



**Universidad**  
Zaragoza

1542

TRABAJO DE FIN DE GRADO: MAGNÓNICA CUÁNTICA EN  
TEXTURAS MAGNÉTICAS

1. FUNDAMENTOS TEÓRICOS DE LOS NANODISCOS MAGNÉTICOS

---

2. EXPERIMENTOS DE RESONANCIAS FERROMAGNÉTICAS

---

3. ESTUDIO DEL ACOPLO ENTRE FOTÓN-MAGNÓN

---

Realizado por : Luis Biel Millán

Dirigido por: Dra. María Jose Martínez-Perez y David Garcia Pons

# Índice

<b>1. INTRODUCCIÓN</b>	<b>2</b>
<b>2. FUNDAMENTOS TEÓRICOS</b>	<b>2</b>
2.1. Análisis energético . . . . .	2
2.2. Dominios magnéticos y formación de vórtices . . . . .	4
2.3. Resonancia ferromagnética . . . . .	5
2.4. Modos de vibración . . . . .	6
2.5. Resultados que esperamos . . . . .	6
<b>3. EXPERIMENTOS DE RESONANCIA FERROMAGNÉTICA</b>	<b>7</b>
3.1. Experimento de FMR con un VNA . . . . .	7
3.2. Fabricación de las láminas de nanodiscos . . . . .	8
3.3. Experimento sobre línea de cobre a temperatura ambiente . . . . .	8
3.4. Experimento sobre línea de cobre refrigerada . . . . .	10
3.5. Experimento con línea de transmisión de oro . . . . .	11
<b>4. ESTUDIO DEL ACOPLO ENTRE MAGNÓN-FOTÓN</b>	<b>12</b>
4.1. Simulaciones numéricas en Mumax3 . . . . .	13
4.2. Obtención de los modos de resonancia y de la constante de acoplamiento . . . . .	16
4.3. Caso del modo de Kittel . . . . .	18
4.4. Obtención de la constante de acoplamiento a través del experimento . . . . .	19
<b>5. CONCLUSIÓN</b>	<b>22</b>

## 1. INTRODUCCIÓN

El objeto de estudio de este trabajo son las excitaciones colectivas de los espines en materiales magnéticos, más conocidos como ondas de espín, cuyos cuantos son los magnones. En concreto en su propagación por materiales magnéticos, con longitudes de onda en la escala de nanómetros. El interés que pueden tener estas cuasiparticulas en el futuro próximo es llevar información [1] almacenada en el momento angular en «carriers» o portadores, de tamaño nanoscópico, que inducen a mínima pérdida de esta información. Son por lo tanto una alternativa a la corriente eléctrica a la hora de transmitir, debido a la eficiencia energética (hay una disipación térmica despreciable) y a su menor longitud de onda en comparación con los fotones (frecuencias de GHz y sub-THz), lo que permite reducir la escala de los circuitos.

El estudio de la interacción luz-materia parte del acople coherente entre fotones y transiciones electrónicas o nucleares [10], pero también se centra en el acople entre fotones y campos bosónicos cuantizados. Esto último da lugar a los llamados polaritoness que han sido observados en distintos materiales dando lugar a distinta física como polaritoness de plasmones de superficie y polaritoness de fonones.

En el campo de «cavity magnonics» o magnónica de cajas resonantes, el acople entre las ondas de espín y las electromagnéticas resulta en estados hibridados de magnón-fotón. De esta hibridación surgen nuevas propiedades que permiten nuevas funciones no disponibles en los subsistemas no acoplados. Las aplicaciones de este campo incluyen nuevas arquitecturas para memorias, control de espín no local, detección de fotones y magnones usando puntos excepcionales, detección cuántica, transducción cuántica, conversión de frecuencia microondas a óptica, y no-reciprocidad de alta aislación y banda ancha.

Un ámbito que ha sido sometido a estudio recientemente es el acople entre fotones y excitaciones de cuasipartículas protegidas topológicamente [13] como las paredes de los dominios magnéticos y solitones magnéticos como los skyrmiones y los vórtices. Se ha visto teóricamente como un sólo vórtice (dentro de un nanodisco) puede acoplarse fuertemente dentro de una cavidad superconductora (una guía de ondas coplanar). Debido a su relación con la geometría, estas cuasipartículas son extremadamente estables frente a fluctuaciones térmicas y defectos materiales, y pueden moverse fácilmente mediante el uso de excitaciones magnéticas, siendo entonces, como ya hemos dicho, muy útiles para aplicación en memorias magnéticas. Numerosas estructuras nanomagnéticas, como esferas o cubos [6], han sido también investigadas a parte de los nanodiscos, configuración que va a recibir el foco de nuestro análisis. Los vórtices, como luego vamos a ver más a fondo, son el estado de mínima energía de la magnetización en un disco de cierto tamaño; tienen un rico espectro de excitaciones cuyas frecuencias de resonancia dependen de la geometría y por lo tanto son muy interesantes como plataforma para trabajar con excitaciones magnéticas.

Nuestro estudio pretende explorar a fondo el acople entre ondas electromagnéticas estacionarias dentro de una cavidad resonante y los vórtices que viven en numerosos discos en láminas dentro de esta cavidad. En concreto queremos observar el acople de los distintos modos de oscilación del vórtice con los fotones, y compararlos entre ellos. Para ello vamos a analizar los resultados de varios experimentos realizados y como apoyo haremos uso de simulaciones numéricas para obtener otro punto de vista.

El documento constará de varios apartados: primero una sección donde se establecerán las bases teóricas del magnetismo que nos concierne, luego presentaremos la manera que se realizaron los experimentos y analizaremos nuestros resultados, posteriormente explicaremos brevemente la teoría cuántica de acople entre fotón-magnón, donde presentaremos el hamiltoniano de una cavidad resonante, y finalmente veremos varias simulaciones hechas mediante el software de micromagnetismo «Mumax3».

## 2. FUNDAMENTOS TEÓRICOS

### 2.1. Análisis energético

Creemos fundamental empezar analizando el balance energético que experimentan los espines dentro de un nanodisco ferromagnético para ver el porqué de la formación de los vórtices: estructuras formadas por los espines, resultantes de la minimización de la energía mediante una determinada disposición espacial, la cual podemos ver

en la siguiente imagen:

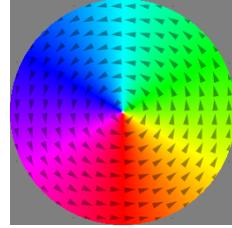


Figura 1: Estructura de vórtice magnético obtenido de la minimización de la energía micromagnética en un disco delgado, usando el software Mumax3. La escala de color representa la dirección de la imanación, contenida en el plano del disco excepto en el centro, que apunta fuera del plano (en color blanco, apenas visible).

La disposición de la magnetización en una partícula ferromagnética es el resultado de la minimización de su energía libre total. En la teoría micromagnética, esta energía se expresa en la aproximación al continuo (la magnetización, «M», es una variable continua en el espacio) y cuenta con las siguientes contribuciones [9]:

### 1. Energía Zeeman

Es la energía potencial de un cuerpo afectado por un campo magnético externo, y favorece por tanto la alineación de la magnetización de dicho cuerpo con el campo:

$$E = \mu_o \vec{M} \cdot \vec{H} \quad (1)$$

### 2. Energía anisotrópica magnética

En un material magnético pueden existir direcciones preferentes para el vector imanación «M». Estas direcciones resultan de la suma del efecto del acople espín-orbita y el efecto del campo cristalino. La expresión general de la energía es:

$$E_{me} = K \cdot f(\theta, \phi) \quad (2)$$

Cabe decir que en nuestro caso, como luego veremos, no va jugar un papel importante, ya que en los materiales magnéticos blandos la energía anisotrópica es muy pequeña (por definición), de modo que no vale la pena desarrollarla más.

### 3. Energía de intercambio o canje

La energía de canje que se da entre dos espines vecinos «i», y «j = i + 1» está expresada en el caso unidimensional:

$$E_{ij} = -J \cdot \vec{S}_i \cdot \vec{S}_j = -J \cdot S^2 \cos(\delta\theta) \quad (3)$$

La cual para el caso tridimensional se generaliza a:

$$E_{ex} = A(\vec{\nabla} \cdot \vec{m})^2 \quad (4)$$

Donde A tiene unidades de  $\frac{J}{m}$ , y  $\vec{m}$  es el vector unitario distribución de magnetización.

Esta energía hace que los espines tiendan a alinearse con sus primeros vecinos.

#### 4. Energía magnetoestática

También llamada energía dipolar magnética, es el equivalente a la enegía Zeeman si en vez del campo externo consideramos el propio campo creado por los espines (idealizaciones de dipolos magnéticos puntuales), llamado campo dipolar, « $H_d$ ». Consideramos contribuciones infinitesimales del momento dipolar  $\delta\mu\vec{M}_s\delta V$ , cuyo carácter es no-local, y dan lugar a este campo total dipolar  $\vec{H}_d$ . La expresión analítica de esta energía sólo se puede conseguir en un número muy restringido de situaciones extremadamente simples, en general tendremos una integral sobre el volumen de una variable que depende de cada punto, y su coste computacional es enormemente alto en el caso de las simulaciones, no obstante su contribución a la enegía interna, en forma de densidad energética, es:

$$e_d = -\frac{1}{2}\mu_o\vec{M}\vec{H}_d \quad (5)$$

Es decir es una contribución que tiende a alinear los espines locales con la magnetización general  $\vec{M}$ , a veces su contribución es mucho menor que el caso de las fuerzas de canje de corto alcance responsables del ferromagnetismo [3]. Pero en nuestro caso el termino magnetoestático es el que forma el vortice, de modo que su influencia es grande. La prevalencia entre un termino y otro es contraria.

#### 2.2. Dominios magnéticos y formación de vórtices

En el caso general, este complejo mix de contribuciones resulta en que para la minimización de la enegía en objetos ferromagnéticos se formen espontáneamente dominios magnéticos: regiones tridimensionales en las que la magnetización tiene una orientación uniforme, separadas por paredes de dominio en las que la magnetización cambia notablemente su orientación en un pequeño espacio. Aunque la formación de paredes de dominio aumenta la energía de canje, la aparición de dominios con orientaciones aleatorias reduce la magnetización neta en el objeto y con ello la energía magnetostática que resulta de la formación de campos magnéticos fuera del material.

Al aplicar campo externo,  $\vec{B}$ , las paredes de dominio se desplazarán y los dominios ferromagnéticos que se encuentren orientados en la dirección del campo externo se agrandarán, mientras que aquellos que apunten en otra dirección se harán más pequeños o rotarán para orientarse en la dirección del campo.

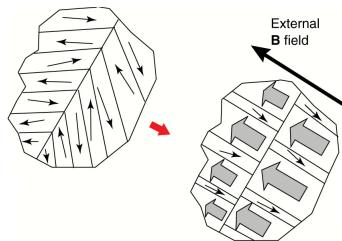


Figura 2: Cambios de los dominios magnéticos al aplicar campo externo.

