



Universidad
Zaragoza

Trabajo Fin de Grado

El Beano: Un experimento didáctico de probabilidad

The Beano: A didactic probability experiment

Autor

Jose Antonio Moreno Ripol

Director

Sergio Martínez Juste

Grado en Magisterio en Educación Primaria

2024



Facultad de
Ciencias Humanas y de
la Educación - Huesca
Universidad Zaragoza

ÍNDICE

RESUMEN	3
ABSTRACT	3
CAPÍTULO 1. INTRODUCCIÓN Y OBJETIVOS.....	4
CAPÍTULO 2. EL PAPEL DEL JUEGO EN EDUCACIÓN MATEMÁTICA.....	5
2.1. El juego en educación.....	5
2.2. El juego para el aprendizaje de las matemáticas	7
2.3. Algunas experiencias de uso del juego en educación matemática	10
CAPÍTULO 3. LA ENSEÑANZA DE LA PROBABILIDAD EN EDUCACIÓN PRIMARIA.	13
3.1. Didáctica de la probabilidad.....	13
3.2. Sentido estocástico en el currículo de educación primaria.	15
LOMLOE	15
LOMCE	19
LOE.....	22
CAPÍTULO 4. EL JUEGO DEL BEANO.....	26
CAPÍTULO 5. DISEÑO DE LA EXPERIMENTACIÓN.	32
Variantes del juego.....	32
Temporalidad	33
Sesiones.....	34
SESIÓN 1	34
SESIÓN 2	35
SESIÓN 3	37
Objetivos del experimento	39
Metodología	40
CAPÍTULO 6. RESULTADOS.	43
SESIÓN 1	43
DADOS REGULARES	43
SESIÓN 2	50
DADOS PATATA	51
MONEDAS.....	56
SESIÓN 3	62
RULETAS	62
CAPÍTULO 7. CONCLUSIONES.	68
CAPÍTULO 8. REFERENCIAS.....	71
CAPÍTULO 9. ANEXOS.	73

RESUMEN

Este tfg (Trabajo de fin de grado) se encuentra dentro del marco probabilístico en el ámbito matemático. Dentro de este trabajo se pueden encontrar aspectos relacionados con la probabilidad, historia de la probabilidad en el marco educativo según la visión de distintos autores, además de un repaso del contenido de probabilidad dentro de los diferentes curriculum en la historia de España, también se puede encontrar un breve repaso del concepto de juego, así como del papel del mismo en la educación y a su vez en las matemáticas. Por otro lado, versa sobre una propuesta educativa en pro de dar visibilidad al contenido probabilístico muchas veces tratado de manera residual, dicha propuesta es un experimento didáctico de probabilidad a través del juego del Beano. Dentro de la experimentación se diferencian 3 sesiones con la metodología, recursos y explicaciones sencillas de cada juego. Por ultimo se encuentra un análisis critico de los resultados obtenidos en la experimentación y una serie de conclusiones acordes con los objetivos propuestos, todo ello con la intención de promocionar este contenido matemático.

PALABRAS CLAVE: Matemáticas, juego, educación, Beano, probabilidad, educación primaria

ABSTRCT

This tfg (Final Degree Project) is within the probabilistic framework in the mathematical field. Within this work you can find aspects related to probability, history of probability in the educational framework according to the vision of different authors as well as a review of the content of probability within the different curricula in the history of Spain, you can also find a brief review of the concept of the game as well as the role of the same in education and in turn in mathematics. On the other hand, it deals with an educational proposal in favor of giving visibility to the probabilistic content often treated in a residual way, this proposal is a didactic experiment of probability through the Beano game. Within the experimentation, 3 sessions are differentiated with the methodology, resources and simple explanations of each game. Finally, there is a critical analysis of the results obtained in the experimentation and a series of conclusions in accordance with the proposed objectives, all with the intention of promoting this mathematical content.

KEYWORDS: Mathematics, play, education, Beano, Probability, primary education

CAPÍTULO 1. INTRODUCCIÓN Y OBJETIVOS

La probabilidad es un ámbito dentro de las matemáticas, que de manera general se suele tratar de forma residual en el ámbito escolar, es por ello que los conocimientos acerca de probabilidad que alumnos en ciertas edades deberían conocer se ven sesgados por varios motivos, la dificultad para aprender contenidos mas complejos que ocupan un lugar anterior en el libro de matemáticas, la falta de tiempo dentro del calendario escolar, la densidad de contenidos de los libros de matemáticas y la poca importancia que a menudo los propios profesores suelen dar a este ámbito matemático, estos motivos, entre otros, son causantes del poco conocimiento acerca de probabilidad por parte de alumnos de primaria, hecho que les lastra de una u otra manera en su vida tanto personal como académica debido a que el concepto de probabilidad se encuentra en la mayoría de cosas que les rodea y la mayoría de veces no tienen los conocimientos adecuados para interpretar sucesos que implican probabilidad que se les presentan.

De una u otra manera los alumnos se van formando acerca del contenido de probabilidad, contenido que por experiencia personal puede llegar a generar frustración debido a la mala distribución de este en la mayoría de currículos debido a que si bien el contenido si se trata de manera adecuada debería de ser comprensible interactivo e incluso placentero, la realidad es que es un contenido que se suele dar en las épocas finales de cada curso de manera casi residual e incluso en algunos casos ni siquiera se llega a ver.

Este trabajo tiene la intención de mostrar una propuesta interactiva a través del juego del Beano que luego pueda ser aplicada a un centro escolar, dicha propuesta se espera que sirva de motivación para implementarlo en las unidades didácticas de probabilidad y estadística pertinentes

El objetivo de la propuesta es dar a conocer una visión interactiva de la probabilidad mediante una serie de experimentos con el juego del Beano, dentro del mismo los objetivos serán los siguientes: Explorar las variantes del juego del Beano, analizar la influencia de las condiciones del juego en la probabilidad, comparar resultados entre variantes, observar el impacto de la distribución de los números, analizar la comprensión de la probabilidad

CAPÍTULO 2. EL PAPEL DEL JUEGO EN EDUCACIÓN MATEMÁTICA

2.1. El juego en educación

El juego es una actividad que siempre estuvo y estará presente en la vida del ser humano desde que nace hasta que llega a la edad de la senectud), hay muchas definiciones de juego, sin embargo utilizaremos una de las más extendidas, el juego es una acción u ocupación libre, que se desarrolla dentro de unos límites temporales y espaciales determinados, según reglas absolutamente obligatorias, aunque libremente aceptadas, acción que tiene su fin en sí misma y va acompañada de un sentimiento de tensión y alegría y de la conciencia de ser de otro modo que en la vida corriente (Huizinga, 1968) .A través del juego el ser humano se va preparando inconscientemente para el desenvolvimiento en la sociedad mediante la formación de normas de conducta, valores, resolución de conflictos y además desarrolla muchas facetas en su personalidad (Osorio Idrogo, 2020), podemos, entonces, considerar el juego como el contexto natural donde se desarrollan los comportamientos más interesantes y genuinos (Ortega, Rosario, 1988), no obstante, el juego en el aula tiene una connotación de trabajo al cual se le aplica una buena dosis de esfuerzo, tiempo, concentración y expectativa (Educere, 2002).

Cabe destacar que el juego tiene una serie de beneficios para el niño diferentes a los del trabajo, mediante el juego, los niños representan sus esquemas ya establecidos y se adaptan a la realidad. El juego, por lo tanto, es tributario del desarrollo del pensamiento, puesto que constituye una posibilidad de ejercer sus funciones cognitivas en situaciones reales (Achavar Valencia.C, 2019). Los beneficios del juego son muy importantes y están bien documentados. Incluyen una mejoría en el funcionamiento ejecutivo, en el lenguaje, en las habilidades matemáticas tempranas (manejo de números y conceptos espaciales), en el desarrollo social, en las relaciones con iguales, en el desarrollo físico y en la salud, incluida la salud emocional, probablemente porque amortigua la ansiedad y el estrés. (Canarias pediátrica, 2019)

Desde una visión de la educación el juego ha formado parte de ella desde sus inicios, sin embargo no siempre ha tenido el mismo peso dentro de ella, hasta hora las didácticas disciplinares, han presentado propuestas didácticas en paralelo al juego o lo han utilizado como motivación para la verdadera tarea, El objetivo esta en encontrar algunas categorías en las que el juego pueda tener incidencia en la enseñanza de contenidos y no simplemente en la

presentación de los mismos (Sarlé, 2001), por su parte (Torres, 2007) considera el juego ,como elemento primordial, necesita de las estrategias para facilitar el aprendizaje, que se considera como un conjunto de actividades agradables, cortas, divertidas, con reglas que permite el fortalecimiento de los valores.

Sin embargo y dando una visión mas actual del papel del juego en la educación integral podemos destacar que la pedagogía tradicional rechazaba el juego como medio educativo por entender que no tenía carácter formativo, solo le concedía el carácter de recreo y esparcimiento. En la actualidad las nuevas pedagogías fomentan la actividad lúdica como medio de educación, maduración y aprendizaje (Bascón,2010).

Desde que nacemos se nos presenta el juego como algo básico en nuestra vida para prender, sin embargo una vez llegados a la etapa de primaria el juego pasa a un segundo plano y deja de tener tanta relevancia si lo comparamos con la etapa de Infantil (Mora, 2020), además de que el juego parece estar atado a una serie de asignaturas y repudiado en otras, aprender jugando parece que se ha implantado de forma casi generalizada en algunas áreas, como Educación Física, sin embargo, hay otras, como Matemáticas, Ciencias Naturales, Lengua y Literatura, entre otras, en las que todavía no se ha normalizado esta forma de enseñanza (Mora, 2020).

Actualmente se tiende a considerar el juego como algo intrínseco a la educación sobre todo en edades tempranas, el juego como estrategia hace que padres y docentes contribuyan de manera activa en el proceso de enseñanza aprendizaje, los estudiantes aprenden mejor, haciendo de este un aprendizaje placentero y duradero (Osorio, 2020)

Podríamos determinar el juego actual como un medio mas hacia la educación del niño y no como se consideraba antiguamente, algo paralelo y nunca en contacto con la propia educación. El componente lúdico del juego se contempla ahora como algo positivo para el menor y no como algo que haga decrecer el aprendizaje del niño, así pues, la educación se encuentra en un punto en el que muchas estrategias didácticas están apareciendo y otra, como el juego, está cobrando mayor importancia.

2.2. El juego para el aprendizaje de las matemáticas

Los juegos y el juego tienen una larga historia dentro de la civilización humana y las matemáticas (Bishop 1998). La idea de juego conlleva muchos significados enlazados entre sí un poco a la manera en la que lo están los miembros de una familia humana (Gardner, 1979). Podríamos deducir entonces que el ser humano ha puesto gran énfasis en el concepto de juego, “Nunca los hombres son más ingeniosos que en la invención de juegos, sería deseable que se hiciese un curso entero de juegos tratados matemáticamente” (Leibniz, 1715), hoy en día podemos comprobar que en la mayoría de los currículos estatales a lo largo del planeta se contempla la conveniencia de la utilización de juegos en el ámbito educativo y por lo tanto matemático.

Por su parte Vygotski (1979) afirma que el juego crea una zona de desarrollo próximo en el niño y por otra parte afirma que el juego no es un rasgo predominante en la infancia si no que es un factor básico de desarrollo, este concepto ha resultado ser de gran relevancia puesto que al juego hoy en día se le da el lugar que le corresponde dada su importancia en la educación del niño. Para Brosseau (1997) el juego se puede concebir como las actividades físicas o mentales que generan placer, por su parte Lalande (1972) lo define como la organización de una actividad dentro de un sistema de reglas que diferencian entre éxito y fracaso.

Contemplando a los anteriores autores Oldfield (1995) afirma que los juegos son valiosos para fomentar habilidades sociales, estimular la discusión matemática, aprender conceptos y reforzar habilidades ya adquiridas, Gairín (2002) precisa un poco más y afirma que los juegos son un recurso útil para las demostraciones matemáticas, podemos determinar entonces que los juegos matemáticos estimulan al alumno en todos los ámbitos matemáticos, entre ellos la resolución de problemas, el uso de juegos incrementa las habilidades de resolución de problemas Butler (1998)

El espíritu de competición en el juego es, como impulso social, más antiguo que la cultura misma y se extiende por todas las etapas de la vida como un fenómeno cultural (Huizinga, 1949). Podemos deducir entonces que tanto el juego y las matemáticas como el juego en las

matemáticas pueden tener características similares, así que según Huizinga el juego debe ser voluntario, especialmente distendido, ajeno a satisfacciones inmediatas, relacionado con la belleza, creador de orden, ingenioso y con elementos de tensión, todo esto viene estrechamente relacionado con las reglas, es decir un juego no puede seguir adelante si uno de los participantes decide no continuar con las reglas establecidas.

Al igual que contemplamos una serie de características comunes de los juegos, podemos clasificar los juegos de distintas formas, imaginativos, realistas, imitativos, discriminativos, competitivos, propulsivos y de placer (Walter, 1902)

Las etnomatematicas son el estudio de la relación entre las matemáticas y la cultura, según estudios e investigaciones realizadas hoy en día se puede constatar que hay multitud de formas de sumar, restar, multiplicar... a lo largo del planeta tierra. Según Bishop, dentro de la infinitud de formas de comprender las matemáticas sobre la faz de la tierra hay seis actividades comunes en todos los grupos: Contar, localizar, medir, jugar, dibujar, explicar. Sin embargo, aunque el juego es algo universal, no podemos concebir que todos los juegos sean especialmente relevantes en las matemáticas, los juegos matemáticos son aquellos que dependen del azar o de la lógica (Ascher, 1991). Según Edo (1998) existen 2 relaciones entre el juego y las matemáticas, el razonamiento lógico donde se encontrarían las actividades mencionadas por Bishop y la numeración y cálculo.

El juego en las matemáticas, como hemos podido comprobar tiene un papel crucial tanto fuera como dentro del aula, Siempre he creído que el mejor camino para hacer las Matemáticas interesante a alumnos y profanos es acercarse a ellas en son de juego (Gadner, 1975), el desarrollo de una actitud positiva hacia las matemáticas es una tarea del profesor prioritaria (Jhonson, 1960), por lo que podremos deducir la especial importancia del juego en las matemáticas.

Según Garín (1990) se pueden distinguir entre 2 tipos de juegos según sus características. Los juegos de conocimientos en los que intervienen operaciones y los juegos de estrategia los cuales exigen poner en práctica habilidades o razonamientos y que pueden ser del tipo personal

(Bastillas) o multipersonal (3 en raya). Por su parte Corbalán y Deulofeu (1998) proponen dos categorías de juegos diferentes, los juegos de conocimiento y los juegos de estrategia, Gomez-chacón (1992), ahondando en los juegos de estrategia, afirma que las heurísticas de los juegos de estrategias requieren el mismo cuidado y análisis que la resolución de problemas. Según González, Molina, Sánchez et al. (2014) existen otras 2 clasificaciones de juego diferentes a las mencionadas, el juego instruccional y el juego matemático, un juego instruccional es aquel para el cual un conjunto de objetivos educativos, cognitivos o afectivos han sido determinados (Bright, Harvey, Wheeler et al. 1985), para Oldfield (1985) un juego matemático debe de involucrar a uno o mas oponentes en una tarea común, debe de tener un conjunto de reglas establecidas y acordadas, debe tener un final distinto y objetivos matemáticos y cognitivos específicos

Según Molina(1992) los adultos hemos cometido el error de considerar el juego como una distracción, sin embargo, muchos teóricos , entre ellos el anterior mencionado coinciden en que el juego es algo mas que una forma de entretenimiento y por tanto lo podríamos relacionar con las matemáticas, la motivación es la principal ventaja del uso de juegos Ernest (1996) existen infinidad de juegos educativos matemáticos entre los que encontramos, por ejemplo, “el juego de los naipes”, “máximo 15” o “cerrar 15”

2.3. Algunas experiencias de uso del juego en educación matemática

El niño o la niña juega y con el juego se prepara para la vida. La persona adulta también juega. El juego es una actividad diferenciada de la vida cotidiana que produce placer y debe tomarse en serio. Es una actividad libre, pero con una cierta función (Salvador,2005)

Según Salvador (2005), un juego comienza estableciendo unas reglas que definen la función de unos objetos, de igual forma que comienza una teoría matemática. Al jugar se adquiere práctica con esas reglas y se adquieren técnicas que dan buen resultado. Son los ejercicios elementales y la adquisición de automatismos. Podemos continuar estableciendo paralelismos entre las características del juego y de las Matemáticas.

Existen numerosos estudios acerca de la efectividad de los juegos para la enseñanza de matemáticas además de estudios que miden el grado de efectividad de determinados juegos para la misma.

Muñiz, Alonso y Rodríguez (2014) realizaron un proyecto de innovación con el objetivo de diseñar o adaptar juegos para las unidades didácticas del currículo de Matemáticas en ESO, centrar las clases en actividades lúdicas que contribuyesen a desarrollar en el alumnado las capacidades matemáticas que marca el currículo, dicho estudio se realizó en Asturias, con un total de 670 alumnos de los cuales un 2% requerían necesidades educativas específicas y un total de 74 docentes. Entre los objetivos del proyecto se encontraban mejorar la autoestima, valorar las matemáticas, mejorar la capacidad de pensamiento reflexivo y por último utilizar los distintos medios como recursos didácticos en la enseñanza de matemáticas. Utilizaron una metodología en la cual la clase se dividía en 2 fases, la primera en la que el profesor explicaba un concepto y una segunda fase en la que el profesor proponía un juego para experimentar y profundizar con ese concepto mediante el juego, se utilizaron juegos como el Tabú, el memory sexagesimal o el dominó de ángulos. Los resultados de la valoración de los alumnos fueron claros, sobre 10 los alumnos escalaron su nivel de interés hasta el 8,5 respecto a los 6,2 puntos de la anterior metodología, por otro lado, los alumnos consideraron hasta 1,1 puntos más fáciles los contenidos con la nueva metodología, los resultados de aprendizaje y el grado de

satisfacción escalaron hasta los 8,1 puntos respecto los 7,0 y los 5,9 obtenidos respectivamente con la anterior metodología.

Por su parte Edo (1998) Realizo una experiencia matemática en el primer ciclo de primaria, es decir, en 1º y 2º de primaria. La experiencia se denominó "taller de juegos y matemáticas", el cual consistía en una serie de juegos matemáticos bien estructurados. Entre los objetivos del taller encontramos: Comprobar que los niños están aprendiendo a la vez que se divierten, mejorar sus aptitudes de cálculo mental, descubrir y aplicar estrategias de razonamiento lógico y colaborar con compañeros y compañeras para llevar la tarea a cabo satisfactoriamente, antes de hacer la experiencia se realizaron varias preguntas, por ejemplo ¿Cuántos niños van a participar? ¿Dónde se va a realizar la experiencia? ¿Qué juegos se van a utilizar? Entre otras. Una vez realizadas las preguntas pertinentes se estipuló que el taller tuviese 10 juegos para el primer curso de primaria y un total de 5 para el segundo curso de primaria, cabe destacar que los juegos están secuenciados de manera que los contenidos van apareciendo de menor a mayor dificultad, por tanto, los juegos más fáciles se realizaran primero que los más complicados. En el artículo se nos muestran 2 juegos a modo de ejemplo: Te pido un... y máximo 15, el primero de los juegos hace referencia al contenido de cálculo y estrategia y el segundo hace un especial énfasis en el contenido de estrategia teniendo en cuenta también el cálculo mental.

Las conclusiones son varias y las vamos a dividir en distintos aspectos: El primer aspecto a resaltar es la colaboración ya que entre los compañeros maestros colaboraron entre sí y se escucharon conversaciones entre ellos acerca de los contenidos matemáticos dentro de los propios juegos, lo que generó una mayor implicación por parte del profesorado, por otra parte encontramos el aspecto de la diversión, todos los maestros coinciden en el grado de satisfacción de los niños con este taller, además, se realizó una encuesta a 20 niños y niñas aleatoriamente y anónima en la que se les preguntaba el grado de satisfacción con el taller, los 20 contestaron satisfactoriamente en relación con el taller, incluso algunos niños comentaron que era más divertido el taller que estar haciendo cálculo mental pasando vergüenza delante de toda la clase. Otro aspecto es la mejora en la capacidad de realizar cálculos mentales, se observó una gran mejora e incluso desde la implantación del taller la puntuación obtenida con respecto al apartado de cálculo mental fue mejor que en todos los cursos anteriores. Continuamos con el aspecto de la relación con las matemáticas en el que destacaron positivamente todos los comentarios favorables que realizaron los alumnos acerca de las

matemáticas a raíz del taller. Por último, mencionar el aspecto de la interacción entre iguales y las conversaciones colectivas ya que se observaron un aumento considerable de las mismas en relación con el taller realizado. Como conclusión final, destacó que el uso del juego es fundamental para la mejora del pensamiento matemático

Navarro y Deulofeu (2017) se centraron en los juegos de estrategia y utilizaron los juegos de estrategia como método para averiguar la mejora en la resolución de problemas por parte de los alumnos antes y después de la implementación de estos juegos de estrategia en las unidades didácticas de matemáticas en educación secundaria. Para la experimentación escogieron a alumnos de 1º, 2º y 3º de E.S.O de un instituto publico de Cataluña que formaba parte de un programa de estimulación de talento en matemáticas (ESTALMAT), la muestra la formaron en total 103 estudiantes. El experimento se realizo en 2 fases con una diferencia de 6 semanas entre ambos, en la primera fase se realizaron 6 sesiones de 1 hora donde a los alumnos se les fueron propuestos problemas de estrategia y con ellos posibles soluciones, es decir, diferentes maneras de resolverlos para estimularles. En una segunda fase pasadas 6 semanas se seleccionaron 25 alumnos que habían tenido mejoras significativas y se les realizaron el mismo tipo de pruebas de estrategia.

El análisis de datos se basó en la comparación de los resultados de las 2 fases de los alumnos seleccionados. Se han distinguidos 3 índices para analizar los resultados, el primero el índice de comprensibilidad que hace referencia a la capacidad para entender el problema y sobre el cual se observo una mejora global significativa, ya que de los 1,48 puntos en los que se situó el estudio en la primera fase se diferenciaron los 2,11 puntos de la segunda. El índice de facilidad hace referencia a la facilidad para resolver el problema y sobre el cual también se observaron mejoras significativas, para los alumnos en la primera fase los problemas tenían una facilidad de 0,87, mientras que para los mismos en la segunda fase los problemas tenían una facilidad de 1,44, por lo tanto, eran más fáciles de resolver para los alumnos. Por último, el índice de análisis hace referencia la aparición de las heurísticas esperadas a la hora de analizar los problemas, en la primera fase este índice tuvo un valor de 0,4 mientras que en la segunda este índice tuvo un valor de 1,01 por lo que podemos determinar que los alumnos utilizaron más las heurísticas esperadas a la hora de resolver los problemas en la segunda fase

CAPÍTULO 3. LA ENSEÑANZA DE LA PROBABILIDAD EN EDUCACIÓN PRIMARIA.

3.1. Didáctica de la probabilidad.

La probabilidad es algo que nos acompaña desde que somos niños hasta en la vida adulta, y es un concepto que, si bien es complicado de entender, el trasfondo del mismo es algo que conocemos muy bien, por ejemplo, cuando de pequeños comprábamos un sobre de cromos, sabíamos que la posibilidad de que nos saliese un cromo especial era muy baja, estábamos, sin darnos cuenta, aplicando el concepto de probabilidad. La probabilidad es algo que nos acompaña en nuestro día a día, desde saber cuál es la posibilidad de que llueva en un punto y momento determinado, para saber qué tan difícil es que me toque la lotería hasta para saber las posibilidades que tiene nuestro equipo de fútbol de ganar un partido.

La probabilidad la podemos definir, entonces, como un método por el cual se obtiene la frecuencia de un acontecimiento determinado mediante la realización de un experimento aleatorio, del que se conocen todos los resultados posibles, bajo condiciones suficientemente estables. Universidad Nacional Autónoma de México (UNAM, 2015).

