

Desarrollo de un sistema experimental para levitación acústica de pequeñas masas

Carlos Pablo Villalta López

Curso 2023–2024

TRABAJO DE FIN DE GRADO – GRADO EN FÍSICA



Índice

1. Introducción y marco teórico	2
1.1. Radiación acústica en ondas estacionarias	2
1.2. Patrones de onda estacionaria	5
2. Objetivos	6
3. Desarrollo y metodología	6
3.1. Montaje experimental	6
3.1.1. Arduino	7
3.1.2. Etapa amplificadora	9
3.1.3. Transductores piezoelectrinos	10
3.2. Experimento: levitación de pequeñas masas	11
3.3. Simulación en COMSOL Multiphysics	13
3.3.1. Primer modelo	13
3.3.2. Segundo modelo	14
4. Resultados y discusión	16
4.1. Posición de los objetos levitados	16
4.2. Desplazamiento por desfase	19
4.3. Determinación de densidades	22
5. Conclusiones	24
Bibliografía	24
A. Anexos	26
A.1. Código de Arduino 1	26
A.2. Código de Arduino 2	26
A.3. Código en C	29
A.4. Plano de la pieza superior del montaje	31
A.5. Plano de la pieza inferior del montaje	32

1. Introducción y marco teórico

Un campo acústico lo suficientemente intenso puede provocar que, bajo las condiciones adecuadas, se contrarreste el efecto de la gravedad sobre un objeto pequeño quedando suspendido en el aire. Este fenómeno se conoce como levitación acústica.

1.1. Radiación acústica en ondas estacionarias

Para describir la física del fenómeno es de utilidad definir la presión acústica y la velocidad del fluido como una perturbación:

$$p = p_r + p_1 + p_2 \quad (1.1)$$

$$\vec{u} = \vec{u}_1 + \vec{u}_2 \quad (1.2)$$

Donde p_r es la presión del medio (en este caso el aire) en reposo, p_1 es la aproximación en primer orden del campo acústico y p_2 es la aproximación en segundo orden. La misma consideración se hace para la velocidad \vec{u} . Se introduce ahora una de las ecuaciones de Euler para la mecánica de fluidos [1]:

$$\vec{\nabla}p = -\rho\left(\frac{\partial}{\partial t} + \vec{u} \cdot \vec{\nabla}\right)\vec{u} \quad (1.3)$$

Donde ρ es la densidad del medio. A partir de esta expresión, y dado que para frecuencias altas las magnitudes efectivas son los promedios temporales, se calcula ahora $\langle p \rangle$. Los promedios de las contribuciones lineales en primer orden $\langle p_1 \rangle$ y $\langle \vec{u}_1 \rangle$ se van a anular, quedando sólo las contribuciones cuadráticas. Además, los términos asociados a la perturbación en segundo orden de la velocidad \vec{u}_2 también se anulan, por lo que se obtiene el promedio temporal de la perturbación de segundo orden en presión $\langle p_2 \rangle$ habiendo seguido el desarrollo de [2] y [1]:

$$\langle p_2 \rangle = \frac{1}{2\rho c_0^2} \langle p_1^2 \rangle - \frac{\rho}{2} \langle \vec{u}_1 \cdot \vec{u}_1 \rangle \quad (1.4)$$

Donde c_0 es la velocidad del sonido en el medio. La presión de segundo orden es la responsable de la fuerza de radiación acústica que ejerce el campo, por lo que dicha fuerza se obtiene integrando la presión $\langle p_2 \rangle$ sobre la superficie en la que se calcula la fuerza de radiación:

$$\vec{F}_{rad} = - \int_{S_0} \langle p_2 \rangle \hat{n} dS \quad (1.5)$$

La fuerza de radiación acústica es la que hace posible la levitación y se puede expresar como menos el gradiente de un potencial $-\vec{\nabla}U$, es decir, se considera una fuerza conservativa.

Para el caso en el que se tiene una fuerza de radiación acústica sobre una esfera de un radio mucho menor que la longitud de onda, $R \ll \lambda$, se obtiene el conocido como potencial de Gor'kov [3], suponiendo el medio como un fluido ideal (no viscoso y no conductor de calor):

$$U = 2\pi R^3 \left(\frac{f_1}{3\rho c_0^2} \langle p_1^2 \rangle - \frac{f_2 \rho}{2} \langle \vec{u}_1 \cdot \vec{u}_1 \rangle \right) \quad (1.6)$$

En la ecuación, $f_1 = 1 - \frac{\rho c_0^2}{\rho_s c_s^2}$ y $f_2 = 2(\frac{\rho_s - \rho}{2\rho_s + \rho})$, donde ρ_s y c_s son la densidad de la esfera y la velocidad del sonido en la misma. Éstas van a ser, en la mayoría de los casos de levitación, mucho mayores que la densidad y la velocidad del sonido en el medio (aire), por lo que los factores f_1, f_2 se consideran aproximadamente 1.

Se supone ahora que la perturbación de primer orden es una onda estacionaria plana de presión:

$$p_1 = p_0 \cos(\omega t) \cos(kz) \quad (1.7)$$

Con p_0 la amplitud de la onda estacionaria, ω su frecuencia angular, t el tiempo, k el número de ondas y z la coordenada en el eje de propagación. Por otro lado, haciendo uso de la ecuación (1.3) y despreciando el término $\vec{u} \cdot \vec{\nabla} \vec{u}$ [1] se obtiene:

$$\vec{u}_1 = \frac{p_0}{\rho c_0} \sin(\omega t) \sin(kz) \quad (1.8)$$

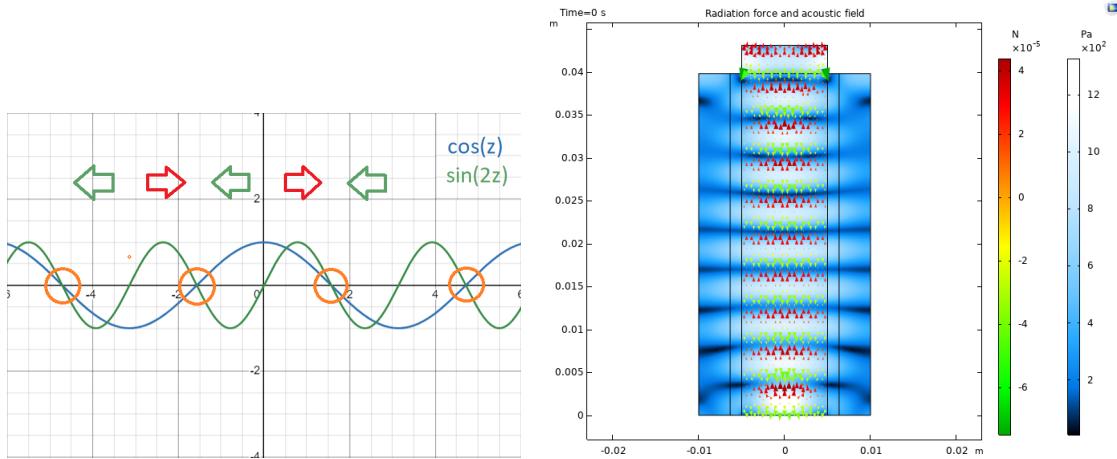
Como se puede observar en (1.6), para hallar el potencial de Gor'kov es necesario calcular los promedios temporales $\langle p_1^2 \rangle$ y $\langle \vec{u}_1 \cdot \vec{u}_1 \rangle$, dando como resultado:

$$\begin{aligned} \langle p_1^2 \rangle &= \frac{p_0^2}{2} \cos^2(kz) \\ \langle \vec{u}_1 \cdot \vec{u}_1 \rangle &= \frac{1}{2} \left(\frac{p_0^2}{\rho c_0} \right)^2 \sin^2(kz) \\ U &= \frac{p_0^2 \pi R^3}{\rho c_0^2} \left(\frac{\cos^2(kz)}{3} - \frac{\sin^2(kz)}{2} \right) \end{aligned} \quad (1.9)$$

De donde, aplicando además la identidad del seno del ángulo doble, se puede obtener la fuerza de radiación:

$$\vec{F}_{rad} = -\vec{\nabla}U = \frac{5\pi R^3 k p_0^2}{6\rho c_0^2} \sin(2kz) \hat{k} \quad (1.10)$$

Comparando la fuerza de radiación con la expresión de la onda estacionaria, se observa que depende de la función seno con el doble de periodicidad espacial que el coseno en (1.7). Por tanto, se puede deducir que la fuerza de radiación apuntará hacia los nodos de presión, véase la figura (1.1):



(a) Comparación entre $\sin(2z)$ y $\cos(z)$. Los nodos corresponderán con los puntos en los que $\cos(z)$ se hace 0 (naranja). Las flechas indican la dirección de la fuerza de radiación. (b) Simulación de la fuerza de radiación acústica y el campo acústico. Se puede ver cómo la fuerza de radiación apunta hacia los mínimos de presión absoluta (nodos).

Figura 1.1: Visualización de la fuerza de radiación acústica

De este modo, en el caso de una onda estacionaria de presión, en ausencia de fuerzas externas, los nodos son las posiciones estables donde la fuerza de radiación es mínima. En la levitación, la fuerza de radiación compensará la de la gravedad actuando sobre el objeto levitado a una distancia Δz por debajo del nodo, pero para objetos pequeños y ligeros la levitación sucede aproximadamente en el nodo.

De esta manera, igualando la amplitud de la fuerza de radiación a la fuerza de la gravedad, se puede obtener la amplitud mínima de la onda estacionaria necesaria para que se produzca la levitación de una esfera de masa m , radio R y densidad ρ_s :

$$p_{0,min} = \sqrt{\frac{6\rho c_0^2 mg}{5\pi R^3 k}} = \sqrt{\frac{8\rho \rho_s c_0^2 g}{5k}} \quad (1.11)$$

Además, en el entorno del nodo la fuerza de radiación se puede considerar linealmente dependiente con el desplazamiento respecto al nodo, aproximándose a la fuerza restauradora de un muelle [4][5] de constante elástica κ :

$$\kappa = \frac{d^2 U}{dz^2} = \frac{5\pi R^3 k^2 p_0^2}{3\rho c_0^2} \quad (1.12)$$

Por lo tanto, si se tiene una esfera levitando en torno al nodo y ésta se ve perturbada por una fuerza externa, la esfera describirá un movimiento oscilatorio (en la realidad será una oscilación amortiguada), de frecuencia natural:

$$\Omega = \sqrt{\frac{\kappa}{m}} = \sqrt{\frac{5k^2 p_0^2}{4\rho \rho_s c_0^2}} \quad (1.13)$$

1.2. Patrones de onda estacionaria

La condición para que se forme una estacionaria en el sistema que se va a tratar viene dada por la distancia entre las fuentes de ondas acústicas, en la conocida expresión:

$$d = n \frac{\lambda}{2} \quad (1.14)$$

Donde d es la distancia entre las fuentes, n es un número entero y λ es la longitud de onda. Dependiendo del valor de n y la fase entre las ondas de cada una de las dos fuentes, el patrón de la onda estacionaria cambiará, influyendo en las condiciones de contorno. Para explicar cómo cambian dichas condiciones, se sigue el razonamiento de [6]. Supóngase una onda estacionaria expresada como:

$$p = \mathbf{A} \exp\{i(\omega t + k(d - z))\} + \mathbf{B} \exp\{i(\omega t - k(d - z))\} \quad (1.15)$$

Donde \mathbf{A} y \mathbf{B} están determinados por las condiciones de contorno en $z=0$ y $z=d$. Se supone ahora que están expresados en función de un desfase θ entre las ondas, $\mathbf{A} = A$ y $\mathbf{B} = B \exp\{i\theta\}$. El módulo de p se obtiene como:

$$P = |p| = [(A + B)^2 \cos^2(k(d - z) - \theta/2) + (A - B)^2 \sin^2(k(d - z) - \theta/2)]^{1/2} \quad (1.16)$$

Donde $(A+B)$ es la amplitud en los antinodos y $(A-B)$ en los nodos. Se calcula entonces la posición del primer nodo desde el extremo a distancia d como:

$$k(d - z_n) - \theta/2 = (n - \frac{1}{2})\pi \quad (1.17)$$

$$\theta = 2k(d - z_1) - \pi \quad (1.18)$$

Es conveniente explicar que, si la distancia entre las fuentes de onda es un múltiplo entero de la longitud de onda λ , entonces las ondas que forman la onda estacionaria están en fase. Esta situación se da cuando el número n que multiplica a $\lambda/2$ es par.

