TESIS DE LA UNIVERSIDAD
DE ZARAGOZA

2025

52

Jose Carlos Fatas Galindo

Reinterpretación de la q de Tobin con innovación y cambio tecnológico en un modelo de crecimiento endógeno

Director/es
Sanso Frago, Marcos Bernardino

ISSN 2254-7606

Prensas de la Universidad
Universidad Zaragoza

Universidad de Zaragoza
Servicio de Publicaciones

ISSN 2254-7606

Universidad Zaragoza
1542

Tesis Doctoral

REINTERPRETACIÓN DE LA Q DE TOBIN CON INNOVACIÓN Y CAMBIO TECNOLÓGICO EN UN MODELO DE CRECIMIENTO ENDÓGENO

Autor

Jose Carlos Fatas Galindo

Director/es

Sanso Frago, Marcos Bernardino

UNIVERSIDAD DE ZARAGOZA
Escuela de Doctorado

Programa de Doctorado en Economía

2024

Reinterpretación de la q de Tobin con innovación y cambio tecnológico en un modelo de crecimiento endógeno

Por

José Carlos Fatás Galindo

Director

Marcos Sanso Frago

Departamento de Análisis Económico

Facultad de Economía y Empresa.

Universidad Zaragoza

Mayo 2024

A Marcos por su dedicación, ánimo y esfuerzo.

A Paula por haberme aguantado en los momentos difíciles.

A Carlitos, Clarita y Paulita por hacerme sonreír.

A mis padres por hacerme capaz.

Índice

Introducción

“El crecimiento es algo progresivo e invisible, pero también lo es el hábito de ser corriente y mediocre, De manera que dedícate en cuerpo y alma a reinventar las cosas y mejorarlas constantemente. Sin innovación, la vida es muerte.”

Robin Sharma

Escritor y Experto en liderazgo

“Por supuesto que tenemos que hacer un beneficio, pero tiene que ser a largo plazo, no sólo a corto plazo, y eso significa que debemos seguir invirtiendo en investigación y desarrollo”

Akio Morita

Cofundador de Sony

“El Señor Mercado es un esquizofrénico en el corto plazo, pero recupera su cordura en el largo plazo”

Peter Lynch

Administrador de Fidelty investment

“Una gran compañía no es una buena inversión si pagas mucho por la acción”

Benjamin Graham

Autor trilogía de la inversión neoclásica

Antecedentes

La teoría de la q de Tobin es una de las explicaciones macroeconómicas más elaboradas sobre la demanda de inversión de las empresas. De acuerdo con la interpretación más difundida de la misma, la inversión tiene sentido si el valor que el mercado atribuye a las acciones de las mismas es superior al coste de reposición del capital que posee, esto es, si la q de Tobin, que es el cociente entre las dos magnitudes, es mayor que la unidad. Las decisiones de inversión dependerán, entonces, de las expectativas futuras de los distintos agentes acerca de la evolución de la q de Tobin (Sargent, 1978). El valor atribuido por el mercado valora, entre otras cosas, la competitividad, los intangibles y las oportunidades de crecimiento.

La primera aparición de la q de Tobin se remonta a finales de los años 60 en un artículo (Tobin, 1969) que sostiene como principal forma de que las políticas monetarias y otras circunstancias pueden afectar a la demanda agregada la posibilidad de influir en la valoración de los activos físicos en relación con sus costes de reposición, esto es, en la q de Tobin que sintetiza muchos elementos económicos simultáneamente y que es posible representar de forma observable.

La vinculación del concepto de la q de Tobin con el comportamiento de economías cerradas y abiertas y con el valor de mercado de las empresas ha sido un tema recurrente desde entonces. Ejemplos de ello son algunas publicaciones destacadas. Abel y Blanchard (1983) caracterizaron la q de Tobin modificando el modelo de crecimiento óptimo introduciendo costes de ajuste que generan una función de demanda de inversión bien definida, identificándola como el precio sombra del capital a partir de un problema de control óptimo. Blundell, Bond, Devereux y Schiantarelly (1992) analizaron empíricamente hasta qué punto son válidos los modelos teóricos de la q de Tobin para explicar las decisiones de inversión de las empresas (compañías británicas entre los años 1975 y 1986). Hayashi e Inoue (1991) obtuvieron a partir de un modelo teórico la relación entre el crecimiento de la inversión y la q de mercado para empresas manufactureras japonesas. Badlwin and Forslid (1998) introdujeron una aproximación directa al análisis de diferentes políticas de apertura en modelos de crecimiento usando la q de Tobin. Basu y Gillman (2009) intentaron explicar a través de un modelo de crecimiento endógeno con costes de inversión crecientes y capital humano la relación entre la inflación y la q de Tobin. En España, como caso particular, Espitia (1986) explicó la utilidad de la q de Tobin para el análisis financiero y analizó la relación entre la q de Tobin y la inversión para una serie de empresas del sector químico entre los años 1961 y 1982. También para España, Alonso y Bentolila (1992) estimaron la ecuación que rige la inversión en capital físico con la q de Tobin como variable principal para 68 empresas cotizadas españolas.

A pesar de que existe un gran número de publicaciones sobre la q de Tobin, no está claramente caracterizada la dinámica de dicha variable, en cualquiera de sus dos acepciones, en contextos de innovación y cambio tecnológico, ya que la gran mayoría de ellas cnsideran su comportamiento en entornos financieros. Existe una referencia reciente (Antonelli y Collombelli, 2011) donde se relaciona la innovación con la q de Tobin y se verifica empíricamente la relación entre la productividad total de los factores (PTF) en las empresas y la q de Tobin con datos de un panel de empresas cotizadas del Reino Unido, Alemania, Francia e Italia entre 1995 y 2005. Controlando por las inversiones en I+D de las empresas, los efectos de la PTF sobre el valor de mercado de las empresas son muy significativos, lo que indica que la PTF es una medida más amplia de la capacidad de innovación que la inversión en I+D. Entendemos este resultado como una indicación de la conveniencia de integrar la teoría de la q de Tobin con modelos de crecimiento endógeno.

Modelos para la q de Tobin con innovación

La presente investigación estudia el comportamiento de la q de Tobin con crecimiento económico endógeno y acumulación de capital, primero en el marco agregado de una economía cerrada, después en el de una economía abierta y, por último, en el marco microeconómico de una empresa. La innovación se representa siempre por el gasto en I+D que proporciona un incremento de la PTF mediante la generación de variedades de capital, incluyendo el efecto de los costes de ajuste y de la depreciación del capital.

En los modelos de economía cerrada y abierta se incluye el efecto de los resultados de la investigación en la minoración de dichos costes de ajuste y en ambos modelos se optimiza dinámicamente considerando como variables de decisión claves el consumo de la población, la inversión en bienes de capital y el gasto en I+D. El modelo desarrollado permite identificar la q estacionaria o de largo plazo de ambas economías.

En el modelo de empresa se incluye también el efecto de la obsolescencia de las variedades de capital o de las mejoras generadas en las mismas, no siendo en este caso el consumo una variable de decisión por razones obvias. Este modelo se pretende utilizar para obtener el valor estacionario de mercado de la q de Tobin y aplicarlo como herramienta predictiva de las cotizaciones de una muestra de empresas.

Para desarrollar la explicación del comportamiento dinámico de la q de Tobin en un contexto de cambio tecnológico e innovación se utiliza uno de los principales modelos de crecimiento endógeno: el modelo de Romer de variedades de bienes de capital. Este modelo incluye progreso tecnológico endógeno, pero con objeto de conseguir el contexto adecuado para la q de Tobin se desarrolla un modelo híbrido neoclásico/Romer que incluye la acumulación endógena de capital simultáneamente con la acumulación de progreso tecnológico, obteniendo una explicación más completa del crecimiento que con los modelos neoclásico o de Romer por separado. Además, en el modelo de empresa, al añadir la obsolescencia de las variedades, se genera otro híbrido entre el modelo de progreso tecnológico de Romer, en el que las mejoras generadas no sufren obsolescencia y el de Aghion y Howitt (1992) donde las mejoras sufren un proceso de "destrucción creativa continua" al quedar superadas por las mejoras posteriores.

La contribución de esta tesis

La justificación de esta investigación radica en el intento de entender la dinámica de la q de Tobin en contextos de innovación y cambio tecnológico, con acumulación de capital, costes de ajuste y depreciación, sobre la que hasta ahora no existen referencias suficientemente desarrolladas. A partir de los resultados de estos modelos de cambio tecnológico como motor de crecimiento se desarrolla una herramienta predictiva de cotizaciones basada en la q de Tobin de la que existen pocas referencias previas. Todas esas referencias se centran en obtener la q de Tobin y con ello el valor de la cotización desde un punto de vista financiero. No tienen en cuenta la inversión en innovación de la empresa y no parten de un modelo teórico económico que optimice los resultados en estado estacionario. Milei (2011), por ejemplo, elaboró una publicación en la que se obtiene el valor de las empresas a través de la q de Tobin utilizando el beneficio de explotación, su coste de capital y su crecimiento, pero sin ponerlos en relación con un modelo teórico.

Todo lo comentado anteriormente resume tanto la motivación como la relevancia del planteamiento de la investigación que contiene esta tesis. A continuación, se sintetizan los resultados obtenidos en cada uno de los tres capítulos en los que se articula.

En el capítulo 1, *Innovación, cambio tecnológico y q de Tobin en economía cerrada*, se prueba que la q de Tobin tradicional (medida por el precio sombra del capital) es la variable que condiciona el comportamiento de la ratio inversión/output, pero no de la tasa de crecimiento. La variable clave que realmente condiciona esta última es la ratio entre el valor del stock de capital utilizado por cada una de las variedades del mismo y el precio sombra de dichas variedades.

En el capítulo 2, *Innovación, cambio tecnológico y q de Tobin en economía abierta*, tampoco la q de Tobin es suficiente para explicar el comportamiento de la inversión y del crecimiento. De forma similar al modelo de economía cerrada, aparece también con un papel protagonista la ratio entre el valor del capital utilizado por cada variedad y el precio sombra de las variedades. Pero cada una de estas dos variables juega un papel que no está tan definido como en economía cerrada, al influir la ratio entre la q de Tobin y el precio sombra de la deuda exterior en variables clave. Esta influencia hace que puedan alternarse en la explicación de la ratio inversión/output y el crecimiento según la situación, sobre todo por su repercusión en la variable capital utilizado por variedad. El intercambio de variedades entre países, por otra parte, potencia claramente el crecimiento en comparación con economía cerrada.

En el capítulo 3, *Innovación, cambio tecnológico y q de Tobin en empresas*, se muestra de forma análoga a los modelos de economía abierta y cerrada, que tampoco la q de Tobin es suficiente para explicar el comportamiento de la inversión y el crecimiento. Sin embargo, a diferencia de los dos modelos anteriores, en el modelo de empresa la variable clave cambia. En este caso, la ratio entre el precio sombra del capital y el de las variedades es la variable que determina el comportamiento tanto de la inversión como del crecimiento.

En la aplicación empírica de este capítulo se aprecia una sobrevaloración excesiva de la q de mercado de las empresas tecnológicas americanas respecto de la q estacionaria que se deriva del modelo y una tendencia a aproximarse, salvo alguna excepción puntual, en los últimos movimientos del mercado confirmando su naturaleza de indicador de largo plazo.

Capítulo1.- Innovación, cambio tecnológico y q de Tobin en economía cerrada

RESUMEN

Este primer capítulo estudia el comportamiento de la q de Tobin con crecimiento económico endógeno y acumulación de capital de una economía cerrada, en un entorno de innovación y cambio tecnológico originado por el gasto en I+D. Se utiliza para representar la innovación y el cambio tecnológico el modelo de Romer de 1990, que permite caracterizar el valor estacionario de la q de Tobin y comprobar que, si bien explica el comportamiento de la inversión, no es suficiente para explicar la tasa de crecimiento de la economía que está vinculada con la ratio entre el valor del capital utilizado por variedad y el precio sombra de las variedades que puede entenderse como una reinterpretación de la q para entornos de innovación y cambio tecnológico.

1.1 Introducción

En este capítulo y a lo largo de toda la tesis se considera como base un modelo particular, el de Romer (1990), que considera el progreso tecnológico como endógeno, determinado por acciones deliberadas de los agentes que intervienen en las actividades que lo promueven. El modelo neoclásico de Solow (1956) buscó encontrar las variables relevantes que ocasionan el crecimiento de una economía cerrada, concluyendo que el progreso tecnológico es lo que determina el crecimiento a largo plazo de la productividad del trabajo observado en las economías desarrolladas desde la revolución industrial. Pero consideró este progreso tecnológico como exógeno. En concreto, el crecimiento de la productividad del trabajo en su modelo se produce a partir de una tasa exógena constante y, por tanto, no se explica el origen económico del mismo a largo plazo.

Romer, considera, sin embargo, el desarrollo tecnológico como endógeno e intenta explicar qué es lo que lo determina. El modelo de Romer (1990) intenta modelizar los rendimientos crecientes que se obtienen derivados de la especialización, siguiendo a Ethier (1982) que sugirió reinterpretar como una función de producción la función de utilidad usada por Dixit y Stiglitz (1977) para describir la preferencia por la variedad. En esta reinterpretación, el output de bien final es una función creciente del número total de variedades de bienes de capital.

Para cada variedad generada hay un coste hundido de innovación de producto en el que se incurre solamente una vez, cuando se introduce la variedad y nunca más (Aghion y Howit, 2009). El coste hundido puede asemejarse al coste de investigación, una actividad de la que resultan innovaciones a añadir al stock de conocimiento tecnológico. En este caso, el conocimiento tecnológico está constituido por una lista de patentes, que contienen la forma de fabricar diferentes productos intermedios o de capital. Cada innovación añade una nueva patente a la lista. La diferencia fundamental del modelo de Romer con otros anteriores no es solamente el coste hundido del desarrollo de la patente, sino que la generación de patentes da lugar a mercados monopolísticos. En el mercado de competencia monopolística en el que actúan los productores de las variedades se generan beneficios positivos que son los que incentivan la creación de nuevas patentes de este tipo de productos. Este planteamiento soluciona el problema creado por el teorema de Euler que concluye que en competencia perfecta toda la producción iría a recompensar el capital y el trabajo y nada a aquellos que suministran tecnología.

En este primer capítulo para economía cerrada se supone un país con un número fijo de habitantes L de vida infinita que ofrecen una unidad de trabajo en cada periodo de tiempo que se usa para la producción del bien final. No existe desempleo y todos los habitantes ofrecen su unidad de trabajo de forma inelástica (sin importar el salario). Existen tres tipos de sectores: Producción de bien final, Producción de bienes intermedios o de capital e Investigación para generar nuevas variedades de capital. La producción del bien final se emplea en consumo, en inversión y en I+D.

Se supone que los bienes de capital se producen mediante la misma función de producción que el bien final y que existe un fallo de mercado derivado de que el monopolista de cada uno de estos bienes obtiene un beneficio positivo, además del fallo que supone el acceso libre al conocimiento tecnológico representado por el conjunto de patentes de bienes de capital que, en consecuencia, actúa como una externalidad.

En el sector de investigación se supone que el número de variedades de productos intermedios crece a una tasa que depende de la cantidad de producto final que se dedica a la investigación. También depende inversamente de la cantidad de capital existente en la economía. Cuanto mayor es el capital acumulado para la fabricación de productos intermedios mayor es el esfuerzo en investigación para producir una nueva variedad de producto intermedio. Además, la generación de variedades tiene rendimientos decrecientes a escala en los recursos dedicados a la investigación. Se introduce también en la generación de variedades el efecto "Learning by doing" del modelo de Romer, esto es, cuanto mayor sea la cantidad de variedades de la economía más sencillo será generar una nueva por efecto del aprendizaje. Se supone que las empresas del sector de investigación buscan maximizar su beneficio. Los ingresos del sector vienen determinados por el número de patentes de productos intermedios que se generan en cada periodo y por el beneficio actualizado que cada monopolista obtendrá de cada patente de productos intermedios. Los costes del sector serán los de los recursos asignados a la investigación.

La primera variable del modelo a la que se destina producción del bien final es el consumo. El comportamiento del consumo se deriva de la función de utilidad de los individuos. La función de utilidad adopta la forma de función isoelástica CRAA (Constat Relative Risk Aversion).

La segunda variable a la que se destina producción del bien final es la inversión, que genera aumento de capital por los nuevos productos intermedios que se van produciendo a partir de las patentes. Como ya hemos comentado, una de las características más interesante del modelo es que hay costes de ajuste con el cambio instantáneo de capital generado por la inversión. Estos costes crecen con la inversión de modo que parte de la misma se consume como consecuencia de los mismos. Por este motivo, a los productores les interesa modificar el capital paulatinamente en lugar de hacerlo de una vez. La función de costes de ajuste es convexa. Si la inversión aumenta, los costes de ajuste aumentarán de forma cuadrática con la inversión. Si hay una desinversión, los costes de ajuste también aumentan de forma cuadrática. Existe un efecto adicional derivado de la economía agregada por el que la acumulación de variedades derivada del esfuerzo investigador alivia en parte los costes de ajuste.

La tercera y última variable del modelo a la que se destina parte de la producción del bien final es la investigación (o gasto en I+D), que se destina a la obtención de nuevas patentes de variedades de productos intermedios, variedades que hacen que disminuyan los costes de ajuste previamente expuestos.

Con este modelo se tiene un sistema dinámico que permite su solución como un problema de control óptimo que se resuelve en economía descentralizada para poder conocer el comportamiento de mercado. El problema de control que se plantea es el de elegir las trayectorias de consumo, inversión y gasto en investigación que maximizan la utilidad intertemporal sujeta a las ecuaciones de movimiento del capital y del número de variedades y a los valores iniciales de dichas variables, garantizando la presencia de los dos fallos de mercado y la forma en la que el mercado los resuelve. Si no se hubiese garantizado esa presencia y su solución por el mercado en no se hubiesen obtenido las trayectorias de mercado sino las de un planificador benevolente.

1.2 La función de producción final y el sector de productos intermedios

El producto final se produce en un mercado de competencia perfecta usando trabajo y una serie de productos intermedios indexados por i en el intervalo $[0, M_t]$, donde M_t es el número de variedades de productos intermedios (o de capital) de la economía en el periodo t. La función de producción del bien final en cada periodo de tiempo t se puede expresar de la siguiente forma en base al modelo de Romer (Véase Anexo A):

$$Y_t(L, x_i, M_t) = L^{1-\alpha} \sum_{i=0}^{M_t} x_i{}^{\alpha} \qquad 0 < \alpha < 1 \qquad (1.1)$$

Donde Y_t es la producción del bien final y cada x_i es la cantidad del bien intermedio i-ésimo usado como input. El input de mano de obra es siempre constante e igual a L.

Mientras Y y M varían con t, no así x_i.La cantidad producida de cada bien intermedio es constante en el tiempo ya que se supone que todas las variedades emplean la misma cantidad de bien intermedio para producir el bien final.

Reinterpretamos la producción de cada bien intermedio como el capital por cada variedad de manera que, se puede escribir:

$$x_i = k_i \tag{1.2}$$

Si se interpreta como que el bien intermedio y el bien final tienen la misma función de producción se puede decir que $x_i = k_i$ es la producción del bien final que se destina a inversión en el bien diferenciado i-ésimo. Este producto intermedio es fabricado y comercializado únicamente por un monopolista que ha creado mediante I+D esa variedad de producto intermedio. El monopolista vende sin competencia el producto intermedio y alquila capital para su producción. Existe un fallo de mercado derivado de que el monopolista obtiene un beneficio positivo.

El beneficio unitario del productor del bien final (B_f) en el periodo t se deriva según la expresión:

$$B_{ft} = Y_t(L, x_i, M_t) - \sum_{i=0}^{M_t} P_{x_i} x_i \tag{1.3}$$

Donde P_{x_i} es el precio del producto intermedio[1].

Si se maximiza el beneficio del productor final respecto a x_i la condición de primer orden es la siguiente:

$$\frac{\partial B_{ft}}{\partial x_i} = \frac{\partial Y_t}{\partial x_i} - P_{x_i} = \alpha L^{1-\alpha} {x_i}^{\alpha-1} - P_{x_i} = 0 \tag{1.4}$$

Con el precio que resulta de 1.4 el beneficio unitario del monopolista tiene la siguiente forma:

$$B_{mt} = P_{x_i} x_i - r_t\, k_i \tag{1.5}$$

[1] Como L es constante, no se incluye el coste del trabajo en la expresión del beneficio. El precio del bien final es el numerario (=1).

Donde r_t es la tasa de alquiler de capital igual al tipo de interés real.

Combinando las ecuaciones 1.2, 1.4 y 1.5 obtenemos que:

$$B_{mt} = \alpha L^{1-\alpha} {k_i}^{\alpha} - r_t\, k_i \tag{1.6}$$

El beneficio B_{mt} del monopolista también se maximiza respecto a la cantidad de capital por variedad:

$$\frac{\partial B_{mt}}{\partial k_i} = \alpha^2 L^{1-\alpha} {k_i}^{\alpha-1} - r_t = 0 \tag{1.7}$$

Operando en 1.7 se obtiene que:

$$k_i = \frac{{r_t}^{\frac{1}{\alpha-1}} L}{\alpha^{\frac{2}{\alpha-1}}} \tag{1.8}$$

Combinando, además, las ecuaciones 1.2, 1.4 y 1.8 se obtiene la expresión del precio del bien intermedio:

$$P_{x_i} = \frac{r_t}{\alpha} \tag{1.9}$$

La ecuación 1.9 refleja una característica importante. Al ser α <1 está indicando que el precio del bien intermedio es mayor que el coste marginal rt, lo que refleja la consecuencia del fallo de mercado consistente en la existencia de competencia imperfecta (monopolio).

Combinando ahora las ecuaciones 1.2, 1.5 y 1.9 obtenemos el beneficio del monopolista en función de k_i y r_t :

$$B_{mt} = r_t\, k_i \frac{(1-\alpha)}{\alpha} \tag{1.10}$$

Sea K_t el capital total acumulado en la economía en el instante t que se ha usado exclusivamente para producir más variedades de productos intermedios usados para producir el bien final. Sabiendo que hay M_t variedades en el instante t, ha de cumplir:

$$k_i = \frac{K_t}{M_t} \tag{1.11}$$

En estas condiciones la ecuación 1.1 de la función de producción de Romer queda de la siguiente manera:

$$Y(L, K_t, M_t) = L^{1-\alpha} \sum_{i=0}^{M_t} \left(\frac{K_t}{M_t}\right)^{\alpha} \tag{1.12}$$

Operando, queda la siguiente función de producción del bien final:

$$Y(L, K_t, M_t) = L^{1-\alpha}\, M_t^{1-\alpha} {K_t}^{\alpha} \tag{1.13}$$

La ecuación 1.13 demuestra que la producción del bien final aumenta con el número de variedades de productos intermedios existentes en la economía para producir el bien final suponiendo que la mano de obra y la cantidad total de capital en la economía permanecen constantes. Este resultado refleja la idea de que un incremento ceteris paribus en el grado de especialización en la tecnología del capital incrementa la producción del bien final. Dado el empleo y el capital de la economía, un mayor número de variedades de capital, aunque la cantidad que aporte cada variedad para producir el bien final sea más pequeña, aumenta la producción del bien final.

Normalizando la ecuación 1.13 respecto de K obtenemos la siguiente expresión para la productividad del capital:

$$\frac{Y\ (L, K_t, M_t)}{K_t} = L^{1-\alpha}\, M_t^{1-\alpha} {K_t}^{\alpha-1} = k_t^{\alpha-1} \tag{1.14}$$

Donde k_t es el capital por unidad de trabajo efectivo $L * M_t$. Hablamos de trabajo efectivo porque un empleo dado tiene más efecto sobre la producción, dado K_t, cuanto mayor es M_t, el número de variedades capital.

Además, combinando las ecuaciones 1.8, 1.11 y 1.14 obtenemos la siguiente relación también para la productividad de capital:

$$\frac{Y\ (L, K_t, M_t)}{K_t} = \frac{r_t}{\alpha^2} \tag{1.15}$$

1.3 Sector de investigación

Suponemos que la cantidad de variedades de productos intermedios, o innovaciones, crece a una tasa que depende positivamente de la cantidad de producto final que se dedica a la investigación y, negativamente, de la cantidad de capital existente en la economía. Cuanto mayor es el capital acumulado total de productos intermedios mayor ha de ser el esfuerzo en investigación (R_t) para tener el mismo efecto en la producción de patentes, permaneciendo constante todo lo demás. Este esfuerzo en investigación es una de las tres variables de control en las que se emplea la producción del bien final. Además, suponemos que la generación de variedades tiene rendimientos decrecientes a escala respecto a la investigación. En otras palabras, la relación no es lineal, sino que el gasto en investigación por unidad de capital es más efectivo en la producción de variedades cuanto menor es su valor (forma logarítmica). Se introduce también en la generación de variedades el efecto "Learning by doing" del modelo de Romer, esto es, cuanto mayor es la cantidad de variedades más fácil es generar una nueva por el efecto de aprendizaje. Estas propiedades se reflejan en la siguiente ecuación de acumulación de nuevas patentes de variedades de bienes intermedios o de capital:

$$\dot{M}_t = \frac{dM_t}{dt} = \lambda M_t Ln(\frac{R_t}{K_t} + 1) \quad \lambda > 0 \tag{1.16}$$

$\dot{M}$ es la variación en tiempo continuo de variedades, el parámetro λ refleja la productividad de sector de investigación y R_t los recursos dedicados a la investigación.

Se supone que los agentes activos en el sector de la investigación buscan maximizar su beneficio. Los ingresos del sector vienen dados por el número de patentes de productos intermedios que se generan en un periodo multiplicado por el beneficio actualizado que el monopolista obtendrá de cada patente en el sector de productos intermedios $(\frac{B_{mt}}{r_t})$. Los costes del sector serán los recursos destinados a la investigación R_t. Así el beneficio B_{Rt} tendrá la expresión:

$$B_{Rt} = \frac{B_{mt}}{r_t} \lambda M_t Ln(\frac{R_t}{K_t} + 1) - R_t \tag{1.17}$$

Sustituyendo la expresión 1.10 de B_{mt} y maximizando respecto a R_t obtenemos la relación R/K que maximiza el beneficio de una empresa del sector investigador:

$$\frac{R_t}{K_t} = \lambda \frac{1-\alpha}{\alpha} - \mathbf{1} \tag{1.18}$$

La ecuación 1.18 proporciona la expresión paramétrica que tiene la solución de equilibrio de la ratio entre la inversión en investigación y el stock de capital al ser la que maximiza el beneficio del emprendedor. Cuanto mayor sea λ, más esfuerzo debe hacer en investigación respecto al capital total de la economía para maximizar el beneficio. Asimismo, un mayor valor de α disminuye el gasto en investigación respecto al capital existente para maximizar el beneficio, ya que según la ecuación 1.13, el capital se vuelve más productivo que las variedades y, por lo tanto, compensa gastar menos en investigación e invertir más en capital.

1.4 El consumidor

Como se ha visto en el apartado anterior, el esfuerzo en investigación es una de las tres variables de control en las que se emplea la producción del bien final. Otra de las variables va a ser el consumo de bien final del consumidor representativo c_t. La función objetivo del consumidor será la siguiente expresión de la función de utilidad intertemporal (con horizonte infinito, adecuadamente descontada a tasa ρ):

$$U\ (c_t) = \int_0^t u(c_t) e^{-\rho t}\ \mathrm{dt} \tag{1.19}$$

La función de utilidad instantánea $u(c_t)$ adquirirá la forma de la denominada función isoelástica CRAA (Constat Relative Risk Aversion):

$$u(c_t) = \frac{c_t^{1-\sigma}}{1-\sigma} \qquad \sigma > 0 \tag{1.20}$$

1.5 Inversión y acumulación de capital

La última variable en el modelo a la que se destina parte de la producción del bien final es la inversión I_t. Dicha inversión genera un aumento de capital para producir el bien final y los nuevos productos intermedios que se vayan generando con las patentes. Una de las características importantes del modelo es que hay costes de ajuste con el cambio instantáneo de capital generado por la inversión. Estos costes crecen con la inversión de modo que parte de esta inversión destinada a la variación de capital se consume en estos costes de ajuste. Por este motivo, a los productores les interesa modificar el capital paulatinamente en lugar de hacerlo de una vez. Los costes de ajuste $\mathrm{CA}(I_t)$ tienen el siguiente comportamiento, que da lugar a una función convexa:

$\mathrm{CA}(I_t) \geq 0 \qquad \mathrm{CA}(0) = 0$

$\mathrm{CA}'(I_t) > 0$ si $I_t > 0$ y $\mathrm{CA}'(I_t) < 0$ si $I_t < 0$

$\mathrm{CA}''(I_t) > 0$

Si la inversión aumenta, los costes de ajuste aumentan, por ejemplo, de forma cuadrática, de manera que si hay desinversión los costes de ajuste también aumentan. La figura 1.1 sería la representación resultante.

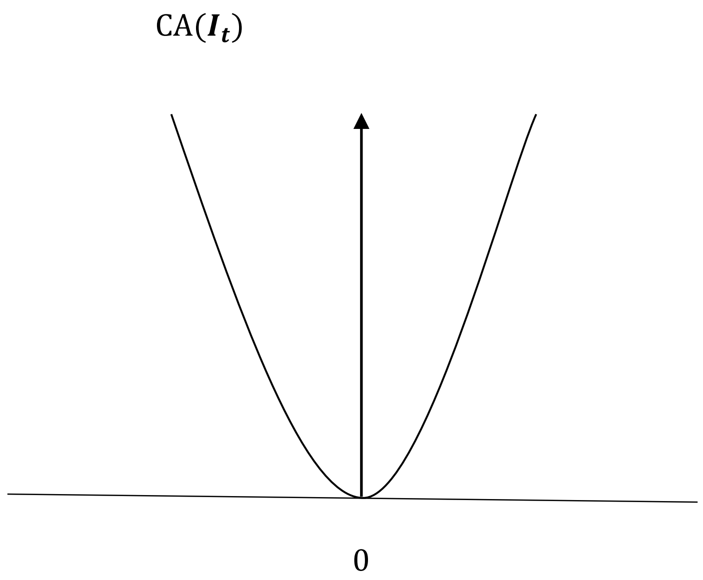


Figura 1.1.- Función de costes de ajuste.

Se considera expresamente la siguiente función de costes de ajuste (Rusell y Cooper, 1998):

$$\mathrm{CA}(I_t) = \frac{\Upsilon_1}{2}\left(\frac{{I_t}^2}{{K_t}^2}\right) K_t \tag{1.21}$$

Donde $\Upsilon_1 > 0$ es el parámetro que regula los costes de ajuste.

Introducimos también el efecto de la depreciación del capital, D_t, como elemento consumidor de capital (Escribá, Murgui y Ruiz, 2016):

$$D_t(K_t) = \delta K_t \tag{1.22}$$

donde el $\delta > 0$ es el parámetro que indica la tasa de depreciación del capital.

A continuación, se introduce un efecto interesante derivado del proceso investigador de que se da en un contexto agregado. Se supone que las nuevas patentes obtenidas en un periodo generan un efecto reductor de los costes de ajuste, RCA. La reducción de los costes de ajuste depende entonces de la relación 1.16, que explica la variación de las patentes. Cuantas más variedades nuevas haya en la economía mayor será la repercusión del proceso investigador en la reducción de los costes de ajuste:

$$RCA(R_t) = \Upsilon_2 M_t Ln\left(\frac{R_t}{K_t} + 1\right) \tag{1.23}$$

Donde el parámetro $\Upsilon_2 > 0$ representa la efectividad del proceso investigador en la reducción de los costes de ajuste.

A continuación, se resume cómo quedaría la ecuación que rige la variación de capital agregado:

$$\dot{K}_t = I_t - \frac{\Upsilon_1}{2}\left(\frac{{I_t}^2}{{K_t}^2}\right) K_t - \delta K_t + \Upsilon_2 M_t Ln(\frac{R_t}{K_t} + 1) \tag{1.24}$$

Es decir, la variación del capital $\dot{K}_t$ utilizado para producir el bien final es igual a la producción final destinada a inversión, menos los costes de ajuste que incrementan con la inversión (o desinversión), menos la depreciación del capital y más lo que estos pueden minorarse por la generación de nuevas variedades de productos intermedios.

1.6 Equilibrio en el mercado de bienes

La producción del bien final se va a emplear, como ya hemos comentado previamente, en tres variables de control: consumo, inversión y gasto en I+D:

$$Y_t = C_t + I_t + R_t \tag{1.25}$$

Si esta condición de equilibrio se normaliza respecto al capital total de la economía, obtenemos la relación que va a ser relevante para explicar el comportamiento de largo plazo:

$$\frac{Y_t}{K_t} = \frac{C_t}{K_t} + \frac{I_t}{K_t} + \frac{R_t}{K_t} \tag{1.26}$$

1.7 La trayectoria óptima

Con los elementos expuestos previamente se tiene un sistema dinámico que tendrá un comportamiento que se puede derivar de un problema de control óptimo. Tenemos dos variables de estado (K_t y M_t) y tres variables de control ($C_t, I_t \; y \; R_t$). La función objetivo a maximizar es en este caso $U(c,t)$. El problema de control que se plantea es el de elegir las trayectorias de consumo, inversión y gasto en investigación que maximicen la utilidad intertemporal, sujeta a las ecuaciones de movimiento 1.16 y 1.24 y los valores iniciales de capital y número de variedades:

$$\underset{\{C_t\}_0^\infty, \{I_t\}_0^\infty, \{R_t\}_0^\infty}{Max} \quad U = \int_0^\infty u(c) e^{-\rho t} \, dt$$

s.a.:

$$\dot{K}_t = I_t - \frac{\Upsilon_1}{2}\left(\frac{{I_t}^2}{{K_t}^2}\right)K_t - \delta K_t + \Upsilon_2 M_t Ln(\frac{R_t}{K_t} + 1)$$

$$\dot{M}_t = \lambda M_t Ln(\frac{R_t}{K_t} + 1)$$

Con K_0 y M_0 dados.

El problema de control es un problema de Bolza y la solución a este problema es conocida como el principio del máximo de Pontryagin. Este principio requiere la definición del siguiente Hamiltoniano:

$$H_C = e^{-\rho t}\, u(c) + q_t\, \dot{K}_t + \mu_t\, \dot{M}_t \tag{1.27}$$

donde q_t es el precio sombra del capital en el instante t (variable de coestado) y μ_t es el precio sombra de las patentes (variedades) en el instante t (variable de coestado).