En partículas ferromagnéticas suficientemente pequeñas, de volumen comparable al tamaño típico de los dominios magnéticos, el coste energético de la formación de paredes de dominio delgadas es demasiado alto. En estos casos, la magnetización espontánea varía suavemente en el volumen para minimizar la energía de canje a la par que reducir el campo magnético formado fuera del material. [4]

En el caso concreto de un nanodisco magnético delgado, de cientos de nanómetros hasta un par de micras de diámetro, debido a las condiciones de contorno la magnetización espontánea queda contenida en el plano formando

círculos concéntricos. En el centro del disco hay una región del tamaño aproximado de la longitud de canje (la escala mínima de las fluctuaciones en un ferroimán, del orden de nanómetros,  $l_{exch} = \sqrt{\frac{A}{\mu_o M_S^2}}$ ) donde la energía de canje entre espines vecinos aumenta tanto que la magnetización apunta fuera del plano, resultando en un momento dipolar no nulo en dirección normal a la superficie. Esta estructura de espines contenidos en el plano del disco más el espín central apuntando fuera de este se llama vórtice, y su posición en el disco se va a ver afectada al aplicar campo externo: si aplicamos un campo paralelo al plano del disco, la región alineada con tal campo se hará más grande, desplazando así la posición del núcleo del vórtice hasta aniquilarlo (ver Figura 3). Esto será comentado posteriormente con mayor detalle cuando hablemos del ciclo de histéresis de un nanodisco.

Es intuitivo debido a los grados de libertad en esta estructura definir dos cantidades para caracterizar los vórtices formados en nuestro nanodisco: el sentido de giro de los espines o vorticidad, «c» (+1 sentido antihorario, -1 sentido horario); y la dirección en la que apunta el núcleo, o polaridad, «p» (+1 si  $\vec{M}_z$  es positiva, -1 si  $\vec{M}_z$  es negativa).

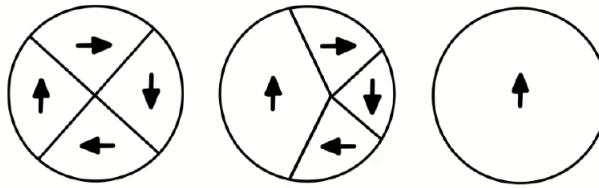


Figura 3: Evolución de la magnetización en un nanodisco al aplicar campo externo.

### 2.3. Resonancia ferromagnética

Para los ferroimanes en general, alejándonos por un momento del caso particular de nanodiscos, se observan resonancias ferromagnéticas [5] en el rango de las microondas (frecuencias de 300 MHz a 300 GHz) cuando un ferroimán sufre la acción de un campo externo uniforme  $\vec{B}_o$  y una excitación magnética de alta frecuencia en una dirección perpendicular  $\vec{b}_1$ . Un sistema uniformemente magnetizado [12] se comportará clásicamente como un «espín gigante» o «macro-espín». La ecuación del movimiento va a ser (en ausencia de amortiguación):

$$\frac{d\vec{M}}{dt} = \gamma(\vec{M} \times \vec{B}_o) \quad (6)$$

La magnetización precesa alrededor del campo externo con una frecuencia de Larmor  $f_L = \frac{\omega_o}{2\pi} = \frac{\gamma_o B_o}{2\pi}$ , donde  $\gamma \approx -\frac{e}{m_e}$  es el ratio giromagnético del electrón, pues la magnetización del ferroimán es debida principalmente a los espines electrónicos.

Tenemos dos términos: campo externo  $\vec{H}' = \frac{\vec{B}'}{\mu_o}$  y campo desimanador  $\vec{H}_d = -\hat{N} \cdot \vec{M}$ . El campo total será la suma de estos dos previos, consideraremos que  $b_1 \ll B_o$  y que  $\vec{M} \approx \vec{M}_s \cdot e_z + \vec{m}(t)$  con  $\vec{m}(t) = \vec{m}_o e^{i\omega t}$ , siendo  $\hat{N}$  el tensor desimanador, con  $N_{ij} = N_{x_i} \delta_{ij}$ , en concreto una matriz diagonal 3 x 3.

El producto del vector por el tensor da un campo desimanador :

$$H_d = -\mu_o [N_x m_x e_x + N_y m_y e_y + N_z (m_z + M_s) e_z] \quad (7)$$

Intruduciendo  $H_d$  en la ecuación previa del movimiento (nos da un sistema de 2 ecuaciones) y despejando finalmente la  $\omega$  obtenemos:

$$\omega_o^2 = \mu_o^2 \gamma^2 [H'_o + (N_x - N_z) M_z] [H'_o + (N_y + N_z) M_z] \quad (8)$$

Habiendo tomado como  $|\vec{M}| = M_z$ . Esta frecuencia es la de resonancia del modo de Kittel, es decir, cuando los espines de la muestra preceden uniformemente alrededor del campo externo, que corresponderá en nuestro caso a

cuando la muestra haya perdido el vórtice.

#### 2.4. Modos de vibración

Al aplicar excitaciones al nanodisco, es decir al someterlo a un campo magnético externo dependiente del tiempo, la respuesta del vórtice va a ser una oscilación resultante de una combinación de sus modos normales de resonancia, entre los cuales destacan los siguientes tres tipos [11] [8]:

- Modo girotrópico: el modo fundamental (de menor energía), en que el vórtice precesa alrededor de su posición de equilibrio, en el rango de los cientos de megahercios.
- Modos azimutales: los dominios magnéticos que rodean al vórtice sufren «turbulencias» perpendiculares al plano coherente, asociado a las dos primeras frecuencias de excitación, las cuales son cercanas y se encuentran por encima de mil megahercios.
- Modos radiales: Otro tipo de respuesta coherente de los espines de los dominios que rodean el vórtice, de frecuencias superiores.

Podemos visualizarlos en la siguiente imagen:

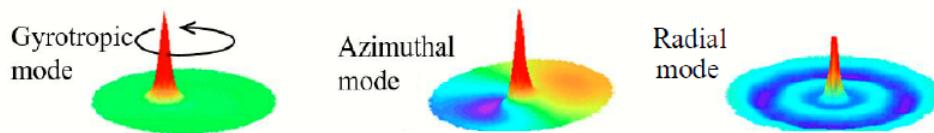


Figura 4: Principales modos resonantes en un nanodisco magnético.

#### 2.5. Resultados que esperamos

Cualitativamente, en la siguiente imagen, podemos ver que resultados esperamos obtener:

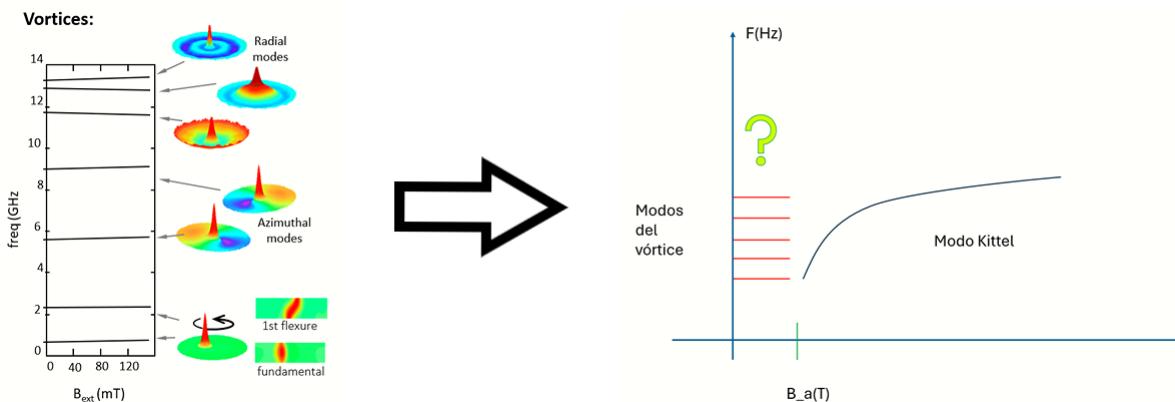


Figura 5: Izquierda: Líneas de resonancia ferromagnética de un vórtice magnético obtenidas mediante simulaciones micromagnéticas. Derecha: Esquema de las líneas de resonancia que esperamos observar. Cuando el campo magnético sea suficientemente alto, el disco magnético se encontrará uniformemente magnetizado y solo veremos la resonancia del modo uniforme de Kittel.

En la figura de la izquierda aparecen resultados computacionales de los modos de resonancia del vórtice, no hay una expresión analítica que los resuma por el momento. El principal objetivo de este trabajo es la detección experimental y caracterización de estos modos de resonancia, para avanzar en la implementación de texturas no uniformes de la magnetización como soporte para aplicaciones tecnológicas con magnones. Existen pocas medidas experimentales que caractericen el espectro de excitaciones del vórtice [2].

### 3. EXPERIMENTOS DE RESONANCIA FERROMAGNÉTICA

#### 3.1. Experimento de FMR con un VNA

El sistema que vamos a estudiar es una configuración de nanodiscos ferromagnéticos en hileras, separados una distancia que es varias veces su diámetro, para evitar interacciones dipolares entre ellos. El material elegido es permalloy (Py), una aleación compuesta por aproximadamente un 20 % de hierro y un 80 % de níquel; presenta ferromagnetismo a temperatura ambiente, una alta permeabilidad magnética, una significante magnetoresistencia anisotropa y baja coercitividad (cuesta poco volver a darle una imanación nula tras haberla llevado a la magnetización de saturación).

Para realizar experimentos de resonancia ferromagnética o «FMR» hacen falta dos cosas: un campo magnético en DC para magnetizar el material ferromagnético y un campo variable de alta frecuencia en perpendicular al primero. Se producirá resonancia ferromagnética cuando la frecuencia del campo alterno se aproxime a la frecuencia característica de resonancia del material, provocando la precesión de los espines en torno al eje del campo externo.

En nuestro caso, el campo externo se aplica con un electroimán, mientras que la excitación alterna proviene de un circuito en una «PCB» (placa de circuito impreso) por la que hacemos circular una señal eléctrica alterna. El circuito tiene una estructura de guía de onda coplanar («CPW» por sus siglas en inglés): un conductor plano central por el que circula la corriente, con planos conductores de potencial eléctrico uniforme situados a ambos lados a modo de tierra. Esta configuración es típica en experimentos de microondas pues favorece la transmisión de señales, conteniendo la componente eléctrica del campo electromagnético o «EM» en el espacio entre el conductor central y los planos de tierra.



Figura 6: Esquema de una guía de ondas coplanar.

Es la componente magnética del campo EM asociado a esta corriente eléctrica el que, cuando se cumple la condición de resonancia, interactúa con el material magnético, que absorbe parte de la energía que atraviesa el circuito. Este circuito se conecta a los dos terminales del «VNA», «Vector network analyzer», dispositivo que nos permite analizar la potencia recibida en función de la dada de la onda electromagnética que pasamos por la lámina conductora, a través de cables coaxiales, necesarios para la transmisión de señales de microondas pues apantallan el ruido EM externo.