Por otro lado, si la distancia es un múltiplo impar de $\lambda/2$ (es decir, n es impar), las ondas están desfasadas $\lambda/2$, lo que equivale a un desfase π entre ellas.

Entonces calculando z_1 en función de θ :

-Si $\theta = 0$, entonces $z_1 = d - \frac{\pi}{2k} = d - \frac{\lambda}{4}$. Esto equivale a n par.

-Si $\theta = \pi$, entonces $z_1 = d - \frac{\pi}{k} = d - \frac{\lambda}{2}$. Esto equivale a n impar.

Se puede ver que con $\theta = 0$, en el extremo $z=d$ habrá un antinodo ya que el primer nodo está a distancia $\lambda/4$. De la misma forma, con $\theta = \pi$, en $z=d$ habrá un nodo ya que el primer nodo está a distancia $\lambda/2$. Además, si se añade un desfase adicional θ' entre las fuentes que producen las ondas, el patrón de la onda estacionaria cambiará. Si se tiene por ejemplo $\theta' = \pi$, la expresión (1.18) queda:

$$\theta + \theta' = 2k(d - z_1) - \pi \longrightarrow \theta = 2k(d - z_1) - 2\pi \quad (1.19)$$

-Si $\theta = 0$, $\theta' = \pi$, entonces $z_1 = d - \frac{\pi}{k} = d - \frac{\lambda}{2}$.

-Si $\theta = \pi$, $\theta' = \pi$, entonces $z_1 = d - \frac{\pi}{2k} = d - \frac{\lambda}{4}$.

Y entonces se observa que el patrón se ha invertido con respecto a la situación anterior. Por tanto, tanto la paridad de n a la hora de escoger las distancias d , como el desfase adicional entre las fuentes, juegan un papel importante en el patrón de la onda estacionaria.

2. Objetivos

- El trabajo tiene como objetivo principal el diseño y realización de un experimento para la reproducción del fenómeno de la levitación acústica, así como la verificación de conceptos y comportamientos físicos asociados.
- También se pretende desarrollar y validar modelos de simulación construidos en COMSOL multiphysics para el estudio del campo acústico, el movimiento de partículas inmersas en el mismo y la generación de ondas acústicas recreando el fenómeno de piezoelectricidad.
- De la misma forma, se busca comparar y contrastar los resultados de las simulaciones y las descripciones teóricas del fenómeno con las observaciones experimentales; analizando parámetros como las posiciones de levitación, la frecuencia y el nivel de sonido generados, y el desfase entre ondas.
- Por último, se investigan y exploran mejoras al experimento, al igual que las posibles aplicaciones que puede tener la levitación acústica en la investigación científica y la industria.

3. Desarrollo y metodología

3.1. Montaje experimental

El montaje experimental se puede explicar en tres grandes bloques:

- Placa Arduino conectada a un ordenador.
- Amplificador de señal.
- Transductores piezoeléctricos

Dicho montaje está basado en el desarrollado en [9] con modificaciones.

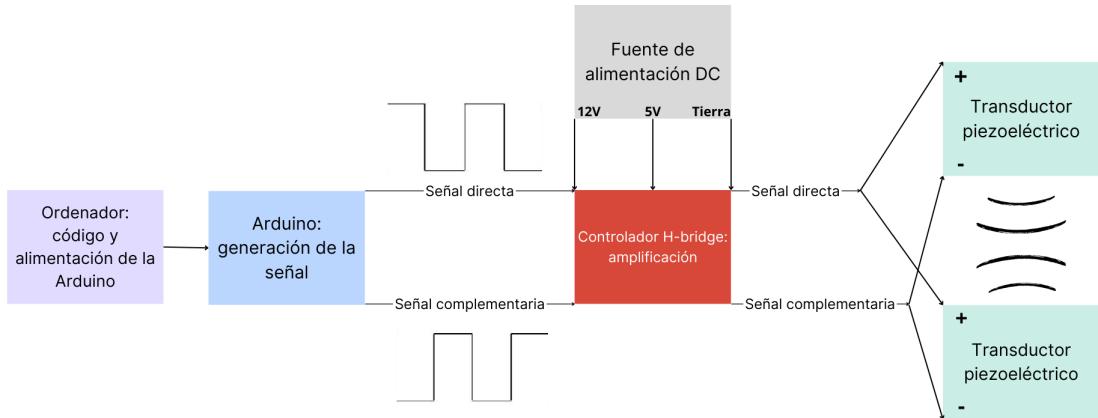


Figura 3.1: Diagrama de bloques del montaje experimental

3.1.1. Arduino

La placa es una Arduino Mega 2560 [10]. Ésta se controla mediante el código programado en el entorno de desarrollo Arduino IDE, de manera que haciendo uso de temporizadores internos de la Arduino y alternando los voltajes de salida de forma periódica, se genera una señal cuadrada entre 0 y 5V de amplitud, y 40 kHz de frecuencia. Esto se consigue mediante interrupciones momentáneas en el funcionamiento de la Arduino tras las cuales se alterna el voltaje de salida. Dicho método permite una alta resolución temporal para generar señales de la frecuencia deseada con gran precisión, mientras que también utiliza menor espacio en la memoria y es más eficiente que otros métodos más directos.

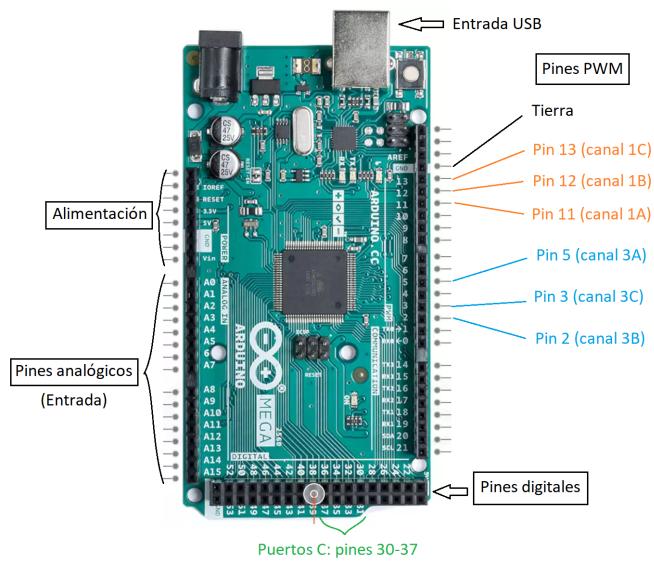


Figura 3.2: Esquema de los pines de la placa Arduino. Se han resaltado en color aquellos que se utilizan en el montaje.

La manera en que normalmente se opera con una Arduino consiste en diseñar un código que se encarga de programar el comportamiento de la placa, se carga el código en la Arduino a

través de la entrada USB, y se le suministra alimentación para que ejecute el código que se ha grabado en su procesador. Se pueden conectar cables a los pines de la placa, tanto si es para que saque una señal de salida, como si es para introducir una señal de entrada (en los pines que lo permitan) que interaccione de alguna manera con el código programado previamente. En el caso del montaje de este experimento, la placa se ha alimentado con el propio cable USB conectado a un ordenador y se han utilizado pines de salida digitales para generar la señal deseada.

El primer código que se empleó para generar señales en el experimento utilizaba un solo temporizador, de manera que las señales para sendos transductores salían del mismo puerto; estando, por lo tanto, sincronizados. Las interrupciones se ejecutan por comparación, es decir, cuando un contador alcanza el valor del registro del temporizador que se le haya asignado. De esta manera, cambiando el valor del registro, se puede modificar la frecuencia de la señal. Además, este código configura los pines de salida (de los puertos C) para que el contiguo genere la señal complementaria (si el primero está en 5 V, el contiguo está en 0 V y viceversa); de tal manera que si se conectan dos salidas contiguas a los terminales de un transductor piezoelectrónico, éste estará recibiendo una señal cuadrada entre 5 V y -5 V.

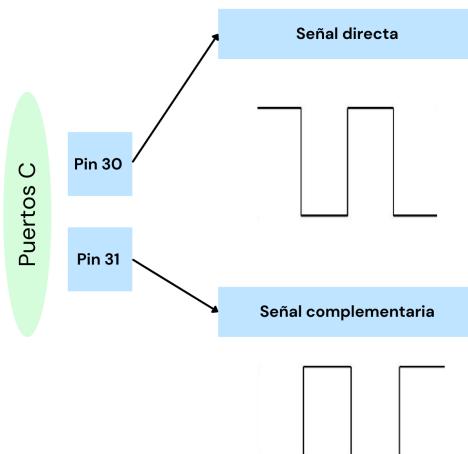


Figura 3.3: Esquema del funcionamiento del primer código

Sin embargo, la iteración final del código no genera las señales mediante interrupciones, sino mediante las salidas PWM (salidas de modulación por ancho de pulso). Este modo de operación se caracteriza por poder especificar la anchura de los pulsos que se generan, en este caso se impuso un ancho de pulso de tal forma que se generaran señales cuadradas entre 0 y 5 V a 40 kHz. Además, cada temporizador opera hasta 3 pines, por ejemplo en el caso de Timer1, el canal de comparación 1A opera el pin 11, el 1B opera el 12 y el 1C el 13 (ver fig. 3.2). Se utilizan los canales 1A y 1B para tener la capacidad de introducir desfase de forma controlada entre ambas señales (el segmento de código que se encarga de esto se obtuvo gracias al programa RTM TimerCalc).

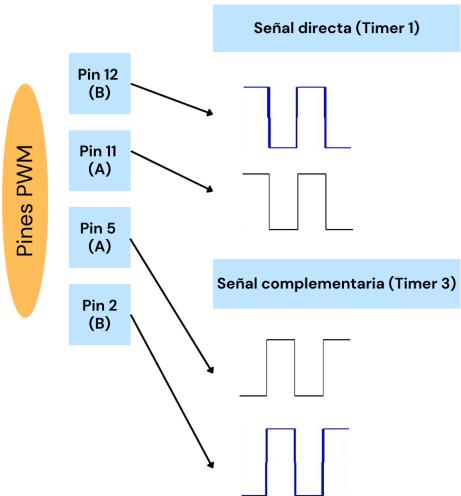


Figura 3.4: Esquema del funcionamiento del segundo código. Este código permite manipular el desfase entre las señales A y las B

El código está diseñado para que el cambio en el desfase se pueda realizar durante el funcionamiento del experimento y de manera suave (no abrupta) hasta aproximadamente un desfase de π , además de que se puede controlar con el ordenador al que está conectada la Arduino. No obstante, existe un inconveniente: para generar la señal complementaria es necesario un segundo temporizador, Timer3, el cual se sincroniza con el primero modificando ligeramente la fase inicial entre los temporizadores. En un prototipo más avanzado sería preferible generar la señal complementaria haciendo uso de un inversor lógico CMOS, pero se ha optado por utilizar los recursos que se tenían disponibles. Los códigos completos se pueden encontrar en los anexos [A.1] y [A.2].