Sin embargo, según Alsina (2016) coexisten un total de 6 significados de probabilidad dentro de la educación primaria. Significado intuitivo que utiliza términos de uso común para referirse a la incertidumbre y expresar el grado de creencia de que suceda algo. Por otro lado, tenemos el significado Laplaciano que considera la probabilidad como la muestra de casos favorables de los casos totales de un suceso. El significado frecuencial hace referencia a la probabilidad de un suceso en base a la observación de la frecuencia relativa en un gran número de repeticiones. El significado subjetivo hace referencia a la creencia de la persona de la probabilidad de que pase un suceso. Por último, el significado axiomático concibe la probabilidad como un tipo especial de medida, aunque los expertos desaconsejan su uso en educación primaria.

el National Council of Teachers of Mathematics (NCTM, 2000) Propone trabajar la probabilidad de manera que esta se divida en fases. La primera fase la asociamos a acciones o actividades informales y el significado subjetivo que le damos a las mismas, por ejemplo, nos presentan unos datos y tenemos que decir si es “seguro”, “imposible” o “probable”. La segunda

fase consiste en experimentos o actividades aleatorias, pero utilizando material concreto para de esta manera poder cuantificar la posibilidad de un suceso. Por ultimo la ultima fase consiste en el calculo de probabilidad de sucesos compuestos con un grado de dificultad sencillo

Centrándonos en España, el Ministerio de educación (M.E.C., 2006). Propone los siguientes contenidos en relación a la probabilidad y lo divide por ciclos, correspondientes a los ciclos de primaria. En el Primer ciclo (6-7 años: “Carácter aleatorio de algunas experiencias: Distinción entre lo imposible, lo seguro y aquello que es posible pero no seguro, y utilización en el lenguaje habitual, de expresiones relacionadas con la probabilidad” (MEC, 2006). En el segundo ciclo: “Carácter aleatorio de algunas experiencias: Valoración de los resultados de experiencias en las que interviene el azar, para apreciar que hay sucesos más o menos probables y la imposibilidad de predecir un resultado concreto. Introducción al lenguaje del azar” (MEC, 2006). En el Tercer ciclo: “Carácter aleatorio de algunas experiencias: Presencia del azar en la vida cotidiana. Estimación del grado de probabilidad de un suceso” (MEC, 2006).

Hay una gran cantidad de autores que versan sobre la probabilidad y la didáctica de la didáctica de la probabilidad en educación en general y también en primaria, un ejemplo claro es una eminencia como es Carmen Batanero.

Carmen Batanero es catedrática de la universidad que trabaja en la universidad de Granada, mas concretamente dentro del departamento de didáctica de las matemáticas, Batanero posee una obra excelsa y llena de trabajo acerca de la didáctica de las matemáticas y mas concretamente en el área de la probabilidad y la estadística, posee un total de 143 artículos de revista, 68 colaboraciones en obras colectivas, 8 libros, 1 tesis y 22 tesis dirigidas, como podemos ver es una obra importante y ha realizado trabajos especialmente interesantes tanto en el campo de la estadística como en el de la probabilidad.

3.2. Sentido estocástico en el currículo de educación primaria.

LOMLOE

Según el curriculum de educación primaria en Aragón (2022) el desarrollo del sentido estocástico implica alfabetización estadística y probabilística. La primera alude a la capacidad para interpretar datos, evaluarlos críticamente etc. La segunda se relaciona con la capacidad para acceder, utilizar, interpretar y comunicar información e ideas relacionadas con la probabilidad., el saber estocástico aparece subdividido en el currículo en dos bloques: distribución e inferencia; por otro, predictibilidad e incertidumbre.

La probabilidad es una rama de la matemática que empieza a tomar forma muy tarde desde el punto de vista histórico. Fueron muchos los problemas y dificultades que hubo que superar. No obstante, el desarrollo de la teoría de la probabilidad puede verse como una formalización de las percepciones intuitivas sobre el azar y que desemboca en la idea fundamental de cuantificar el grado de incertidumbre de ciertos sucesos. A lo largo de este desarrollo han ido surgiendo diversos significados de la probabilidad. en el contexto educativo preuniversitario tienen interés: el significado intuitivo, el significado clásico o laplaciano, el significado frecuencial, el significado subjetivo y el significado axiomático.

Los resultados de numerosas investigaciones subrayan la importancia de que el alumnado comience a trabajar con situaciones aleatorias de forma temprana. El significado intuitivo, el clásico, el frecuencial y el subjetivo proporcionarán diferentes visiones de la probabilidad quedarán como resultado una buena alfabetización probabilística y una base sólida para el razonamiento estocástico. Algunos de los sesgos de razonamiento probabilístico son: el sesgo de disponibilidad, el sesgo de representatividad, y el sesgo de equiprobabilidad. En particular, siempre resultará esencial enriquecer el lenguaje de uso común desde el significado intuitivo. Prácticamente cualquier situación de aprendizaje que propongamos permitirá una aproximación desde este significado. El significado clásico o laplaciano es el que asociamos normalmente a los juegos de azar. Un énfasis excesivo en este significado sin la reflexión adecuada podría llevar al sesgo de equiprobabilidad. Por ello, es vital articularlo con el significado frecuencial. Este último permite analizar situaciones para las que no se pueden estudiar a priori las distintas probabilidades de los sucesos. Finalmente, respecto al significado

subjetivo diversos autores recomiendan abordarlo de manera informal en Educación Primaria, con situaciones cotidianas.

Será imprescindible la utilización de manipulativos específicos con los que realizar experimentos aleatorios, no limitándose a sucesos equiprobables (dados) sino incorporando dispositivos variados (ruletas y otros) y combinando juegos con otros contextos.

Aunque el razonamiento estadístico y el probabilístico están relacionados y se pueden integrar en el razonamiento estocástico, presentan particularidades que se han de tener presentes (Batanero, et al. 2016). El razonamiento probabilístico se inicia estructurando el pensamiento a través del uso de modelos para predecir las diferentes realizaciones de un experimento aleatorio. Tanto para los aspectos estadísticos como probabilísticos, las Tecnologías digitales resultan fundamentales.

Por último, es conveniente recordar que el orden de presentación de los sentidos y saberes en el currículo no implica que el de estocástica sea el último en importancia, ni que cronológicamente haya de ser el último en ser tratado a lo largo del curso. Tal y como se expone en las orientaciones para la enseñanza, ciertas actividades pueden intercalarse a lo largo del curso o, incluso, servir de contexto. Además, es perfectamente plausible, e incluso recomendable, comenzar algún curso con actividades de estadística y probabilidad.

En cuanto al currículo, anteriormente se dividía por cursos, sin embargo, esa diferenciación ha quedado obsoleta porque la división se realiza ahora teniendo en cuenta los ciclos, quedando así un total de tres ciclos. El primer ciclo corresponde a 1º y 2º, el segundo ciclo corresponde a 3º y 4º y el tercer y último ciclo corresponde a 5º y 6º. Dentro de los ciclos de primaria se va trabajando desde un nivel básico hasta conocimientos más avanzados de esta manera podemos decir que el curriculum tiene coherencia en cuanto a su propia estructura y continuidad en cuanto a los contenidos y su dificultad.

- En el primer ciclo el hecho de que el sentido estocástico aparezca en el último lugar, junto con el sentido socioafectivo, no debe dar lugar a equívoco. Se trata de un conjunto de saberes y competencias vinculadas sumamente importantes. Existen múltiples oportunidades de conexión con otros sentidos. En cuanto a la probabilidad e incertidumbre, su tratamiento será fundamentalmente intuitivo y en conexión con el desarrollo del lenguaje verbal. Así, existen numerosas expresiones lingüísticas que permiten expresar nuestro grado de creencia acerca de la ocurrencia o no de un suceso. En cuanto a los conocimientos abordados sobre probabilidad e incertidumbre dentro del sentido estocástico en el primer ciclo encontramos Acercamiento informal e intuitivo al azar y la probabilidad, Desarrollo de lenguaje de uso común para expresar incertidumbre y los pictogramas.
- En el segundo ciclo sigue siendo importante ofrecer una base adecuada constituida por situaciones de aprendizaje. De nuevo, conviene insistir en que la ordenación de los sentidos no obedece a razones de importancia o relevancia, pues todos lo son. Siempre se pueden encontrar oportunidades de conexión entre los diferentes. Las grandes ideas relacionadas con la estocástica son las de distribución y variabilidad de los datos, inferencia, azar e incertidumbre. Todas ellas necesitan de la acumulación de experiencias sobre las que se haya reflexionado. En cuanto a la predictibilidad e incertidumbre, se deberá seguir haciendo énfasis en el uso del lenguaje verbal y el significado intuitivo de la probabilidad. Es imprescindible plantear experimentos aleatorios en los cuales haya que comparar probabilidades de manera intuitiva, junto con contextos en los que tengan lugar fenómenos aleatorios. La reflexión sobre la creencia acerca del grado de ocurrencia o no de estos sucesos y contrastarlo después con la experimentación o con lo que finalmente sucede es esencial. En cuanto a los conocimientos abordados sobre probabilidad e incertidumbre dentro del sentido estocástico en el segundo ciclo encontramos el reconocimiento de la incertidumbre en situaciones de la vida cotidiana y mediante la realización de experimentos, identificación de suceso seguro, suceso posible y suceso imposible y la comparación de la probabilidad de dos sucesos de forma intuitiva.

- En el tercer ciclo y siguiendo la línea de trabajo de los ciclos anteriores, es importante ofrecer una base adecuada constituida por situaciones de aprendizaje que permitan desarrollar el sentido estocástico. De nuevo, conviene insistir en que la ordenación de los sentidos no obedece a razones de importancia o relevancia, pues todos lo son. Es posible comenzar uno de los dos cursos con situaciones propias del sentido estocástico. Las grandes ideas relacionadas con la estocástica son las de distribución y variabilidad de los datos, inferencia, azar e incertidumbre. Todas ellas necesitan de la acumulación de experiencias sobre las que se haya reflexionado. Las novedades son importantes porque implican conexiones profundas con fracciones, porcentajes y proporcionalidad. Así, en estadística se inicia el trabajo con tablas de frecuencias absolutas y relativas y, en probabilidad también está la cuestión de las frecuencias relativas y la escala de medida de la probabilidad, junto con la introducción de la regla de Laplace. La introducción de la media como forma de resumir el conjunto de datos completa las tres medidas de tendencia central, junto con moda y mediana. Se inicia también la exploración de la dispersión, que debe realizarse sobre todo de forma gráfica y cualitativa. Se introduce el rango, del cual hay que destacar su escaso valor como medida de dispersión. Siempre presente la interpretación y elaboración de gráficos, en tercer ciclo aparecen nuevos tipos. En cuanto a los conocimientos abordados sobre probabilidad e incertidumbre dentro del sentido estocástico en el tercer ciclo encontramos La incertidumbre en situaciones de la vida cotidiana: cuantificación y estimación mediante experimentos aleatorios, cálculo de probabilidades en experimentos, comparaciones o investigaciones en los que sea aplicable la regla de Laplace: aplicación de técnicas básicas del conteo, articulación entre la aproximación frecuencial y la clásica y la valoración de la contribución de hombres y mujeres al desarrollo de la probabilidad y de la estadística y de estas al desarrollo humano.

Al igual que existe esta ley de educación existen otras, que anteriormente han estado vigentes en nuestro país y que ahora por distintos motivos se han derogado y hemos llegado a la ley que tenemos actualmente que se conoce como LOMLOE.

En total ha habido un total de 8 leyes de educación diferentes desde que nos encontramos en democracia. Las 2 anteriores a la LOMLOE fueron LOMCE y LOE.

LOMCE

La ley LOMCE recogía términos como competencias clave, objetivos, contenidos, criterios de evaluación y estándares de aprendizaje. El curriculum de primaria, más concretamente en el área de matemáticas dentro de esta ley se dividía en bloques de contenidos. Dentro del área de matemáticas el curriculum se dividía en 5 bloques de contenidos: Procesos, métodos y actitudes en Matemáticas, Números, Medida, Geometría, Estadística y probabilidad. Se le dio mas importancia al bloque 1 que hacia de eje transversal para los demás bloques siendo este el de mayor importancia. Dentro bloque de probabilidad y estadística encontramos el contenido que versa directamente sobre probabilidad, a lo largo de los cursos se desarrolla de la siguiente manera:

MATEMÁTICAS			Curso: 1º
BLOQUE 5: Estadística y probabilidad			
Contenidos: Recogida y recuento de datos en situaciones de observación. Registro e interpretación de datos en pictogramas.			
CRITERIOS DE EVALUACIÓN	COMPETENCIAS CLAVE	ESTÁNDARES DE APRENDIZAJE	RELACIÓN DE CCC CON ESTÁNDARES
Crit.MAT.5.1 Recoger y registrar una información cuantificable mediante técnicas de recuento expresando el resultado en un pictograma.	CMCT	Est.MAT.5.1.1. Recoge datos en situaciones de observación en el entorno escolar o familiar, y los registra en pictogramas.	CMCT
Crit.MAT.5.2 Leer e interpretar representaciones gráficas elementales (pictogramas...) de un conjunto de datos relativos al entorno escolar o familiar.	CMCT	Est.MAT.5.2.1. Recoge y cuenta datos relativos al entorno escolar o familiar expresando el resultado mediante pictogramas.	CMCT
		Est.MAT.5.2.3 Interpreta datos en pictogramas sobre situaciones del entorno escolar y familiar	CMCT
Crit.MAT.5.5 Resolver problemas relacionados con situaciones del entorno escolar y familiar a partir de la interpretación de la información obtenida de gráficos sencillos (pictogramas) interpretando las soluciones en el contexto y proponiendo otras formas de resolverlo	CMCT CAA	Est.MAT.5.5.1 Resuelve problemas relacionados con situaciones del entorno escolar y familiar que impliquen una sola orden planteados a partir de un pictograma.	CMCT
		Est.MAT.5.5.2 Explica oralmente el proceso llevado en la resolución de problemas relacionados con situaciones del entorno escolar y familiar revisando las operaciones y las unidades de los resultados y comprobando e interpretando en el contexto la coherencia de las soluciones.	CAA

MATEMÁTICAS			Curso: 2º
BLOQUE 5: Estadística y probabilidad			
Contenidos: Recogida en situaciones de observación, recuento y agrupación de datos en función de un criterio. Registro e interpretación de gráficos sencillos (diagramas de barras y pictogramas)			
CRITERIOS DE EVALUACIÓN	COMPETENCIAS CLAVE	ESTÁNDARES DE APRENDIZAJE	RELACIÓN DE CCC CON ESTÁNDARES
Crit.MAT.5.1. Recoger y registrar una información cuantificable mediante técnicas de recuento expresando el resultado en un diagrama de barras o un pictograma.	CMCT	Est.MAT.5.1.1 Recoge y datos en situaciones de observación en el entorno escolar o familiar y los registra en tablas, diagramas de barras y pictogramas.	CMCT
Crit.MAT.5.2 Realizar, leer e interpretar representaciones gráficas (gráficos de barras, pictogramas...) de un conjunto de datos relativos al entorno escolar o familiar.	CMCT	Est.MAT.5.2.1. Recoge, cuenta y agrupa datos en función de un criterio dado relativos al entorno escolar o familiar expresando el resultado mediante pictogramas y diagramas de barras.	CMCT
		Est.MAT.5.2.3 Interpreta datos en gráficos muy sencillos (diagramas de barras y pictogramas) sobre situaciones del entorno escolar y familiar.	CMCT
Crit.MAT.5.5 Resolver problemas relacionados con situaciones del entorno escolar y familiar planteados a partir de la lectura e interpretación de gráficos o tablas de doble entrada interpretando las soluciones en el contexto y proponiendo otras formas de resolverlo	CMCT CAA	Est.MAT.5.5.1 Resuelve problemas relacionados con situaciones del entorno escolar y familiar planteados a partir diagramas de barras o pictogramas.	CMCT
		Est.MAT.5.5.2 Explica el proceso llevado en la resolución de problemas relacionados con situaciones del entorno escolar y familiar revisando las operaciones y las unidades de los resultados y comprobando e interpretando en el contexto la coherencia de las soluciones	CAA

MATEMÁTICAS			Curso: 3º
BLOQUE 5: Estadística y probabilidad			
Contenidos: Recogida, ordenación y clasificación de datos en función de un criterio. Realización e interpretación de gráficos sencillos (diagramas de barras y circulares).			
CRITERIOS DE EVALUACIÓN	COMPETENCIAS CLAVE	ESTÁNDARES DE APRENDIZAJE	RELACIÓN DE CC CON ESTÁNDARES
Crit.MAT.5.1. Recoger y registrar una información cuantificable utilizando recursos sencillos de representación gráfica: tablas de doble entrada, diagramas de barras y pictogramas.	CMCT	Est.MAT.5.1.1. Recoge datos relativos entorno escolar, familiar y la vida cotidiana y los registra en tablas de doble entrada, diagramas de barra y pictogramas.	CMCT
Crit.MAT.5.2. Realizar, leer e interpretar representaciones gráficas (diagramas de barras, circulares...) de un conjunto de datos relativos al entorno escolar, familiar y la vida cotidiana.	CMCT	Est.MAT.5.2.1. Recoge, ordena y clasifica datos, en función de un criterio dado, relativos al entorno escolar, familiar y la vida cotidiana expresando el resultado mediante tablas de doble entrada diagramas de barras, circulares...	CMCT
		Est.MAT.5.2.3. Interpreta datos en tablas de doble entrada o en gráficos muy sencillos (diagramas de barras y circulares) sobre situaciones del escolar, familiar y la vida cotidiana	CMCT
Crit.MAT.5.5 Resolver problemas relacionados con situaciones del entorno escolar, familiar y la vida cotidiana planteados a partir de la lectura e interpretación de tablas de doble entrada o en gráficos sencillos (diagrama de barras, sectores...) interpretando las soluciones en el contexto y proponiendo otras formas de resolverlo	CMCT CAA	Est.MAT.5.5.1. Resuelve problemas relacionados con situaciones del entorno escolar, familiar y la vida cotidiana planteados a partir de tablas de doble entrada o gráficos sencillos (diagrama de barras, sectores...).	CMCT
		Est.MAT.5.5.2 Explica el proceso llevado en la resolución de problemas relacionados con situaciones del entorno escolar, familiar y la vida cotidiana revisando las operaciones y las unidades de los resultados y comprobando e interpretando en el contexto la coherencia de las soluciones.	CAA

MATEMÁTICAS			Curso: 4º
BLOQUE 5: Estadística y probabilidad			
Contenidos: Recogida, ordenación y clasificación de datos en función de más de un criterio. Realización e interpretación de gráficos sencillos (diagramas de barras, lineales y circulares) Estimaciones basadas en la experiencia sobre el resultado (posible, imposible, seguro) de situaciones en las que interviene el azar.			
CRITERIOS DE EVALUACIÓN	COMPETENCIAS CLAVE	ESTÁNDARES DE APRENDIZAJE	RELACIÓN DE CC CON ESTÁNDARES
Crit. MAT.5.1. Recoger y registrar una información cuantificable utilizando recursos sencillos de representación gráfica: tablas o cuadros de doble entrada, diagramas de barra, lineales y circulares	CMCT	Est.MAT.5.1.1. Recoge datos del entorno inmediato o la vida cotidiana y los registra en tablas o cuadros de doble entrada, diagramas de barra, lineales, y circulares	CMCT
Crit.MAT.5.2. Realizar, leer e interpretar representaciones gráficas (diagramas de barras, lineales, circulares...) de un conjunto de datos relativos al entorno inmediato y la vida cotidiana.	CMCT	Est.MAT.5.2.1. Recoge, ordena y clasifica datos en función de más de un criterio, relativos al entorno inmediato y la vida cotidiana expresando el resultado mediante tablas o cuadros de doble entrada, diagramas de barra, lineales y circulares.	CMCT
		Est.MAT.5.2.3. Realiza e interpreta gráficos muy sencillos (diagramas de barras, lineales y circulares), con datos obtenidos en situaciones del entorno inmediato y la vida cotidiana.	CMCT
Crit. MAT. 5.3 Hacer estimaciones basadas en la experiencia sobre el resultado (posible, imposible, seguro) de situaciones sencillas en las que interviene el azar.	CMCT	Est.MAT.5.3.1 Hace y argumenta estimaciones basadas en la experiencia sobre el resultado (posible, imposible, seguro) de situaciones del entorno inmediato y la vida cotidiana en las que interviene el azar	CMCT
	CAA		CAA
Crit.MAT.5.4 Observar e identificar en situaciones del entorno inmediato y la vida cotidiana que hay sucesos imposibles, sucesos que con casi toda seguridad se producen.	CMCT	Est.MAT.5.4.1 Identifica situaciones del entorno inmediato y la vida cotidiana de carácter aleatorio.	CMCT
Crit.MAT.5.5 Identificar y resolver problemas relacionados con situaciones del entorno inmediato y la vida cotidiana planteados a partir de la lectura e interpretación de gráficas (diagramas de barras, lineales, circulares...) o relacionados con la probabilidad y el azar, interpretando las soluciones en el contexto y proponiendo otras formas de resolverlo	CMCT CAA	Est.MAT.5.5.1. Resuelve problemas relacionados con situaciones del entorno inmediato y la vida cotidiana planteados a partir gráficas (diagramas de barras, lineales, circulares...) o relacionados con la probabilidad o el azar.	CMCT
		Est.MAT.5.5.2 Reflexiona sobre el proceso llevado en la resolución de problemas relacionados con situaciones del entorno y la vida cotidiana revisando las operaciones, las unidades de los resultados y comprobando e interpretando en el contexto la coherencia de las soluciones y proponiendo otras formas de resolverlo	CAA

MATEMÁTICAS			Curso: 5º
BLOQUE 5: Estadística y probabilidad			
Contenidos: Recogida y clasificación de datos cualitativos y cuantitativos Construcción de tablas de frecuencias absolutas Iniciación intuitiva a los conceptos de media aritmética, rango, frecuencia y moda. Realización e interpretación de gráficos sencillos (diagramas de barras, lineales, circulares...) Estimaciones basadas en la experiencia sobre el resultado (posible, imposible, seguro, más o menos probable) de situaciones en las que interviene el azar. Iniciación intuitiva al cálculo de la probabilidad de un suceso			
CRITERIOS DE EVALUACIÓN	COMPETENCIAS CLAVE	ESTÁNDARES DE APRENDIZAJE	RELACIÓN DE CC CON ESTÁNDARES
Crit.MAT.5.1. Recoger y registrar una información cuantificable utilizando algunos recursos sencillos de representación gráfica: tablas de datos, bloques de barras, diagramas lineales, y otros tipos de gráficos..., comunicando la información.	CMCT	Est.MAT.5.1.1. Recoge datos cualitativos y cuantitativos en situaciones familiares y los registra en tablas, diagramas de barra, lineales, circulares y otros tipos de gráficos.	CMCT
Crit.MAT.5.2. Realizar, leer e interpretar tablas y representaciones gráficas de un conjunto de datos relativos al entorno inmediato.	CMCT	Est.MAT.5.2.1. Recoge y clasifica datos cualitativos y cuantitativos, de situaciones de su entorno, utilizándolos para construir tablas de frecuencia absoluta.	CMCT
		Est.MAT.5.2.2. Aplica de forma intuitiva a situaciones familiares los conceptos de media aritmética, rango, frecuencia y moda.	CMCT
		Est.MAT.5.2.3. Realiza e interpreta gráficos muy sencillos (diagramas de barras, lineales, circulares y otros tipos de gráficos), con datos obtenidos en situaciones del entorno inmediato.	CMCT
Crit.MAT.5.3. Hacer estimaciones basadas en la experiencia sobre el resultado (posible, imposible, seguro, más o menos probable) de situaciones sencillas en las que interviene el azar.	CMCT CAA	Est.MAT.5.3.1 Hace y argumenta estimaciones, basadas en la experiencia sobre el resultado (posible, imposible, seguro, más o menos probable) de situaciones del entorno inmediato en las que interviene el azar.	CMCT CAA
Crit.MAT.5.4 Observar y constatar en situaciones del entorno inmediato que hay sucesos imposibles, sucesos que con casi toda seguridad se producen, o que se repiten, o que son más o menos probables.	CMCT	Est.MAT.5.4.1 Identifica situaciones del entorno inmediato de carácter aleatorio.	CMCT
		Est.MAT.5.4.2. Hace estimaciones sobre la probabilidad de obtener un resultado en una situación real o simulada de juego habitual del alumnado en el que interviene el azar.	CMCT
Crit.MAT.5.5 Identificar y resolver problemas relacionados con situaciones del entorno inmediato planteados a partir de la lectura e interpretación de gráficos o relacionados con la probabilidad y el azar, reflexionando sobre el proceso aplicado en su resolución.	CMCT CAA	Est.MAT.5.5.1. Resuelve problemas de estadística y probabilidad relacionados con situaciones del entorno inmediato utilizando estrategias heurísticas, de razonamiento (clasificación, reconocimiento de las relaciones, uso de contraejemplos), creando conjeturas, construyendo, argumentando, y tomando decisiones, valorando las consecuencias de las mismas y la conveniencia de su utilización.	CMCT
		Est.MAT.5.5.2 Reflexiona sobre el proceso llevado en la resolución de problemas relacionados con situaciones del entorno inmediato revisando las operaciones, las unidades de los resultados y comprobando e interpretando en el contexto la coherencia de las soluciones y proponiendo otras formas de resolverlo.	CAA