La placa dispone de unos conectores para cables coaxiales, los cuales hay que colocar con cuidado ( pues tienen gran efecto en la transmisión de la onda). Esta placa debe ir colocada entre unas bobinas que aportarán el campo magnético.

La electrónica debe estar preparada para frecuencias altas, en los gigahercios, y aun así habrá pérdidas de potencia transmitida asociada simplemente al comportamiento de las ondas de alta frecuencia en dispositivos electrónicos, algo que habrá que tener en cuenta a posteriori. Los grandes picos de pérdida de transmisión se deben a este aspecto material y no a las frecuencias de resonancia de los discos, cuyos efectos en la transmisión serán menores.

Vamos a hacer un barrido de campos y frecuencias. Para resolver las líneas de resonancia de la muestra, representaremos una pseudo-derivada del parámetro  $S_{21}$ . Este parámetro se entiende de la siguiente manera: tenemos que el factor de transmisión es  $T_{21} = \frac{P_r}{P_s}$  (potencia recibida entre potencia de salida o proporcionada) y  $S_{21} = 20 \cdot \log_{10}(T_{21})$ , y por tanto va en decibelios. La pseudo-derivada consiste en que para cada paso de campo vamos a restarle la contribución del anterior y despues a normalizarlo ( $\frac{S_{21}(B_{i+1}-B_i)}{S_{21}(B_i)}$ ). El propósito de la pseudoderivada es restar el fondo de la señal que no depende del campo magnético, y poder resolver así las resonancias de nuestra muestra, que en la curva de transmisión simple quedan ofuscadas por las irregularidades de la señal.

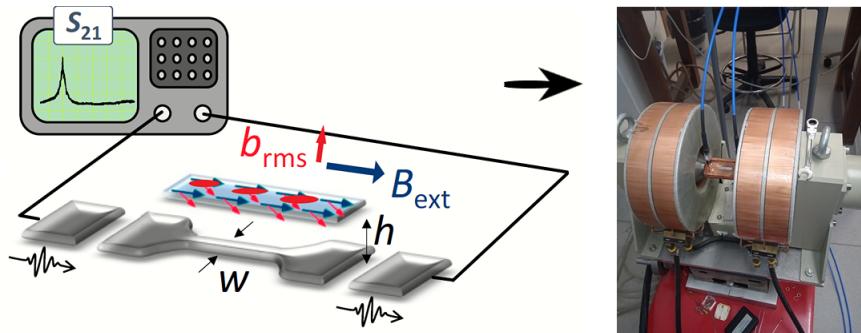


Figura 7: Izquierda: representación del sistema: lámina sobre guía de ondas conectadas al VNA, derecha: muestra entre las bobinas que le aplican el campo magnético a la muestra.

### 3.2. Fabricación de las láminas de nanodiscos

Los nanodiscos de permalloy (diámetro 2,25 um, grosor 100 nm) se depositan mediante litografía óptica sobre una oblea de silicio. El proceso a grosso modo es el siguiente: encima de la oblea de silicio se coloca una resina fotosensible, y sobre esta una máscara previamente fabricada, habitualmente en Cr sobre cuarzo. Se expone la muestra a radiación ultravioleta, que es absorbida por el Cr, reproduciendo así el patrón de la máscara sobre la resina. Aquellas zonas expuestas a radiación se vuelven solubles en presencia de un revelador químico (en resinas positivas; en resinas negativas, son las zonas no expuestas las solubles, mientras que las zonas expuestas se endurecen), y tras el revelado ciertas zonas del silicio quedan expuestas. Tras este proceso, se deposita el Permalloy en toda la oblea. En el último paso, llamado «lift off», se retira el resto de la resina con acetona, así como el material que se ha depositado sobre ella. De este modo, el patrón de la máscara queda reproducido en forma de material magnético depositado sobre el sustrato inicial.

El resultado de este proceso es una pequeña lamina de silicio con un patrón de discos magnéticos equidistantes, la cual cortamos y colocamos sobre la PCB.

### 3.3. Experimento sobre línea de cobre a temperatura ambiente

Cabe mencionar que en esta primera medida que hicimos, para evitar el contacto eléctrico, protegemos los planos de tierra con tiras de kapton, una poliamida aislante. El pegamento utilizado para pegar la lámina con el soporte de cobre es una sellador de la marca Apiezon, grasa apta para bajas temperaturas.

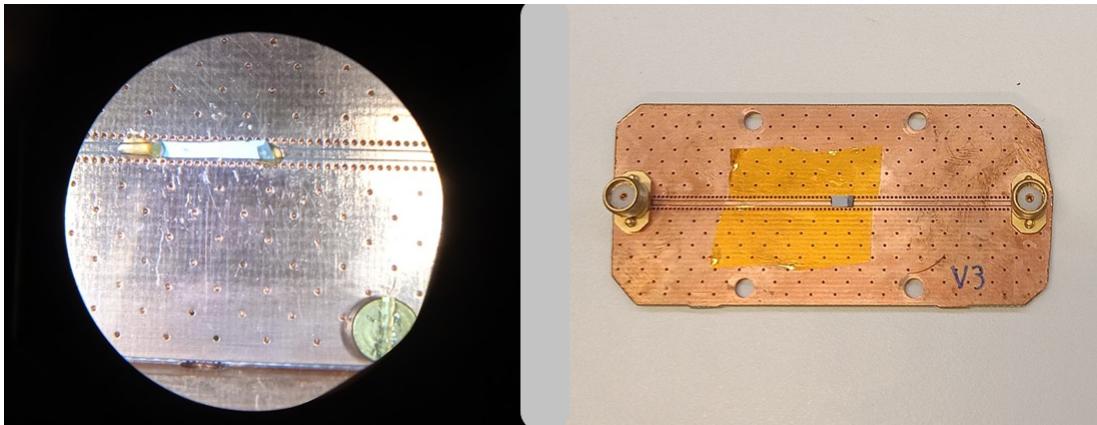


Figura 8: Izquierda: lámina de silicio pegada con grasa. Derecha: PCB protegida con Kapton y muestra de discos sobre silicio.

Para la misma linea hicimos varios barridos (a diferentes potencias y con diferentes rangos de campo magnético), todos ellos a temperatura ambiente. Presentamos el de 100 kHz a 20 Ghz en frecuencia, y de 75 a - 75 mT en campo magnético, con una potencia proporcionada de 0 dB:

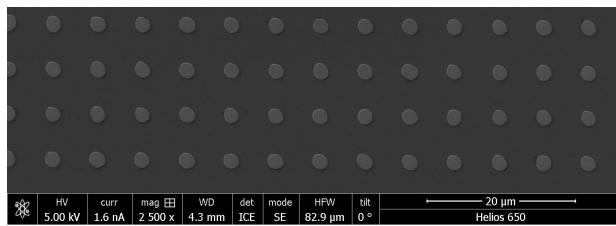


Figura 9: Configuración espacial de los discos. Vemos fijándonos en la escala que la imagen es unos 30 um de ancho.

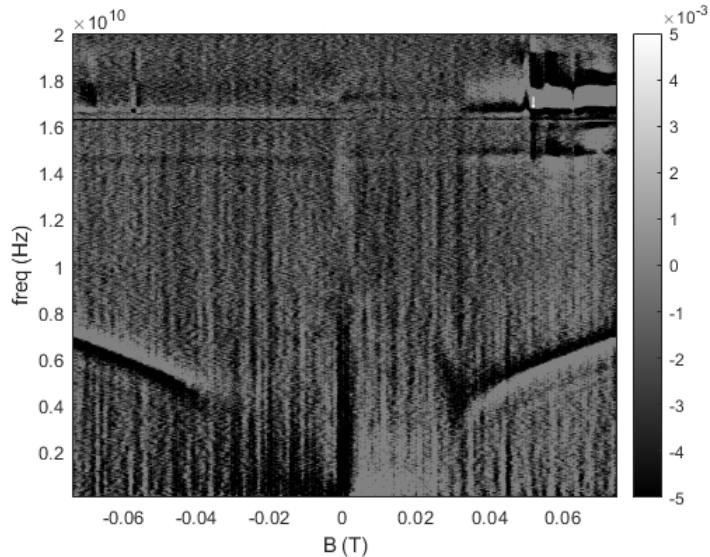


Figura 10: Discos de 2.25um, barrido hasta 75 mT en campo y 20 GHz en frecuencia, a 0 dB. En la escala de color representamos el parámetro de transmisión «S12» normalizado.

En el gráfico observamos que hay dos líneas oscuras que aparecen hacia  $|B| > 0.4$  mT, ahí vemos la evolución de una resonancia entre el disco y la cavidad resonante, en concreto la del modo de Kittel, el cual corresponde

a disco totalmente imanado, es decir, con todos sus espines apuntando (más o menos) en la dirección del campo externo. En esta situación el vórtice ha desaparecido por completo, y los espines oscilan en torno al campo externo en resonancia. Tanto la altura como anchura de esta resonancia varían poco en el rango medido. Vemos también que no es completamente simétrico con el cambio de signo del campo, debido a que el campo de nucleación del vórtice no es idéntico al campo de aniquilación. Esto se ve en el ciclo de histéresis que mostraremos en el apartado 4.1.

Siempre hay franjas verticales y otros artefactos en el espectro derivado que no corresponden a resonancias, sino a cambios en la curva de transmisión por fluctuaciones de temperatura, movimientos de los cables u otros efectos de difícil control.

La buena noticia es que podemos usar la aparición del modo de Kittel (si asumimos que coincide con la desaparición del vórtice) para comprobar mediante simulaciones en ordenador el campo de aniquilación, la mala que no parece haber una pérdida de potencia significativa asociada a campos donde todavía hay vórtice en los nanodiscos, que es la que queríamos encontrar.

### 3.4. Experimento sobre línea de cobre refrigerada

El penúltimo experimento se realizó sobre nanodiscos de 1,75  $\mu\text{m}$  de diámetro y 100 nm de grosor. La medida se hizo a muy bajas temperaturas mediante la acción de un refrigerador de dilución, de modo que ahora podremos comparar las medidas a varias temperaturas y ver qué efecto tiene esta.