3.1.2. Etapa amplificadora

La etapa amplificadora consiste en un controlador H-bridge L298N [11] conectado a una fuente de alimentación DC. Por un lado se le suministra al controlador una tensión de 5 V fija de alimentación, y por otro lado una tensión regulable desde 0 hasta 12 V de la que depende la amplitud de la onda que generan los transductores. La señal aportada por la Arduino se amplifica hasta el voltaje que se haya seleccionado en la fuente de hasta 12 V.

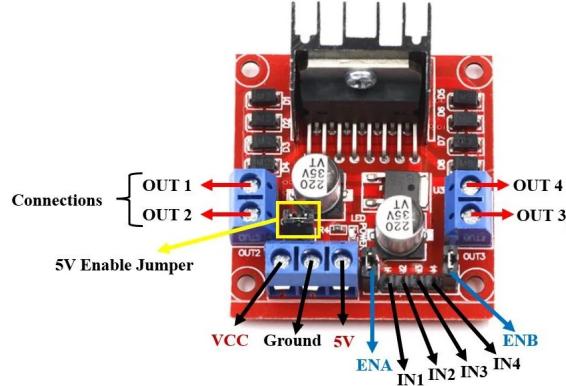
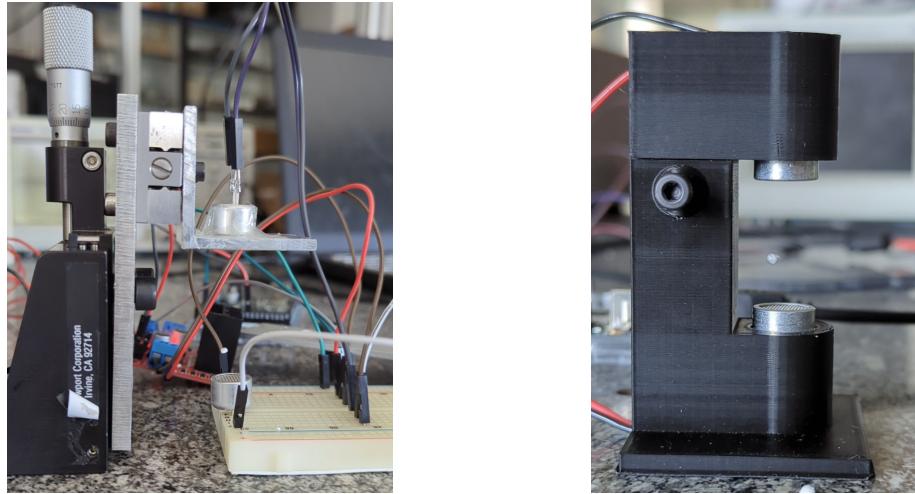


Figura 3.5: Controlador H-bridge: Vcc es la entrada de alimentación DC junto con la entrada de 5 V; cada pin de entrada IN controla la salida de su correspondiente pin OUT de salida. Además, retirar el *jumper* es lo que permite utilizar voltajes mayores que 5 V.

3.1.3. Transductores piezoeléctricos

En lo que refiere a los transductores piezoeléctricos ultrasónicos, se colocan alineados verticalmente y enfrentados uno con el otro. Producen ondas de frecuencia centrada en torno a 40 kHz, cualquier frecuencia que se aleje de dicho valor decae súbitamente en nivel de sonido, por lo que sólo se consideran ondas de dicha frecuencia para el experimento. Además, es por esta respuesta en frecuencia que se puede operar los transductores a partir de la señal cuadrada emitida por la Arduino, en vez de una señal sinusoidal, ya que las distintas frecuencias pertenecientes a los armónicos que produce una onda cuadrada se ven muy atenuadas. Más especificaciones que serán útiles posteriormente se pueden encontrar en [12]. En cuanto al soporte para colocar los transductores inicialmente se hizo un montaje con diversas piezas disponibles en el laboratorio y tornillos micrométricos para ajustar la distancia y la alineación horizontal entre los transductores. Posteriormente se hizo una impresión 3D de un soporte diseñado en el software SolidWorks, dicho soporte asegura la correcta alineación de los transductores y también permite variar la distancia entre ellos. Los planos de diseño de las piezas se pueden encontrar en los anexos [A.4] y [A.5].



(a) Primer montaje realizado con piezas del laboratorio
 (b) Segundo montaje realizado a partir de una pieza impresa en 3D

Figura 3.6: Imágenes de los montajes levitando una pequeña esfera de poliestireno expandido

3.2. Experimento: levitación de pequeñas masas

Una vez montado, se procede a realizar el experimento. Como ya se ha mencionado, se generan las señales de 40 kHz con la Arduino y se amplifican a 12 V, y los transductores comienzan a generar ondas acústicas uno frente al otro.

Para que sea posible la levitación, tal y como se explica en la sección teórica, es necesario que se forme una onda estacionaria entre los transductores; de esta manera los nodos de la onda estacionaria (donde se anula la fuerza de radiación) son puntos estables donde no se va a perturbar la posición de un objeto que se coloque en ellos, y por otro lado los antinodos donde la fuerza de radiación produce un equilibrio inestable que se ve alterado por el efecto de la gravedad al intentar levitar un objeto.

La condición para que se forme una onda estacionaria a una frecuencia dada depende de la distancia entre los orígenes donde se producen las ondas, recordando la expresión (1.14):

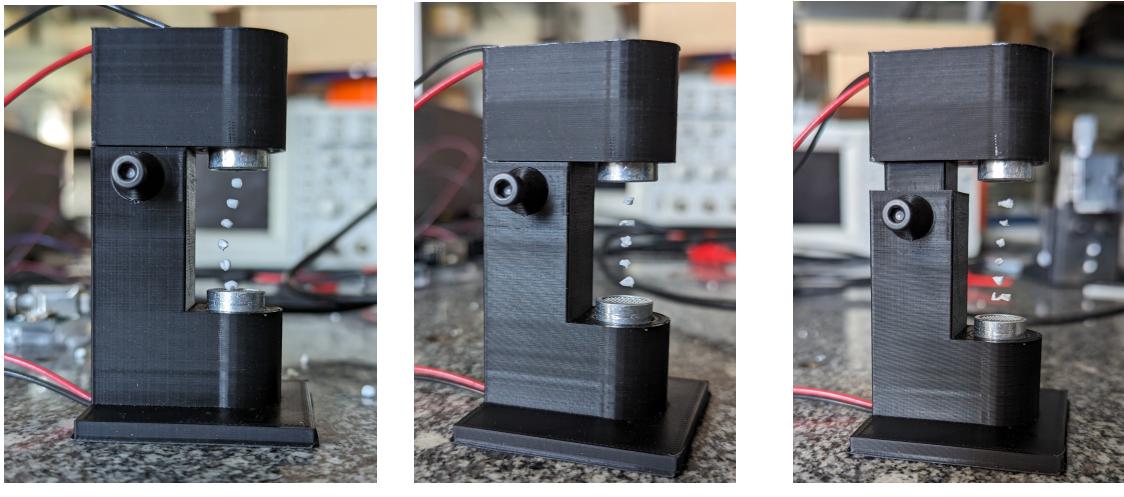
$$d = n \cdot \frac{\lambda}{2}$$

Tal y como se razona en la sección (1.2), si las ondas que generan la onda estacionaria van en fase y con n par, entonces en este caso hay antinodos en los extremos. Cuando n es impar, hay nodos en los extremos. Sin embargo, cuando las ondas van en contrafase la situación será la inversa, con n impar los extremos son antinodos; con n par, los extremos son nodos. En ambas situaciones, si se tienen nodos en los extremos, hay un total de $(n - 1)$ nodos en el espacio entre los transductores; mientras que si se tienen antinodos en los extremos, hay n nodos.

Entonces, dadas las dimensiones del montaje, se va a generar una onda estacionaria con $n \approx 10$ a 40 kHz. Idealmente para que esto se dé se han de separar los transductores una distancia de alrededor de 42,875 mm, ya que la longitud de onda correspondiente es de 8,575 mm asumiendo

la velocidad del sonido como 343 m/s a 20°C .

Una vez separados se procede a colocar en el espacio entre los transductores varios fragmentos o esferas pequeños de poliestireno expandido de un tamaño menor al de la longitud de onda. Cuando se encuentra un nodo, se puede observar cómo levitan los fragmentos de poliestireno perfectamente estables. Sin embargo, son susceptibles a pequeñas perturbaciones como corrientes de aire que los desplacen lateralmente, ya que los antinodos que mantienen la levitación tan sólo se encuentran en la dirección vertical, pudiendo llegar a caer de la levitación. A continuación, se van colocando los fragmentos en todos los nodos que haya disponibles, y se observa a simple vista que la distancia entre ellos es aproximadamente la misma para todos.



(a) Distancia a $n \approx 6$, con los transductores en fase (6 nodos) (b) Distancia a $n \approx 6$, transductores en contrafase (5 nodos) (c) Distancia a $n \approx 7$, con los transductores en fase (6 nodos)

Figura 3.7: Levitación de pequeños fragmentos de poliestireno expandido colocados en los nodos para distintas situaciones

Para medir las posiciones de los nodos, al tratarse de un sistema que es fácilmente perturbable, se recurre al procesado de imágenes. Se hace una foto lo más horizontalmente posible de los objetos levitando, para evitar en lo posible errores derivados de la perspectiva, y se utiliza el programa ImageJ para medir distancias a partir de una referencia en la imagen cuya distancia es conocida. Inicialmente se usó la escala de un pie de rey justo detrás del experimento como referencia, pero al encontrarse en un plano más alejado que el plano de la levitación, las distancias no eran fiables. Por lo tanto, se optó por utilizar el diámetro del transductor como referencia, cuyo tamaño es conocido y asegura que se encuentra en el plano donde sucede el experimento. Se pueden variar las distancias para visualizar más o menos nodos, lo que implica n 's mayores o menores a frecuencia constante.

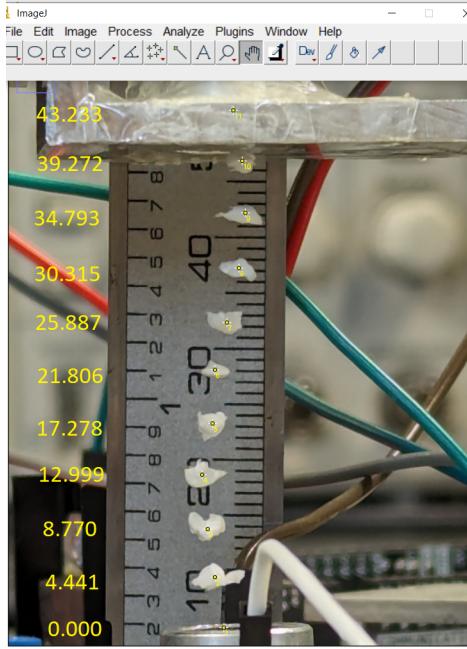


Figura 3.8: Medida de las posiciones utilizando ImageJ

3.3. Simulación en COMSOL Multiphysics

Una herramienta útil para profundizar en el estudio de la fenomenología del experimento es la simulación. En este caso se emplea el programa COMSOL Multiphysics 6.2 ya que provee de módulos de simulación en un amplio rango de áreas de la física, integración de las múltiples físicas e interacciones entre las mismas. A su vez, también permite obtener directamente la visualización de los resultados en gráficas, siendo un programa relativamente sencillo de manejar.