MATEMÁTICAS			Curso: 6º
BLOQUE 5: Estadística y probabilidad			
Contenidos: Recogida y clasificación de datos cualitativos y cuantitativos. Construcción de tablas de frecuencias absolutas y relativas. Iniciación intuitiva a los conceptos de media aritmética, rango, frecuencia y moda. Realización e interpretación de gráficos sencillos: diagramas de barras, poligonales y sectoriales. Análisis crítico de las informaciones que se presentan mediante gráficos estadísticos. Carácter aleatorio de algunas experiencias. Iniciación intuitiva al cálculo de la probabilidad de un suceso.			
CRITERIOS DE EVALUACIÓN	COMPETENCIAS CLAVE	ESTÁNDARES DE APRENDIZAJE	RELACIÓN DE CC CON ESTÁNDARES
Crit.MAT.5.1. Recoger y registrar una información cuantificable, utilizando algunos recursos sencillos de representación gráfica: tablas de datos, bloques de barras, diagramas lineales, comunicando la información.	CMCT	Est.MAT.5.1.1. <u>Recoge y registra datos cualitativos y cuantitativos en situaciones familiares.</u>	CMCT
Crit.MAT.5.2. Realizar, leer e interpretar representaciones gráficas de un conjunto de datos relativos al entorno inmediato.	CMCT	Est.MAT.5.2.1. <u>Recoge y clasifica datos cualitativos y cuantitativos de situaciones de su entorno, utilizándolos para construir tablas de frecuencias absolutas y relativas.</u>	CMCT
		Est.MAT.5.2.2. <u>Aplica de forma intuitiva a situaciones familiares los conceptos de media aritmética, rango, frecuencia y moda.</u>	CMCT
		Est.MAT.5.2.3. <u>Realiza e interpreta gráficos muy sencillos: diagramas de barras, poligonales y sectoriales, con datos obtenidos de situaciones muy cercanas</u>	CMCT
Crit.MAT.5.3. Hacer estimaciones basadas en la experiencia sobre el resultado (posible, imposible, seguro, más o menos probable) de situaciones sencillas en las que intervenga el azar y comprobar dicho resultado.	CMCT CAA	Est.MAT.5.3.1. <u>Realiza análisis crítico argumentado sobre las informaciones que se presentan mediante gráficos estadísticos.</u>	CMCT CAA
Crit.MAT.5.4. Observar y constatar que hay sucesos imposibles, sucesos que con casi toda seguridad se producen, o que se repiten, siendo más o menos probable esta repetición.	CMCT	Est.MAT.5.4.1. <u>Identifica situaciones de carácter aleatorio.</u>	CMCT
		Est.MAT.5.4.2. <u>Realiza conjeturas y estimaciones sobre algunos juegos (monedas, dados, cartas, lotería ...).</u>	CMCT
Crit.MAT.5.5. Identificar, resolver problemas de la vida cotidiana, adecuados a su nivel, estableciendo conexiones entre la realidad y las matemáticas y valorando la utilidad de los conocimientos matemáticos adecuados reflexionando sobre el proceso aplicado para la resolución de problemas.	CMCT CAA	Est.MAT.5.5.1. <u>Resuelve problemas que impliquen dominio de los contenidos propios de estadística y probabilidad, utilizando estrategias heurísticas, de razonamiento (clasificación, reconocimiento de las relaciones, uso de contraejemplos), creando conjeturas, construyendo, argumentando, y tomando decisiones, valorando las consecuencias de las mismas y la conveniencia de su utilización.</u>	CMCT
		Est.MAT.5.5.2. <u>Reflexiona sobre el proceso de resolución de problemas de estadística y probabilidad revisando las operaciones utilizadas, las unidades de los resultados, comprobando e interpretando las soluciones en el contexto, proponiendo otras formas de resolverlo.</u>	CAA

El bloque de probabilidad y estadística tiene, como se presupone, contenidos acerca de los mismos. Acerca de la probabilidad encontramos los siguientes contenidos:

- Estimaciones basadas en la experiencia sobre el resultado (posible, imposible, seguro) de situaciones en las que interviene el azar.
- Iniciación intuitiva a los conceptos de media aritmética, rango, frecuencia y moda.
- Estimaciones basadas en la experiencia sobre el resultado (posible, imposible, seguro, más o menos probable) de situaciones en las que interviene el azar.
- Iniciación intuitiva al cálculo de la probabilidad de un suceso
- Iniciación intuitiva a los conceptos de media aritmética, rango, frecuencia y moda
- Carácter aleatorio de algunas experiencias.

Una vez expuestas ambas legislaciones obtenemos diferencias claras acerca del tratamiento del contenido de probabilidad en una ley y otra:

- La primera diferencia que encontramos acerca del tratamiento es la de la profundidad del contenido de una ley respecto a la otra ya que en LOMCE el contenido de la probabilidad tiene un peso pobre respecto a los demás bloques de contenido, esto no es así en LOMLOE y que nos encontramos un curriculum mucho mas detallado acerca de

la explicación del bloque, conocido en esta ley como el sentido estocástico, así como del desarrollo del mismo.

- La segunda diferencia clara que encontramos es el nombre del propio contenido ya que si bien en LOMCE se le conoce como bloque de probabilidad y estadística en LOMLOE se le conoce como sentido estocástico
- La tercera diferencia clara es el comienzo del contenido de probabilidad en ambas leyes. En LOMLOE encontramos términos acerca de la probabilidad desde el primer ciclo de primaria mientras que en LOMCE no encontramos contenidos directos de la probabilidad hasta el 4º curso de la etapa
- La cuarta y última diferencia es la dificultad de los contenidos. En LOMCE el primer contenido que se ve acerca de la probabilidad es en 4º curso y versa sobre estimaciones basadas en la experiencia, encontramos el mismo contenido tratado en el primer ciclo de primaria en LOMLOE, por otro lado, hay contenidos que en LOMCE no se mencionan debido a su tardía aparición en el curriculum como, por ejemplo, la mención a la regla de Laplace.

Por último y desde una visión crítica el contenido de probabilidad es tratado prácticamente como algo residual en LOMCE mientras que en LOMLOE es algo a lo que se le da bastante importancia desde el primer ciclo de primaria, por tanto y revisados ambos curriculum se puede determinar que LOMLOE, en lo referente a probabilidad, es una ley más completa, con mayor dificultad y por tanto más interesante en cuanto al aprendizaje de probabilidad en la etapa.

LOE

Por otro lado, como ya se ha mencionado, existen otras leyes de edición además de las 2 referenciadas anteriores, sin embargo, existen otras leyes anteriores de educación en concreto La ley LOE que se emitió en 2007 y la cual modificaba a su predecesora la LOCE, como aspectos más destacables de esta ley de educación se puede destacar la posibilidad de pasar de curso con 2 asignaturas suspensas y el blindado e imposición de las enseñanzas comunes a todas las comunidades autónomas. LOE es una ley de educación que divide su contenido en ciclos, quedando separados los cursos en un total de 3 ciclos, 1º y 2º de primaria entran dentro

del primer ciclo, 3° y 4° de primaria entran dentro del segundo ciclo y 5° y 6° de primaria entran dentro del tercer ciclo. En esta ley aparece dividida la información por asignaturas, dentro de las mismas se observan conceptos como bloques, criterios de evaluación y objetivos. Dentro del área de matemáticas los bloques de contenido en los que se divide el área son 4: Números y operaciones, Medida: estimación y cálculo de cantidades de magnitud, Geometría y tratamiento de la información: Azar y probabilidad. Dentro del bloque de tratamiento de la probabilidad encontramos el contenido que versa directamente sobre probabilidad y aparece de la siguiente manera:

Bloque 4. Tratamiento de la información, azar y probabilidad.

La presencia en los medios de comunicación de datos e información numérica es cada vez mayor. Puesto que, con frecuencia, se usan estos datos para sostener argumentaciones, se hace imprescindible que los alumnos sean competentes para hacer un análisis crítico de la información recibida.

Además, los alumnos también deben alcanzar cierto grado de competencia para elaborar informaciones estadísticas. Para ello, se deben proponer problemas reales de análisis de datos y atender a los distintos aspectos que intervienen en su resolución: la propia formulación del problema, la recolección de los datos, su organización y presentación, el descubrimiento de regularidades y características propias de los datos y la interpretación de los resultados. Además, este trabajo estadístico ayudará a formar en el alumnado hábitos de pensamiento que los lleven a preguntarse por las cosas, a hacer predicciones y a formular nuevos problemas.

Las situaciones en las que interviene el azar proporcionan otro medio adecuado en el que desarrollar los procesos antes descritos. Deben conducir al descubrimiento de la regularidad en el azar, de diferentes grados de probabilidad en los sucesos, a la posibilidad de prever resultados que introduce el estudio sistemático de los experimentos y sus resultados, al uso de las herramientas estadísticas para ello, etc.

Como se observa los cursos se dividen en ciclos por lo que, en cada ciclo, como se presupone el bloque de contenido referente a probabilidad va aumentando su dificultad a medida que van pasando los cursos, en lo referente al bloque de probabilidad a lo largo de los ciclos encontramos lo siguiente:

PRIMER CICLO
—Distinción entre lo imposible, lo seguro y aquello que es posible pero no seguro, y utilización en el lenguaje habitual de expresiones relacionadas con la probabilidad.

SEGUNDO CICLO
—Valoración de los resultados de experiencias en las que interviene el azar, para apreciar que hay sucesos más o menos probables y para observar la imposibilidad de predecir un resultado concreto.
—Introducción al lenguaje del azar.

TERCER CICLO
—Valoración de los resultados de experiencias en las que interviene el azar, para apreciar que hay sucesos más o menos probables y para observar la imposibilidad de predecir un resultado concreto.
—Presencia del azar en la vida cotidiana. Experimentos aleatorios y deterministas. Posibles resultados de un experimento aleatorio. Suceso. Suceso imposible y seguro.
—Discusión de creencias sobre interpretaciones erróneas del azar: la suerte, el azar no tiene memoria, resultados equiprobables concebidos como imposibles, etc.
—Probabilidad: aproximación intuitiva. Grado de probabilidad de realización de un suceso.

—Aproximación experimental a la ley de los grandes números: conjeturar probabilidades mediante tablas de resultados de experimentos aleatorios.

El bloque de probabilidad y estadística tiene, como se presupone, contenidos acerca de los mismos. Acerca de la probabilidad encontramos los siguientes contenidos:

- Distinción entre lo imposible, lo seguro y aquello que es posible pero no seguro, y utilización en el lenguaje habitual de expresiones relacionadas con la probabilidad.
- Introducción al lenguaje del azar.
- Presencia del azar en la vida cotidiana. Experimentos aleatorios y deterministas. Posibles resultados de un experimento aleatorio. Suceso. Suceso imposible y seguro
- Discusión de creencias sobre interpretaciones erróneas del azar: la suerte, el azar no tiene memoria, resultados equiprobables concebidos como imposibles, etc.
- Probabilidad: aproximación intuitiva. Grado de probabilidad de realización de un suceso.
- Aproximación experimental a la ley de los grandes números: conjeturar probabilidades mediante tablas de resultados de experimentos aleatorios.

Una vez expuestas ambas legislaciones obtenemos diferencias claras acerca del tratamiento del contenido de probabilidad en una ley y otra:

- Lo primero que llama la atención es la similitud entre ambos currículum ya que tienen cerca de 16 años de diferencia, lo que pone en evidencia la falta de innovación y de

estudio en cuanto a la probabilidad y el tratamiento de este contenido como algo residual en muchos instituto y colegios.

- Quizás una diferencia que se puede observar entre ambos curriculum es que el actual es algo más complejo y extenso sobre todo en el tercer ciclo donde la cantidad de contenidos es superior a la de la ley LOE, Por ejemplo, se observa que en el primer ciclo en el actual curriculum se expresa la introducción al lenguaje de azar mientras que en el anterior curriculum este contenido no aparece hasta el segundo ciclo.
- La segunda diferencia clara que encontramos es el nombre del propio contenido ya que si bien en LOE se le conoce como bloque de tratamiento de la información. Azar y probabilidad, LOMLOE se le conoce como sentido estocástico

CAPÍTULO 4. EL JUEGO DEL BEANO

El Beano es el antecedente o precursor de lo que hoy en día todos conocemos como bingo, un juego mundialmente conocido y jugado por todos. En lo referente a su historia el bingo fue apareciendo en diferentes lugares del mundo con una gran similitud en cuanto a su funcionamiento.

Según Bueno (2014) Por un lado se encuentra la creencia de que el bingo se origina en las loterías de Italia en la época del renacimiento y es algo contrastado que es posible que se jugase durante muchos años en Europa y luego diese el salto a Estados Unidos. Por otro lado, tenemos reportes desde Gales de que en las épocas de hambruna los jugadores jugaban al bingo o derivados con judías de manera que el que gana y lograba completar su cartón poniendo las judías encima se llevaba todas las judías del resto de jugadores, probablemente de aquí surgió que el juego hoy en día se llame "bingo" ya que la traducción al inglés de "judía" es "Bean" de dónde deducimos "bean go" lo que al castellano se traduce como "la judía se va".

Por otro lado, existe información relativa que versa sobre que el juego ya estaba presente en 1717 en Francia y la versión era muy parecida a la actual e incluso los cartones eran los mismos que en la actualidad. Cada cartón tenía 3 líneas horizontales y nueve líneas verticales, cada línea horizontal tenía un total de cinco números y cuatro espacios en blanco de manera

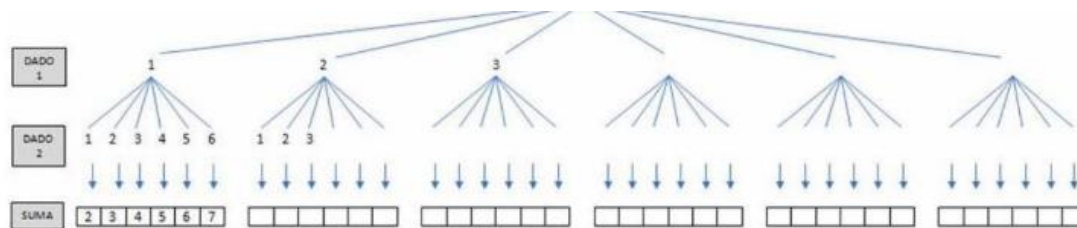
aleatoria, mientras que en las líneas horizontales los números aparecían aleatoriamente por decenas en las verticales aparecían ordenados de arriba abajo del 1 al 10 aleatoriamente. El primer jugador que lograra completar una línea era el ganador del juego. Por otro lado, en Alemania en el siglo XIX era popular este juego para enseñar a contar los números y aprender las tablas de multiplicar.

Por último, destacar que es probable que en Europa se jugase desde mucho antes que, en Estados Unidos, sin embargo, el bingo que conocemos hoy en día se inventó, primero con el nombre de "Beano" y posteriormente se comercializó con el nombre que conocemos hoy en día. En diciembre de 1929, el vendedor Edwin S. Lowe decidió viajar a Jacksonville en Georgia para reunirse con unos clientes. Unas cuantas millas antes de llegar a su destino, Lowe paró en una feria que había al lado de la carretera, y se acercó a las barracas, las cuales estaban todas cerradas salvo una, donde había bastante gente, y se puso a ver qué hacían. En una mesa en forma de herradura había muchos cartones cuadrados numerados y judías: la gente estaba jugando al "Beano". El organizador del juego sacaba discos de madera numerados de una caja de cigarrillos y cantaba los números que iban apareciendo en dichos discos. Los jugadores iban marcando sus cartones con judías cuando coincidía el número cantado con alguno de los números que figuraban en su cartón. El juego continuaba hasta que alguno de los jugadores llenaba una línea vertical, horizontal o diagonal (jugaban con los tradicionales cartones cuadrados americanos de 5 x 5), y entonces cantaba "¡Beano!". El ganador recibía como premio una muñeca. Lowe preguntó al organizador por este juego para él desconocido, y éste le dijo que lo había visto el año anterior en una feria mientras viajaba por Alemania, donde se le conocía con el nombre de "lotto", y había pensado que podía ser una buena atracción para su negocio ambulante. El feriante había hecho algunos cambios en la forma de jugar y le había cambiado el nombre por el de Beano.

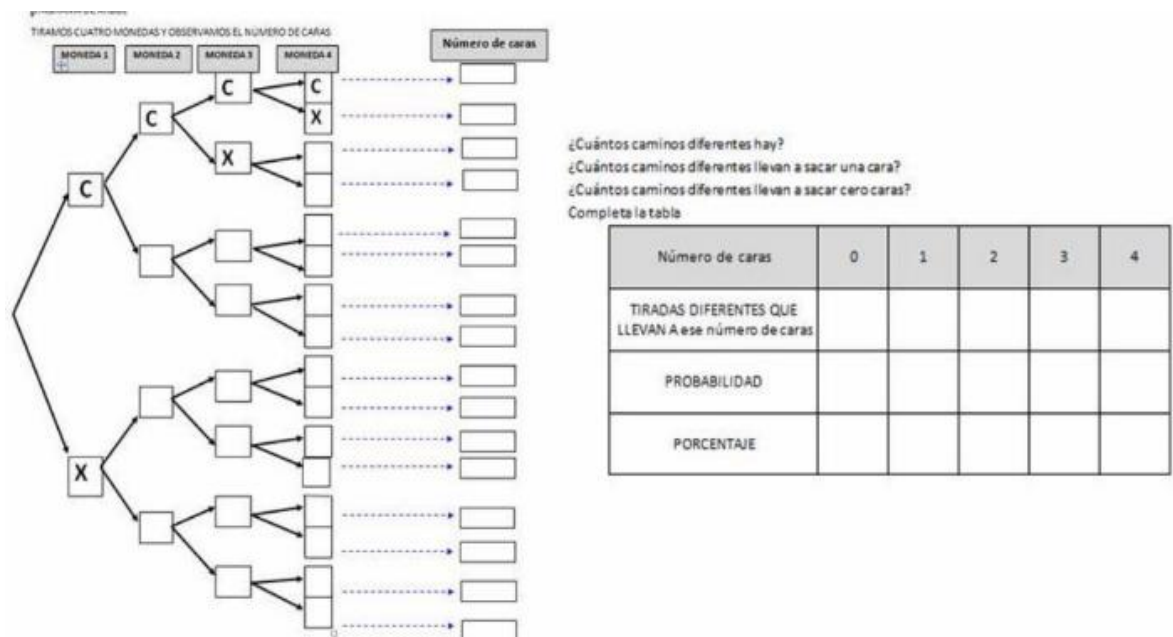
Cuando Lowe regresó a Nueva York, compró un paquete de judías secas, un sello para numerar y una pizarra. Invitó a unos amigos a su apartamento y decidió organizar el juego. Sus amigos parecían igual de excitados que los de la feria, y según avanzaba el juego, una de las mujeres iba poniéndose cada vez más nerviosa, a medida que iba rellenando números con judías. Cuando llegó a la última y su número fue cantado, la mujer se levantó y en vez de cantar "Beano" dijo "B-B-B-Bingo". Lowe se quedó muy sorprendido, y pensó que aquel era un nombre adecuado para este juego. Posteriormente Lowe decidió comercializar el juego y lo demás es historia. (Bueno, 2014).

El Beano y el bingo tienen grandes similitudes, pero como todas las cosas, el bingo evolucionó del Beano hacían una versión comercial. El Beano, por su parte, contaba con un organizador que sacaba discos de madera numerados, un gran numero de jugadores con cartones 5 x 5 y judías para topar los números que iba diciendo el organizador hasta que lograba completar una línea horizontal, vertical o diagonal, entonces el jugador gritaba Beano. Por su parte el bingo actual cuenta con cartones de manera que están organizados en 3 filas y 9 columnas, en las filas aparecen números aleatorios por decenas, de menor a mayor, mientras que en las columnas aparecen números aleatorios ordenados del 1 al 9 de menor a mayor, se juega con una gran esfera donde se meten bolitas numeradas, esta esfera gira hasta que una de las bolitas sale por una abertura, los jugadores van tachando los números que van saliendo. Hay 2 formas de ganar en el bingo actual, cantando línea que se produce cuando completas una línea horizontal o cantando bingo que se produce cuando completas todos los números del cartón. Cabe destacar que hoy en día se juega con premios diferentes, sin embargo, el más popular es el económico.

Para el Beano que vamos a practicar los alumnos tendrán un total de 15 fichas que deberán de colocar según su propio criterio, nuestro Beano consistirá en que en cada una de las variantes los alumnos deberán de ser los más rápidos en completar sus 15 fichas para ganar, por ejemplo, en la primera variante, es decir los dados regulares los alumnos deberán de dibujar las 15 fichas teniendo en cuenta las posibilidades reales, es decir, los números que tienen posibilidad de salir son del 1 al 12, los niños tiraran los dados y sumaran ambas caras, si tienen una ficha dibujada en el numero resultante de sumar las 2 cifras dadas por los dados los alumnos tacharan una ficha y ganara el que tarde menos en tachar todas las fichas dibujadas. En la segunda variante es algo parecido sin embargo el tablero cambia ya que se tiran 6 monedas por lo que el numero de resultados posibles son 6 caras, por lo tanto, el tablero será del 0 al 6, estos dos ejemplos mencionados, hacen referencia al diagrama del árbol, 1, un diagrama de árbol es un grafo (orientado o no) con la propiedad de que cualesquiera dos de sus distintos vértices están conectados por un único camino simple. Para fines educativos, nos basta con considerar diagramas de árbol con un número finito de vértices y lados, que siempre se pueden representar en el plano (Beltrán, 2018). Se puede deducir que, aunque los alumnos, por su edad no conozcan el diagrama del árbol, es algo que viene intrínsecamente relacionado con el contenido probabilístico, Doménech y Juste (2021) crearon 2 materiales relacionados con el diagrama del árbol para las 2 variantes mencionadas anteriormente



En este diagrama se observa el desglose de las posibilidades en la variante con los dados.



En este segundo diagrama se observa el desglose de las posibilidades en la variante de las monedas.

Por su parte Turbiville (2012) realizó el experimento basado en el juego del Beano al que además le añadió una tabla de cotejo. La tabla consistía en un cuadrante en el que los niños iban rellenando los números para que se dieran cuenta de que números salían más y qué números salían menos.