De 0 a 100 mT, con -10 dB y a 36 mK:

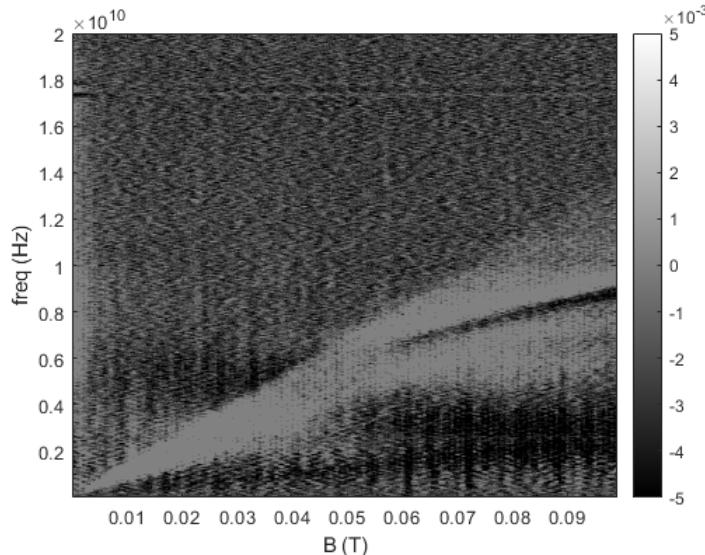


Figura 11: Discos de 1,75  $\mu\text{m}$ , barrido hasta 100 mT en campo y 20 Ghz en frecuencia, a -10 dB y 36 mK

En un rango más amplio de campo positivo, de 0 mT a 150 mT, - 10 dB de potencia y a 4 K:

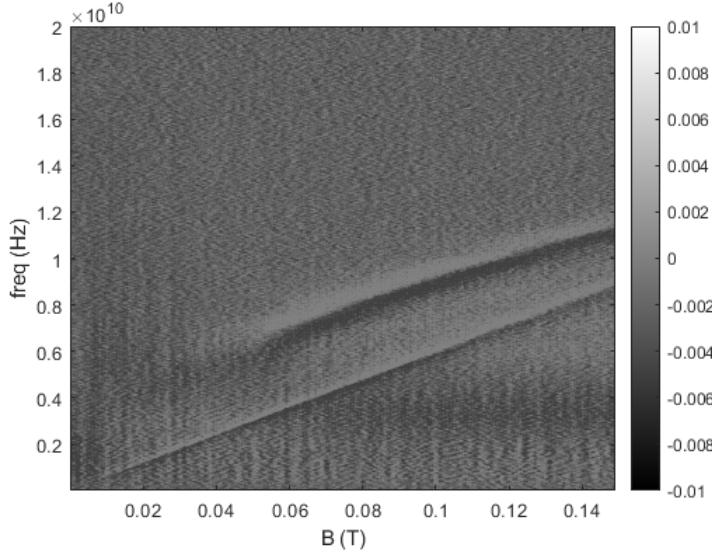


Figura 12: Discos de 1,75 um, barrido hasta 150 mT en campo y 20 Ghz en frecuencia, a -10 dB y 4 K

A parte de la resonancia de Kittel, ahora vemos que en las medidas se ve un efecto lineal con el campo que coincide con las resonancias de  $S=\pm 3/2$  y  $\pm 5/2$  de la cavidad resonante (a tan bajas temperaturas la contribución energética de la caja cobra importancia). Se observa la resonancia de impurezas magnéticas presentes en nuestras PCB, es algo que está confirmado por medidas de magnetometría.

En general a pesar de que el modo de Kittel se observa con claridad, sucesivas medidas realizadas en la zona de bajo campo no nos permiten detectar la resonancia del vórtice. En este caso, sospechamos que el acople fotón-magnón asociado a los modos del vórtice es menor que el del modo de Kittel. Esta hipótesis la comprobamos más tarde en las simulaciones.

### 3.5. Experimento con línea de transmisión de oro

También se realizó un experimento con una línea de transmisión de oro, la cual tiene mejor transmisión a bajas temperaturas. El proceso de fabricación fue el siguiente: encima de una base de silicio, mediante litografía óptica se construyó una guía de ondas coplanar de oro (con máscara fotosensible etc, el proceso está explicado anteriormente), luego sobre esta línea de transmisión de oro se depositaron los discos de Py. Vemos el resultado en la siguiente imagen mediante microscopio «SEM»:

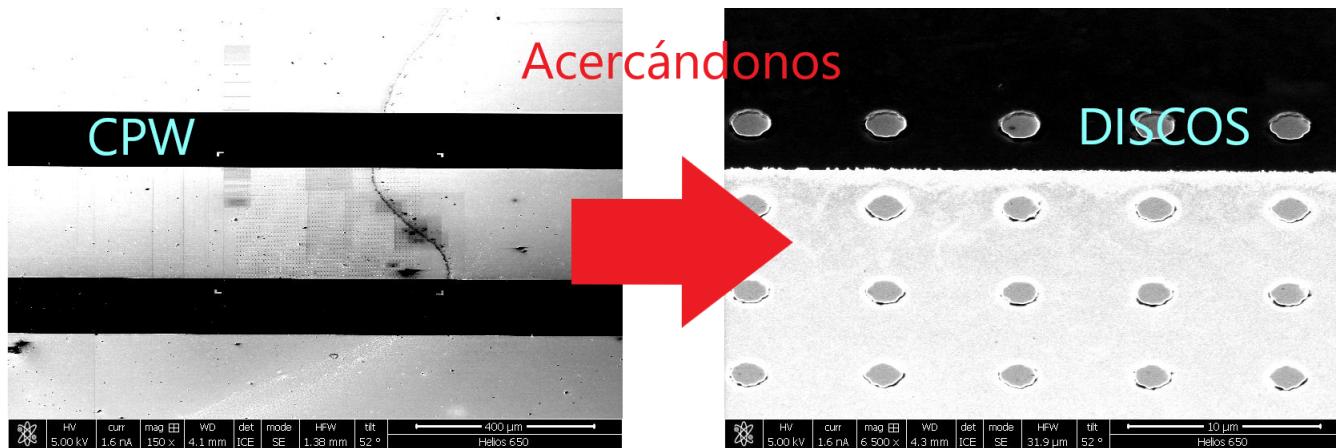


Figura 13: Izquierda: guía coplanar de ondas de oro (unos 600 um de ancho la imagen), derecha: discos de 1,5 um de Py depositados sobre oro (aproximadamente 30 um de ancho la imagen).

En este caso los nanodiscos eran de tamaño diferente respecto a los anteriores: 1,5 um de diámetro y 50 nm de profundidad, vemos que quedaron muy irregulares. Hicimos varios barridos a distintos campos y potencias de transmisión. Sólo en un par se veía claramente la resonancia Kittel, y en ninguno vimos una absorción aumentada en campo bajo.

En el barrido de - 200 mT a 200 mT y con una potencia de transmisión de 0 dB vemos:

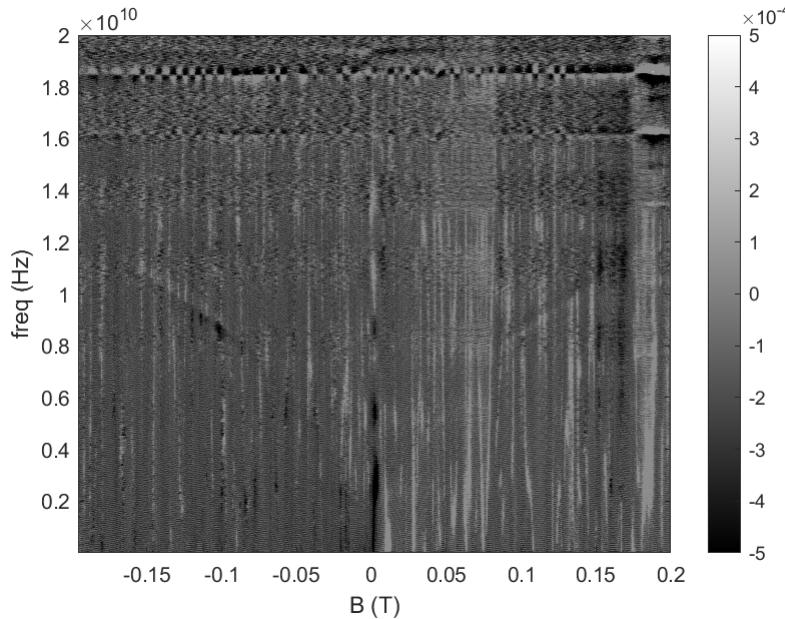


Figura 14: Discos de 1,5 um, barrido hasta 200 mT en campo y 20 Ghz en frecuencia

#### 4. ESTUDIO DEL ACOPLO ENTRE MAGNÓN-FOTÓN

En artículos previos [13] [6] se ha estudiado ya el acople entre el modo fundamental de oscilación (el girotrópico) y un fotón de una cavidad resonante. El hamiltoniano que rige la interacción en este caso es:

$$\frac{H}{\hbar} = 2\pi f_{CPW} a^\dagger a + 2\pi f_G a_v^\dagger a_v + g \cdot (a_v^\dagger a_v + h.c.) \quad (9)$$

Los operadores  $a_v^\dagger$  y  $a_v$  son los operadores bosónicos de creación y destrucción de los fotones de la guía de ondas coplanar («coplanar wave guide» o «CPW»). Así mismo los operadores  $a_v^\dagger$  y  $a_v$  son los del vórtice, que crean y aniquilan excitaciones singulares en el modo girotrópico. En el último término aparece «g», que es la constante de acople, asociada a la frecuencia con la que se crean o destruyen magnones mediante la absorción o emisión de fotones en la cavidad, cantidad que proximamente veremos como sacar, y «h.c.» se refiere al adjunto hermítico del término que aparece a su izquierda.

Con esta cuantización podemos obtener la constante de acople en función de la susceptibilidad magnética nuestro nanodisco. Primero aproximamos las fluctuaciones del campo por su valor en el centro del disco:  $b_{rms}^x(\vec{r}_c)$ . El acople entre espín y cavidad resonante es de tipo Zeeman:

$$H = \sum_j \mu_j^x \cdot b_{rms}^x(\vec{r}_c) \quad (10)$$

Siendo  $\mu_j^x$  el momento dipolar magnético de la componente j del espín. La cuantización de la guía de ondas coplanar la da:

$$\hat{b_{rms}} = b_{rms}^x(\vec{r}_c) \cdot (a^+ + a) \quad (11)$$

La descripción colectiva de la precesión del vórtice nos permite escribir una versión cuantizada de la magnetización del vórtice también:

$$\hat{\mu_j} = \mu_j \cdot (a_v^+ + a_v) \quad (12)$$

Tal que con estas tres ecuaciones previas, obtenemos que :

$$\hbar g = V \cdot b_{rms}^x(\vec{r}_c) \cdot \mu \quad (13)$$

De aquí podemos despejar que  $\mu = \frac{\hbar g}{V \cdot b_{rms}^x(\vec{r}_c)}$

En el caso de un oscilador armónico empujado (del inglés «driven harmonic oscillator»), es decir, que tenemos un término adicional a parte del de amortiguación que le proporciona energía al sistema y hace que alcance una situación estacionaria, tenemos que :

$$(a_v^+ + a_v) = \hbar \cdot g \cdot 2\alpha \cdot \cos(\omega t) \quad (14)$$

Que al tomar el valor medio sobre este operador obtenemos:

$$\langle (a_v^+ + a_v) \rangle = \hbar \cdot g \cdot 2\alpha \frac{2}{\hbar \Delta \omega} \sin(\omega \cdot t) \quad (15)$$

