



**Universidad**  
Zaragoza

# Trabajo Fin de Grado

Distribución del tamaño y crecimiento de las  
empresas financieras y aseguradoras entre 2000 y  
2020

Autor/es

**Daniel Ionut Tita**

Director/es

**Rafael González Val**

Facultad de Economía y Empresa

2025

**Título: Distribución del tamaño y crecimiento de las empresas financieras y aseguradoras entre 2000 y 2020**

**Title: Size distribution and growth of financial and insurance companies between 2000 and 2020**

- Elaborado por Daniel Ionut Tita
- Dirigido por Rafael González Val
- Presentado para su defensa en la convocatoria de Febrero del año 2025

**Resumen**

El objetivo de este trabajo de fin de grado es estudiar la distribución del tamaño de las empresas que pertenecen al sector financiero y también su crecimiento desde el año 2000 hasta el año 2020. En este estudio se considerará el tamaño de las empresas desde la perspectiva de los activos, los ingresos y el número de empleados, datos que se han extraído de la base de datos SABI y se han procesado con Excel y Gretl.

Se realizará un análisis paramétrico mediante una regresión lineal por corte transversal y un panel de datos teniendo en cuenta la Ley de Zipf y la Ley de Gibrat y también un análisis no paramétrico mediante el estimador de LOESS con el que poder comparar y analizar sus resultados con el análisis no paramétrico.

**Abstract**

The objective of this final degree project is to study the size distribution of firms in the financial sector and their growth from 2000 to 2020. In this study, company size will be measured in terms of assets, revenue, and number of employees. The data has been extracted from the SABI database and processed using Excel and Gretl.

A parametric analysis will be conducted through cross-sectional and panel data linear regression, considering Zipf's Law and Gibrat's Law. Additionally, a non-parametric analysis will be performed using the LOESS estimator to compare and analyze the results against the parametric analysis

**Palabras clave**

Estadística, econometría, distribución normal, Pareto, Ley de Zipf, Ley de Gibrat, análisis paramétrico, análisis no paramétrico, LOESS.

## Índice

1. Introducción .....	5
2. Base de datos.....	6
3. Distribución del tamaño de las empresas en España .....	10
4. Crecimiento de Empresas .....	17
4.1 Análisis Paramétrico .....	17
4.2 Análisis no Paramétrico.....	25
5. Conclusiones .....	28
6. Bibliografía .....	31
7. Anexos .....	32

## Índice de Figuras y Tablas

Figura 1 Comparativa Empresas Activas en INE frente a las observaciones de Sabi .....	9
Figura 2 Distribución del tamaño de las empresas (activos) en 2020.....	11
Figura 3 Distribución del tamaño de las empresas (ingresos) en 2020.....	11
Figura 4 Distribución del tamaño de las empresas (empleados) en 2020 .....	12
Figura 5 Evolución Exponente de Pareto (Ingresos) .....	15
Figura 6 Evolución Exponente de Pareto (Activos) .....	16
Figura 7 Evolución Exponente de Pareto (Empleados) .....	16
Figura 8 Evolución del cumplimiento de la Ley de Gibrat desde 2000 hasta 2020 .....	23
Figura 9 Estimación LOESS Activo .....	26
Figura 10 Estimación LOESS Ingreso .....	27
Figura 11 Estimación LOESS Empleados .....	28
Tabla 1 Número de Empresas en España por categoría.....	6
Tabla 2 Estadísticos Principales de las Empresas Financieras .....	8
Tabla 3 Crecimiento de Empresas (Empleados) del periodo 2000-2020.....	19
Tabla 4 Crecimiento de Empresas (Ingresos) periodo 2000-2020 .....	20
Tabla 5 Crecimiento de Empresas (Activos) periodo 2000-2020 .....	22
Tabla 6 Panel de Datos para empleados, ingresos y activos (2000-2020).....	24
Tabla 7 Coeficiente de Pareto con sus respectivos limites superior e inferior para las tres variables .....	32

## 1. INTRODUCCIÓN

Como estudiante de administración y dirección de empresas he tenido la oportunidad de cursar Estadística y Econometría, asignaturas en las que se aprenden a utilizar herramientas y modelos matemáticos con los que poder analizar el comportamiento de, en mi caso, el tejido empresarial español. El motivo de elegir este tipo de estudio es para analizar el crecimiento de un sector en concreto y conocer que variables resultan afectar más o menos y si lo hace de manera positiva o negativa.

En relación al tejido empresarial español (véase la tabla 1) sabemos por el último informe del Ministerio de Industria y Turismo, publicado en 2024, que España contaba con un total de 3.207.580 empresas a 1 de enero de 2023 de las cuales solamente el 0,20% son empresas grandes y un 57,10% del tejido empresarial está constituido por autónomos, cifras muy desiguales y que en comparación con otros países como Francia, Alemania o Reino Unido, la dimensión media de la empresa en España es inferior (Fernández, 2015), lo que incentivó también el estudio de cómo se distribuye un sector específico en este trabajo.

Este sector, además de ser uno de los principales motores de la economía y con impacto directo en la sociedad, son las proporcionan acceso al crédito, la inversión y su correspondiente gestión del riesgo, ha experimentado un gran volatilidad a causa inestabilidades; como la crisis financiera del 2008, la crisis de deuda soberana en Europa hasta aproximadamente 2016 y el impacto de la Covid-19 en el año 2020. También este sector pueda verse obligado a adaptarse por la aparición y auge de las criptomonedas que creando un nuevo mercado en el que las empresas puedan participar activamente. Otro motivo de estudio de este sector puede ser con el objetivo de invertir en estas empresas a largo plazo, por lo que estudiar su crecimiento y resiliencia frente a los acontecimientos mencionados anteriormente resulta necesario para tomar decisiones informadas.

Destacar también que con este estudio se podría investigar el impacto, implementación y repercusiones de las “Fintech” en España ya que el periodo de estudio abarca 20 años en los que las tecnologías se han desarrollado con mayor intensidad para la prestación de productos y servicios financieros.