Las 7 condiciones necesarias (véase su resolución completa en Anexo A) de máximo son:

1. $\frac{\partial H}{\partial C_t} = 0$ (1.28)
2. $\frac{\partial H}{\partial I_t} = 0$ (1.29)
3. $\frac{\partial H}{\partial R_t} = 0$ (1.30)
4. $\frac{\partial H}{\partial q_t} = \dot{K}_t$ (1.31)
5. $\frac{\partial H}{\partial \mu_t} = \dot{M}_t$ (1.32)
6. $\frac{\partial H}{\partial K_t} = -\dot{q}_t$ (1.33)
7. $\frac{\partial H}{\partial K_t} = \dot{\mu}_t$ (1.34)

Resolviendo la ecuación 1.29 (véase Anexo A) obtenemos directamente una relación paramétrica para I_t/K_t:

$$\frac{I_t}{K_t} = \frac{1}{\Upsilon_1} \tag{1.35}$$

1.8 Relación entre las distintas tasas de crecimiento en equilibrio estacionario

A continuación, se analizan las diferentes formas que puede tomar la tasa de crecimiento g en equilibrio estacionario. La productividad crece de forma constante, al igual que el resto de las variables, para que se cumpla la ecuación 1.28 por lo que:

$$g = \frac{\dot{C}_t}{C_t} = \frac{\dot{K}_t}{K_t} = \frac{\dot{M}_t}{M_t} = \frac{\dot{Y}_t}{Y_t} \qquad (1.36)$$

Se analiza primero la tasa de crecimiento del consumo operando la condición necesaria 1.28. Combinándola con la condición necesaria 1.34 y las ecuaciones 1.18 (relación paramétrica de R_t/K_t) y 1.36 (véase Anexo 1), se obtiene la siguiente expresión del crecimiento:

$$g = \frac{\dot{C}_t}{C_t} = \frac{\left(r_t + \frac{1}{2\Upsilon_1} - \delta - \rho - \lambda \frac{1-\alpha}{\alpha} + \mathbf{1}\right)}{\sigma} \qquad (1.37)$$

En segundo lugar, si se analiza el crecimiento del capital dividiendo la ecuación 1.24 por K_t y combinándola con la ecuación paramétrica 1.18 se obtiene la expresión:

$$g = \frac{\dot{K}_t}{K_t} = \frac{1}{2\Upsilon_1} - \delta + \frac{\Upsilon_2}{k_i} Ln\, \lambda \frac{1-\alpha}{\alpha} \qquad (1.38)$$

Y, en tercer lugar, si analizamos el crecimiento respecto al número de variedades dividiendo la ecuación 1.16 por M_t y combinándola con la ecuación paramétrica 1.18 se obtiene la tasa de crecimiento de equilibrio estacionario:

$$g = \frac{\dot{M}_t}{M_t} = \lambda\, Ln\, \lambda \frac{1-\alpha}{\alpha} \qquad (1.39)$$

La expresión paramétrica 1.39 proporciona la tasa de crecimiento en función de λ y α. Como se puede observar, el crecimiento de la economía depende fuertemente de la constante tecnológica.

Combinando las tres expresiones de crecimiento podemos obtener las expresiones paramétricas del capital empleado por cada variedad y del tipo de interés real de la economía:

$$k_i = \frac{\Upsilon_2}{\lambda - \frac{\frac{1}{2\Upsilon_1} - \delta}{Ln\, \lambda \frac{1-\alpha}{\alpha}}} \tag{1.40}$$

$$r_t = \rho + \sigma\lambda\, Ln\, \lambda \frac{1-\alpha}{\alpha} + \delta - \frac{1}{2\Upsilon_1} + \lambda \frac{1-\alpha}{\alpha} - 1 \tag{1.41}$$

1.9 Precios sombra del capital y de las variedades

De la condición necesaria 1.30 (véase Anexo A) se obtiene la relación entre los precios sombra del capital y de las variedades.

$$\frac{\boldsymbol{q_t}}{\boldsymbol{\mu_t}} = \frac{\boldsymbol{\lambda}}{\left(k_i(\frac{R_t}{K_t}+\mathbf{1}) - \Upsilon_2\right)} \tag{1.42}$$

En esta expresión se puede ver que la relación ente la ratio $\frac{\boldsymbol{q_t}}{\boldsymbol{\mu_t}}$ y k_i es negativa.

Resolviendo la condición necesaria 1.28 y la ecuación diferencial que se deriva de ella, normalizando (véase nexo A) y combinando con la ecuación 1.26 se obtiene la siguiente expresión para el precio sombra estacionario:

$$q_0 = \frac{1}{\left(\frac{Y_t}{K_t} - \frac{I_t}{K_t} - \frac{R_t}{K_t}\right)^{\sigma}} \tag{1.43}$$

En esta ecuación vemos que q_0 se relaciona inversamente con la productividad del capital Y/K y se ve influenciada por el parámetro σ, que le influye negativamente también. A mayor valor de este parámetro, menor valor de la q, permaneciendo constante todo lo demás. También se puede deducir de esta expresión que la relación entre la q y la ratio I/Y es positiva, esto es, cuanto mayor es la proporción de la inversión respecto al producto, mayor es la q de Tobin medida por el precio sombra del capital.

La forma paramétrica de esta ecuación (véase Anexo A) resulta en:

$$q_0 = \frac{\boldsymbol{\alpha}^{2\sigma}}{\left\{\left(\rho + \sigma\lambda\, Ln\, \lambda \frac{1-\alpha}{\alpha} + \delta - \frac{1}{2\Upsilon_1} + \lambda \frac{1-\alpha}{\alpha} - 1\right) - \frac{\alpha^2}{2\Upsilon_1} - \lambda(1-\alpha)\alpha + \boldsymbol{\alpha}^2\right\}^{\sigma}} \quad (1.44)$$

Operando las condiciones necesarias 1.33 y 1.34 (véase Anexo A) se obtienen las ecuaciones que rigen el estado no estacionario de los precios sombra de las variedades y el capital.

$$\frac{q_0}{q_{-1}} = e^{\rho}(1+g)^{\sigma} \left[\left(r_t + \frac{1}{2\Upsilon_1} - -\delta - \frac{R_t}{K_t}\right)\right] \quad (1.45)$$

$$\frac{\mu_0}{\mu_{-1}} = e^{\rho}(1+g)^{\sigma} \left[\frac{\boldsymbol{\lambda}\ (1-\alpha)L^{1-\alpha}{K_i}^{\alpha}}{\left(k_i(\frac{R_t}{K_t}+\mathbf{1}) - \Upsilon_\mathbf{2}\right)}\right] \quad (1.46)$$

1.10 La “q intrínseca” de Tobin como reinterpretación de la q de Tobin original

Si en la ecuación 1.27 del Hamiltoniano se seleccionan los términos que reflejan el valor de las variaciones del capital y de la generación de variedades tenemos la siguiente expresión:

$$q_0 \, \dot{K}_t + \mu_0 \, \dot{M}_t \tag{1.47}$$

Esta expresión puede transformarse en la siguiente:

$$q_0 \, \dot{K}_t + \frac{\mu_0}{k_i} \, \dot{K}_t = \dot{K}_t \, (q_0 + \frac{\mu_0}{k_i}) \tag{1.48}$$

Lo que observa es que la variación del capital se está valorando, además de por el precio sombra del capital, por un término adicional, $\frac{\mu_0}{k_i}$. Luego, en el fondo, su valoración por el sistema dinámico es superior a dicho precio sombra, incrementándolo con un término que recoge el valor del capital por cada patente. Este precio sombra ampliado es el que da el valor intrínseco del capital teniendo en cuenta el valor de las patentes, por lo que le vamos a denominar como “q intrínseca” de Tobin teniendo en cuenta el cambio técnico, ya que recoge al valor del capital incluyendo el valor intangible de las variedades del mismo.

$$q_{intrínseca} = q_0 + \frac{\mu_0}{k_i} \tag{1.49}$$

La $q_{intrínseca}$ de Tobin es la q de Tobin original más el valor de las patentes por unidad de capital.

Rehaciendo la expresión 1.49 y relacionando la q intrínseca con la q_0 tenemos qué:

$$\frac{q_{intrínseca}}{q_0} = 1 + \frac{\mu_0}{q_0 k_i} \tag{1.50}$$

Es decir que la relación del precio sombra del capital que ya incluye el concepto de progreso técnico con el que no lo incluye es la unidad más la relación entre el precio sombra de una variedad y el valor del capital utilizado por cada variedad.

Tomando las ecuaciones 1.42, 1.18 y 1.39 y haciendo el inverso se llega a dos importantes expresiones que enlazan el crecimiento con los precios sombra:

$$\frac{q_{intrínseca}}{q_0} = \frac{1-\alpha}{\alpha} + \frac{\frac{1}{2\Upsilon_1} - \delta}{g} \qquad (1.51)$$

$$\frac{q_0 k_i}{\mu_0} = \frac{1}{\frac{1-\alpha}{\alpha} + \frac{\frac{1}{2\Upsilon_1} - \delta}{g}} \qquad (1.52)$$

La ecuación 1.51 indica que a mayor tasa de crecimiento menor es la relación entre la q que ya recoge el efecto del progreso técnico y la que no lo recoge. Esto ocurre siempre salvo para valores pequeños de α. En los casos en los que que no hay variación de crecimiento esta relación permanece constante salvo cuando varían los parámetros de los costes de ajuste y de la depreciación que la hacen menor ante el aumento de estos.

La ecuación 1.52 es, probablemente, una de las relaciones más importantes del modelo. Indica que el inverso del segundo término de la ecuación 1.50, esto es, la relación entre el valor del capital por variedad respecto al precio sombra de una variedad aumenta con el crecimiento (como se verá en la siguiente sección) salvo en los casos que se incrementen los costes de ajuste o la depreciación, que si bien no afectan al crecimiento sí que afectan a esta relación haciéndola mayor ya que existe mayor escasez de capital ante una mayor destrucción del mismo. También hay pequeños rangos de α cuando su valor es bajo donde esta relación es inversa al crecimiento. Lo que sí se puede observar es que la relación 1.52 depende del crecimiento y de parámetros exclusivamente asociados al capital físico como la elasticidad del capital α, el de los costes de ajuste y el de la depreciación.

Cómo se ha comentado en la introducción, la teoría de la q de Tobin vino en 1969 a resolver la cuestión que más limitaba la explicación que la macroeconomía tradicional ofrecía del comportamiento de la inversión. Pasó a ser la teoría más desarrollada al proporcionar un planteamiento de equilibrio general, a pesar de que el punto de partida era el comportamiento de la empresa. La importancia del planteamiento de equilibrio general era que la inversión se derivaba de un precio sombra del capital, que no era observable directamente en el mercado

La función de inversión de los modelos macroeconómicos simples sólo contenía como variable explicativa el tipo de interés real de cada periodo. Se justificaba esta relación sin hacer ninguna referencia a elementos de la estructura productiva de la economía ni a la forma en la que se generan las expectativas que sirven para motivar la inversión. Ello era una gran limitación porque la inversión tiene como finalidad el incremento de la capacidad productiva de la economía en el futuro. En consecuencia, las expectativas y la estructura productiva debían tener algún reflejo en la función que explica su comportamiento.

La teoría de la q de Tobin suponía que las empresas no emiten bonos ni retienen beneficios no distribuidos. Toda la inversión se financia mediante la emisión de acciones, no hay un mercado instantáneo en el que se pueda comprar y vender capital y se explicaba la inversión ex-post, esto es, $i_a = \dot{K}$. Su característica más destacada era la existencia de costes de ajuste en el cambio instantáneo de capital que crecen con la inversión.

El comportamiento de la inversión se concretaba en la siguiente función:

$$\dot{K} = \frac{1}{\Upsilon_1}\left[\frac{(f_k - (r+\delta-\pi)}{r-\pi}\right] = \frac{1}{\Upsilon_1}\ [q\ \text{-}1] \tag{1.53}$$

donde $q = \frac{(f_k - \delta)}{r-\pi}$, siendo f_k la productividad marginal del capital, δ la tasa de depreciación del capital, r el tipo de interés nominal y π la tasa de inflación esperada. La expresión es la definición clásica de la q de Tobin y es el cociente entre la productividad marginal neta del capital y el tipo de interés real.

Según esta teoría de la inversión, apropiada para cuando no hay progreso técnico, vemos que la variación del capital (o inversión ex-post) depende del cociente entre la productividad neta del capital y el tipo de interés real. Así, es positiva si q es mayor que 1, negativa si q es menor que 1 y cero si es igual a 1. Pero no sólo indica esta relación cualitativa. Además, nos dice directamente cuál será en cada t la magnitud de la inversión: una proporción de la diferencia entre q y la unidad.

Esta expresión de q permitía establecer una relación directa entre la inversión y la estructura productiva de la economía, representada ésta por la productividad marginal del capital. Pero todavía tiene más implicaciones, relacionadas como se ha dicho previamente con el comportamiento global de la economía, porque q recoge las expectativas que hace el mercado de acciones acerca de los dividendos futuros. Concretamente, q establece una relación entre el valor de mercado de las acciones (que refleja las expectativas del mercado acerca de la evolución de las empresas) y el valor de mercado del capital (su coste de reposición). Vamos a ver cómo sería esto posible en el marco que se ha descrito en nuestro modelo con cambio técnico endógeno, más allá de lo que la teoría simple plantea.

Si aplicamos esta expresión a nuestro modelo suponiendo que la inflación es igual al crecimiento tenemos que la q tradicional sería:

$$q = \alpha \left[\frac{(k_t^{\alpha-1} - \delta\,)}{r} \right] \tag{1.54}$$

Pero ese no va a ser el indicador de lo que vale en definitiva una unidad de capital para el sistema económico porque no se tiene para nada en cuenta que hay otra dimensión que no se considera, que es la del cambio técnico. La expresión que realmente nos da ese precio sombra es la 1.48. De esa forma se está integrando el resto de los aspectos relevantes en el equilibrio general.

Como veremos más adelante en la siguiente sección, para los parámetros de la tabla 1.1, la variable q_0 reflejaría un valor 1,21, la variable q intrínseca 3,16, mientras que la q de Tobin de la teoría recogida en 1.54 original sería 1,09. Es decir, cuando se añade al sistema económico el componente de innovación que representan las variedades de capital, la q de Tobin intrínseca es mayor que el precio sombra del capital y esta última mayor que la calculada según la teoría original. Estas diferencias reflejan la adición del importante componente de innovación y de crecimiento. Se consigue, además, como veremos, trasladar mayor proporción de la producción al consumo detrayéndola de la inversión y la investigación

1.11 Influencia de los parámetros en los valores de estado estacionario de las diferentes variables

El sistema completo de ecuaciones que se configura para la determinación de los valores del equilibrio estacionario, según los resultados obtenidos previamente, tiene 7 parámetros ($\Upsilon_1, \delta, \Upsilon_2, \alpha, \rho, \sigma, \lambda$), que influyen en las siguientes 11 variables endógenas: $g, r_t, k_i, k_t, \frac{I_t}{K_t}, \frac{R_t}{K_t}, \frac{C_t}{K_t}, \frac{Y_t}{K_t}, q_{0t}, \mu_{0t}, q_{intrt}$.

Las ecuaciones a utilizar para determinar los 11 valores de equilibrio estacionario son las 11 siguientes, que provienen de las expresiones 1.14, 1.15, 1.18, 1.26, 1.35, 1.39, 1.40, 1.41, 1.42, 1.43 y 1.49:

1. $\frac{r_t}{\alpha^2} = k_t^{\alpha-1}$

2. $\frac{Y\ (L,K_t,M_t)}{K_t} = \frac{r_t}{\alpha^2}$

3. $\frac{R_t}{K_t} = \lambda\frac{1-\alpha}{\alpha} - \mathbf{1}$

4. $\frac{Y_t}{K_t} = \frac{C_t}{K_t} + \frac{I_t}{K_t} + \frac{R_t}{K_t}$

5. $\frac{I_t}{K_t} = \frac{1}{\Upsilon_1}$

6. $g = \frac{\dot{M}_t}{M_t} = \lambda\ Ln\ \lambda\frac{1-\alpha}{\alpha}$

7. $k_i = \frac{\Upsilon_2}{\lambda - \frac{\frac{1}{2\Upsilon_1} - \delta}{Ln\ \lambda\frac{1-\alpha}{\alpha}}}$

8. $r_t = \rho + \sigma\lambda\ Ln\ \lambda\frac{1-\alpha}{\alpha} + \delta - \frac{1}{2\Upsilon_1} + \lambda\frac{1-\alpha}{\alpha} - 1$

9. $\frac{q_{0t}}{\mu_{0t}} = \frac{\lambda}{\left(k_i(\frac{R_t}{K_t}+1) - \Upsilon_2\right)}$

10. $q_0 = \frac{1}{\left(\frac{Y_t}{K_t} - \frac{I_t}{K_t} - \frac{R_t}{K_t}\right)^{\sigma}}$

11. $q_{intrínseca} = q_0 + \frac{\mu_0}{k_i}$

A partir de los resultados obtenidos se calculará también el término $\frac{q_0 k_i}{\mu_0}$, la ratio entre el valor del capital por variedad y el precio sombra de las variedades, ya que hemos visto en la ecuación 1.52 que juega un papel importante en relación con la tasa de crecimiento.

Para resolver las ecuaciones se ha utilizado el programa informático Dynare. En el Anexo D se adjuntan ejemplos de los archivos de entrada y resultados proporcionados por dicho programa.

Para analizar cómo afectan las variaciones de cada uno de los parámetros al valor de estado estacionario de las diferentes variables se ha calibrado un escenario base con los valores de los mismos que se recogen en la tabla 1.1. Hay algunos de ellos, como Υ_1 y δ, cuyos valores se han tomado de referencias consultadas (Cooper, 1998) y (Escribá, Murgui y Ruiz, 2016). Para el resto son valores frecuentes en la literatura macroeconómica.

Tabla 1.1.- Valores de los parámetros del modelo en el escenario base

λ	α	Υ_1	δ	Υ_2	ρ	σ
0,57	0,35	4	0,1	0,1	0,02	0,1

El resultado de resolver las ecuaciones del estado estacionario para el escenario base se presenta en la tabla 1.2.

Tabla 1.2.- Valores de equilibrio estacionario de las endógenas. Escenario base

$\frac{Y_t}{K_t}$	$\frac{C_t}{K_t}$	$\frac{I_t}{K_t}$	$\frac{R_t}{K_t}$	g	r_t	k_i	L	q_0	$\mu_{0.}$	q_{int}
0,460	0,151	0,25	0,058	0,032	0,057	0,765	0,2312	1,208	1,50	3,16

A partir de estos datos se fijan a continuación 6 de los 7 parámetros con los valores de la tabla 1.1 y se modifica, sucesivamente en los siguientes subapartados, uno de ellos para comprobar el efecto que tienen sus variaciones sobre las variables clave del equilibrio estacionario y así poder sacar conclusiones sobre el papel de las distintas versiones de la q de Tobin y las variables relacionadas en la explicación del comportamiento de la inversión y del crecimiento.

En los distintos cuadros sustituimos la variable μ_0 por la variable μ_0/k_i ya que esta última es el segundo término que complementa a la q_0 para calcular la q intrínseca y representa el segundo componente del valor del capital que añade el valor de las patentes por unidad de capital.

1.11.1 Influencia de λ en el estado estacionario

En la tabla 1.3 se representa la influencia de la constante tecnológica λ sobre el valor de equilibrio estacionario de las diferentes variables endógenas de interés.

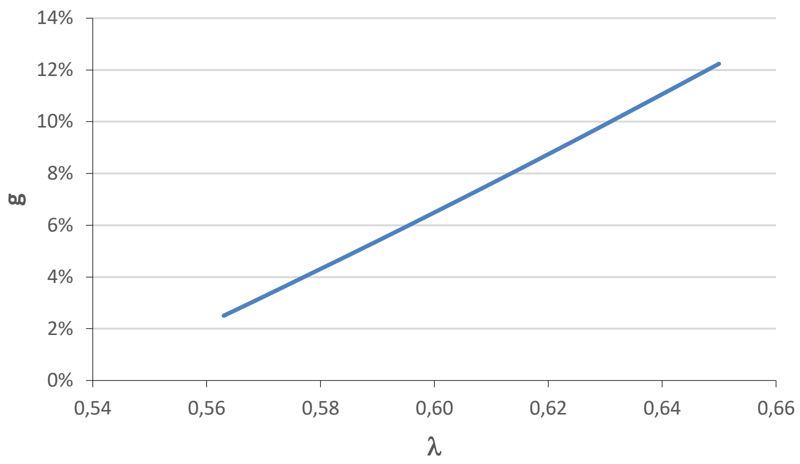
Tabla 1.3.- Valores de las variables endógenas en equilibrio estacionario para distintos valores de λ

λ	**0,563**	**0,565**	**0,570**	**0,590**	**0,610**	**0,630**	**0,650**	**0,673**
Y/K	0,352	0,384	0,464	0,785	1,106	1,428	1,750	2,11
C/K	0,056	0,084	0,155	0,439	0,723	1,008	1,293	1,614
I/K	0,250	0,250	0,250	0,250	0,250	0,250	0,250	0,250
R/K	0,043	0,047	0,058	0,096	0,135	0,175	0,214	0,413
g	0,025	0,027	0,032	0,054	0,076	0,099	0,122	0,15
r_t	0,043	0,047	0,057	0,096	0,135	0,175	0,214	0,26
k_i	49,913	2,205	0,765	0,316	0,244	0,212	0,193	0,18
q_0	1,334	1,280	1,205	1,086	1,033	0,999	0,975	0,953
μ_0/k_i	2,472	2,275	1,960	1,434	1,127	1,085	1,036	0,944
k	4,992	4,366	3,269	1,450	0,856	0,578	0,422	0,321
q_{int}	3,806	3,556	3,166	2,520	2,258	2,108	2,011	1,624
$q_0 k_i/\mu_0$	0,540	0,563	0,615	0,757	0,917	0,921	0,941	1,010

Lo más destacable de la tabla 1.3 es que q_0, q_{int} e I/Y disminuyen con el crecimiento. No así la ratio q_0k_i/μ_0 que aumenta en paralelo con la tasa de crecimiento, lo mismo que con la productividad del capital Y/K. Lo que esto significa es que las dos q determinan la ratio de inversión respecto al producto, mientras que la ratio entre el valor del capital por variedad y el precio sombra de cada variedad determina el crecimiento y la productividad del capital. Las influencias están claras.

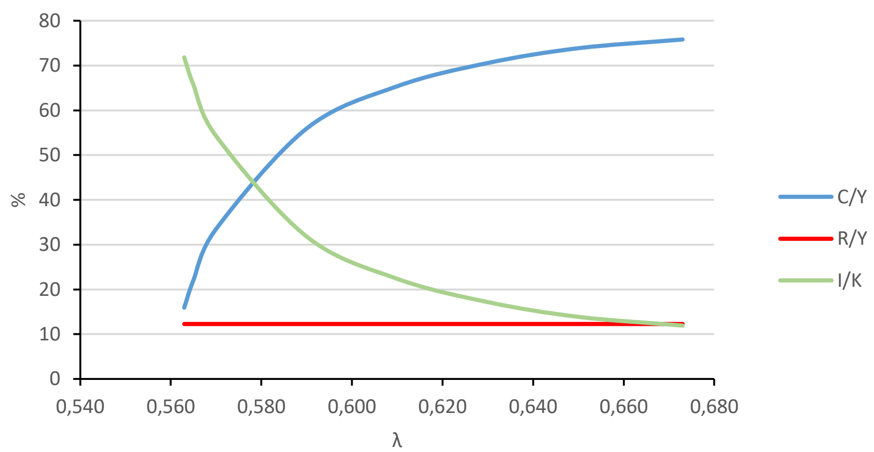
La figura 1.2 representa gráficamente la relación entre la constante tecnológica y la tasa de crecimiento de la economía. Se obtiene una relación lineal creciente como corresponde a la relación obtenida.

Figura 1.2.- Relación entre la tasa de crecimiento y λ



La figura 1.3 representa gráficamente la influencia de la constante tecnológica en el porcentaje de consumo, inversión y gasto en investigación respecto a la producción total. De la misma se desprende que el porcentaje de investigación respecto a la producción no varía con el aumento de la constante tecnológica, mientras que sí que se produce un crecimiento rápido del porcentaje de consumo respecto a la producción total y una caída rápida y simétrica del porcentaje de la inversión.

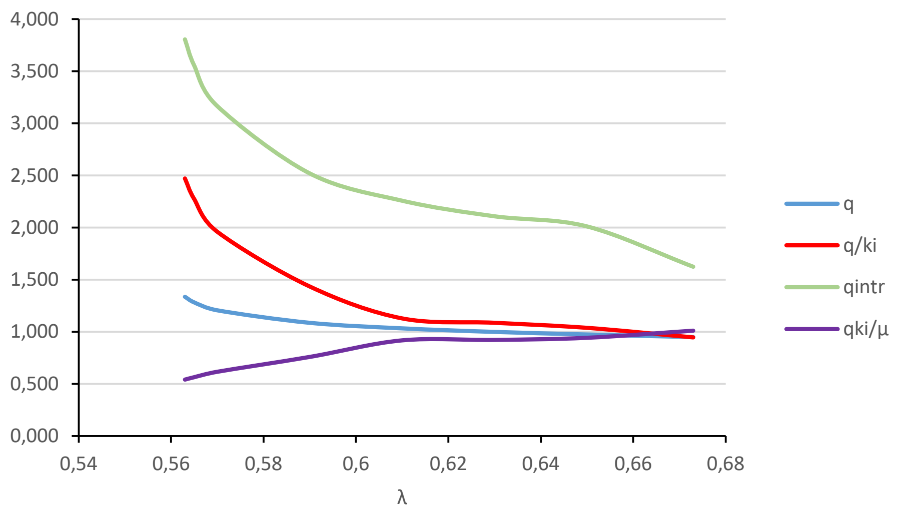
Figura 1.3.- Evolución de la participación en la producción de los componentes de la demanda con λ



Esto nos lleva a concluir que un mayor crecimiento derivado de una mayor capacidad tecnológica lleva a tener un gran porcentaje de consumo respecto a la producción total y una caída del porcentaje de inversión respecto a la producción total con el porcentaje de investigación constante.

Se representa en la figura 1.4 la evolución de las variables q, μ_0/ki, q intrínseca y $\frac{q_0 k_i}{\mu_0}$ en respuesta a las variaciones de la constante tecnológica. Se observa cómo a medida que aumenta la constante tecnológica, y con ello el crecimiento, hay una disminución de q_0/ki, leve de la q e importante de la *q intrínseca*. Esto comienza a indicar que puede haber una relación inversa entre el crecimiento y la suma de los precios sombra unitarios de capital y variedades. De hecho, al observar la evolución de la ratio entre el valor del capital por variedad y el precio sombra de las variedades se observa que en este caso sí que hay una relación positiva con el crecimiento como ya se ha comentado en la sección 1.10 al comentar la ecuación 1.52 que los relaciona. La productividad del capital Y/K también aumenta.

Figura 1.4.- Evolución de las principales relaciones de precios sombra respecto a λ



Pero aún podemos obtener más conclusiones porque tanto la *q* como a *q intrínseca* se mueven en la misma dirección que la proporción *I/Y*. Por lo tanto, podemos decir que ambas son un indicativo correcto en este caso de los movimientos de la inversión.

Incluso podemos añadir que la relación es mucho más fuerte para la *q intrínseca* que para la *q original*.

1.11.2 Influencia de α en el estado estacionario

La tabla 1.4 recoge la influencia del parámetro α sobre el valor de equilibrio estacionario de las diferentes variables endógenas de interés.

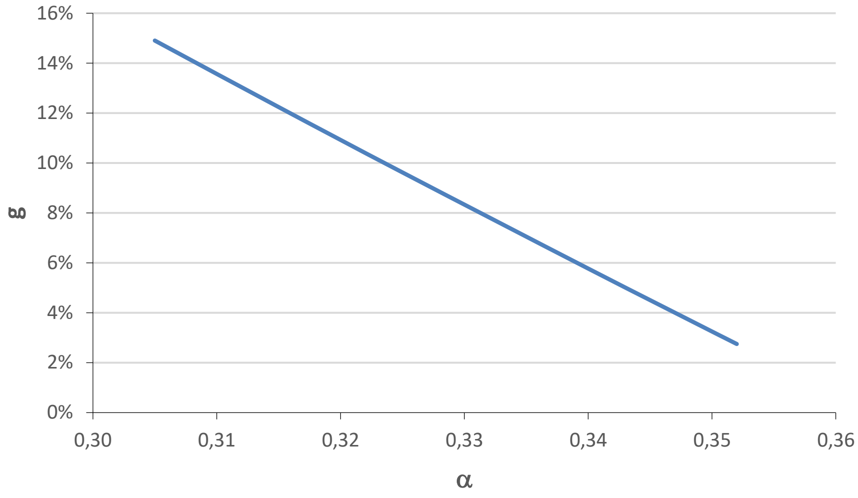
Tabla 1.4.- Valores de las variables endógenas en equilibrio estacionario para distintos valores de α

α	0,320	0,340	0,350	0,352	0,353
Y/K	2,121	0,928	0,464	0,380	0,343
C/K	1,660	0,571	0,155	0,081	0,048
I/K	0,250	0,250	0,250	0,250	0,250
R/K	0,211	0,106	0,059	0,049	0,045
g	0,109	0,058	0,032	0,027	0,025
r_t	0,217	0,107	0,057	0,047	0,043
k_i	0,228	0,310	0,765	1,973	22,971
q_0	0,951	1,058	1,205	1,287	1,356
$\mu_{0.}/k_i$	1,287	1,454	1,961	2,254	2,475
k	0,332	1,123	3,269	4,454	5,227
q_{int}	2,236	2,510	3,164	3,541	3,831
$q_{0.}k_i/\mu_{0.}$	0,739	0,728	0,614	0,571	0,548

Nuevamente vemos las mismas relaciones observadas con las variaciones en λ, esto es, que las variables q_0 y q_{int} se mueven en el mismo sentido que I/Y, aumentan con parámetro α, en sentido contrario a lo ocurrido con el crecimiento. Por el contrario, el término q_0k_i/μ_0 vuelve a ir a la par del crecimiento, disminuyendo con α, lo mismo que la productividad del capital Y/K, que también disminuye. Por lo tanto, se vuelve a cumplir que q_0 y q_{int} tienen una influencia positiva en la proporción de la inversión sobre la producción final y que q_0k_i/μ_0 la tiene sobre la tasa de crecimiento y sobre la productividad del capital.

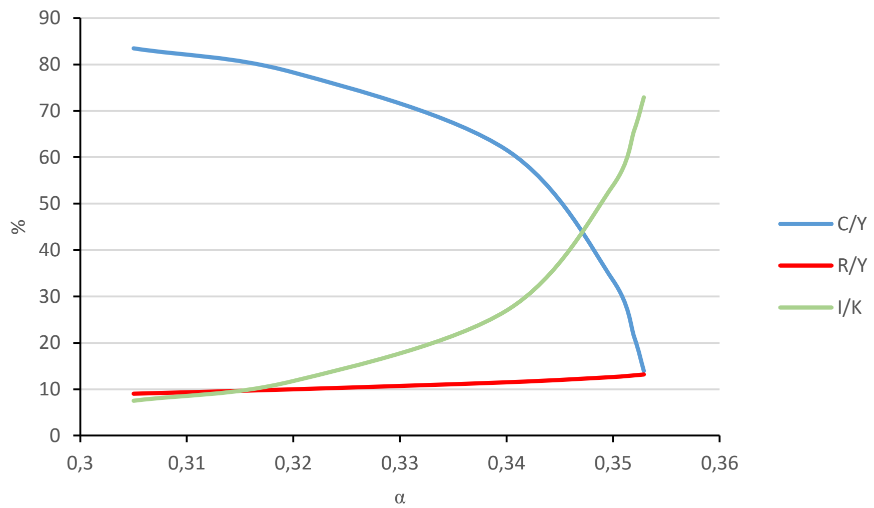
La figura 1.5 representa a continuación la evolución de la tasa de crecimiento en relación con el parámetro α. De la misma se desprende que cuanto mayor es la elasticidad del producto respecto al capital mayor es la tasa de crecimiento. El crecimiento está pues condicionado de forma opuesta por la generación de variedades y por la acumulación de capital.

Figura 1.5.- Relación entre la tasa de crecimiento y α



La figura 1.6 representa la evolución del porcentaje de consumo, inversión y gasto en investigación respecto a la producción total en respuesta a las variaciones de α.

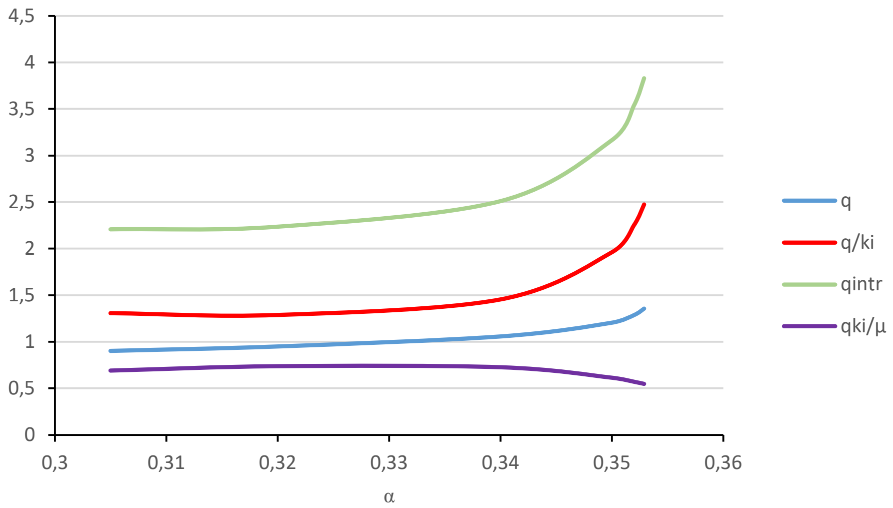
Figura 1.6.- Evolución de la participación en la producción de los componentes de la demanda con α



De dicha figura se desprende que, a medida que el capital toma más protagonismo que las variedades al aumentar α y se reduce la tasa de crecimiento, se traslada más porcentaje de la producción a inversión y a investigación en detrimento del consumo.

La figura 1.7 representa la evolución de *q*, μ_0/ki, *q intrínseca* y $\frac{q_0 k_i}{\mu_0}$ en respuesta a las variaciones en α.

