



El romanesco (*Brassica oleracea*), una variedad verde de coliflor que presenta geometría fractal en su estructura. Shutterstock / FOTOGRIIN

Los fractales son mucho más que una coliflor

Publicado: 22 junio 2022 19:18 CEST

María Antonia Navascués Sanagustín

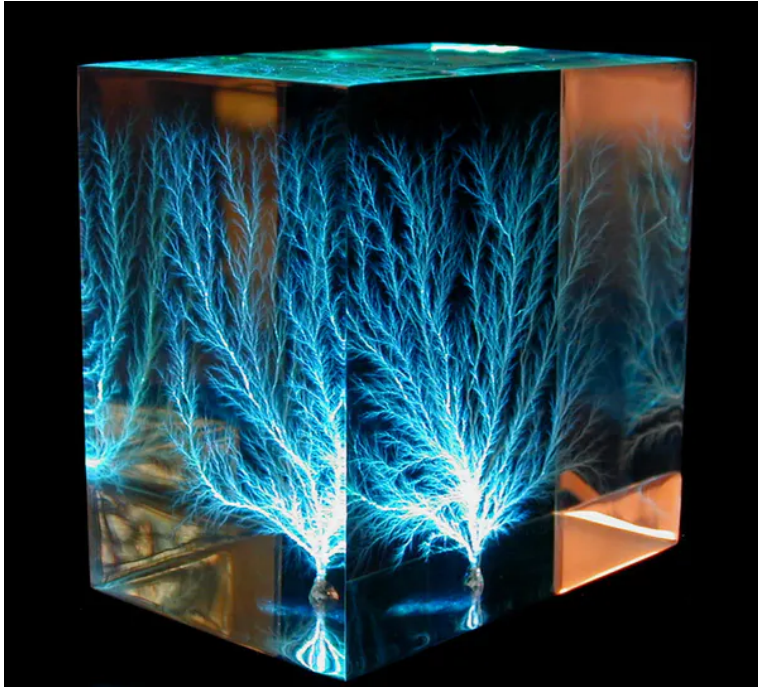
Investigadora en Matemática Aplicada, Universidad de Zaragoza

Una coliflor o un brócoli. Son los ejemplos más populares de sistemas fractales. Un árbol también. Al fin y al cabo se trata de ejemplos fácilmente reconocibles formados por estructuras que se repiten y son exactamente iguales entre sí.

Cualquier rama de un árbol sigue una estructura similar a las demás, y se multiplica incesantemente hasta dar forma al propio árbol. Pero advertimos en el título que los fractales son mucho más que eso, son un *código* que existe en los sistemas complejos y conocerlos supone poder descifrar cómo van a comportarse. A menudo se nombran como “el código geométrico de la naturaleza”.

En la segunda mitad del siglo XX, un grupo de matemáticos y físicos propusieron nuevos modelos para estudiar esos fenómenos complejos y caóticos. Estos modelos se denominan conjuntos fractales, y se basan en el concepto de autosimilaridad, es decir, ampliando una parte del objeto se observa un patrón similar al diseño completo (el árbol, la coliflor, etc.).

¿A qué nos referimos con sistemas complejos? Hay ejemplos de conjuntos fractales menos intuitivos que un árbol, como las turbulencias de una tormenta, el modo en que se propaga un rayo, el sistema circulatorio o neuronal, el relieve de un paisaje y, también, la bolsa, la subida de precios, incluso la evolución de una pandemia como la covid-19. Estamos ante un nuevo método para entender el mundo.



Las figuras de Lichtenberg son descargas eléctricas ramificadas que aparecen en la superficie o el interior de un material aislante. Se cree que el patrón de descarga se extiende como fractal aun hasta el nivel molecular. Tamaño real: 76 mm × 76 mm × 51 mm. Wikimedia commons

Predecir la evolución de la covid-19 con fractales

¿Cómo evolucionará la covid-19? Responder a esta pregunta está entre las grandes prioridades científicas del momento. Las técnicas tradicionales solo permiten analizar cómo ha sido la expansión de una pandemia una vez que ha finalizado. Sin embargo, la propagación de una pandemia, un sistema caótico y complejo, puede observarse como un sistema fractal. En su desarrollo hay patrones, un código, ramas de árbol que se repiten. Conociéndolas, es posible prever cómo va a evolucionar aunque no se cuente con todos los datos.