Como  $M(t) = \mu \cdot \langle (a_v^+ + a_v) \rangle = \Delta M \sin(\omega \cdot t)$  y la susceptibilidad por definición es:

$$\chi = \frac{\Delta M}{b_{rms}^x} \quad (16)$$

Podemos despejar finalmente la constante de acople con  $\Delta\omega = \Delta f_G$  y  $\alpha = 1$ , que es el caso correspondiente a el acople con un único fotón:

$$g = \frac{b_{rms}^x}{2} \sqrt{\frac{V \chi \Delta f_G}{\hbar}} \quad (17)$$

#### 4.1. Simulaciones numéricas en Mumax3

Para una comprobación alternativa del valor de la constante de acople podemos hacer uso de el software de simulación de microsistemas magnéticos Mumax3. Se basa en la ecuación vista ya antes para la obtención de los modos de Kittel,  $\frac{d\vec{m}}{dt} = \vec{m} \times \vec{B}$ , recordamos que  $\frac{d\vec{m}}{dt} = \vec{\tau}$ , añadiendo un término de frenado o «damping», llegamos a la ecuación de torque de Landau-Lifshitz [7] :

$$\vec{\tau} = \gamma_{LL} \frac{1}{1 + \alpha^2} (\vec{m} \times \vec{B}_{eff} + \alpha(\vec{m} \times (\vec{m} \times \vec{B}_{eff}))) \quad (18)$$

Siendo  $\gamma_{LL} = \frac{e}{2m_e} g_e$  la razón giromagnética (unidades de  $\frac{rad}{T \cdot s}$ ),  $\alpha$  el parámetro de amortiguación (adimensional) y  $\vec{B}_{eff}$  el campo magnético efectivo (unidades de Teslas). El valor predeterminado de  $\gamma_{LL}$  puede ser sustituido por el usuario en caso de necesidad. El campo efectivo está formado por las siguiente contribuciones:

- El campo externo aplicado  $\vec{B}_{ext}$ .

- El campo desimanador ( o magnetostático)  $\vec{B}_{demag}$
- El determinado por la interacción de intercambio  $\vec{B}_{exch}$
- El campo debido a la anisotropía magneto-cristalina  $\vec{B}_{anis}$

En el programa se crea un «mundo» compuesto por celdas del tamaño que se quiera, normalmente por comodidad se definen en relación con el tamaño total del sistema. En cada una de estas celdas, de altura, anchura y profundidad arbitrarias, se va a definir un espín/momento magnético, el ordenador asigna un campo efectivo a cada una de estas celdas y luego resuelve la ecuación diferencial previamente presentada. Esto supone una carga computacional enorme y por desgracia no podremos simular grandes cantidades de discos, pues la precisión necesaria para que se asemeje a un sistema real hace que ya en un solo disco deba haber muchísimas celdas definidas.

En general los parámetros: magnetización de saturación  $M_S = 8,6 \cdot 10^5 \frac{A}{m}$  y una constante de intercambio  $A = 1,3 \cdot 10^{-11} \frac{J}{m}$ , correspondientes a una aleación de permalloy, los discos de dicha aleación se definen con un diámetro de 2250 nm y un espesor de 100 nm.

Primero simulamos 1 sólo disco, cuyo «mundo» tenía las siguientes características: tamaño eje x 128 celdas, tamaño eje y 128 celdas, tamaño eje z 4 celdas. El tamaño de cada celda fue  $\frac{2,25 \cdot 10^{-6}}{128} m$  para las aristas del eje x e y, y  $\frac{1 \cdot 10^{-7}}{4} m$  para las aristas del eje z, ya que con este tamaño se representaba suficientemente bien un nanodisco real (cada celda idealmente debería tener de longitud más o menos la longitud de intercambio, que en nuestro caso es  $l_{exch} = \sqrt{\frac{A}{\mu_0 M_S^2}} \approx 3,74 \text{ nm}$ , lo cual es sustancialmente menor que la de la celda utilizada  $l = 17,5 \text{ nm}$ , pero debido a consideraciones computacionales no se ajustó más).

Para dicho disco hicimos un barrido en campo, desde 0 mT a 100 mT, desde 100 mT hasta -100 mT, y vuelta a campo nulo. Con esto conseguimos sacar los campos de nucleación ( o creación) y aniquilación ( o destrucción) del vórtice, los cuales los podemos comparar con los hallados experimentalmente.

En la siguiente imagen podemos ver la mitad del ciclo de histéresis sufrido por el disco (en 100 pasos se llega al campo de 100 mT y en 200 al de 0), representado cada 25 pasos:

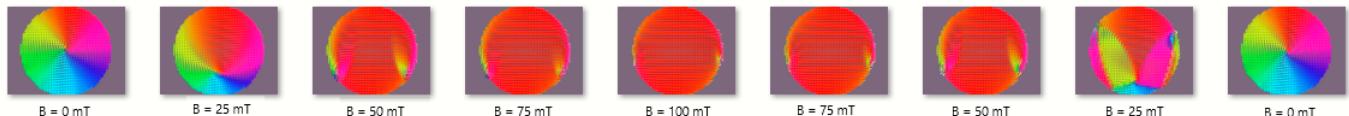


Figura 15: Mitad del ciclo de histéresis sufrido por el disco , representado cada 25 pasos o 25 mT.

Observamos que una vez el campo externo es lo suficientemente pequeño, la interacción de canje hace que rápidamente se pase de algo relativamente aleatorio a un vórtice formado. El ciclo de histéresis completo, representando imanación por unidad de volumen frente a campo magnético, lo podemos visualizar aquí:

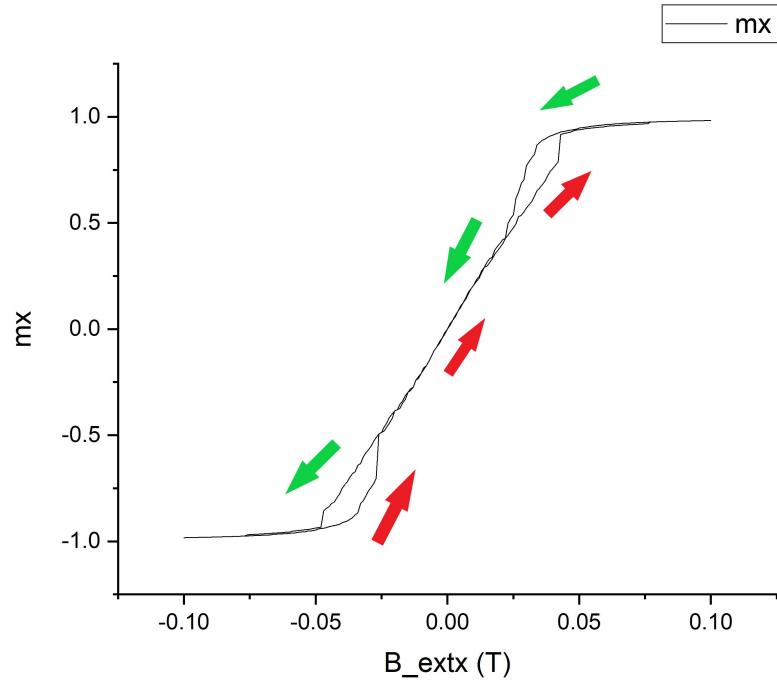


Figura 16: Ciclo de histéresis de 1 disco: magnetización normalizada (sin unidades) frente a campo externo. Podemos ver la diferencia entre el campo de nucleación y el de aniquilación.

También quisimos ver que ocurría en el caso de un mayor número de discos, de modo que elegimos el caso de 3 discos. Para ello debemos definir un mundo mucho más grande si queremos conservar aproximadamente el tamaño de celda, además de incorporar la separación entre discos que ocurre en el caso real, como podemos ver en la figura 5.

Como las celdas deben ser iguales, al final el mundo definido tiene las siguientes características: tamaño eje x 896 celdas, tamaño eje y 128 celdas, tamaño eje z 4 celdas, con todo lo demás igual. Esto nos va a formar 3 discos separados cada disco por 3 diámetros o 6750 nm. Haciendo el mismo barrido que antes, la mitad del ciclo de histéresis sufrido por el disco resulta:

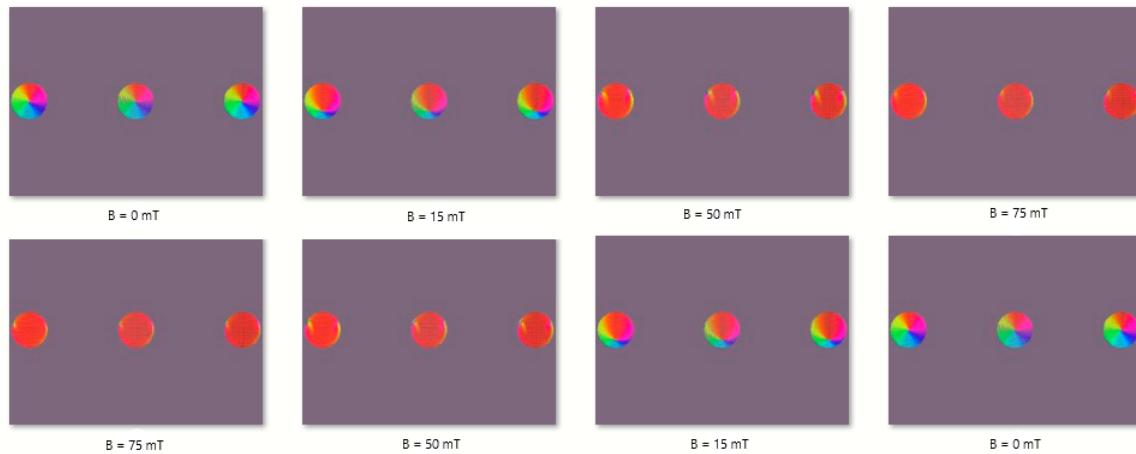


Figura 17: Mitad del ciclo de histéresis sufrido por tres discos, el espaciado de pasos entre imágenes varía para visualizar las situaciones más interesantes.

Y la medida de la magnetización por unidad de volumen frente al campo:

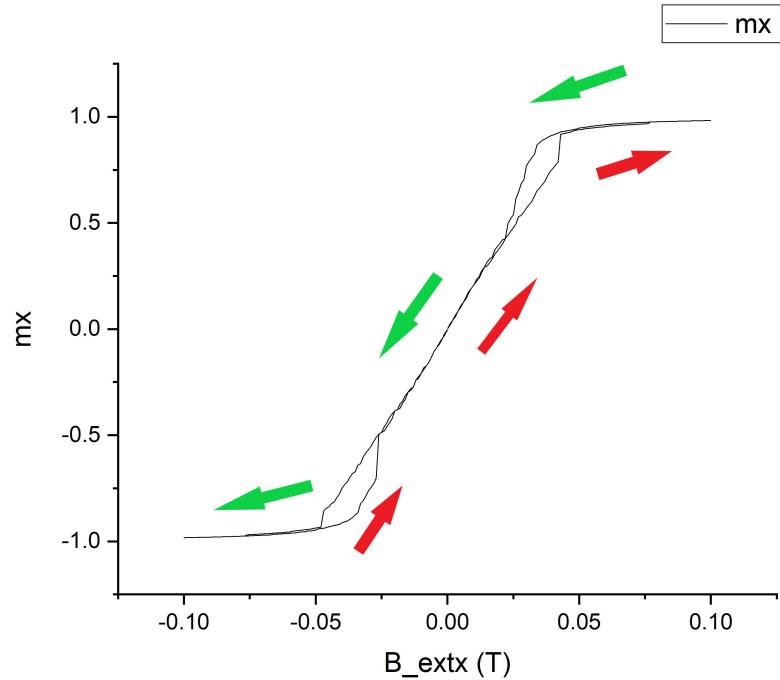


Figura 18: Ciclo de histéresis de los 3 discos: magnetización normalizada (sin unidades) frente a campo externo.

