Universidad Zaragoza
1542

TRABAJO DE FIN DE GRADO

"Duopolio de Cournot con negociación salarial"

Autor

Sergio Val Pérez

Directores

Gloria Jarne Jarne
Joaquín Andaluz Funcia

Grado en Economía
Facultad de Economía y Empresa

Curso 2024/2025

RESUMEN

Este trabajo explora la interacción estratégica entre empresas y sindicatos en la negociación salarial, utilizando un marco teórico basado en la teoría de juegos. Se desarrollan y comparan dos modelos: uno con negociación y otro sin negociación. El análisis demuestra que el modelo con negociación genera un mayor bienestar total.

A través del cálculo de los excedentes y de la estática comparativa se analiza cómo los parámetros del modelo, como son el tamaño de la demanda, la sensibilidad ante cambios en los precios y el poder de negociación, afectan los resultados económicos.

Además, se proponen posibles extensiones del modelo, como la introducción de bienes diferenciados y una etapa inicial para decidir si hay negociación. Estas extensiones permitirían un análisis más completo de la competencia entre empresas y de las implicaciones económicas de la negociación salarial, ofreciendo un marco teórico adaptable a diferentes contextos. Este estudio contribuye a la comprensión de las complejidades del mercado laboral y los efectos de la negociación colectiva.

ABSTRACT

This study explores the strategic interaction between firms and unions in wage negotiation, using a theoretical framework based on game theory. Two models are developed and compared: one with negotiation and one without negotiation. The analysis shows that the model with negotiation generates greater total welfare.

By calculating surpluses, the study examines how model parameters, such as market size, demand elasticity, and union power, influence economic outcomes. Furthermore, potential model extensions are proposed, including the introduction of differentiated goods and an initial stage to decide whether negotiation occurs. These extensions would allow for a more comprehensive analysis of market's competition and the economic implications of wage bargaining, offering a theoretical framework adaptable to various contexts. This study contributes to a better understanding of labour market complexities and the effects of collective bargaining.

ÍNDICE

1. INTRODUCCIÓN

El objetivo de este trabajo es estudiar cómo la forma de determinar los salarios, bien por un proceso de negociación entre empresa y sindicato o unilateralmente por parte del sindicato, afectan a la competencia en cantidades y, en consecuencia, al bienestar social.

A lo largo del trabajo analizaremos cómo las diferencias en los niveles salariales conducen a distintos volúmenes de producción y, en consecuencia, a diferentes niveles de precio y de beneficios. Esto nos permitirá realizar un análisis comparativo desde el punto de vista normativa, a través del cálculo de excedentes.

Para poder realizar una comparación, tendremos en cuenta dos situaciones posteriormente descritas, una primera donde el salario será el resultado de una negociación entre la empresa y su sindicato y una segunda situación donde los salarios serán fijados unilateralmente por el sindicato. Realizada dicha comparación concluiremos sobre cuál de las dos situaciones es más beneficiosa para el bienestar total.

Un juego secuencial hace referencia a un tipo de juego donde las decisiones se toman de manera sucesiva, lo que quiere decir que hay varias etapas. Por lo tanto y para el objetivo de este análisis, en el cual queremos ver como la competencia afecta a la negociación salarial y sus implicaciones sobre el bienestar total, entenderemos dos etapas. Para una revisión de la teoría de juegos, véase Pérez et al (2013).

En la primera etapa, para uno de los modelos, la empresa negociará con su sindicato el nivel salarial, este proceso corresponde con una negociación bilateral basada en la solución de Nash. La negociación bilateral radica en el acuerdo entre dos partes, donde ambas intentan alcanzar una situación recíprocamente beneficiosa, aunque sus utilidades difieran. Por un lado, la empresa buscará la maximización de sus beneficios, mientras que el sindicato pretenderá maximizar el nivel salarial. Una excelente introducción a los modelos de negociación bilateral se encuentra en Villar (1999).

Dentro de esta primera etapa, también analizaremos otro caso, donde no existe esa negociación salarial, y es el sindicato, quien unilateralmente fija el nivel de salario.

La segunda etapa del juego secuencial se produce una vez determinados los salarios en la primera etapa, cuando estos son conocidos. Las empresas deciden qué cantidad ofertarán al mercado y compiten en cantidades entre ellas siguiendo el modelo de Cournot, donde cada empresa tiene en cuenta, no solo su salario previamente definido, sino también, la anticipación de las cantidades producidas por la empresa rival.

Este análisis lo realizaremos teniendo en cuenta que nos encontramos dentro de un duopolio de Cournot. El marco teórico del duopolio de Cournot se basa en la competencia entre dos empresas las cuales producen un bien homogéneo, sin distinciones para el consumidor. Estas dos empresas producen de forma simultánea, sin tener conocimiento previo de la oferta de cantidades que llevará al mercado su competidor, pero previéndola y, ajustando su propio comportamiento según las anticipaciones que haya realizado. En el modelo del duopolio de Cournot se compite en cantidades, no en precios.

Entre las características del modelo de Cournot encontramos una función de costes individual que depende de la cantidad producida por cada una de las empresas, siendo esta constante y lineal, así como una función inversa de demanda negativa también lineal.

El equilibrio de este juego secuencial se alcanzará cuando haya habido un acuerdo sobre el nivel salarial para la primera etapa y las empresas hayan elegido los niveles de producción óptimos, teniendo en cuenta dichos salarios, con los que competirán en el mercado.