**Tabla 1 Número de Empresas en España por categoría**

	<b>Categoría</b>	<b>Número de empresas</b>	<b>% del total</b>
<b>TAMAÑO</b>	<b>PYME (0-249 asalariados)</b>	3.202.717	99,80%
	- PYME sin asalariados	1.719.297	53,60%
	- PYME con asalariados	1.483.420	46,20%
	-- Microempresas (1-9 asalariados)	1.335.393	41,60%
	-- Pequeñas (10-49 asalariados)	127.718	4,00%
	-- Medianas (50-249 asalariados)	20.309	0,60%
	<b>Grandes (250 o más asalariados)</b>	4.863	0,20%
<b>FORMA JURIDICA</b>	<b>Persona física</b>	1.831.133	57,10%
	<b>Sociedad anónima</b>	49.115	1,50%
	<b>Sociedad limitada</b>	1.058.429	33,00%
	<b>Comunidad de bienes</b>	107.171	3,30%
	<b>Sociedad cooperativa</b>	18.743	0,60%
	<b>Otras formas jurídicas</b>	142.989	4,50%
	<b>Total empresas</b>	3.207.580	100,00%

Fuente: Extraído del informe 2024 del Ministerio de Industria y Turismo

## **2. BASE DE DATOS**

Para realizar este estudio se ha hecho uso de la base de datos SABI (Sistema de Análisis de Balances Ibéricos), de la mano de Van Dijk Electronic Publishing S.A. e Informa Información Económica (S.A.). Esta base de datos aúna la información financiera y otros datos de interés como sectores de actividad o fechas de constitución entre otros de empresas y autónomos en España y Portugal. En 2025, esta base de datos cuenta con más de 3 millones de empresas nacionales y más de 1 millón de empresas portuguesas.

La principal razón de la elección de esta base de datos para este trabajo es debido a que es una herramienta muy completa que nos permite filtrar y categorizar los datos de una manera eficiente.

El objeto de estudio de este trabajo son las empresas cuya actividad está clasificada según el CNAE (Clasificación de Nacional de Actividades Económicas) 2009 en el grupo K; Actividades Financieras y de seguros, específicamente el código 64, servicios financieros, excepto seguros y fondos de pensiones. Este código aúna las siguientes subcategorías:

- 641. Intermediación Monetaria
- 642. Actividades de sociedades Holding
- 643. Inversión Colectiva, Fondos y Entidades financieras similares
- 649. Otros servicios financieros, excepto seguros y fondos de pensiones.

A la selección de estas empresas se le han aplicado el filtro de empresas activas, es decir, aquellas que no están disueltas, liquidadas o canceladas en el año de análisis. El resultado de la búsqueda fue de 14.779 empresas activas dedicadas a servicios financieros en toda España.

Dentro de las empresas filtradas el estudio va a profundizar en la evolución y distribución de estas empresas a lo largo de 20 años en intervalos de 5, comprendidos desde el año 2000 hasta el 2020 y tomando como objeto de estudio el tamaño de las empresas. Para ello, se van a tomar el valor total de los activos, el importe neto de la cifra de negocios, el número de empleados y adicionalmente el año de constitución como variable de control. A lo largo de los 20 años, los fenómenos económicos más destacables que afectaron significativamente a las empresas fueron, la crisis del 2008 causada por el colapso financiero del mercado inmobiliario de Estados Unidos con las hipotecas subprime y en 2020 debido a la pandemia por el Covid-19, aunque este último no refleja un gran impacto en el estudio puesto que las consecuencias fueron contabilizadas en años posteriores al 2020.

Mencionar que el uso de las reservas como variable de estudio no resulta adecuada en este sector puesto que, aunque anualmente las empresas estén obligadas a destinar al menos un 10% de su beneficio a estas reservas hasta alcanzar el 20% del capital social y pueda entenderse como una forma de calcular la “edad” de la empresa, esta cuenta sufre otras variaciones por movimientos como la reinversión en activos, política financiera interna o el reparto de dividendos. Por tanto, sería requerido un estudio en profundidad de las reservas para cada una de las empresas al ser un elemento más heterogéneo y variable.

En la tabla 2 podemos ver los estadísticos principales a lo largo de los años para cada una de las variables extraídas del SABI:

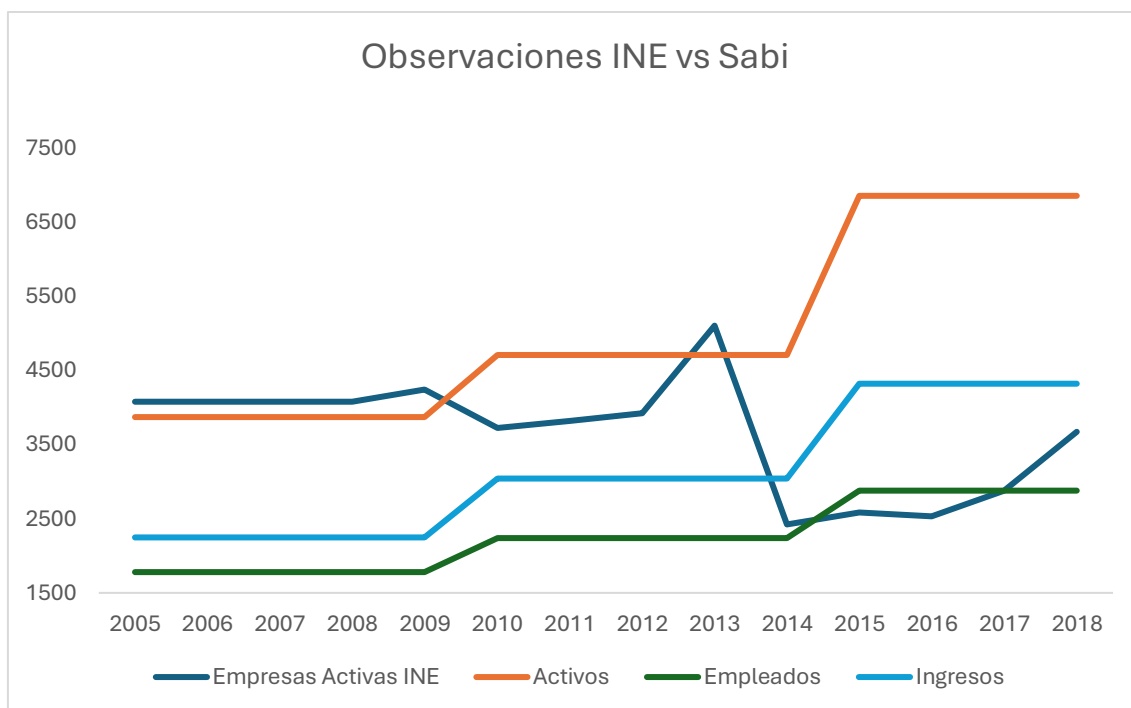
**Tabla 2 Estadísticos Principales de las Empresas Financieras**