Figura 1.7.- Evolución de los principales precios sombra con α



De forma opuesta a lo que sucede con la constante tecnológica, un aumento de α provoca un menor crecimiento. Este menor crecimiento está relacionado con un aumento de los precios sombra del capital, del valor del capital utilizado para variedad y de la suma de ambos que es la *q intrínseca*, mientras que lo está con una disminución de la ratio entre el valor del capital por variedad y el precio sombra de cada variedad de acuerdo con la relación 1.52. Por tanto, esta última ratio explica el comportamiento de la tasa de crecimiento, mientras que las tres primeras variables explican la ratio I/Y.

1.11.3 Influencia de γ_1 en el estado estacionario

En la tabla 1.5 se recoge la influencia del parámetro γ_1 sobre el valor de equilibrio estacionario de las diferentes variables endógenas de interés.

Tabla 1.5.- Valores de las variables endógenas en equilibrio estacionario para distintos valores de γ_1

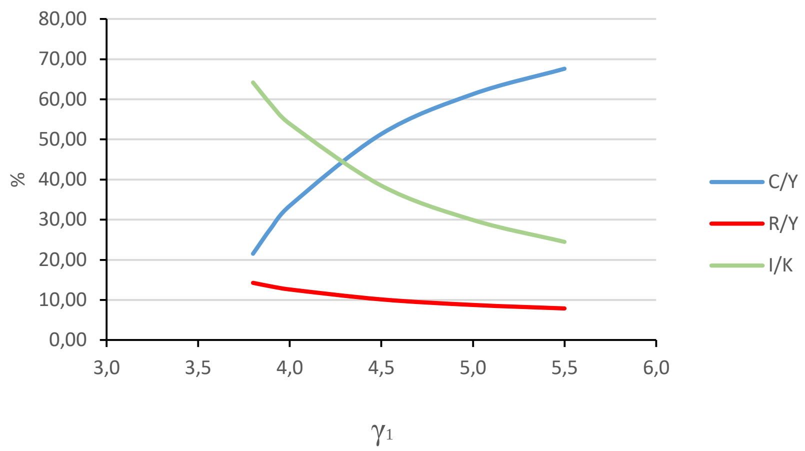
γ_1	3,8	3,9	4	4,5	5	5,5
Y/K	0,410	0,437	0,464	0,577	0,667	0,742
C/K	0,088	0,122	0,155	0,296	0,409	0,501
I/K	0,263	0,256	0,250	0,222	0,200	0,182
R/K	0,059	0,059	0,059	0,059	0,059	0,059
g	0,032	0,032	0,032	0,032	0,032	0,032
r_t	0,050	0,054	0,057	0,071	0,082	0,091
k_i	6,576	1,343	0,765	0,267	0,175	0,137
q_0	1,275	1,233	1,205	1,129	1,093	1,071
$\mu_{0.}/k_i$	2,333	2,129	1,959	1,352	0,937	0,620
k	3,940	3,562	3,269	2,322	1,862	1,575
q_{int}	3,608	3,362	3,164	2,481	2,03	1,691
$q_{0.}k_i/\mu_{0.}$	0,547	0,579	0,615	0,835	1,166	1,727

Se puede ver en la tabla 1.5 que el crecimiento no se ve afectado por las variaciones de este parámetro que regula los costes de ajuste, ya que solamente depende de λ y α. Las variables q_0 y q_{int} e I/Y disminuyen con γ_1, mientras que el término q_0k_i/μ_0 aumenta, al igual que la productividad del capital Y/K. De manera que si varía esta última variable es porque lo hace el término q_0k_i/μ_0, mientras que q_0 y q_{int} son nuevamente las que explican *I/Y.*

Luego, aunque la ratio entre el valor del capital por variedad y el precio sombra de las variedades no afecta al crecimiento, al ser constante, sí que se mueve en la misma dirección que la productividad del capital como en las variaciones de λ y α, de la misma manera que q_0 y q_{int} se mueven en la misma dirección que la proporción de la inversión sobre el producto I/Y. Estas dos relaciones se siguen manteniendo.

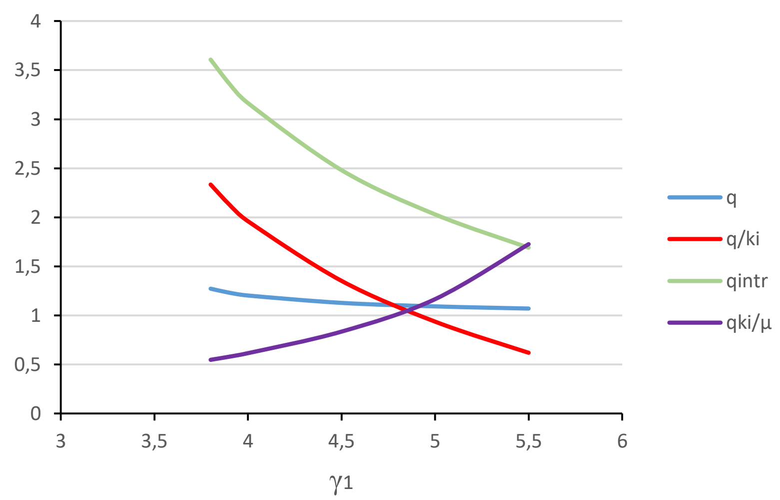
Como se puede observar en la figura 1.8, a medida que el parámetro γ_1 de los costes de ajuste crece, se produce un trasvase de la producción hacia el consumo en detrimento de la investigación y de la inversión. Las dos versiones de la q de Tobin están relacionadas positivamente con la proporción I/Y, por lo que en este caso todas ellas disminuyen.

Figura 1.8.- Evolución de la participación en la producción de los componentes de la demanda con γ_1



De forma análoga a las anteriores variables, puede verse en la figura 1.9 que cuando se trasvasa producción hacia el consumo es porque los precios sombra del capital y del capital por variedad caen y con ello su suma (*q intrínseca*). Sin embargo, la ratio entre el valor del capital por variedad y el precio sombra de las variedades aumenta ya que, aunque no hay crecimiento, sí que hay menor acumulación de capital al aumentar los costes de ajuste y este es más valioso en relación con las variedades, que mantienen el crecimiento constante, porque aumenta su productividad Y/K.

Figura 1.9.- Evolución de las principales relaciones de precios sombra respecto a γ_1



1.11.4 Influencia de δ en el estado estacionario

En la tabla 1.6 se recoge la influencia del parámetro δ sobre el valor de equilibrio estacionario de las diferentes variables endógenas de interés.

Tabla 1.6.- Valores de las variables endógenas en equilibrio estacionario para distintos valores de δ

δ	**0,095**	**0,098**	**0,100**	**0,120**	**0,140**
Y/K	0,423	0,443	0,464	0,627	0,790
C/K	0,114	0,135	0,155	0,318	0,482
I/K	0,250	0,250	0,250	0,250	0,250
R/K	0,059	0,059	0,059	0,059	0,059
g	0,032	0,032	0,032	0,032	0,032
r_t	0,052	0,054	0,057	0,077	0,097
k_i	2,328	1,151	0,765	0,207	0,120
q_0	1,242	1,222	1,205	1,121	1,076
μ_0/k_i	2,213	2,083	1,959	1,135	0,425
k_e	3,755	3,498	3,269	2,050	1,429
q_{int}	3,455	3,305	3,164	2,256	1,501
$q_0 k_i/\mu_0$	0,561	0,587	0,615	0,988	2,532

Nuevamente, lo más destacable de la tabla 1.6 es que el crecimiento no depende del parámetro δ. Las variables q_0, q_{int} e I/Y disminuyen con δ, mientras que la ratio q_0k_i/μ_0 aumenta, al igual que la productividad del capital Y/K. Luego volvemos a encontrar las mismas relaciones que en todas las variaciones de parámetros analizadas hasta ahora.

Los resultados son, por tanto, idénticos a los del parámetro γ_1. Un incremento de la depreciación del capital desincentiva la inversión y la investigación trasvasando producción al consumo, los precios sombra del capital y del capital utilizado por variedad disminuyen y con ello la *q intrínseca*. Idéntico también el efecto sobre la ratio entre el valor del capital por variedad y el precio sombra de las variedades, ya que aumenta dicha ratio al ser δ un parámetro destructivo del capital físico. Del mismo modo, aumenta con esta ratio la productividad del capital, aunque no aumenta el crecimiento. Luego vemos que esta ratio siempre estimula dicha productividad, aumente o no el crecimiento.

1.11.5 Influencia de γ_2 en el estado estacionario

En la tabla 1.7 se recoge la influencia del parámetro γ_2 sobre el valor de equilibrio estacionario de las diferentes variables endógenas de interés.

Tabla 1.7.- Valores de las variables endógenas en equilibrio estacionario para distintos valores de γ_2

γ_2	**0,050**	**0,100**	**0,200**	**0,300**	**0,400**	**0,500**
Y/K	0,464	0,464	0,464	0,464	0,464	0,464
C/K	0,155	0,155	0,155	0,155	0,155	0,155
I/K	0,250	0,250	0,250	0,250	0,250	0,250
R/K	0,059	0,059	0,059	0,059	0,059	0,059
g	0,032	0,032	0,032	0,032	0,032	0,032
r_t	0,057	0,057	0,057	0,057	0,057	0,057
k_i	0,382	0,765	1,529	2,294	3,058	3,823
q_0	1,205	1,205	1,205	1,205	1,205	1,205
$\mu_{0.}/k_i$	1,961	1,961	1,961	1,961	1,961	1,961
k_e	3,265	3,269	3,260	3,263	3,260	3,262
q_{int}	3,16	3,16	3,16	3,16	3,16	3,16
$q_{0.}k_i/\mu_{0.}$	0,614	0,614	0,614	0,614	0,614	0,614

Volvemos a encontrarnos con otro caso en el que el crecimiento no depende del parámetro analizado, aunque cambian las cosas respecto a lo ocurrido con los dos anteriores. En concreto, las variables q_0, q_{int}, I/Y, q_0k_i/μ_0 y la productividad del capital Y/K permanecen todos constantes. Luego puede seguir diciéndose que q_0 y q_{int} se comportan como I/Y, del mismo modo que la ratio q_0k_i/μ_0 se comporta como Y/K.

El parámetro γ_2 solamente influye en el precio sombra de las variedades y del capital utilizado por variedad, pero no en la q intrínseca. La inversión consume menos capital por los costes de ajuste, con lo que las variedades son más valiosas. La ratio entre el precio sombra del capital y el precio sombra de cada variedad disminuye a la misma tasa que aumenta el capital por variedad, como consecuencia directa de la variación en γ_2, de manera que la ratio entre el valor del capital por variedad y el precio sombra de cada variedad se mantiene constante. Es el único caso en el que esta última ratio no se mueve en sentido contrario a k_i.

1.11.6 Influencia de ρ en el estado estacionario

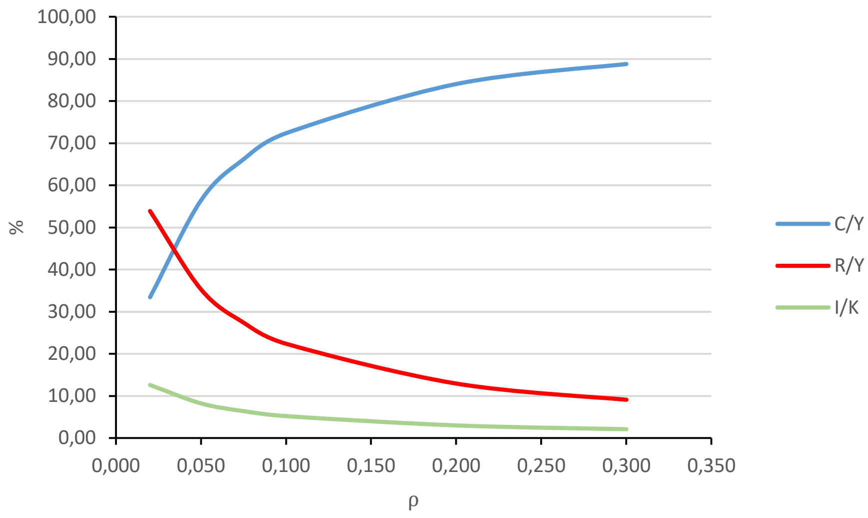
En la tabla 1.8 se recoge la influencia del parámetro ρ sobre el valor de equilibrio estacionario de las diferentes variables endógenas de interés.

Tabla 1.8.- Valores de las variables endógenas en equilibrio estacionario para distintos valores de ρ

ρ	0,02	0,05	0,08	0,10	0,20	0,30
Y/K	0,464	0,709	0,913	1,117	1,933	2,750
C/K	0,155	0,400	0,604	0,808	1,625	2,441
I/K	0,250	0,250	0,250	0,250	0,250	0,250
R/K	0,059	0,059	0,059	0,059	0,059	0,059
g	0,032	0,032	0,032	0,032	0,032	0,032
r_t	0,057	0,087	0,112	0,137	0,237	0,337
k_i	0,765	0,765	0,765	0,765	0,765	0,765
q_0	1,205	1,096	1,052	1,022	0,953	0,915
μ_0/k_i	1,499	1,364	1,309	1,271	1,186	1,138
k_e	3,269	1,700	1,152	0,844	0,363	0,269
q_{int}	1,959	1,783	1,711	1,661	1,550	1,488
q_0k_i/μ_0	0,803	0,803	0,803	0,803	0,803	0,803

Comprobamos en la tabla 1.8 primero que las variables q_0 y q_{int} se siguen moviendo en la misma dirección que I/Y, disminuyendo con los aumentos de ρ. Pero la ratio q_0k_i/μ_0 permanece constante, lo mismo que k_i, mientras que la productividad del capital Y/K aumenta. Por lo tanto, podemos decir que q_0k_i/μ_0 se comporta igual que la tasa de crecimiento en este caso y de manera coherente con la constancia de k_i. Al ser la de ρ una *variación de demanda*, se produce un *efecto diferencial* respecto a las variaciones en parámetros de oferta, que eran todos los anteriores, consistente en que k_i no se mueve en sentido contrario que la productividad del capital Y/K. Permanece constante, lo mismo que q_0k_i/μ_0, con lo que la vinculación de esta última ratio con la productividad marginal de capital ya no se produce. Ahora quien determina la evolución de Y/K es el cociente k_i/μ_0, el capital por unidad de valor de cada patente, que aumenta.

Figura 1.10.- Evolución de la participación en la producción de los componentes de la demanda con ρ

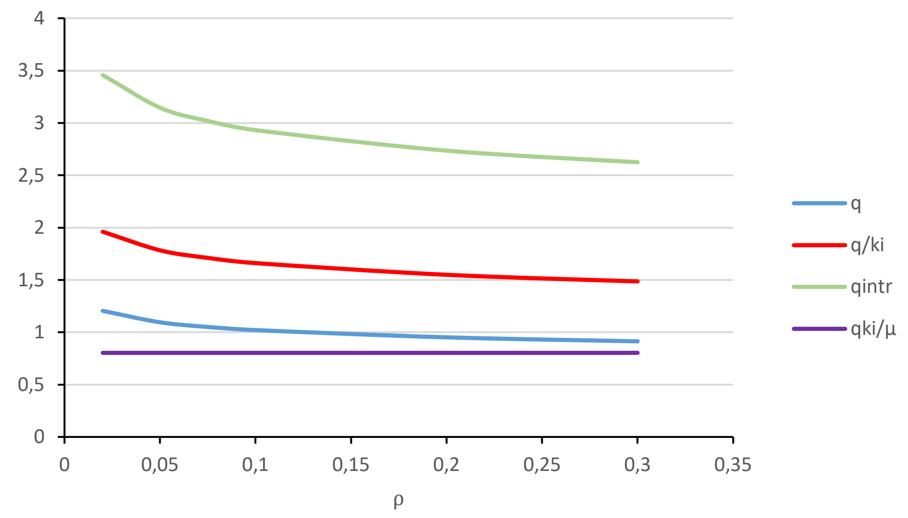


La figura 1.10 muestra que un aumento de ρ provoca un aumento de la proporción del consumo sobre el producto total y una disminución de la proporción tanto del gasto en investigación como de la inversión.

Si se observa en el gráfico 1.11, de forma análoga a las anteriores variables, un aumento de ρ que provoca un aumento de consumo hace que los precios sombra del capital utilizado por variedad disminuyan y con ello la *q intrínseca*. Sin embargo, al ser ρ un parámetro que no afecta al capital físico la ratio entre el valor del capital por una variedad y al precio sombra de las variedades permanece constante al igual que el crecimiento.

No obstante, que este indicador sea constante es compatible con un incremento de la productividad del capital, del mismo modo que lo es con el hecho de que las dos versiones de la q de Tobin se mueven en el mismo sentido que la proporción de la inversión sobre el producto, que disminuye. Es la consecuencia del *efecto diferencial* al tratarse de una *variación de demanda*.

Figura 1.11.- Evolución de las principales relaciones de precios sombra respecto a ρ



<u>1.11.7 Influencia de σ en el estado estacionario</u>

La tabla 1.9 recoge la influencia del parámetro σ sobre el valor de equilibrio estacionario de las diferentes variables endógenas de interés.

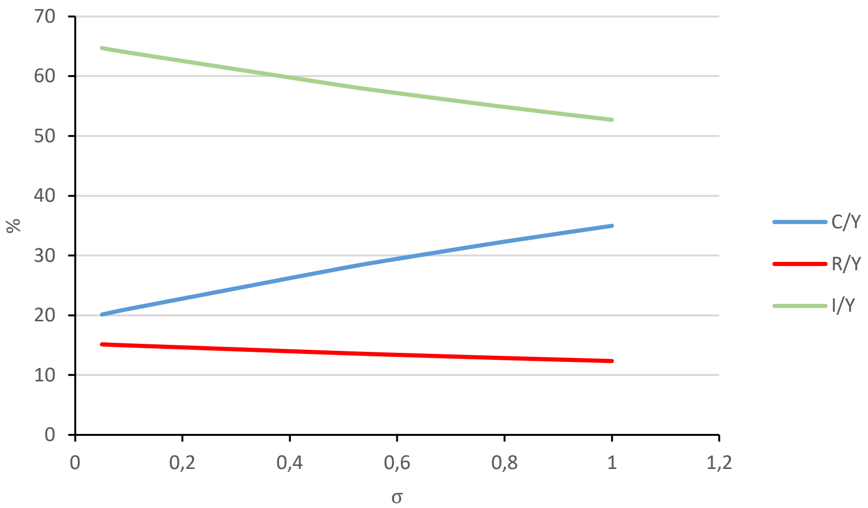
Al ser la variación de σ una *variación de demanda* se sigue produciendo el *mismo efecto diferencial* respecto a las variaciones de parámetros de oferta que en el caso de ρ, con el término q_0k_i/μ_0 permaneciendo constante, lo mismo que k_i, mientras que la productividad del capital Y/K aumenta. Por lo tanto, también podemos decir que q_0k_i/μ_0 se comporta igual que la tasa de crecimiento. Pero, a diferencia del efecto diferencial con ρ, comprobamos que las variables q_0 y q_{int} no se mueven en la misma dirección que I/Y sino que lo hacen ahora en el mismo sentido que la productividad del capital Y/K, que aumenta. Quien determina la evolución de I/Y es, como en el caso de ρ con Y/K, el cociente k_i/μ_0, que disminuye.

Tabla 1.9.- Valores de las variables endógenas en equilibrio estacionario para distintos valores de σ

σ	0,050	0,100	0,500	0,600	0,800	0,999
Y/K	0,451	0,464	0,570	0,596	0,649	0,702
C/K	0,142	0,155	0,261	0,288	0,341	0,394
I/K	0,250	0,250	0,250	0,250	0,250	0,250
R/K	0,059	0,059	0,059	0,059	0,059	0,059
g	0,032	0,032	0,032	0,032	0,032	0,032
r_t	0,055	0,057	0,070	0,073	0,080	0,086
k	0,765	0,765	0,765	0,765	0,765	0,765
q_0	1,103	1,205	1,957	2,112	2,367	2,541
$\mu_{0.}/k_i$	1,793	1,959	3,183	3,435	3,851	4,133
k_i	3,415	3,269	2,376	2,217	1,947	3,415
q_{int}	2,896	3,164	5,140	5,547	6,218	6,674
$q_{0.}k_i/\mu_{0.}$	0,615	0,615	0,615	0,615	0,615	0,615

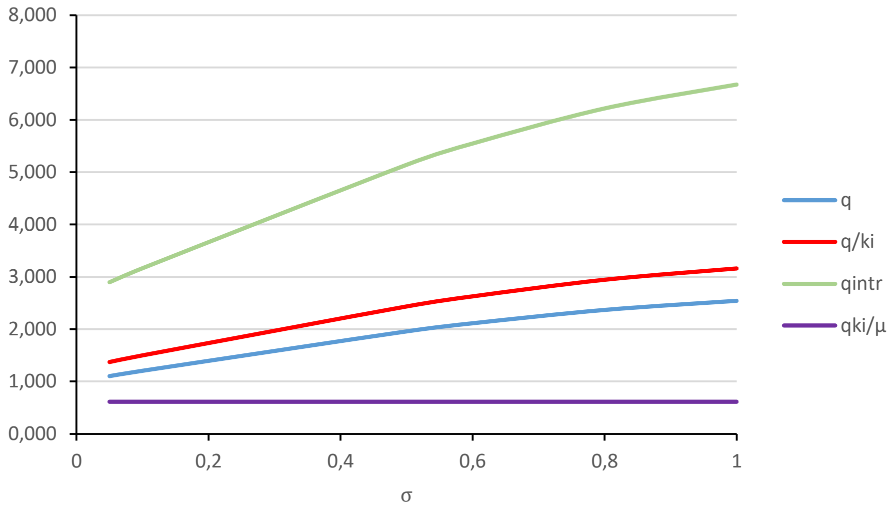
La figura 1.12 muestra cómo un incremento de σ incrementa la utilidad del consumo corriente y, consecuentemente, provoca en el estado estacionario que se desplace producción al consumo detrayéndola de la investigación y de la inversión.

Figura 1.12.- Evolución de la participación en la producción de los componentes de la demanda con σ



Si observamos la figura 1.13, con el parámetro σ ocurre algo totalmente diferente a lo observado hasta ahora. A pesar de que se desplaza la producción al consumo, el precio sombra y la *q intrínseca* también aumentan. Esto tiene su explicación, σ es una especie de precio sombra de la utilidad, al aumentar este, también aumentan el resto de los precios sombra en la misma proporción.

Figura 1.13.- Evolución de las principales relaciones de precios sombra respecto a σ.



Se puede apreciar también cómo las curvas de los precios sombra son paralelas. Sin embargo, vemos cómo al ser σ un parámetro que no afecta al capital físico la ratio entre el precio del capital por variedad y el precio sombra de las variedades permanece constante al igual que el crecimiento.

Como única excepción vemos que las dos versiones de la q de Tobin no se mueven en el mismo sentido que la proporción de la inversión sobre el producto. Lo hacen en su lugar como la productividad del capital, de manera quien decrece como la proporción I/Y es la ratio entre el capital por variedad y el precio sombra de las variedades. Por su parte, la ratio entre el valor del capital por variedad y el precio sombra de las variedades es constante como la tasa de crecimiento, al ser constante el capital por variedad.

1.12 Conclusiones

Como se ha podido comprobar en la reconsideración de la q de Tobin en economía cerrada llevada a cabo en este capítulo, la variable número de variedades, con precio sombra por variedad μ_0, acaba siendo una variable fundamental tras la introducción del cambio técnico endógeno. Juega un papel clave en el modelo utilizado, ante lo que conviene precisar todo lo que representa dicha variable en el análisis de comportamiento de mercado.

El número de variedades es, en principio, una variable de estado que representa el nivel de la tecnología en cada momento, pero, finalmente, no es solo ese papel el que desempeña de manera autónoma. Hay otros que potencian notablemente su protagonismo. Sobre todo, esos diferentes papeles condicionan la influencia de la q de Tobin reinterpretada sobre la economía en general que, como consecuencia, es bastante más compleja que en la versión original. En particular, sobre la evolución de la inversión y del crecimiento de la economía. El sentido que tiene toda esa influencia de la q de Tobin sobre la economía es la aportación más decisiva de este modelo. En concreto, la variable número de variedades de bienes de capital es a la vez:

- El indicador del nivel de la tecnología en cada momento del tiempo
- Una externalidad en la generación de nuevas variedades
- Un elemento moderador de los costes de ajuste
- El factor dinámico de la productividad del trabajo o, lo que es lo mismo, el elemento que convierte el empleo en empleo efectivo.
- Protagoniza la reinterpretación del precio sombra del capital mediante la adición del precio sombra de las variedades por unidad de capital, que permite valorar la influencia del progreso técnico en la economía.

Un paso importante para entender las implicaciones de equilibrio general del precio sombra del capital fue el modelo de Hayashi (1982). Con una serie de supuestos bastante restrictivos llegó a demostrar que el precio sombra del capital (la variable de coestado del capital) era la que gobernaba la inversión de manera unívoca. La única particularidad era que ya no se cumplía necesariamente que la inversión era positiva o negativa según que la q de Tobin fuese mayor o menor que 1, un resultado propio de economía cerrada. Sólo era así si el precio sombra de la deuda exterior era la unidad, ya que era constante. Era una desviación importante de la interpretación que la versión original de la q, que se planteaba como consecuencia de introducir la existencia de deuda exterior, de la misma manera que también se plantea la desviación en este capítulo al introducir la existencia del cambio técnico endógeno.

Como k_i y la ratio R_t/Kt son valores paramétricos en equilibrio estacionario, la tasa de crecimiento del capital g no depende directamente del comportamiento del propio capital. La relación es más compleja. Concretamente, donde aparece dicha relación es en la ecuación 1.42 que determina el valor de R_t/Kt, no tanto porque en la misma se determine dicho valor, que viene condicionado por procesos optimizadores previos, sino porque en dicha ecuación se determina la relación entre los dos precios sombra, el del capital y el de nuevas variedades y, más concretamente, como se expresa en la relación 1.52, la variable clave para explicar el crecimiento, que es la ratio entre el valor del capital por variedad y el precio sombra de las variedades (q_0k_i/μ_0).

Otra conclusión importante es que existe una *q intrínseca* que incluye el efecto de las variedades dentro del capital físico que resulta de la suma de q_0 y μ_0/k_i. La dinámica de esta variable tampoco explica el crecimiento y su influencia es la misma que la q de Tobin, q_0, que se concreta en explicar, en general, el comportamiento de la proporción de inversión respecto del producto I/Y. Esta influencia representa el reflejo del papel de la q de Tobin original.

En las variaciones analizadas con simulaciones para distintos parámetros, aunque para algunos de ellos no cambia la tasa de crecimiento, se ha podido concluir cómo afecta la q de Tobin a la inversión, tanto la propiamente dicha como la intrínseca, así como cuál era la variable que influye en el crecimiento a largo plazo. Sólo en el caso de variación en los parámetros de demanda se produce una excepción a las relaciones generales.

Se ha concluido que tanto q_0 como q_{int} explican la ratio I/Y (proporción de la inversión respecto al producto total). Esto es así siempre que se muevan de forma opuesta a la productividad del capital (Y/K). Si Y/K se mueve en el mismo sentido que lo hacen q_0 y q_{int}, la relación con I/Y es inversa. Esto último ocurre solamente cuando varía el parámetro σ (variación de demanda) mientras que lo primero ocurre para variaciones del resto de los parámetros.

Por lo que respecta a la explicación de la tasa de crecimiento, se concluye que el término que lo explica es la ratio entre el valor del capital por variedad y el precio sombra de las variedades (q_0k_i/μ_0). Los aumentos de dicho término aumentan la tasa de crecimiento e Y/K o bien aumenta Y/K si se mantiene constante la tasa de crecimiento. Las disminuciones disminuyen g e Y/K. Todo ello si k se mueve en sentido contrario de Y/K, lo que no ocurre cuando varían ρ y σ, en lo que hemos llamado *efectos diferenciales* de las *variaciones de demanda*.

Lo que se deduce de todo esto es que la variable clave en la evolución de la tasa de crecimiento del capital (también del consumo y del producto) es la ratio entre el valor del capital por variedad y el precio sombra de las variedades (q_0k_i/μ_0). Siempre que aumenta la tasa de crecimiento es porque esta ratio aumenta y lo mismo ocurre con la productividad del capital.

Como resumen acerca la reinterpretación de la q de Tobin tras la introducción del cambio técnico endógeno podemos decir, por tanto, que:

1. Tiene sentido plantear la definición clásica de la q de Tobin como el valor presente de los beneficios futuros de la empresa productora de bienes finales y usuaria del capital, pero no es la variable que directamente se deriva del comportamiento óptimo de equilibrio general como indicativo del valor del capital. La q que resulta como precio sombra del capital es diferente, aunque los valores son próximos.
2. Se ha comprobado que el precio sombra del capital en el modelo con progreso técnico no es la variable que condiciona el comportamiento de la tasa de crecimiento del capital (del consumo y de la producción de la economía). Tampoco lo es la q intrínseca. La variable determinante es la ratio entre dicha variable multiplicada por el capital utilizado por variedad y el precio sombra de cada variedad de los bienes de capital q_0k_i/μ_0.
3. Tanto q_0 como q_{int} influyen en general sobre *I/Y*, la proporción de la inversión respecto al producto total, de forma positiva si la productividad del capital (Y/K) varía de forma opuesta. Si varía en el mismo sentido en el que varían q_0 y q_{int}, la relación con I/Y es inversa. Esto último ocurre solamente cuando varía el parámetro σ.
4. Respecto a los posibles valores de q_0, μ_0/ki, q_{intr} y q_0ki/μ_0 cabe decir que, mientras el primero ha de ser siempre mayor que la unidad para situaciones admisibles (sólo sería menor que 1 cuando *C/K* fuese mayor que la unidad, lo que no tiene sentido), la q intrínseca siempre es mayor que 1 en cualquier caso. Los términos μ_0/k_i y q_0k_i/μ_0 pueden ser indistintamente mayores o menores que 1. De hecho, son muy volátiles.
5. En el comportamiento óptimo del equilibrio general a mayor crecimiento y/o mayor productividad del capital, mayor proporción de consumo respecto a la producción y menor proporción de inversión e investigación.

Capítulo 2.- Innovación, cambio tecnológico y q de Tobin en economía abierta

RESUMEN

La investigación de este segundo capítulo se propone estudiar el comportamiento de la q de Tobin con crecimiento económico endógeno y acumulación de capital en una economía abierta, en un entorno de innovación y cambio tecnológico. Basado el mismo modelo de Romer, los resultados apuntan a que los intercambios de variedades entre dos países impulsan el crecimiento, la productividad y mejoran el proceso innovador, constatan nuevamente que la q de Tobin por sí misma no es suficiente para explicar el comportamiento y magnitud de la inversión ni del crecimiento económico y ponen de manifiesto que no hay una relación tan directa entre la q original, o sus reinterpretaciones, y las variables que son capaces de explicar.

No se observa que en general el comportamiento de la tasa de crecimiento y el de la productividad del capital sea paralelo, como ocurre en economía cerrada, a la ratio entre el valor del capital por variedad y el precio sombra de las variedades, ni que la ratio de la inversión respecto del producto se mueva con la q de Tobin y la q intrínseca. Existe una gran variedad de situaciones en las que se alternan los indicadores que explican unas y otras variables.

Los dos parámetros referidos al resto del mundo permiten concluir el papel que juega la interacción entre países. Cuanto mayores son los valores de los dos indicadores del resto del mundo mayor es la productividad marginal del capital del país, si bien aquí se terminan las similitudes. En los demás rasgos los efectos son opuestos, más favorables en respuesta a un incremento del parámetro tecnológico que a un incremento en el capital por variedad del resto del mundo.

2.1 Introducción

En este capítulo se considera el modelo de Romer del capítulo1, en el que se supone la existencia de dos países con un número fijo de habitantes de vida infinita en cada uno que ofrecen una unidad de trabajo que se usa para la producción del bien final. No existe desempleo y todos ofrecen su unidad de trabajo de forma inelástica (sin importar el salario). Al igual que en el modelo de economía cerrada, existen tres tipos de sectores: Producción del bien final, Producción de bienes de capital e Investigación para generar nuevas variedades de capital. La producción del bien final se emplea en consumo, en inversión, en investigación, en exportar patentes al otro país y en importar patentes del mismo. Los dos países producen el mismo bien final y no hay intercambios de bien final ni de capital.

Cada país, sin embargo, produce variedades totalmente diferentes y necesita de las variedades del otro país para poder producir el bien final. Nos centramos en representar el comportamiento de uno de los países, ya que el otro será análogo. Asimismo, se considera que los únicos parámetros diferentes en los dos países es la constante tecnológica de la generación de variedades y el capital por variedad.

El producto final se produce en cada país en competencia perfecta usando trabajo y las variedades de productos intermedios disponibles en la economía global, es decir la suma de las generadas en los dos países.

Los productos intermedios o de capital se producen mediante la misma función de producción que el bien final. Estos productos intermedios son fabricados y comercializados únicamente por el monopolista que ha diseñado mediante gasto en I+D la correspondiente variedad.

El número de variedades que genera cada país crece a una tasa que depende de la cantidad de gasto que dedica a la investigación. Dicho gasto también depende inversamente de la cantidad de capital existente en la economía global (país 1+ País 2). Cuanto mayor es el capital acumulado, mayor es el esfuerzo necesario en investigación para producir una nueva variedad de producto intermedio. Además, la generación de variedades tiene rendimientos decrecientes a escala respecto al gasto en I+D. Al igual que en economía cerrada, se introduce también en la generación de variedades el efecto "learning by doing" del modelo de Romer, esto es, que cuanto mayor sea la cantidad de variedades existente en los dos países, más sencillo es generar una nueva por el efecto del aprendizaje.

Las empresas del sector de investigación buscan maximizar su beneficio. Los beneficios del sector vienen dados por el número de patentes de productos intermedios generados en un periodo multiplicado por la suma del valor presente de los beneficios actualizados que cada monopolista obtiene de cada patente. Los costes del sector serán los de la investigación para la producción de nuevas patentes y los de la compra de nuevas patentes al otro país.

La producción del bien final en cada país se va a emplear en consumo, en inversión para generar capital y en investigación que produzca patentes de productos intermedios. Además, parte de esa producción se va utilizar en adquirir el saldo neto entre importaciones y exportaciones de patentes al otro país.

La primera variable a la que se destina la producción del bien final de cada país se empleará en consumo. El consumo proporciona una utilidad que tiene la misma forma que en el capítulo primero.