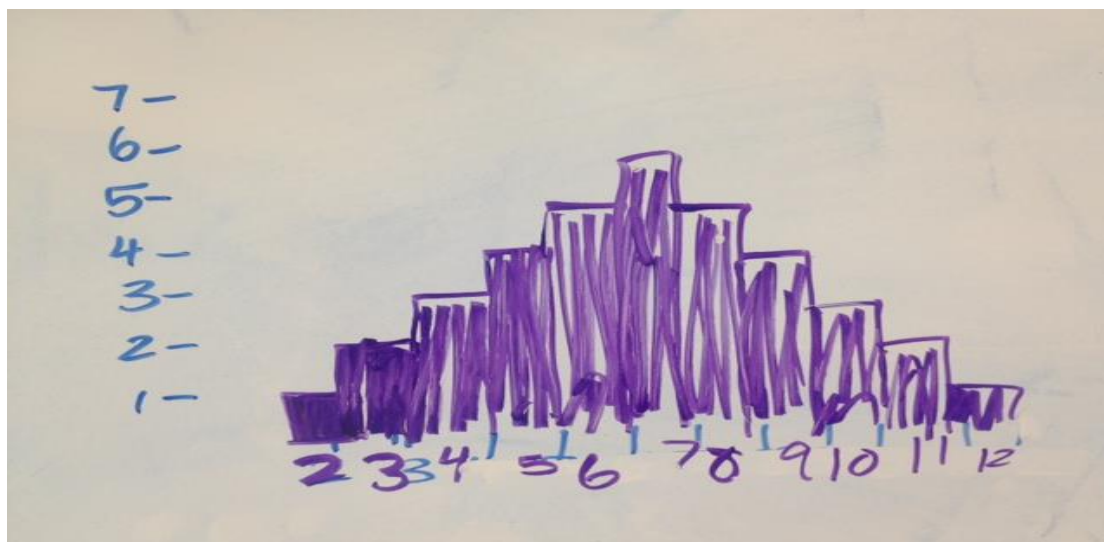
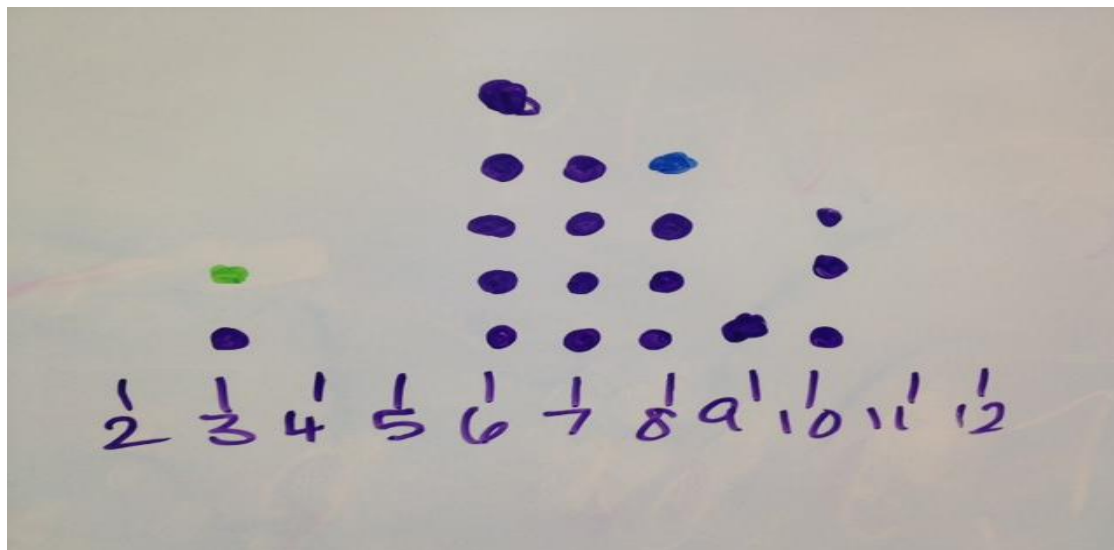
	1	2	3	4	5	6
1	2					
2						
3						
4						
5		7				
6						12

Como vemos, la tabla consiste en sumar las cifras del eje x y las cifras del eje y. La intención de la tabla es que al rellenarla los alumnos se den cuenta de que, por ejemplo, el 7 aparece con mas asiduidad que el 12.

	1	2	3	4	5	6
1	2	3	4	5	6	7
2	3	4	5	6	7	8
3	4	5	6	7	8	9
4	5	6	7	8	9	10
5	6	7	8	9	10	11
6	7	8	9	10	11	12

Con la tabla completada se observa que el numero 7 es el número que más veces aparece con un total de 6 veces que representa casi un 17% de probabilidad de aparecer, seguido de los números 6 y 8 que aparecen 5 veces respectivamente y que dista mucho de la única aparición del numero 2 o del número 12.

Por otro lado, también realizo un grafico donde quedaba constancia de forma mas visual, este grafico se iba rellenando a medida que iban jugando y se coloreaba al final, por lo que a final de partida los alumnos se daban cuenta de los números que habían aparecido en mayor cantidad y los números que habían aparecido menos.



En la primera imagen se observa el grafico durante la realizaron del juego el cual son solamente puntos mientras que en la segunda imagen se observa el grafico completado de manera que los alumnos pudieran observar que números habían salido mas y que números habían salido menos, grafico que concuerda con la tabla anterior.

CAPÍTULO 5. DISEÑO DE LA EXPERIMENTACIÓN.

El juego del Beano, es un juego de azar popular que implica marcar números en una tabla a medida que se van sorteando. En este experimento, exploraremos diferentes variantes del juego del Beano utilizando dados, monedas y una ruleta. Los participantes, Pablo y Mateo, ambos estudian 4º de Primaria, se sumergirán en estas variantes para comprender mejor cómo varía la probabilidad de obtener diferentes resultados según las condiciones del juego.

En primer lugar, Pablo es un niño con unas características comunes a la mayoría del alumnado, socialmente es un niño aceptado y tiene buenas habilidades sociales, académicamente es un muy bueno, nunca ha suspendido ninguna asignatura y su nota media se sitúa por encima de 9, todos los profesores están contentos con su nivel en todas las materias y no se destaca en él ninguna problemática en cuanto a las materias.

Por otro lado, Mateo es un niño que al igual que su hermano tiene unas características comunes al alumnado, quizás es un poco más reservado y tiene algo menos de habilidades sociales que Pablo. También es importante destacar que el equipo pedagógico del centro está valorando la posibilidad de que sea un alumno de altas capacidades ya que el nivel de conocimientos y el ritmo de aprendizaje con respecto al resto de sus compañeros es superior. En lo que refiere a las calificaciones la media, al igual que la de su hermano se sitúa por encima de 9 y todo el profesorado está muy contento con él.

Variantes del juego

Dados Regulares:

En esta variante, se proporcionarán dos dados regulares a cada participante. Los dados se lanzarán simultáneamente y los participantes sumarán los números obtenidos. Luego, tacharán el número correspondiente en una tabla del 2 al 12. El objetivo es completar la tabla antes que el oponente.

Monedas:

En lugar de dados, se utilizarán dos monedas para cada participante. Los participantes lanzarán las monedas al mismo tiempo y contarán el número de caras. El total de caras se sumará y se tachará el número correspondiente en la tabla del 2 al 12. Se repetirá el proceso hasta que uno de los participantes complete su tabla.

Dados Irregulares:

Esta variante implica el uso de dados irregulares, donde los números no están distribuidos uniformemente. Los participantes realizarán los mismos pasos que en la Variante 1, pero con los dados irregulares. Se observará cómo la distribución irregular de los números afecta la probabilidad de obtener ciertos resultados.

Ruleta:

Se utilizará una ruleta con diferentes ángulos marcados en lugar de dados o monedas. Los participantes girarán la ruleta y registrarán el ángulo obtenido. Utilizarán una tabla del 2 al 12 para determinar qué número corresponde al ángulo obtenido. La ruleta añade una nueva dimensión al juego, explorando la influencia de las diferentes angulaciones en los resultados.

Temporalidad

En cuanto a la temporalidad cabe destacar que será una experimentación relativamente corta debido a que el objeto de experimento es relativamente corto en cuanto a su dificultad y cantidad por lo que la fase experimental se desarrollará en un total de 3 sesiones y una 4ª opcional si no diese tiempo a lo programado en las 3 primeras por diversos motivos. La experimentación se llevará a cabo en un periodo de 3 semanas, es decir 1 sesión por semana, desde el 22 de abril hasta el 12 de mayo, ampliable hasta el 19 de mayo si por motivos externos no se puede realizar la experimentación. Por tanto, el experimento queda dividido de manera

que en la primera sesión se realizará el primer juego, en la segunda sesión se realizarán tanto el segundo y tercer juego y en la última sesión se realizará el último juego y cuestionario final. A continuación, se van a detallar las 3 sesiones con todos sus apartados, las sesiones se espera que duren un máximo de 45' cada una para que la carga de información no sea muy elevada y respetando el tiempo que los estudiantes han de dedicar a las tareas escolares y extraescolares.

Sesiones

SESIÓN 1

1. DATOS

Área	Matemáticas		
Tiempo	45'		
Tema transversal	Probabilidad		
Nombre o título de la actividad o sesión	Sesión 1		

2. APRENDIZAJE ESPERADO

En esta primera sesión inicial se trabajará de forma en la que los alumnos Pablo y Mateo se sientan cómodos comprendan el tema que se va a tratar en dicha sesión y en las sesiones posteriores, se les hará una introducción a los contenidos que vamos a ver explicándoles la historia del juego y lo que vamos a realizar en el experimento (Se les dejara manipular los materiales que vamos a utilizar para que se familiaricen con ellos), como esta sesión ser una toma de contacto y es posible que les cueste adaptarse a la actividad solo se realizará un juego de los 4 propuestos.

3. SESIÓN

TRANSCURSO	ESTRATEGIAS / ACTIVIDADES	TIEMPO	RECURSOS
INICIO	Toma de contacto y explicación acerca del Beano	10'	<ul style="list-style-type: none"> Pequeño speech preparado en una hoja pequeña con datos interesantes sobre el Beano

	Presentación de materiales (Manipulación de los mismos)	5'	<ul style="list-style-type: none"> • Cartones del Beano • 2 dados • Bolígrafos
DESARROLLO	<ul style="list-style-type: none"> • Se realiza el primer juego de los 2 dados, un total de 4 rondas 	20'	<ul style="list-style-type: none"> • Cartones del Beano • 2 dados • Bolígrafos
CIERRE	<ul style="list-style-type: none"> • Se realizarán una serie de preguntas informales con una lista 	10'	<ul style="list-style-type: none"> • Lista de preguntas preparadas

SESIÓN 2

1. DATOS

Área	Matemáticas		
Tiempo	45'		
Tema transversal	Probabilidad		
Nombre o título de la actividad o sesión	Sesión 2		

2. APRENDIZAJE ESPERADO

En esta segunda sesión se espera que los alumnos Pablo y Mateo ya hayan tomado contacto y se hayan familiarizado con el experimento, se espera también que probablemente ya hayan entendido algo del trasfondo de la actividad por lo que la actividad será mas fluida. Son 2 alumnos bastante competitivos por lo que el afán por ganar les hará realizar esfuerzos por entender la mecánica de los 2 juegos de la sesión. Los 2 juegos de la sesión serán la variante de las monedas y la de los dados irregulares.

3. SESIÓN

TRANSCURSO	ESTRATEGIAS / ACTIVIDADES	TIEMPO	RECURSOS
INICIO	<ul style="list-style-type: none"> Presentación de la sesión, de los materiales y de los juegos 	5'	<ul style="list-style-type: none"> Cartones Beano Monedas de 10 o 20 cts. Dados realizados con material semiduro como "Bluetac" Bolígrafos
DESARROLLO	<ul style="list-style-type: none"> Realización del juego de las monedas (4 rondas) 	15'	<ul style="list-style-type: none"> Cartones Beano Monedas de 10 o 20 cts. Bolígrafos
	<ul style="list-style-type: none"> Realización del juego de los dados irregulares 	15'	<ul style="list-style-type: none"> Cartones Beano Dados realizados con material semiduro como "Bluetac" Bolígrafos
CIERRE	Se realizarán una serie de preguntas informales con una lista	10'	Lista de preguntas preparadas

SESIÓN 3

1. DATOS

Área	Matemáticas		
Tiempo	45´		
Tema transversal	Probabilidad		
Nombre o título de la actividad o sesión	Sesión 3		

2. APRENDIZAJE ESPERADO

En esta última sesión se empezará haciendo una serie de preguntas en lo referente a las sesiones anteriores para comprobar el grado de adquisición de conocimientos de los alumnos de manera informal con una lista de preguntas, posteriormente se les introducirá la variante de ruleta la cual cambiara su percepción y deberán darse cuenta que la probabilidad de que salga un numero u otro depende de la angulación de cada numero en la ruleta. Por último, al ser la última sesión haremos una pequeña reflexión acerca del experimento con una pequeña lista de preguntas un poco mas formales que los alumnos deberán de rellenar

3. SESIÓN

TRANSCURSO	ESTRATEGIAS / ACTIVIDADES	TIEMPO	RECURSOS
INICIO	<ul style="list-style-type: none"> Se realizarán una serie de preguntas informales con una lista acerca de las sesiones anteriores 	10´	<ul style="list-style-type: none"> Lista de preguntas preparadas
	<ul style="list-style-type: none"> - Se presentarán los materiales y se explicara el funcionamiento del juego de la ruleta 	5´	<ul style="list-style-type: none"> Ruletas fabricadas Cartones Beano Bolígrafos

DESARROLLO	<ul style="list-style-type: none"> Realización de la variante del Beano de la ruleta 	15'	<ul style="list-style-type: none"> Ruletas fabricadas Cartones Beano Bolígrafos
CIERRE	<ul style="list-style-type: none"> Preguntas acerca de los conocimientos adquiridos en las 3 sesiones 	20'	<ul style="list-style-type: none"> Lista de preguntas elaboradas

Juego 1: Dados Regulares

Los participantes jugarán con dos dados regulares. Se explicarán las reglas del juego y se proporcionarán las tablas o cartones del 1 al 12 a cada jugador. Los participantes lanzarán los dados simultáneamente y sumarán los números obtenidos. Luego, tacharán el número correspondiente en sus tablas. El juego continuará hasta que uno de los participantes complete su tabla.

Juego 2: Monedas

Los participantes jugarán con dos monedas en lugar de dados. Se explicarán las reglas del juego y se proporcionarán las tablas del 1 al 12. Los participantes lanzarán las monedas simultáneamente y contarán el número de caras. Luego, tacharán el número correspondiente en sus tablas. El juego continuará hasta que uno de los participantes complete su tabla.

Juego 3: Dados Irregulares

En el tercer juego, los participantes jugarán con dados irregulares, donde la distribución de los números no será uniforme. Se explicarán las reglas del juego y se proporcionarán los dados irregulares. Los participantes realizarán los mismos pasos que en el primer juego, pero con estos dados irregulares. El juego continuará hasta que uno de los participantes complete su tabla.

Juego 4: Ruleta

En el último juego, los participantes jugarán utilizando una ruleta en lugar de dados o monedas. Se explicarán las reglas del juego y se proporcionará la ruleta. Los participantes girarán la ruleta y registrarán el número del ángulo obtenido. El juego continuará hasta que uno de los participantes complete su tabla.

Objetivos del experimento

1. Explorar las Variantes del Juego del Beano

- El principal objetivo del experimento es explorar diferentes variantes del juego del Beano utilizando dados, monedas y una ruleta. Esto permitirá a los participantes, Pablo y Mateo, experimentar con diversas condiciones de juego y comprender cómo varía la probabilidad de obtener diferentes resultados en función de estas condiciones.

2. Analizar la Influencia de las Condiciones del Juego en la Probabilidad

- Mediante la realización de varias rondas con diferentes variantes del juego, el experimento busca analizar cómo las condiciones del juego, como el tipo de dados utilizados o el método de generación de números aleatorios, afectan la probabilidad de obtener ciertos resultados. Se espera que este análisis proporcione una comprensión más profunda de los conceptos de probabilidad y aleatoriedad.

3. Comparar Resultados entre Variantes

- Se pretende comparar los resultados obtenidos en cada variante del juego para identificar patrones y tendencias. ¿Se observa una mayor frecuencia de ciertos números en una variante en comparación con otras? ¿Existen diferencias en la probabilidad de obtener ciertos resultados según la variante del juego utilizada? Estas comparaciones ayudarán a evaluar cómo las diferentes condiciones del juego influyen en los resultados. La propuesta de este objetivo es que sen los propios alumnos los que analicen y comparen los resultados, no solo entre variantes si no de las propias variantes.

4. Observar el Impacto de la Distribución de los Números

- Una de las variantes del experimento implica el uso de dados irregulares, donde la distribución de los números no es uniforme. Este aspecto del experimento permitirá a los participantes observar cómo la distribución de los números afecta la probabilidad de obtener ciertos resultados. Se espera que esta observación fomente la comprensión de la distribución de probabilidad en base a la irregularidad del dado y que luego puedan aplicar esto a otro contexto.

5. Analizar la comprensión de la probabilidad por parte de los participantes

- Las variantes del juego del Beano que vamos a experimentar pretenden que los participantes se capacen de comprender y discernir en cada caso que número o números tienen más probabilidad de salir y por tanto en que números han de poner más énfasis, por tanto, habrán de saber y entender las diferentes circunstancias y condiciones de cada variante, por ejemplo, el número 7 tendrá más probabilidades de salir en la variante de 2 dados que en la variante de dados irregulares, etc.

En resumen, el experimento tiene como objetivo proporcionar a los participantes una experiencia práctica para explorar conceptos de probabilidad y aleatoriedad a través de diferentes variantes del juego del Beano. Al analizar cómo varían los resultados según las condiciones del juego, se busca mejorar la comprensión de estos conceptos y fomentar la capacidad de análisis y comprensión en los participantes.

Metodología

En términos de metodología educativa, podríamos diseñar el experimento utilizando un enfoque de aprendizaje activo y participativo, que podría considerarse dentro del marco del aprendizaje cooperativo.

Metodología: Aprendizaje Cooperativo

- Aprendizaje Activo

- En lugar de simplemente explicar los conceptos teóricos de probabilidad, este enfoque fomenta la participación activa de los estudiantes en la exploración y comprensión de los conceptos a través de la experiencia práctica.
- El experimento proporciona una oportunidad para que los participantes interactúen con los materiales y los conceptos de probabilidad de manera tangible, lo que puede mejorar la retención y comprensión de la información.
- Colaboración entre Participantes
 - El aprendizaje cooperativo implica la colaboración entre los participantes para lograr un objetivo común. En este caso, Pablo y Mateo trabajarán juntos para completar las tablas del juego del Beano en cada variante.
 - La colaboración entre los participantes les permite discutir estrategias, compartir ideas y apoyarse mutuamente durante el proceso de juego, lo que puede enriquecer su comprensión y promover un ambiente de aprendizaje positivo.
- Aprendizaje Significativo
 - Al participar activamente en el juego y analizar los resultados, los participantes construyen su propio conocimiento sobre los conceptos de probabilidad de una manera significativa y relevante para ellos.
 - El enfoque práctico y experiencial del aprendizaje cooperativo permite a los participantes relacionar los conceptos abstractos de probabilidad con situaciones concretas y aplicaciones prácticas, lo que facilita el aprendizaje y la retención a largo plazo.
- Mejora de habilidades sociales y cognitivas

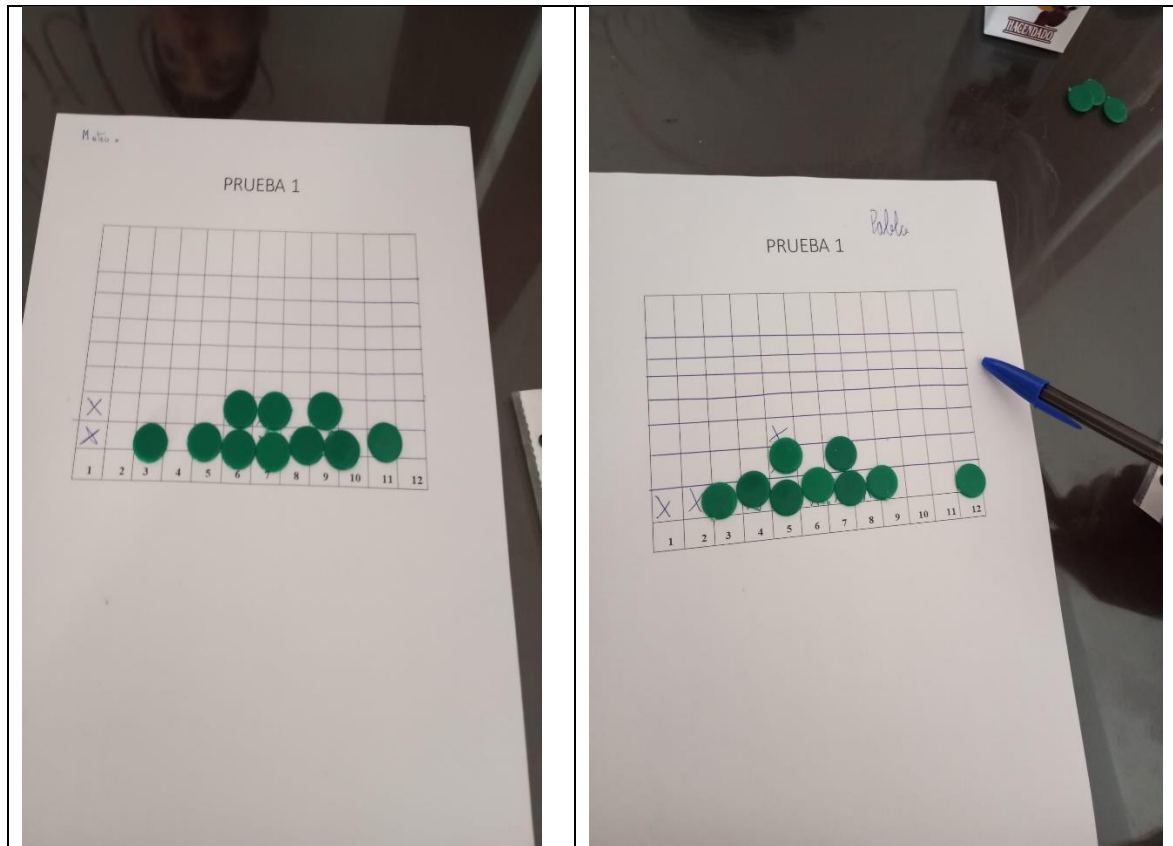
- Además de aprender sobre probabilidad, el aprendizaje cooperativo también promueve el desarrollo de habilidades sociales y cognitivas importantes, como la comunicación efectiva, la resolución de problemas, el trabajo en equipo y la toma de decisiones colaborativa.
- A través de la interacción y la colaboración en el juego, Pablo y Mateo pueden desarrollar estas habilidades de manera activa y práctica.

En resumen, al adoptar un enfoque de aprendizaje cooperativo, el experimento no solo proporciona una oportunidad para explorar conceptos de probabilidad, sino que también fomenta el desarrollo de habilidades sociales y cognitivas.

CAPÍTULO 6. RESULTADOS.