<b>Etiquetas de fila</b>	<b>Suma de 2000</b>	<b>Suma de 2005</b>	<b>Suma de 2010</b>	<b>Suma de 2015</b>	<b>Suma de 2020</b>
<b>Empleados</b>					
<i>Observaciones</i>	649	1.780	2.239	2.879	4.619
<i>Media</i>	82,14	33,97	26,06	29,60	28,22
<i>Mediana</i>	4,00	2,00	2,00	2,00	2,00
<i>Máximo</i>	13.237	17.025	18.861	29.972	44.780,00
<i>Mínimo</i>	1	1	1	1	1
<i>Desviación estándar</i>	724,30	446,59	415,55	621,70	778,51
<b>Activos</b>					
<i>Observaciones</i>	1.932	3.871	4.705	6.855	11.036
<i>Media</i>	99.234.975,28	77.665.696,03	147.184.345,56	179.368.348,07	134.071.461,95
<i>Mediana</i>	2.537.914,50	2.797.394,40	3.552.038,97	3.316.395,61	3.349.816,92
<i>Máximo</i>	349.942.000.000	50.934.940.000	93.118.712.000	316.863.649.000	372.994.700.000
<i>Mínimo</i>	1.779,78	70,92	20,50	8,11	20,23
<i>Desviación estándar</i>	1.323.646.830,67	1.061.417.816,03	1.934.027.735,94	4.175.389.764,69	3.556.861.412,34
<b>Ingresos</b>					
<i>Observaciones</i>	1.054	2.248	3.040	4.321	6.830
<i>Media</i>	18.761.677,09	9.994.402,68	13.042.614,66	12.968.270,38	11.161.909,93
<i>Mediana</i>	251.296,93	165.001,48	145.404,31	115.110,31	146.978,07
<i>Máximo</i>	4.294.330.000	3.708.301.000	7.542.772.000	6.113.094.000	10.807.000.000
<i>Mínimo</i>	0,01	0,01	0,09	0,01	0,01
<i>Desviación estándar</i>	197.588.973,65	132.536.447,82	183.210.295,92	178.376.492,82	181.682.180,94

Fuente: Elaboración Propia

A primera vista podemos deducir que el número medio de empleados fue máximo en el año 2000 y que posteriormente se redujo drásticamente a valores que no alcanzaron ni la mitad de esa cifra (82). Por su parte los valores medios de ingresos y los activos tuvieron variaciones considerables a lo largo del tiempo, sin poder detectar a simple vista patrones de crecimiento o decrecimiento sostenidos, y es remarcable el hecho de la mediana del número de empleados se ha mantenido en 2, lo que da a entender que la gran mayoría de las empresas de este sector son mayoritariamente pymes o autónomos. Llevando estas interpretaciones al contexto económico vemos que las crisis económicas no implican una consecuencia homogénea, es decir, ya que estas variables no parecen responder a la crisis inmobiliaria del 2008 y/o a la crisis de la Covid-19. Según el Instituto Nacional de Estadística (INE) (Nota de Prensa, 2016) el número de empresas activas tuvo un descenso casi del 9% desde el año 2008 hasta el 2015, cuando empezó a recuperarse. Sin embargo, a pesar del descenso en el número de empresas, en los datos obtenidos de Sabi no se encuentra a simple vista variaciones en las variables que miden el tamaño de las empresas que coincidan con esa fecha, por lo que a primera vista este sector parece que no resultó tan afectado.

**Figura 1 Comparativa Empresas Activas en INE frente a las observaciones de Sabi**



Fuente: Elaboración Propia

Véase en la Figura 1, que el número de observaciones del Instituto Nacional de Estadística difiere de los extraídos de Sabi<sup>1</sup>. Se observa que tras el año 2008 el número de empresas activas del código 64 del CNAE según el INE ha sufrido una variación que los datos de Sabi parecen no estar recogiendo adecuadamente. Los datos del INE muestran un leve descenso a partir del 2009, un pico de más de 5000 empresas en 2009, y un posterior descenso hasta casi la mitad de las empresas. Las bajas pueden estar asociadas al estallido de la burbuja inmobiliaria y los posteriores efectos y medidas contraídas en años siguientes (Banco de España, 2017), mientras que los datos de Sabi reflejan un crecimiento sostenido al contar con un mayor número de observaciones disponibles.

Destacar también que los datos de los ingresos y activos en esta tabla son nominales y por tanto no representan el tamaño ni la capacidad real de las empresas; en el momento de estimar los distintos modelos se aplicará el IPC de 2021 con el fin de obtener variables reales a precios constantes, facilitando la comparabilidad temporal.

### **3. DISTRIBUCIÓN DEL TAMAÑO DE LAS EMPRESAS EN ESPAÑA**

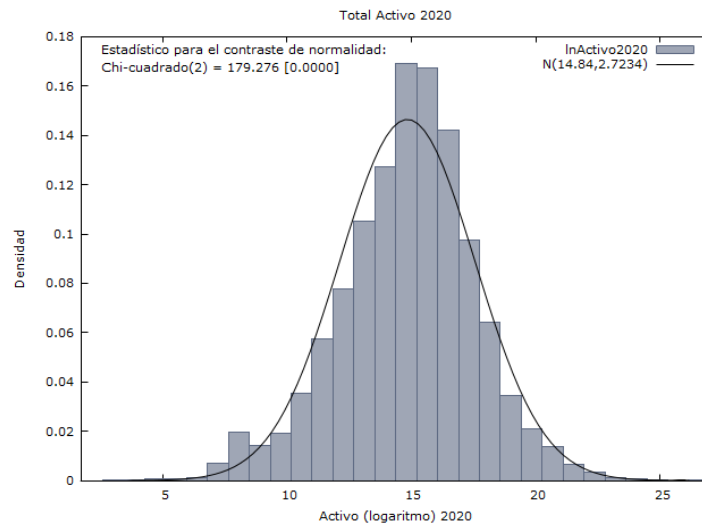
En este apartado se realizará un análisis sobre la distribución del tamaño de las empresas en función de las variables objeto de estudio. Como se ha mencionado anteriormente, la variable de reservas de la empresa queda excluida del análisis por su variabilidad con el tiempo y heterogeneidad entre las empresas. Para conocer la distribución del tamaño de las empresas, como primera aproximación se va a considerar la campana de Gauss o distribución normal, ya que en estadística es la distribución que con mayor frecuencia se repite para muchos fenómenos, y tiene una larga tradición en el estudio de la distribución del tamaño de las empresas. Para realizar el análisis estadístico y la representación de las funciones se ha utilizado el programa Gretl.

La Figura 2 muestra la distribución de los activos de las empresas en el año 2020, el último periodo de nuestra muestra. Aunque la distribución aparentemente siga una distribución normal, con una forma levemente leptocúrtica con un exceso de concentración en los valores centrales de la distribución, el p-valor (situado arriba a la izquierda entre corchetes) indica que el test rechaza la hipótesis nula de normalidad, confirmando que la distribución del total de activos en ese año no sigue una distribución normal.

---

<sup>1</sup> El número de observaciones de activos, empleados e ingresos son planos y escalados debido a que los datos utilizados para elaborar el gráfico se han supuesto iguales hasta el nuevo año disponible.