El segundo uso de la producción del bien es la inversión, que genera un aumento de capital con los nuevos productos intermedios que van generando las nuevas patentes. Nuevamente, una de las características más interesantes del modelo es que hay costes de ajuste con el cambio instantáneo de capital generado por la inversión. Estos costes crecen con la inversión, de modo que parte de la misma inversión se consume en estos costes de ajuste. Por este motivo, a los productores les interesa modificar el capital paulatinamente en lugar de hacerlo de una vez. Al igual que en economía cerrada, la generación de nuevas variedades derivadas de la investigación es capaz de reducir los costes de ajuste.

El tercer uso es la investigación que se dedica a la obtención de patentes de variedades de productos intermedios.

Y el cuarto uso es el saldo neto entre exportaciones e importaciones de patentes. Como todas las variedades generadas en cada país son necesarias para la producción del bien final en el otro país, parte de la producción del bien final se destina a la adquisición de esas patentes para fabricar esas variedades. Si el saldo es positivo significará que el país es más exportador que importador. Lo que importa un país es igual al precio de la patente multiplicado por las patentes generadas en el otro país en cada periodo. Y lo que exporta un país es el precio de la patente multiplicado por la cantidad de patentes que genera.

Como consecuencia del cumplimento de la paridad descubierta de intereses, se supone que a largo plazo (en equilibrio estacionario) el tipo de interés es el mismo en los dos países.

En este modelo se tiene nuevamente un sistema dinámico que se resuelve como un problema de control. El problema de control que se plantea es el de elegir la trayectoria de consumo, inversión y gasto en investigación que maximizan la utilidad intertemporal sujeta a la ecuación de movimiento dados los valores iniciales de capital y número de variedades. El problema de control resuelve las trayectorias óptimas a las que da lugar la asignación de mercado, ya que se garantiza el cumplimiento de los dos fallos de mercado y cómo en dichas trayectorias se resuelve asignación dados esos fallos de mercado. La asignación de mercado no tiene nada que ver, por tanto, con la de un planificador benevolente.

El modelo planteado se puede considerar como el escenario de un país frente al resto del mundo con igual o diferentes constantes tecnológicas considerando la variable capital por variedad del resto del mundo como exógena.

2.2 Función de producción del bien final y de productos intermedios

El desarrollo de esta sección es análogo al realizado en la sección 1.2 de economía cerrada en lo que respecta a la producción del bien final y de bienes de capital. La diferencia principal radica en que la expresión 1.10 del beneficio del monopolista en un país se transforma ahora en el beneficio del monopolista obtenido en los dos países, ya que ambos países necesitan las variedades del otro país además de las suyas propias para producir de forma eficiente.

Por tanto, el beneficio total del monopolista del país 1 (el país para el que se representan las ecuaciones), $B_{mt1,2}$, obtenido en los dos países (1 y 2) suponiendo que el parámetro α es idéntico y que el tipo de interés es el mismo, será el siguiente:

$$B_{mt1,2} = rk_1 \frac{(1-\alpha)}{\alpha} + rk_2 \frac{(1-\alpha)}{\alpha} \tag{2.1}$$

en donde r es el tipo de interés, k_1 y k_2 son el capital que produce cada monopolista por cada variedad en cada uno de los dos países (1 y 2).

Dado este beneficio del monopolista, el precio al que vende su patente al otro país, $P_{patente}$, será igual al valor presente del flujo de beneficios ($\frac{B_{mt1,2}}{r}$):

$$P_{patente} = \frac{B_{mt1,2}}{r} = (k_1 + k_2) \frac{(1-\alpha)}{\alpha} \tag{2.2}$$

Dado que el número total de variedades M_t usadas en ambos países es el mismo, porque cada país necesita sus variedades y la del otro, siendo K_t el capital total de las dos economías, podemos escribir la relación:

$$\frac{K_t}{M_t} = k_1 + k_2 = \frac{r_t^{\frac{1}{\alpha-1}} L}{\alpha^{\frac{2}{\alpha-1}}} \qquad (2.3)$$

2.3 El sector de investigación

La cantidad de variedades de productos intermedios que genera cada país crece a una tasa que depende de la cantidad R_{1t} (R_{2t}) de producto final que se dedique a la investigación en cada país. También depende inversamente de la cantidad de capital (K_{total}) existente en la economía global (País 1+ País 2). Cuanto mayor es el capital acumulado mayor es el esfuerzo en investigación para producir una nueva variedad de producto intermedio. Además, la generación de variedades tiene rendimientos decrecientes a escala respecto a la investigación. Se introduce también en la generación de variedades el efecto de "Learning by doing" del modelo de Romer, esto es, cuanta mayor sea la cantidad de variedades existente en la economía (País 1+ País 2), más sencillo es generar una nueva por el efecto de aprendizaje:

$$\frac{dM_{it}}{dt} = \lambda_i M_{total} Ln\left(\frac{R_{it}}{K_t} + 1\right) \quad i = 1,2 \qquad (2.4)$$

Donde λ_i es un parámetro positivo que refleja la productividad de sector de investigación en el país i.

Las empresas del sector de investigación buscan maximizar su beneficio. Sus ingresos vienen dados por el número de patentes de productos intermedios que generan en un periodo multiplicado por el valor presente de los beneficios que los monopolistas obtienen de cada patente. Los costes del sector serán los de la investigación para la producción de nuevas patentes. Así el beneficio en el país i B_{Rit} quedaría (análogo será el del país j):

$$B_{Rit} = (k_i + k_j)^{\frac{(1-\alpha)}{\alpha}} \lambda_i M_t Ln\left(\frac{R_{it}}{K_t} + 1\right) - R_{it} \qquad \mathrm{i} = 1,2 \qquad (2.5)$$

Combinando la ecuación 2.3 con la 2.5 y maximizando el beneficio respecto a R obtenemos la relación R/K que maximiza el beneficio del sector investigador en el país i:

$$\frac{R_{it}}{K_t} = \lambda_i \frac{1-\alpha}{\alpha} - \mathbf{1} = \frac{R_{it}}{K_i\left(\frac{k_j}{k_i} + 1\right)} \qquad \mathrm{i} = 1,2 \qquad \mathrm{J} = 1,2 \qquad (2.6)$$

El gasto en investigación es una de las variables a las que se destina la producción del bien final.

2.4 El consumidor

Al igual que en el modelo de economía cerrada, la variable a la que se destina parte de la producción es el consumo cuyo comportamiento se rige por la misma función de utilidad para los dos países que se ha presentado en las expresiones 1.19 y 1.20 del capítulo 1.

2.5 Inversión y acumulación de capital con costes de ajuste

La siguiente variable a la que se destina la producción es la inversión. El tratamiento de esta con costes de ajuste es similar a la economía cerrada y la fórmula de la variación de capital para cada país viene definida por la ecuación 1.24 donde R_t y K_t se covierten en R_{1t} y K_{1t} para el país 1. Análogamente para el país 2.

2.6 Exportaciones Netas

En el modelo de economía abierta, además del consumo, de la inversión y del gasto en investigación hay una variable adicional respecto al modelo de economía cerrada a la que se destina parte de la producción del bien final. Esta variable es el saldo neto entre exportaciones e importaciones de cada país (SBC_1 y SBC_2). Como todas las variedades inventadas en cada país son necesarias para la producción del bien final del otro país, parte de la producción del bien final se destina a la compra de esas patentes para fabricar esas variedades. Si el saldo neto es positivo significará que el país es más exportador que importador por lo que habrá producido una contribución neta al producto final. Ese exceso es una disminución en la posición deudora internacional (deuda exterior). Lo que importa un país es igual al precio de cada patente multiplicado por las patentes generadas en el otro país, mientras lo que exporta es igual al precio de cada patente multiplicado por las patentes generadas en el mismo. Si utilizamos las ecuaciones 1.18, 2.2, 2.3 y 2.4, la expresión que toma esta variable para un país es:

$$SBC_i = \left[\lambda_i Ln\left(\lambda_i \frac{1-\alpha}{\alpha}\right) - \lambda_j Ln\left(\lambda_j \frac{1-\alpha}{\alpha}\right)\right] \frac{(1-\alpha)}{\alpha} K_t \qquad \mathrm{i, j} = 1, 2 \tag{2.7}$$

La variable SBC_i es la balanza comercial del País i, ya que suponemos que no se intercambian bienes y sólo se intercambian patentes. El saldo de la balanza de pagos por cuenta corriente será la suma del saldo comercial debido a las patentes más los ingresos o pagos por intereses de la deuda B_{it}. Pero los pagos o ingresos de intereses por la deuda tienen el concepto de rentas de factores, sin formar parte del PIB. Su adición al PIB nos da el producto nacional (PNB). Se entiende que las exportaciones netas de patentes es producto interior a partir de la inversión en I+D.

La variación de la deuda es la suma del saldo comercial y los pagos de intereses. Se trata del ahorro (o desahorro) de la economía:

$$\frac{dB_{it}}{dt}=SBC_{it}+rB_{it} \qquad i=1,2 \tag{2.8}$$

B_{it} será el stock de deuda exterior del País i, que jugará el papel de variable de estado.

2.7 Equilibrio en el mercado de bienes

La producción del bien final en cada país se va a emplear, al igual que en economía cerrada, en consumo, en inversión para generar capital que produzca bien final y productos intermedios, así como investigación que proporcione patentes de productos intermedios o de capital. Además, al considerar economía abierta, parte de esa producción va a representar el saldo neto entre exportaciones e importaciones de patentes al otro país. Este saldo generará una posición financiera internacional acreedora si es positivo o deudora (variación de deuda exterior) que denomínanos $\dot{B}_{it}$. Se representa como la diferencia "exportaciones menos importaciones" de patentes, esto es, compras menos ventas. Además, se produce el ingreso o el pago de intereses por la deuda, según sea la posición financiera. La ecuación de equilibro en el mercado de bienes será:

$$Y_{it}=C_{it}+I_{it}+R_{it}+SBC_{it} \qquad i=1,2 \tag{2.9}$$

Si ahora normalizamos respecto al capital total de la economía del país tenemos la expresión que será necesario usar para el comportamiento de largo plazo:

$$\frac{Y_{it}}{K_{it}}=\frac{C_{it}}{K_{it}}+\frac{I_{it}}{K_{it}}+\frac{R_{it}}{K_{it}}+\frac{SBC_{it}}{K_{it}} \qquad i=1,2 \tag{2.10}$$

2.8 La trayectoria óptima

Con todo lo anterior se tiene para el País i un sistema dinámico cuyo comportamiento se puede derivar como solución a un problema de control óptimo que se debe resolver de forma análoga al de un país aislado. Tenemos tres variables de estado K_{it}, M_{it} y B_{it} y tres variables de control c_{it}, I_{it}, R_{it}. La función objetivo a maximizar es en este caso $U(c_{it})$. El problema de control, que se le plantea es el de elegir la trayectoria de consumo, inversión y gasto en investigación que maximiza la utilidad intertemporal y sujeta a la ecuación de movimiento y los valores iniciales de capital, número de variedades y deuda exterior:

$$\underset{\{c_{it}\}_0^\infty\{I_{it}\}_0^\infty\{R_{it}\}_0^\infty}{Max} \quad U_0 = \int_0^\infty U(c_{it})e^{-\rho t}\,dt \quad (41)$$

S.a. $\dot{K}_{it} = I_{it} - \frac{\Upsilon_1}{2}\left(\frac{{I_{it}}^2}{{K_{it}}^2}\right)K_{it} - \delta K_{it} + \Upsilon_2 M_t Ln(\frac{R_{it}}{K_{it}} + 1)$

$$\dot{M}_{it} = \lambda_i M_t Ln\left(\frac{Ri_t}{K_{it}} + 1\right)$$

$$SBC_{it} = \left[\lambda_i Ln\left(\frac{R_{it}}{K_t} + 1\right) - \lambda_j Ln(\frac{R_{jt}}{K_t} + 1)\right]\frac{(1-\alpha)}{\alpha}(k_i + k_j)$$

$$\frac{dBi_t}{dt} = C_{it} + I_{it} + R_{it} + + SBC_{it} + rB_{it} - {L_i}^{1-\alpha} M_t^{1-\alpha}{K_{it}}^{\alpha}$$

K_{io} , M_{io}, B_{i0} dados

El problema de control requiere la definición del Hamiltoniano:

$$H_{iC} = e^{-\rho t}\,u_i(c_i) + q_{it}\,\dot{K}_{it} + \mu_{mit}\,\dot{M}_{it} + \mu_{bit}\,\frac{dB_{it}}{dt} \qquad (2.11)$$

Donde q_{it} es el precio sombra del capital del País i en el instante t (q de Tobin), μ_{mit} es el precio sombra de las patentes (variedades) generadas en el País i en el instante t y μ_{bit} es el precio sombra de la deuda del País i en el instante t.

Las 7 condiciones necesarias se corresponden con las del capítulo 1 de economía cerrada y hay que añadir una octava referente a la deuda exterior.

$$8. \quad \frac{\partial H_{it}}{\partial B_{it}} = -\dot{\mu}_{bit} \tag{2.12}$$

Resolviendo la condición 2 (véase Anexo 2) se obtiene directamente la relación de I_t/K_t que en este caso, al contrario que en economía cerrada, ya no es paramétrica al depender del ratio $\frac{q_{it}}{\mu_{bit}}$.

$$\frac{I_{it}}{K_{it}} = \frac{1}{\Upsilon_1} - \frac{1}{\Upsilon_1 \frac{q_{it}}{\mu_{bit}}} \tag{2.13}$$

En el Anexo 2 se desarrollan todas las condiciones necesarias.

2.9 Relación entre las distintas tasas de crecimiento

A continuación, se analizan las diferentes formas que puede tomar la tasa de crecimiento de la economía en equilibrio estacionario, g, en este modelo. La productividad crece de forma constante a dicha tasa, al igual que el resto de las variables:

$$g = \frac{\dot{M}_t}{M_t} = \frac{\dot{C}_{it}}{C_{it}} = \frac{\dot{K}_{it}}{K_{it}} = \frac{\dot{M}_{it}}{M_{it}} = \frac{\dot{B}_{it}}{B_{it}} = \frac{\dot{Y}_{it}}{Y_{it}} \tag{2.14}$$

De la expresión 2.14 nos centramos en las tasas de crecimiento del capital y de las variedades que son las que van a proporcionar el valor la expresión de la variable de k_i.

Si analizamos la expresión de la función de producción del modelo de economía abierta, que es similar a la expresión 1.13 de economía cerrada, podemos ver que para que haya equilibrio estacionario, Y_i debe crecer a la misma tasa que K_i y K_i debe crecer a la misma tasa que M_t. Por lo tanto, Y_i debe crecer a la misma tasa que M_t. Esto es importante, ya que implica que las dos economías deben crecer a la misma tasa, que depende de los parámetros de innovación de las dos economías y que será igual a la siguiente expresión:

$$g = \frac{\frac{dM_t}{dt}}{M_t} = \frac{\frac{dY_{it}}{dt}}{Y_{it}} = \frac{\frac{dK_{it}}{dt}}{K_{it}} = \frac{\frac{dK_t}{dt}}{K_t} = \frac{\frac{dM_i}{dt}+\frac{dM_j}{dt}}{M_t} \tag{2.15}$$

Combinando la expresión anterior con las expresiones 2.4 y 2.6 tenemos que:

$$g = \; Ln\left({\lambda_i}^{\lambda_i}{\lambda_j}^{\lambda_j}\left(\frac{1-\alpha}{\alpha}\right)^{\lambda_i+\lambda_j}\right) \tag{2.16}$$

que es la expresión paramétrica del crecimiento de ambos países y de la economía global.

A partir de este resultado para la tasa de crecimiento del total de variedades, se plantea la cuestión de cuál es la tasa de crecimiento del número de variedades de cada uno de los dos países. Operando en la expresión 1.39 de economía cerrada, que es la misma para economía abierta de cada país, se cumple que:

$$\frac{\frac{dM_{it}}{dt}}{M_{it}}\frac{M_{it}}{M_t} = \lambda_i Ln\lambda_i\,\frac{1-\alpha}{\alpha} \tag{2.17}$$

Si denotamos m_i a la cuota de variedades del país i, $\frac{M_{it}}{M_t}$, podemos concluir lo que ocurre con la tasa de crecimiento en equilibrio estacionario de su número de variedades de bienes intermedios. En equilibrio estacionario la tasa de crecimiento debe ser constante, de donde se deduce en la expresión 2.17 de m_i debe también ser constante. Ello significa que M_{it} debe crecer igual que M_t. En consecuencia:

$$m_i = \frac{\lambda_i Ln\lambda_i\frac{1-\alpha}{\alpha}}{Ln\left({\lambda_i}^{\lambda_i}{\lambda_j}^{\lambda_j}\left(\frac{1-\alpha}{\alpha}\right)^{\lambda_i+\lambda_j}\right)} \tag{2.18}$$

Por lo tanto, los coeficientes de eficiencia en la innovación de los dos países, $\boldsymbol{\lambda_i}$ y $\boldsymbol{\lambda_j}$, influyen en la tasa de crecimiento del número de variedades en cada uno de ellos. Si ambas constantes tecnológicas son iguales, la cuota de las variedades de cada país es 0,5.

Si analizamos el crecimiento del stock de capital en economía abierta y combinamos las ecuaciones 1.24 y 2.13 podemos concluir la expresión:

$$g = \frac{\dot{K}_t}{K_t} = \frac{1}{\Upsilon_1}\left(1 - \frac{\mu_{bit}}{q_{it}}\right) - \frac{1}{2\Upsilon_1}\left(1 - \frac{\mu_{bit}}{q_{it}}\right)^2 - \delta + \frac{\Upsilon_2}{k_i} Ln\,\lambda \frac{1-\alpha}{\alpha} \qquad (2.19)$$

Combinando la ecuación 2.13, la 2.16 y la 2.19 obtenemos la expresión de k_i

$$k_i = \frac{\Upsilon_2 Ln\lambda_i \dfrac{1-\alpha}{\alpha}}{Ln\left(\lambda_i{}^{\lambda_j}\lambda_i{}^{\lambda_j}\left(\dfrac{1-\alpha}{\alpha}\right)^{\lambda_{i+}\lambda_j}\right) - \dfrac{1}{2\Upsilon_1}\left(1 - \left(\dfrac{\mu_{bit}}{q_{it}}\right)^2\right) + \delta} \qquad (2.20)$$

2.10 Los precios sombra del capital, de las variedades y de la deuda en estado estacionario y no estacionario

De la condición necesaria similar en el capítulo 1 de economía cerrada 1.30 (véase Anexo B) y utilizando las ecuaciones 2.3 y 2.6 se obtiene la relación entre los precios sombra del capital, de las variedades y de la deuda.

$$\mu_{m0i} = (q_{0i} + \mu_{0bi})\left[\frac{(k_i+k_j)(1-\alpha)}{\alpha} - \frac{\Upsilon_2}{\lambda_i} + \frac{k_j(1-\alpha)}{\alpha}\right] \qquad (2.21)$$

De forma análoga a economía cerrada y operando la condición necesaria B.14 que optimiza el consumo (Véase Anexo B) se obtiene para economía abierta que la q de Tobin y el precio sombra de la deuda en estado estacionario para el país i cumplen:

$$q_{0i}+\mu_{0bi}=\frac{1}{\left(2-\Upsilon_i\frac{I_{it}}{K_{it}}\right)\left(\frac{Y_{it}}{K_{it}}-\frac{I_{it}}{K_{it}}-\frac{R_{1t}}{K_t}\left(\frac{k_2}{k_1}+1\right)-\frac{SBC1}{K_t}\left(\frac{k_2}{k_1}+1\right)\right)^{\sigma}}\qquad i=1,2 \qquad (2.22a)$$

$$\mu_{0bi}=\frac{(1-\Upsilon_1\frac{I_{it}}{K_{it}})}{\left(2-\Upsilon_1\frac{I_{1t}}{K_{1t}}\right)^2\left(\frac{Y_{it}}{K_{it}}-\frac{I_{it}}{K_{it}}-\frac{R_{1t}}{K_t}\left(\frac{k_2}{k_1}+1\right)-\frac{SBC1}{K_t}\left(\frac{k_2}{k_1}+1\right)\right)^{\sigma}}\qquad (2.22b)$$

Operando las condiciones necesarias 1.28, 1.29 y 2.15 (véase Anexo B) se obtiene la ecuación diferencial que rige el estado no estacionario del precio sombra del capital.

$$\frac{\dot{q}_i}{q_i}=\left(1-\Upsilon_1\frac{I_{it}}{K_{it}}\right)(r+\rho+\sigma g)-(\rho+\sigma g)\qquad i=1,2 \qquad (2.23)$$

Operando la condición necesaria 2.12, de forma inmediata se obtienen la ecuación diferencial que rige el estado no estacionario de los precios sombra de la deuda

$$\frac{\dot{\mu}_{bi}}{\mu_{bi}}=-r\qquad i=1,2 \qquad (2.24)$$

Conocidas las dinámicas de q_i y de μ_{bi}, se determina la dinámica de μ_{mi} dada la relación 2.21.

2.11 Influencia de los parámetros en las variables en estado estacionario

La definición de la q intrínseca de cada país es similar a la desarrollada en el capítulo 1. La ecuación 1.8 el capítulo 1, suponiendo que la constante L es igual a 1, queda de la siguiente forma:

$$k_1+k_2=\frac{r_t^{\frac{1}{\alpha-1}}}{\alpha^{\frac{2}{\alpha-1}}}\qquad (2.25)$$

Para cada país, el i y el j, el modelo expresado tiene 8 parámetros: $\Upsilon_1, \delta, \Upsilon_2, \alpha, \rho, \sigma, \lambda_1, \lambda_2$. Por simplicidad se supondrá que son todos iguales entre los dos países salvo las constantes tecnológicas λ_i y λ_j.

Dichos parámetros influyen en las siguientes 12 variables endógenas, ya que k_j se considera como exógena para no tener que resolver el sistema de las dos economías.

$$g, r, \; k_i, \frac{I_{it}}{K_{it}}, \frac{R_{it}}{K_{it}}, \frac{C_{it}}{K_{it}}, \frac{Y_{it}}{K_{it}}, \frac{SBC_{it}}{K_{it}} \; q_{0i}, \mu_{m0i}, \mu_{b0i}, q_{intr\,i}$$

Es importante destacar que la única variable de cada país que afecta al otro es k_j, el capital utilizado por cada variedad del resto del mundo. Las 12 ecuaciones que resuelven el equilibrio estacionario, que provienen de las expresiones 1.14, 1.18, 1.49, 2.3, 2.7, 2.10, 2.16, 2.19, 2.21, 2.22a, 2.22b, B.2 y B.12, son las que se recogen a continuación:

1. $\frac{Y_{it}\,(L, K_t, M_t)}{K_{it}} = k_i^{\alpha-1}$

2. $\frac{R_{it}}{K_t} = \lambda_i \frac{1-\alpha}{\alpha} - 1$

3. $q_{intr\,i} = q_{0i} + \frac{\mu_{0i}}{k_i}$

4. $\frac{SBC_i}{K_t} = \left[\lambda_i Ln\left(\lambda_i \frac{1-\alpha}{\alpha}\right) - \lambda_j Ln\left(\lambda_j \frac{1-\alpha}{\alpha}\right)\right] \frac{(1-\alpha)}{\alpha}$

5. $\frac{C_{it}}{K_{it}} = \frac{Y_{it}}{K_{it}} - \frac{I_{it}}{K_{it}} - \frac{R_{it}}{K_t}\left(\frac{k_j}{k_i} + 1\right) - \frac{SBC_{it}}{K_t}\left(\frac{k_j}{k_i} + 1\right)$

6. $\frac{I_{it}}{K_{it}} = \frac{1}{\Upsilon_1} - \frac{1}{\Upsilon_1 \frac{q_{0i}}{\mu_{0bi}}}$

7. $g_i = g = Ln\left(\lambda_i^{\lambda_i} \lambda_j^{\lambda_j} \left(\frac{1-\alpha}{\alpha}\right)^{\lambda_i + \lambda_j}\right)$

8. $k_i = \frac{\Upsilon_2 Ln\lambda_i \frac{1-\alpha}{\alpha}}{g - \frac{1}{2\Upsilon_1}\left(1 - \left(\frac{\mu_{bit}}{q_{it}}\right)^2\right) + \delta}$

9. $\mu_{mit} = (q_{it} + \mu_{bit})[\frac{(k_i+k_j)(1-\alpha)}{\alpha} - \frac{\Upsilon_2}{\lambda_i} + \frac{k_j(1-\alpha)}{\alpha}]$

10. $q_{0i} + \mu_{bit} = \frac{1}{\left(2 - \Upsilon_1 \frac{I_{it}}{K_{it}}\right)\left(\frac{Y_{it}}{K_{it}} - \frac{I_{it}}{K_{it}} - \frac{R_{it}}{K_t}\left(\frac{k_j}{k_i} + 1\right) - \frac{SBCi}{K_t}\left(\frac{k_j}{k_i} + 1\right)\right)^{\sigma}}$

11. $k_1 + k_2 = \frac{r_t^{\frac{1}{\alpha-1}}}{\alpha^{\frac{2}{\alpha-1}}}$

12. $\alpha k_1^{\alpha-1} + \frac{\Upsilon_1}{2}\left(\frac{I_{it}^2}{K_{it}^2}\right) - \delta + \left(\frac{k_j}{k_j + k_i} - 1\right)\left(\lambda i\, \frac{1-\alpha}{\alpha} - 1\right) = r \frac{\left(1 - \Upsilon_1 \frac{I_{it}}{K_{it}}\right)}{\left(2 - \Upsilon_1 \frac{I_{it}}{K_{it}}\right)} + (\rho + \sigma g)$

Para resolver las ecuaciones se ha utilizado el programa Dynare. En el Anexo D se adjuntan ejemplos de los archivos de entrada y de resultados de dicho programa.

Para analizar cómo afecta la variación cada uno de los parámetros a las diferentes variables en el estado estacionario se han calibrado los valores de los parámetros. Los valores de los parámetros fijos a utilizar en los análisis realizados a continuación son los que se recogen en la tabla 2.1.

Tabla 2.1.- Valores de referencia de los ocho parámetros del modelo.

λ_1	λ_2	α	Υ_1	δ	Υ_2	ρ	σ
0,57	0,57	0,34	4	0,1	0,1	0,03	0,5

El resultado de resolver las ecuaciones del estado estacionario es el contiene la tabla 2.2.

Tabla 2.2.- Valores de equilibrio estacionario de las diferentes variables del modelo de dos países

α	**0,34**
$\frac{Y_1}{K_1}$	**0,509**
$\frac{C_1}{K_1}$	**0,128**
$\frac{I_1}{K_1}$	**0,169**
$\frac{R_1}{K_1}$	**0,212**
$\frac{SBC_1}{K_1}$	**0**
g	**0,115**
r_t	**0,068**
k_1	**0,112**
k_2	**0,112**
k	**2,783**
q_0	**1,603**
$\mu_{0.}$	**1,011**
$\mu_{b.}$	**0,518**
$q_0 k_i/\mu_{0.}$	**0,177**
$q_0/\mu_{0.}$	**1,584**
$qintr$	**10,63**

2.11.1 Influencia de λ_i en el estado estacionario

La tabla 2.3 contiene los efectos de variaciones en el parámetro λ_i, el parámetro tecnológico del propio país, en los valores de equilibrio estacionario de variables endógenas relevantes.

Tabla 2.3.- Valores de las variables endógenas en equilibrio estacionario para distintos valores de λ_i

λ_i	0,175	0,178	0,180	0,183	0,185	0,188
Y_i/K_i	4,586	4,298	4,054	3,841	3,652	3,481
I_i/K_i	0,505	0,503	0,502	0,500	0,498	0,495
R_i/K_i	0,171	0,188	0,205	0,221	0,238	0,255
I_i/Y_i	0,110	0,117	0,124	0,130	0,136	0,142
g	0,042	0,045	0,048	0,051	0,054	0,057
k_i	0,174	0,187	0,200	0,213	0,226	0,238
q_i	2,781	3,223	3,672	4,118	4,552	4,958
μ_i	0,537	0,692	0,873	1,086	1,335	1,626
q_{intr}	4,734	5,620	6,568	7,574	8,634	9,743
$q_i(k_i+k_j)/\mu_i$	1,857	1,734	1,619	1,509	1,400	1,291
q_i/μ_i	5,178	4,661	4,204	3,791	3,410	3,049

El efecto del parámetro λ_i no es coincidente en todos sus aspectos con el efecto que tiene en el modelo de economía cerrada. Un mayor valor de λ_i hace a la economía a la economía en más productiva en el uso del capital, pero sí le dota de una mayor tasa de crecimiento. Los precios sombra del capital y las variedades (q_{0i}, μ_{0i} y q_{intr}) son crecientes a la vez que aumentan g e I/Y. Al contrario que en economía cerrada, las ratios $q_{0i}(k_i+k_j)/\mu_{0i}$ y q_{0i}/μ_{0i} disminuyen, lo mismo que ocurre con la productividad del capital Y/K e I/K, en correspondencia con el aumento de k_i. Estas ratios de la q reinterpretada explican en este caso el aumento de la productividad del capital por el aumento de k_i, porque en general se mueven en sentido contrario, mientras las dos versiones de la q de Tobin explican la tasa de crecimiento y la importancia de la inversión sobre el producto. Lo único que se mantiene de economía cerrada es que las primeras explican la productividad del capital y las segundas la inversión, pero es una novedad que estas últimas expliquen el crecimiento. La razón es el aumento de k_i.

2.11.2 Influencia de λ_j en el estado estacionario

La tabla 2.4 contiene los efectos de variaciones en el parámetro λ_j sobre los valores de equilibrio estacionario de variables endógenas relevantes.

Tabla 2.4.- Valores de las variables endógenas en equilibrio estacionario para distintos valores de λ_j

λ_j	0,165	0,168	0,170	0,173	0,175	0,178
Y_i/K_i	7,439	7,571	7,705	7,841	7,978	8,116
I_i/K_i	0,511	0,511	0,511	0,511	0,511	0,511
R_i/K_i	0,091	0,091	0,091	0,091	0,091	0,091
I_i/Y_i	0,069	0,068	0,066	0,065	0,064	0,063
g	0,031	0,033	0,036	0,039	0,042	0,045
ki	0,100	0,098	0,096	0,094	0,092	0,090
qi	0,932	0,877	0,826	0,779	0,734	0,693
ui	0,095	0,088	0,082	0,076	0,071	0,066
q_{intr}	0,023	0,024	0,026	0,027	0,028	0,030
$q_i(k_i+k_j)/\mu_i$	0,107	0,111	0,116	0,120	0,125	0,130
q_i/μ_i	9,831	9,960	10,088	10,218	10,349	10,481

Cuando se incrementa la constante tecnológica del país j se produce un aumento del crecimiento del país i, aumentando simultáneamente de productividad por unidad de capital del país Y/K, mientras que desciende la ratio capital por variedad k_i. Además, la proporción I/Y decrece. Es un comportamiento idéntico al que se produce en economía cerrada cuando aumenta la propia constante tecnológica. Sus ratios $q_{0i}(k_i+k_j)/\mu_{0i}$ y q_{0i}/μ_{0i} aumentan, lo mismo que ocurre con la productividad del capital Y/K e I/K, en correspondencia con el descenso de k_i. Por lo tanto, al disminuir

k_i ha cambiado totalmente la influencia de las q y las q reinterpretadas. Ahora las que están relacionadas con la evolución de la inversión (en proporción al producto) son la q original y la intrínseca, que disminuyen al igual que k_i, mientras que las ratios con el precio sombra de las variedades explican tanto la tasa de crecimiento como la productividad del capital. Lo mismo que en economía cerrada con la propia constante tecnológica.

2.11.3 Influencia de α en el estado estacionario

La tabla 2.5 contiene los efectos de variaciones en el parámetro α en los valores de equilibrio estacionario de variables endógenas relevantes.

Tabla 2.5.- Valores de las variables endógenas en equilibrio estacionario para distintos valores de α

α	0,125	0,128	0,130	0,133	0,135	0,138
Y_i/K_i	5,557	6,278	7,334	9,051	12,375	21,663
I_i/K_i	0,508	0,510	0,511	0,513	0,516	0,522
R_i/K_i	0,141	0,115	0,091	0,067	0,044	0,022
I_i/Y_i	0,091	0,081	0,070	0,057	0,042	0,024
g	0,043	0,036	0,028	0,021	0,014	0,007
k_i	0,141	0,122	0,101	0,079	0,055	0,028
q_i	1,769	1,364	0,980	0,640	0,362	0,160
μ_i	0,272	0,174	0,101	0,050	0,019	0,004
q_{intr}	2,892	2,144	1,476	0,917	0,486	0,194
$q_i(k_i+k_j)/\mu_i$	2,120	2,406	2,786	3,369	4,483	7,697
q_i/μ_i	6,506	7,843	9,731	12,764	18,713	36,092

El efecto de α respecto a las diferentes variables es similar en muchos aspectos a lo que ocurre en economía cerrada. Valores de α más altos (economías cuya productividad depende más del capital que de las variedades) generan menos productividad por unidad de capital, menor tasa de crecimiento y menor gasto en investigación por unidad de capital. Como en el caso de la variación en λ_i, un mayor α hace a la economía menos productiva en su uso del capital provoca un menor crecimiento. Los precios sombra del capital y de las variedades (q_{0i}, μ_{0i} y q_{intr}) son decrecientes con α, al igual que la tasa de crecimiento g y la proporción I/Y. Por el contrario, las ratios $q_{0i}(k_i+k_j)/\mu_{0i}$ y q_{0i}/μ_{0i} aumentan, lo mismo que ocurre con la productividad del capital Y/K y el valor de I/K, como corresponde a una disminución de k_i. Son unos comportamientos opuestos a los efectos de las variaciones en λ_i. Por lo tanto, al igual que en la variación de la propia constante tecnológica, la q original y la intrínseca explican la inversión y el crecimiento y las ratios de la q reinterpretada explican la productividad del capital.

La influencia de las q y las q reinterpretadas sobre la tasa de crecimiento depende de lo ocurrido entre dicha tasa y la productividad del capital. Si se mueven en el sentido contrario, son la q original y la q intrínseca las que lo explican. Sin embargo, si se mueven en el mismo sentido son las ratios $q_{0i}(k_i+k_j)/\mu_{0i}$ y q_{0i}/μ_{0i}, las que lo hacen.

Las tres modificaciones de parámetros analizadas hasta ahora son las únicas que generan variaciones de la tasa de crecimiento, por lo que concluimos que la variable que explican la tasa de crecimiento depende de lo que ocurre la productividad del capital, como se acaba de indicar.

No hay ningún otro parámetro entre los que vamos a estudiar a continuación que afecte a la tasa de crecimiento. Salvo cuando permanecen constantes, no habrá ninguna vinculación de dicha variable con ninguna de las q, reinterpretadas o no. En estos casos es interesante ver su vinculación con la productividad marginal del capital Y/K y con la ratio I/Y.