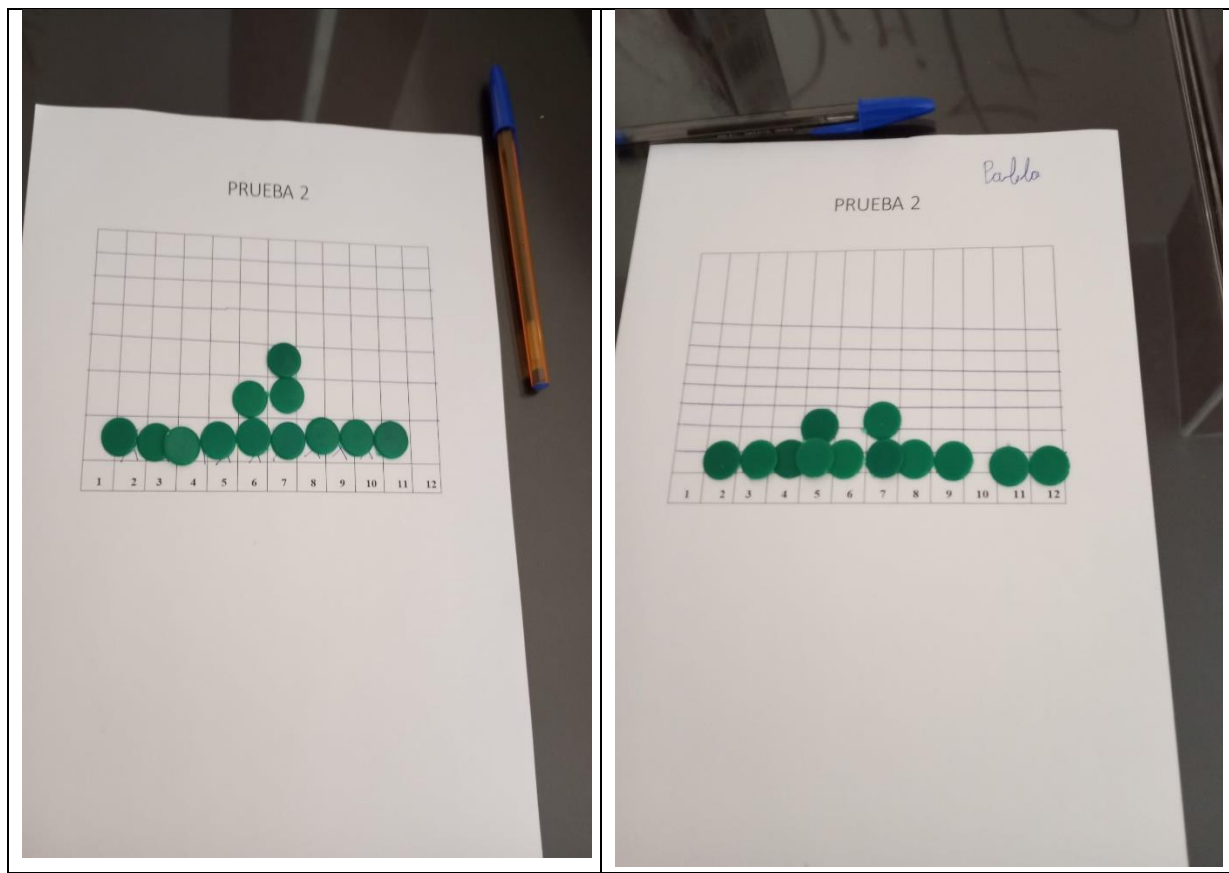
SESIÓN 1

DADOS REGULARES



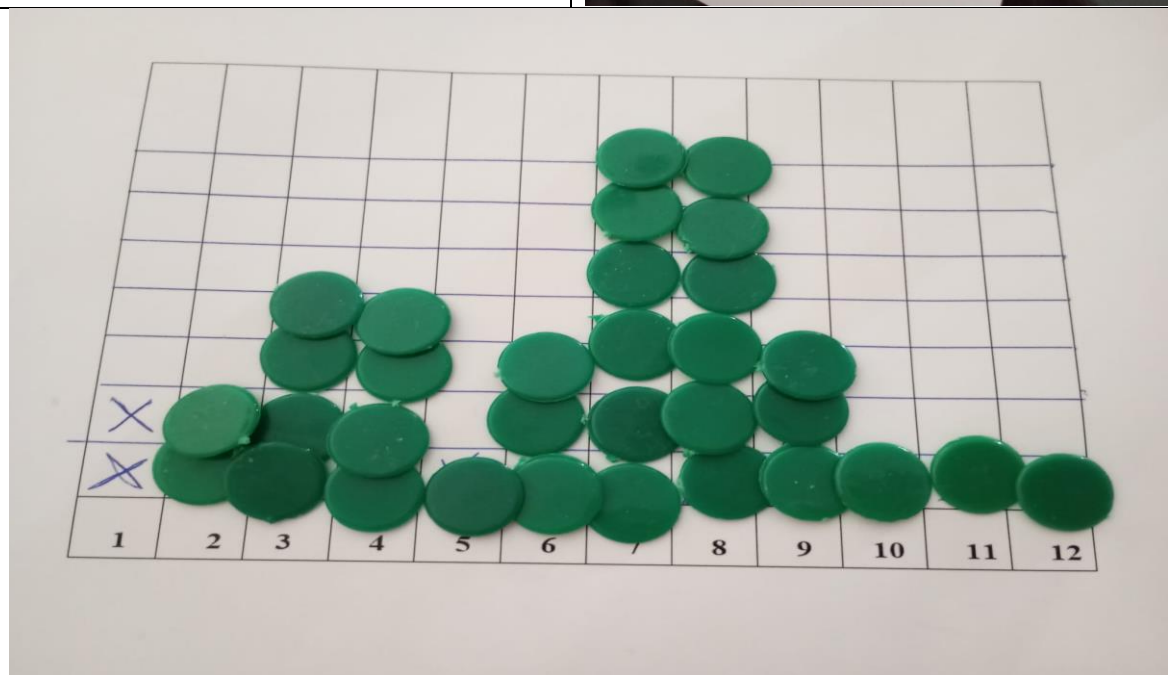
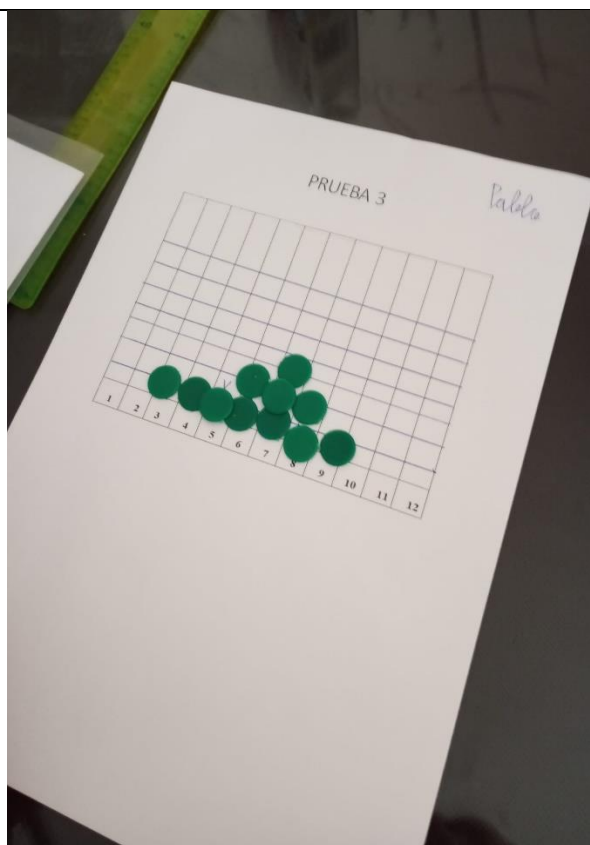
Durante la primera prueba los alumnos ya conocían acerca del Beano puesto que en la introducción se les proporcionaron datos acerca del juego, su historia y cómo funcionaba, sin embargo, a la hora de apostar las monedas se les dijo a los alumnos que las apostasen donde ellos quisiesen sin darles ninguna explicación, los alumnos colocaron las cruces según su intuición sin atender a cuestiones probabilísticas. Se pudo observar que los alumnos no seguían ningún orden a la hora de apostar y lo hicieron de manera completamente arbitraria.

Por otro lado, como se puede observar en las imágenes, ambos alumnos apostaron al número 1 el cual es un suceso imposible puesto que se lanzan 2 dados, el alumno Mateo, prácticamente al final de la primera prueba se dio cuenta de la imposibilidad del suceso.



Durante la segunda prueba de nuevo no se les incidió para que cayesen en cuenta de la probabilidad mayor de que saliesen algunos números, sin embargo, los alumnos ya se percataron de que el número 8 y especialmente el 7 (dado que salió muchas veces en la primera ronda), por lo que se puede observar que ya le dieron mayor énfasis en sus apuestas. Por otro lado, se observa que, aunque siguieron apostando de forma arbitraria, los alumnos distribuyeron mas su apuesta y lo hicieron de forma lógica y razonada, dándole más énfasis al número 7, además. Como se observa en la imagen no apostaron al número 1 debido a que en la ronda anterior se dieron cuenta de la imposibilidad del suceso.

Por último, destacar que se observaron todavía apuestas a los números 2, 3, 12 y 11 a pesar de tener pocas probabilidades de salir puesto que los alumnos todavía no se habían percatado de la poca posibilidad que tenían de salir



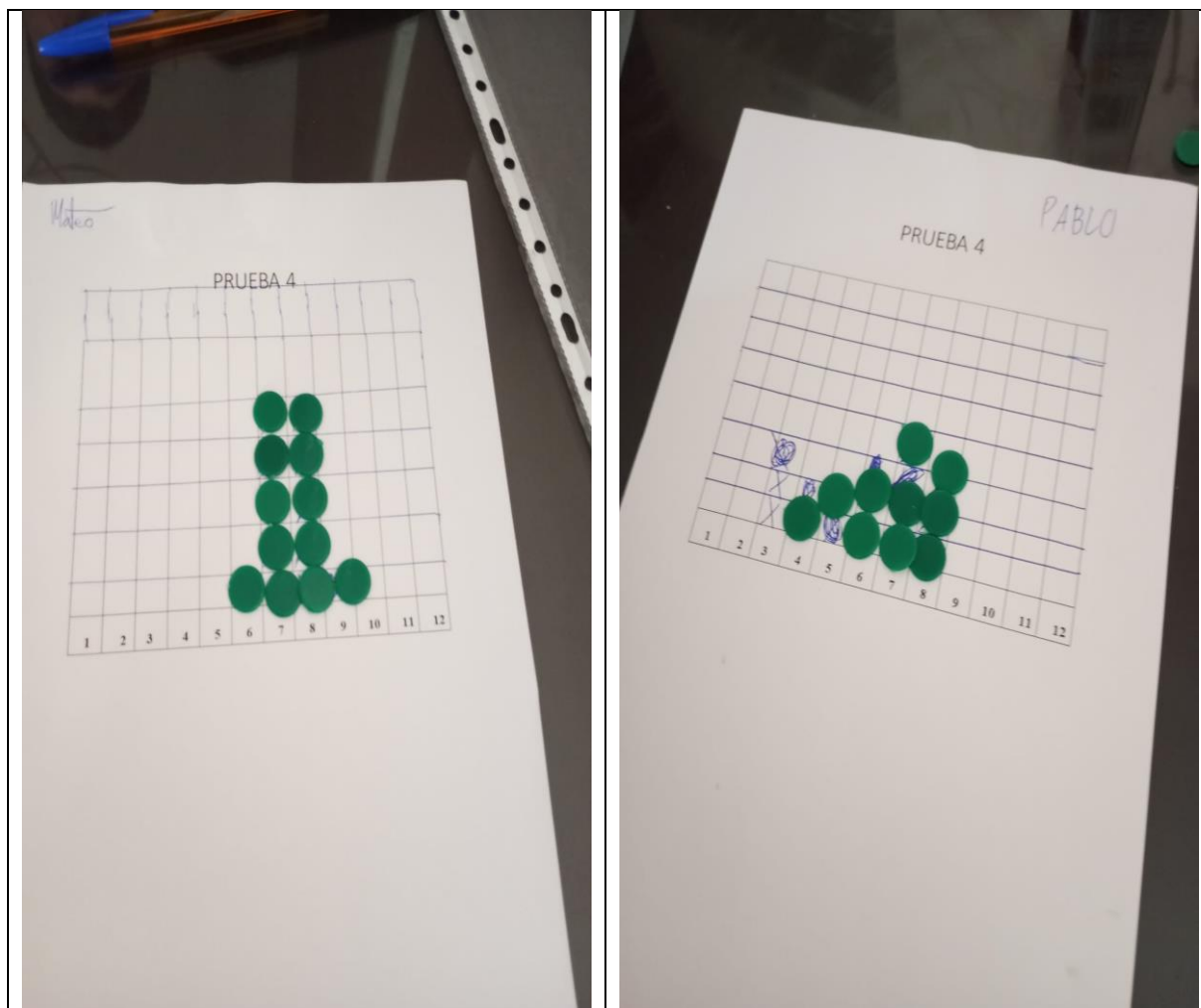
En la prueba numero 3 los alumnos ya se dieron cuenta de que había números que se repetían mas veces e incluso hablaron de combinaciones, en concreto el alumno Mateo mencionó que el numero 32 tenía pocas posibilidades de salir porque solamente tenía 1 combinación posible.

Analizando las apuestas de ambos se observa una práctica curiosa, el alumno mateo apostó todas sus fichas a los numero 7 y 8, los numero que m as combinaciones posibles tienen, cuando se le preguntó acerca de su apuesta el alumno dijo que eran los números que más habían salido y que por eso apostaba así.

Por otro lado, analizando la apuesta de Pablo se observa que la apuesta es algo más coherente que la apuesta del alumno Mateo ya que se acerca mucho a lo que seria la apuesta perfecta porque los números están distribuidos poniendo mayor énfasis en aquellos que tienen más probabilidad.

A la par que los alumnos se rellenó un tablero con todos los números que iban saliendo para que los alumnos mientras se desarrollaba la partida viesan que números iban saliendo más, al final de la partida también se les mostro dicho grafico y se les pidió que sacasen sus conclusiones sin decirlas en voz alta.

Por último, cabe destacar que la prueba 3 la ganó Mateo, ya que, aunque la apuesta de Pablo era mas lógica y coherente en los dados interviene el azar y como se puede observar el numero 5 salió una sola vez mientras que números con menos combinaciones posibles como el 2 o el 3 salieron más veces,



Por último, en la prueba 4 se observan también cosas a destacar, si se analiza la prueba de Mateo nos damos cuenta de que el alumno, al ganar la anterior siguió con su apuesta, sin embargo, cayó en cuenta de que era más lógico distribuir algo más los numero apostados.

Por otro lado, el alumno Pablo, que en la ronda anterior había desarrollado una apuesta casi perfecta, al perder decidió cambiarla y desde el punto de vista probabilístico desarrollo una apuesta algo más arbitraria.

La prueba 4 la gano de nuevo el alumno Mateo.

Lista de preguntas,

- ¿Crees que es bueno apostar todo a un número?
- ¿Después de jugar pondrías las fichas en el mismo lugar que antes?
- ¿Hay números que tienen mas posibilidades de aparecer que otros?
- ¿Apostarías al número 1?
- ¿Que número o números han aparecido antes?
- ¿Cambiaría el resultado de los números que han salido si los dados fuesen otro objeto?
- ¿Apostarías muchas fichas al número 12?
- ¿Si tuvieras que apostar todo a 1 número cuál sería?
- ¿Crees que has entendido el funcionamiento del juego?
- Si en vez de 2 dados regulares cambiamos el objeto mantendrías tu apuesta o la cambiarías?

Mateo

1. Depende
2. Sí, por supuesto, lo apostaría de otra manera.
3. Sí.
4. No, claro que no.
5. El 7 y el 8.
6. Sí cambiaría
7. No
8. El 7.
9. Sí.
10. La cambiaría.

Pablo

1. No.
2. Sí, lo apostaría de otra manera.
3. Sí.
4. No.
5. El 7 y el 8
6. Sí.
7. No.
8. El 7.
9. Sí.
10. Sí, la cambiaría depende de que forma sea.

A la hora del listado de preguntas no se han tenido en cuenta la pregunta número 6 y la pregunta número 10 por considerarse ambas demasiado ambiguas.

Al analizar las respuestas queda reflejado que ambos alumnos tienen respuestas mas o menos similares y que ambos han entendido el funcionamiento del juego, es por ello que las respuestas esperadas concuerdan prácticamente a la perfección con las que los alumnos dan.

Por otro lado, se observa alguna respuesta curiosa, por ejemplo, en la pregunta 1 el alumno Mateo a la pregunta ¿Apostarías todo a un número? Respondió: depende, al preguntarle acerca de la respuesta el alumno expuso que no veía mal si se apostaba todo al 7 u 8 dado que eran los que más posibilidades tenían de salir.

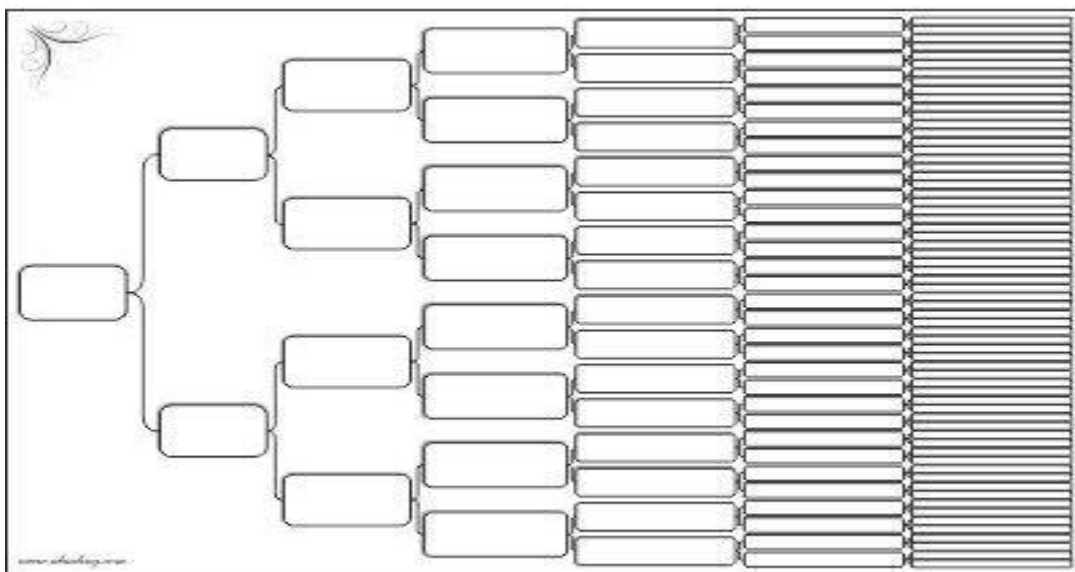
Para acabar de analizar la primera sesión cabe destacar que como señal la programación la misma comenzó con una pequeña toma de contacto compuesta por algunos datos interesantes sobre el Beano y una pequeña historia para que los alumnos cogieran ganas para realizar la experimentación.

Por último, destacar que los alumnos cuando se les preguntó acerca de sus conocimientos de probabilidad manifestaron que no tenían prácticamente y que no conocían acerca de conceptos probabilísticos.

SESIÓN 2

Antes de comenzar el análisis de la segunda sesión es importante recordar las 2 variantes del juego del Beano que van a realizar los alumnos, la primera de ella con los dados irregulares donde las reglas cambian y se tendrán que dar cuenta de que lo que antes era valido para tener una apuesta segura ahora no lo será tanto y habrá otras combinaciones que antes eran menos probables que por la morfología del dado será más fácil que salgan.

Por otro lado, tenemos la variante de las monedas en la que se aplica (al igual que en los dados) el diagrama del árbol, esto es algo que los alumnos no han de manejar, sin embargo, es una herramienta útil a la hora de decir las posibilidades. En este caso como lanzaremos un total de 6 monedas tenemos un total de 64 combinaciones posibles por lo que el diagrama del árbol quedaría establecido de la siguiente manera.



DADOS PATATA

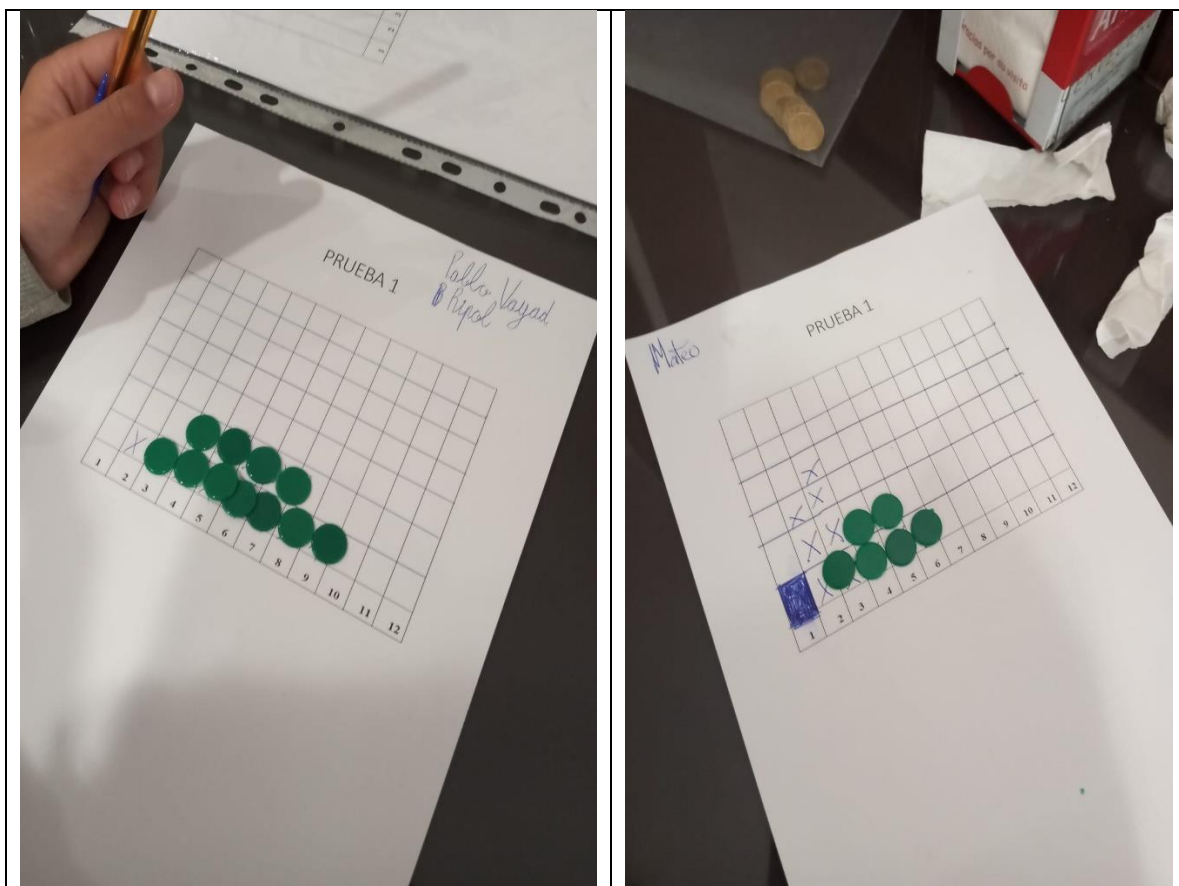
Dados los resultados de la experimentación con la variante de los dados patata o dados irregulares, es optimo hacer una breve descripción de lo que fue en general antes de explorar cada una de las partidas.

Como aspectos reseñables señalar que quizá a la hora de realizar este experimento los alumnos estuvieron algo mas activos que en la primera sesión y por tanto les costo adaptarse, entender la variante y ser capaces de apostar en consecuencia a lo que iban observando.

Por otros lados me gustaría comentar la dificultad que les supuso la variante ya que los alumnos no comprendieron del todo el mecanismo de los dados patata hasta la tercera ronda.

Señalar, que se observaron patrones parecido a los de la primera sesión y por lo tanto se puede realizar un pequeño análisis de la conducta de ambos en lo referente al juego. E, alumno Mateo es el que en un primer momento se da cuenta de la mayoría de las cosas, es decir, tienen una capacidad de atención de los detalles y de procesamiento de lo que va ocurriendo en las partidas mayor que el alumno Pablo, sin embargo, a la hora de apostar no se ven reflejados esos conocimientos debido a ala personalidad impulsiva del mismo. Por otro lado, el alumno Pablo que quizás entiende o comprende las variantes de manera mas pausada realiza unas apuestas mejores debido a que basas sus apuestas en la experiencia de partidas pasadas más que en su conocimiento, esto es destacable ya que en algunas partidas se observan unas apuestas del alumno Pablo que podrían ser perfectas o casi perfectas y que a lo largo de las partidas se van degradando debido a su experiencia.

Reseñar por ultimo el papel que juega el azar y el numero bajo de Tiradas en los resultados de las partidas, en una partida con un numero de apuesta mayor el alumno Pablo ganaría la mayoría de las partidas observando sus apuestas, sin embargo, no es así debido al bajo numero de fichas apostadas y por lo tanto al bajo numero de tiradas, de esta manera el azar se dispara.

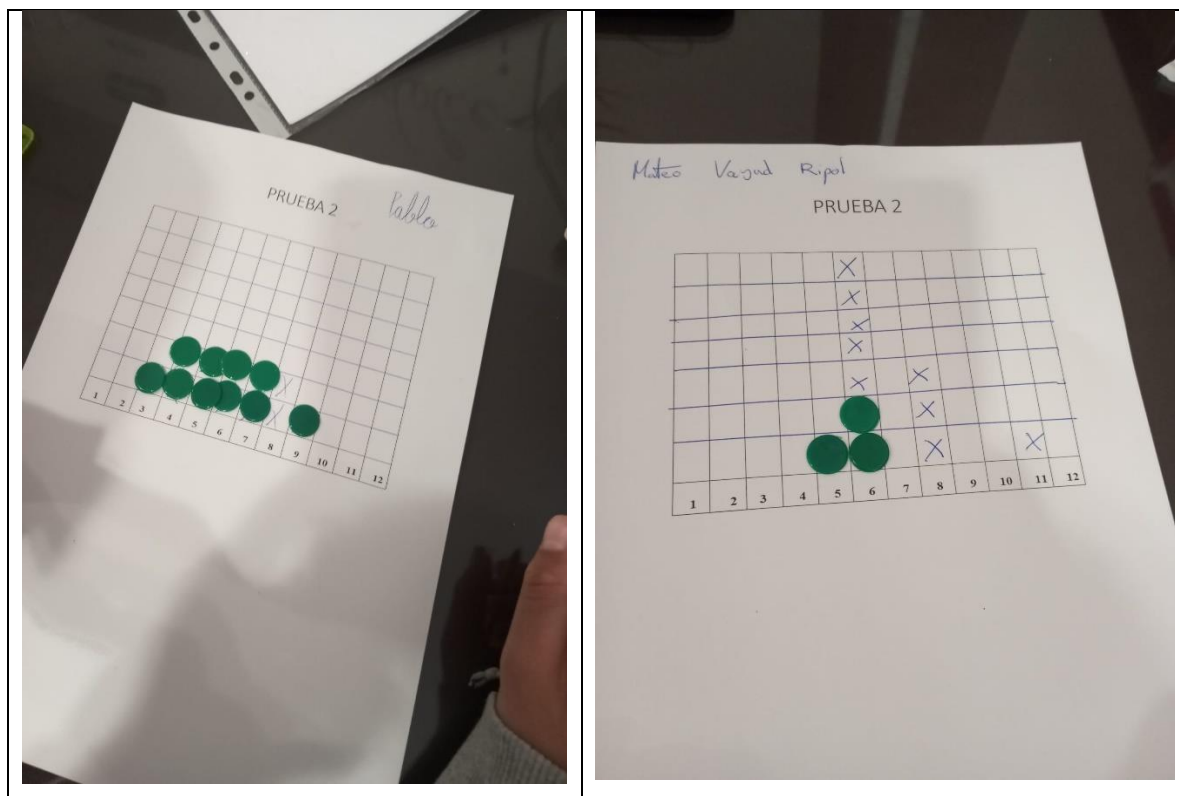


Como se puede observar en la primera de los dados patatas los niños no comprendieron el funcionamiento de los dados patata.