La resolución de este problema hace evidente la obtención de ciertos contenidos adquiridos a lo largo del grado en Economía, entre ellos podemos destacar la aplicación de los conocimientos microeconómicos entre los que encontramos la teoría de la producción y los costes, debido a que modelizamos un modelo donde la estructura de costes de la empresa influye directamente en los resultados obtenidos, la teoría del oligopolio, ya que utilizamos el modelo de Cournot para observar cómo las empresas compiten en cantidades o las aplicaciones del análisis normativo mediante la definición de excedentes, gracias a la evaluación que el impacto de la negociación salarial tiene en el bienestar total.

Destacamos también los conocimientos derivados de las asignaturas de matemáticas, donde gracias al planteamiento de un problema de optimización podemos formular de forma matemática las funciones requeridas para la resolución del problema.

Por último, destacamos la importancia de la asignatura Decisión y Juegos donde a través de los conocimientos adquiridos de teoría de juegos no cooperativos y modelos de negociación bilateral podemos plantear un juego en dos etapas, identificar las estrategias óptimas y llegar a un equilibrio final.

2. EL MODELO

Consideraremos un mercado con un bien homogéneo donde la demanda del mercado se describe mediante una función de demanda inversa lineal, que relaciona el precio unitario del bien *(P)*, con la cantidad total producida y demandada *(Q)*.

$$P = a - bQ \tag{1}$$

donde:

- a > 0: Representa el tamaño de la demanda. Este parámetro indica el precio máximo que los consumidores están dispuestos a pagar si no hubiera bienes disponibles (Q = 0). Un valor más alto de a sugiere un mercado con mayor disposición a pagar.

- b > 0: Es la pendiente de la función inversa de demanda. Este parámetro mide la sensibilidad del precio frente a los cambios en la cantidad total ofrecida en el mercado. Es importante destacar que b no debe confundirse con la elasticidad precio de la demanda, ya que b es un parámetro fijo que depende de la estructura del mercado, mientras que la elasticidad depende tanto del precio como de la cantidad en un punto determinado de la función de demanda.

El mercado está compuesto únicamente por dos empresas, es decir es un duopolio.

Así:

$$Q = q_1 + q_2$$

donde q_i es la cantidad producida para la empresa i =1,2.

Cada empresa utiliza una tecnología de producción lineal, donde la cantidad producida q_i es igual a la cantidad de trabajo empleada L_i . Esto se representa mediante la siguiente expresión:

$$q_i = L_i \; ; \; i = 1{,}2 \tag{2}$$

Los costes de cada empresa son lineales, dependen del salario unitario ω_i y de la cantidad de trabajo utilizada L_i de la forma:

$$C(q_i) = \omega_i L_i \; ; \; i = 1,2 \tag{3}$$

Sustituyendo (2) en (3), la función de costes totales de la empresa *i* se puede reescribir como:

$$C(q_i) = \omega_i q_i ; \; i = 1,2 \tag{4}$$

Podemos observar la presencia de rendimientos constantes a escala, lo que implica que el coste medio por producir una unidad adicional es el mismo que el coste marginal incurrido al producir dicha unidad.

Ambas empresas buscarán maximizar su beneficio, definido este como la diferencia entre los ingresos y los costes totales. La función de beneficios para la empresa *i* es:

$$\Pi_i = Pq_i - \omega_i q_i \; ; \; i = 1,2 \tag{5}$$

Sustituyendo (1) en (5), el beneficio de ambas empresas puede reescribirse como:

$$\left.\begin{aligned} \Pi_1 &= [a - b(q_1 + q_2) - \omega_1]q_1 \\ \Pi_2 &= [a - b(q_1 + q_2) - \omega_2]q_2 \end{aligned}\right\} \tag{6}$$

Cada empresa cuenta con un sindicato cuya utilidad depende del nivel de salario y del nivel de empleo. Formalmente, la función de utilidad del sindicato viene dada como:

$$\mu_i(\omega_i, l_i) = \omega_i^{1/2} l_i^{1/2} ; \; i = 1,2$$

teniendo en cuenta (2) la función de utilidad del sindicato de la empresa *i* queda:

$$\mu_i(\omega_i, l_i) = \omega_i^{1/2} q_i^{1/2} \tag{7}$$

Desarrollamos un juego secuencial en dos etapas, en una primera etapa, en ambas empresas se determina endógena y simultáneamente el nivel de salario. Por otro lado, en una segunda etapa, dados los salarios, las empresas eligen simultáneamente las cantidades producidas.

La etapa 1 se analiza en dos escenarios:

1. Con negociación: En este caso, el salario ω_i se determina mediante un proceso cooperativo entre la empresa y el sindicato. En este proceso consideraremos tanto los intereses de la empresa, los cuales son mayores beneficios, como los del sindicato, quienes buscan mayores salarios y niveles de empleo. El resultado obtenido de la cooperación bilateral entre la empresa y el sindicato vendrá dado por la solución de negociación de Nash. Si ambos agentes son capaces de llegar a un entendimiento sobre la redistribución de los recursos, ambos podrían salir ganando. (Véase Villar 1999).

2. Sin negociación: Aquí, el sindicato fija el salario ω_i de manera unilateral, priorizando sus propios objetivos, maximizando empleo y sueldo.

La resolución del juego secuencial se llevará a cabo mediante el algoritmo de inducción hacia atrás, obteniendo para cada caso el correspondiente equilibrio de Nash perfecto en subjuegos. Véase Pérez et al. (2013).