2.11.4 Influencia de k_j en el estado estacionario

La tabla 2.6 contiene los efectos de variaciones en el parámetro *kj* en los valores de equilibrio estacionario de variables endógenas relevantes.

Tabla 2.6.- Valores de las variables endógenas en equilibrio estacionario para distintos valores de k_j

k_j	0,095	0,098	0,100	0,103	0,105	0,108
Y_i/K_i	7,300	7,313	7,326	7,339	7,352	7,364
I_i/K_i	0,510	0,511	0,511	0,511	0,512	0,512
R_i/K_i	0,091	0,091	0,091	0,091	0,091	0,091
I_i/Y_i	0,0699	0,0698	0,0698	0,0697	0,0696	0,0695
g	0,028	0,028	0,028	0,028	0,028	0,028
k_i+k_j	0,197	0,199	0,201	0,204	0,206	0,208
q_i	0,931	0,950	0,969	0,988	1,007	1,027
u_i	0,091	0,095	0,099	0,102	0,106	0,110
q_{intr}	1,394	1,426	1,458	1,490	1,522	1,555
$q_i(k_i+k_j)/\mu_i$	2,93	2,87	2,82	2,76	2,71	2,67
q_i/μ_i	10,216	10,019	9,832	9,657	9,492	9,336

Cuando aumenta *kj* aumentan *Y/K* e *I/K, al* igual que q_{0i} y q_{intr}. Luego la q original y la intrínseca explican la productividad del capital. Por el contrario, al aumentar k_i+k_j disminuyen $q_{0i}(k_i+k_j)/\mu_{0i}$ y q_{0i}/μ_{0i}, como lo hace *I/Y*. De manera que son estas últimas dos ratios las que explican la inversión. Vemos que se alterna la explicación según lo que ocurre con k_i+k_j.

2.11.5 Influencia de δ en el estado estacionario

La tabla 2.7 contiene los efectos de variaciones en el parámetro δ en los valores de equilibrio estacionario de variables endógenas relevantes.

Al aumentar δ aumenta Y/K, lo mismo que $q_{0i}(k_i+k_j)/\mu_{0i}$ y q_{0i}/μ_{0i}, porque se reduce k_i. Por el contrario, se reducen las q, original e intrínseca, a la vez que disminuye *I/Y*.

De manera que en este caso son estas últimas las que explican la inversión, mientras que las dos ratios primeras explican la productividad del capital.

Tabla 2.7.- Valores de las variables endógenas en equilibrio estacionario para distintos valores de δ

δ	0,140	0,145	0,150	0,155	0,160	0,165
Y_i/K_i	7,875	8,119	8,363	8,605	8,846	9,087
I_i/K_i	0,512	0,512	0,512	0,512	0,512	0,513
R_i/K_i	0,091	0,091	0,091	0,091	0,091	0,091
I_i/Y_i	0,065	0,063	0,061	0,060	0,058	0,056
g	0,028	0,028	0,028	0,028	0,028	0,028
k_i	0,093	0,090	0,087	0,084	0,082	0,079
q_i	0,833	0,778	0,729	0,686	0,647	0,611
u_i	0,080	0,073	0,066	0,061	0,056	0,051
q_{intr}	1,244	1,158	1,082	1,013	0,951	0,896
$q_i(k_i+k_j)/\mu_i$	2,892	2,941	2,990	3,040	3,089	3,138
q_i/μ_i	10,393	10,692	10,991	11,289	11,586	11,882

2.11.6 Influencia de Υ_1 en el estado estacionario

La tabla 2.8 contiene los efectos de variaciones en el parámetro ϒ1 en los valores de equilibrio estacionario de variables endógenas relevantes.

Tabla 2.8.- Valores de las variables endógenas en equilibrio estacionario para distintos valores de Υ_1

Υ_1	3,500	3,550	3,600	3,650	3,700	3,750
Y_i/K_i	7,287	7,297	7,308	7,318	7,328	7,338
I_i/K_i	0,545	0,537	0,530	0,522	0,515	0,508
R_i/K_i	0,091	0,091	0,091	0,091	0,091	0,091
I_i/Y_i	0,075	0,074	0,072	0,071	0,070	0,069
g	0,028	0,028	0,028	0,028	0,028	0,028
k_i	0,102	0,102	0,102	0,102	0,102	0,102
q_i	1,060	1,041	1,023	1,005	0,988	0,972
u_i	0,107	0,105	0,104	0,103	0,101	0,100
q_{intr}	1,585	1,559	1,535	1,511	1,488	1,466
$q_i(k_i+k_j)/\mu_i$	2,848	2,834	2,820	2,806	2,793	2,780
q_i/μ_i	9,924	9,879	9,836	9,794	9,754	9,714

Lo que ocurre con las variaciones de ϒ1 es que todos los indicadores a los que nos estamos refiriendo, las q y las ratios entre precios sombra, disminuyen como disminuye disminuyen I/Y, I/K y k_i+k_j. De manera que en este caso son todas las q las que explican la inversión, pero ninguna es capaz de explicar el aumento de la productividad del capital.

Lo que ocurre es que las q, reinterpretadas o no, disminuyen como disminuyen I/Y e I/K. El término *ki+kj* permanece constante, por lo que el cociente $(k_i+k_j)/\mu_{0i}$ aumenta, que es el término que acaba explicando el incremento en la productividad Y/K. De manera que en este caso son todas las q las que explican el comportamiento de la inversión, pero ninguna es capaz de explicar el aumento de la productividad del capital que es explicada por el capital por unidad de valor de las variedades.

2.11.7 Influencia de Υ_2 en el estado estacionario

La tabla 2.9 contiene los efectos de variaciones en el parámetro ϒ2 en los valores de equilibrio estacionario de variables endógenas relevantes.

Tabla 2.9.- Valores de las variables endógenas en equilibrio estacionario para distintos valores de γ_2

γ_2	0,140	0,145	0,150	0,155	0,160	0,165
Y_i/K_i	8,051	7,796	7,557	7,334	7,124	6,927
I_i/K_i	0,512	0,512	0,511	0,511	0,511	0,511
R_i/K_i	0,091	0,091	0,091	0,091	0,091	0,091
I_i/Y_i	0,064	0,066	0,068	0,070	0,072	0,074
g	0,028	0,028	0,028	0,028	0,028	0,028
k_i	0,091	0,094	0,098	0,101	0,105	0,108
q_i	0,811	0,865	0,921	0,980	1,041	1,104
u_i	0,082	0,088	0,094	0,101	0,107	0,114
q_{intr}	1,240	1,316	1,395	1,476	1,561	1,648
$q_i(k_i+k_j)/\mu_i$	2,715	2,736	2,760	2,786	2,813	2,842
q_i/μ_i	9,838	9,795	9,758	9,731	9,711	9,697

Ante los aumentos de ϒ2 cae Y/K pero solo la acompaña q_{0i}/μ_{0i}. Aumentan I/Y y k_i aumentando también $q_{0i}(k_i+k_j)/\mu_{0i}$, q_{0i} y q_{intr}, por lo que lo que estas tres variables explican la inversión. La novedad en este caso es que la ratio entre el valor del capital por variedad y el precio sombra de las variedades aumenta con un aumento en k_i.

2.11.8 Influencia de σ y ρ en el estado estacionario

La tabla 2.10 contiene los efectos de variaciones en el parámetro σ en los valores de equilibrio estacionario de variables endógenas relevantes.

Tabla 2.10.- Valores de las variables endógenas en equilibrio estacionario para distintos valores de σ

σ	2,400	2,450	2,500	2,550	2,600	2,650
Y_i/K_i	7,337	7,335	7,334	7,332	7,331	7,330
I_i/K_i	0,511	0,511	0,511	0,511	0,511	0,511
R_i/K_i	0,091	0,091	0,091	0,091	0,091	0,091
I_i/Y_i	0,065	0,063	0,061	0,060	0,058	0,056
g	0,028	0,028	0,028	0,028	0,028	0,028
k_i	0,1012	0,1012	0,1012	0,1013	0,1013	0,1013
q_i	1,189	1,079	0,980	0,889	0,807	0,733
u_i	0,122	0,111	0,101	0,092	0,083	0,076
q_{intr}	1,790	1,625	1,476	1,341	1,218	1,106
$q_i(k_i+k_j)/\mu_i$	2,793	2,789	2,786	2,782	2,778	2,775
q_i/μ_i	9,758	9,745	9,731	9,718	9,704	9,691

Cuando aumenta σ caen Y/K e I/Y y las acompañan tanto las q (q_{0i} y q_{intr}) como los ratios con el precio sombra de las variedades ($q_{0i}(k_i+k_j)/\mu_{0i}$ y q_{0i}/μ_{0i}),. De manera que en este caso son todas ellas las que explican la tanto la inversión como la productividad del capital. Efecto demanda. La razón de que se mueva $q_{0i}(k_i+k_j)/\mu_{0i}$ en el mismo sentido que las otras q es porque aumenta k_i.

La tabla 2.11 contiene los efectos de variaciones en el parámetro ρ en los valores de equilibrio estacionario de variables endógenas relevantes.

Tabla 2.11.- Valores de las variables endógenas en equilibrio estacionario para distintos valores de ρ

ρ	0,007	0,008	0,009	0,010	0,011	0,012
Y_i/K_i	7,337	7,336	7,335	7,334	7,333	7,332
I_i/K_i	0,511	0,511	0,511	0,511	0,511	0,511
R_i/K_i	0,091	0,091	0,091	0,091	0,091	0,091
I_i/Y_i	0,065	0,063	0,061	0,060	0,058	0,056
g	0,028	0,028	0,028	0,028	0,028	0,028
k_i	0,1012	0,1012	0,1012	0,1012	0,1013	0,1013
q_i	0,984	0,982	0,981	0,980	0,978	0,977
u_i	0,1008	0,1007	0,1007	0,1007	0,1006	0,1006
q_{intr}	1,481	1,480	1,478	1,476	1,475	1,473
$q_i(k_i+k_j)/\mu_i$	2,793	2,791	2,788	2,786	2,783	2,780
q_i/μ_i	9,760	9,750	9,741	9,731	9,722	9,712

Por último, las variaciones en ρ provocan caídas Y/K e I/Y y las acompañan todas las q, reinterpretadas o no. De manera que en este caso son estas todas las que explican la inversión. Efecto demanda. Nuevamente, la razón de que se mueva $q_{0i}(k_i+k_j)/\mu_{0i}$ y q_{0i}/μ_{0i} en el mismo sentido que las otras q es porque aumenta k_i.

Se puede decir que en economía vierta también hay un *efecto diferencial* cuando se produce una variación demanda. En este caso el efecto diferencial es que todas las q, reinterpretadas (ratios) o no, explican tanto la productividad marginal del capital como la inversión.

2.11.9.- Análisis de escenarios de un país respecto al resto del mundo

De los efectos de las variaciones que se han estudiado podemos destacar los que se refieren a los parámetros del resto del mundo, esto es, podemos ver cómo el resto del mundo afecta a la economía nacional si entendemos que el país 2 es el resto del mundo. Dos son los parámetros que condicionan con datos no endógenos la evolución de la economía nacional: λ_j y k_j.

Cuanto mayor es la constante tecnológica del resto del mundo mayor es la tasa de crecimiento del propio país, como mayor es la productividad del capital del país Y/K, de la misma manera que menor es el capital por cada variedad propia. Los ratios $q_{0i}(k_i+k_j)/\mu_{0i}$ y q_{0i}/μ_{0i} aumentan en correspondencia con el descenso de k_i, disminución que hace que las q (q_{0i} y q_{intr}) disminuyan como también lo hace la ratio I/Y. Luego un aumento en este parámetro tiene efectos positivos sobre la eficiencia del capital, aunque ello suponga un descenso de la importancia de la inversión en el producto que es condicionada por las q mientras que el crecimiento y la productividad del capital lo está por las ratios respecto del precio sombra de las variedades propias.

Cuando aumenta *kj* no se produce ninguna repercusión sobre la tasa de crecimiento, pero sí que aumenta la productividad del capital Y/K, al igual que hacen qi y qintr. Por el contrario, al aumentar k_i+k_j con el aumento de las k disminuyen $q_{0i}(k_i+k_j)/\mu_{0i}$ y q_{0i}/μ_{0i},, como lo hace I/Y. Por lo tanto, mejora la productividad marginal del capital, guiada por las q (q_{0i} y q_{intr}), y disminuye la inversión sobre el producto ante ese incremento de la productividad marginal del capital que está guiada por las ratios de la q con el precio sombra de las variedades.

Por lo tanto, cuanto mayor es el valor de los dos indicadores del resto del mundo mayor es la productividad marginal del capital, si bien aquí se terminan las similitudes. Porque en los demás rasgos sólo hay diferencias. En un caso mayor es la tasa de crecimiento y en el otro permanece constante, en el primero menor es el capital por variedad y en el segundo es mayor, en el primero menor es la importancia de la inversión en el producto y en el segundo es mayor, en el primero menores son las q (q_{0i} y q_{intr}) y en el segundo mayores y, por último, en el primero mayores son las ratios de la q con el precio sombra de las variedades ($q_{0i}(k_i+k_j)/\mu_{0i}$ y q_{0i}/μ_{0i}) y en el segundo son menores.

2.12 Conclusiones

Los resultados de economía abierta apuntan, en comparación con el modelo de economía cerrada, a que los intercambios de variedades entre los dos países impulsan el crecimiento, la productividad y mejoran el proceso innovador. Por otra parte, constatamos nuevamente que la q de Tobin por sí misma no es suficiente para explicar el comportamiento y magnitud de la inversión ni para determinar el crecimiento económico. Pero no hay una relación tan directa entre la q original, o sus reinterpretaciones, y las variables que son capaces de explicar: la tasa de crecimiento, la productividad de capital y la proporción de la inversión respecto el producto.

Tampoco se observa que en general el comportamiento de la tasa de crecimiento y el de la productividad del capital sea paralelo, como en economía cerrada, a la ratio entre el valor del capital por variedad y el precio sombra de las variedades, ni que la ratio de la inversión respecto del producto se mueva con la q de Tobin y la q intrínseca. Existe una gran variedad de situaciones en las que se alternan las variables que explican unas y otras variables. La razón que está en el fondo de esta variedad de situaciones es que el capital por variedad no es en economía abierta paramétrico y depende de la ratio entre la q de Tobin y el precio sombra de la deuda. Ello introduce una gran complejidad en las relaciones, que tienen como ancla explicativa el comportamiento del capital por variedad.

Poe otra parte, la influencia de los parámetros referidos al resto del mundo, (λ_j y k_j) nos permiten concluir el papel que juega la interacción entre países. Cuanto mayores son los valores de los dos indicadores del resto del mundo mayor es la productividad marginal del capital, si bien aquí se terminan las similitudes. Porque en los demás rasgos sólo hay diferencias. En el primer caso mayor es la tasa de crecimiento y en el segundo permanece constante, menor es el capital por variedad en el primero y mayor es en el segundo, en el primero menor es la importancia de la inversión en el producto y en el segundo es mayor, en el primero menores son las q y en el segundo mayores y, por último, en el primero mayores son las ratios de q con el precio sombra del capital y en el segundo son menores.

Capítulo 3.- Innovación, cambio tecnológico y q de Tobin en empresas

RESUMEN

Se encuentra nuevamente en el modelo de empresa que la variable número de variedades de bienes de capital juega un papel importante, como base de la generación de las nuevas y como indicador de la productividad del trabajo que convierte el empleo en empleo efectivo. Su precio sombra es también clave en el valor de mercado de las empresas y en la relación que tiene dicho valor de mercado con el capital físico de la misma, esto es, la q de Tobin reinterpretada.

También se concluye que, como en los modelos de economía abierta y cerrada, el precio sombra del capital q por sí sólo no es capaz de explicar el crecimiento y la inversión en un contexto de cambio tecnológico. En este caso la ratio entre el precio sombra del capital y el precio sombra de las variedades es la variable que explica en todos los contextos el crecimiento y la inversión. La razón para ello es que no existe competencia entre la inversión y la innovación.

Con el objeto de relacionar nuestro modelo de empresa con el mercado de valores hemos utilizado como referencia Grilliches (1984 y 1987) donde se dan las claves para relacionar el valor de mercado con los intangibles de la empresa y Antonelli and Colonbelli. (2011) donde se relaciona empíricamente la productividad total de los factores con el valor de mercado de la empresa.

Se ha realizado un análisis detallado de 20 empresas de los mercados de valores Nasdaq y NYSE americanos y del Mercado Continuo español parametrizando su comportamiento con nuestro modelo usando datos históricos de los últimos 20 años. El objetivo es obtener el valor intrínseco (q intrínseca) de cada empresa en estado estacionario para compararlo con la q de mercado histórica y actual, de modo que permita diagnosticar la situación.

Se comprueba que históricamente la q del mercado americano ha estado mucho más alejada de la q intrínseca estacionaria que la del mercado español, en especial en las empresas del NASDAQ. La inversión y la investigación por unidad de capital es muy superior a las del mercado español. Este puede ser el motivo de que la q histórica sea muy superior y de la misma manera lo sea la q intrínseca estacionaria.

La situación en el año 2022 parece que ha empezado a corregir en los tres mercados donde las valoraciones se han acercado a la valoración intrínseca estacionaria. APPLE es la gran excepción al alejarse todavía más al alza.

3.1 Introducción

En este tercer capítulo se pretende estudiar la q de Tobin en el contexto de cambio tecnológico desde la perspectiva de la empresa y relacionarlo con el del mercado de valores como siempre se ha hecho.

Se supondrá una empresa que produce un bien único y para ello utiliza mano de obra fija y una serie de mejoras tecnológicas que va desarrollando en la propia empresa y capital que va acumulando con la incorporación de esas mejoras.

Para desarrollar las mejoras tecnológicas, la empresa investiga con un coste. Asimismo, paga por el trabajo efectivo un salario. También realiza una inversión bruta que adquiere al mismo precio al que vende su producto único. Esa inversión neta no se transforma enteramente en capital ya que la empresa sufre en el tiempo una depreciación de su capital y tiene que afrontar unos costes de ajuste al realizar la inversión

Existen unos costes de mantenimiento que, cuanto mayores son más reducen el precio sombra de las variedades (esto lo corrobora nuestro modelo) y obligan a intensificar el coste de investigación. Si no hay costes de mantenimiento, no hace falta generar nuevas innovaciones por lo que el crecimiento sería cero. Los costes de mantenimiento pueden ser: Mantenimiento preventivo, actualización de los procesos y costes de reemplazar partes de los procesos obsoletos. Una descripción detallada de estos costes la dan Edwin y Lai (1997) y Berden, Koen y Marrewijk (2001).

El objetivo de la empresa es maximizar su flujo de caja actualizado. El valor de mercado de la empresa está formado por el valor del capital acumulado más el de las innovaciones generadas multiplicadas por su precio sombra. Existe un factor multiplicador relativo a los costes de reposición de todos los activos del propio mercado y de la propia empresa.

Al igual que en los modelos anteriores se tendrá un sistema dinámico con un problema de control óptimo que se deberá resolver. El problema de control, que se le plantea a la empresa es el de elegir la trayectoria de Inversión y gasto en investigación que maximizan el flujo de caja, sujeto a las ecuaciones de movimiento y dados los valores iniciales de capital y número de variedades.

3.2 Elementos básicos del modelo empresa

Para la producción del bien único se utiliza mano de obra fija L_t, una serie de mejoras tecnológicas M_t que se van desarrollando en la empresa y capital K_t que va adquiriendo con esas mejoras tecnológicas. Similar a los dos anteriores modelos, la función de producción para la empresa quedaría como sigue:

$$Y_t(L_t, K_t, M_t) = {L_t}^{1-\alpha}\, M_t^{1-\alpha} {K_t}^{\alpha} \tag{3.1}$$

donde $L_t M_t$ es el trabajo efectivo.

Esta ecuación puede reescribirse como ya hemos visto en los anteriores capítulos de la siguiente manera:

$$\frac{Y_t}{L_t M_t} = k_t^{\alpha-1} \tag{3.2}$$

donde k_t es el capital por unidad de trabajo efectivo.

La empresa vende al mercado su producto a un precio P_t. Para desarrollar las mejoras tecnológicas la empresa incurre en un gasto de I+D representado por la variable R_t. Asimismo, paga por el empleo un salario W_t. También realiza una inversión bruta I_t que adquiere al mismo precio al que vende su producto único P_t. Esa inversión no se transforma enteramente en capital, ya que la empresa sufre en el tiempo una depreciación de su capital y tiene que afrontar esos costes de ajuste al realizar la inversión que reducen la cuantía que se convierte en capital.

Como ya se ha comentado, hay unos costes de mantenimiento que vendrían reflejados por el parámetro beta que multiplicaría al número de innovaciones. Cuanto mayores son estos costes de mantenimiento más reducen el precio sombra de las variedades y obligan a intensificar el coste de investigación. Si el parámetro beta es cero, entonces no hay costes de mantenimiento y no haría falta generar nuevas innovaciones, por lo que el crecimiento sería cero. Los costes de mantenimiento pueden ser: mantenimiento preventivo, actualización de los procesos y costes de reemplazar partes de los procesos obsoletos.

3.3 La trayectoria óptima

El objetivo de la empresa es maximizar en todo momento su flujo de caja actualizado:

$$B\ (R_t, M_t, L_t, I_t, K_t, W_t, t) = e^{-rt}[P_t L^{1-\alpha}\ M_t^{1-\alpha} {K_t}^{\alpha} - P_t R_t - W_t M_t L_t - P_t I_t - P_t \frac{\Upsilon_1}{2}\left(\frac{{I_t}^2}{{K_t}^2}\right) K_t - P_t \delta K_t - \ \beta M_t] \quad (3.3)$$

Donde B es el flujo de caja actualizado, r es la tasa de interés, P es precio del bien final, de la inversión y de la investigación, L es la mano de obra, M el número de variedades, K el capital total acumulado, R el gasto en I+D, W el coste del empleo efectivo e I la inversión.

De forma análoga a los modelos de los dos anteriores capítulos, la variación de las innovaciones y del capital tienen las mismas expresiones excepto una pequeña diferencia. Se va a suprimir el término del parámetro γ2, ya que la reducción de costes de ajuste que pueda provocar la tecnología solamente se entiende en un contexto agregado y no en el de la empresa. Las ecuaciones dinámicas son las siguientes:

$$\dot{M}_t = \lambda M_t Ln\left(\frac{R_t}{K_t} + 1\right) \quad (3.4)$$

$$\dot{K}_t = I_t - \frac{\Upsilon_1}{2}\left(\frac{I_t^{\,2}}{K_t^{\,2}}\right)K_t - \delta K_t \qquad (3.5)$$

Además, se cumple que el crecimiento ha de ser a la vez:

$$g = \frac{\dot{M}_t}{M_t} = \lambda\, Ln\left(\frac{R_t}{K_t} + 1\right) \qquad (3.6)$$

$$g = \frac{\dot{K}_t}{K_t} = \frac{I_t}{K_t} - \frac{\Upsilon_1}{2}\left(\frac{I_t^{\,2}}{K_t^{\,2}}\right) - \delta \qquad (3.7)$$

Para la optimización dinámica se utiliza el Hamiltoniano que permite derivar las trayectorias de equilibrio de las variables de control y estado en equilibrio estacionario. Su representación es la siguiente:

$$H\ (R_t, M_t, L_t, K_t, I_t, W_t, q_t, \mu_t, t) = e^{-rt}[P_t * L^{1-\alpha}\ M_t^{1-\alpha} K_t^{\ \alpha} - P_t R_t - W_t M_t L_t - P_t I_t - P_t \frac{\Upsilon_1}{2}\left(\frac{I_t^{\,2}}{K_t^{\,2}}\right) K_t - P_t \delta K_t - \ \beta M_t] + q_t \dot{K}_t + \mu_t \dot{M}_t \qquad (3.8)$$

Transformando este Hamiltoniano a otro de valor corriente, queda la expresión:

$$H^{º}\ (R_t, M_t, L_t, K_t, I_t, W_t, q_t, \mu_t, t) = [P_t * L^{1-\alpha}\ M_t^{1-\alpha} K_t^{\ \alpha} - P_t R_t - W_t M_t L_t - P_t I_t - P_t \frac{\Upsilon_1}{2}\left(\frac{I_t^{\,2}}{K_t^{\,2}}\right) K_t - P_t \delta K_t - \ \beta M_t] + q^{º}{}_t \dot{K}_t + \mu^{º}{}_t \dot{M}_t \qquad (3.9)$$

Donde $H^{º} = e^{rt}H$; $q^{º}{}_t = e^{rt}q_t$; $\mu^{º}{}_t = e^{rt}\mu_t$;

Las 5 condiciones necesarias son:

1. $\dfrac{\partial H^{º}}{\partial I_t} = 0$ (3.10)

2. $\dfrac{\partial H^{º}}{\partial R_t} = 0$ (3.11)

3. $\dfrac{\partial H^{º}}{\partial M_t L_t} = 0$ (3.12)

4. $\dfrac{\partial H^{º}}{\partial K_t} = -\dot{q}^{º}{}_t$ (3.13)

5. $\dfrac{\partial H^{º}}{\partial M_t} = -\dot{\mu}^{º}{}_t$ (3.14)

De estas 5 condiciones se obtienen de forma inmediata las siguientes ecuaciones. De la condición 1 se obtiene la siguiente relación:

$$q^{º}{}_{t} = P_t \frac{\left[1+\Upsilon_1\left(\frac{I_t}{K_t}\right)\right]}{\left[1-\Upsilon_1\left(\frac{I_t}{K_t}\right)\right]} \tag{3.15}$$

La ecuación 3.15 proporciona la relación entre la q de Tobin de valor corriente, el precio al que se vende el Producto y la proporción entre la inversión y el capital. La primera relación indica que para que haya inversión la q de Tobin siempre tiene que ser mayor que el precio del bien que es el mismo que el de la inversión. La segunda que hay una relación positiva entre la q de Tobin y la proporción de la inversión respecto al capital.

De la condición 2 se obtiene la relación:

$$\mu^{º} = P_t \frac{k_{it}}{\lambda}\left[\frac{R_t}{K_t} + 1\right] \tag{3.16}$$

Donde k_{it} es, al igual que en los anteriores capítulos, el capital por cada variedad tecnológica. Se deduce una relación positiva entre el precio sombra de las variedades y el capital por variedad.

De la condición 3 se obtiene:

$$k_t{}^{\alpha} = \frac{W_t}{P_t(1-\alpha)} \tag{3.17}$$

donde k_t es, como en los dos anteriores capítulos, el capital por unidad de trabajo efectivo $(L_t M_t)$.

De las condiciones 4 y 5 se obtiene las relaciones que condicionan el comportamiento dinámico de los precios sombra:

$$-\dot{q^{o}}_t = P_t\,\alpha\left[\frac{W_t}{P_t(1-\alpha)}\right]^{\frac{\alpha-1}{\alpha}} + (q^{o}_t + P_t)\left(\frac{I_t}{K_t} - g\right) - P_t k_t \frac{R_t}{K_t} \qquad (3.18)$$

$$-\dot{\mu^{o}}_t = \mu^{o}_t g - \beta \qquad (3.19)$$

De esta última relación se concluye una relación negativa (inversa) en equilibrio estacionario entre el precio sombra de las variedades y la tasa de crecimiento. Poniendo en relación todo lo que se ha ido viendo, podemos concluir que la ratio q/μ se mueve al contrario que k_i y en el mismo sentido que la tasa de crecimiento g.

Adicionalmente, podemos decir que la relación entre el coste del empleo y el precio del bien es exógena y tiene que ser la productividad marginal por unidad de trabajo efectivo minorada por un coeficiente ρ que variará en función del grado de poder de mercado de la empresa y es siempre menor que la unidad si no hay competencia perfecta. Esto es:

$$\frac{W_t}{P_t} = \rho(1-\alpha)\frac{Y_t}{L_t M_t} \qquad (3.20)$$

Se considera a todos los efectos el precio P_t igual a la unidad.

En el Anexo C se detalla de forma más exhaustiva la derivación de las condiciones necesarias.

3.4 Relación del modelo de empresa con el mercado de valores

Con objeto de relacionar los resultados de nuestro modelo de empresa con el mercado de valores, se utilizan los resultados de los trabajos realizados por Griliches

(1984,1987) al respecto. La expresión utilizada por Griliches para establecer esa relación es la siguiente:

$$V_t = b[K_t + \mu^{o} M_t\,]^{\sigma} \tag{3.21}$$

El valor de mercado de la empresa, V, resulta del valor del capital acumulado por la misma, más las innovaciones generadas dentro de ella multiplicadas por su precio sombra, todo ello elevado a un coeficiente σ que representa algún tipo de efecto rendimiento. El factor b es un factor multiplicador relativo a la traducción que hace el propio mercado de valores del valor fundamental de los activos de la empresa (tangibles e intangibles). Sin embargo, esta ecuación considera que el precio sombra del capital de la empresa es igual a 1 mientras que en nuestro modelo sí que tiene valor, q^{o}. Por tanto, la fórmula 3.21 aplicada a nuestro modelo de empresa quedaría de la siguiente forma:

$$V_t = b\left[{q^{o}}_t K_t + \mu^{o} M_t\,\right]^{\sigma} \tag{3.22}$$

Si dividimos toda la ecuación por K_t y suponemos despreciables los efectos de escala (σ=1) llegamos a la expresión de la valoración total de mercado de la empresa por unidad de capital, en función del valor fundamental en función de las variables internas:

$$\frac{V_t}{K_t} = {q^{o}}_{mercado} \; = b\left[{q^{o}}_t + \frac{\mu^{o}}{k_t}\right] \tag{3.23}$$

La parte contenida en el corchete sería la q intrínseca del modelo, ya comentada en los dos capítulos anteriores. En el caso de la empresa recoge el valor de los activos tangibles del balance (primer sumando del paréntesis) y de los intangibles como innovaciones, patentes, conocimiento (segundo sumando del paréntesis). La b representaría la sobre o infravaloración que otorga el mercado por las circunstancias externas que caracterizan las expectativas sobre el contexto de la economía en general y sobre la propia empresa.

3.5 Influencia de los parámetros en el valor de las variables en estado estacionario

En este apartado vamos a tratar de ver el papel que las variables relacionadas con la q de Tobin reinterpretada juegan en la evolución de la inversión y el crecimiento de la empresa, utilizando las ecuaciones obtenidas para la trayectoria óptima de la empresa. En concreto, se estudia el efecto de las variaciones de cada uno de los parámetros sobre las variables endógenas y a partir de allí se trata de concluir el papel de los indicadores que hemos relacionado con la q de Tobin.

En los resultados del modelo aparecen 6 parámetros $(\lambda, \alpha, \Upsilon_1,\ \delta,\ \rho\ y\ \beta), que$ influyen en las siguientes 10 variables endógenas: $\frac{Y_t}{L_t M_t}, g, \frac{I_t}{K_t},\ q^{\text{o}}{}_t, \mu^{\text{o}}{}_t,\ k_t,\ \frac{R_t}{K_t}, k_{it},$ $\frac{Y_t}{K_t}\ y$ $q^{\text{o}}_{\text{intrinseca}}$. Además, se incluye como variable exógena el salario real, $\frac{W_t}{P_t}$, y se considera Pt=1.

Las ecuaciones a utilizar en estado estacionario son las siguientes: 3.2, 3.6, 3.7, 3.14, 3.15, 3.16, 3.17, 3.18, 3.19 y 3.23. Se muestran a continuación.

1. $\frac{Y_t}{L_t M_t} = k_t^{\alpha-1}$

2. $g = \lambda\, Ln\left(\frac{R_t}{K_t} + 1\right)$

3. $g = \frac{I_t}{K_t} - \frac{\Upsilon_1}{2}\left(\frac{{I_t}^2}{{K_t}^2}\right) - \delta$

4. $q^{º}{}_t = P_t \dfrac{\left[1+\Upsilon_1\left(\frac{I_t}{K_t}\right)\right]}{\left[1-\Upsilon_1\left(\frac{I_t}{K_t}\right)\right]}$

5. $\mu^{º} = P_t \frac{k_{it}}{\lambda}\left[\frac{R_t}{K_t}+1\right]$

6. ${k_t}^{\alpha} = \frac{W_t}{P_t(1-\alpha)}$

7. $-\dot{q}^{º}{}_t = P_t\, \alpha \left[\frac{W_t}{P_t(1-\alpha)}\right]^{\frac{\alpha-1}{\alpha}} + (q^{º}{}_t + P_t)\left(\frac{I_t}{K_t} - g\right) - P_t k_{it}\frac{R_t}{K_t}$

8. $0 = \mu^{º}{}_t g - \beta$

9. $\frac{W_t}{P_t} = \rho(1-\alpha)\frac{Y_t}{L_t M_t}$

10. $q^{º}{}_{intrínseca} = \left[q^{º}{}_t + \frac{\mu^{º}}{k_t}\right]$

Para resolver las ecuaciones en las distintas variaciones de los parámetros se ha utilizado el programa Dynare. En el Anexo D se adjuntan ejemplos de los archivos de entrada (.mod) y de resultados (.log) que muestran los cálculos solicitados y las respuestas con la solución proporcionada por el programa.

Para analizar cómo afectan las variaciones de cada uno de los parámetros a las diferentes variables en el estado estacionario se ha considerado como escenario base una calibración con los valores de los mismos que se recogen en la tabla 3.1. Además, se supone $\frac{W_t}{P_t}$ = 1,4.

Tabla 3.1.- Valores de los parámetros en el escenario base

λ	α	Υ_1	δ	β	ρ
0,5	0,23	0,01	0,1	0,19	0,1

En las siguientes tablas aparecerán también las ratios $\frac{q_0 k_i}{\mu_0}$ y $\frac{q_0}{\mu_0}$ para comprobar, al igual que en economía abierta y cerrada, cuál es el indicador clave relacionado con la q de Tobin para explicar el comportamiento del crecimiento y la inversión de la empresa. Además, se añade el cociente $\frac{\mu_0}{k_i}$ para ilustrar el valor de los intangibles de la empresa por unidad de capital. El resultado de resolver las ecuaciones del estado estacionario para el escenario base se recoge en la tabla 3.2.