Observando la apuesta de los dados patata se observa que el alumno Mateo no hace una apuesta acertada desde el punto de vista probabilístico, sin embargo, realizó un análisis crítico del dado, es decir, el alumno antes de realizar la apuesta cogió el dado y analizó las superficies y la probabilidad que tenía de salir cada una, sin embargo, se equivocó al analizar solamente la superficie de uno de los dados, por ello su apuesta se vio alterada.

Por otro lado, el alumno Pablo, no comprendió el funcionamiento de los dados patata, sin embargo, basándose en su experiencia anterior con los dados regulares, postó más fichas a los números centrales e hizo una apuesta más interesante desde el punto de vista probabilístico.

La primera partida la ganó el alumno Pablo, probablemente debido a la falta de comprensión de Mateo.

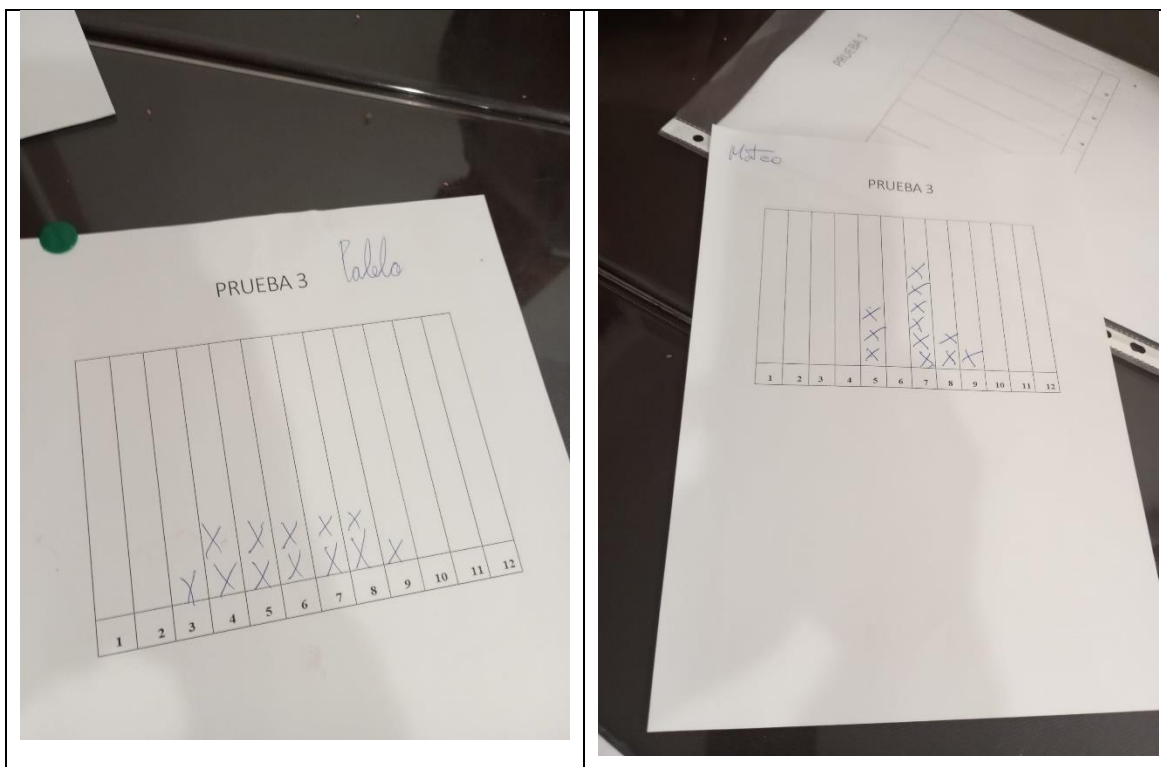


En la segunda partida se puede deducir que los alumnos tampoco comprendieron el funcionamiento real de los dados patata, sin embargo, el alumno Mateo se percató de ciertos mecanismos que se repetían en las tiradas con cierta asiduidad.

Al analizar la apuesta de Pablo nos damos cuenta de que el alumno no comprendió la apuesta con los dados patata, sin embargo, ganó la anterior partida por lo que, basándose en su experiencia realizó una apuesta similar.

Por otro lado, al analizar la apuesta de Mateo se observa que el alumno intentó comprender el mecanismo. De nuevo hizo una apuesta desde el punto de vista probabilístico menos interesante que la de Pablo, sin embargo, cayó en cuenta de que en uno de los dados la superficie que más probabilidades tenía de salir era la del número 5, es por ello que realizó la apuesta en base a lo que había aprendido de la primera partida.

Esta partida la ganó de nuevo el alumno Pablo.

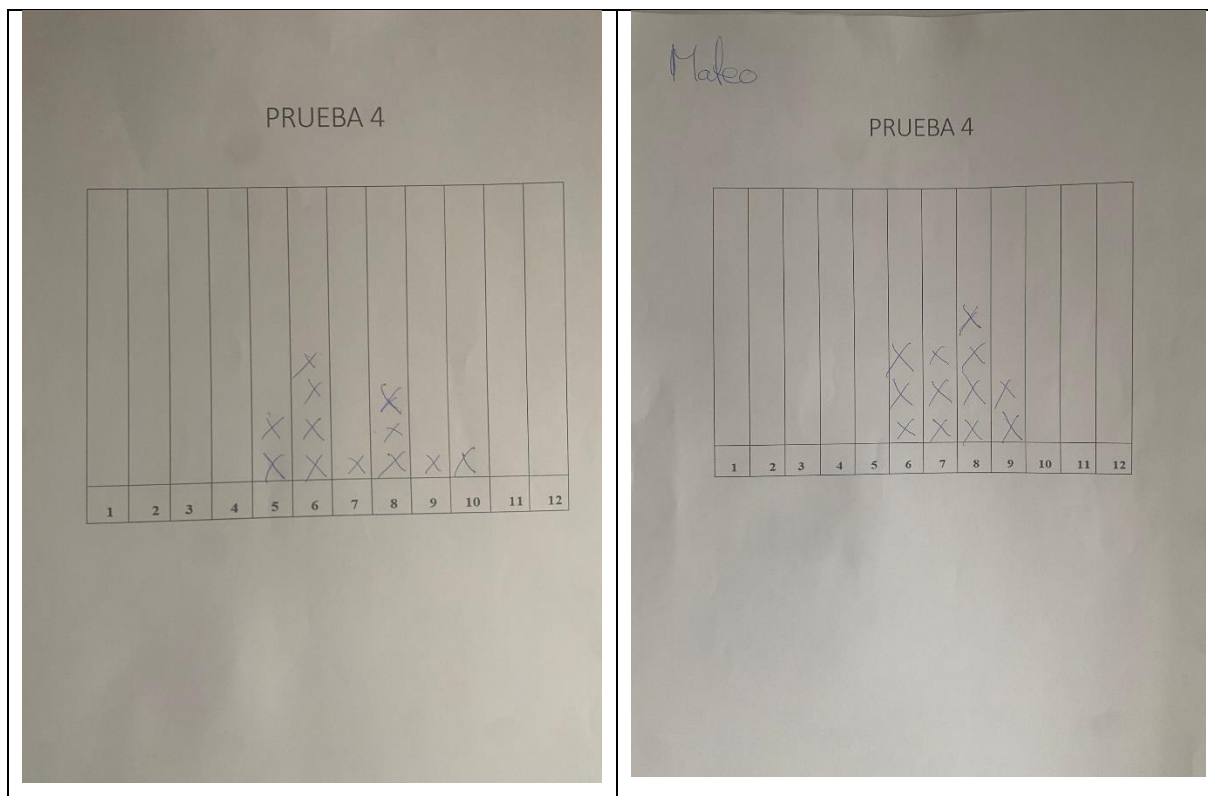


En la tercera partida los alumnos se dieron cuenta de que había superficies que tenían mas probabilidades de salir que otras, por lo tanto, se observó una mayor comprensión del juego por parte de ambos, aunque en las apuestas no se viese reflejado.

Al analizar la apuesta del alumno Pablo se observa que de nuevo basa su apuesta en su experiencia, aunque también analizo los dados como el otro estudiante decidió realizar una apuesta parecida a lo que ya había realizado porque había ganado las 2 anteriores partidas.

Por otro lado, al analizar la apuesta de Mateo se puede observar como de nuevo el alumno basa su apuesta en su conocimiento antes que en el devenir de las partidas anteriores denotando de esta manera su carácter impulsivo. Se puede afirmar en base a la observación que el alumno ya había comprendido el funcionamiento y se había dado cuenta de las combinaciones más frecuentes.

La partida la gano el alumno Mateo



En la ultima partida se puede observar como ambos alumnos comprendieron a la perfección el funcionamiento de los dados patata.

Al analizar la apuesta de Pablo, se observa que la apuesta del alumno no es como sus apuestas anteriores ya que analizando los resultados que habían salido y en base de nuevo a su experiencia que había sido perder la anterior partida decidió cambiar de apuesta dejando los números bajos, que por la morfología de los dados tenían menos posibilidades de salir apartados y apostando por los números que más habían salido.

Por otro lado, al analizar la apuesta de Mateo se puede observar que comprendió los 4 números que más posibilidades tenían de salir y decidió repartir su apuesta entre esos 4 nueros, algo que no se había observado en las anteriores partidas.

La partida la gano el alumno Mateo.

Analizando las partidas en general se pudieron observar varios aspectos a destacar:

- Mayor dificultad por parte de los alumnos de comprender los mecanismos de las partidas debido que en sí el juego era mas complejo que con los dados regulares.
- La diferencia de personalidad de ambos estudiantes que queda reflejado en sus apuestas. Mientras que se observa que Mateo es un alumno impulsivo que basa sus apuestas en su conocimiento, Pablo es un alumno mas pasado que basa sus apuestas en su experiencia mas que en sus conocimientos.
- Diferencia en los ritmos de aprendizaje ya que ambos alumnos no se dieron cuenta al mismo tiempo de los aspectos intrínsecos de la variante.
- El impacto de la variante en la distribución de los números ya que a diferencia de los dados regulares la distribución de los números en los dados irregulares afectaba al resultado.
- Introducción por parte de los alumnos del lenguaje probabilístico mencionando sucesos probables, poco probables o imposibles.

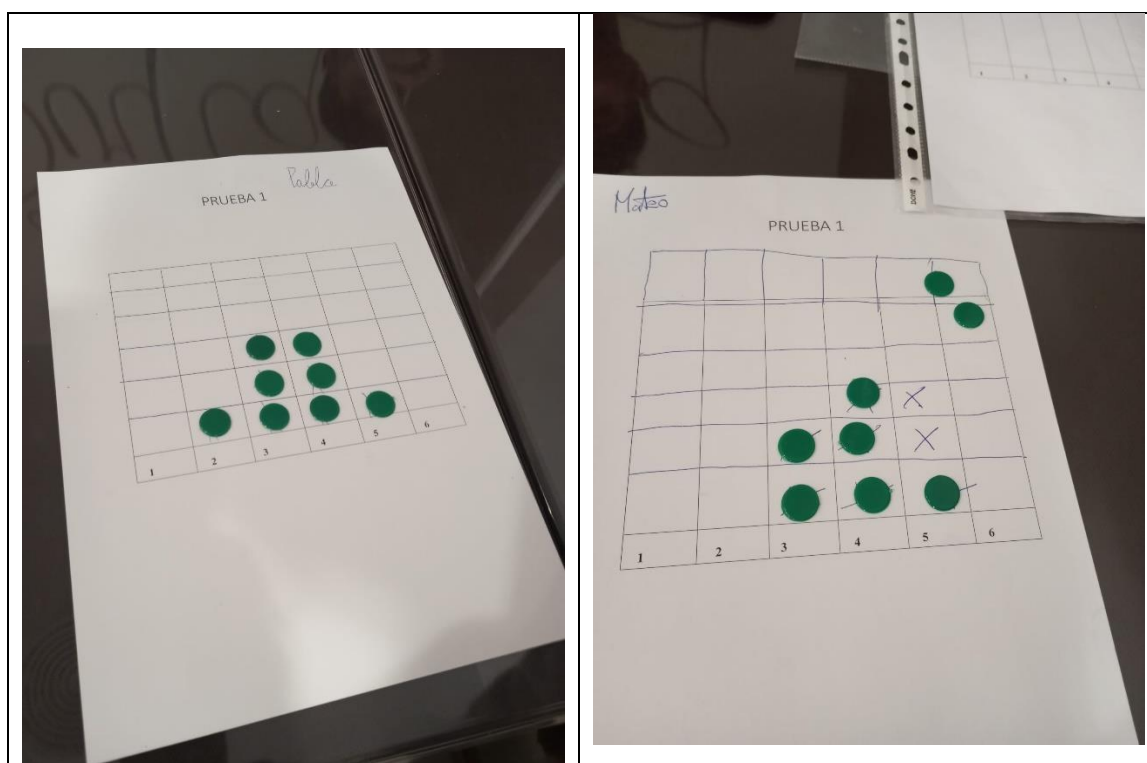
MONEDAS

En primer lugar, es destacable que esta segunda variante se realizo con mayor facilidad que la de los dados patata debido a la menor complejidad del juego y a la menor cantidad de variables posibles

La segunda variante se realizo sin mayores complicaciones y se podría considerar que los resultados fueron los esperados a diferencia de la variante de los dados patata donde los resultados no fueron los esperados, de nuevo en las partidas se puede observar que la personalidad de cada uno de los alumnos afecta en sus apuestas, Pablo siendo más analítico y

Mateo siendo más impulsivo, sin embargo se puede considerar que ambos alumnos comprendieron la mecánica de esta variante mejor que la mecánica de la variante anterior.

En esta variante cabe destacar que, como se puede observar en las hojas de las apuestas, no aparece el número 0, el cual tiene probabilidad de salir, esta modificación esta hecha de manera deliberada para que los alumnos sean capaces de identificar que el 0 no es un suceso imposible, sino que es un suceso poco probable.

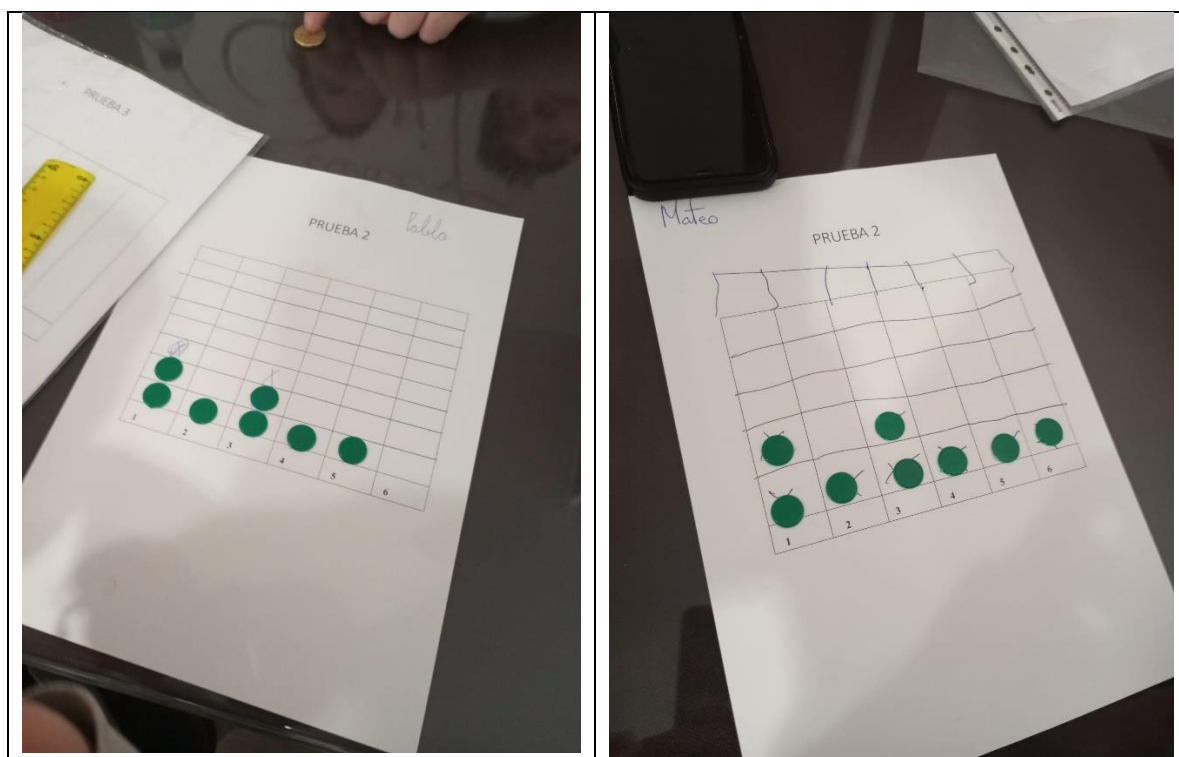


En la primera partida podemos observar patrones interesantes en ambas apuestas, en un `primer lugar ninguno de los alumnos verbalizo nada acerca de que numero de caras tenia mas probabilidades de salir, sin embargo, como se puede observar en sus apuestas los alumnos, basándose ambos en su experiencia caen en cuenta de que los valores centrales, a priori tienen mas posibilidades de salir que los números situados en los extremos.

Al analizar la apuesta del alumno Pablo podemos observar que es una apuesta prácticamente perfecta ya que les da más importancia a los números centrales, especialmente al 3 y al 4, de nuevo su apuesta esta bien repartida y es coherente.

Por otro lado, al observar la apuesta del alumno Mateo se puede observar que no ha comprendido exactamente la mecánica de la variante, sin embargo, les da valores a los números centrales mas que a los números exteriores.

La partida la ganó Pablo.

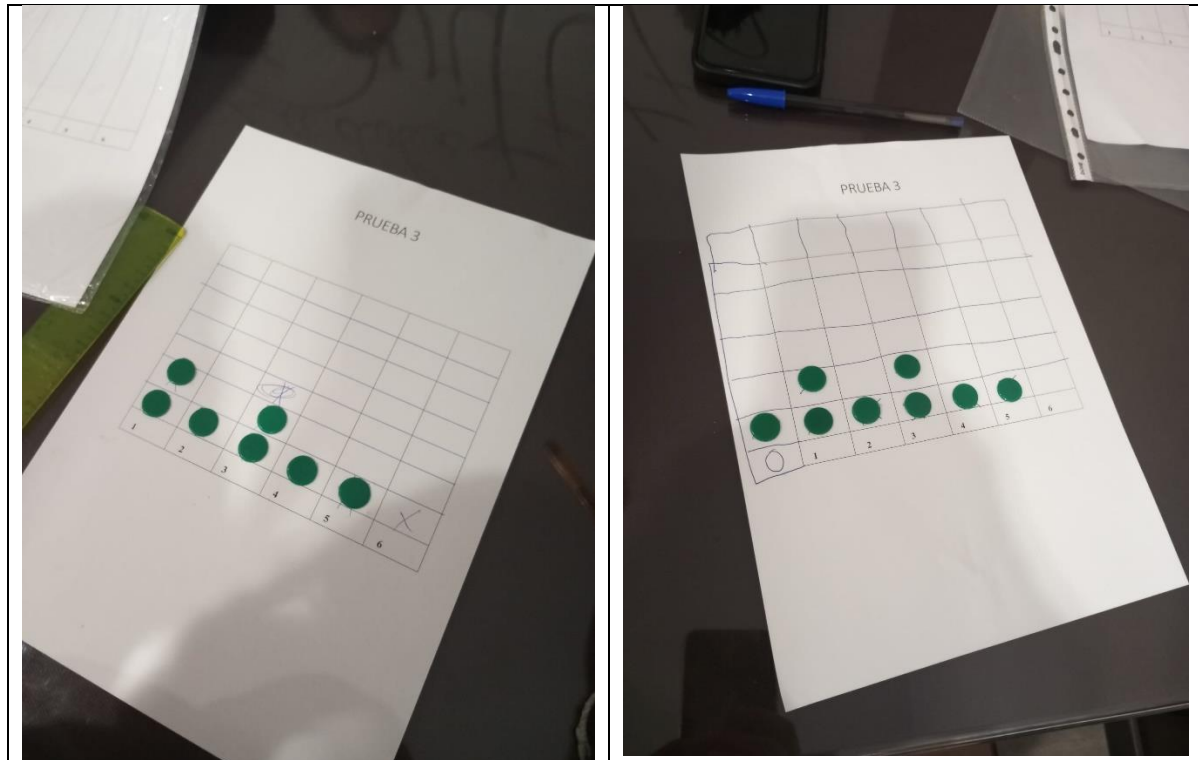


Como se observa en la segunda partida las apuestas fueron prácticamente iguales salvo por una ficha, de nuevo ninguno de los 2 alumnos se percató de la falta

Si se analiza la apuesta de Pablo, se observa una apuesta mas degradada que la anterior que era prácticamente perfecta, en esta apuesta el alumno Pablo reparte mucho mas su apuesta y podemos observar algo que fue determinante en la primera partida, el hecho del numero de veces que salió el 1. Aunque tiene pocas posibilidades se puede determinar que también tiene posibilidades y como el azar es parte de esta experimentación el numero 1 salió mas veces de lo esperado en la partida 1, es por ello que Pablo, quien en la primera ronda decidió no darle ninguna apuesta, en esta segunda decidió apostar 2 fichas.

Al canalizar la apuesta de Mateo este denota algo que no se había visto en las anteriores partidas ni variantes y es que basa su apuesta en la experiencia antes que en su conocimiento y reparte la apuesta mas de lo habitual en él.

La partida la ganó Mateo.



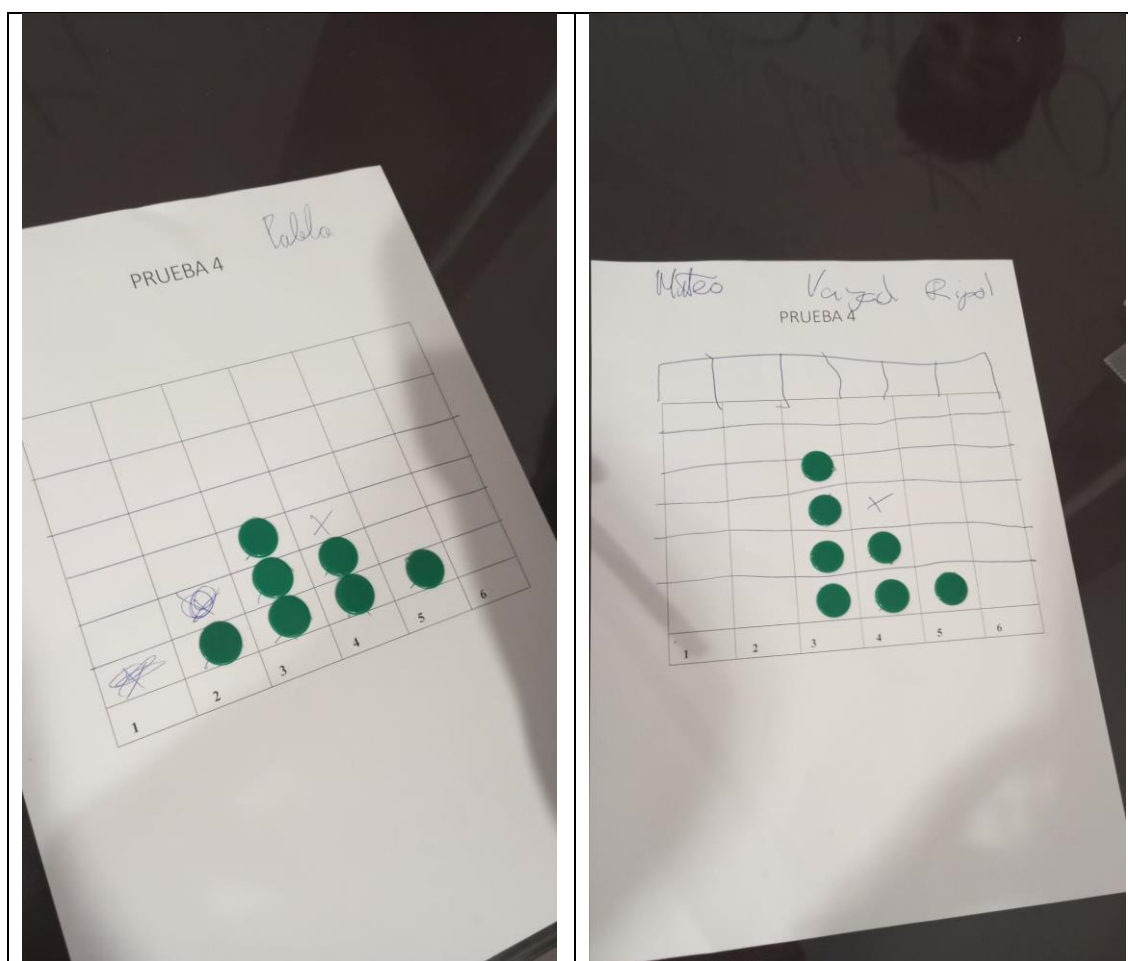
En la tercera sesión no se observaron cambios especialmente reseñables en ninguna de las 2 apuestas, sin embargo, fue en la primera partida que el alumno Mateo cayo en cuenta de que el numero 0 también era posible.