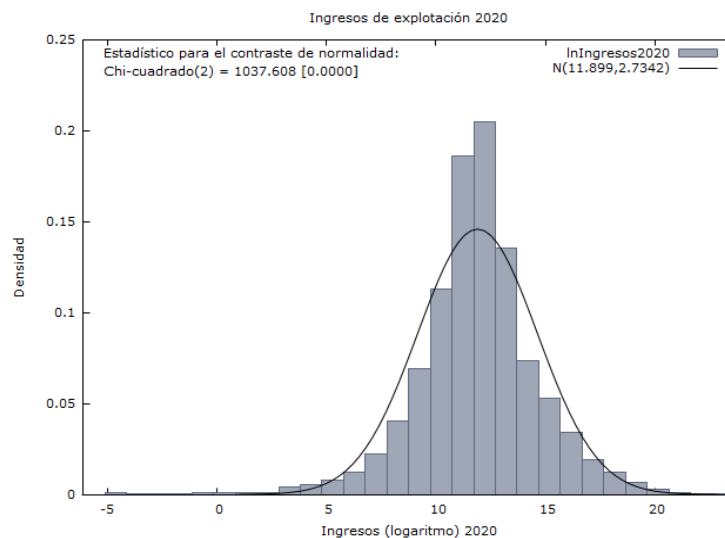
**Figura 2 Distribución del tamaño de las empresas (activos) en 2020**



Fuente: Elaboración Propia

En relación a los ingresos de explotación, la distribución en 2020 es similar a la de los activos, siendo esta incluso más leptocúrtica que en el caso anterior, agrupando una mayor cantidad de densidad cerca de los valores próximos a los valores medios. Como consecuencia el contraste de normalidad de nuevo rechaza la hipótesis nula, descartando una vez más la distribución de normalidad para describir el tamaño de las empresas. Véase la Figura 3:

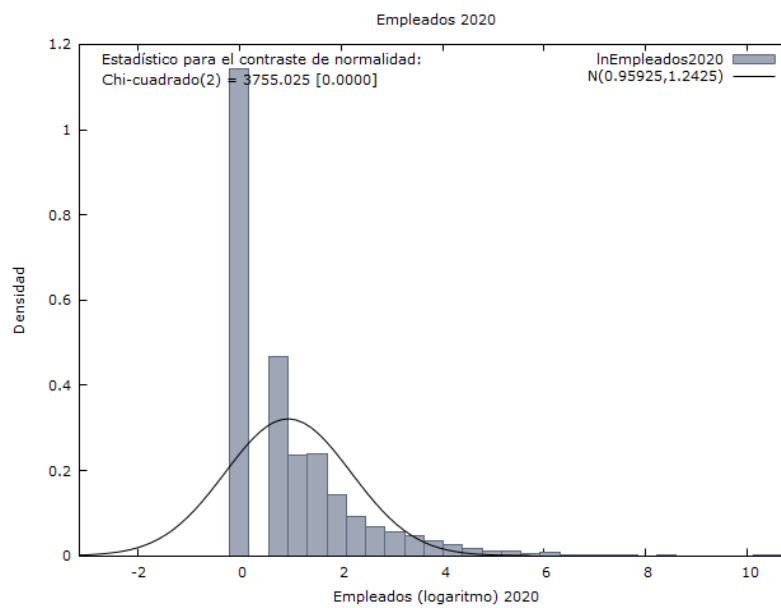
**Figura 3 Distribución del tamaño de las empresas (ingresos) en 2020**



Fuente: Elaboración Propia

Por último, la Figura 4 muestra la distribución de la variable número de empleados en 2020. En esta caso, a simple vista podemos notar que esta variable sigue una distribución muy diferente a una normal. y que la densidad se concentra en los valores más bajos de empleados, debido a que, como se mencionó anteriormente, el tejido empresarial de este sector está compuesto mayoritariamente por pymes y autónomos con cifras de empleados muy bajas.

**Figura 4 Distribución del tamaño de las empresas (empleados) en 2020**



Fuente: Elaboración Propia

En conjunto, estos resultados indican que las variables elegidas para representar el tamaño de las empresas no siguen una distribución normal para el año 2020. Para los periodos anteriores las conclusiones son similares, puesto que en todos los casos desde el año 2000 hasta el 2015 el contraste de normalidad nos lleva a rechazar la hipótesis nula y concluir que ninguna variable sigue una distribución normal. Los histogramas para el resto de los periodos con sus respectivos contrastes de normalidad se pueden consultar en el Anexo de este trabajo.

Una vez descartada la normalidad, el siguiente paso es considerar otra distribución que se ajuste mejor al comportamiento del tamaño de las empresas del sector financiero. En la literatura del tamaño de las empresas (Segarra & Teruel, 2012) se suele sugerir la distribución de Pareto, que toma la siguiente forma:

$$R(T) = a \cdot T^{-b}. \quad (1)$$

El Rango (R) viene determinado por el tamaño muestral (T) y dos parámetros (a y b), siendo el último el exponente de Pareto que determina el grado de homogeneidad dentro de la población de empresas.

Ligada a la distribución de Pareto está la ley de Zipf, una regularidad empírica que se observa cuando  $b = 1$  en la que, extrapolada a nuestro caso, el tamaño de la segunda empresa más grande es la mitad del de la mayor empresa y el de la tercera más grande equivale a un tercio del de la más grande, y así sucesivamente. De otro modo, la empresa más grande tiene el doble del tamaño de la segunda empresa, el triple de tamaño que la tercera empresa más grande, y así sucesivamente. Nuestro objetivo es contrastar si se cumple esta ley para las empresas considerando cada una de las variables por separado, mediante el valor del coeficiente de Pareto. A tal fin se calcula el intervalo de confianza al 95% del exponente de Pareto sumando y restando su desviación típica corregida. El modelo a estimar es regresión lineal logarítmica o modelo log-log:

$$\ln \left( R - \frac{1}{2} \right) = \alpha - \beta \cdot \ln (T), \quad (2)$$

donde:

- $R-1/2$ = Rango o Ranking: es la posición que ocupa cada una de las empresas dentro del tamaño muestral para cada variable. Al rango se resta 1/2 con el objetivo de corregir por continuidad los datos discretos y reducir el sesgo por la estimación mediante el modelo de mínimos cuadrados ordinarios (M.C.O) (Gabaix & Ibragimov, Rank-1/2: A Simple Way to Improve de OLS Estimation of Tail Exponents, 2011).
- $\alpha$  = Término independiente dentro del modelo de regresión logarítmica.
- $\beta$  = Coeficiente de Pareto, que es el parámetro del modelo asociado al logaritmo neperiano del tamaño. Es el valor que tomaremos como referencia para determinar si se cumple la ley de Zipf (si  $\hat{\beta} = 1$ ).
- $\ln (T)$  = Es el cálculo del logaritmo neperiano con el tamaño de para cada una de las variables (activo, ingresos y empleados).