Tabla 3.2.- Valores de equilibrio estacionario en el escenario base

$\frac{Y_1}{K_1}$	0,126
$\frac{Y_t}{L_t M_t}$	18,55
$\frac{I_1}{K_1}$	0,206
$\frac{R_1}{K_1}$	0,236
g	0,106
k_i	1,023
k	14,69
q_0	0,703
$\mu_{0.}$	1,772
$\mu_{0.}/k_i$	1,732
$qintr$	10,63
$q_0 k_i/\mu_{0.}$	0,405
$q_0/\mu_{0.}$	0,396

A continuación, con los datos de las dos tablas anteriores como referencia, se consideran fijos 5 de los 6 parámetros y se consideran distintos valores para cada uno de ellos sucesivamente para comprobar sus efectos.

3.5.1 <u>Influencia de λ en el estado estacionario</u>

La tabla 3.3 contiene la influencia de la constante tecnológica sobre los valores de equilibrio estacionario de diferentes variables endógenas.

Vemos cómo un aumento de λ, constante tecnológica, impulsa la tasa de crecimiento del producto y disminuye los precios sombra las variedades y la q intrínseca. Sin embargo, no afecta al precio sombra del capital, ni a la productividad del capital, ni al gasto en I+D por unidad de capital. Sí que lo hace incrementando la ratio de la inversión sobre el producto I/Y. En una empresa aislada la constante tecnológica pues afecta únicamente a los indicadores que están relacionados con las variedades. Esto tiene todo el sentido, ya que a más tecnología con la misma investigación por unidad de capital se genera muchas más variedades y estas tienen menos valor unitario por unidad de capital.

Tabla 3.3.- Valores de las variables endógenas en equilibrio estacionario para distintos valores de λ.

λ	0,5	0,55	0,6
$\frac{Y_1}{K_1}$	0,126	0,126	0,126
$\frac{Y_t}{L_t M_t}$	18,55	18,55	18,55
$\frac{I_1}{K_1}$	0,206	0,217	0,227
$\frac{R_1}{K_1}$	0,236	0,236	0,236
g	0,106	0,116	0,127
k_i	1,023	1,027	1,030
k	14,69	14,69	14,69
q_0	0,703	0,703	0,703
$\mu_{0.}$	1,772	1,615	1,484
$\mu_{0.}/k_i$	1,732	1,572	1,44
$qintr$	2,434	2,275	2,143
$q_0 k_i/\mu_{0.}$	0,406	0,447	0,488
$q_0/\mu_{0.}$	0,396	0,435	0,473

Como hecho más relevante del cuadro podemos concluir que la ratio entre el valor del capital por variedad y el precio sombra de las variedades $\frac{q_0 k_i}{\mu_0}$ vuelve a ser la variable que explica el crecimiento y también la proporción de la inversión sobre el producto I/Y. Podemos ver cómo la ratio $\frac{q_0}{\mu_0}$ también lo hace.

3.5.2 Influencia del parámetro α en el estado estacionario

En la tabla 3.4 se presenta la influencia de la elasticidad del producto respecto al capital en el valor de equilibrio estacionario de diferentes variables endógenas.

Tabla 3.4.- Valores de las variables endógenas en equilibrio estacionario para distintos valores de α

α	0,23	0,24	0,25
$\frac{Y_1}{K_1}$	0,126	0,135	0,145
$\frac{Y_t}{L_t M_t}$	18,55	18,79	19,04
$\frac{I_1}{K_1}$	0,206	0,186	0,165
$\frac{R_1}{K_1}$	0,236	0,1871	0,1389
g	0,106	0,086	0,0127
k_i	1,023	1,320	1,821
k	14,69	13,87	13,16
q_0	0,702	0,702	0,702
$\mu_{0.}$	1,772	2,194	2,903
$\mu_{0.}/k_i$	1,732	1,662	1,594
$qintr$	2,434	2,365	2,296
$q_0 k_i/\mu_{0.}$	0,406	0,422	0,441
$q_0/\mu_{0.}$	0,396	0,312	0,241

Vemos cómo un aumento de α reduce el crecimiento, el precio sombra de las variedades y la q intrínseca. Por el contrario, aumenta la productividad del capital. El precio sombra del capital permanece constante, igual que sucede con las variaciones del parámetro λ. La ratio entre el valor del capital por variedad y el precio sombra de las variedades $\frac{q_0 k_i}{\mu_0}$ aumenta, por lo que no explica ni el crecimiento, ni la inversión, pero sí la productividad del capital. Sin embargo, la relación $\frac{q_0}{\mu_0}$ sí que lo hace en el caso de las dos primeras, al igual que la q intrínseca. Vemos que son las q reinterpretadas (ratios) las que explican las tres variables clave.

3.5.3 Influencia de el parámetro Υ_1 en el estado estacionario

En la tabla 3.5 se recoge la influencia del parámetro que regula los costes de ajuste en el valor de equilibrio estacionario de diferentes variables endógenas.

Tabla 3.5.- Valores de las variables endógenas en equilibrio estacionario para distintos valores de γ_1.

Υ_1	0,01	0,05	0,2
$\frac{Y_1}{K_1}$	0,126	0,126	0,126
$\frac{Y_t}{L_t M_t}$	18,55	18,55	18,55
$\frac{I_1}{K_1}$	0,206	0,194	0,162
$\frac{R_1}{K_1}$	0,236	0,205	0,126
g	0,106	0,093	0,059
k_i	1,023	1,194	2,009
k	14,69	14,69	14,69
q_0	0,702	0,714	0,746
$\mu_{0.}$	1,772	2,016	3,168
$\mu_{0.}/k_i$	1,732	1,688	1,576
$qintr$	2,434	2,402	2,332
$q_0 k_i/\mu_{0.}$	0,406	0,422	0,473
$q_0/\mu_{0.}$	0,396	0,354	0,235

Un aumento de γ_1, que representa la importancia de los costes de ajustes de la inversión, origina unos resultados sobre las variables muy diferente a los de economía cerrada y abierta. Todo viene derivado de que en economía cerrada y abierta el efecto de aprendizaje global permitía que la investigación y el número de variedades generadas ayudara a reducir los costes de ajuste provocando que, aunque se incrementasen los costes de ajuste, la economía era capaz de mantener el crecimiento. Pero ese fenómeno solamente tiene sentido en un contexto agregado de la economía y no en una empresa aislada. Al no existir mecanismos derivados de un contexto global para reducirlos, el resultado esperado es que un incremento de los costes de ajuste, que destruyen capital, genera lógicamente una reducción del crecimiento. El gasto en I+D y la inversión por unidad de capital se reducen, en mucha mayor proporción el primero.

La ratio entre el valor del capital por variedad y el precio sombra de las variedades $\frac{q_0 k_i}{\mu_0}$ no explica las caídas en la tasa de crecimiento y en la proporción I/Y, ya que aumenta debido a que el precio sombra de las variedades se dispara al escasear por la menor investigación por unidad de capital. En este caso, tampoco el precio sombra del capital es capaz de reflejar esas caídas de crecimiento e inversión, al aumentar también, y solamente son la q intrínseca y la ratio $\frac{q_0}{\mu_0}$ las variables que pueden explicarlas.

De nuevo vemos también cómo la ratio entre los precios sombra del capital y las variedades $\frac{q_0}{\mu_0}$ es capaz de explicar las caídas de la tasa de crecimiento y de la proporción de la inversión sobre el producto. Esta variable parece ser la clave en el modelo de empresa por su poder explicativo.

3.5.4 Influencia de el parámetro δ en el estado estacionario

La tabla 3.6 presenta la influencia del parámetro que determina la depreciación del capital en el valor de equilibrio estacionario de diferentes variables endógenas.

El efecto de los aumentos del valor del parámetro de la depreciación del capital es prácticamente similar al de las variaciones del parámetro de los costes de ajuste comentado previamente, a excepción de que el precio sombra del capital no varía, por lo que es capaz de explicar la ocurrido con la productividad del capital en lugar de hacerlo la variable $\frac{q_0 k_i}{\mu_{0.}}$. La ratio $\frac{q_0}{\mu_0}$ vuelve a ser la variable que explica las variaciones en la tasa de crecimiento y en la proporción de la inversión sobre el producto, al igual que la q intrínseca.

Tabla 3.6.- Valores de las variables endógenas en equilibrio estacionario para distintos valores de δ

δ	0,1	0,105	0,11
$\frac{Y_1}{K_1}$	0,126	0,126	0,126
$\frac{Y_t}{L_t M_t}$	18,55	18,55	18,55
$\frac{I_1}{K_1}$	0,206	0,17055	0,136
$\frac{R_1}{K_1}$	0,236	0,1397	0,054
g	0,106	0,065	0,027
k_i	1,023	1,804	4,806
k	14,69	14,69	14,69
q_0	0,702	0,702	0,702
$\mu_{0.}$	1,772	2,879	7.096
$\mu_{0.}/k_i$	1,732	1,596	1,476
$qintr$	2,434	2,298	2,178
$q_0 k_i/\mu_{0.}$	0,406	0,439	0,475
$q_0/\mu_{0.}$	0,396	0,243	0,098

3.5.5 Influencia de el parámetro ρ en el estado estacionario

La tabla 3.7 contiene la influencia del parámetro que regula el grado de competencia ρ (a menor valor del parámetro menor competencia en el mercado en el que opera la empresa) en el valor de equilibrio estacionario de diferentes variables endógenas.

El parámetro que regula el efecto de la competencia solamente tiene influencia en la variable productividad por unidad de trabajo efectivo reduciendo ésta a medida que hay mayor competencia.

Tabla 3.7.- Valores de las variables endógenas en equilibrio estacionario para distintos valores de ρ.

ρ	0,1	0,3	0,5
$\frac{Y_1}{K_1}$	0,126	0,126	0,126
$\frac{Y_t}{L_t M_t}$	18,55	6,184	3,71
$\frac{I_1}{K_1}$	0,206	0,206	0,206
$\frac{R_1}{K_1}$	0,236	0,236	0,236
g	0,106	0,106	0,027
k_i	1,023	1,023	1,023
k	14,69	14,69	14,69
q_0	0,702	0,702	0,702
$\mu_{0.}$	1,772	1,772	1,772
$\mu_{0.}/k_i$	1,732	1,732	1,732
$qintr$	2,434	2,434	2,434
$q_0 k_i/\mu_{0.}$	0,406	0,406	0,406
$q_0/\mu_{0.}$	0,396	0,396	0,396

3.5.6 Influencia de el parámetro β en el estado estacionario

La tabla 3.8 contiene la influencia del parámetro que regula el coste de mantenimiento de las variedades obsoletas sobre el valor de equilibrio estacionario de diferentes variables endógenas.

Los aumentos del parámetro que regula los costes de mantenimiento de las variedades aumentan la tasa de crecimiento y la proporción de la inversión sobre el producto, manteniendo constante la productividad del capital.

En este caso la ratio entre el valor del capital por variedad y el precio sombra de las variedades $\frac{q_0 k_i}{\mu_0}$ no explica las variaciones del crecimiento y de la inversión, porque disminuye. Sin embargo, sí que vemos cómo la relación $\frac{q_0}{\mu_0}$ las explica de nuevo y se concluye que esta ratio entre los precios sombra del capital y de las variedades es la variable clave en el modelo de empresa para explicar el crecimiento y la inversión, por más que en este caso las variables q_0 y q intrínseca son capaces de explicarlas.

Tabla 3.8.- Valores de las variables endógenas en equilibrio estacionario para distintos valores de β.

β	0,19	0,2	0,21
$\frac{Y_1}{K_1}$	0,126	0,126	0,126
$\frac{Y_t}{L_t M_t}$	18,55	18,55	18,55
$\frac{I_1}{K_1}$	0,206	0,267	0,318
$\frac{R_1}{K_1}$	0,236	0,398	0,546
g	0,106	0,167	0,217
k_i	1,023	0,609	0,444
k	14,69	14,69	14,69
q_0	0,702	0,704	0,705
$\mu_{0.}$	1,772	1,193	0,963
$\mu_{0.}/k_i$	1,732	1,958	2,168
$qintr$	2,434	2,662	2,873
$q_0 k_i/\mu_{0.}$	0,406	0,359	0,325
$q_0/\mu_{0.}$	0,396	0,590	0,732

La explicación de que la relación clave para el modelo de empresa sea $\frac{q_0}{\mu_0}$ en la explicación del crecimiento frente a $\frac{q_0 k_i}{\mu_0}$, que era la que lo explicaba en economía cerrada y en gran medida en economía abierta, puede radicar en que en el modelo de economía cerrada y abierta el bien final generado se reparte entre inversión, consumo, investigación y posición deudora, por lo que la disyuntiva para el crecimiento no solamente es investigar o invertir como en el modelo de empresa. La empresa solamente tiene dos decisiones: invertir o investigar. Los recursos disponibles se dedican a generar variedades tecnológicas o a acumular capital. Por tanto, solamente le preocupan los precios sombra del capital y las variedades. En economía cerrada y abierta, al haber otros competidores como el consumo, la variable k_i es relevante ya que es la parte de capital dedicada a cada variedad que representa una detracción de recursos para el consumo. Sin embargo, en el modelo de empresa esa magnitud no se detrae de ningún otro destino que requiera una valoración relativa como en la economía agregada

3.6 Aplicación empírica del modelo de empresa mediante estimaciones del valor interno de empresas cotizadas

En este apartado se lleva a cabo una aplicación empírica del modelo de empresa desarrollado en este capítulo mediante la estimación de los parámetros para cada una por medio de Dynare. Se han elegido 20 compañías cotizadas de dos mercados americanos (Nasdaq y NYSE) y del mercado español (Mercado Continuo).

En concreto son 6 compañías del Nasdaq, 5 compañías del NYSE y 9 compañías del Mercado Continuo español. A continuación, se ofrece la justificación del porqué de la elección de dicha muestra de empresas.

Se han elegido empresas de dos continentes para poder comparar mercados donde el gasto de las empresas en I+D es elevado (americano) frente a un gasto pequeño (español). Se han elegido los dos mercados americanos para comparar uno con más crecimiento (NASDAQ) con otro con menor crecimiento (NYSE). Se han elegido empresas de diferente edad de fundación (ABBOT 134 años frente a SHOPIFY 17) para poder comparar las que ya han alcanzado su madurez (crecimiento en estado estacionario) con otras que no la han alcanzado (crecimiento exponencial). Se han elegido empresas de sectores muy diferentes, unos con mayor crecimiento (comercio electrónico) y otros con menor crecimiento (Electricidad). También se han elegido empresas de similar perfil (ENDESA e IBERDROLA) para poder comprobar si los resultados son similares o si existen diferencias. Asimismo, se han elegido una serie de empresas que ya se han analizado en literatura anterior (Espitia,1986) como FAES y ERCROS. Las compañías son las que se presentan en la tabla 3.9.

Tabla 3.9.- Compañías que se analizan en el estudio por antigüedad, sector y mercado

Empresa	ANTIGÜEDAD	SECTOR	MERCADO
AMAZON	28	COMERCIO ELECTRÓNICO	NASDAQ
NVIDIA	30	SOFTWARE	NASDAQ
AMD	43	SEMICONDUCTORES	NASDAQ
PAYPAL	25	FINANCIERO	NASDAQ
APPLE	48	TIC	NASDAQ
SHOPIFY	17	COMERCIO ELECTRÓNICO	NYSE
ORACLE	45	SOLUCIONES DE NUBE	NYSE
EASTMAN	103	QUÍMICA	NYSE
ABBOT	134	FARMACEÚTICO	NYSE
CATERPILLAR	98	MAQUINARIA	NYSE
COCA COLA	131	ALIMENTACIÓN	NYSE
ENDESA	79	ELECTRICIDAD	M.CONTINUO
VISCOFAN	47	ALIMENTACIÓN	M.CONTINUO
ERCROS	34	QUÍMICO	M.CONTINUO
FAES FARMA	90	FARMACEÚTICO	M.CONTINUO
ROVI	77	FARMACEÚTICO	M.CONTINUO
TUBACEX	60	METALÚRGICO	M.CONTINUO
IBERDROLA	31	ELECTRICIDAD	M.CONTINUO
TELEFÓNICA	100	TELEFONÍA	M.CONTINUO
REPSOL	37	PETRÓLEO	M.CONTINUO

Para cada compañía se han recopilado datos históricos de 20 años, comprendidos entre 2001 y 2020 (Véase ejemplo en Anexo C). En algunos de los casos la muestra ha sido menor por la juventud de las empresas o por no disponer de datos de los primeros años, aunque en general se han podido completar los 20 registros. Los datos recopilados hacen referencia a las siguientes variables de nuestro modelo: R/K (gastos anuales de investigación por unidad de activo en libros), I/K (inversión anual en activos por unidad de activo en libros), g (tasa de crecimiento del activo en balance interanual) y PY/K (Cifra de negocio por unidad de Activo en libros). Esta última, al considerar en nuestro modelo P=1 es la variable Y/K. Además, se ha recopilado un dato adicional: $q^{o}_{mercado}$ (Valoración en bolsa del Activo de la compañía por unidad de Activo en libros). Los resultados medios de las variables indicadas de toda la muestra se recogen en la tabla 3.10.

Tabla 3.10.- Media de 20 años de las variables observadas en las memorias anuales de las empresas

Empresa	$q^{o}_{mercado}$	R/K	I/K	Y/K	g
AMAZON	5,21	0,14	0,31	1,83	0,28
NVIDIA	1,49	0,184	0,340	0,940	0,384
AMD	3,06	0,221	0,330	0,980	0,071
PAYPAL	2,94	0,036	0,150	0,337	0,182
APPLE	3,79	0,041	0,543	0,887	0,231
SHOPIFY	13,34	0,16	0,30	0,64	1,21
ORACLE	3,92	0,066	0,325	0,529	0,162
EASTMAN	1,35	0,021	0,085	0,842	0,060
ABBOT	1,93	0,060	0,130	0,602	0,095
CATERPILLAR	1,59	0,024	0,287	0,640	0,054
COCA COLA	2,58	0,000	0,140	0,610	0,080
ENDESA	1,25	0,000	0,059	0,481	0,010
VISCOFAN	2,16	0,0016	0,085	0,885	0,056
ERCROS	0,93	0,0082	0,039	0,977	0,055
FAES FARMA	1,84	0,019	0,060	0,730	0,073
ROVI	4,11	0,055	0,063	0,847	0,110
TUBACEX	0,94	0,023	0,037	0,755	0,062
IBERDROLA	1,18	0,0018	0,074	0,303	0,049
TELEFÓNICA	0,99	0,0072	0,077	0,458	0,031
REPSOL	0,84	0,0013	0,094	0,835	0,104

Una vez obtenidos los datos históricos y sus medias, el objetivo general que se plantea es lograr que los datos históricos contables de las 20 empresas sean compatibles con el modelo desarrollado en este capítulo y con ello podamos obtener cuál sería la valoración de cada una en estado estacionario.

El primer paso para conseguirlo es estimar los diferentes parámetros del modelo para cada una de las empresas. Se han utilizado para la estimación las mismas 10 ecuaciones que en el modelo teórico reflejadas en el apartado 3.4, que se han introducido en los ficheros Dynare para cada empresa con el fin de realizar una estimación bayesiana (Véase Anexo D).

Para conectar nuestro modelo con los datos observados y obtener los diferentes parámetros de cada empresa consideraremos que el crecimiento g (Obtenido por la variación del activo año a año) y la ratio Y/K (al ser P=1 es igual cifra de negocio entre el Activo Total) son exógenas y corresponden a la media histórica de cada una de las empresas (dos últimas columnas de la tabla 3.9).

El resto de variables observadas en cada uno de los años, I/K y R/K se introducen en Dynare para que este lleve a cabo una estimación Bayesiana de los parámetros con el algoritmo de Metrópolis Hastings. Los valores de partida parámetros (valores medios de las distribuciones a priori) han sido los mismos para todas las empresas y han sido calibrados a partir del modelo teórico manualmente con la única premisa de que dieran valores del estado estacionario coherentes con los datos de la tabla 3.10. Dichos valores son los que se muestran en la tabla 3.11.

Tabla 3.11.- Valores de referencia de los seis parámetros del modelo para la primera estimación

λ	α	Υ_1	δ	β	ρ
2,751	0,259	0,025	0,078	0,098	0,079

Se han llevado a cabo varias rondas de estimación para cada empresa, dando por definitivos los resultados obtenidos cuando la media de las diferencias entre las estimaciones de las iteraciones n y la n-1 de los parámetros de cada empresa era inferior al 5%. Después de cada ronda, se recalculaba el estado estacionario con los parámetros obtenidos y esos valores de las variables eran los iniciales de la siguiente estimación. Los valores de las variables Y/K y g, según se ha indicado, son constantes y exógenas (igual al promedio).

Para cada empresa tenemos 6 ecuaciones para 6 Incógnitas $\boldsymbol{W_t}, \frac{\boldsymbol{I_t}}{\boldsymbol{K_t}}, \frac{\boldsymbol{R_t}}{\boldsymbol{K_t}}, \boldsymbol{q^{o}{}_t}, \boldsymbol{k_i}, \boldsymbol{\mu^{o}{}_t}$.

Los resultados de las estimaciones son los que se presentan en la taba 3.12.

Tabla 3.12.- Resultados de la estimación de los parámetros de cada empresa tras completar las rondas de estimación necesarias

Empresa	Alpha	Beta	Gamma1	Delta	Lambda	Ro	Rondas
AMAZON	0,425	0,1145	0,0303	0,0621	2,1981	0,064	2
NVIDIA	0,4025	0,1021	0,0185	0,0771	2,3889	0,0726	3
AMD	0,2625	0,0856	0,0305	0,0955	2,72	0,067	4
PAYPAL	0,2789	0,1147	0,0365	0,0713	3,3985	0,063	4
APPLE	0,2672	0,0952	0,0274	0,0961	3,767	0,0604	6
ORACLE	0,2665	0,0967	0,029	0,0785	2,5974	0,0775	2
SHOPIFY	0,2661	0,0911	0,0265	0,0803	2,9918	0,0803	2
EASTMAN	0,2888	0,0845	0,0251	0,0795	2,7799	0,0808	2
ABBOT	0,2811	0,0433	0,0318	0,0608	2,243	0,064	5
CATERPILLAR	0,2648	0,1025	0,0283	0,0852	2,2979	0,0711	3
COCA COLA	0,2651	0,0565	0,0306	0,0732	3,0413	0,0754	3
ENDESA	0,29	0,1356	0,0374	0,0493	3,0506	0,0699	4
VISCOFAN	0,2676	0,0607	0,0371	0,0263	3,2776	0,0737	6
ERCROS	0,2578	0,0903	0,0223	0,0774	2,7777	0,0752	2
FAES FARMA	0,2917	0,1091	0,0195	0,0413	2,9325	0,0642	4
ROVI	0,26	0,1075	0,0268	0,0738	2,833	0,0797	2
TUBACEX	0,2692	0,0562	0,0289	0,0352	2,7801	0,0691	4
IBERDROLA	0,2635	0,101	0,0236	0,0752	2,7899	0,0762	2
TELEFÓNICA	0,2751	0,109	0,0427	0,0451	3,9727	0,0656	5
REPSOL	0,2761	0,1424	0,0261	0,058	3,3066	0,0678	4

Una vez obtenidos los diferentes parámetros y los 6 valores de equilibrio estacionario, se debe cumplir la ecuación 3.23 de nuestro modelo, que relaciona la valoración de mercado con los valores fundamentales.

Por tanto, se debe cumplir la siguiente expresión igualando las ecuaciones 3.19 (en estado estacionario) y 3.16 que contienen μº, de las que sólo se ha tenido en cuenta una de ellas, por lo que se debe recalibrar la Beta.

$$\beta = \frac{\left[\frac{R_t}{K_t}+1\right] g\, k_i}{\lambda} \tag{3.24}$$

Una vez obtenida la Beta por esta ecuación se recalcula μº por la ecuación 3.19. Es importante recalcar que la ratio importante es $\frac{\mu^{o}}{\boldsymbol{k_i}}$ que no depende de Beta.

Las Beta recalibradas se muestran en la tabla 3.13.

Tabla 3.13.- Beta Calibradas para cada empresa

Empresa	Beta recalibrada
AMAZON	0,950
NVIDIA	0,572
AMD	0,456
PAYPAL	0,249
APPLE	0,444
SHOPIFY	0,465
ORACLE	0,302
EASTMAN	0,379
ABBOT	0,296
CATERPILLAR	0,327
COCA COLA	0,403
ENDESA	0,237
VISCOFAN	0,294
ERCROS	0,410
FAES FARMA	0,300
ROVI	0,376
TUBACEX	0,275
IBERDROLA	0,233
TELEFÓNICA	0,217
REPSOL	0,353

Una vez obtenidos los parámetros definitivos y el estado estacionario asociado a los mismos que describe el comportamiento histórico de cada empresa se procede a calcular la $q^{o}{}_{intrínseca}$ estacionaria a la que deberían tender todas las empresas que es el paréntesis de la ecuación 3.23.

Para calcular el valor intrínseco de la empresa se utiliza la ecuación 3.23, que es la de Griliches aplicada sin efectos de escala ni de mercado. El Valor intrínseco de la empresa se define como la suma de los valores de su capital y variedades multiplicados por sus respectivos precios sombra.

$$Valor\ intrínseco\ de\ la\ empresa\ = [q^{o}{}_{t}K_t + \mu^{o}{}_{t}M_t] \tag{3.25}$$

Dividiendo todo por K_t queda

$$\frac{Valor\ intrínseco\ de\ la\ empresa}{K_t} = q^{o}{}_{intrínseca} \quad = \left[q^{o}{}_{t} + \frac{\mu^{o}{}_{t}}{k_{it}}\right] \tag{3.26}$$

La diferencia entre esa $q^{o}{}_{intrínseca}$ de la empresa y la que resulte observada en los mercados cotizados en cada momento vendrá regida por un parámetro b que indicará la sobrevaloración o infravaloración de la empresa sobre su valor estacionario y óptimo donde b sería 1:

$$\mathrm{b} = \frac{\mathrm{q^{o}{}_{mercado}}}{\mathrm{q^{o}{}_{intrínseca}}} \tag{3.27}$$

La $\mathrm{q^{o}{}_{mercado}}$ se calcula como la capitalización del activo total en bolsa respecto a su valor en libros.El objetivo ahora es comparar esa $\boldsymbol{q^{o}{}_{intrínseca}}$ que obtenemos del modelo adaptado a cada una de las empresas con la $\mathrm{q^{o}{}_{mercado}}$ media de los datos históricos (largo plazo), con la $\mathrm{q^{o}{}_{mercado}}$ de 2020 (último dato de la serie) y observar lo que ocurrió en el 2022 (corto plazo). Con ello se obtendrán conclusiones sobre las tendencias de la $\mathrm{q^{o}{}_{mercado}}$ hacia la $\mathrm{q^{o}{}_{intrinseca}}$. Como complemento a la tabla siguiente en el Anexo C se reflejan los diferentes valores de las b de cada empresa.

También se calcula la relación entre el precio sombra de las variedades y el capital empleado en cada variedad (que es la relación que refleja los intangibles de la empresa) y la relación entre los precios sombra de las variedades y del capital que es la relación clave para explicar el crecimiento de la inversión en el modelo teórico.En la tabla 3.14 se presentan para cada empresa los resultados para $\mathrm{q^{o}}$, $\frac{\mu^{o}}{\mathrm{k_i}}$, $\mathrm{q^{o}{}_{iintrínseca}}$, $\mathrm{q^{o}{}_{mercado}}$ histórica, de 2020 y de 2022.

Tabla 3.14.- Comparación entre los diferentes precios sombra y relaciones importantes de las empresas analizadas.

Empresa	$q^{o}{}_{t}$	$\frac{\mu^{o}}{k_{it}}$	$\frac{q^{o}{}_{t}}{\mu^{o}}$	$q^{o}{}_{intr}$	$q^{o}{}_{hist}$	$q^{o}{}_{2020}$	$q^{o}{}_{2022}$
AMAZON	**1,02**	**0,52**	**0,30**	**1,56**	**5,21**	**5,83**	**2,54**
NVIDIA	**1,02**	**0,49**	**0,67**	**1,53**	**1,49**	**4,89**	**2,64**
AMD	**1,01**	**0,38**	**0,16**	**1,40**	**3,06**	**7,08**	**1,68**
PAYPAL	**1,02**	**0,31**	**0,75**	**1,35**	**2,94**	**6,96**	**1,77**
APPLE	**1,02**	**0,28**	**0,53**	**1,32**	**3,79**	**7,95**	**8,89**
SHOPIFY	**1,07**	**0,0911**	**2,79**	**1,64**	**13,34**	**6,96**	**4,19**
MEDIA NASDAQ				***1,47***	***4,97***	***6,61***	***3,62***
ORACLE	**1,01**	**0,0967**	**0,54**	**1,41**	**3,92**	**2,68**	**3,09**
EASTMAN	**1,01**	**0,0845**	**0,16**	**1,39**	**1,35**	**1,48**	**1,34**
ABBOT	**1,01**	**0,0433**	**0,32**	**1,49**	**1,93**	**3,22**	**3,11**
CATERPILLAR	**1,01**	**0,1025**	**0,17**	**1,46**	**1,59**	**2,18**	**2,32**
COCA COLA	**1,01**	**0,0565**	**0,25**	**1,36**	**2,58**	**3,45**	**3,69**
MEDIA NYSE				***1,42***	***2,27***	***2,60***	***2,71***
ENDESA	**1,00**	**0,1356**	**0,04**	**1,33**	**1,25**	**1,37**	**1,26**
VISCOFAN	**1,01**	**0,0607**	**0,19**	**1,34**	**2,16**	**2,89**	**2,41**
ERCROS	**1,01**	**0,0903**	**0,13**	**1,38**	**0,93**	**0,89**	**0,94**
FAES FARMA	**1,01**	**0,1091**	**0,25**	**1,36**	**2,18**	**1,84**	**1,67**
ROVI	**1,01**	**0,1075**	**0,29**	**1,39**	**2,57**	**4,11**	**2,62**
TUBACEX	**1,01**	**0,0562**	**0,23**	**1,38**	**1,26**	**0,94**	**0,99**
IBERDROLA	**1,01**	**0,101**	**0,21**	**1,38**	**1,00**	**1,18**	**1,07**
TELEFÓNICA	**1,01**	**0,109**	**0,14**	**1,27**	**1,31**	**0,99**	**0,89**
REPSOL	**1,01**	**0,1424**	**0,30**	**1,33**	**0,90**	**0,84**	**0,94**
MEDIA M.CONTINUO				***1,35***	***1,50***	***1,67***	***1,42***

A continuación, en la tabla 3.15 se presenta el coeficiente b resultante, que proporciona la sobrevaloración del mercado sobre el valor intrínseco para los datos históricos medios, el año 2020 y el año 2022.

Tabla 3.15.- Comparación entre los diferentes valores del coeficiente b de las empresas analizadas

Empresa	b *Media*	b 2020	b 2022
AMAZON	4,78	5,35	2,33
NVIDIA	1,32	4,33	2,34
AMD	2,71	6,26	1,49
PAYPAL	2,18	5,16	1,31
APPLE	3,38	7,10	7,94
SHOPIFY	11,02	5,75	3,46
MEDIA NASDAQ	*4,23*	*5,66*	*3,14*
ORACLE	3,08	2,11	2,43
EASTMAN	1,19	1,31	1,19
ABBOT	1,72	2,88	2,78
CATERPILLAR	1,31	1,80	1,92
COCA COLA	2,30	3,08	3,29
MEDIA NYSE	*3,44*	*2,24*	*2,51*
MEDIA EEUU	3,16	4,23	2,80
ENDESA	0,94	1,03	0,95
VISCOFAN	2,00	2,68	2,23
ERCROS	0,81	0,78	0,82
FAES FARMA	1,83	1,55	1,40
ROVI	2,20	3,51	2,24
TUBACEX	1,13	0,85	0,89
IBERDROLA	0,69	0,81	0,74
TELEFÓNICA	1,07	0,81	0,73
REPSOL	0,75	0,70	0,78
MEDIA M.CONTINUO	*1,27*	*1,41*	*1,20*

En el Anexo C se muestra el ejemplo completo de los cálculos para una de las empresas (VISCOFAN).

Como conclusiones respecto al corto plazo en los diferentes mercados vemos cómo AMAZON, NVIDIA, AMD, PAYPAL, SHOPIFY y ROVI, empresas que estaban muy alejadas en 2020 e históricamente por encima de su $q^{o}_{\text{intrínseca}}$ han corregido en 2022 hacia la misma, aunque todavía siguen sobrevaloradas. También la media del NASDAQ ha procedido a la misma corrección pasando a casi la mitad. La excepción la tenemos en APPLE que, estando muy alejada de su $q^{o}_{\text{intrínseca}}$ y

$q^{o}_{mercado}$ histórica, se ha alejado todavía más. El modelo indica, pues, que debería darse una fuerte corrección en el precio de esta acción.

En el corto plazo, hay otro grupo de acciones del NYSE y del MERCADO CONRÍNUO que en 2020 estaban alejadas moderadamente de su $q^{o}_{intrínseca}$, como son ABBOT, ORACLE, CATERPILLAR, COCA COLA Y VISCOFAN. VISCOFAN Y ABBOT han corregido hacia la $q^{o}_{intrínseca}$, mientras que ORACLE, CATERPILLAR y COCA COLA se han alejado de ella de forma leve. Solamente en el caso de ORACLE podríamos decir que se ha acercado a la $q^{o}_{mercado}$ histórica y alejado de la intrínseca.

Existe otro grupo de empresas que en 2020 estaban levemente por encima de la $q^{o}_{intrínseca}$, estas son EASTMAN, ENDESA y FAES. Todas han corregido hacia la $q^{o}_{intrínseca}$, algunas de ellas como EASTMAN y ENDESA quedando muy ligeramente por debajo de la misma, pero acercándose a la $q^{o}_{mercado}$ histórica.

El último grupo son las que en 2020 estaban por debajo de la $q^{o}_{intrínseca}$, que son ERCROS, TUBACEX, IBERDROLA, TELEFÓNICA Y REPSOL. ERCROS, TUBACEX y REPSOL han ido en 2022 hacia la $q^{o}_{intrínseca}$, mientras que IBERDROLA y TELEFÓNICA se han alejado más aunque en el caso de IBERDROLA ha buscado la $q^{o}_{mercado}$ histórica .

Si hablamos de las medias de los mercados, en todos los casos ha sucedido un fenómeno similar, las valoraciones de 2020 estaban por encima de la $q^{o}_{intrinseca}$ con el NASDAQ tremendamente alejado, NYSE moderadamente alejado y el Mercado Continuo levemente alejado. En todos los casos se ha tendido a la $q^{o}_{intrínseca}$ en 2022.

