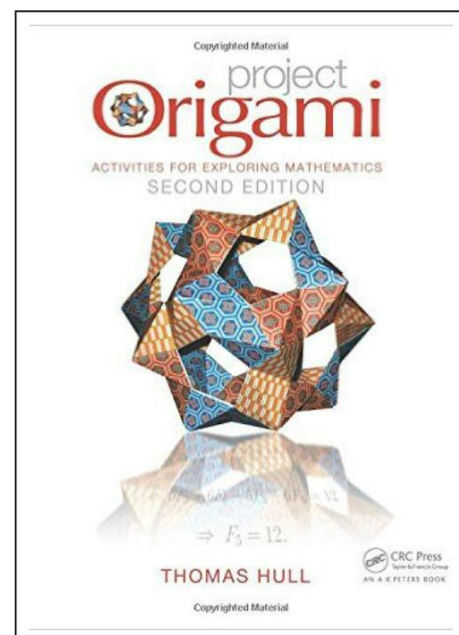
- *Orisangakus. Desafíos matemáticos con papiroflexia*. Belén Garrido Garrido. Ediciones SM, 2015.



— *Project Origami: Activities for Exploring Mathematics*. Thomas Hull. A K Peters/CRC Press, 2012 (2ª edición).

Ambos libros contienen una buena colección de actividades para desarrollar en el aula. Cada actividad consiste en la realización de una figura sencilla o, incluso, simplemente una serie de pliegues, y el estudio posterior de las características del modelo plegado. *Orisangakus* es un libro orientado a alumnos de educación secundaria y que desarrolla principalmente aspectos geométricos. *Project Origami* es un libro que tiene un nivel técnico más elevado, con actividades orientadas a cursos de bachillerato y de universidad, y que desarrolla más campos de las matemáticas.

Para finalizar este artículo, nos gustaría proponer un pequeño rompecabezas consistente en plegar adecuadamente un cuadrado de papel con una serie de dibujos hasta conseguir que estos queden alineados según el patrón que aparece en cada una de las imágenes. Este rompecabezas está basado en uno de los que anualmente propone Erik Demaine, un matemático y papiroflecta con trabajos de investigación muy interesantes que combinan ambas disciplinas. Pueden encontrarse más rompecabezas similares en [erikdemaine.org/puzzles](http://erikdemaine.org/puzzles).



Puede descargarse una versión para imprimir de este rompecabezas en [goo.gl/OuUMfU](http://goo.gl/OuUMfU).