Si consideramos que la aparición de los modos de Kittel coincide más o menos con la desaparición del vórtice (lo cual es razonable mas no necesario) vemos pues que la desaparición del vórtice para el caso experimental y para el modelo simulado coinciden cualitativamente: en concreto para el caso experimental el modo Kittel aparece en torno a  $\pm 0,35$  mT y para el modelo computacional, fijándonos en los ciclos de histéresis , el vórtice desaparece en torno a  $\pm 0,45$  mT.

Esta disparidad puede deberse a varios factores: los discos reales son irregulares, tal vez defectos geométricos o amorfización del material en el borde afectan a la estabilidad del vórtice. También , aunque el imán tiene una región suficientemente grande donde el campo es homogéneo y está calibrado, puede que el valor real del campo magnético en el punto en que se encuentran los vórtices no sea igual al valor nominal que nosotros creemos estar aplicando. Siempre podemos esperar discrepancias entre simulación y experimento, y en este caso no es grande como para ser alarmante.

#### 4.2. Obtención de los modos de resonancia y de la constante de acople

Para el siguiente paso en la obtención de la buscada constante de acople, debemos hallar los modos resonantes del disco en el caso de un campo externo DC nulo ( $\vec{B}_{DC} = \vec{0}$ ), que corresponderán a los modos del vórtice.

Sabemos que cualquier excitación producirá una respuesta en nuestro disco, la cual debe ser una combinación de los modos resonantes posibles. Vamos a poner un campo dependiente del tiempo (también llamada excitación) en el eje x. Puede valer tanto un campo escalón o un campo sinusoidal normalizada del tipo  $b = A \cdot \frac{\sin(\omega t + \delta)}{(\omega t + \delta)}$  con la amplitud en ambos casos de  $A = 100 \mu T$ .

Con esto podemos sacar la respuesta de la magnetización en el eje x frente al tiempo, y a esa relación hacerle una transformada de Fourier, mediante el software de manipulación matemática Matlab, lo que nos dará las frecuencias de resonancia: la fundamental, correspondiente al modo girotrópico, y las dos excitadas, correspondiente a modos azimutales y radiales.

Respuesta de 1 disco frente a una función escalón y su transformada de Fourier hecha mediante Matlab:

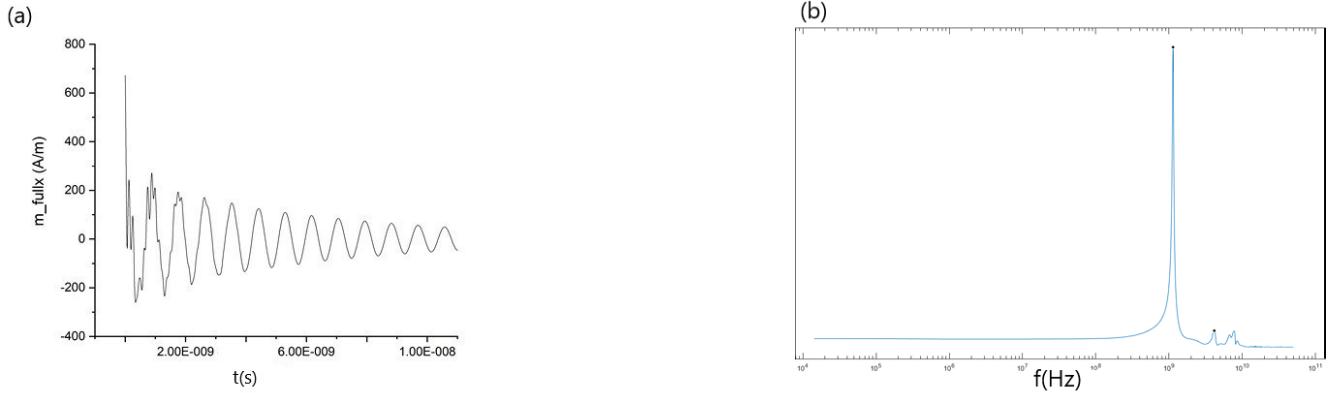


Figura 19: (a) Magnetización en el eje x frente a tiempo, excitación escalón. (b) Transformada de Fourier.

Ahora el caso de 1 disco frente a una función sinusoidal y su transformada:

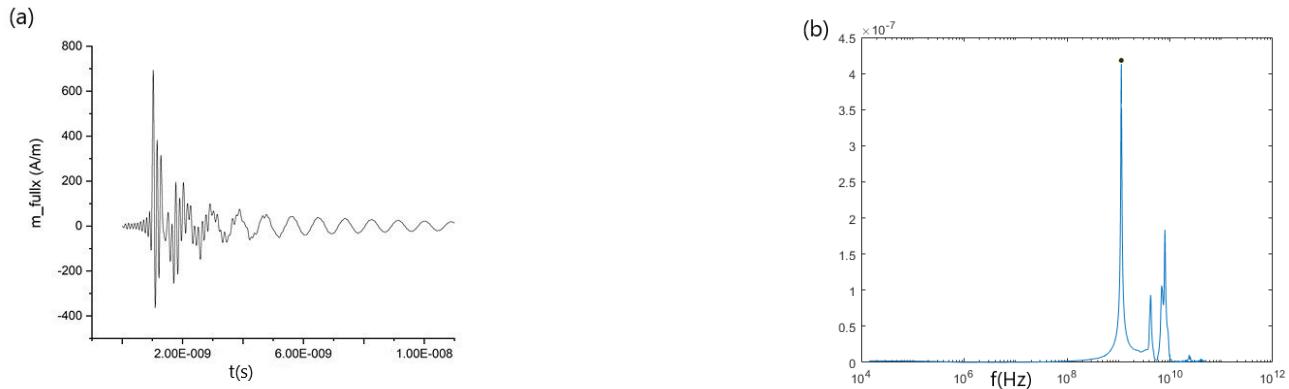


Figura 20: (a) Magnetización en el eje x frente a tiempo, excitación con función seno cardinal o sinc (que es una sinusoidal dividida por su argumento). (b) Transformada de Fourier.

Para el caso de 3 discos elegimos simplemente la función escalón:

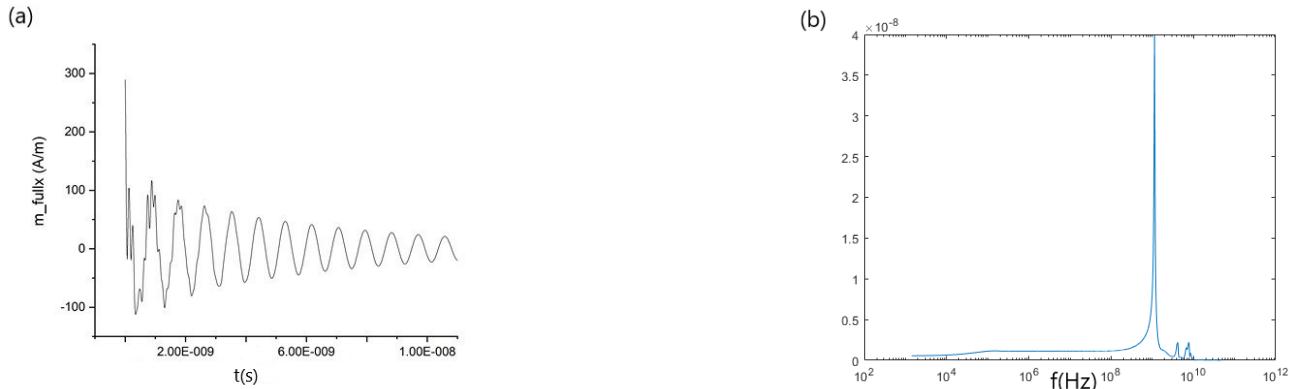


Figura 21: (a) Magnetización en el eje x frente a tiempo, excitación escalón, caso 3 discos. (b) Transformada de Fourier.

Entonces apuntamos las frecuencias de los modos fundamentales:  $\omega_{o,1disco} = 1,15 \cdot 10^9$  Hz y  $\omega_{o,3discos} = 1,138 \cdot 10^9$  Hz, las cuales vemos que son parecidas, y excitar de nuevo, pero ahora con una simple sinusoidal con frecuencia de oscilación igual a la fundamental. Deberíamos obtener una onda modulada, que posteriormente explicaremos como sacar de ahí información relevante. En los casos de 1 disco y 3 discos sacamos respectivamente:

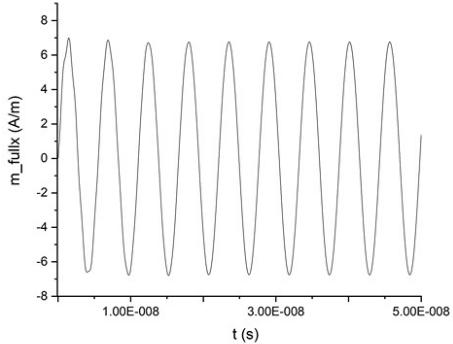


Figura 22: Magnetización en el eje x frente a tiempo, con excitación con la frecuencia fundamental, caso de 1 disco.

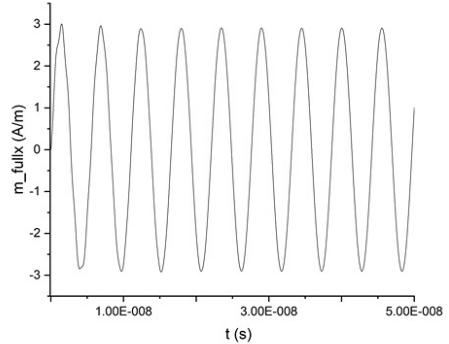


Figura 23: Magnetización en el eje x frente a tiempo, con excitación con la frecuencia fundamental, caso de 3 discos.