3. MODELO CON NEGOCIACIÓN

En el modelo con negociación desarrollamos un juego secuencial en dos etapas. En la primera etapa se tiene un juego cooperativo de negociación entre el sindicato y la empresa para determinar el salario. En la segunda etapa se considera un juego no cooperativo donde ambas empresas compiten à la Cournot, ejemplos de estudio de la competencia en modelos de oligopolio con negociación salarial son Bughin (1999) y Fanti (2015)

3.1 RESOLUCIÓN DE LA SEGUNDA ETAPA

Al resolver el problema mediante inducción hacia atrás, comenzamos resolviendo la segunda etapa, la cual se corresponde con el subjuego de competencia en cantidades dado el nivel salarial de cada empresa determinado en la primera etapa. En esta etapa, el objetivo de la empresa 1 será obtener la cantidad óptima q_1 que debe producir para maximizar sus beneficios, dado un nivel de producción q_2 fijado por su competidor. Este comportamiento estratégico se obtiene resolviendo el problema de maximización:

$$MAX_{\,q_1} \Pi_1(q_1, q_2) = q_1[a - b(q_1 + q_2) - \omega_1]$$

Aplicando la condición de primer orden se obtiene:

$$\frac{\partial \Pi_1(q_1, q_2)}{\partial q_1} = a - b(q_1 + q_2) - bq_1 - \omega_1 = 0$$

Despejando q_1 , obtenemos la función de mejor respuesta para la empresa 1:

$$q_1 = R_1(q_2) = \frac{a - \omega_1 - bq_2}{2b} \qquad (8)$$

La condición de segundo orden que asegura que $q_1 = R_1(q_2)$ es un máximo es:

$$\frac{\partial^2 \Pi_1}{\partial q_1^2} = -2b < 0.$$

De la misma forma que hemos razonado para la empresa 1, el objetivo de la empresa 2 será maximizar su beneficio encontrando la cantidad q_2 a producir, dado un nivel de producción q_1 fijado por su competidor. Resolvemos el problema de maximización:

$$MAX_{\ q_2} \Pi_2(q_1, q_2) = q_2[a - b(q_1 + q_2) - \omega_2]$$

La condición de primer orden lleva a:

$$\frac{\partial \Pi_2(q_1, q_2)}{\partial q_2} = a - b(q_1 + q_2) - bq_2 - \omega_2 = 0$$

Despejando q_2, obtenemos la función de mejor respuesta $q_2 = R_2(q_1)$ para la empresa 2:

$$q_2 = R_2(q_1) = \frac{a - \omega_2 - bq_1}{2b} \qquad (9)$$

La condición de segundo orden que asegura que $q_2 = R_2(q_1)$ maximiza los beneficios de Π_2:

$$\frac{\partial^2 \Pi_2}{\partial q_2^2} = -2b < 0$$

La pendiente negativa de (8) y (9) refleja que q_i y q_j son variables sustitutivas estratégicas. Es decir, un aumento en la producción de q_j reduce la cantidad óptima de q_i, ya que una mayor oferta de q_j reduce el precio de mercado y obliga a la empresa *i* a ajustar su producción a la baja.

Para encontrar el equilibrio de Nash, es necesario determinar los valores de $q_1 \ y \ q_2$ que satisfagan simultáneamente las funciones de mejor respuesta de ambas empresas. Estos valores se corresponden con la intersección de las funciones de mejor respuesta. Resolviendo el sistema de ecuaciones formado por las funciones de mejor respuesta (8) y (9), obtenemos las cantidades de equilibrio:

$$q_1^* = \frac{a-2\omega_1+\omega_2}{3b} \tag{10}$$

$$q_2^* = \frac{a-2\omega_2+\omega_1}{3b} \tag{11}$$

Estos valores, q_1^*, q_2^* representan el equilibrio de Cournot-Nash del modelo. En este punto, ambas empresas están produciendo cantidades óptimas que maximizan sus beneficios individuales, dadas las decisiones de su rival, por tanto, ninguna empresa tiene incentivos para desviarse unilateralmente.

Vemos cómo las cantidades de equilibrio dependen de:

1. Los parámetros $a \ y \ b$, que definen la estructura de la demanda.
2. Los salarios $\omega_1 \ y \ \omega_2$, que se determinaran endógenamente en la primera etapa del juego.

Observamos cómo q_i^*, aumenta con el tamaño de la demanda (a) y con el nivel salarial de la empresa rival (ω_j). El motivo del efecto del primer parámetro es porque, ante un mayor nivel de demanda, hay más mercado que abastecer por lo tanto se produce una mayor cantidad del bien, por otro lado, el aumento con respecto al nivel salarial de la empresa rival se debe a que este es un coste y por lo tanto limita las posibilidades de producción, la empresa i tiene una ventaja de eficiencia sobre la empresa j al hablar de los salarios.

Por otro lado, la cantidad óptima disminuye con aumentos en el propio salario, por el mismo argumento por el cual aumenta cuando se incrementa el salario del rival, y con la pendiente de la demanda, ya que las variables son sustitutivas estratégicas.

La cantidad total producida y demandada de equilibrio (Q^*) es:

$$Q^* = q_1^* + q_2^* = \frac{2a-(\omega_1+\omega_2)}{3b} \tag{12}$$

Observamos como la cantidad total de equilibrio depende de varios factores los cuales son:

1. El tamaño de la demanda (a):
   - Un aumento en a, refleja una mayor disposición a pagar de los consumidores, incrementando la cantidad total producida en el mercado.
2. Impacto de los salarios ω_1 y ω_2
   - La suma de los salarios actúa como un coste el cual reduce la cantidad total producida. Si ω_1 y ω_2 aumentan, ambos jugadores enfrentan mayores costes marginales, lo que lleva a reducir la producción y la cantidad total de equilibrio.
3. Sensibilidad ante cambios en el precio (b):
   - Un mayor valor de b, implica que el precio del mercado disminuye más rápidamente con aumentos en la cantidad ofrecida, generando un desincentivo para que las empresas produzcan, ya que el impacto negativo en el precio reduce sus beneficios. Por lo tanto, afecta inversamente a la cantidad total de equilibrio $Q*$.