Estimado el parámetro  $\beta$ , calculamos su intervalo de confianza al 95% mediante la aplicación de la desviación típica corregida por su tamaño (Gabaix & Rustam, Rank-1/2: A simple way to improve the ols estimations of tail exponents, 2007).

Para calcular la desviación típica corregida aplicamos la siguiente corrección:

$$\sigma(\text{Desv. Típica}) = |\hat{\beta}| \cdot \sqrt{\frac{2}{N}}, \quad (3)$$

donde  $N$  es el tamaño muestral. Posteriormente sumamos y restamos esta desviación corregida multiplicada por 1,96 ( $Z_{\alpha/2}$ ) para conocer el intervalo de confianza (IC):

$$IC = \begin{cases} \text{Límite superior} = \beta + Z_{\alpha/2} \cdot \sigma \\ \text{Límite inferior} = \beta - Z_{\alpha/2} \cdot \sigma \end{cases}$$

La interpretación de la estimación depende de los posibles valores de  $\hat{\beta}$ :

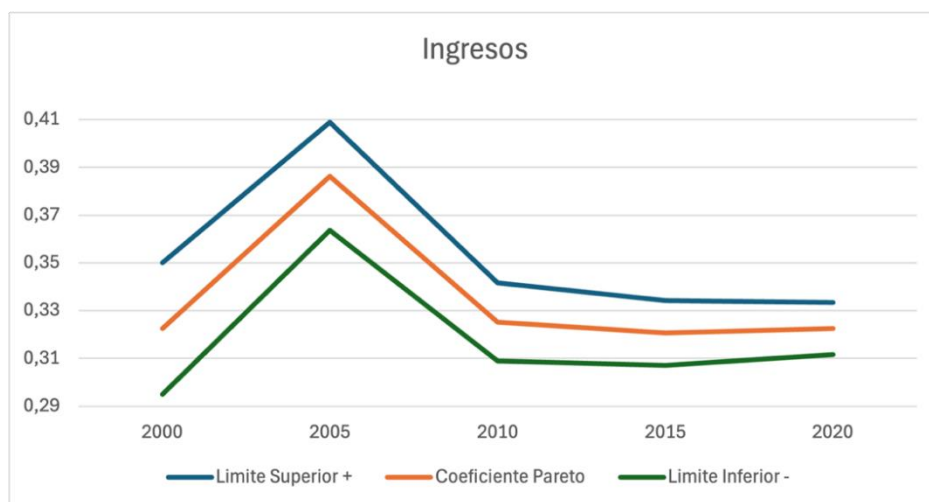
Si  $\hat{\beta} < 1$ : Desigualdad pronunciada. Se observan muy pocas empresas de gran tamaño, por lo que valores extremos tienen una gran importancia en la cola de la distribución.

Si  $\hat{\beta} > 1$ : Homogeneidad: Cuanto mayor es beta, la distribución del tamaño de las empresas es más uniforme y menos desigual.

Si  $\hat{\beta} = 1$ : Ley de Zipf: Se considera una situación especial en la que se cumple la regla de “rango por el tamaño”. La relación entre rango y tamaño es constante.

Las siguientes figuras muestran los valores estimados de  $\hat{\beta}$  para cada variable y año, así como los intervalos de confianza. Las estimaciones con las que se han calculado estos gráficos se muestran en una tabla en el Anexo.

**Figura 5 Evolución Exponente de Pareto (Ingresos)**

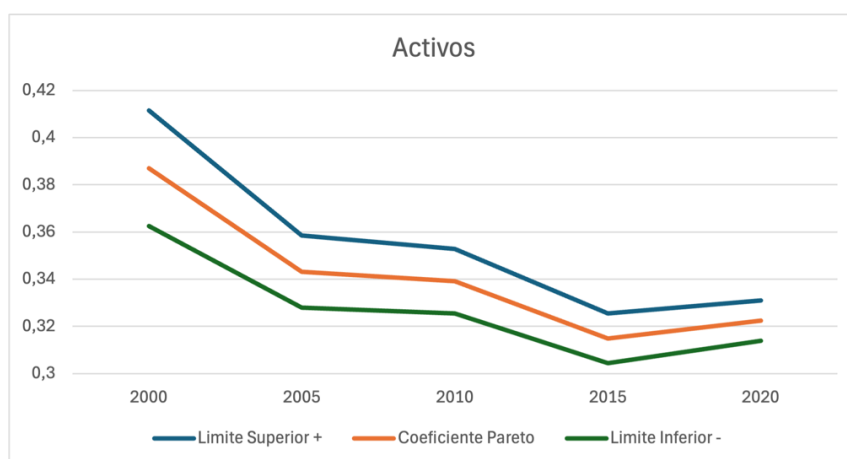


Fuente: Elaboración Propia

En el caso de los ingresos (Figura 5), el exponente de Pareto es en todos los casos inferior incluso al valor 0,5, lo que indica una situación de desigualdad muy pronunciada en la que muy pocas empresas son de gran tamaño con respecto a su cifra de ingresos anuales. Se puede observar que a en el año 2010 el exponente de Pareto disminuye drásticamente lo que puede asociarse a los efectos de las crisis financiera de 2008 de la que no ha podido recuperarse creando nuevamente desigualdad y perdiendo la homogeneidad alcanzada en 2005.

En la Figura 6, correspondiente al total de activos, el coeficiente  $\hat{\beta}$  estimado va decreciendo conforme pasan los periodos, lo que indica que la desigualdad en el activo se va acrecentando, lo que implica que hay muy pocas empresas grandes en función del valor total de su activo y que esa desigualdad aumenta con el tiempo.

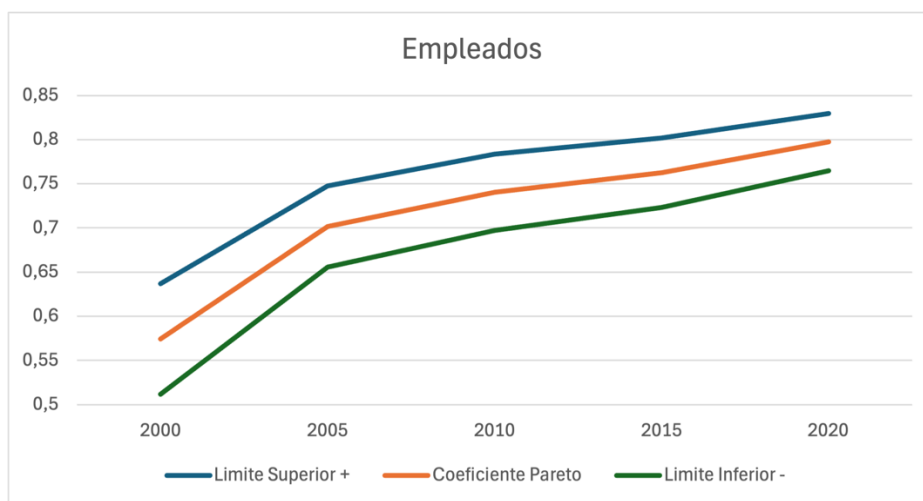
**Figura 6 Evolución Exponente de Pareto (Activos)**



Fuente: Elaboración Propia

Por último, con respecto al número de empleados, en la Figura 7 se observa que conforme pasan los años el coeficiente de Pareto se aproxima al valor 1, aunque siempre tomando valores inferiores a la unidad. Esta evolución indica que la desigualdad entre el tamaño de las empresas en base a los empleados disminuye con el tiempo.