Al analizar la apuesta de Pablo se observa que su apuesta es idéntica a la que hizo el alumno Mateo en la anterior partida y que le supuso la victoria, de nuevo basa su apuesta en base a su experiencia mas que en base a sus conocimientos y la apuesta se ve de nuevo degradada por ello.

La apuesta del alumno Mateo destaca por darse cuenta de que el numero 0 también era posible, es por ello que también le da el valor de una ficha dado que él lo había descubierto.

Ambas apuestas solamente se diferencian en que Pablo le dio valor al 6 y Mateo le dio valor al 0, ambos números con mismas posibilidades, pero el azar intervino, cabe destacar que en esta partida se les relleno una hoja a la vez que iban saliendo los resultados para que fuese conscientes gráficamente de lo que estaba saliendo.

La partida la ganó el alumno Mateo



Por último, en la partida numero 4 hay bastantes aspectos a tener en cuenta, cabe destacar que ambos alumnos verbalizaron la posibilidad de que saliese 0 pero no lo pusieron debido a que consideraron que no tenía casi posibilidades.

La apuesta de Pablo es una apuesta esperable, dando mas valor a los valores centrales y siendo la misma apuesta que en la primera partida, observo lo que había salido en la anterior partida y apostó en base a ello.

La apuesta de Mateo de nuevo regida por su impulsividad le dio muchas fichas al número 3 debido a que se dio cuenta de que era el numero mas probable de salir, sin embargo, no fue capaz de identificar que el numero 4 tenia las mismas posibilidades de salir que el número 2.

La partida quedo empate

Teniendo en cuenta todas las partidas podemos determinar que:

- La dificultad de la variante influye en el buen desarrollo de la misma
- El cambio de objeto no supone un cambio drástico en las apuestas de los alumnos ya que ambos alumnos realizan apuesta similares a las que realizaron con anteriores variantes.
- La diferencia de personalidad de ambos estudiantes que queda reflejado en sus apuestas. Mientras que se observa que Mateo es un alumno impulsivo que basa sus apuestas en su conocimiento, Pablo es un alumno más pausado que basa sus apuestas en su experiencia más que en sus conocimientos.
- Diferencia en los ritmos de aprendizaje ya que ambos alumnos no se dieron cuenta al mismo tiempo de los aspectos intrínsecos de la variante.

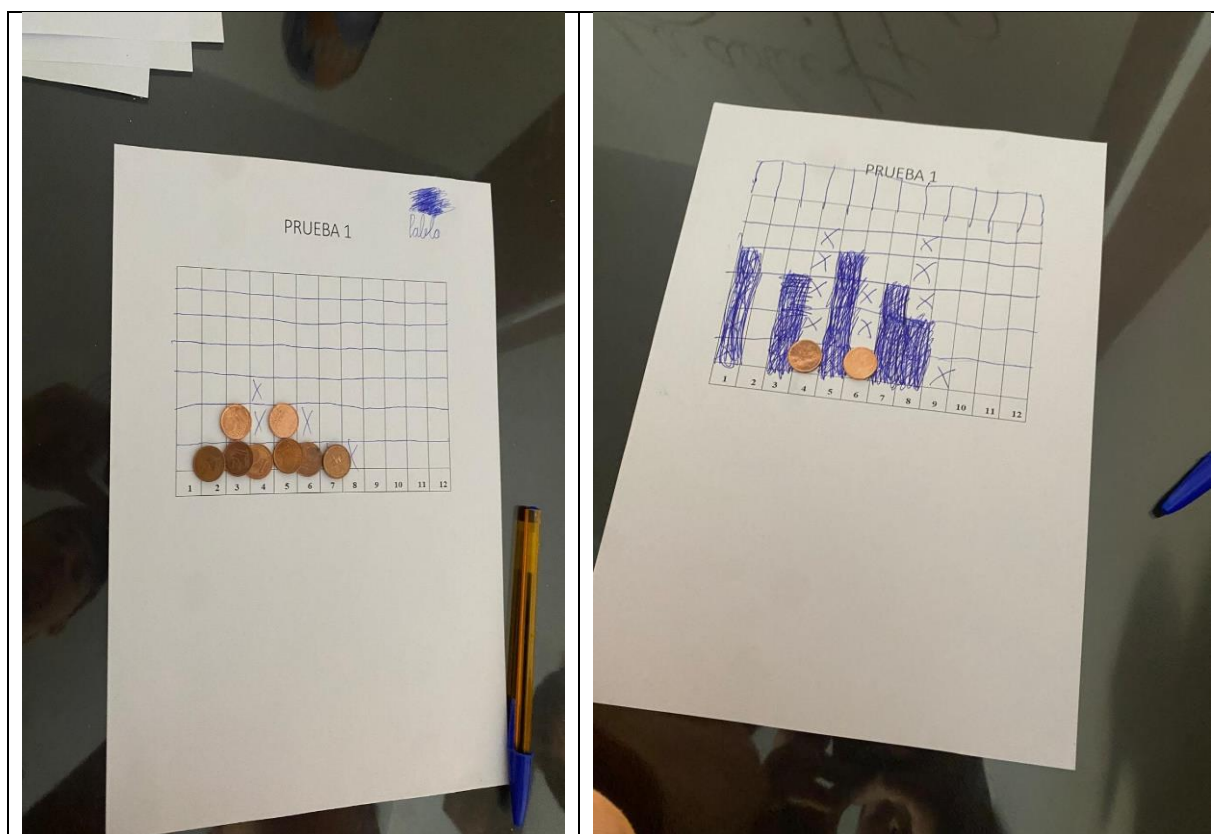
A modo de resumen destacar que, aunque la segunda sesión no fue tan limpia como la primera se extrajeron resultados verdaderamente interesantes.

SESIÓN 3

RULETAS

En la tercera sesión se realizó la variante del juego del Beano de las ruletas, cabe destacar que la sesión numero 3 es la sesión más interesante desde el punto de vista interactivo ya que es la sesión que más participan los alumnos.

Por otro lado, es la sesión menos densa de las 3 y por lo tanto la sesión que da más lugar a que los alumnos experimenten y sean capaces de darse cuenta de las mecánicas de la variante ya que tienen mas tiempo para analizar las partidas y las tiradas.

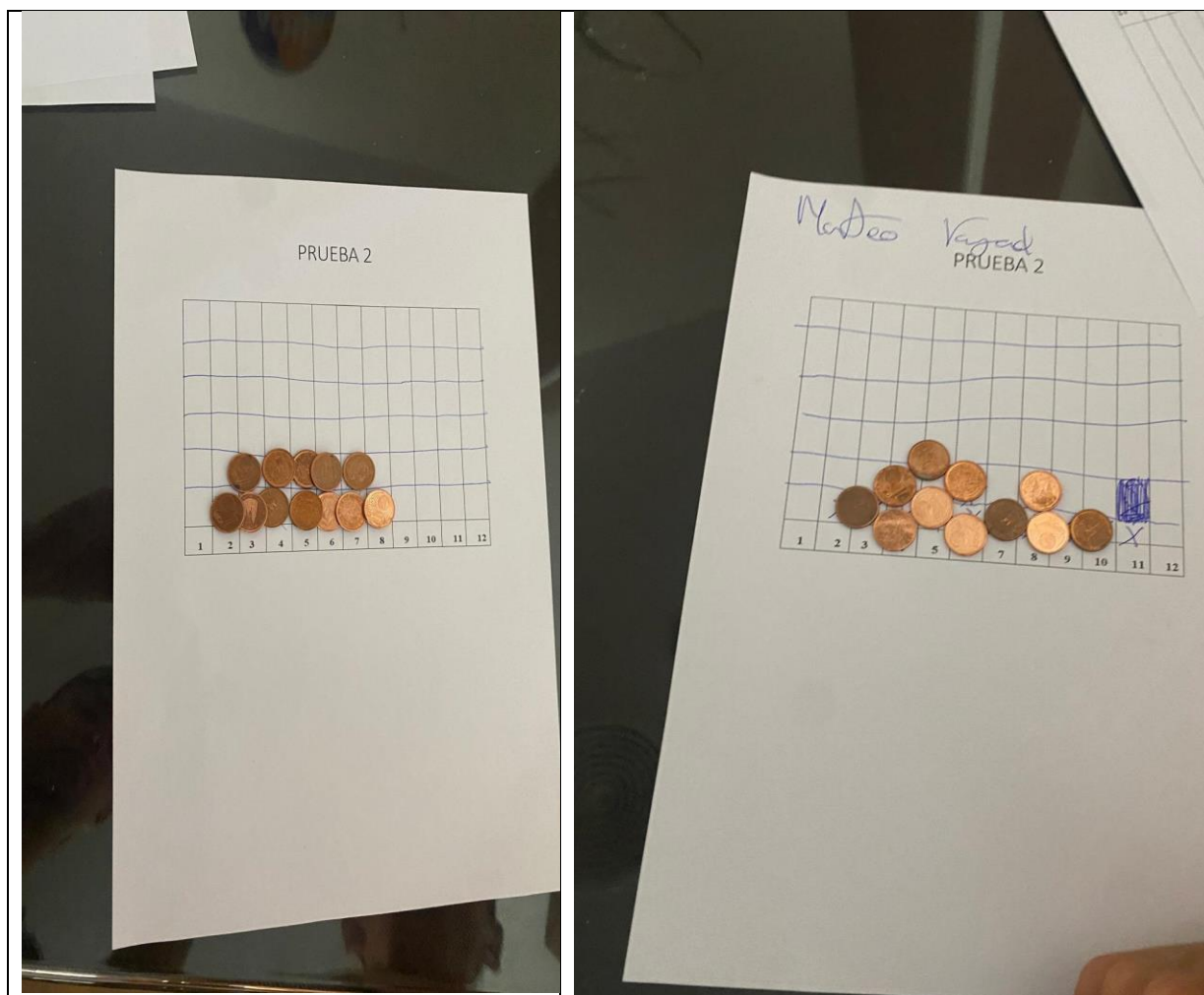


Durante la primera ronda se observan aspectos importantes que se han de tener en cuenta a la hora de analizar las apuestas, también es destacable que uno de los alumnos ya se percató de que la diferente angulación de los números afectaba a la probabilidad de que estos saliesen.

En primer lugar, en la apuesta del alumno Pablo podemos observar que no comprendido la mecánica de las ruletas sin embargo ya que se les dio tiempo para analizarlas llego a la conclusión de que debido a la diferente angulación de los números era más probable que apreciaran números bajo que números altos.

Por otro lado, en la apuesta del alumno Mateo se observa una clara falta de comprensión de la mecánica y falta de análisis de las ruletas. A ambos alumnos se les dio la oportunidad de manipular el objeto sin embargo el alumno Pablo lo examinó más detenidamente.

La apuesta la gano Pablo.

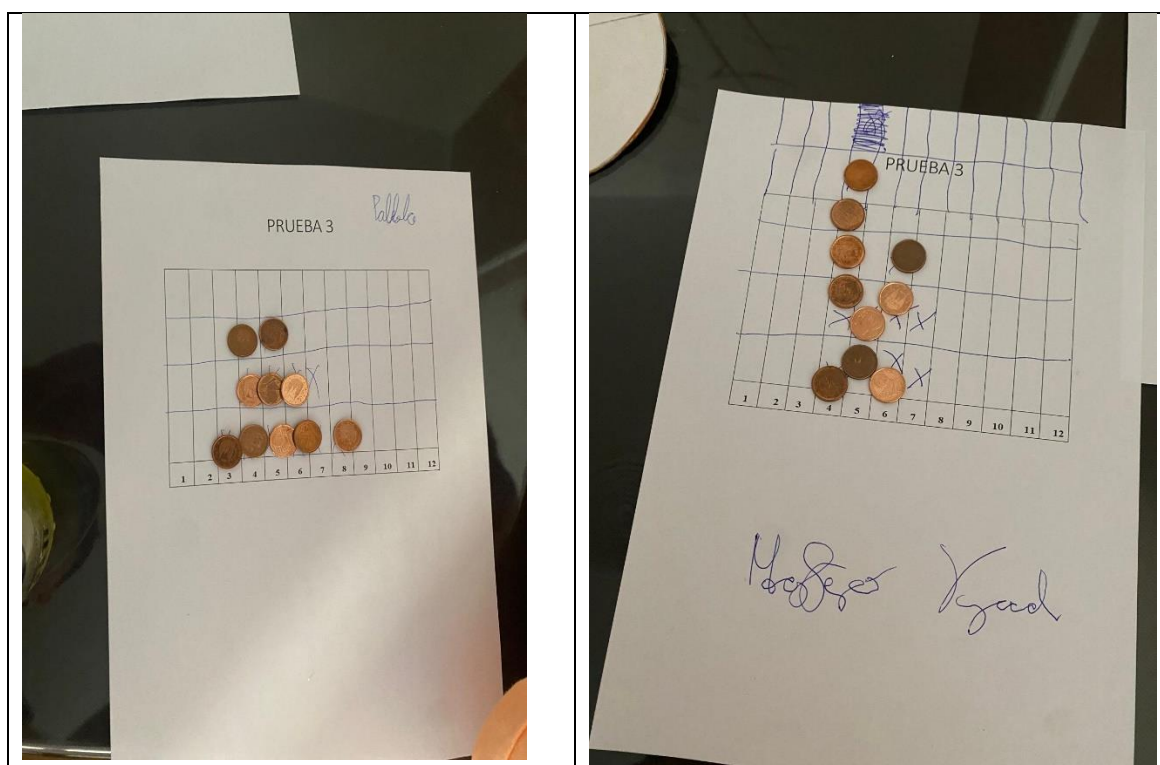


En la partida numero 2 se observan cambios reseñables en uno de los 2 alumnos.

En primer lugar, la apuesta de Pablo es una apuesta de nuevo y en concordancia con la personalidad del alumno basada en la experiencia de la partida anterior donde empezaron a darse cuenta de que había números que tenían más posibilidades de otros de salir, de nuevo es una apuesta repartida y mas enmarcada dentro de la primera docena.

Por otro lado, al analizar la apuesta de Mateo se observa que a diferencia de la primera ronda la apuesta del alumno esta vez es mucho mas repartida dando un especial énfasis a los números 4,5 y 6.

La partida la ganó Pablo



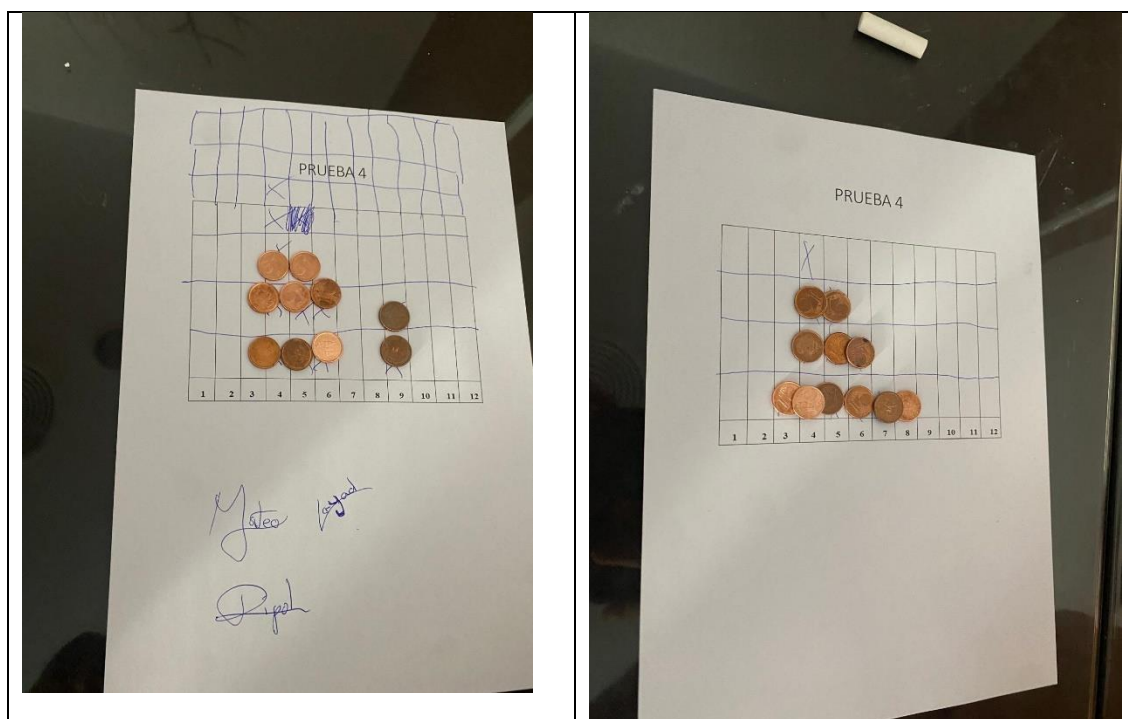
En la partida numero 3 ya se pueden denotar cambios considerables en ambas apuestas si bien la personalidad y carácter de ambos sigue influenciando sendas apuestas.

En primer lugar, la apuesta de Pablo de nuevo es una apuesta buena desde el punto de vista probabilístico atendiendo a la morfología de las ruletas, el alumno se dio cuenta de que los

números más probables eran números del 2 al 6 especialmente el 4, por ello realizó la apuesta de la siguiente manera.

Por otro lado, la apuesta del alumno Mateo se basa de nuevo en su conocimiento por encima de la experiencia, si bien las tiras que habían sido repartían los números del 2 al 6 el alumno se dio cuenta de que los números más probables eran 4,5 y 6 por ello apostó todas sus fichas a esos 3 números.

La partida terminó en empate



La última partida tiene poco destacable puesto que sigue las líneas generales de la partida número 3.

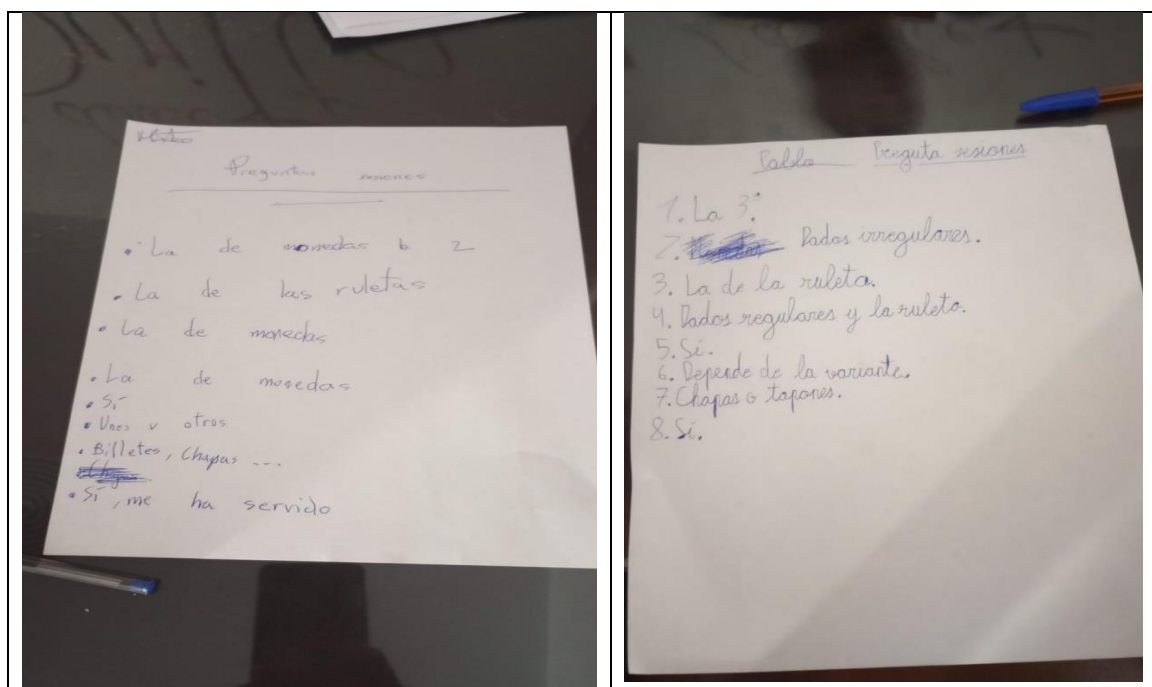
En la apuesta de Pablo de nuevo se observa algún cambio debido a que en la anterior partida quedó empate.

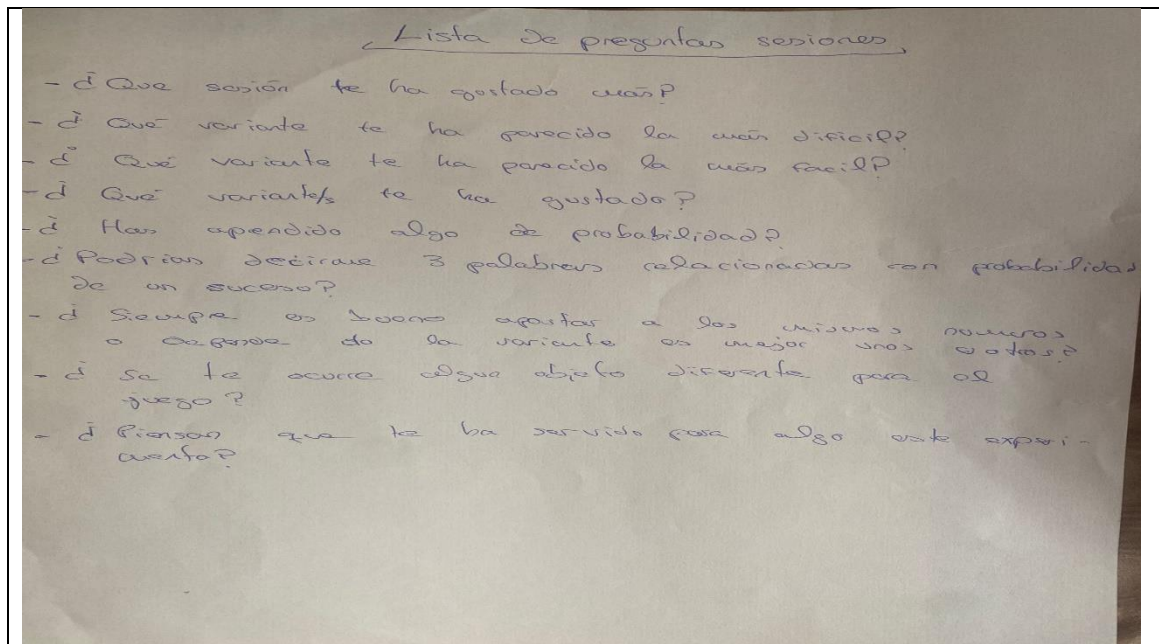
Por otro lado, la apuesta de Mateo es algo más repartida de lo habitual.

La partida la ganó Pablo

Analizando las partidas en general se pudieron observar varios aspectos a destacar:

- Mayor dificultad por parte de los alumnos de comprender los mecanismos de las partidas debido que en sí el juego era más complejo que con los dados regulares.
- La diferencia de personalidad de ambos estudiantes que queda reflejado en sus apuestas. Mientras que se observa que Mateo es un alumno impulsivo que basa sus apuestas en su conocimiento, Pablo es un alumno mas pasado que basa sus apuestas en su experiencia más que en sus conocimientos.
- Diferencia en los ritmos de aprendizaje ya que ambos alumnos no se dieron cuenta al mismo tiempo de los aspectos intrínsecos de la variante.
- El impacto de la variante en la distribución de los números ya que a diferencia de los dados regulares la distribución de los números en las ruletas afectaba al resultado.