En conjunto, $Q*$ capta cómo las decisiones estratégicas de las empresas interactúan con las variables del mercado y los salarios determinados en la primera etapa del juego. Este resultado es clave para entender el análisis normativo en los escenarios con y sin negociación.

El precio de equilibrio se obtiene de sustituir (12) en (1):

$$P^* = a - bQ^* = \frac{a+(\omega_1+\omega_2)}{3} \tag{13}$$

El precio de equilibrio depende positivamente de los salarios, ya que estos actúan como costes para las empresas. Cuando los salarios aumentan, las empresas reducen sus cantidades ofrecidas, disminuyendo la cantidad total de equilibrio y permitiendo que el precio aumente.

Este comportamiento estratégico permite mantener un determinado poder de mercado, es decir, la capacidad de fijar los precios por encima de sus costes marginales, el resultado está estrechamente relacionado con la naturaleza estratégica de las cantidades de equilibrio, donde un aumento en los salarios de una empresa hace disminuir su producción, lo que incentiva al a aumentar su cantidad, beneficiándose de la reducción de competencia.

Obtendremos los beneficios individuales de equilibrio sustituyendo (10) y (11) en (6):

$$\Pi_1^* = \frac{(a-2\omega_1+\omega_2)^2}{9b} \qquad (14)$$

$$\Pi_2^* = \frac{(a-2\omega_2+\omega_1)^2}{9b} \qquad (15)$$

El beneficio individual de cada empresa depende del tamaño de mercado, los salarios de ambas empresas y la sensibilidad del precio.

Un aumento de ω_j aumentará Π_i^* ($i \neq j$, i, j=1,2) esto se debe a que como los salarios de cada empresa son un coste para la misma, limitan su producción, haciendo que ofrezcan menor cantidad al mercado y, por tanto, aumentando el beneficio de la empresa i.

El beneficio también aumenta con un mayor tamaño de mercado, ya que al existir más demanda se puede producir en mayor cantidad, aumentando los ingresos y al existir rendimientos constantes a escala, incrementando, por ende, los beneficios.

La disminución del beneficio con respecto a un aumento en la sensibilidad en el precio se debe al desincentivo provocado por la disminución más rápida en el precio ante aumentos en las cantidades ofertadas.

3.2. RESOLUCIÓN DE LA PRIMERA ETAPA

Con las cantidades, precio y beneficios de equilibrio ya determinados en la segunda etapa, avanzamos a la primera etapa del juego. En presencia de cooperación, los salarios son determinados de forma endógena mediante un proceso de negociación bilateral entre cada empresa y su sindicato, combinando los intereses de ambas partes y estableciendo así la base para los resultados.

Cada empresa cuenta con su propio sindicato, y estos sindicatos tienen funciones objetivo específicas, las cuales representan los intereses de los trabajadores. A través de un proceso de negociación, las empresas y los sindicatos determinan un nivel óptimo de salario. Consideramos la solución de negociación de Nash.

De esta manera, la función objetivo a maximizar para la empresa i es:

$$W_i(\omega_i, \omega_j) = \mu_i(\omega_i, q_i^*)^\beta \Pi_i^*(\omega_i, \omega_j)^{1-\beta}; \;\; i \neq j \,, i, j = 1{,}2 \tag{16}$$

donde $\mu_i(\omega_i, q_i^*)$ está dada en (7) y Π_i^* en (14) y (15).

El parámetro $\beta \in (0{,}1)$ indica cómo se distribuye el peso de la negociación entre ambos agentes. Si β es cercano a 1, el sindicato tiene mayor poder de negociación, favoreciendo salarios y niveles de empleo más altos. Por el contrario, si β es más cercano a 0, la empresa tiene mayor control, priorizando costes salariales más bajos para maximizar sus beneficios. La expresión 1− β refleja el poder de negociación de la empresa.

Para la empresa 1 el problema de optimización a resolver es:

$$MAX_{\;\omega_1} \; W_1(\omega_1, \omega_2) = \left[\omega_1^{1/2}\left(\frac{a - 2\omega_1 + \omega_2}{3b}\right)^{1/2}\right]^\beta \left[\frac{(a - 2\omega_1 + \omega_2)^2}{9b}\right]^{1-\beta} =$$

$$= \frac{\omega_1^{\beta/2}(a - 2\omega_1 + \omega_2)^{\frac{4-3\beta}{2}}}{3^{\frac{4-3\beta}{2}} b^{\frac{2-\beta}{2}}}$$

Aplicando la condición de primer orden se obtiene:

$$\frac{\partial W_1}{\partial \omega_1} = \frac{\omega_1^{\frac{\beta}{2}-1}(a-2\omega_1+\omega_2)^{\frac{2-3\beta}{2}}\left[\frac{\beta}{2}(a-2\omega_1+\omega_2)-(4-3\beta)\omega_1\right]}{3^{\frac{4-3\beta}{2}} b^{\frac{2-\beta}{2}}} = 0$$

de donde:

$$\omega_1 = \frac{\beta(a+\omega_2)}{4(2-\beta)} \tag{17}$$

Para garantizar que el salario ω_1 dado en (17) es un máximo, verificamos la condición de segundo orden, calculando la segunda derivada de W_1:

$$\frac{\partial^2 W_1}{\partial \omega_1^2} < 0$$

Puede comprobarse tras varias manipulaciones que el signo de la derivada es efectivamente negativo.