**Figura 7 Evolución Exponente de Pareto (Empleados)**



Fuente: Elaboración Propia

En resumen, nuestros resultados muestran que en ningún caso se cumple la ley de Zipf en la distribución del tamaño de las empresas de este sector, ya que en todos los casos beta toma valores inferiores a uno. Por tanto, se observa que existe una importante desigualdad en este tejido empresarial.

#### 4. CRECIMIENTO DE EMPRESAS

En este apartado se analiza el crecimiento de las empresas en base a las 3 variables de tamaño seleccionadas previamente. Para ello, el crecimiento de cada intervalo de cinco años se expresará como la diferencia del valor en un periodo ( $t$ ) con respecto al anterior ( $t-1$ ) transformados en logaritmos para “normalizar” los datos y, supuestamente, cumplir con el requisito previo de homocedasticidad (Ford, 2018). Para explicar este crecimiento se plantea un modelo de regresión lineal en el que la variable a explicar es la diferencia de esos logaritmos y las variables independientes serán el tamaño inicial en  $t-1$  junto con la edad y la edad elevada al cuadrado (ambas también en logaritmos) de la empresa calculada como la diferencia entre el año considerado y su fecha de constitución.

##### 4.1 Análisis Paramétrico

La referencia teórica para explicar el crecimiento de las empresas es la ley de Gibrat o ley del efecto proporcional, que afirma que, dada una variable (ya sea empresarial o civil) su crecimiento no se ve afectado por su tamaño inicial. Adicionalmente se incluye la edad porque estudios previos encuentran una relación entre el crecimiento y la edad de la empresa (Segarra & Teruel, 2012). Para contrastar si se cumple esta ley o no, inicialmente se plantea el siguiente modelo de corte transversal:

$$G_{it} = \beta_0 + \beta_1 \cdot \log(X_{it-1}) + \beta_2 \cdot \log(EDAD) + \beta_3 \cdot (\log(EDAD))^2 + u, \quad (4)$$

donde:

-  $G_{it} = \log(X_{it}) - \log(X_{it-1})$

-  $X_{it}$ : Es la variable que mide el tamaño de las empresas, ya sea ingresos, empleados o activos para el periodo  $t$ .

-  $X_{it-1}$ : Variable que mide el tamaño de la empresa para el periodo anterior a  $t$ .

-  $u$ : Es la perturbación aleatoria que mide todos los factores no especificados en el modelo.

-  $\beta$ : Es el parámetro que acompaña a las variables independientes del modelo y nos indica la relación que existe entre cada una de esas variables (por separado) y el crecimiento.

Con respecto al parámetro  $\beta_1$ , existen las siguientes posibilidades:

-  $\hat{\beta}_1 = 0$ : La ley de Gibrat se cumple, porque el crecimiento de las empresas no se ve afectado por su tamaño inicial.

-  $\hat{\beta}_1 \neq 0$ : La ley de Gibrat no se cumple ya que el crecimiento de las empresas varía en función del tamaño inicial de estas y puede dar lugar a su vez a dos situaciones:

-  $\hat{\beta}_1 > 0$ : Las empresas de mayor tamaño o más grandes crecen más rápido en comparación al resto. Esta situación causa una divergencia entre empresas.

-  $\hat{\beta}_1 < 0$ : Las empresas de menor tamaño crecen más rápido que el resto de las empresas. Esta situación crea convergencia entre empresas.

Respecto al efecto de la edad, que captura el parámetro  $\beta_2$ , podemos distinguir:

-  $\hat{\beta}_2 > 0$ : Indica que existe una relación positiva entre el tamaño de la empresa y su edad, es decir, que cuantos más años de antigüedad tenga una empresa, mayor será su tamaño.

-  $\hat{\beta}_2 < 0$ : La situación opuesta, existe una relación negativa y cuanto más antigüedad tenga la empresa, menor será su tamaño.

Respecto al signo del término cuadrático de la edad, para los valores de  $\beta_3$  podemos hacer el siguiente desglose:

- Si  $\hat{\beta}_3 = 0$ : la relación entre la edad y el tamaño es lineal, no curvada.

- Si  $\hat{\beta}_3 \neq 0$  estamos ante dos posibles situaciones:

-  $\hat{\beta}_3 > 0$ : Indica que el efecto de la edad es mayor con el paso del tiempo, luego existe una aceleración de ese efecto sobre el tamaño de la empresa.

-  $\hat{\beta}_3 < 0$ : El efecto de la edad se desvanece conforme pasa el tiempo, y por tanto existe una desaceleración del crecimiento con la edad de la empresa.

Para el análisis paramétrico se plantearán modelos MCO para cada intervalo de 5 años desde el 2000 hasta el 2020 considerando la variable endógena el crecimiento de las empresas y variables exógenas las mencionadas arriba. En este apartado analizaremos las

estimaciones obtenidas a lo largo de los años tanto para los ingresos, empleados y activos para poder analizar la relación que hay entre cada variable con el crecimiento en ese lapso de tiempo.

Los resultados se muestran en 3 tablas distintas (una para cada forma de cuantificar el tamaño de las empresas) en las que se muestra el valor estimado del parámetro beta asociado a cada exógena e indicando con asteriscos (\*) el nivel de significatividad individual, sus desviaciones típicas correspondientes y por último el número de observaciones (N) en cada modelo y la bondad del ajuste ( $R^2$ ).