Se les realizó una serie de preguntas acerca de las sesiones y las respuestas fueron ambiguas, a destacar que las variantes que menos les agradaron fueron las de los dados, tanto regulares como irregulares, sin embargo, las variantes de monedas y ruletas fueron del agrado de ambos.

CAPÍTULO 7. CONCLUSIONES.

Comparando los objetivos propuestos con el desarrollo de las sesiones y los diferentes aspectos que se han observado se pueden deducir las siguientes conclusiones;

1. Exploración de las variantes del juego del beano

- Las sesiones permitieron a los participantes experimentar con diversas variantes del juego del Beano (dados regulares, dados irregulares, monedas y ruletas).
- Cada variante presentó características únicas que ayudaron a los participantes a comprender diferentes aspectos de la probabilidad.

2. Análisis de la influencia de las condiciones del juego en la probabilidad

- Se observó que las condiciones del juego, como la regularidad o irregularidad de los dados, influyen significativamente en la percepción y comprensión de la probabilidad por parte de los jugadores.
- La variante con dados irregulares fue particularmente desafiante, lo que demuestra cómo las condiciones no uniformes pueden complicar la predicción de resultados y la comprensión de probabilidades.
- Por otro lado, las variantes de monedas y ruletas no presentaron dificultades significativas.

3. Comparación de resultados entre variantes

- La comparación entre las diferentes variantes del juego permitió identificar que las variantes con mecanismos de resultados más familiares (dados regulares y monedas) fueron más fáciles de comprender y aceptar por los participantes.
- Las ruletas también resultaron populares y bien entendidas, posiblemente debido a la familiaridad de los participantes con el juego debido a que se realizaron en la última sesión.

4. Observación del impacto de la distribución de los números

- La distribución de los números y los posibles resultados en cada variante del juego influyó en la estrategia y expectativas de los jugadores.
- Los participantes mostraron una tendencia a adaptarse mejor a distribuciones más intuitivas y equitativas (como en el caso de las monedas y dados regulares).

5. Análisis de la comprensión de la probabilidad

- A lo largo de las sesiones, se evidenció una mejora progresiva en la comprensión de los conceptos de probabilidad entre los participantes.
- La sesión con dados regulares sirvió como una base sólida, mientras que las variantes más complejas ayudaron a profundizar su entendimiento.
- La variante de monedas fue particularmente efectiva para enseñar la idea de eventos equiprobables, y las ruletas ayudaron a entender mejor la distribución de probabilidad y la expectativa matemática.

6. Interactividad y aprendizaje

- La naturaleza interactiva del juego del Beano facilitó un aprendizaje activo y participativo, permitiendo a los jugadores experimentar de primera mano los conceptos teóricos de la probabilidad.
- Los participantes demostraron mayor interés y retención del conocimiento cuando pudieron aplicar directamente los conceptos a través del juego.

Personalmente a lo largo del trabajo y la fase de experimentación se me ocurrieron una serie de recomendaciones para su aplicación futura en caso de llevarlo a la práctica:

- **Futuras Aplicaciones:**
Continuar utilizando variantes del juego del Beano en contextos educativos para fortalecer la enseñanza de la probabilidad. Introducir más variantes con diferentes niveles de complejidad para desafiar y mejorar aún más la comprensión de los estudiantes.
- **Evaluación Continua:**
Implementar evaluaciones continuas para medir el progreso en la comprensión de la probabilidad y ajustar las actividades según el nivel de dificultad y el ritmo de aprendizaje de los participantes.

- Material de Apoyo

Proveer material de apoyo adicional que explique los conceptos teóricos detrás de cada variante del juego para reforzar el aprendizaje obtenido durante las sesiones prácticas.

Estas conclusiones reflejan cómo el experimento no solo alcanzó sus objetivos, sino que también proporcionó una base sólida a los alumnos para futuros estudios acerca de probabilidad.

CAPÍTULO 8. REFERENCIAS

- Osorio, E. (2020). *El juego en la educación primaria: Una revisión teórica* [Trabajo de investigación, Universidad peruana Unión]. Dspace
- Minerva Torres, C. (2002). *El juego: una estrategia importante*. [Trabajo de campo, Universidad de los Andes] Educere.
- Ortega, R. (1988). *El juego infantil: revisión de la teoría de Vygotski sobre la naturaleza psicológica del juego*. [Artículo de revisión, Universidad de Sevilla]. idus - Depósito de Investigación Universidad de Sevilla.
- Leyva, A. (2011). *El juego como estrategia didáctica en la educación infantil*. [Tesis, Universidad Javeriana¹. Repositorio institucional Javeriano.
- Zamorano, M. M., Abad, M. E. M., Hernández, M. J. H., Herrera, C. Q., y De la Fuente, E. P. (2019). *La importancia del juego en los niños*. [Artículo de revisión, Universidad de La Rioja] Dialnet.
- Sarlé, P. (2001). *Juego y aprendizaje escolar: los rasgos del juego en la educación infantil*. Novedad Libros.
- Bascón, M. A. (2007). El juego en Educación primaria. *Innovación y experiencias educativas: Revista digital*, 37, 1-8.
- Mora González-Valera, C. (2020). *El juego como estrategia didáctica y su importancia en el aprendizaje de los niños y niñas en educación primaria*. (Trabajo Fin de Grado Inédito). Universidad de Sevilla.
- Bustamante, L. (2023). Fuera de juego: un análisis sobre el juego y su uso como herramienta pedagógica en la Educación Primaria. *EDUCA: Revista internacional para la calidad educativa*, 3(1), 85-115.
- Gutiérrez, M. (2017). *El juego: Una herramienta importante para el desarrollo integral del niño en Educación Infantil* [Trabajo de investigación, Universidad de Cantabria]. Ucrea.
- Bishop, A. (1998). El papel de los juegos en educación matemática. *Uno: Revista de didáctica de las matemáticas*, 18, 9-19.
- Gairín, J. M. (1990). Efectos de la utilización de juegos educativos en la enseñanza de las matemáticas. *Educar*, 17, 105-118.
- Edo, M. (1998). Juegos y matemáticas: Una experiencia en el ciclo inicial de primaria. *Uno: Revista de didáctica de las matemáticas*, 18, 21-37.
- Edo, M., Baeza M., Deulofeu J. y Badillo E. (2008) Estudio del paralelismo entre las fases de resolución de un juego y las fases de resolución de un problema. *Unión: Revista iberoamericana de educación matemática*, 14, 61-75.
- González Peralta A., Molina J. G. y Sánchez M. (2014). La matemática nunca deja de ser un juego: investigaciones sobre los efectos del uso de juegos en la enseñanza de las matemáticas. *Educación matemática*, 26(3), 109-133.

- Orden ECD/1112/2022, 18 de julio, por la que se aprueban el currículo y las características de la evaluación de la Educación Primaria y se autoriza su aplicación en los centros docentes de la Comunidad Autónoma de Aragón. Boletín oficial del Estado, 145, de 27 de julio de 2022. <https://www.boe.es/eli/es/lo/2006/05/03/2/con>
- Salvador A. El juego como recurso didáctico en el aula de matemáticas [Diapositivas de PowerPoint]. Universidad politécnica de Madrid.
- Muñiz-Rodríguez L., Alonso P. y Rodríguez-Muñiz J. (2014). El uso de los juegos como recurso didáctico para la enseñanza y el aprendizaje de las Matemáticas: estudio de una experiencia innovadora. *Unión: Revista iberoamericana de educación matemática*, 39, 19-33.
- Córdoba Bueno M. (2014). *Anatomía del Juego: Un análisis comparativo de las posibilidades de ganar en los diferentes juegos de azar*. Dykinson
- Domenech A. y Martínez-Juste S. (2021). Acercándonos a la probabilidad en 1.º ESO. *Entorno Abierto*, 39, 6-11.
- Beltrán-Pellicer P. y Giacomone B. (2021). Una propuesta didáctica de probabilidad para el comienzo de la secundaria. *Educação Matemática Pesquisa*, 23(4), 15-20.
- Ley orgánica 2/2006, de 3 de mayo, ley orgánica de educación. Boletín Oficial del Estado, 106, de 4 de mayo de 2006. <https://www.boe.es/eli/es/lo/2006/05/03/2/con>
- Alsina A. y Vasquéz A. (2016). La probabilidad en educación primaria: De lo que debería enseñarse a lo que se enseña. *Uno: Revista de didáctica de las matemáticas*, 71, 46-52.
- Batanero C. (2013). *La comprensión de la probabilidad en los niños: ¿qué podemos aprender de la investigación?* [Diapositivas de PowerPoint]. Departamento de Didáctica de la Matemática, Universidad de Granada.
- Beltrán-Pellicer P., Batanero C. y López de Hierro A. F. (2018). El diagrama de árbol: un recurso intuitivo en Probabilidad y Combinatoria. *Épsilon: Revista de Educación Matemática*. 100, 49-53.
- Turbiville N. (4/16/2012). *Beano: Probability with beans*. Walk in Mathland.

CAPÍTULO 9. ANEXOS.

ANEXO 1.

	Media aritmética Met_N	Media aritmética Met_A
Nivel de interés y motivación	8.5	6.2
Grado de dificultad de los contenidos	6.1	7.2
Resultados en el aprendizaje	8.1	7.0
Grado de satisfacción	8.1	5.9

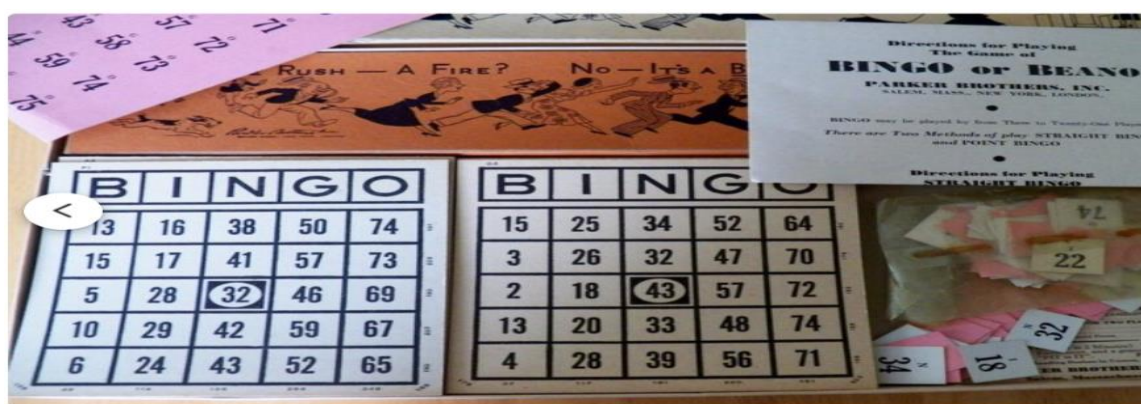
(Se muestra la tabla de resultados de Muñiz, Alonso y Rodríguez en su proyecto de innovación, 2014)

ANEXO 2.

	Fase 1	Fase 2
Suma de los índices de comprensión de cada problema	1,48	2,11
Suma de los índices de facilidad de cada problema	0,87	1,44
Suma de los índices de análisis de cada problema	0,4	1,01

(Se muestra la tabla de la evolución de los índices de la muestra global entre la primera y la segunda fase de la experiencia de Navarro y Deulofeu, 2017)

ANEXO 3.



(Cartón americano 5x5 original del juego del Beano)

ANEXO 4.

Cartón N° 79		www.bingosocial.es · 645 84 05 16						Bingo Social	
3		22		41	52			89	
7	12		38		57		73		
	18	25		44		64	76		

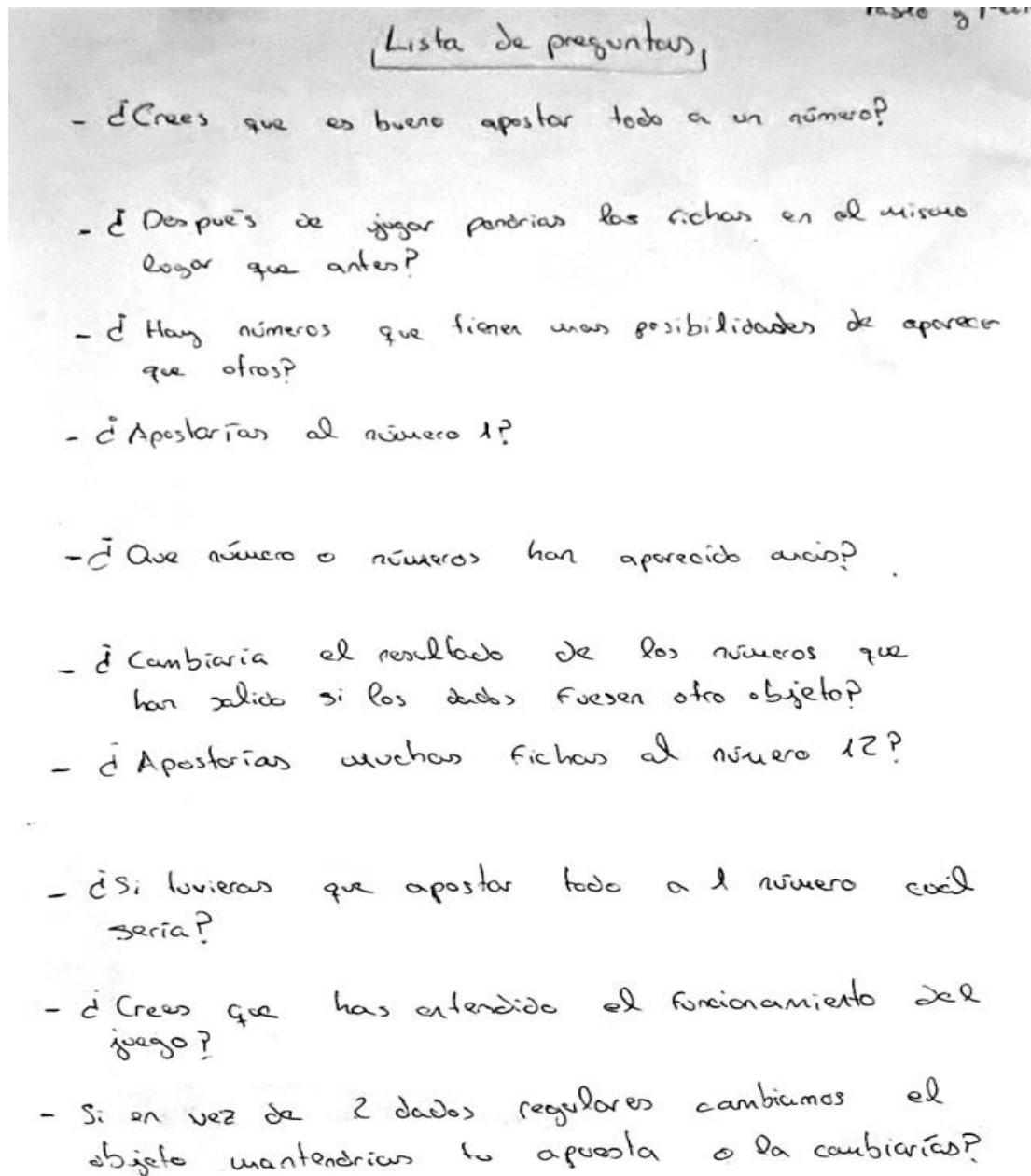
(Cartón del juego del bingo actual)

ANEXO 5.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12

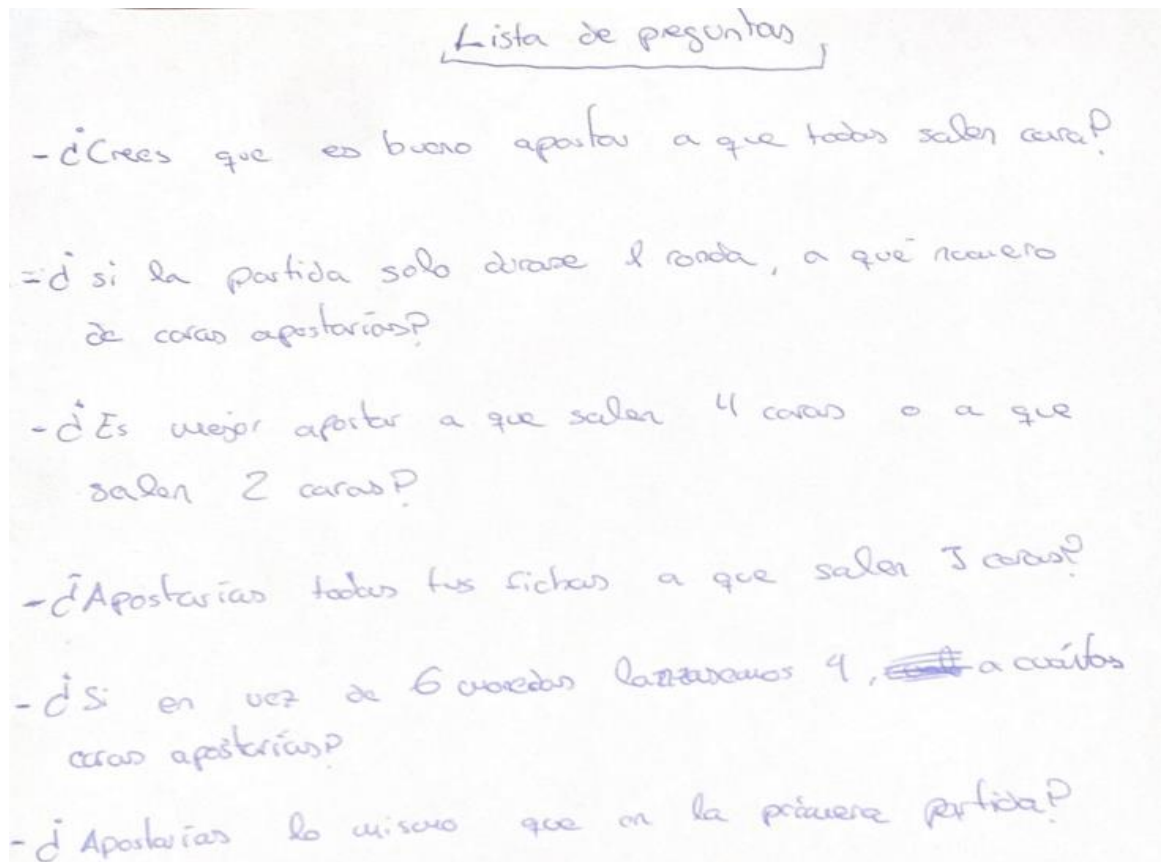
(Cartón del juego del Beano para la experimentación)

ANEXO 6.



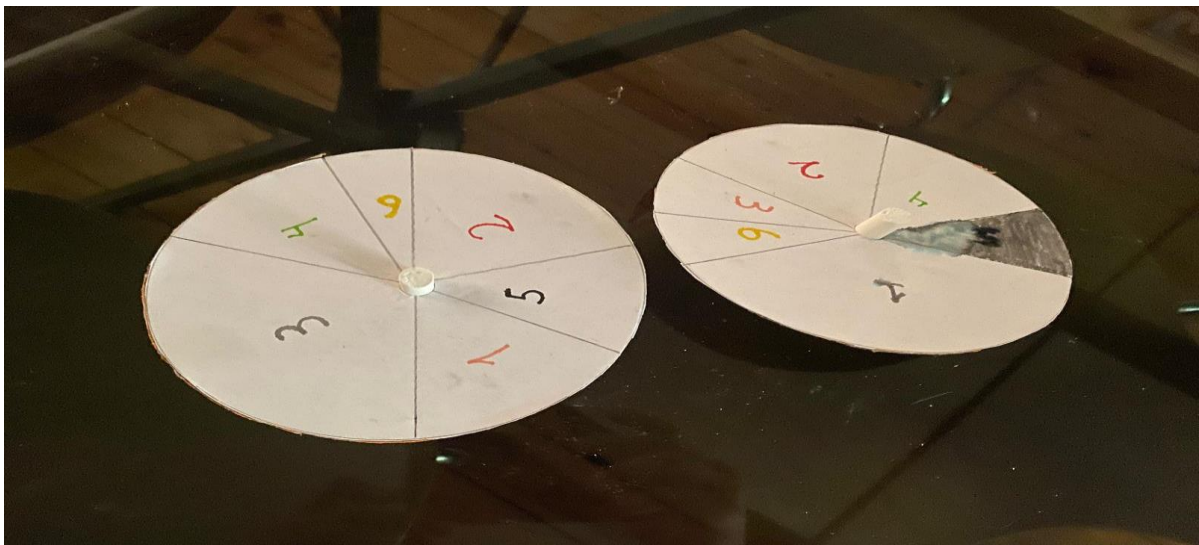
(Lista de preguntas informales de la experimentación dados)

ANEXO 7.



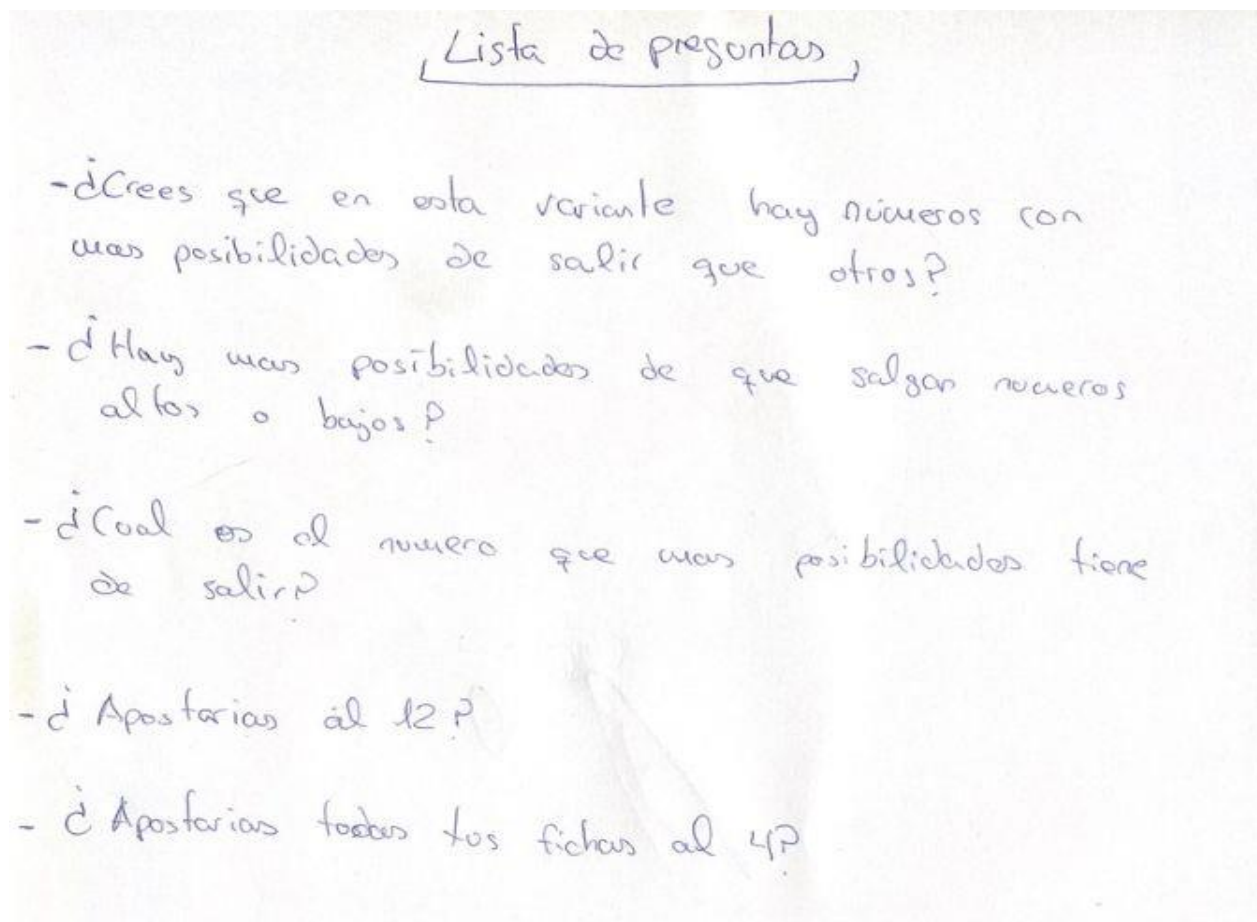
(Lista de preguntas experimentación monedas)

ANEXO 8.



(Ruletas del experimento de ruletas)

ANEXO 9.



(Lista de preguntas realizadas de la variante de ruletas)

ANEXO 10.



(Dados regulares y fichas de la primera variante)

ANEXO 11.



(Dados patata utilizados en la variante de los dados patata)