3.3.1. Primer modelo

Se han diseñado dos modelos de simulación distintos. El primero de ellos, más simple, se basa en el utilizado en [7] y siguiendo los manuales de COMSOL [13]. Hace uso de los módulos de Acústica en dominio frecuencial y de Trazado de partículas en fluidos. A grandes rasgos, consiste en la generación de un campo acústico sobre una geometría en 2D, imponiendo una aceleración en los límites que se deseen; además de la condición de contorno de paredes reflectantes (paredes duras), las cuales reflejan las ondas acústicas incidentes como su nombre indica; y la condición de radiación de onda plana, la cual modela la radiación de una onda hacia el infinito, es decir, simula una abertura del sistema hacia el exterior. Posteriormente, y una vez resuelto el campo acústico generado, se simula el movimiento de partículas esféricas inmersas en dicho campo y bajo el efecto de la gravedad y el rozamiento con el aire. En este estudio también se eligen condiciones de contorno, en concreto que cuando una partícula atraviesa dicho contorno se pierde (replicando que sale fuera del sistema), o bien la condición de que se quede pegada al contorno para observar qué partículas chocan con superficies del sistema.

La simulación requiere que se introduzcan una serie de parámetros para resolver las ecuaciones

por las que se rige: la frecuencia a 40 kHz, la velocidad del sonido a 343 m/s (aunque se considerarán velocidades ligeramente mayores en ciertos cálculos posteriores dada la temperatura ambiente del laboratorio), la aceleración, diversos parámetros relacionados con la geometría del problema como la altura del espacio o la anchura de los transductores; y finalmente la densidad y diámetro de las partículas que levitarán. Los parámetros correspondientes al medio, el aire, vienen dados por COMSOL de una lista de distintos materiales.

Tras la simulación obtenemos una serie de resultados que incluyen gráficas de la presión acústica y el nivel de sonido en toda la extensión de la geometría, las gráficas de las posiciones de las partículas hasta un determinado tiempo especificado, y las respectivas series de valores numéricos correspondientes.

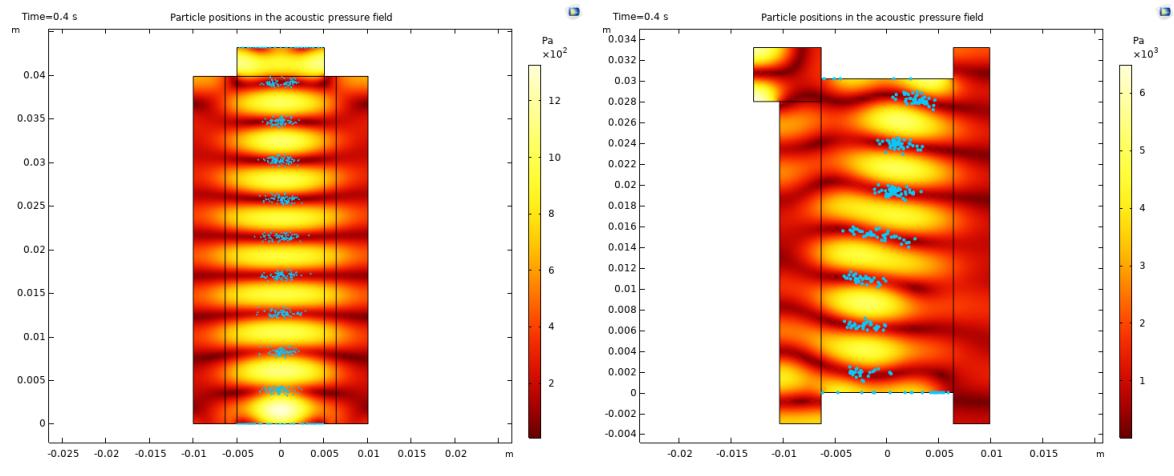


Figura 3.9: Simulación de la posición de las partículas en el campo acústico para las geometrías de los 2 montajes

Se hicieron 2 simulaciones distintas modificando la geometría, la primera (fig.3.9a) más sencilla aunque procurando recrear algunas particularidades del primer montaje experimental manteniendo la mayor simplicidad posible, como la superficie y el orificio en el que se encuentra el transductor superior. La segunda (fig.3.9b) pretende replicar el montaje experimental definitivo, el cual se puede reproducir de una manera más fiel a la realidad, visto desde el perfil.

3.3.2. Segundo modelo

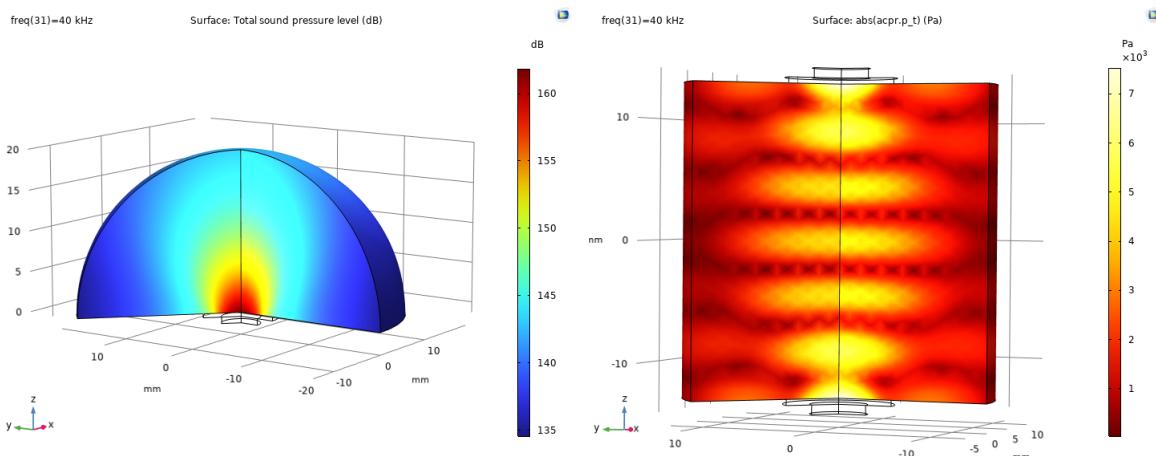
El segundo modelo busca estudiar ciertos fenómenos físicos adicionales, en concreto el efecto del desfase y la generación de ondas acústicas a partir de la respuesta piezoelectrica en los transductores. Se emplean los módulos de Electrostática, Piezoelectricidad, Mecánica de sólidos y de nuevo Acústica en dominio frecuencial. Además, se tiene una geometría en 3D con simetría radial. Este modo de simular las ondas acústicas a partir del fenómeno de la piezoelectricidad permite una reproducción más fiel a la realidad.

El funcionamiento que sigue este modelo es el siguiente: se aplica un voltaje periódico sobre el

material piezoeléctrico, lo que lo hace vibrar. Esta vibración hace resonar una membrana elástica, la cual es responsable de generar las diferencias de presión en el aire circundante, produciéndose así una onda acústica que se propaga en el medio.

Los parámetros que se deben aportar a la simulación son las frecuencias mínima y máxima sobre las que se realiza el estudio, el paso de frecuencias para ejecutar el barrido, la velocidad del sonido en el aire 343 m/s y el voltaje 12 V; además las dimensiones del material piezoeléctrico, la membrana y el espacio sobre el que se realiza la simulación. Cabe destacar que, en el valor del voltaje de uno de los transductores, se puede introducir como un número complejo en notación exponencial del mismo módulo que el del transductor análogo; de esta manera es como se introduce desfase entre las ondas generadas.

Al igual que en el modelo anterior, también se realizaron 2 simulaciones distintas, pero en este caso la primera tenía como objetivo ajustar los parámetros (espesor y diámetro de la membrana y el material piezoeléctrico) de un sólo transductor por separado, para intentar aproximar lo máximo posible la frecuencia resonancia generada, el nivel de sonido a una determinada distancia (fig. 3.10a) y el ángulo del haz a las especificaciones reales.



(a) Simulación 3D del nivel de sonido en una semiesfera de $r=2\text{cm}$ producido un transductor piezoeléctrico (b) Patrón 3D de presión acústica absoluta entre dos transductores en fase separados una distancia de $n = 6$

Figura 3.10: Segundo modelo de simulación

La segunda simulación (fig. 3.10b) sí que busca observar el comportamiento de las ondas estacionarias producidas entre dos transductores, con especial interés en el estudio de la posición de los nodos de presión en función del desfase entre las ondas producidas. Sin embargo, a diferencia del primer modelo, no se aplican restricciones sobre la geometría (como las condiciones de contorno de pared reflectante), ni se simula el trazado de partículas.

4. Resultados y discusión

Una vez establecidos los conceptos y las herramientas disponibles, se estudian diversos efectos que ayudan a comprender el fenómeno físico de la levitación acústica y posibles aplicaciones.

4.1. Posición de los objetos levitados

El primer resultado a comprobar es la coincidencia de la posición de levitación de los objetos en el experimento con la posición teórica de los nodos, así como la comparación con la simulación para verificar la validez de la simulación.

En el experimento realizado con el primer montaje, con la distancia establecida a la correspondiente a $n \approx 10$, se buscan $n - 1 = 9$ nodos ya que los transductores estaban en contrafase por la polaridad con la que se conectaron los transductores. La distancia entre las carcassas de los transductores (estimando una cierta tolerancia, dado el espacio entre la malla metálica de protección y la membrana del transductor en sí) a la que se observó una mayor estabilidad es de $43 \pm 1\text{mm}$, que abarca la distancia 42,9 mm teórica obtenida anteriormente. Una vez puestos a levitar los objetos, se toma la imagen y se miden las distancias.

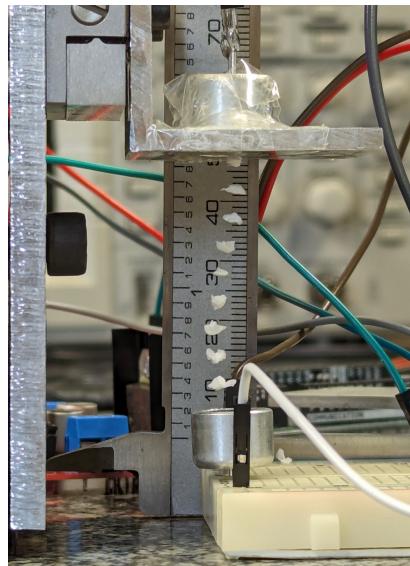


Figura 4.1: Levitación a distancia $n \approx 10$

Posteriormente se lleva a cabo la simulación utilizando el modelo 1 con la distancia ajustada a $10\lambda_s/2$, donde en este caso λ_s es la longitud de onda a 40 kHz pero con la velocidad del sonido $c = 345\text{ m/s}$. Esta velocidad se obtuvo de [14] para una temperatura de 22°C que es aproximadamente la del laboratorio en el momento del experimento, además de que dicha velocidad hace que se ajusten más acordemente las posiciones finales de las partículas en la simulación a las posiciones de los objetos levitados en el experimento.