**Tabla 3 Crecimiento de Empresas (Empleados) del periodo 2000-2020**

**EMPLEADOS**

	2000-2005		2005-2010		2010-2015		2015-2020	
<b>CONSTANTE</b>	0,5959*** (0,1615)	0,3677*** (0,0614)	0,3400*** (0,0703)	0,2316 (0,0326)	0,5135*** (0,0918)	0,1657*** (0,0227)	0,4168*** (0,0712)	0,2252*** (0,0185)
<b>LOG_EMPLEADOS_T-1</b>	-0,1700*** (0,0340)	-0,1788*** (0,0294)	-0,1702*** (0,0317)	-0,1709 (0,0279)	-0,1273*** (0,0193)	-0,1300*** (0,0184)	-0,1380*** (0,0157)	-0,1442*** (0,0156)
<b>LOG_INGRESOS T-1</b>	-0,2845*** (0,0443)	-0,2806*** (0,0356)	-0,0354* (0,0194)	-0,2234*** (0,0332)	-0,2076*** (0,0188)	-0,2001*** (0,0178)	-0,1593*** (0,0181)	-0,1663*** (0,0175)
<b>LOG_EDAD</b>	-0,2680* (0,1404)		-0,1456** (0,0694)		-0,2884*** (0,0771)		-0,1400** (0,06571)	
<b>LOG_EDAD^2</b>		0,0552* (0,0316)	0,0354* (0,0181)		0,0515*** (0,0165)		0,0207 (0,0154)	
<b>N</b>	545	562,0000	1190	1226	1672	1681	2195	2224
<b>R^2</b>	0,0845	0,0861	0,0904	0,0934	0,0763	0,6878	0,0643	0,1042

Fuente: Elaboración Propia

En la tabla 3 vemos que los valores estimados para el empleo inicial en  $t-1$  son negativos y significativos, a lo largo de los años lo que implica convergencia entre las empresas objeto de estudio, siendo las empresas más pequeñas las que crecieron más rápido. Nótese que en el periodo 2010-2015 el coeficiente estimado alcanza el valor mínimo en valor absoluto (más cercano a 0) lo que indica que la convergencia es más débil. Con respecto a la variable edad y su cuadrado, el primer elemento a tener en cuenta es que para el primer y segundo periodo la edad resulta no ser significativa al 1% ni al 5% sino al 10% lo que sugiere que el impacto que tiene la edad para describir el crecimiento de las empresas no sea especialmente relevante, sin embargo, para el periodo 2010-2015 si son

significativos. En cualquier caso, en todos los periodos el primer coeficiente es negativo y el segundo coeficiente positivo, lo que sugiere que conforme más años lleva activa una empresa, menor es su crecimiento. El coeficiente del término cuadrático de la edad al tomar valores positivos indica que el efecto de la edad supone una aceleración en el crecimiento tras alcanzar un límite, por tanto, se puede decir que existe una edad “mínima” a partir de la cual ese efecto pasa a ser positivo (la relación es no lineal y convexa).

El tamaño muestral va creciendo conforme avanzan los años, pasando de un total de 545 a 2224 observaciones completas. Mencionar también que la bondad del ajuste calculada mediante el  $R^2$  en estas estimaciones se sitúa entre el 6,4% y el 10,4%.

La conclusión que podemos sacar de la evolución del crecimiento de las empresas en base a los empleados es que, tras la crisis financiera del 2008, las empresas financieras pequeñas crecieron más que las grandes y que conforme mayor era su edad más se ralentizaba el crecimiento.

**Tabla 4 Crecimiento de Empresas (Ingresos) periodo 2000-2020**

#### INGRESOS REALES

	2000-2005		2005-2010		2010-2015		2015-2020	
<b>CONSTANTE</b>	3,9869***	3,8612***	0,6440**	2,8757***	3,1540***	2,4885***	2,3025***	2,1146***
	(0,5894)	(0,4868)	(0,2533)	(0,4348)	(0,3176)	(0,2277)	(0,2712)	(0,2262)
<b>LOG_INGRESOS</b>	-0,2845***	-0,2806***	-0,0354*	-0,2234***	-0,2076***	-0,2001***	-0,1593***	-0,1663***
<b>T-1</b>	(0,0443)	(0,0356)	(0,0194)	(0,0332)	(0,0188)	(0,0178)	(0,0181)	(0,0175)
<b>LOG_EDAD</b>	-0,2667		-0,1191		-0,624819***		-0,1906	
	(0,2255)		(0,0750)		(0,1535)		(0,1385)	
<b>LOG_EDAD^2</b>	0,0829*		0,0090		0,1435***		0,0260	
	(0,0501)		(0,0190)		(0,0341)		(0,0333)	
<b>N</b>	790	821	1114	1606	2333	2356	3172	3232
<b>R^2</b>	0,1270	0,1400	0,0234	0,0790	0,1120	0,1042	0,0009	0,0618

Fuente: Elaboración Propia

La tabla 4 muestra los resultados obtenidos en base a los ingresos. El parámetro estimado para el valor inicial de los ingresos en  $t-1$  es, igual que en los resultados anterior, significativo y negativo a lo largo de los años, lo que apunta una vez más a la convergencia entre las empresas financieras. Con respecto a la evolución de este coeficiente, se observa un decrecimiento del valor de beta (en valor absoluto), lo que significa que la convergencia entre las empresas grandes y empresas pequeñas se reduce con el tiempo, ya que estas últimas empiezan a perder ritmo de crecimiento en sus ingresos.

Véase que para 2005-2010 cuando se añaden todas las variables se obtiene un valor muy próximo a 0 no significativo al 5%, lo que implicaría el cumplimiento de la ley de Gibrat: en ese periodo el crecimiento de las empresas sería independiente de su tamaño inicial. Su significatividad es del 10% y la bondad del ajuste es baja en este caso.

Para la variable edad, es únicamente durante el intervalo de 2010-2015 que resulta significativa, una vez más con disparidad de signos, lo que se traduce a una relación decreciente y convexa. Una relación decreciente indica que cuanto mayor sea la edad de la empresa, menor es su crecimiento, y la convexidad implica que existe un punto a partir del cual esta relación inversa pasa a ser positiva.

El número de observaciones disponibles aumentan desde 790 en el año 2000 hasta llegar al último año con 3232, y la bondad del ajuste ( $R^2$ ) se mueve en un intervalo muy amplio desde el 0,09% al 14%.