Razonando de la misma manera para la empresa 2 y su sindicato se obtiene el máximo de $W_2(\omega_1, \omega_2)$:

$$\omega_2 = \frac{\beta(a+\omega_1)}{4(2-\beta)} \tag{18}$$

Los salarios son variables complementarias estratégicas. Esto significa que, si la empresa *i* negociara un salario más alto, la empresa *j* tendería a reaccionar aumentando su propio salario. El poder de negociación del sindicato también juega un papel fundamental en la negociación, puesto que un valor más alto de beta aumentaría el salario negociado, ya que otorgaría más peso a los intereses del sindicato sobre aquellos de la empresa, así como el tamaño de la demanda que, siguiendo razonamientos anteriores, a mayor demanda a satisfacer, mayor salario, costes, cantidades y beneficios.

Considerando el sistema de ecuaciones dado por (17) y (18), se obtiene la solución de negociación de Nash:

$$\omega_1^* = \omega_2^* = \frac{\beta a}{8-5\beta} \tag{19}$$

En el modelo con negociación, los salarios dependen tanto del tamaño de la demanda como del poder de negociación del sindicato. La relación con respecto al tamaño de la demanda viene dada por:

$$\frac{\partial\, \omega_i^*}{\partial\, a} = \frac{\beta}{8-5\beta} > 0$$

Este resultado indica que un aumento del tamaño de la demanda incrementa los salarios.

Este efecto ocurre porque un mercado más grande requiere más producción, aumentando la demanda de fuerza laboral y otorgando al sindicato mayor capacidad para negociar salarios más altos.

Con respecto al poder de negociación del sindicato, la derivada es:

$$\frac{\partial\ \omega_i^*}{\partial\ \beta} = \frac{8a}{(8-5\beta)^2} > 0$$

Esto significa que un incremento en el poder de negociación del sindicato (β) eleva los salarios, porque con un mayor poder sindical, el objetivo de maximizar los salarios pesa más frente al de maximizar beneficios empresariales.

Al introducir (19) en (10) y (11) obtenemos las cantidades de equilibrio:

$$q_1^* = q_2^* = \frac{2a(4-3\beta)}{3(8-5\beta)b} \qquad (20)$$

Las expresiones ω_i^*, q_i^* , $(i = 1{,}2)$ dadas en (19) y (20) nos muestran los salarios y cantidades óptimos correspondientes al equilibrio de Nash perfecto en subjuegos del juego secuencial planteado.

Las cantidades individuales de equilibrio $_i q_i^*$ dependen del tamaño de la demanda, la sensibilidad ante cambios en el precio y el poder de negociación del sindicato. La relación respecto a la demanda es:

$$\frac{\partial\ q_i^*}{\partial\ a} = \frac{8-6\beta}{3(8-5\beta)b} > 0$$

El signo positivo significa que un aumento en el tamaño de la demanda incrementa las cantidades producidas, ya que hay más mercado disponible. Sin embargo, este efecto está influido por el poder de negociación, reflejando cómo el poder sindical afecta las decisiones de producción.

Por otro lado, respecto a la sensibilidad ante cambios en el precio, tenemos:

$$\frac{\partial\ q_i^*}{\partial\ b} = -\frac{a(8-6\beta)}{3(8-5\beta)b^2} < 0$$

El signo negativo de la pendiente significa que ante un incremento en la misma se reducen las cantidades, ya que una mayor inelasticidad de la demanda otorga más poder de mercado a las empresas, permitiéndoles reducir la producción.

Finalmente, con respecto al poder de negociación, la relación es:

$$\frac{\partial\, q_i^*}{\partial\, \beta} = -\frac{8a}{3b(8-5\beta)^2} < 0$$

El signo negativo de la derivada de la cantidad óptima con respecto al poder de negociación indica que, ante un aumento del mismo, se disminuyen las cantidades debido a que salarios más altos incrementan los costes marginales, reduciendo la producción.

La cantidad total de equilibrio (Q^*) es:

$$Q^* = q_1^* + q_2^* = \frac{2a(4-3\beta)}{3(8-5\beta)b} + \frac{2a(4-3\beta)}{3(8-5\beta)b} = \frac{4a(4-3\beta)}{3(8-5\beta)b} \qquad (22)$$

El precio de equilibrio será:

$$P^* = a - bQ^* = a\,\frac{8-3\beta}{3(8-5\beta)} \qquad (23)$$

Para analizar cómo el poder de negociación afecta al precio, derivamos el precio de equilibrio con respecto al parámetro β:

$$\frac{\partial\, P^*}{\partial\, \beta} = \frac{16a}{3(8-5\beta)^2} > 0$$

Este resultado indica que el precio de equilibrio aumenta con β, lo que refleja que, a medida que el sindicato gana poder de negociación, los salarios aumentan, reduciendo las cantidades ofrecidas y provocando un aumento en el precio del mercado.

Por otro lado, podemos analizar cómo varía el precio de equilibrio con respecto al tamaño de la demanda:

$$\frac{\partial\, P^*}{\partial\, a} = \frac{8-3\beta}{3(8-5\beta)} > 0$$

En este caso podemos ver cómo a mayor tamaño de la demanda, mayor es el precio porque cada empresa se encargará de satisfacer una mayor parte del mercado.

Sustituyendo los salarios óptimos obtenidos mediante la solución de negociación de Nash dados en (19) e introduciéndolos en las funciones de beneficio individuales de equilibrio representadas en (14) y (15) obtenemos los beneficios asociados al equilibrio de Nash perfecto en subjuegos:

$$\Pi_i^* = \frac{4a^2}{9b}(\frac{4-3\beta}{8-5\beta})^2$$

Observamos que dichos beneficios dependen del tamaño de la demanda, la sensibilidad ante cambios en los precios y del poder de negociación del sindicato.