Uno de los parámetros necesarios para lanzar la simulación es la aceleración. La aceleración se puede expresar en función de la presión de la siguiente forma, derivada de la segunda ley de

Newton:

$$\vec{a} = -\frac{1}{\rho} \vec{\nabla} P \quad (4.1)$$

Donde ρ es la densidad del aire. Introduciendo la expresión de la presión de la onda acústica $P = P_0 \cos(kz - \omega t)$, no estacionaria ya que se está calculando para un sólo transductor, se llega a la amplitud de la aceleración:

$$a_0 = \frac{kP_0}{\rho} = \frac{2\pi f P_0}{c\rho} \quad (4.2)$$

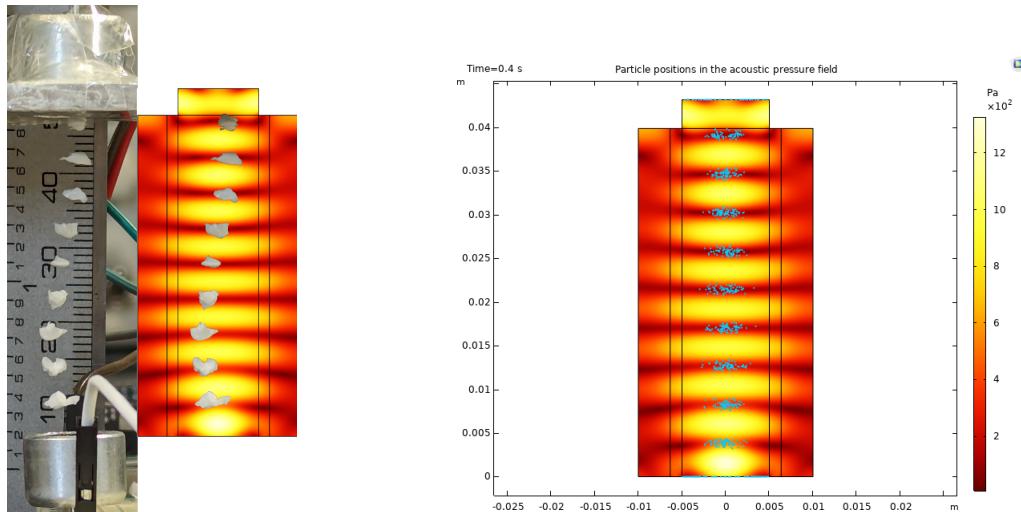
Por tanto sólo es necesario conocer la amplitud de la presión generada por el transductor, ya que el resto de valores son conocidos. Para ello, se consultan las especificaciones de los transductores en [12], donde se ve que proporciona un nivel de sonido de 115 dB a 30 cm de distancia y operando a 10 V de voltaje eficaz (V_{rms}). Dado que si se calcula el nivel de sonido a distancias muy pequeñas diverge (al tratarse de una dependencia logarítmica con la distancia), no se puede calcular en el origen; por lo que se calcula el nivel de sonido en el primer máximo, a distancia $\lambda_s/2 = 4,31 \text{ mm}$, y con un voltaje eficaz de 12 V:

$$SPL(\text{dB}) = 115 \text{ dB} + 20 \cdot \log\left(\frac{12V}{10V}\right) - 20 \cdot \log\left(\frac{0,431\text{cm}}{30\text{cm}}\right) = 153 \text{ dB} \quad (4.3)$$

Donde SPL es el nivel de sonido en dB a la distancia y el voltaje al que se calcula, 115 dB es el nivel de sonido de las especificaciones, el segundo término es la corrección en dB debido al voltaje utilizado en el experimento (12V) respecto al usado en las especificaciones (10V), y el último término es la corrección en dB debida a la distancia a la que se calcula ($\lambda/2$) respecto a la distancia de referencia de las especificaciones (30cm).

Por lo tanto, utilizando $dB = 20 \cdot \log\left(\frac{P_0}{P_{ref}}\right)$ con la presión de referencia siendo $20 \mu Pa$, se obtiene una presión $P_0 = 939 Pa$ y por lo tanto la aceleración $a_0 = 5,72 \cdot 10^5 m/s^2$. Tras esto, se establecen el resto de parámetros necesarios para la simulación, como el diámetro y la densidad de las partículas, los cuales se han escogido como $d_p = 3 \text{ mm}$ y $\rho_p = 10 kg/m^3$ (que coincide con la del poliestireno expandido), buscando replicar las propiedades de los objetos levitados en el experimento.

Una vez terminan las simulaciones del campo acústico y el trazado de partículas se puede ver que las partículas se agrupan en torno a las posiciones de los nodos del campo acústico, tal y como era esperable.



(a) Comparativa del experimento con el campo acústico simulado
(b) Simulación de la posición de las partículas inmersas en el campo acústico tras 0,4 s

Figura 4.2: Simulación del nivel de sonido para las geometrías de los 2 montajes

Para una mejor comparación de las partículas de la simulación con los objetos levitados en el experimento, se obtienen una serie de datos correspondientes a las posiciones de dichas partículas y se calculan los centros de masas en la coordenada Y de los distintos cúmulos de partículas que se han formado. Para lograr esto se ha hecho un programa en C (disponible en el anexo [A.3]) que promedia las coordenadas Y de las partículas de cada cúmulo, de manera que se obtienen las 9 posiciones medias de las partículas de la simulación. Las coordenadas X de las partículas se han obviado ya que en esta simulación hay simetría radial y el problema se puede reducir a un problema unidimensional centrado en X=0.

Una vez se tienen las posiciones experimentales (ver fig. 3.8) y de la simulación, queda la siguiente comparación con las posiciones teóricas ideales de los nodos en una dimensión, las cuales se han calculado como:

$$Nodos = k \cdot \frac{\lambda_s}{2} ; \quad k \in \mathbb{Z}, [1, 9] \quad (4.4)$$

	Posiciones [mm]		
Nodo	Teórica (nodos)	Experimiento	Simulación
1	4.31	4.44	3.90
2	8.63	8.77	8.33
3	12.94	13.00	12.71
4	17.25	17.28	17.03
5	21.56	21.81	21.48
6	25.88	25.89	25.78
7	30.19	30.32	30.19
8	34.50	34.79	34.70
9	38.81	39.27	39.10

Tabla 4.1: Posiciones de las partículas levitadas y los nodos

Se puede ver que los valores teóricos, pese a ser una simplificación ideal del fenómeno, son razonablemente cercanos a los experimentales, dando un error medio de 0,17 mm de los teóricos respecto a los experimentales y de 0,26 mm de los de la simulación respecto a los experimentales.

Si se calculan las diferencias entre una posición y la siguiente, se puede obtener una aproximación de $\lambda/2$ de los datos experimentales y los de la simulación. Haciendo la media de los valores resultantes se tiene del caso experimental $\lambda/2 = 4,36 \pm 0,15 \text{ mm}$, lo que supone un error del 1,2 % respecto al valor teórico 4,31 mm; por otro lado en el caso de la simulación se tiene $\lambda/2 = 4,40 \pm 0,07 \text{ mm}$ lo que supone un error del 2 % respecto al valor teórico.

Todos los resultados obtenidos hasta el momento son valores similares a los experimentales con errores relativos pequeños, por lo que se considera que la teoría se ajusta suficientemente bien al caso real y que la simulación es una buena representación de la realidad, verificando que los parámetros introducidos en la misma tienen valores adecuados. Queda entonces demostrado experimentalmente que la posición de estabilidad de un objeto levitado acústicamente coincide con el entorno del nodo de la onda estacionaria que sustenta la levitación.

4.2. Desplazamiento por desfase

El desfase entre las ondas producidas por los transductores tiene implicaciones que pueden resultar de interés, especialmente de cara a posibles aplicaciones del fenómeno.

Supongamos la superposición de las siguientes ondas acústicas:

$$P_1(z, t) = P_0 \cos(kz - \omega t)$$

$$P_2(z, t, \phi) = P_0 \cos(kz + \omega t + \phi)$$

Yendo en sentidos de propagación opuestos y una con un desfase añadido ϕ respecto a la otra. Aplicando identidad trigonométrica de la suma de cosenos, se obtiene una ecuación muy similar a la de la onda estacionaria:

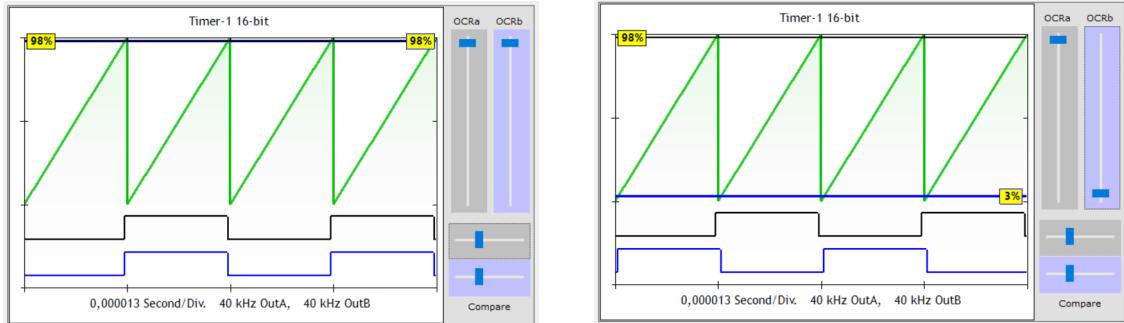
$$P(z, t, \phi) = 2P_0 \cos\left(kz + \frac{\phi}{2}\right) \cos\left(\omega t + \frac{\phi}{2}\right) \quad (4.5)$$

De esta ecuación se puede interpretar que en una onda estacionaria oscilando a una determinada frecuencia, al introducir un desfase entre las ondas que la originan se produce un desplazamiento de los nodos y antinodos.

En la sección sobre el montaje experimental se ha descrito el funcionamiento del código que hace que la Arduino genere el desfase entre las señales, de manera que se tiene la posibilidad de modificarlo fácilmente de forma controlada y suave. En este caso, para observar el efecto que tiene sobre los objetos levitados, se decide colocar tan sólo una esfera de poliestireno en uno de los nodos.

Una vez se está seguro de que inicialmente los transductores están en fase, se introduce por comunicación serial con la Arduino (comunicación a través del cable USB) un número entre 0,03

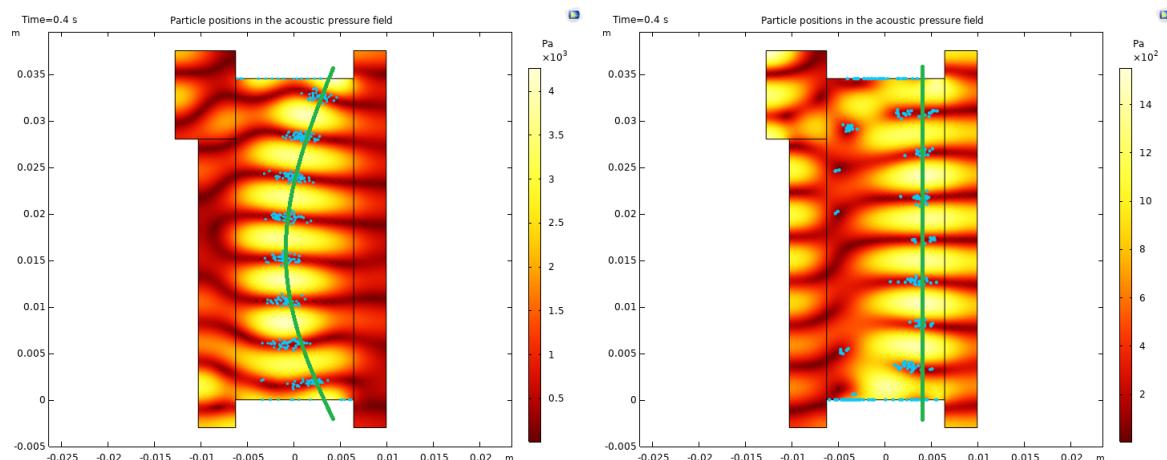
y 0,98. Este número, llámeselo por ejemplo m , representa un desfase de $(0,98 - m) \cdot \pi$ entre las señales, por lo que si inicialmente los terminales de los transductores están conectados para que operen en fase, entonces el valor m en fase es 0,98 (fig. 4.3a) y en desfase π (aproximadamente) es 0,03 (fig. 4.3b). No es posible introducir un valor fuera de los límites de 0,03 y 0,98 debido a razones de sincronización y limitaciones de la Arduino.