Con los datos registrados en un cierto intervalo temporal, la interpolación fractal puede estimar los datos intermedios entre los reales, comparando similitudes (las ramas del árbol) con la perspectiva de la estructura de los datos iniciales.

En un estudio publicado en *Chaos, Solitons & Fractals*, se presenta un análisis de curvas epidemiológicas de covid-19 correspondientes a cinco países europeos al cabo de aproximadamente cien días de casos registrados. En él se comprueba que los datos tienen una estructura fractal, característica que puede proporcionar una perspectiva diferente para abordar el análisis de las curvas de incidencia de la enfermedad.

A la izquierda, mapa de casos de covid-19 en los condados de Rumania, a la derecha interpolación fractal de los casos de contagio diarios en Italia. Science Direct

Cuánto mide la costa de Gran Bretaña

Uno de los pioneros en proponer procedimientos de tipo matemático para el análisis de los fenómenos irregulares fue el profesor Benoît Mandelbrot, padre de la teoría fractal, cuyas aplicaciones se siguen desarrollando en la actualidad. Una frase de Mandelbrot que ha pasado a la historia: “Las nubes no son esferas, las montañas no son conos ni los relámpagos viajan en línea recta”. En esta teoría se acepta que la dimensión de un objeto puede ser fraccionaria, por ejemplo, $4/3$.

Una de las imágenes más icónicas de la ciencia, el conjunto de Mandelbrot. Responde al principio matemático de autosimilitud de los fractales y es infinitamente ampliable: el patrón de los bordes se repite una y otra vez al profundizar en la imagen. Wikimedia commons

Uno de los artículos más famosos de Benoît Mandelbrot se titula *¿Cuánto mide la costa de Gran Bretaña?*. En él retoma un trabajo del brillante científico británico Lewis Fry Richardson que, en 1961, realizó un estudio destinado a medir la longitud de esta costa.

Una forma aproximada de realizar esta medición es considerar una longitud de paso dada (h), y estimar el número de pasos que se necesitan para realizar el recorrido.

Con este método, el producto de ambas cantidades proporciona una longitud empírica $L(h)$. Pero tiene trampa. Richardson observó que cuando el paso h se va tornando más pequeño, la magnitud de la costa se incrementa indefinidamente. En lenguaje matemático diríamos que la longitud es infinita, y con esto la pregunta de Mandelbrot quedaba resuelta.

Pero Richardson tuvo algo más en cuenta, y es que la costa de Gran Bretaña no es una planicie perfecta. Descubrió, para las matemáticas, que la longitud $L(h)$ es proporcional a h elevado a $-\alpha$. Ese exponente α es el que cuantifica, el que tiene en cuenta, la irregularidad de la costa. Esta constante es un precedente de lo que ahora se denomina dimensión fractal.

Los mapas mentales como fractales

El estudio de señales bioeléctricas como las que produce el cerebro humano se realizaba clásicamente por medio de un análisis de frecuencias, es decir, se computaba el número de ciclos por segundo que describe una onda. Sin embargo, los modelos anteriores al siglo XX son estupendos siempre que las cosas *se comporten bien*, es decir, no sean complejas o caóticas.

Las curvas fractales presentan gráficas geoméricamente complejas que se construyen a partir de una serie de datos iniciales. Utilizando este tipo de técnicas se puede obtener una dimensión fractal del registro. Este indicador puede emplearse para realizar mapas cerebrales y poder comparar distintos estados mentales correspondientes a grupos de pacientes sanos y otros afectados por algún tipo de enfermedad mental.

Usando parámetros fractales pueden detectarse también diferencias en la activación cerebral por el ejercicio de determinados test de atención, con el consiguiente conocimiento de las áreas cerebrales implicadas en cada uno de ellos.

Los ejemplos anteriores (hay muchísimos más) ponen de manifiesto que nos encontramos ante una nueva perspectiva para abordar el gran paradigma de la ciencia contemporánea: entender una realidad compleja, cambiante incluso, a veces, hostil.