Para ver cómo varían los beneficios individuales de equilibrio con respecto a los parámetros mencionados calcularemos sus derivadas parciales.

Con respecto al tamaño de la demanda:

$$\frac{\partial \Pi_i^*}{\partial a} = \frac{8a^2}{9b}(\frac{4-3\beta}{8-5\beta})^2 > 0$$

Existe una relación positiva entre los beneficios y el tamaño de la demanda, este se debe a que, a mayor demanda, como hemos visto antes, habrá un incremente en las cantidades ofertadas y al existir rendimientos constantes a escala y sabiendo que se tiene que vaciar el mercado, los beneficios incrementarán.

Con respecto al parámetro b:

$$\frac{\partial \Pi_i^*}{\partial b} = -\frac{4a^2}{9b^2}(\frac{4-3\beta}{8-5\beta})^2 < 0$$

Una mayor sensibilidad ante cambios en los precios disminuye los beneficios individuales ya que el precio de mercado disminuye de forma más rápida generando un desincentivo para la producción.

Con respecto al poder de negociación:

$$\frac{\partial \Pi_i^*}{\partial \beta} = -\frac{32a^2}{9b}\frac{4-3\beta}{(8-5\beta)^3} < 0$$

Un incremento en el poder de negociación del sindicato reduce los beneficios individuales de equilibrio, puesto que el sindicato tendrá mayor poder de negociación y por lo tanto, ganará poder sobre los intereses de la empresa, priorizando su propia utilidad sobre aquella de la empresa, consiguiendo así salarios más altos para los trabajadores, a coste de menores beneficios.

4. MODELO SIN NEGOCIACIÓN

En este apartado resolveremos el juego secuencial donde en ambas etapas nos encontramos ante un juego no cooperativo. En la primera etapa cada sindicato maximizará su utilidad, fijando el salario unilateralmente, mientras que, en la segunda etapa, ambas empresas competirán à la Cournot con los salarios fijados por sus correspondientes sindicatos.

4.1 RESOLUCIÓN DE LA SEGUNDA ETAPA

El subjuego es exactamente el mismo que el de la segunda etapa del modelo con negociación. El equilibrio de Nash viene dado por (10) y (11), así como los beneficios obtenidos en esta segunda etapa dados por las expresiones (14) y (15).

4.2 RESOLUCIÓN DE LA PRIMERA ETAPA

En este caso en el que no existe negociación el subjuego de la primera etapa es también un juego no cooperativo, en el que el sindicato de la empresa *i* (sindicato *i*) elige unilateralmente el salario de la empresa que maximiza su función de utilidad $\mu_i(\omega_i, q_i^*) = \omega_i^{1/2} q_i^{*1/2}$ dado el salario fijado por el sindicato *j*. Este modelo podría considerarse como el caso particular del modelo con negociación en el que el sindicato tiene todo el poder de negociación $\beta = 1$.

El problema a resolver por el sindicato *i* es:

$$MAX_{\ \omega_i}\ \mu_i(\omega_i, q_i^*) = \omega_i^{1/2} q_i^{*1/2} = (\omega_i \frac{a - 2\omega_i + \omega_j}{3b})^{1/2};\ i \neq j, i\ y\ j = 1{,}2$$

Imponiendo la condición de primer orden el problema de maximización relativo al sindicato 1:

$$\frac{\partial \mu_1}{\partial \omega_1} = \frac{1}{(3b)^{1/2}} \left[\frac{1}{2} (\frac{a - 2\omega_1 + \omega_2}{\omega_1})^{1/2} - (\frac{\omega_1}{a\ -\ 2\omega_{1+}\omega_2})^{1/2} \right] = 0$$

Despejando ω_1 se obtiene la función de reacción $\omega_1 = R_1(\omega_2)$ del sindicato 1:

$$\omega_1 = R_1(\omega_2) = \frac{(a+\omega_2)}{4} \tag{24}$$

Para confirmar que ω_1 maximiza μ_1, verificamos la condición de segundo orden:

$$\frac{\partial^2 \mu_1}{\partial \omega_1^2} < 0$$

Repitiendo el razonamiento para el sindicato 2 se obtiene su función de mejor respuesta:

$$\omega_2 = R_2(\omega_1) = \omega_2 = \frac{(a+\omega_1)}{4} \tag{25}$$

Este resultado nos indica cómo el salario óptimo del sindicato de la empresa i depende del salario de la empresa rival y del tamaño de la demanda, que determina el espacio competitivo del mercado. Esta expresión se corresponde con la función de mejor respuesta del sindicato de la empresa i. Observamos que dada la pendiente positiva de la función de reacción, los salarios son variables complementarias estratégicas.

La intersección de las funciones de mejor respuesta dadas en (24) y (25) determina el punto de equilibrio de Nash del subjuego de la primera etapa:

$$\omega_1^* = \omega_2^* = \frac{1}{3}a \tag{26}$$

En el modelo sin negociación, los salarios vienen determinados únicamente por el tamaño de la demanda.

$$\frac{\partial\, \omega_i^*}{\partial\, a} = \frac{1}{3} > 0$$

Aquí, un aumento en la demanda incrementa los salarios de manera constante.