(a) Señales 1A (negra) y 1B (azul) producidas por la Arduino en fase. Esta situación representa el caso en que $m=0.98$
 (b) Señales 1A (negra) y 1B (azul) producidas por la Arduino en desfase $\approx \pi$. Esta situación representa el caso en que $m=0.03$

Figura 4.3: Visualización del desfase entre las señales generadas, utilizando el programa RTM TimerCalc

En cuanto se introduce el número, se puede apreciar cómo se desplaza el objeto levitado debido a que el desfase provoca que haya un desplazamiento vertical en los nodos de la onda estacionaria. Cabe mencionar que también presenta desplazamiento horizontal debido al comportamiento del campo acústico en la geometría de la pieza que sujeta el experimento, haciendo que la posición de los nodos se altere ligeramente. Esto se puede visualizar simulando con el modelo 1 en fase y contrafase, en concreto se aprecia especialmente bien para $n=8$:



(a) Posición de las partículas levitadas con los transductores en fase
 (b) Posición de las partículas levitadas con los transductores en contrafase

Figura 4.4: Desplazamiento lateral de los nodos entre la situación en fase y contrafase para $n=8$. Se puede apreciar observando las líneas verdes como, dada la geometría de la pieza, la distribución de los nodos se curva en situación de fase y se rectifica en situación de contrafase, aunque desplazándose ligeramente del centro.

Se puede recrear el desplazamiento de los nodos utilizando la simulación del modelo 2. Primero se ajustan tras varias iteraciones los parámetros de espesor y diámetro de la membrana y el material piezoelectrónico, de manera que se obtenga un nivel de sonido a 12 V suficientemente alto y con un pico de resonancia en 40 kHz. El nivel de sonido que devuelve como resultado la simulación está calculado a una distancia de 1 m, por lo que con los mismos cálculos a los de la ecuación (4.3) pero cambiando la distancia a 1 m, se obtiene que el nivel de sonido que se busca es de alrededor de 106 dB. Además, la simulación también da como resultado un diagrama del ángulo del haz emitido, así que también se busca que sea similar al del perfil proporcionado en las especificaciones.

Tras varios ajustes, se ha establecido el transductor de la simulación con espesores 0,5 mm y 0,8 mm; y diámetros 4,65 mm y 2,4 mm de la membrana y el material piezoelectrónico respectivamente.

Estos valores son plausibles dadas las dimensiones del transductor real. Como resultado se tienen 107,6 dB centrados en 40 kHz (fig. 4.5a). Además, aunque diste de la forma del perfil real, la emisión del haz (fig. 4.5b) se hace más prominente entre $\pm 60^\circ$ al igual que en las especificaciones.

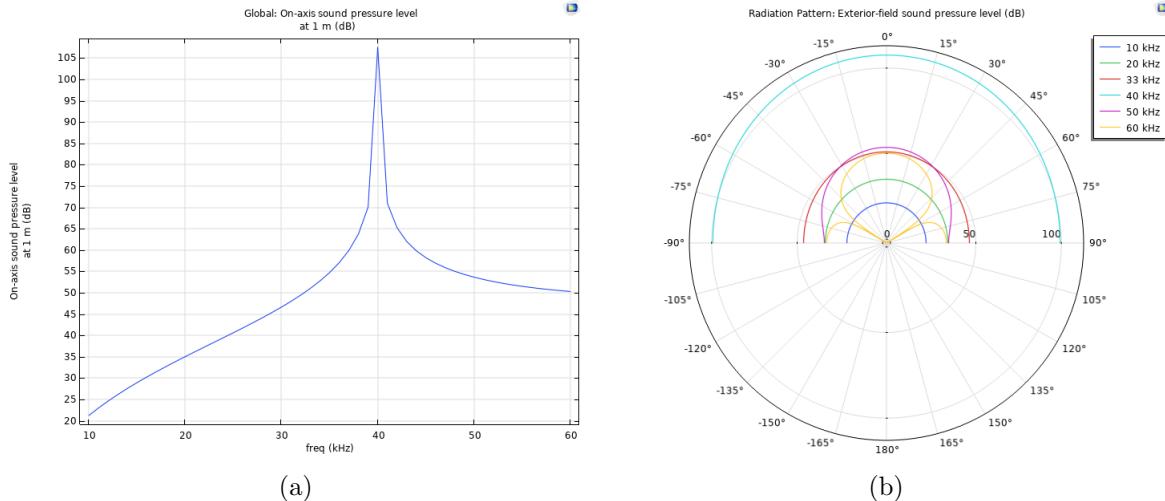


Figura 4.5: Espectro de emisión (a) y diagrama de ángulo de haz (b) del transductor piezoelectrónico simulado

Una vez se tienen los parámetros necesarios para replicar los transductores, se trasladan a la segunda simulación del modelo 2. Ahora se tienen los transductores enfrentados y se establece la distancia entre ellos como $d = 6\lambda/2$ que es la distancia con la que se escogió trabajar en el montaje final del experimento. Se procede entonces a simular varios valores de desfase entre las ondas de manera incremental introduciendo el desfase como número complejo exponencial en el voltaje.

Se puede observar en la figura (4.6) cómo para el ciclo completo de desfase de 0 a 2π hay medio ciclo en el que se ve claramente el desplazamiento vertical de los nodos de forma estable, y en el otro medio ciclo (aunque también es posible verlo) el patrón formado es distinto y hay momentos en los que la presión absoluta decrece en los antinodos, haciendo la levitación más inestable. Las imágenes obtenidas para estudiar el desfase representan la presión acústica instantánea, no

absoluta, por lo que en la imagen hay regiones de presión positiva (coloreadas en rojo), presión negativa (coloreadas en azul), y presión nula (blanco) que corresponderán con nodos. Se ha decidido hacer así ya que en este modelo en concreto los nodos se aprecian de forma más precisa que representando la presión absoluta como en la figura (3.10b).

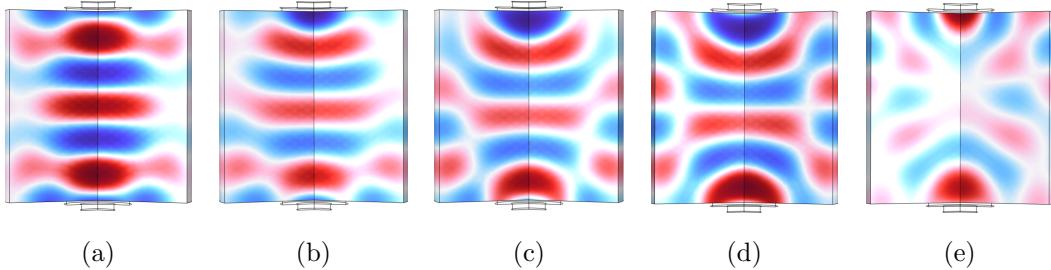


Figura 4.6: Patrón de la presión acústica para desfases: 0 (a), 0.7π (b), 0.9π (c), π (d) y 1.4π (e). Se puede apreciar el desplazamiento hacia abajo de los nodos (zonas blancas intermedias) de (a) a (d). Además, se puede ver la disminución de la presión absoluta en los antinodos en la situación (e).

Por otro lado, si observamos cómo evoluciona el sistema comenzando en fase y aumentando el desfase hasta π , podemos relacionar el movimiento de los nodos con lo observado experimentalmente. Efectivamente, al igual que en el experimento, los nodos descenden ligeramente conforme el aumenta el desfase (fig. 4.7).

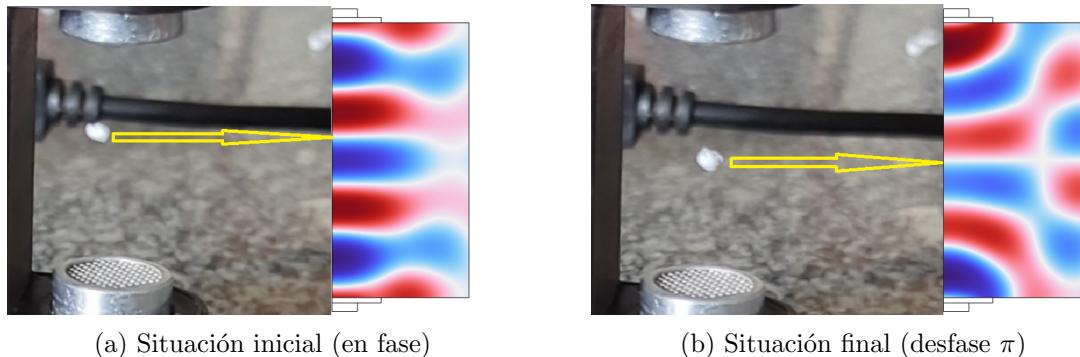


Figura 4.7: Comparación del experimento con la simulación al modificar el desfase

El desfase, junto con otras técnicas como la manipulación de *arrays* de transductores como en [8], o el uso de fuentes de ondas acústicas con un mayor rango de frecuencias, permite manipular de forma precisa el movimiento de un objeto levitado acústicamente, incluyendo movimientos más complejos como rotaciones.

4.3. Determinación de densidades

Supóngase una esfera levitada en una posición de estabilidad, un nodo, la cual se somete a una ligera perturbación; o bien se suelta dicha esfera desde una posición inicial ligeramente desviada pero en el entorno del nodo. Tal y como se menciona en la sección teórica, la esfera describirá un movimiento armónico amortiguado. La frecuencia de las oscilaciones de la esfera viene dada

por la ecuación (1.13), obtenida del desarrollo de la fuerza de radiación acústica producida por una onda estacionaria sobre una esfera incompresible.

Existe entonces la posibilidad de determinar la densidad de un objeto levitado si se mide la frecuencia de oscilación en estas condiciones. Esto se ha decidido comprobar simulando el movimiento de una sola partícula en el modelo 1, para una posición inicial aleatoria que se encuentre en torno a un nodo del campo acústico y cuya densidad es conocida, ya que es un parámetro de entrada de la simulación (fig. 4.8). Despejando la densidad de la partícula levitada en la ecuación (1.13), se obtiene:

$$\rho_s = \frac{5k^2 p_0^2}{4\rho_0 c_0^2 \Omega^2} \quad (4.6)$$

Donde k es el número de ondas de la onda estacionaria, ρ_0 es la densidad del medio (aire en este caso), c_0 es la velocidad del sonido en el medio y Ω es la frecuencia angular de oscilación de la partícula levitada. Cabe destacar que p_0 es la amplitud completa de la onda estacionaria, por lo que idealmente equivale a $2P_0$, dos veces la amplitud de cada onda que conforma la onda estacionaria.