En el largo plazo podemos decir que la q^{o}_{mercado} histórica está relativamente cercana a la $q^{o}_{\mathrm{intrínseca}}$ en NVIDIA, EASTMAN, CATERPILLAR, ENDESA, TUBACEX y TELEFÓNICA. En otros casos está moderadamente por debajo como REPSOL, ERCROS e IBERDROLA. En el resto estaría por encima siendo la mayoría de estas empresas jóvenes o de fuerte crecimiento.

Respecto a las medias de los mercados tenemos al mercado NASDAQ con una q^{o}_{mercado} *histórica* muy por encima de la $q^{o}_{intrínseca}$. El NYSE algo alejado y en el Mercado Continuo Español están muy cercanas.

Como conclusión podríamos decir que hay una empresa tremendamente sobrevalorada sobre su media e intrínseca como es APPLE que según el modelo es de esperar que corrija. Otra infravalorada como respecto a la media e intrínseca como es TELEFÓNICA y el resto, salvo COCA COLA Y CARTERPILLAR que se ha alejado levemente de las dos, están iniciando un proceso de convergencia hacia su media histórica y/o intrínseca.

3.7 Conclusiones

La primera conclusión del modelo teórico de empresa es que, de forma análoga a los modelos de economía abierta y cerrada, el precio sombra del capital q por sí sólo no es capaz de explicar el crecimiento y la inversión en un contexto de cambio tecnológico. En el caso del modelo de empresa es la ratio entre el precio sombra del capital y el precio sombra de las variedades la variable el que es capaz de explicar en todos los contextos tanto el crecimiento como la inversión. El hecho de que sea esta variable, una q de Tobin reinterpretada, la que explica el crecimiento y la inversión es que no existe competencia para la inversión o para el gasto de I+D, complementarios en la empresa, como ocurría con el consumo en economía cerrada y abierta. Al ser la única decisión invertir en capital o generar variedades del mismo, solamente es importante la relación entre sus precios sombra respectivos.

Por lo que respecta al análisis de las 20 empresas de los mercados americanos (NASDAQ y NYSE) y español (Mercado Continuo) podemos decir que, históricamente a nivel agregado, la q de los mercados americanos ha estado y está mucho más alejada de la q intrínseca estacionaria que la del mercado español.

También se puede afirmar que, en las empresas americanas, en especial las del NASDAQ, la inversión y la investigación por unidad de capital es muy superior a las del mercado español. Este puede ser el motivo de que la q histórica sea muy superior y de la misma manera lo sea la q interna estacionaria de la propia empresa.

En el año 2020 se observa cómo el NASDAQ estaba muy sobrevalorado respecto a la q intrínseca estacionaria, mientras que el NYSE y el mercado español algo sobrevalorados e infravalorado respectivamente. Esto nos lleva a pensar en que estos últimos años se ha podido asistir a una “burbuja” del sector tecnológico siendo la empresa APPLE su máximo exponente.

En el mercado español en el año 2022 existían aparentemente muy buenas oportunidades de inversión que estaban muy alejadas por defecto de su valoración interna estacionaria, entre ellas TELEFÓNICA, REPSOL, ERCROS y TUBACEX.

La situación en el año 2022 parece empezó a corregir en todos mercados donde las valoraciones de mercado se han acercado hacia la valoración interna estacionaria. APPLE vuelve a ser la gran excepción alejándose todavía más al alza.

De los tres mercados estudiados, el mercado español parece a priori el más realista en cuanto a valoraciones respecto a su q intrínseca estacionaria e histórica. Ello puede ser debido, como se ha comentado, a una menor inversión en investigación por unidad de capital lo que genera menores intangibles y una valoración más sencilla. Da la impresión de que los mercados premian con una valoración superior a las empresas cuya R/K es más alta a pesar de que no existe una gran diferencia entre las q internas estacionarias de estas respecto a las que su R/K es menor.

BIBLIOGRAFÍA

- Abel, A. and O. Blanchard (1983). An Intertemporal Model of Saving and Investment. *Econometrica* 51 (3), pp. 675-692.
- Aghion, P. and P. Howitt (1992). A model of growth through creative destruction. *Econometrica* 60 (2), 323-351.
- Aghion, P. and P. Howitt (2009). The Economics of Growth. The MIT Press Cambridge.
- Alonso, C. y S. Bentolilla (1992). La relación entre la inversión y la q de Tobin en las empresas industriales españolas. Documento de trabajo 9203. Servicio de Estudios del Banco de España.
- Antonelli, C. y A. Colombelli (2011). The generation and exploitation of technological change: Market value and Total factor productivity. *The Journal of Technology Transfer* 36(4), 353-382.
- Baldwin, R. E. and R. Forslid (2000). Trade liberalisation and endogenous growth. A q-theory approach. *Journal of International Economics* 50, 497-517.
- Basu, P., M. Gillman and J. Pearlman (2009). Inflation, Human Capital and Tobin's q. Center for Dynamic Macroeconomic Analysis. Conference Papers CDMC09/04.
- Berden, K.G. and Ch. van Marrewijk (2001). Maintenance Cost, Obsolescence, and endogenous Growth. Tinbergen Institute. 2001.
- Blundell, R., S. Bond, M. Devereux and F. Schiantarelli (1992). Investment and Tobin´s Q: Evidence from company panel data. *Journal of Econometrics*.
- Brun, L. and I. González (2017). Tobin's Q and Inequality. *Available at SSRN 3069980*.
- Cooper, R. W. (1998). “On the nature of capital adjustment cost”. October 12.
- Dixit, A. and J. Stiglitz (1977). Monopolistic competition and optimum product diversity. *American economic Review* 67 (3), 297-308.
- Edwin L. and C. Lai (1997). Shumpeterian Growth with Gradual Product Obsolescence”. Vanderbilt University. October 30.
- Escribá, J., M. J. Murgui y R.J. Ruiz (2016). “Medición económica del capital y depreciación endógena”. Santiago Compostela, Noviembre.
- Espitia, M. (1986). El ratio 'q' como instrumento de análisis financiero. *Revista Española de Financiación y Contabilidad*, Vol. 16 (49), pp. 136-156.
- Griliches, Z. and I. Cockburn (1987). Industry effects and appropriability measures in the stock market´s valuation of R&D an patents. National Bureau of Economic Research.
- Griliches, Z. (1984). R&D, patents, and productivity. National Bureau of Economic Research.
- Hayashi, F. (1982). Tobin´s marginal q and average q: A neoclassical interpretation. *Econometrica* 50 (1), 213-224.
- Johnson, T. C. (2007). Economics Utility Functions. October 30.
- Lai, E. L. (1998). Schumpeterian growth with gradual product obsolescence. *Journal of economic growth* 3, *81-103.*

- *Lucas, R. J. (1988). On the Mechanics of Economic Development. Journal of Monetary Economics* 22, 3-42.
- Milei, J. G. (2011). Teoría de la inversión y Mercados Financieros: La "q" de Tobin y su uso para la valuación de empresas. Actualidad Económica nº74.
- Rivera Batiz, F.L. and P. Romer (1990). Economic integration and endogenous growth. National Bureau of Economic Research.
- Romer, P. M. (1990). Endogenous Technological Change. *Journal of Political Economy* 98 (5), S71-S102.
- Romer, P. M. (1986). Increasing Returns and Long-Run Growth. *Journal of Political Economy* 94, 1002-1037.
- Sanso, M. (2008). Apuntes sobre la q de Tobin. Máster de Economía. Universidad Zaragoza.
- Sanso, M. (2008). Crecimiento Económico. Máster de Economía. Universidad Zaragoza.
- Sanso, M. (2008). Instrumentos Básicos de Macroeconomía dinámica. Máster de Economía. Universidad Zaragoza.
- Sanso, M. (2008). Sistemas dinámicos y el problema de control óptimo. Máster de Economía. Universidad Zaragoza.
- Sargent, T. J. (1978). Tobin´s q" and the rate of investment in in General Equilibrium. *Carnegie-Rochester Conference Series on Public Policy* 12, 107-154.
- Shin-Haing Kim, S-H and T. Kim (2018). Tobin´s q oh a Multi-Product Firm and an Endogenous Growth of a firm". *Seoul Journal of Economics* 31(4), 377-399.
- Solow, R.M. (1956). A Contribution to the Theory of Economic Growth. *Quarterly Journal of Economics* 70, 65-94
- Tobin, J. (1969). A General Equilibrium Approach to Monetary Theory. *Journal of Money, Credit and Banking* 1, 15-29.
- Verden, K.G. y Ch. van Marrewijk (2001). Maintenance costs, obsolescence, and endogenous growth. Tinbergen Institute.
- Whelan, K. (2014). MA Macroeconomics Notes, University College Dublin.

ANEXO A.- MODELO ECONOMÍA CERRADA

Función de producción de Romer:

En una versión continua del modelo de Romer, la lista de productos intermedios usados para la producción del bien final es una función x: R+→R, donde x (i) denota la cantidad de producto intermedio i usado. Una función de producción que usa mano de obra y productos intermedios que es similar a la de utilidad de Dixit-Stiglitz es:

$$Y(L,x) = L\int_{R_+} g\left(\frac{x_i}{L}\right) di \qquad (A.1)$$

Donde g es un función cóncava y creciente con g (0) = 0. En el caso especial considerado por Dixit-Stiglitz y Ethier, g es la función potencial $g(x) = x^{\alpha}$, con 0 < α < 1. Por lo que la función de producción toma la forma más conocida de:

$$Y(L,x) = L^{1-\alpha}\int_{R_+} {x_i}^{\alpha} di \qquad (A.2)$$

En la ecuación A.2 la producción del bien final es una función cóncava y homogénea de grado 1 respecto a L y x_i. La ecuación A.2 también se puede escribir de forma continua (Whelan, 2014)

$$Y(L,x) = L^{1-\alpha}\,({x_1}^{\alpha} + {x_2}^{\alpha} + \dots + {x_A}^{\alpha}) = L^{1-\alpha}\,\sum_{i=1}^{A} x_i^{\alpha} \qquad (A.3)$$

Resolución condiciones necesarias:

1. $\frac{\partial H}{\partial C_t} = 0 \;\rightarrow \frac{e^{-\rho t}}{C_t^{\sigma}} + q_t\,(\text{-}1) = 0 \rightarrow q_t = \frac{e^{-\rho t}}{C_t^{\sigma}}$ $\qquad (A.4)$

2. $\frac{\partial H}{\partial I_t} = 0 \;\rightarrow q_t\left[1 - \Upsilon_1\left(\frac{I_t}{{K_t}^2}\right)K_t\right] = 0 \rightarrow \frac{I_t}{K_t} = \frac{1}{\Upsilon_1}$ $\qquad (A.5)$

3. $\frac{\partial H}{\partial R_t} = 0 \;\rightarrow q_t\left(-1 + \Upsilon_2 M_t\left(\frac{\frac{1}{K_t}}{\frac{R_t}{K_t}+1}\right)\right) + \mu_t\lambda M_t\left(\frac{\frac{1}{K_t}}{\frac{R_t}{K_t}+1}\right) = 0$

$$\rightarrow \frac{\boldsymbol{q_t}}{\boldsymbol{\mu_t}} = \frac{\boldsymbol{\lambda}}{\left(k_i\left(\frac{R_t}{K_t}+\mathbf{1}\right) - \Upsilon_2\right)} \qquad (A.6)$$

4. $\frac{\partial H}{\partial q_t} = \dot{K}_t = Y_t - C_t - R_t - \frac{\Upsilon_1}{2}\left(\frac{{I_t}^2}{{K_t}^2}\right)K_t - \delta K_t + \Upsilon_2 M_t Ln\left(\frac{R_t}{K_t}+1\right)$ $\qquad (A.7)$

5. $\frac{\partial H}{\partial \mu_t} = \dot{M}_t = M_t\,Ln(\frac{R_t}{K_t}+1)$ $\qquad (A.8)$

6. $\frac{\partial H}{\partial K_t} = -\dot{q}_t = \quad q_t\left[\alpha L^{1-\alpha}\,M_t^{1-\alpha}{K_t}^{\alpha-1} + \frac{\Upsilon_1}{2}\left(\frac{{I_t}^2}{{K_t}^2}\right) - \delta - \frac{\Upsilon_2}{K_i}\left(\frac{\mathbf{1}}{\frac{K_t}{R_t}+1}\right)\right] - \frac{\mu_t\lambda}{K_i}\left(\frac{\mathbf{1}}{\frac{K_t}{R_t}+1}\right)$ $\qquad (A.9)$

7. $\frac{\partial H}{\partial M_t} = -\dot{\mu}_t = \quad q_t\,[\,(1-\alpha)L^{1-\alpha}\,M_t^{-\alpha}{K_t}^{\alpha}]$ $\qquad (A.10)$

Combinando A.6 y A.10 se obtiene:

$$-\frac{\dot{\mu}_t}{\mu_t} = \left(\frac{\boldsymbol{\lambda}\;(1-\alpha)L^{1-\alpha}{K_i}^{\alpha}}{\left(k_i(\frac{R_t}{K_t}+\mathbf{1}) - \boldsymbol{\Upsilon_2}\right)}\right) \qquad (A.11)$$

Normalización y obtención q de Tobin en estado estacionario

Partiendo de la ecuación de equilibrio:

$$\frac{C_t}{K_t} = \frac{Y_t}{K_t} - \frac{I_t}{K_t} - \frac{R_t}{K_t} \tag{A.12}$$

Analizamos el crecimiento respecto a la variable consumo, si se toma la ecuación A.4 y se opera con ella se obtiene:

$$Ln\, q_t = -\rho t - \sigma\, Ln\, C_t \tag{A.13}$$

Si se diferencia respecto al tiempo tenemos que:

$$\frac{\dot{q}_t}{q_t} = -\rho - \sigma\, \frac{\dot{c}_t}{c_t} \tag{A.14}$$

Si se resuelve la ecuación diferencial A.14 suponiendo un estado inicial estacionario de la q de Tobin q_0 obtenemos el siguiente resultado introduciendo el crecimiento:

$$q_t = q_0 e^{-(\rho+\sigma\, g)t} \tag{A.15}$$

Operando de nuevo en la ecuación A.4 se tiene que:

$$q_t K_t^{\sigma} e^{\rho t} = \frac{1}{\left(\frac{C_t}{K_t}\right)^{\sigma}} \tag{A.16}$$

Asimismo, podemos expresar K_t de la siguiente manera en función del crecimiento.

$$K_t = K_0\, e^{gt} \tag{A.17}$$

Combinando las ecuaciones A.12, A.15 y A.17 y asumiendo que K_0 es igual a la unidad obtenemos la siguiente expresión de la q de Tobin estacionaria normalizada:

$$q_0 = \frac{1}{\left(\frac{Y_t}{K_t} - \frac{I_t}{K_t} - \frac{R_t}{K_t}\right)^{\sigma}} \tag{A.18}$$

Combinando con otras ecuaciones del capítulo 1 obtenemos estas dos expresiones:

$$q_0 = \frac{1}{\left\{\frac{r_t}{\alpha^2} - \frac{1}{2\Upsilon_1} - \frac{R_t}{K_t}\right\}^{\sigma}} \tag{A.19}$$

$$q_0 = \frac{\boldsymbol{\alpha}^{2\sigma}}{\left\{\left(\rho + \sigma\lambda\, Ln\, \lambda \frac{1-\alpha}{\alpha} + \delta - \frac{1}{2\Upsilon_1} + \lambda \frac{1-\alpha}{\alpha} - 1\right) - \frac{\alpha^2}{2\Upsilon_1} - \lambda(1-\alpha)\alpha + \boldsymbol{\alpha}^2\right\}^{\sigma}} \tag{A.20}$$

$$k_i = \frac{\Upsilon_2}{\lambda - \frac{\frac{1}{2\Upsilon_1} - \delta}{Ln\, \lambda \frac{1-\alpha}{\alpha}}} \tag{A.21}$$

$$r_t = \rho + \sigma\lambda\, Ln\, \lambda \frac{1-\alpha}{\alpha} + \delta - \frac{1}{2\Upsilon_1} + \lambda \frac{1-\alpha}{\alpha} - 1 \tag{A.22}$$

$$\boldsymbol{\frac{q_t}{\mu_t}} = \frac{\boldsymbol{\lambda}}{\left(k_i\left(\frac{R_t}{K_t}+\mathbf{1}\right)-\boldsymbol{\Upsilon_2}\right)} \tag{A.23}$$

$$q_0 = \frac{1}{\left(\frac{Y_t}{K_t}-\frac{I_t}{K_t}-\frac{R_t}{K_t}\right)^{\sigma}} \tag{A. 24}$$

$$q_{intrínseca} = q_0 + \frac{\mu_0}{k_i} \tag{A. 25}$$

ANEXO B.- MODELO ECONOMÍA ABIERTA

Resolución condiciones necesarias:

1. $\frac{\partial H_{it}}{\partial C_{it}} = 0 \rightarrow \frac{e^{-\rho t}}{C_{it}^{\sigma}} + q_{it}$ (-1)- $\mu_{bit} = 0 \rightarrow q_{it} + \mu_{bit} = \frac{e^{-\rho t}}{C_{it}^{\sigma}}$ (B.1)

2. $\frac{\partial H_{it}}{\partial I_t} = 0 \rightarrow q_{it}\left[1 - \Upsilon_1\left(\frac{I_{it}}{K_{it}^2}\right)K_{it}\right] - \mu_{bit} = 0 \rightarrow$

$$\frac{q_{it}}{\mu_{bit}} = \frac{1}{1-\Upsilon_1\frac{I_{it}}{K_{it}}} \rightarrow \frac{I_{it}}{K_{it}} = \frac{1}{\Upsilon_1} - \frac{1}{\Upsilon_1\frac{q_{it}}{\mu_{bit}}} \quad \text{(B.2)}$$

3. $\frac{\partial H_{it}}{\partial R_{it}} = 0 \rightarrow (q_{it} + \mu_{bit})\left(-1 + \Upsilon_2\lambda i\left(\frac{\frac{1}{k_i+k_j}}{\frac{R_{it}}{K_t}+1}\right) + \lambda_i\frac{k_j}{k_i+k_j}\left(\frac{1}{\frac{R_{it}}{K_t}+1}\right)\left(\frac{1-\alpha}{\alpha}\right)\right) + \mu_{mit}\lambda i\left(\frac{\frac{1}{k_i+k_j}}{\frac{R_{it}}{K_t}+1}\right) =$

$$0 \rightarrow \mu_{mit} = (q_{it} + \mu_{bit})\left((k_i + k_j)\frac{1-\alpha}{\alpha} - \frac{\Upsilon_2}{\lambda_i} + k_j\left(\frac{1-\alpha}{\alpha}\right)\right) \quad \text{(B.3)}$$

4. $\frac{\partial H_{it}}{\partial q_{it}} = \dot{K}_{it} = I_{it} - \frac{\Upsilon_1}{2}\left(\frac{I_{it}^2}{K_{it}^2}\right)K_{it} - \delta K_{it} + \Upsilon_2 Ln\left(\frac{R_{it}}{K_{it}} + 1\right)$ (B.4)

5. $\frac{\partial H_{it}}{\partial \mu_{it}} = \dot{M}_{it} = \lambda_i M_t Ln\left(\frac{R_{it}}{K_{total}} + 1\right)$ (B.5)

6. $\frac{\partial H_{it}}{\partial K_{it}} = -\dot{q}_{it} = \frac{\partial H_{it}}{\partial K_{it}} = (q_{it} + \mu_{bit})\left[\alpha L_i^{1-\alpha} M_t^{1-\alpha} K_{it}^{\alpha-1} + \frac{\Upsilon_1}{2}\left(\frac{I_{it}^2}{K_{it}^2}\right) - \delta - \right.$

$$\left.\frac{\Upsilon_2}{(k_i+k_j)}\left(\frac{\frac{R_{it}}{K_t}}{\frac{R_{it}}{K_t}+1}\right)\right] - \frac{\mu_{mit}\lambda i}{(k_i+k_j)}\left(\frac{\frac{R_{it}}{K_t}}{\frac{R_{it}}{K_t}+1}\right) \quad \text{(B.6)}$$

7. $\frac{\partial H_{it}}{\partial M_{it}} = -\dot{\mu}_{mit} = (q_{it} + \mu_{bit})\,(1-\alpha)L_i^{1-\alpha}k_{it}^{\alpha}$ (B.7)

8. $\frac{\partial H_{it}}{\partial B_{it}} = -\dot{\mu}_{bit} = -\mu_{bit}r \rightarrow \frac{\dot{\mu}_{bit}}{\mu_{bit}} = r$ (B.8)

Ecuaciones adicionales:

A partir de las condiciones B1, B2 y B8, de puede hallar la tasa de creciente de q.

$$q_{it} + \mu_{bit} = \frac{e^{-\rho t}}{C_{it}^{\sigma}} \rightarrow g(q_{it} + \mu_{bit}) = -\rho - \sigma g$$

$$g(q_{it} + \mu_{bit}) = \frac{\dot{q}_{it} + \dot{\mu}_{bit}}{q_{it} + \mu_{bit}} = \dot{q}_{it}\frac{q_{it}}{q_{it} + \mu_{bit}} + \dot{\mu}_{bit}\frac{\mu_{bit}}{q_{it} + \mu_{bit}} = -\rho - \sigma g$$

$$\frac{\dot{q}_{it}}{q_{it}}\frac{\frac{q_{it}}{\mu_{bit}}}{\frac{q_{it}}{\mu_{bit}} + 1} + \frac{\dot{\mu}_{bit}}{\mu_{bit}}\frac{1}{\frac{q_{it}}{\mu_{bit}} + 1} = -\rho - \sigma g$$

$$\frac{\dot{q}_{it}}{q_{it}}\frac{1}{2-\Upsilon_1\frac{I_{it}}{K_{it}}} + r\frac{1-\Upsilon_1\frac{I_{it}}{K_{it}}}{2-\Upsilon_1\frac{I_{it}}{K_{it}}} = -\rho - \sigma g$$

$$\frac{\dot{q}_{it}}{q_{it}} = -r\left(1-\Upsilon_1\frac{I_{it}}{K_{it}}\right)-\left(2-\Upsilon_1\frac{I_{it}}{K_{it}}\right)(\rho+\sigma g) = -\left(1-\Upsilon_1\frac{I_{it}}{K_{it}}\right)(r+\rho+\sigma g)-(\rho+\sigma g)$$
(B.9)

Y a partir de las condiciones 6. y 3. Se puede obtener otra expresión que nos ayudará a deducir una condición adicional del modelo.

$$\frac{\partial H}{\partial K_{it}} = -\dot{q}_{it} = \frac{\partial H_{it}}{\partial K_{it}} = \quad (q_{it}+\mu_{bit})\left[\alpha L_i^{1-\alpha} M_t^{1-\alpha} {K_{it}}^{\alpha-1} + \frac{\Upsilon_1}{2}\left(\frac{{I_{it}}^2}{{K_{it}}^2}\right) - \delta - \frac{\Upsilon_2}{(k_i+k_j)}\lambda i\left(\frac{\frac{R_{it}}{K_t}}{\frac{R_{it}}{K_t}+1}\right)\right] - \frac{(q_{it}+\mu_{bit})\left((k_i+k_j)\frac{1-\alpha}{\alpha}-\frac{\Upsilon_2}{\lambda_i}+k_j(\frac{1-\alpha}{\alpha})\right)\lambda i}{(k_i+k_j)}\left(\frac{\frac{R_{it}}{K_t}}{\frac{R_{it}}{K_t}+1}\right) = (q_{it}+\mu_{bit})\left[\alpha L_i^{1-\alpha} M_t^{1-\alpha} {K_{it}}^{\alpha-1} + \frac{\Upsilon_1}{2}\left(\frac{{I_{it}}^2}{{K_{it}}^2}\right) - \delta - \lambda_i\frac{1-\alpha}{\alpha}\left(\frac{\frac{R_{it}}{K_t}}{\frac{R_{it}}{K_t}+1}\right) + \frac{\lambda_i k_j}{(k_i+k_j)}\left(\frac{\frac{R_{it}}{K_t}}{\frac{R_{it}}{K_t}+1}\right)\frac{1-\alpha}{\alpha}\right] \quad \text{(B.10)}$$

$$-\frac{\dot{q}_{it}}{q_{it}} = \left(2-\Upsilon_1\frac{I_{it}}{K_{it}}\right)\left[\alpha {k_{it}}^{\alpha-1} + \frac{\Upsilon_1}{2}\left(\frac{{I_{it}}^2}{{K_{it}}^2}\right) - \delta + \left(\frac{k_j}{k_j+k_i}-1\right)\left(\lambda_i\frac{1-\alpha}{\alpha}-1\right)\right] \qquad \text{(B.11)}$$

Igualando las dos expresiones:

$$\left(2-\Upsilon_1\frac{I_{it}}{K_{it}}\right)\left[\alpha {k_{it}}^{\alpha-1} + \frac{\Upsilon_1}{2}\left(\frac{{I_{it}}^2}{{K_{it}}^2}\right) - \delta + \left(\frac{k_j}{k_j+k_i}-1\right)\left(\lambda i\,\frac{1-\alpha}{\alpha}-1\right)\right] = r\left(1-\Upsilon_1\frac{I_{it}}{K_{it}}\right)+\left(2-\Upsilon_1\frac{I_{it}}{K_{it}}\right)(\rho+\sigma g)$$

$$\alpha {k_{it}}^{\alpha-1} + \frac{\Upsilon_1}{2}\left(\frac{{I_{it}}^2}{{K_{it}}^2}\right) - \delta + \left(\frac{k_j}{k_j+k_i}-1\right)\left(\lambda i\,\frac{1-\alpha}{\alpha}-1\right) = r\frac{\left(1-\Upsilon_1\frac{I_{it}}{K_{it}}\right)}{\left(2-\Upsilon_1\frac{I_{it}}{K_{it}}\right)} + (\rho+\sigma g) \qquad \text{(B.12)}$$

$$\left(\frac{\left(2-\alpha-(1-\alpha)\Upsilon_1\frac{I_{it}}{K_{it}}\right)}{\alpha\left(2-\Upsilon_1\frac{I_{it}}{K_{it}}\right)}\right)r + \frac{\Upsilon_1}{2}\left(\frac{{I_{it}}^2}{{K_{it}}^2}\right) - \delta + \left(\frac{k_j}{k_j+k_i}-1\right)\left(\lambda i\,\frac{1-\alpha}{\alpha}-1\right) = (\rho+\sigma g) \qquad \text{(B.13)}$$

Esta ecuación contiene tres variables a determinar: r, k y $\frac{I_{it}}{K_{it}}$. Como k depende de r, en el fondo son sólo dos.

<u>Normalización y obtención q de Tobin en estado estacionario</u>

Operando la condición B.1 se tiene que:

$$(q_{it}+\mu_{bit})K_{it}^{\sigma}e^{\rho t} = \frac{1}{\left(\frac{C_{it}}{K_{it}}\right)^{\sigma}} \qquad \text{(B.14)}$$

Si se resuelve la ecuación diferencial de la ecuación B.8 suponiendo un estado inicial estacionario de la q de Tobin q_0 obtenemos el siguiente resultado combinado con la ecuación 46:

$$q_{it} + \mu_{bit} = (q_{0i} + \mu_{0bi})e^{-(\rho+\sigma\, g)t} \tag{B.15}$$

Asimismo podemos se puede expresar K_{it} de la siguiente manera

$$K_{it} = K_{i0}\, e^{git} \tag{B.16}$$

Combinando ecuaciones B.15, B.15, B.18 y la de equilibrio y asumiendo que K_{i0} es igual a la unidad obtenemos la siguiente expresión de la q de Tobin estacionaria:

$$\left(2 - \Upsilon_1 \frac{I_{it}}{K_{it}}\right)(q_{0i} + \mu_{0bi}) = \frac{1}{\left(\frac{C_{it}}{K_{it}}\right)^{\sigma}} = \frac{1}{\left(\frac{Y_{it}}{K_{it}} - \frac{I_{it}}{K_{it}} - \frac{R_{1t}}{K_t}\left(\frac{k_2}{k_1}+1\right) - \frac{SBC1}{K_t}\left(\frac{k_2}{k_1}+1\right)\right)^{\sigma}} \tag{B.17}$$

Despejando se obtiene la ecuación de la q de Tobin en estado estacionario:

$$(q_{0i} + \mu_{0bi}) = \frac{1}{\left(2 - \Upsilon_1 \frac{I_{it}}{K_{it}}\right)\left(\frac{Y_{it}}{K_{it}} - \frac{I_{it}}{K_{it}} - \frac{R_{1t}}{K_t}\left(\frac{k_2}{k_1}+1\right) - \frac{SBC1}{K_t}\left(\frac{k_2}{k_1}+1\right)\right)^{\sigma}} \tag{B.18}$$

ANEXO C.- MODELO EMPRESA

Resolución condiciones necesarias:

1. $\frac{\partial H^{o}}{\partial I_t} = 0 \;\; = -P_t - P_t \Upsilon_1 \left(\frac{I_t}{K_t}\right) + \;\; q^{o}{}_t \;\; \left[1 - \Upsilon_1 \left(\frac{I_t}{K_t}\right)\right] \rightarrow$

$$q^{o}{}_t = P_t \frac{\left[1 + \Upsilon_1 \left(\frac{I_t}{K_t}\right)\right]}{\left[1 - \Upsilon_1 \left(\frac{I_t}{K_t}\right)\right]} \qquad (C.1)$$

2. $\frac{\partial H^{o}}{\partial R_t} = 0 \;\; = \;\; -P_t \;\; + \;\; \mu^{o} \; \lambda M_t Ln \left(\frac{\frac{1}{K_t}}{\frac{R_t}{K_t} + 1}\right) \rightarrow$

$$0 = \; -P_t + \;\; \mu^{o} \; \frac{\lambda}{k_{it}} \left(\frac{1}{\frac{R_t}{K_t}+1}\right) \quad \rightarrow \quad \mu^{o} = P_t \; \frac{k_{it}}{\lambda} \left[\frac{R_t}{K_t} + 1\right] \qquad (C.2)$$

3. $\frac{\partial H^{o}}{\partial M_t L_t} = 0 \; = \; P_t (1 - \alpha) \; L^{-\alpha} \; M_t^{-\alpha} - W_t \rightarrow \; k_t{}^{\alpha} \; = \; \frac{W_t}{P_t (1 - \alpha)} \qquad (C.3)$

4. $\frac{\partial H^{o}}{\partial K_t} = -\dot{q}^{o}{}_t = P_t \; \alpha \left[\frac{W_t}{P_t (1-\alpha)}\right]^{\frac{\alpha - 1}{\alpha}} + (q^{o}{}_t + P_t) \left(\frac{I_t}{K_t} - g\right) - \; P_t k_t \frac{R_t}{K_t} \qquad (C.4)$

5. $\frac{\partial H^{o}}{\partial M_t} = -\dot{\mu}^{o}{}_t \; = \; \mu^{o}{}_t g - \beta \qquad (C.5)$

Ecuaciones utilizadas para la estimación de los parámetros de cada empresa

1. $g = \frac{\dot{M}_t}{M_t} = \lambda \; Ln \left(\frac{R_t}{K_t} + 1\right) \qquad (C.6)$
2. $g = \frac{\dot{K}_t}{K_t} = \frac{I_t}{K_t} - \frac{\Upsilon_1}{2} \left(\frac{I_t{}^2}{K_t{}^2}\right) - \delta \qquad (C.7)$
3. $q^{o}{}_t = P_t \; \frac{\left[1 + \Upsilon_1 \left(\frac{I_t}{K_t}\right)\right]}{\left[1 - \Upsilon_1 \left(\frac{I_t}{K_t}\right)\right]} \qquad$ (C.8)
4. $k_t{}^{\alpha} \; = \; \frac{W_t}{P_t (1-\alpha)} \qquad$ (C.9)
5. $0 = P_t \; \alpha \left[\frac{W_t}{P_t (1-\alpha)}\right]^{\frac{\alpha - 1}{\alpha}} + (q^{o}{}_t + P_t) \left(\frac{I_t}{K_t} - g\right) - P_t k_t \frac{R_t}{K_t} \qquad$ (C.10)

Ejemplo práctico para obtener los datos estacionarios óptimos de una empresa VISCOFAN :

Se obtienen sus datos históricos de 20 años de las variables Y/K (Ventas/Activo total), R/K (Gasto en investigación/Activo Total), I/K (inversión/Activo total), q de mercado (Capitalización total /Activo Total) , y g (Crecimiento del Activo total).

Datos históricos 20 años Viscofan.