Los salarios óptimos son proporcionales al tamaño de la demanda en proporción 1/3, lo que refleja que, en ausencia de negociación, los salarios vienen directamente determinados por el entorno del mercado

Introducimos los salarios óptimos dados en (26) en las cantidades óptimas (11) y (12) para encontrar el equilibrio de Nash perfecto en subjuegos de este juego secuencial que representa el modelo sin negociación:

$$q_1^* = q_2^* = \frac{2a}{9b} \qquad (27)$$

Observamos como las cantidades óptimas de equilibrio dependen del tamaño de la demanda y de la sensibilidad ante cambios en los precios.

$$\frac{\partial\, q_i^*}{\partial\, a} = \frac{2}{9b} > 0$$

Esto significa que un aumento en a incrementa las cantidades de manera constante según la forma de la pendiente, la explicación es que, a mayor tamaño de la demanda, mayor cantidad será ofrecida por las empresas para cubrirlas.

Derivando respecto al parámetro b:

$$\frac{\partial\, q_i^*}{\partial\, b} = -\frac{2a}{9b^2} < 0$$

El razonamiento es el mismo que en el modelo con negociación, ya que, una mayor inelasticidad reduce las cantidades, aunque el efecto sea menos marcado que en el modelo con negociación.

En el modelo con negociación, las cantidades están influenciadas por el poder de negociación, lo que introduce costes estratégicos adicionales. En el modelo sin negociación, la dependencia de a y b es más directa, eliminando la complejidad dada por el poder de negociación.

La cantidad total de equilibrio Q^* se calculará como la suma de las cantidades individuales

$$Q^* = q_1^* + q_2^* = \frac{2a}{9b} + \frac{2a}{9b} = \frac{4a}{9b} \qquad (28)$$

Estas cantidades representan el equilibrio del modelo sin negociación, donde los salarios son simétricos. Este resultado refleja cómo las cantidades dependen del tamaño de la demanda y la sensibilidad del precio.

El precio de equilibrio sería:

$$P^* = a - bQ^* = \frac{5a}{9} \tag{29}$$

Sustituyendo el equilibrio de Nash del subjuego de la primera etapa dado en (25) en las funciones de beneficio individual de equilibrio representadas en (14) y (15) obtenemos los beneficios individuales asociados el equilibrio de Nash perfecto en subjuegos:

$$\Pi_i^* = \frac{4a^2}{81b}$$

Vemos que dichos beneficios dependen del tamaño de la demanda y de la sensibilidad ante cambios en el precio. Para ver de qué forma varían los beneficios ante cambios en los parámetros mencionados, calcularemos sus derivadas parciales.

Con respecto al tamaño de la demanda:

$$\frac{\partial \Pi_i^*}{\partial a} = \frac{8a^2}{81b} > 0$$

Una mayor demanda genera mayores beneficios de la misma forma que sucede en el modelo con negociación.

Con respecto al parámetro *b*:

$$\frac{\partial \Pi_i^*}{\partial b} = -\frac{4a^2}{81b^2} < 0$$

Un incremento en la sensibilidad ante cambios en el precio disminuye los beneficios puesto que supone un desincentivo a la producción, reduciendo así el precio y la cantidad ofertada.

5. ANÁLISIS NORMATIVO

El análisis normativo tiene por fin evaluar qué modelo, con o sin negociación, determina los resultados óptimos en términos de bienestar social.

Para hacer esto, el análisis debe tener en cuenta tres componentes importantes: el excedente del consumidor, el excedente del productor y el excedente total o de mercado.

El excedente del consumidor se refiere al beneficio que obtiene un consumidor al realizar una compra por un precio inferior al máximo que este estaría dispuesto a pagar por él.

EXCEDENTE DEL CONSUMIDOR

Comparamos ambos modelos con el objetivo de analizar las diferencias en los resultados obtenidos para posteriormente identificar qué modelo beneficia el bienestar total.

- Modelo con negociación:

$$EC = \frac{b(q_1^* + q_2^*)^2}{2} = \frac{8a^2}{9b}(\frac{4-3\beta}{8-5\beta})^2$$

- Modelo sin negociación:

$$EC = \frac{b(q_1+q_2)^2}{2} = \frac{b(\frac{4a}{9b})^2}{2} = \frac{8a^2}{81b}$$

Obtenidos los resultados calculamos la diferencia entre el modelo con negociación y el modelo sin negociación, con este planteamiento, si el signo resultante de la diferencia es positivo, significará que el excedente del consumidor del modelo con negociación es mayor a aquel del modelo sin negociación:

$$\Delta EC = \frac{8a^2}{9b}(\frac{4-3\beta}{8-5\beta})^2 - \frac{8a^2}{81b} = \frac{64a^2}{81b}\ \frac{10-17\beta+7\beta^2}{(8-5\beta)^2} = \frac{64a^2}{81b}\ \frac{(1-\beta)(10-7\beta)}{(8-5\beta)^2} > 0$$

Significando esto que el modelo con negociación resulta en un mayor excedente del consumidor que el modelo sin negociación.

Por otro lado, el excedente del productor representa la ganancia que obtienen los productores, calculada como la diferencia entre el precio al que realmente venden el bien y el precio mínimo al que estarían dispuestos a venderlo, multiplicado por la cantidad producida. En este análisis, el excedente del productor coincide directamente con los beneficios empresariales.

Esto se debe a que, en los modelos analizados, las empresas enfrentan rendimientos constantes a escala, lo que significa que el coste marginal de producir una unidad adicional es constante e igual al salario. Dado que el precio mínimo al que las empresas estarían dispuestas a vender coincide con este coste marginal, cualquier precio de mercado superior genera un ingreso adicional que corresponde exactamente al beneficio obtenido por las empresas. Por lo tanto, al calcular los beneficios empresariales, estamos también midiendo el excedente del productor.