Podemos ajustar ambas gráficas en los rangos temporales relevantes y sacar sus características. En concreto nos importa su amplitud, lo cual, con un campo de magnitud 1 mT, ancho de línea  $\gamma = 2\alpha\omega_o$  y  $\alpha = 0,012$ ; y  $V_T \approx 4 \cdot 10^{-19}$  m<sup>3</sup>, como  $g^2 = \frac{\gamma \cdot V_T}{4\hbar} b_{rms} \cdot \Delta M$ , sacamos como constantes de acople:

- En 1 disco  $\Delta M = 6,76 \frac{A}{m}$  tal que  $g = 3,44 \cdot 10^8$  Hz
- En 3 discos  $\Delta M = 2,9 \frac{A}{m}$  tal que  $g = 2,69 \cdot 10^8$  Hz

Al parecer hay un mayor acople a 1 sólo disco que a 3. Esto en honor a la verdad no era lo que esperábamos, pues el propio diseño de la línea sobre la que realizamos los experimentos está realizado para que las interacciones inter-discos no sean problemáticas: estan a suficiente distancia para que los efectos de intercambio entre espines de las distintas rodajas magnéticas no tengan apenas magnitud, en comparación del campo externo ( ¡el efecto Zeeman es mucho mayor la interacción dipolar entre discos en esta situación!).

#### 4.3. Caso del modo de Kittel

Una vez tuvimos hechas las simulaciones de los modos fundamentales justamente estudiados, quisimos ver como comparaban con el modo de Kittel, que diferencias habia en las constantes de acople. La situación pues cambia un poco: ahora vamos a tener una muestra totalmente magnetizada en x, debido a un campo externo DC de 0,15 T y vamos a tener una oscilación mucho más pequeña perpendicular a este campo, en concreto en el eje y. De esta manera la evolución de la magnetización en el eje y nos va a dar la información que queremos para sacar la constante de acople.

Realizamos el mismo proceso que hemos ya visto, primero excitamos un disco totalmente magnetizado con un campo cuya componente en el eje x es constante y en el eje y depende de la función seno cardinal:  $\vec{B}_T = (0.15T, A \cdot \text{sinc}(\omega \cdot t), 0.0)$ , con  $A = 100 \mu$  T. A partir de la magnetización obtenida en el eje y, podemos sacar su transformada de Fourier y obtener la frecuencia del modo Kittel:

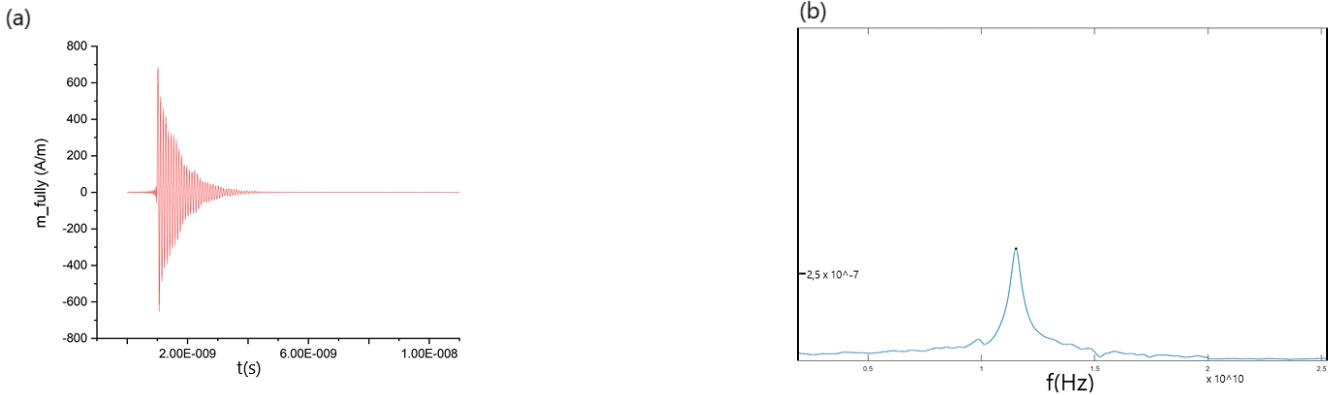


Figura 24: (a) Magnetización en el eje y frente a tiempo, función seno cardinal. (b) Transformada de Fourier.

Y la magnetización resultante cuando se le excita con una función sinusoidal de amplitud de  $1\mu T$  :

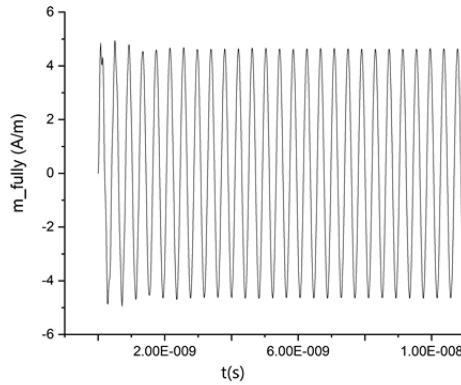


Figura 25: Magnetización en el eje y frente a tiempo, excitación con frecuencia de resonancia fundamental.

De modo que realizando un ajuste a función sinusoidal sacamos:  $\Delta M = 4,46 \frac{A}{m}$  tal que  $g = 1,09 \cdot 10^9$  Hz. A pesar que la amplitud es algo menor que para el caso de la frecuencia girotrópica en un disco, la frecuencia fundamental de Kittel es de un orden de magnitud mayor que la frecuencia fundamental del modo girotrópico, de modo que al aparecer en la expresión de la constante de acople, acaba resultando en una constante de acople mayor.

#### 4.4. Obtención de la constante de acople a través del experimento

Como ya hemos visto en la sección de experimentos del artículo, no hemos podido detectar los modos de resonancia del vórtice, pues no había una diferencia notable de absorción de energía para campos pequeños a ninguna frecuencia. No obstante sí hemos sido capaces de medir el modo de Kittel. Vamos a analizar el espectro obtenido para discos de 1,75 um con -10 dB de potencia y 4 K, figura 12, para la columna de campo 94 mT.

Primero podemos sacar un par de parámetros ajustando el pico de pérdida de potencia asociado al modo de Kittel. Los datos los vamos a procesar de la siguiente manera: en vez de la pseudo-derivada antes comentada vamos a restarle a cada columna de curva de transmisión el promedio total, tal que vamos a tener un  $S12_{NB}$  sin fondo.

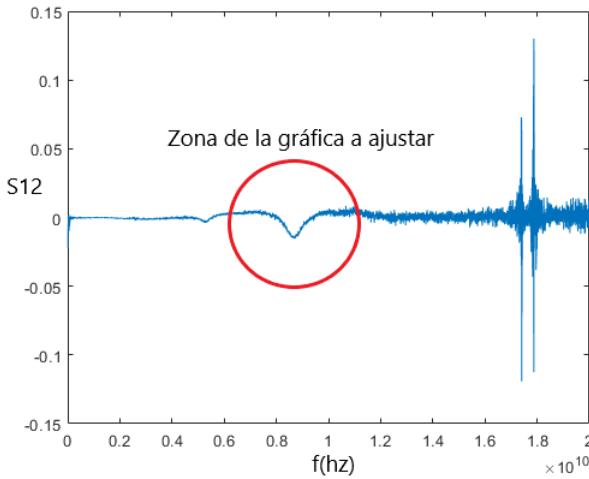


Figura 26: Eje x: frecuencias en Hz, eje y: no tiene unidades.

Ajustando a la siguiente gaussiana:

$$G = K \cdot \exp\left(-\left(\frac{\omega_m - \omega}{2\sigma^2}\right)^2\right) = K \cdot \exp\left(-\left(\frac{\omega_m - \omega}{2\alpha\omega_m}\right)^2\right) \quad (19)$$

Y el ajuste obtenido es:

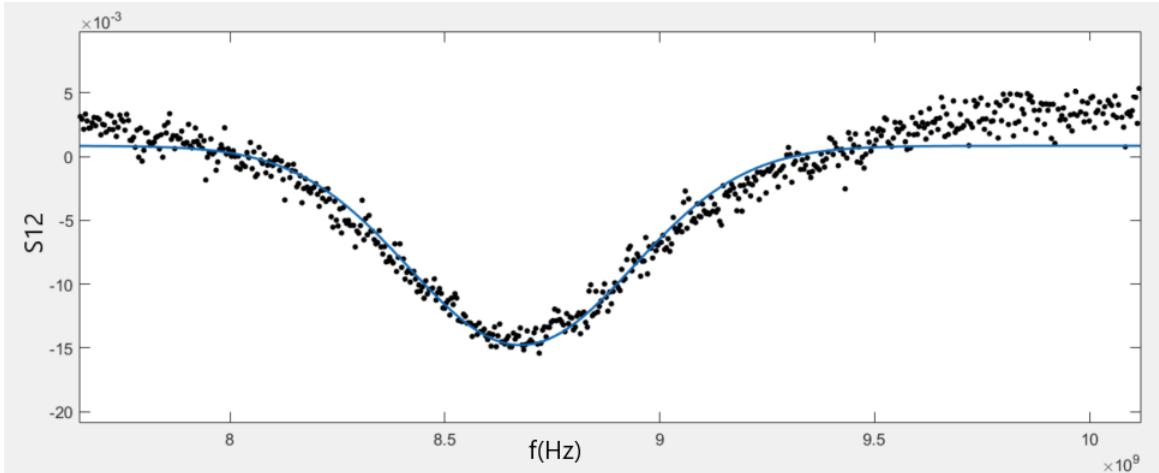


Figura 27: Eje x: frecuencias en Hz, eje y: no tiene unidades. Línea azul indica el ajuste

Esta extraña expresión viene de que  $FWHM = 2 \cdot \sigma \cdot \sqrt{2 \cdot \ln(2)}$  y  $FWHM = 2 \cdot \gamma$ , con  $\gamma = 2 \cdot \omega_m \cdot \alpha$ . FWHM significa «anchura a media altura» del inglés «full width at half maximum».

De esta forma podemos obtener:  $\omega_m = 8,67 \cdot 10^9$  Hz, y  $\alpha = 0,0178$ .

Para poder obtener finalmente la constante de acople, vamos a tomar para cada punto sin fondo su veinteaba fracción y vamos a elevar a diez esa cantidad, obteniendo el parámetro de trasmisión de cada punto:  $T = 10^{\frac{S_{12,NB}}{20}}$ , el resultado lo vemos en la siguiente figura:

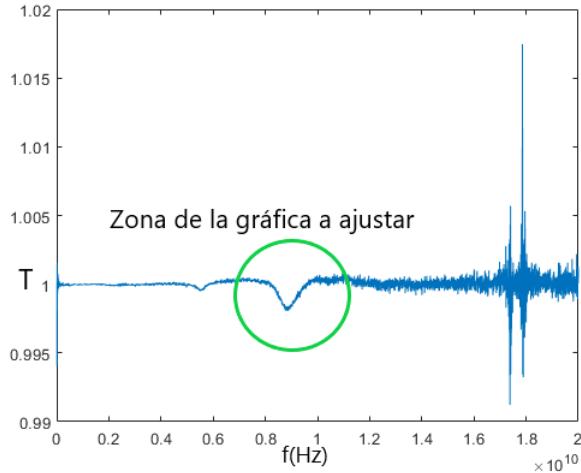


Figura 28: Eje x: frecuencias en Hz, eje y: no tiene unidades.