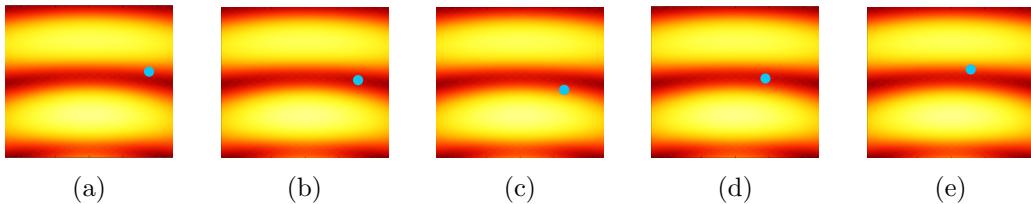


Figura 4.8: Movimiento oscilatorio de la partícula en el campo

Una vez se simula el movimiento de la partícula, a partir de las gráficas de las posiciones de la partícula a lo largo del tiempo, se cuenta el tiempo de 10 períodos de oscilación y se divide entre para obtener el período T . De aquí se obtiene Ω ; por lo que al ser conocida la amplitud $P_0 = 939 \text{ Pa}$ (calculada en la sección (4.1)), la densidad del aire a 22°C $\rho_0 = 1,196 \text{ kg/m}^3$, el número de ondas $k = \frac{2\pi f}{c_0} = 728 \text{ m}^{-1}$ y la velocidad del sonido $c_0 = 345 \text{ m/s}$; se puede calcular una estimación de la densidad de la partícula levitada.

Se realizó el cálculo para la simulación de partículas de varias densidades: 10 kg/m^3 , 20 kg/m^3 , 55 kg/m^3 y 75 kg/m^3 , donde se obtuvo lo siguiente:

$\rho_{preferencia} (\text{kg/m}^3)$	$\rho_{obtenida} (\text{kg/m}^3)$	% de error
10	11.5	14.6
20	19.8	1.0
55	52.2	5.2
75	71.9	4.1

Tabla 4.2: Comparación de las densidades calculadas con el método con las reales introducidas en la simulación

Se puede esperar que para objetos de densidades muy pequeñas el error relativo sea mayor,

siendo el método poco adecuado si se requiere mucha precisión; sin embargo para densidades mayores el resultado es mejor. Existen diversas fuentes de error, como la posición inicial en la que se suelta la partícula y la no idealidad del campo, además de que el cálculo está realizado a partir de una aproximación; pero este método puede ser útil como una estimación directa de densidades de muestras pequeñas.

5. Conclusiones

- Se ha comprobado la reproducibilidad del fenómeno de la levitación acústica experimentalmente, mediante el desarrollo de un montaje relativamente sencillo. Se ha podido verificar cómo, con modelos teóricos muy idealizados, es posible describir la física del experimento.
- Se han conseguido desarrollar modelos de simulación capaces de replicar el campo acústico, el movimiento de las partículas levitadas y la piezoelectricidad para la generación de ondas acústicas. Se han ajustado parámetros de simulación, aproximando de manera precisa los comportamientos observados experimentalmente.
- Se ha verificado que las posiciones de levitación coinciden aproximadamente con los nodos de la onda estacionaria, estando separadas $\lambda/2$ entre sí; y se ha demostrado un alto grado de coincidencia entre las posiciones experimentales, las descritas teóricamente y las obtenidas mediante simulación.
- Otro de los fenómenos estudiados ha sido el efecto que tiene el desfase sobre la levitación acústica, comprobando cómo es posible desplazar de forma controlada el objeto levitado debido al cambio en el patrón de la onda estacionaria.
- Por último, se ha explorado un método para la determinación directa de densidades a partir de la frecuencia natural de un objeto levitado que ha sido perturbado, y se ha puesto a prueba mediante simulación. Los resultados se han aproximado lo suficiente a los valores de referencia introducidos en la simulación como para ser considerado un método con potenciales aplicaciones.
- La levitación acústica por ultrasonidos es un campo prometedor, con una gran variedad de posibles aplicaciones en la ciencia y la industria; por ejemplo para la manipulación sin contacto de muestras susceptibles a contaminación, lo cual podría ser de especial utilidad en ámbitos como la robótica, la química o la fabricación de componentes electrónicos. Sin duda, la levitación acústica tiene el potencial de ser una herramienta valiosa con un amplio abanico de posibilidades.

Bibliografía

- [1] M. A. B. Andrade, N. Pérez, and J. C. Adamowski, “Review of progress in acoustic levitation,” *Brazilian Journal of Physics*, vol. 48, no. 2, pp. 172–189, 2018.

- [2] S. L. Garrett, *Understanding Acoustics: An Experimentalist's View of Sound and Vibration*, pp. 735–737. Springer, 2020.
- [3] L. P. Gor'kov, “On the Forces Acting on a Small Particle in an Acoustical Field in an Ideal Fluid,” *Soviet Physics Doklady*, vol. 6, p. 773, March 1962.
- [4] M. Barmatz and P. Collas, “Acoustic radiation potential on a sphere in plane, cylindrical, and spherical standing wave fields,” *The Journal of the Acoustical Society of America*, vol. 77, pp. 928–945, April 1985.
- [5] M. Morrell and D. G. Grier, “Acoustodynamic mass determination: Accounting for inertial effects in acoustic levitation of granular materials,” *Physical Review E*, vol. 108, p. 64903, December 2023.
- [6] L. E. Kinsler, A. R. Frey, A. B. Coppens, and J. V. Sanders, *Fundamentals of Acoustics*, pp. 272–277. Wiley, 4th ed., 2000.
- [7] F. M. Muñoz-Pérez, J. C. Castro-Palacio, M. H. Giménez, and J. A. Monsoriu, “Visualizing acoustic levitation with comsol multiphysics and a simple experimental setup,” *Computer Applications in Engineering Education*, vol. 32, no. 3, p. e22718, 2024.
- [8] A. Marzo, S. A. Seah, B. W. Drinkwater, D. R. Sahoo, B. Long, and S. Subramanian, “Holographic acoustic elements for manipulation of levitated objects,” *Nature Communications*, vol. 6, p. 8661, October 2015.
- [9] S. V. Ayyagari, “Acoustic levitation using Arduino,” May 2021.
DOI: 10.13140/RG.2.2.16952.26889/3.
- [10] Arduino Mega 2560 Rev3 Datasheet. Consultado: Jul. 9, 2024. Disponible en:
<https://docs.arduino.cc/resources/datasheets/A000067-datasheet.pdf>
- [11] H-Bridge L298N Motor driver Datasheet. Consultado: Jul. 9, 2024. Disponible en:
<https://www.handsontec.com/datasheets/L298N%20Motor%20Driver.pdf>
- [12] 400PT120 Ultrasonic Ceramic Transducers Datasheet. Consultado: Jul. 9, 2024. Disponible en: <https://www.farnell.com/datasheets/3109330.pdf>
- [13] COMSOL Application Library: Acoustic levitator. Consultado: Jul. 9, 2024. Disponible en: https://doc.comsol.com/5.6/doc/com.comsol.help.models.particle.acoustic_levitator/models.particle.acoustic_levitator.pdf
- [14] Hyperphysics: velocidad del sonido en el aire. Consultado: Jul. 9, 2024. Disponible en:
<http://hyperphysics.phy-astr.gsu.edu/hbasees/Sound/souspe.html>

A. Anexos

A.1. Código de Arduino 1

Primer código utilizado para la generación de señales en Arduino:

```
1 byte TP = 0b10101010; // Every other port receives the inverted signal
2 void setup()
3 {
4     DDRC = 0b11111111; // Set all Port C pins to be outputs
5     // Initialize Timer1
6     noInterrupts(); // Disable interrupts
7     TCCR1A = 0;
8     TCCR1B = 0;
9     TCNT1 = 0;
10    OCR1A = 49; // Set compare register (16MHz /200 = 80kHz square wave -> 40kHz full
11        wave)
12    TCCR1B |= (1 << WGM12); // CTC mode
13    TCCR1B |= (1 << CS10); // Set prescaler to 1==> no prescaling
14    TIMSK1 |= (1 << OCIE1A); // Enable compare timer interrupt
15    interrupts(); // Enable interrupts
16 }
17 ISR(TIMER1_COMPA_vect)
18 {
19     PORTC = TP; // Send the value of TP to the outputs.
20     TP = ~TP; // Invert TP for the next run
21 }
22 void loop() {
23     // No loop, most of it is done by the H-Bridge by constant power and signal supplies.
24 }
```

A.2. Código de Arduino 2

Este código es el que permite modificar el desfase:

```
1 volatile double PhaseShift = 0.96;
2 volatile double currentPhase = 0.98;
3 int i = 0;
4 int changerate = 50;
5 double interval = 0;
6 double newPhase = currentPhase;
7 double lowlim = 0.03;
8 double highlim = 0.98;
9
10 void setup() {
11
12     Serial.begin(9600); //comunicacion serial 9600 baudios
13     // Inicializar Timer1 para ambas senales
```

```

14 // RTM_TimerCalc 1.40, RuntimeMicro.com
15 // Timer-1 16-bit, Mode-12 CTC, Top=ICR
16 // 40,000 Hz Frequency, Clock is 16 MHz
17 GTCCR = (1<<TSM)|(1<<PSRASY)|(1<<PSRSYNC); // halt timers
18
19 TCCR1B = 0x18; // 0001 1000, Disable Timer
20 TCCR1A = 0x50; // 0101 0000
21 TCCR3B = 0x18;
22 TCCR3A = 0x50;
23
24 ICR1 = 200-1;
25 ICR3 = 200-1;
26 OCR1A = (int) (ICR1 * 0.98);
27 OCR1B = (int) (ICR1 * 0.98);
28 OCR3A = (int) (ICR3 * 0.96);
29 OCR3B = (int) (ICR3 * 0.96);
30
31 TCNT1=0x0;
32 TCNT3=0x0;
33
34 TCCR1A = 0xA0; // FOC setup
35 TCCR1C = 0xC0; // FOC strobe
36 TCCR1A = 0x50; // 0101 0000
37 TCCR3A = 0xA0 | _BV(COM3B1) | _BV(COM3B0) | _BV(COM3A1) | _BV(COM3A0); // FOC setup
38 TCCR3C = 0xC0; // FOC strobe
39 TCCR3A = 0x50; // 0101 0000
40
41
42 pinMode(11, OUTPUT); // OC1a
43 pinMode(12, OUTPUT); // OC1b
44 pinMode(5, OUTPUT); // OC3a
45 pinMode(2, OUTPUT); // OC3b
46
47 TCCR1B |= 1; // Prescale=1, Enable Timer
48 TCCR3B |= 1; // Prescale=1, Enable Timer
49 GTCCR = 0; // restart timers
50 }
51
52 void loop()
53 {
54     if (Serial.available() > 0) {
55         String inputString = Serial.readStringUntil('\n'); // Lee la cadena completa hasta
56         un salto de linea
57         newPhase = inputString.toDouble(); // Convierte la cadena a un numero entero
58         interval = (double)(abs(newPhase-currentPhase)/changerate);
59
60         //setPhaseShift(newPhase);
61     }
62     if(newPhase > 0.02){