EXCEDENTE DEL PRODUCTOR

Calculamos de igual manera el excedente del productor para ambos modelos:

- Modelo con negociación:

$$EP = \Pi_1^* + \Pi_2^* = \frac{8a^2}{9b}(\frac{4-3\beta}{8-5\beta})^2$$

- Modelo sin negociación:

$$EP = \Pi_1^* + \Pi_2^* = \frac{8a^2}{81b}$$

Con los resultados obtenidos procederíamos a realizar el mismo análisis por diferencia que el realizado en el excedente del consumidor, pero nos fijamos en que los resultados obtenidos son idénticos. De esta forma concluimos también que el excedente del productor es mayor en el caso del modelo con negociación.

Por último, definiremos el excedente total como la suma del excedente del consumidor más el excedente del productor, calculando así el bienestar social del mercado.

EXCEDENTE TOTAL

Calculamos el excedente total para ambas situaciones:

- Modelo con negociación:

$$EM = EC + EP = \frac{16a^2}{9b}(\frac{4-3\beta}{8-5\beta})^2$$

- Modelo sin negociación:

$$EM = EC + EP = \frac{16a^2}{81b}$$

Realizamos ahora una comparación para ver cuál de las dos situaciones, si aquella con negociación o aquella sin negociación, resulta en un mayor excedente total.

$$\Delta EM = \Delta EC + \Delta EP = \frac{128a^2}{81b}\frac{10-17\beta+7\beta^2}{(8-5\beta)^2} = \frac{128a^2}{81b}\ \frac{(1-\beta)(10-7\beta)}{(8-5\beta)^2} > 0$$

Observamos como es el modelo con negociación quien genera un mayor excedente total, esto es debido a que la fijación unilateral de salarios por parte del sindicato en el modelo sin negociación resulta en un mayor precio de mercado, debido a que los sindicatos fijan salarios más altos para los trabajadores. Estos salarios son un coste para las empresas. De la misma forma, el modelo sin negociación resulta en menores cantidades ofertadas por el incremento en los costes en comparación con el modelo con negociación.

Por el contrario, la negociación resulta en un precio de mercado más bajo y mayores cantidades ofertadas, incrementando así el excedente del consumidor y del productor y beneficiando de igual manera a consumidores y productores. Es esta asignación más eficiente de los recursos la que genera un mayor bienestar total.

6. CONCLUSIONES Y EXTENSIONES

En este trabajo hemos realizado la resolución de un juego secuencial en dos etapas aplicado a un mercado duopolístico de competencia a la Cournot, donde en la segunda etapa nos enfrentábamos a un juego no cooperativo para determinar las cantidades con las cuales las empresas competirían en el mercado mientras que la primera etapa sería analizada desde dos perspectivas: con negociación y sin negociación salarial. En el modelo con negociación, veíamos un juego cooperativo donde el salario venía dado como resultado de la solución de negociación de Nash, mientras que, en el modelo sin negociación, donde el salario viene fijado unilateralmente por el sindicato volvemos a un juego no cooperativo donde gracias a la intersección de las funciones de mejor respuesta hallábamos el equilibrio de Nash. Para resolver este problema hemos utilizado en todo momento el algoritmo de inducción hacia atrás.

Después del análisis hemos podido comprobar que el modelo con negociación proporciona un mayor excedente del consumidor, del productor, y, por ende, un mayor excedente total. Hemos visto cómo la negociación beneficia al mercado debido a que, al tener en cuenta, no solo los objetivos de la empresa, sino también los del sindicato se llega un acuerdo sobre los salarios que permite una ventaja de eficiencia al contar con un menor precio y mayor cantidad ofrecida. En comparación, el modelo sin negociación nos demuestra cómo el considerar únicamente la utilidad de una de las partes, hace que el excedente total sea menor, puesto que el precio es mayor y las cantidades ofrecidas son menores, así como los beneficios individuales de las empresas.

Sin embargo, a pesar de la superioridad del modelo con negociación, remarcar que puede haber limitaciones ya que se han tomado una serie de supuestos, esto se debe a que hemos tomado una serie de supuestos durante el desarrollo del trabajo. Para ajustarnos al modelo de Cournot, hemos considerado el hecho que los bienes ofrecidos sean homogéneos, una posible extensión sería considerar la posibilidad de incluir productos diferenciados, dando lugar a una posible competencia según el modelo de Bertrand, posibilitando el análisis de la competencia vía precios. Ello podría afectar a los resultados obtenidos, tanto desde el punto de vista de las empresas como del bienestar.

En el modelo de Bertrand, el enfoque ya no recaería en la competencia en cantidades, sino que daría lugar a tener que desarrollar una estrategia para la competencia en precios haciendo que los bienes ofrecidos ya no fueran perfectamente sustitutivos.

Por otro lado, a la hora de hallar la solución para el modelo con negociación hemos utilizado la solución de negociación de Nash. Alternativamente podría considerarse otro concepto de solución de negociación, como, por ejemplo, la solución de Kalai-Smorodinsky.

Otra posible extensión sería endogeneizar la decisión de negociar o no, añadiendo una etapa preliminar, de propietario y gerente, obteniendo así un juego secuencial en tres etapas.

7. BIBLIOGRAFÍA

1. BUGHIN. J. (1999) “The strategic choice of union-oligopoly bargaining agenda” International Journal of Industrial Organization 17, 1029.1040
2. FANTI. L. (2015) “Union-firm bargaining agenda: right-to-manage or efficient bargaining”, *Economics Bulletin*, Volume 35, Issue 2, 936-948
3. PÉREZ. J; JIMENO. J.L & CERDÁ. L, (2013) “Teoría de juegos” (2ª ed.) Madrid, Ibergaceta
4. VILLAR. A (1999) “Lecciones de microeconomía” A.Bosch