La cual podemos ajustar en la zona relevante a la siguiente ecuación:

$$T = \sqrt{\frac{\gamma^2 + (\omega_m - \omega)^2}{\Gamma^2 + 2\Gamma\gamma + \gamma^2 + (\omega_m - \omega)^2}} \quad (20)$$

Reemplazando  $\gamma = 2 \cdot \omega_m \cdot \alpha$  y  $\Gamma = \sqrt{\frac{g\omega_m}{\pi}}$ , tenemos:

$$T = \sqrt{\frac{(2 \cdot \omega_m \cdot \alpha)^2 + (\omega_m - \omega)^2}{(\frac{g\omega_m}{\pi})^2 + 2(\frac{g\omega_m}{\pi})(2 \cdot \omega_m \cdot \alpha) + (2 \cdot \omega_m \cdot \alpha)^2 + (\omega_m - \omega)^2}} \quad (21)$$

Y el ajuste obtenido es:

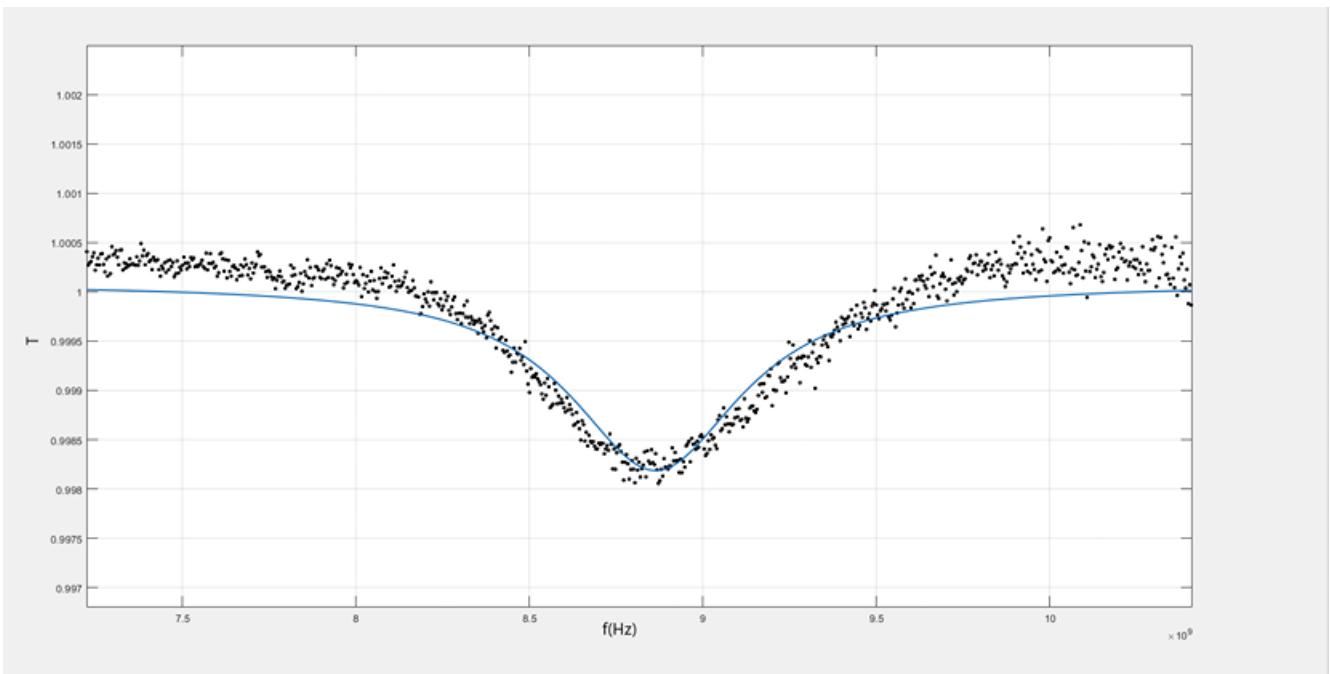


Figura 29: Eje x: frecuencias en Hz, eje y: no tiene unidades. Línea azul indica el ajuste

Así podemos sacar directamente que  $\alpha = 0,017$ ,  $\omega_m = 8,86 \cdot 10^9$  Hz,  $g = 4,00 \cdot 10^7$  Hz .

Vemos que para ambos métodos obtenemos  $\alpha$  y  $\omega_m$  similares, con diferencias relativas del 5% y 2% respectivamente.

Lamentablemente, el modo de resonancia fundamental girotrópico, asociado al vórtice, no se ha podido detectar, pues la absorción energética de dicho modo no era substancial. No obstante a través de la obtención de la constante de acople del modo de Kittel, tanto en experimento como en simulación, llegamos a la siguiente conclusión: el experimento da una constante de acople mucho menor (estamos hablando de órdenes de magnitud) que lo que las simulaciones dictan. Podemos ver en concreto el caso de un disco en simulación, para el modo de magnetización alineada al campo externo uniforme, tenemos  $g_{\text{teórico}} = 1,089 \cdot 10^9$  Hz y sin embargo, como acabamos de ver, para el caso experimental, avalado por ajuste gráfico, tenemos  $g_{\text{experimental}} = 4,021 \cdot 10^7$  Hz, que es 2 órdenes de magnitud menor.

Podemos inferir entonces que para la resonancia del vórtice ocurre lo mismo, a pesar de que teóricamente tenemos una constante de acople  $g_{\text{teórica}} = 3,44 \cdot 10^8$  Hz, tendremos una constante de acople real del orden de  $10^6$  Hz. Este bajo acople puede ser el motivo de que no seamos capaces de detectar las resonancias del vórtice.

Podemos señalar también que el sistema simulado es para 1 sólo disco y el real es una configuración rectangular de numerosos discos, y sobre todo, el sistema simulado es el ideal, pero en el real tenemos pérdidas energéticas asociadas a la electrónica y otros efectos de alto orden.

El factor más importante es la distancia de los discos a la línea, pues la intensidad del campo decrece mucho con el aumento de esta. Para el cálculo teórico hemos utilizado directamente la amplitud de la excitación como  $\vec{b}_{rms}$ , pero el real sería menor. Colocar Kapton aunque ha ayudado a evitar contacto eléctrico puede haber alejado los discos cientos de nanómetros, o incluso, varias micras, lo que es catastrófico para el acople.

## 5. CONCLUSIÓN

Para finalizar esta memoria, extraemos las ideas y resultados más relevantes del trabajo realizado a modo de conclusiones.

Primero realizamos varios experimentos de resonancia ferromagnética sobre discos de permalloy, con el objetivo de observar los distintos modos de resonancia del vórtice y también el modo de Kittel que aparece cuando la muestra está magnetizada totalmente por el campo externo. En ninguno de ellos pudimos observar la resonancia de la excitación topológica, y en el que mejor se veía el modo de Kittel era en el caso de una PCB refrigerada.

Posteriormente quisimos expandir nuestro estudio mediante simulaciones numéricas en el software mumax3, y para cerciorarnos de su validez comparamos los campos de nucleación y de aniquilación en ciclos de histéresis de 1 y 3 discos, los cuales coincidían satisfactoriamente con los observados en experimento.

Recreamos digitalmente la situación vista en laboratorio: simulamos discos afectados por un campo externo fijo (que correspondería al creado por las bobinas) y una excitación dependiente del tiempo, perpendicular al externo (que correspondería a la onda estacionaria de la cavidad resonante). Así pudimos obtener un valor teórico de la constante de acople, tanto para el caso de 1 disco como de 3.

Después analizamos el espectro de absorción de la figura 12, que es donde mejor se veía el modo de Kittel, tanto para el parámetro de transmisión S12 y para el T, obteniendo los parámetros  $\alpha$ ,  $\omega_m$  y la constante de acople  $g$ . Vimos que en el caso experimental era mucho menor  $g$ , y extrapolamos esa relación al caso de los modos del vórtice, lo que puede explicar que no seamos capaces de resolver los modos del vórtice.

El motivo principal por el que creemos que este es el caso, a parte de los mencionados anteriormente, es que como hemos visto en la imagen 13, los discos distaban mucho del disco ideal, pues presentaban deformidades e incluso relieve de altura. Si los discos son irregulares las excitaciones topológicas pierden estabilidad y su comportamiento puede ser modificado, apareciendo otros modos resonantes. Además si los discos distan mucho de forma entre sí, la

resonancia pierde potencia y se ensancha, haciendo que sea más difícil detectarla.

Finalmente decir que para conseguir un mejor acople en próximos experimentos, mejorando la magnitud de la excitación  $\vec{b}(t)$ , pensamos que conviene fabricar los discos directamente sobre la línea, para disminuir la distancia entre discos y línea; por otro lado, para tener unos discos más uniformes, fabricarlos mediante litografía de electrones («EBL» o «electron beam lithography») en vez de litografía óptica; y por último realizar una línea de transmisión superconductora con constricción, para aumentar la densidad de líneas de campo magnético de la excitación sobre la muestra.

## Referencias

- [1] A. A. Serga A. V. Chumak and B. Hillebrands. Magnonic crystals for data processing. 2017.
- [2] Farkhad G. Aliev, Juan F. Sierra, Ahmad A. Awad, Gleb N. Kakazei, Dong-Soo Han, Sang-Koog Kim, Vitali Metlushko, Bojan Ilic, and Konstantin Y. Guslienko. Spin waves in circular soft magnetic dots at the crossover between vortex and single domain state. *Phys. Rev. B*, 79:174433, May 2009.
- [3] J. M. D. Coey. Magnetism and magnetic materials. page 50, 2010.
- [4] J. M. D. Coey. Magnetism and magnetic materials. page 240, 2010.
- [5] J. M. D. Coey. Magnetism and magnetic materials. page 313, 2010.
- [6] Sergio Martínez-Losa del Rincón et al. Measuring the magnon-photon coupling in shaped ferromagnets: Tuning of the resonance frequency. *PHYSICAL REVIEW APPLIED* 19, 2023.
- [7] Arne Vansteenkiste et al. The design and verification of mumax3. page 4, 2014.
- [8] Huirong Zhao et al. Spin dynamics of anisotropic azimuthal modes in heterogeneous magnetic nanodisks.
- [9] Olivier Fruchart. Lecture notes on nanomagnetism. pages 17 – 20, 2011.
- [10] M. Harder, B. M. Yao, Y. S. Gui, and C.-M. Hu. Coherent and dissipative cavity magnonics. 2021.
- [11] Ding Junjia et al. Higher order vortex gyrotropic modes in circular ferromagnetic nanodots. *Scientific reports* vol. 4 4796., 2014.
- [12] Charles Kittel. Introduction to solid state physics. pages 401 – 403, 2004.
- [13] María José Martínez-Pérez and David Zueco. Strong coupling of a single photon to a magnetic vortex. *ACS Photonics*, 2018.