		I	R	V	K	Número Acciones	Cotización FP	Valor Deuda	Deuda/K	YPP	I/K	R/K	q	YPP/K	g
VISCOFAN															
					478.430.097,38										
	2000	31.418.000,00	500.000,00	613.673.237,28	409.000.000,00	48.834.918,00	8,51	198.088.000,00	0,48	383.572.974,27	0,08	0,0012	1,50	0,89	-14,51
	2001	31.418.000,00	500.000,00	486.275.060,80	408.213.000,00	48.834.918,00	6,10	188.382.000,00	0,46	394.567.000,00	0,08	0,0012	1,19	0,97	-0,19
	2002	31.418.000,00	500.000,00	372.304.448,64	354.250.000,00	48.834.918,00	4,88	133.990.000,00	0,38	410.767.000,00	0,09	0,0014	1,05	1,16	-13,22
	2003	31.418.000,00	500.000,00	447.641.304,64	352.096.000,00	48.834.918,00	6,88	111.657.000,00	0,32	371.308.000,00	0,09	0,0014	1,27	1,05	-0,62
	2004	34.100.000,00	500.000,00	468.644.128,00	364.586.000,00	48.834.918,00	7,25	114.591.000,00	0,31	349.218.000,00	0,09	0,0014	1,29	0,96	3,51
	2005	91.000.000,00	500.000,00	709.358.999,68	516.061.000,00	47.959.806,00	9,28	264.292.000,00	0,51	374.700.000,00	0,18	0,0010	1,37	0,73	41,62
	2006	26.600.000,00	600.000,00	996.465.746,25	559.108.000,00	47.959.806,00	14,71	290.977.000,00	0,52	497.200.000,00	0,05	0,0011	1,78	0,89	8,34
	2007	32.884.000,00	767.000,00	835.919.535,36	565.780.000,00	47.296.842,00	14,08	269.980.000,00	0,48	506.000.000,00	0,06	0,0014	1,65	0,89	1,19
	2008	49.000.000,00	440.000,00	1.152.625.424,81	596.446.000,00	46.734.879,00	18,39	293.171.000,00	0,49	551.800.000,00	0,08	0,0007	1,93	0,93	5,42
	2009	46.400.000,00	588.000,00	1.100.327.539,60	615.989.000,00	46.603.682,00	17,80	270.782.000,00	0,44	583.400.000,00	0,08	0,0010	1,79	0,95	3,28
	2010	47.400.000,00	600.000,00	1.524.759.125,30	689.171.000,00	46.603.682,00	26,65	282.771.000,00	0,41	633.700.000,00	0,07	0,0009	2,21	0,92	11,88
	2011	64.700.000,00	629.000,00	1.583.557.526,12	697.296.000,00	46.603.682,00	28,66	247.896.000,00	0,36	666.800.000,00	0,09	0,0009	2,27	0,96	1,18
	2012	74.000.000,00	810.000,00	2.146.844.574,56	777.569.000,00	46.603.682,00	40,08	278.969.000,00	0,36	649.200.000,00	0,10	0,0010	2,76	0,83	11,51
	2013	98.000.000,00	1.121.000,00	2.224.082.459,90	790.675.000,00	46.603.682,00	41,95	269.058.000,00	0,34	660.201.000,00	0,12	0,0014	2,81	0,83	1,69
	2014	61.000.000,00	1.308.000,00	2.358.118.523,48	876.899.000,00	46.603.682,00	44,14	301.032.000,00	0,34	687.063.000,00	0,07	0,0015	2,69	0,78	10,91
	2015	57.300.000,00	1.658.000,00	2.844.412.007,14	831.921.000,00	46.603.682,00	56,77	198.721.000,00	0,24	740.800.000,00	0,07	0,0020	3,42	0,89	-5,13
	2016	86.700.000,00	2.183.000,00	2.529.546.222,18	930.994.000,00	46.603.682,00	49,49	223.130.000,00	0,24	730.800.000,00	0,09	0,0023	2,72	0,78	11,91
	2017	107.200.000,00	2.535.000,00	2.798.790.694,10	960.804.000,00	46.603.682,00	55,05	233.258.000,00	0,24	778.136.000,00	0,11	0,0026	2,91	0,81	3,20
	2018	71.600.000,00	2.517.000,00	2.487.375.747,72	1.033.072.000,00	46.603.682,00	47,46	275.565.000,00	0,27	786.049.000,00	0,07	0,0024	2,41	0,76	7,52
	2019	62.000.000,00	2.564.000,00	2.542.903.177,84	1.085.000.000,00	46.603.682,00	48,12	300.334.000,00	0,28	849.697.000,00	0,06	0,0024	2,34	0,78	5,03
	2020	53.500.000,00	2.706.000,00	3.009.097.740,10	1.040.000.000,00	46.603.682,00	58,05	308.754.000,00	0,29	912.160.000,00	0,05	0,0026	2,89	0,88	-4,15
	2021	94.667.000,00	3.132.000,00	2.947.828.192,00	1.160.798.000,00	46.603.682,00	56,00	338.022.000,00	0,29	969.237.000,00	0,08	0,0027	2,54	0,83	11,62
	2002			3.243.341.656,40	1.344.670.000,00	46.603.682,00	60,20	457.800.000,00	0,33				2,41		
MEDIA											I/K	R/K	q	YPP/K	g
											0,0843	0,0016	2,1576	0,0853	5,5470

Se introducen en DYNARE las variables I/K (inversión/Activo total), R/K (Gasto en investigación/Activo Total) e Y/K y g como exógenas con la primera estimación de los parámetros que son los siguientes:

λ	α	Υ_1	δ	β	ρ
2,751	0,259	0,025	0,078	0,098	0,079

Dynare devuelve esta segunda estimación de parámetros:

```
ESTIMATION RESULTS

Log data density is 48.415016.

parameters
      prior mean   post. mean        90% HPD interval    prior       pstdev

delta          0.078       0.0459      0.0345      0.0539   norm        0.0100
gamma1         0.025       0.0356      0.0253      0.0468   norm        0.0100
lambda1        2.751       2.7357      2.6311      2.8277   norm        0.2000
alpha          0.259       0.2513      0.2442      0.2579   norm        0.0100
rho            0.079       0.0718      0.0651      0.0795   norm        0.0100
beta           0.098       0.1297      0.0922      0.1644   norm        0.0500
```

Una vez obtenidos los primeros parámetros estimados en Dynare se calcula el estado estacionario nuevo:

	Alpha	Beta	Gamma1	Delta	Lambda	Ro	sigma	b	w		I/K	R/K	q	Y*P/K	g
	0,2513	0,098	0,0356	0,0459	2,7357	0,0718	1	1,56	0,78		0,06	0,002	2,9	[illegible]	0,06
Y/K	0,89														
I/K	0,10														
R/K	0,02														
g	0,06														
ke	1,17														
qi	1,01														
ui	5,77														
q/u	0,17														
qe	2,16														
ki	15,46														
y_m	14,49														
qe sin b	1,38														

Con las variables de ese nuevo estacionario obtenido y recalibrando las Beta como se ha explicado en el capítulo 3 mediante la ecuación 3.24 se vuelven estimar los parámetros repitiendo la secuencia hasta que la media de los parámetros de la estimación n sea inferior al 5% de la n-1. A continuación se muestran las dos últimas estimaciones (con menos de un 5% de diferencia de media de parámetros) y el último estado estacionario.

Estimación 5

```
parameters
      prior mean   post. mean        90% HPD interval    prior       pstdev

delta          0.031       0.0266      0.0217      0.0324   norm        0.0100
gamma1         0.033       0.0370      0.0265      0.0505   norm        0.0100
lambda1        3.166       3.2387      3.1159      3.3720   norm        0.2000
alpha          0.262       0.2673      0.2594      0.2776   norm        0.0100
rho            0.075       0.0719      0.0680      0.0770   norm        0.0100
beta           0.067       0.0618      0.0509      0.0733   norm        0.0100
```

Estimación 6

```
Log data density is 106.279848.

parameters
      prior mean   post. mean        90% HPD interval    prior       pstdev

delta          0.027       0.0263      0.0235      0.0288   norm        0.0050
gamma1         0.037       0.0371      0.0333      0.0418   norm        0.0050
lambda1        3.230       3.2776      3.2154      3.3468   norm        0.1000
alpha          0.267       0.2676      0.2601      0.2730   norm        0.0100
rho            0.072       0.0737      0.0653      0.0803   norm        0.0100
beta           0.062       0.0607      0.0484      0.0736   norm        0.0100

standard deviation of shocks
      prior mean   post. mean        90% HPD interval    prior       pstdev
```

Estado Estacionario final.

	Alpha	Beta	Gamma1	Delta	Lambda	Ro	sigma	b	w		I/K	R/K	q	Y*P/K	g
	0,2676	0,0607	0,0371	0,0263	1,2776	0,0737	1	2,02	0,77		0,08	0,02	2,16	0,89	0,06
Y/K	0,89														
I/K	0,08														
R/K	0,02														
g	0,06														
ke	1,18														
qi	1,01														
ui	1,09														
q/u	0,92														
qe	2,16														
ki	17,01														
y_m	14,17														
qe sin b	1,07														

ANEXO D.- Ejemplos de simulación y estimación con Dynare

<u>Modelo 1 País. Archivo de origen con las ecuaciones del estado estacionario (Archivo.mod).</u>

qmercadonoest.mod

```
var y_k  i_k  r_k  c_k g k_i  l q_i u_i r_i z junk;
varexo e e1;
parameters delta gamma1 lambda sigma sigma1 alpha rho rho1 gamma2;
delta=0.1;
gamma1=4;
gamma2=0.1;
lambda=0.57;
alpha=0.35;
rho=0.02;
rho1=0.95;
sigma = 0.1;
sigma1 = 0.001;
model;
i_k=1/gamma1;
g=lambda*ln(lambda*(1-alpha)/alpha);
r_k=lambda*((1-alpha)/alpha)-1;
l=(k_i*(alpha^(2/(alpha-1))))/((exp(z))*r_i^(1/(alpha-1)));
k_i=gamma2/(lambda-(((1/(2*gamma1))-delta)/ln(lambda*((1-alpha)/alpha))));
y_k=r_i/alpha^2;
c_k=y_k-i_k-r_k;
q_i=1/(c_k)^sigma;
u_i=(k_i*(1+r_k)-gamma2)*q_i/lambda;
q_i(+1)=(1-(r_i+(1/(2*gamma1))-delta-r_k))*(q_i*(1+rho)*(1+g)^sigma);
z = rho1*z(-1)+e;
junk=0.9*junk(+1)+e1;
end;

initval;

y_k=0.464;
i_k=0.25;
r_k=0.0585;
c_k=0.15553;
g=0.032445;
k_i=0.76458;
l=0.23447;
q_i=1.2038;
u_i=1.5;
r_i=0.05681589;
z=0;
e=0;
e1=0;
end;
steady (solve_algo = 4, maxit=5000);
check (qz_zero_threshold = 1e-36);

shocks;
var e = sigma1^2;
end;

stoch_simul(periods=400,irf=150);
```

Línea: 7 Columna: 11 Codificación: SYSTEM Fin de línea: CRLF

Modelo 1 País. Archivo con los resultados obtenidos por Dynare para el estado estacionario (Archivo.log).

```
Starting Dynare (version 4.5.4).
Starting preprocessing of the model file ...
Found 12 equation(s).
Evaluating expressions...done
Computing static model derivatives:
 - order 1
Computing dynamic model derivatives:
 - order 1
 - order 2
Processing outputs ...
done
Preprocessing completed.

[mex] Quasi Monte-Carlo sequence (Sobol).
[mex] Markov Switching SBVAR.

Using 32-bit preprocessor
Starting Dynare (version 4.5.4).
Starting preprocessing of the model file ...
Found 12 equation(s).
Evaluating expressions...done
Computing static model derivatives:
 - order 1
Computing dynamic model derivatives:
 - order 1
 - order 2
Processing outputs ...
done
Preprocessing completed.


STEADY-STATE RESULTS:

y_k              0.459629
i_k              0.25
r_k              0.0585714
c_k              0.151058
g                0.0324446
k_i              0.764588
l                0.231236
q_i              1.20805
u_i              1.50343
r_i              0.0563046
z                0
junk             0

EIGENVALUES:
         Modulus             Real        Imaginary

            0.95             0.95                0
           1.111            1.111                0
```

There are 2 eigenvalue(s) larger than 1 in modulus
for 2 forward-looking variable(s)

The rank condition is verified.

MODEL SUMMARY

Number of variables:	12
Number of stochastic shocks:	2
Number of state variables:	1
Number of jumpers:	2
Number of static variables:	9

MATRIX OF COVARIANCE OF EXOGENOUS SHOCKS

Variables	e	e1
e	0.000001	0.000000
e1	0.000000	0.000000

POLICY AND TRANSITION FUNCTIONS

	y_k	i_k	r_k	c_k	g	k_i	l	q_i	u_i	r_i	z	junk
Constant	0.459629	0.250000	0.058571	0.151058	0.032445	0.764588	0.231236	1.208052	1.503435	0.056305	0	0
z(-1)	0	0	0	0	0	0	-0.219674	0	0	0	0.950000	0
e	0	0	0	0	0	0	-0.231236	0	0	0	1.000000	0
e1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1.000000
z(-1),z(-1)	0	0	0	0	0	0	0.104345	0	0	0	0	0
e,e	0	0	0	0	0	0	0.115618	0	0	0	0	0
z(-1),e	0	0	0	0	0	0	0.219674	0	0	0	0	0

MOMENTS OF SIMULATED VARIABLES

VARIABLE	MEAN	STD. DEV.	VARIANCE	SKEWNESS	KURTOSIS
y_k	0.459629	0.000000	0.000000	1.000000	-2.000000
i_k	0.250000	0.000000	0.000000	NaN	NaN
r_k	0.058571	0.000000	0.000000	NaN	NaN
c_k	0.151058	0.000000	0.000000	NaN	NaN
g	0.032445	0.000000	0.000000	NaN	NaN
k_i	0.764588	0.000000	0.000000	NaN	NaN
l	0.231438	0.000693	0.000000	-0.261992	-0.441350
q_i	1.208052	0.000000	0.000000	NaN	NaN
u_i	1.503435	0.000000	0.000000	NaN	NaN
r_i	0.056305	0.000000	0.000000	-1.000000	-2.000000
z	-0.000034	0.002994	0.000009	0.268676	-0.439559
junk	0.000000	0.000000	0.000000	NaN	NaN

Modelo 2 Paises. Archivo de origen con las ecuaciones (Archivo.mod)

Editor

Archivo Editar Ver Depurar Ejecutar Ayuda

q2paisesmarcos.mod

```
var y_k  i_k  r_k c_k b_k g k_1 k_2 k_e q_i u_i u_bi r_i q_int b_k1 r_k1 q_u q_ku z junk;
varexo e e1;
parameters delta gamma1 lambda1 lambda2 sigma sigma1 alpha rho rho1 gamma2;
delta=0.1;
gamma1=4;
gamma2=0.1;
lambda1=0.57;
lambda2=0.57;
alpha=0.34;
rho=0.03;
rho1=0.95;
sigma = 0.5;
sigma1 = 0.001;
model;
y_k=k_e^(alpha-1);
r_k=(lambda1*(1-alpha)/alpha)-1;
q_int=q_i+(u_i/k_1);
b_k=((lambda1*(ln(lambda1*(1-alpha)/alpha))-lambda2*(ln(lambda2*(1-alpha)/alpha)))*((1-alpha)/al
c_k=y_k-i_k-r_k*((k_2/k_1)+1)-b_k*((k_2/k_1)+1);
i_k=(1/gamma1)-(1/(gamma1*q_i/u_bi));
g=ln((lambda1^lambda1)*(lambda2^lambda2)*(((1-alpha)/alpha)^(lambda1+lambda2)));
k_1=gamma2*(ln(lambda1*(1-alpha)/alpha))/(g-(1/(2*gamma1))+delta);
k_2=gamma2*(ln(lambda2*(1-alpha)/alpha))/(g-(1/(2*gamma1))+delta);
u_i=(u_bi+q_i)*(((k_1+k_2)*((1-alpha)/alpha))-(gamma2/lambda1)+(k_2*(1-alpha)/alpha));
q_i+u_bi=1/((2-gamma1*i_k)*((y_k-i_k-r_k*((k_2/k_1)+1)-b_k*((k_2/k_1)+1))^sigma));
k_1+k_2=(r_i^(alpha-1))/(alpha^(2/(alpha-1)));
rho+(sigma*g)=(((lambda1*(1-alpha)/alpha)-1)*((k_2/(k_2+k_1))-1))-delta+((gamma1/2)*(i_k^2))+(
u_bi=(q_i+u_bi)*(1-gamma1*i_k)/(2-gamma1*i_k);
b_k1=b_k *((k_2/k_1)+1);
r_k1=r_k*((k_2/k_1)+1);
q_u=q_i/u_i;
q_ku=q_i*k_1/u_i;

z = rho1*z(-1)+e;
junk = 0.1*junk(+1)+ e1;
end;

initval;

y_k=0.597079;
i_k=0.03079;
r_k=0.0585714;
c_k=0.449146;
g=0.0648891;
b_k=-0.0;
k_e=0.216483;
q_i=1.60288;
u_i=1.29364;
u_bi=1.40547;
r_i=0.0731422;
```

Línea: 39 Columna: 1 Codificación: SYSTEM Fin de línea: CRLF

```
r_i=0.0731422;
k_1=0.142696;
k_2=0.142696;
z=0;
e=0;
e1=0;
junk=0;
end;

steady (solve_algo = 4, maxit=1000);
check (qz_zero_threshold = 1e-24);

shocks;
var e = sigma1^2;
end;

stoch_simul(periods=400,irf=150);
```

nea: 39 Columna: 1 Codificación: SYSTEM Fin de línea: CRLF

Modelo 2 Paises Archivo con los resultados obtenidos por Dynare (Archivo.log).


```
GNU Octave, version 4.2.1
Copyright (C) 2017 John W. Eaton and others.
This is free software; see the source code for copying conditions.
There is ABSOLUTELY NO WARRANTY; not even for MERCHANTABILITY or
FITNESS FOR A PARTICULAR PURPOSE.  For details, type 'warranty'.

Octave was configured for "x86_64-w64-mingw32".

Additional information about Octave is available at http://www.octave.org.

Please contribute if you find this software useful.
For more information, visit http://www.octave.org/get-involved.html

Read http://www.octave.org/bugs.html to learn how to submit bug reports.
For information about changes from previous versions, type 'news'.

>> addpath c:\dynare\4.5.4\matlab

>> edit q2paisesmarcos.mod

>> dynare q2paisesmarcos.mod

warning: function c:\dynare\4.5.4\matlab/missing/corrcoef\tcdf.m shadows a core library function
warning: called from
    dynare_config at line 140 column 1
    dynare at line 63 column 12

Configuring Dynare ...
[mex] Generalized QZ.
[mex] Sylvester equation solution.
[mex] Kronecker products.
[mex] Sparse kronecker products.
[mex] Local state space iteration (second order).
[mex] Bytecode evaluation.
[mex] k-order perturbation solver.
[mex] k-order solution simulation.
[mex] Quasi Monte-Carlo sequence (Sobol).
[mex] Markov Switching SBVAR.

Using 64-bit preprocessor
Starting Dynare (version 4.5.4).
Starting preprocessing of the model file ...
Found 20 equation(s).
Evaluating expressions...done
Computing static model derivatives:
 - order 1
Computing dynamic model derivatives:
>> |
```

Ventana de comandos

```
Using 64-bit preprocessor
Starting Dynare (version 4.5.4).
Starting preprocessing of the model file ...
Found 20 equation(s).
Evaluating expressions...done
Computing static model derivatives:
 - order 1
Computing dynamic model derivatives:
 - order 1
 - order 2
Processing outputs ...
done
Preprocessing completed.


STEADY-STATE RESULTS:

y_k              0.413583
i_k              0.157466
r_k              0.0870588
c_k              0.110444
b_k              -0.0212045
g                0.104416
k_1              0.105112
k_2              0.127399
k_e              3.81034
q_i              1.60288
u_i              1.14217
u_bi             0.593283
r_i              0.0643848
q_int            12.4691
b_kl             -0.046905
r_kl             0.192577
q_u              1.40336
q_ku             0.14751
z                0
junk             0

EIGENVALUES:
         Modulus             Real        Imaginary

>> |
              10                10               0

>>
There are 1 eigenvalue(s) larger than 1 in modulus
for 1 forward-looking variable(s)
```

```
>> |
  Number of state variables:   1
  Number of jumpers:           1
>>


>>
Variables          e         e1
e           0.000001   0.000000
>>

POLICY AND TRANSITION FUNCTIONS
>>
  q_int            b_kl              r_kl              q_u              q_ku                z
Constant                        0.413583         0.157466         0.087059         0.110444        -0.(
>>
z(-1)                               0                0                0                0
     0                0                 0                0                0         0.950000
>>
     0                0                 0                0                0         1.000000
e1                                  0                0                0                0
>>


>>
VARIABLE                MEAN         STD. DEV.        VARIANCE        SKEWNESS        KURTOSIS
y_k                 0.413583          0.000000        0.000000       -1.000000       -2.000000
>>
r_k                 0.087059          0.000000        0.000000        1.000000       -2.000000
c_k                 0.110444          0.000000        0.000000       -1.000000       -2.000000
>>
g                   0.104416          0.000000        0.000000        1.000000       -2.000000
k_1                 0.105112          0.000000        0.000000        1.000000       -2.000000
>>
k_e                 3.810344          0.000000        0.000000       -1.000000       -2.000000
q_i                 1.602880          0.000000        0.000000       -1.000000       -2.000000
u_i                 1.142169          0.000000        0.000000        1.000000       -2.000000
u_bi                0.593283          0.000000        0.000000       -1.000000       -2.000000
r_i                 0.064385          0.000000        0.000000        1.000000       -2.000000
>>
b_kl               -0.046905          0.000000        0.000000       -1.000000       -2.000000
r_kl                0.192577          0.000000        0.000000       -1.000000       -2.000000
>>
q_ku                0.147510          0.000000        0.000000       -1.000000       -2.000000
z                  -0.000834          0.002994        0.000009        0.268676       -0.439559
>>


Note: numbers do not add up to 100 due to i) non-zero correlation of simulated shocks in small samples and ii) nonlinearity
>>
Total computing time : 0h00m26s
Note: warning(s) encountered in MATLAB/Octave code
>>
```

<u>Modelo Empresa. Archivo de origen con las ecuaciones para el estado estacionario (Archivo.mod).</u>

carolo.mod

```
var y_k  i_k  r_k  g k_i k_e q_i u_i y_m q_e;
varexo w p;
parameters delta gamma1 lambda1 alpha rho beta sigma b;
delta=0.1;
gamma1=0.01;
lambda1=0.5;
alpha=0.23;
rho=0.1;
beta=0.21;
sigma=1;
b=1;
model;
g=lambda1*ln(r_k+1);
g=i_k-delta-((gamma1/2)*(i_k^2));
y_k=k_e^(alpha-1);
k_e=(w/((1-alpha)*p))^(1/alpha);
q_i=p*((1+(gamma1*i_k))/(1-(gamma1*i_k)));
u_i=((p*k_i)/(lambda1))*(1+r_k);
y_m=w/(p*rho*(1-alpha));
-(q_i-q_i(-1))= alpha*(w/((1-alpha)*p))^((alpha-1)/alpha)+((q_i(-1)+p)*(i_k-g))-(p*k_i*r_k);
(u_i-u_i(-1))/u_i(-1)=(beta/u_i)-g;
q_e=b*(1+(u_i/k_i))^sigma;
end;

initval;

y_k=0.597079;
i_k=0.03079;
r_k=0.0585714;
g=0.0648891;
k_e=0.216483;
q_i=1.60288;
u_i=0.29364;
k_i=0.142696;
y_m=1;
p=0.7;
w=1;
q_e=1.5;
end;

steady (solve_algo = 4, maxit=1000);
check (qz_zero_threshold = 1e-24);
```

Modelo Empresa Archivo con los resultados obtenidos por Dynare para el estado estacionario (Archivo.log).

```
Configuring Dynare ...
[mex] Generalized QZ.
[mex] Sylvester equation solution.
[mex] Kronecker products.
[mex] Sparse kronecker products.
[mex] Local state space iteration (second order).
[mex] Bytecode evaluation.
[mex] k-order perturbation solver.
[mex] k-order solution simulation.
[mex] Quasi Monte-Carlo sequence (Sobol).
[mex] Markov Switching SBVAR.

Using 64-bit preprocessor
Starting Dynare (version 4.5.4).
Starting preprocessing of the model file ...
Found 10 equation(s).
Evaluating expressions...done
Computing static model derivatives:
 - order 1
Computing dynamic model derivatives:
 - order 1
 - order 2
Processing outputs ...
done
Preprocessing completed.


STEADY-STATE RESULTS:

y_k                 0.126301
i_k                 0.318497
r_k                 0.546476
g                   0.21799
k_i                 0.444947
k_e                 14.6894
q_i                 0.704473
u_i                 0.963343
y_m                 18.5529
q_e                 3.16508

EIGENVALUES:
         Modulus             Real         Imaginary

         0.02116         -0.02116                 0
           1.062            1.062                 0


There are 1 eigenvalue(s) larger than 1 in modulus
for 0 forward-looking variable(s)
```

Modelo Empresa. Archivo de origen ecuaciones estado estacionario (Archivo.mod).

estimacion1oracle.mod

```
var y_k  i_k  r_k  k_i k_e q_i u_i y_m  z junk;
varexo w p g e a e0 e1 e2 e3 e4 e5 e6 e7;
parameters delta gamma1 lambda1 alpha rho rho1 beta;
delta=0.078;
gamma1=0.025;
lambda1=2.751;
alpha=0.259;
rho=0.079;
beta=0.098;
rho1=0.95;
sigma1=0.1;
sigma2= 0.001;
model;
g=lambda1*ln(r_k+1)+e0;
g=i_k-delta-((gamma1/2)*(i_k^2))+e1;
y_k=k_e^(alpha-1)+e2;
k_e=(w/((1-alpha)*p))^(1/alpha)+e3;
q_i=((1+(gamma1*i_k))/(1-(gamma1*i_k)))+e4;
u_i=((k_i)/(lambda1))*(1+r_k)+e5;
y_m=w/(p*rho*(1-alpha))+e6;
u_i=(beta/g)+e7;
z = rho1*z(-1)+e;
junk= 0.9*junk(+1)+a;
end;
varobs i_k r_k y_k;
initval;
y_k=0.5286;
i_k=0.3251;
r_k=0.0662;
g=0.1623;
k_e=9.29;
q_i=1.01;
u_i=0.6;
k_i=0.98;
y_m=22.55;
p=1;
w=1.32;
e0=0;
e1=0;
e2=0;
e3=0;
e4=0;
e5=0;
e6=0;
e7=0;
z=0;
e=0;
a=0;
junk=0;
end;
```

```
e6=0;
e7=0;
z=0;
e=0;
a=0;
junk=0;
end;
steady;
check;
estimated_params;
delta, normal_pdf, 0.078, 0.01;
gamma1, normal_pdf, 0.025, 0.01;
lambda1, normal_pdf, 2.751, 0.2;
alpha, normal_pdf, 0.259, 0.01;
rho, normal_pdf, 0.079, 0.01;
beta, normal_pdf, 0.098, 0.05;
stderr e0, inv_gamma_pdf, 0.01, inf;
stderr e1, inv_gamma_pdf, 0.01, inf;
stderr e2, inv_gamma_pdf, 0.01, inf;
stderr e3, inv_gamma_pdf, 0.01, inf;
stderr e4, inv_gamma_pdf, 0.01, inf;
stderr e5, inv_gamma_pdf, 0.01, inf;
stderr e6, inv_gamma_pdf, 0.01, inf;
stderr e7, inv_gamma_pdf, 0.01, inf;
end;
estimation(datafile=Fatasdata4,mh_replic=20000,lik_init=4,
mh_nblocks=2,mh_drop=0.25,mh_jscale=0.3, mode_compute=6, mh_init_scale=0.2);
```

Modelo Empresa. Archivo con los resultados obtenidos por Dynare para las estimaciones (Archivo.log).

```
Starting Dynare (version 4.5.4).
Starting preprocessing of the model file ...
Found 10 equation(s).
Evaluating expressions...done
Computing static model derivatives:
 - order 1
Computing dynamic model derivatives:
 - order 1
 - order 2
Processing outputs ...
done
Preprocessing completed.

STEADY-STATE RESULTS:

y_k             0.191684
i_k             0.241026
r_k             0.0607718
k_i             1.56594
k_e             9.29328
q_i             1.01212
u_i             0.60382
y_m             22.5491
z               0
junk            0

EIGENVALUES:
         Modulus             Real        Imaginary

            0.95             0.95                0
           1.111            1.111                0


There are 1 eigenvalue(s) larger than 1 in modulus
for 1 forward-looking variable(s)

The rank condition is verified.


You did not declare endogenous variables after the estimation/calib_smoother command.
i_k =

   0.120000
   0.290000
   0.810000
   0.460000
   0.820000
   0.130000
   0.250000
   0.310000
   0.290000
```

```
    0.350000
    0.460000
    0.560000
    0.440000
    0.400000
    0.350000
    0.230000
    0.050000
    0.210000
    0.020000
    0.060000

r_k =

    0.077200
    0.103300
    0.099600
    0.107600
    0.100100
    0.072100
    0.064500
    0.063500
    0.058000
    0.058400
    0.052800
    0.061500
    0.057700
    0.059300
    0.057000
    0.049800
    0.049300
    0.045600
    0.044400
    0.055400
    0.052600

q_e =

    13.1300
     7.4400
     5.9500
     6.9500
     5.9800
     3.5100
     3.5500
     3.8900
     2.2300
     3.0900
     3.0400
     2.2100
     2.5700
     2.6800
```

```
     2.0400
     2.0200
     2.0400
     2.0200
     2.5700
     2.7800

y_k =

   0.78000
   0.99000
   0.90000
   0.86000
   0.80000
   0.57000
   0.50000
   0.52000
   0.47000
   0.49000
   0.44000
   0.48000
   0.47000
   0.45000
   0.42000
   0.34000
   0.33000
   0.28000
   0.29000
   0.36000
   0.34000

g =

   80.14000
  -15.65000
   -2.09000
    1.55000
   16.38000
   62.09000
   40.32000
   19.09000
   36.72000
    0.31000
   29.87000
   19.42000
    6.52000
    4.45000
   10.43000
   22.76000
    1.15000
   20.33000
```

```
Initial value of the log posterior (or likelihood): -21740.0397


==========================================================
   Change in the posterior covariance matrix = 9.9999.
   Change in the posterior mean = 1.3195.
   Mode improvement = 21796.7562
   New value of jscale = 0.001175
==========================================================


==========================================================
   Change in the posterior covariance matrix = 0.03175.
   Change in the posterior mean = 1.3206.
   Mode improvement = 15.3994
   New value of jscale = 0.03847
==========================================================


==========================================================
   Change in the posterior covariance matrix = 0.0015064.
   Change in the posterior mean = 0.042044.
   Mode improvement = 1.7463
   New value of jscale = 0.36818
==========================================================

Optimal value of the scale parameter = 0.36818


Final value of minus the log posterior (or likelihood):-73.862335
```

```
   Mode improvement = 1.7463
   New value of jscale = 0.36818
==========================================================

Optimal value of the scale parameter = 0.36818


Final value of minus the log posterior (or likelihood):-73.862335

RESULTS FROM POSTERIOR ESTIMATION
parameters
  prior mean     mode    s.d. prior pstdev

delta    0.078    0.0797  0.0017 norm  0.0100
gamma1    0.025    0.0245  0.0009 norm  0.0100
lambda1    2.751    2.6271  0.0247 norm  0.2000
alpha    0.259    0.2639  0.0024 norm  0.0100
rho    0.079    0.0798  0.0031 norm  0.0100
beta    0.098    0.0904  0.0040 norm  0.0500

standard deviation of shocks
  prior mean     mode    s.d. prior pstdev

e0    0.010    0.0450  0.0064 invg     Inf
e1    0.010    0.2124  0.0341 invg     Inf
e2    0.010    0.3651  0.0527 invg     Inf
e3    0.010    0.0046  0.0060 invg     Inf
e4    0.010    0.0046  0.0052 invg     Inf
e5    0.010    0.0046  0.0088 invg     Inf
e6    0.010    0.0046  0.0100 invg     Inf
e7    0.010    0.0046  0.0032 invg     Inf


Log data density [Laplace approximation] is 11.719248.

Estimation::mcmc: Multiple chains mode.
Estimation::mcmc: Old mh-files successfully erased!
Estimation::mcmc: Old metropolis.log file successfully erased!
Estimation::mcmc: Creation of a new metropolis.log file.
Estimation::mcmc: Searching for initial values...
Estimation::mcmc: Initial values found!

Estimation::mcmc: Write details about the MCMC... Ok!
Estimation::mcmc: Details about the MCMC are available in estimacionloracle/metropolis\estimacionloracle_mh_history_0.mat



Estimation::mcmc: Number of mh files: 1 per block.
Estimation::mcmc: Total number of generated files: 2.
Estimation::mcmc: Total number of iterations: 20000.
Estimation::mcmc: Current acceptance ratio per chain:
```

```
Estimation::mcmc: Number of mh files: 1 per block.
Estimation::mcmc: Total number of generated files: 2.
Estimation::mcmc: Total number of iterations: 20000.
Estimation::mcmc: Current acceptance ratio per chain:
                                                      Chain  1: 32.47%
                                                      Chain  2: 32.87%
Estimation::mcmc: Total number of MH draws per chain: 20000.
Estimation::mcmc: Total number of generated MH files: 1.
Estimation::mcmc: I'll use mh-files 1 to 1.
Estimation::mcmc: In MH-file number 1 I'll start at line 5001.
Estimation::mcmc: Finally I keep 15000 draws per chain.



MCMC Inefficiency factors per block
Parameter        Block 1     Block 2
SE_e0            226.388     165.526
SE_e1             94.888     106.629
SE_e2            165.592     139.198
SE_e3            143.623     543.468
SE_e4             60.928      75.083
SE_e5             59.451      88.880
SE_e6             45.970     112.871
SE_e7            359.896     534.330
delta            650.720     523.212
gamma1           653.426     621.768
lambda1          641.369     531.319
alpha            488.338     504.752
rho              472.329     476.428
beta             480.491     529.813

Estimation::mcmc::diagnostics: Univariate convergence diagnostic, Brooks and Gelman (1998):
    Parameter 1...  Done!
    Parameter 2...  Done!
    Parameter 3...  Done!
    Parameter 4...  Done!
    Parameter 5...  Done!
    Parameter 6...  Done!
    Parameter 7...  Done!
    Parameter 8...  Done!
    Parameter 9...  Done!
    Parameter 10...  Done!
    Parameter 11...  Done!
    Parameter 12...  Done!
    Parameter 13...  Done!
    Parameter 14...  Done!

Estimation::marginal density: I'm computing the posterior mean and covariance...  Done!
Estimation::marginal density: I'm computing the posterior log marginal density (modified harmonic mean)...
Estimation::marginal density: The support of the weighting density function is not large enough...
Estimation::marginal density: I increase the variance of this distribution.
```

```
    Parameter 12...  Done!
    Parameter 13...  Done!
    Parameter 14...  Done!

Estimation::marginal density: I'm computing the posterior mean and covariance...  Done!
Estimation::marginal density: I'm computing the posterior log marginal density (modified harmonic mean)...
Estimation::marginal density: The support of the weighting density function is not large enough...
Estimation::marginal density: I increase the variance of this distribution.
Done!


ESTIMATION RESULTS

Log data density is 19.565533.

parameters
     prior mean   post. mean        90% HPD interval    prior       pstdev

delta        0.078        0.0785      0.0671      0.0917   norm       0.0100
gamma1        0.025        0.0290      0.0176      0.0402   norm       0.0100
lambda1        2.751        2.5974      2.4562      2.7394   norm       0.2000
alpha        0.259        0.2665      0.2562      0.2782   norm       0.0100
rho        0.079        0.0775      0.0596      0.0934   norm       0.0100
beta        0.098        0.0967      0.0687      0.1300   norm       0.0500

standard deviation of shocks
     prior mean   post. mean        90% HPD interval    prior       pstdev

e0        0.010        0.0471      0.0348      0.0594   invg          Inf
e1        0.010        0.2283      0.1713      0.2845   invg          Inf
e2        0.010        0.3826      0.2887      0.4672   invg          Inf
e3        0.010        0.0110      0.0025      0.0214   invg          Inf
e4        0.010        0.0074      0.0024      0.0131   invg          Inf
e5        0.010        0.0087      0.0024      0.0159   invg          Inf
e6        0.010        0.0091      0.0024      0.0178   invg          Inf
e7        0.010        0.0112      0.0026      0.0244   invg          Inf
Total computing time : 4h40m07s
```