```

```

62     if (abs(newPhase - currentPhase) > 0.01) {
63         if (i == (changerate - 1)) {
64             if (newPhase < currentPhase) {
65                 currentPhase -= interval;
66                 if (currentPhase < lowlim) {
67                     currentPhase = lowlim;
68                 }
69             }
70             else if (newPhase > currentPhase) {
71                 currentPhase += interval;
72                 if (currentPhase > highlim) {
73                     currentPhase = highlim;
74                 }
75             }
76
77             setPhaseShift(currentPhase);
78             i = 0;
79         }
80         else {
81             i++;
82         }
83     }
84     else {
85         i = 0;
86     }
87 }
88
89
90 void setPhaseShift(double shift) {
91     // Funcion para establecer el nuevo desfase deseado
92     if (shift <= highlim && shift >= lowlim) {
93         PhaseShift = shift - 0.02; // 0.98 es el maximo valor valido
94         GTCCR = (1<<TSM)|(1<<PSRASY)|(1<<PSRSYNC); // halt timers
95         OCR1B = (int) (ICR1 * shift);
96         OCR3B = (int) (ICR3 * PhaseShift);
97         TCNT1=0; // reset Counter
98         TCNT3=0;
99         TCCR1A = 0xA0; // Set Compare-Match bit-fields for Clear-on-Match
100        TCCR1C = 0xC0; // Force Output Comparisons -- Clears Channel-AB Waveform Outputs!
101        TCCR1A = 0x50; // Set Compare Match bit-fields for Toggle-on-Match
102        TCCR3A = 0xA0 | _BV(COM3B1) | _BV(COM3B0) | _BV(COM3A1) | _BV(COM3A0); // FOC setup
103        TCCR3C = 0xC0;
104        TCCR3A = 0x50;
105
106        TCCR1B |= 1; // Prescale=1, ENABLE Timer1 Clock
107        TCCR3B |= 1;
108        GTCCR = 0; //restart timers
109        Serial.print("Desfase establecido a: ");
110        Serial.println(shift);

```

```

111 }
112 else {
113   Serial.println("Valor de desfase invalido");
114 }
115 }
```

A.3. Código en C

Código en C para calcular los centros de masas en torno a los nodos de la simulación:

```

1 #include <math.h>
2 #include <stdio.h>
3 #include <stdlib.h>
4
5 //#define debug
6 #define n 9
7 #define L 1500
8
9 void leer(int *index, double *posx, double *posy,int *dim) {
10   FILE *g;
11   g = fopen("posiciones.txt", "r");
12   int i = 0;
13
14   if (g == NULL) {
15     printf("ERROR AL ABRIR EL ARCHIVO\n");
16     exit(1);
17   } else {
18     while (fscanf(g, "%d %lf %lf\n", index + i, posx + i, posy + i) == 3) {
19       #ifdef debug
20         printf("%d %lf %lf\n", *(index + i), *(posx + i), *(posy + i));
21       #endif // debug
22       i++;
23     }
24     *dim=i;
25   }
26
27   fclose(g);
28 }
29
30
31 int main()
32 {
33   FILE *h;
34   h = fopen("posicion_nodos.txt", "w");
35   if (h == NULL) {
36     printf("ERROR AL ABRIR EL ARCHIVO\n");
37     exit(1);
38 }
```

```

39   double lam,ymax,ymin,sumx,sumy,c,f,d,y0;
40   int dim,npart,flag;
41   double x[L],y[L],xn[n],yn[n],desp[n];
42   int indx[L];
43   c=345.06;
44   f=40000;
45   lam=(c/f);
46   flag=1;
47   if(flag==0){
48       d=n*lam/2;
49   }
50   else{
51       d=(n+1)*lam/2;
52   }
53   y0=d-lam/2*n;
54   leer(indx,x,y,&dim);
55   for(int i=0;i<n;i++)
56   {
57       ymax=(i+1)*lam/2-lam/32+y0/2;
58       ymin=i*lam/2+lam/32+y0/2;
59       #ifdef debug
60       printf("%lf %lf \n",ymin,ymax);
61       #endif // debug
62       sumx=0;
63       sumy=0;
64       npart=0;
65       for (int j=0;j<dim;j++)
66       {
67           if(y[j]>ymin)
68               if(y[j]<ymax)
69               {
70                   sumx+=x[j];
71                   sumy+=y[j];
72                   npart++;
73               }
74       }
75       xn[i]=sumx/npart;
76       yn[i]=sumy/npart;
77       //desp[i]=ymin+lam/4-yn[i];
78       fprintf(h,"%lf %lf %d\n",xn[i],yn[i],npart);
79       #ifdef debug
80       #endif // debug
81   }
82   fclose(h);
83 }
```

A.4. Plano de la pieza superior del montaje

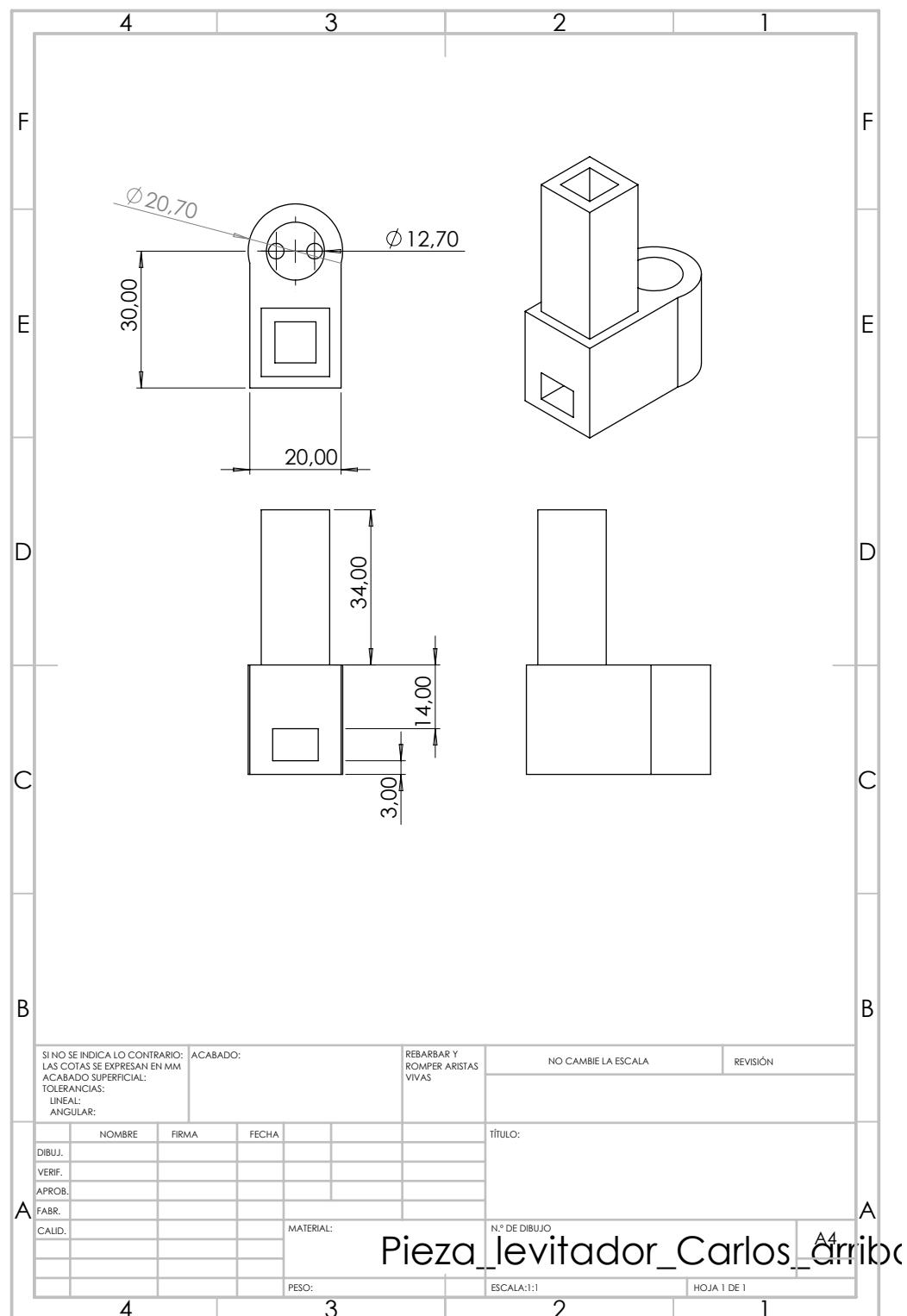


Figura A.1: Caption

A.5. Plano de la pieza inferior del montaje

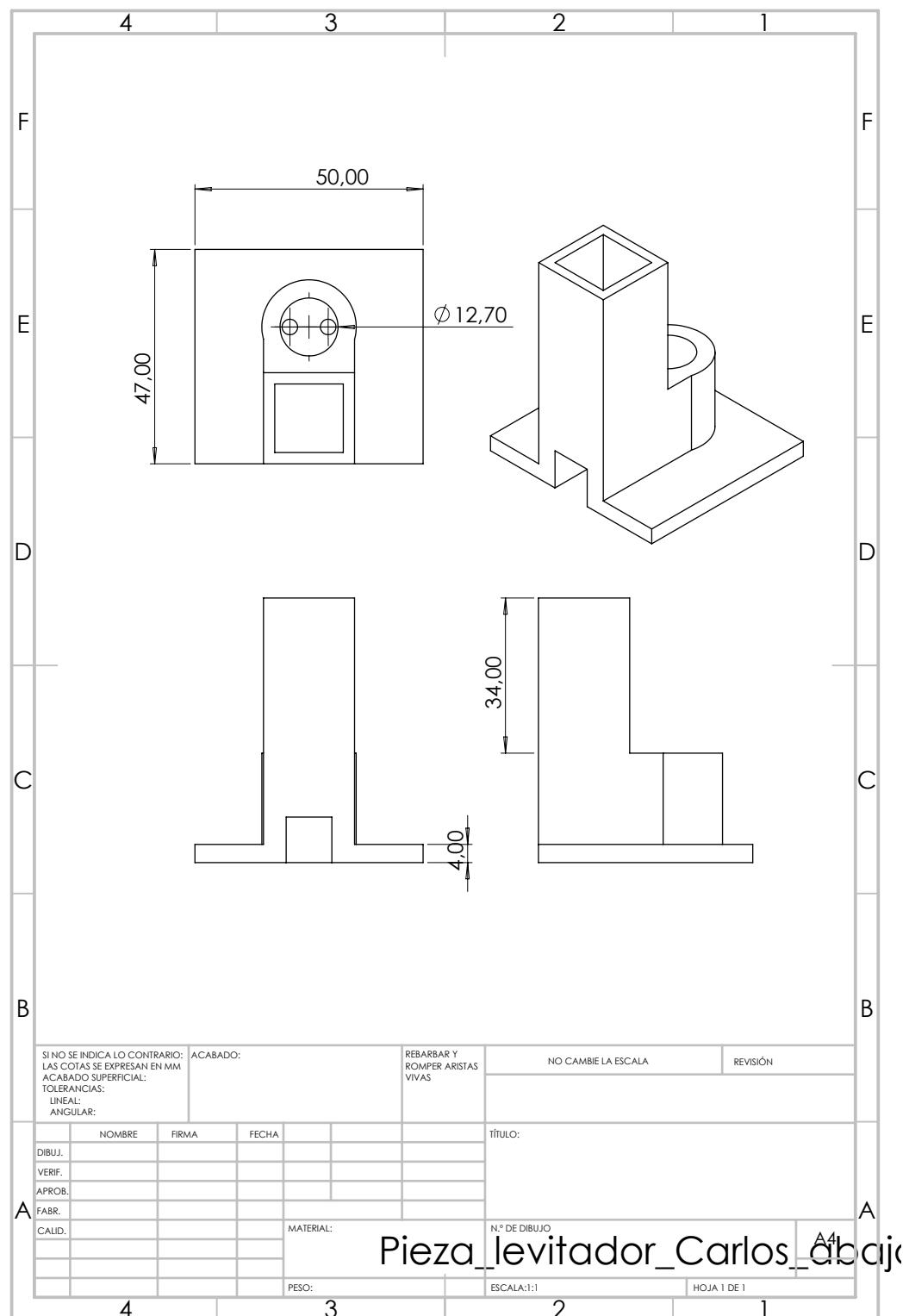


Figura A.2: Caption