**Tabla 5 Crecimiento de Empresas (Activos) periodo 2000-2020**

**ACTIVOS REALES**

	2000-2005		2005-2010		2010-2015		2015-2020	
<b>CONSTANTE</b>	3,2555***	3,8499***	3,9361***	3,5091***	2,3648***	2,3655***	2,8901***	2,8804***
	(0,7813)	(0,4095)	(0,5729)	(0,3709)	(0,3758)	(0,2223)	(0,2528)	(0,1831)
<b>LOG_ACTIVOS_T-1</b>	-0,2021***	-0,2386***	-0,2825***	-0,2626***	-0,1813***	-0,1847***	-0,1958***	-0,194514***
	(0,0308)	(0,0183)	(0,0259)	(0,0182)	(0,0175)	(0,0120)	(0,0137)	(0,0107)
<b>LOG_EDAD</b>	-0,3614*		-0,1048		-0,0648		0,0064	
	(0,2003)		(0,1394)		(0,1172)		(0,0823)	
<b>LOG_EDAD^2</b>	0,0743*		0,0333		0,0132		-0,0009	
	(0,0443)		(0,0314)		(0,0257)		(0,0192)	
<b>N</b>	402	1559	1098	2880	2047	3994	3628	5590
<b>R^2</b>	0,1940	0,2329	0,2911	0,2331	0,1528	0,1576	0,1474	0,1548

Fuente: Elaboración Propia

Por último, la tabla 5 muestra las estimaciones para el crecimiento en función de los activos reales. Los valores que toman los coeficientes estimados para el activo del periodo anterior son negativos en todos los periodos, por lo que una vez más se observa convergencia entre las empresas. Hay un pico máximo en esa convergencia en 2005-2010 con un valor estimado de -0,2825, en el que los activos de las empresas y por consiguiente su tamaño, crecen notablemente más rápido, y posteriormente un valor mínimo estimado de -0,1847 en 2010-2015 que indicaría una ralentización del crecimiento de los ingresos en pymes y autónomos.

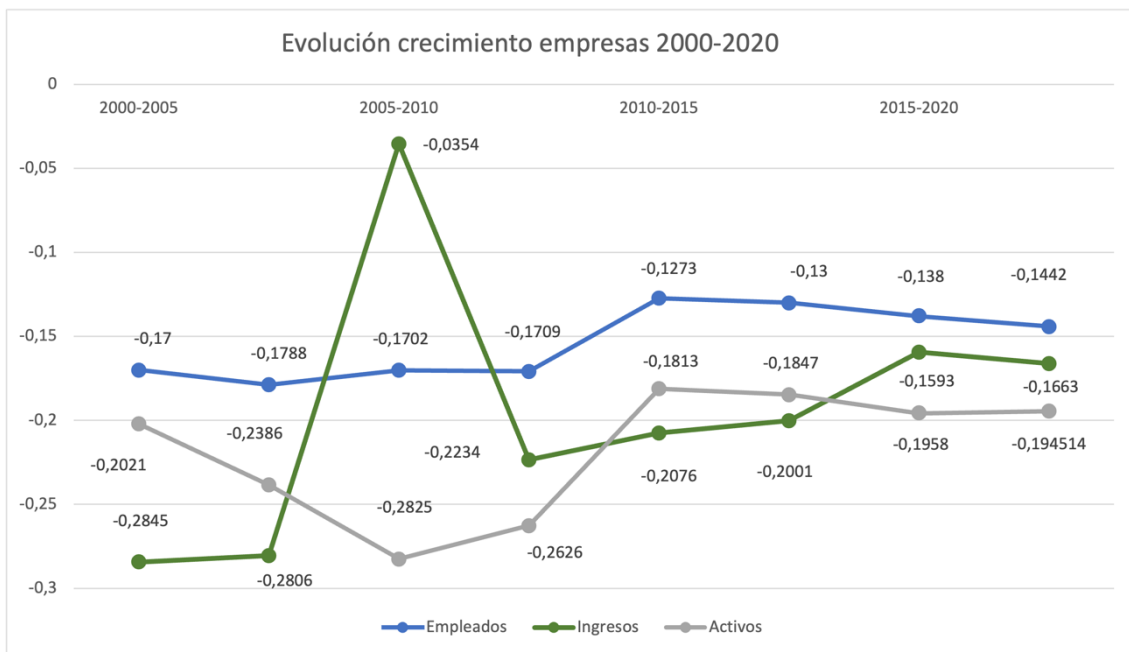
La variable edad resulta ser no significativa en casi todos los casos salvo en el periodo 2000-2005, aunque solo al 10%. Para esos años, aunque no significativo, tenemos un beta estimado negativo para la edad, lo que significa que existe una relación inversa entre el crecimiento de las empresas y su edad (a mayor edad menor crecimiento) y un beta estimado positivo para la edad al cuadrado.

El tamaño de la muestra para este estudio aumenta notablemente contando con 402 observaciones en el año 2000 y 5590 en 2020. La bondad del ajuste resulta ser la más alta

de las tres variables de tamaño consideradas, al tomar valores más alejados de cero en comparación al estudio por empleados e ingresos, situándonos esta vez entre el 15,28% y el 29,11%.

La conclusión que podemos extraer es que las pymes en relación a su activo han crecido más que las grandes corporaciones, generando una convergencia entre ellas, y tomando como referencias el primer y el último periodo apenas ha variado esta situación.

**Figura 8 Evolución del cumplimiento de la Ley de Gibrat desde 2000 hasta 2020**



Fuente: Elaboración Propia

Para finalizar este apartado, se resumen todas las estimaciones en la Figura 8, que muestra las estimaciones por variable y periodo del coeficiente correspondiente al tamaño inicial de la variable.<sup>2</sup> En ningún momento la estimación alcanza valores positivos que indicarían una divergencia notoria en el crecimiento de empresas. Al contrario, siempre se obtiene convergencia, aunque esta ha disminuido desde el periodo 2000-2005 hasta el 2015-2020 en las 3 dimensiones del tamaño estudiadas.

### Panel de Datos

Previamente hemos calculado las regresiones del crecimiento mediante datos de corte transversal, pero un análisis de panel de datos nos permitiría apreciar el comportamiento

<sup>2</sup> La Figura 8 muestra las estimaciones de  $\hat{\beta}_1$  para activos, ingresos y empleados en cada periodo.

de cada variable en el largo plazo a lo largo del tiempo en lugar de considerar periodo a periodo. Se plantea un modelo parecido al de corte transversal, pero incluyendo los efectos fijos temporales y a nivel de empresa, que nos permiten detectar variaciones sistemáticas a lo largo del tiempo y controlar la heterogeneidad en el crecimiento:

$$G_{it} = \beta_0 + \beta_1 \cdot \log(X_{it-1}) + \beta_2 \cdot \log(EDAD) + \beta_3 \cdot (\log(EDAD))^2 + \vartheta_t + \mu_i + u_{it}, \quad (5)$$

donde de nuevo  $G_{it} = \log(X_{it}) - \log(X_{it-1})$ ,  $\mu_i$  son los efectos fijos a nivel de empresa, y  $\vartheta_t$  hace referencia a las variables dummies generadas para los efectos temporales.

Los resultados obtenidos se pueden observar en la Tabla 6:

**Tabla 6 Panel de Datos para empleados, ingresos y activos (2000-2020)**

2000-2020						
	Empleados		Ingresos Reales		Activos Reales	
<b>CONSTANTE</b>	1,2016***	1,1101***	12,0801***	12,0230***	14,0323***	14,1366***
	-0,0616	-0,0575	-0,4206	-0,2067	-0,4431	-0,2185
<b>LOG_TAMAÑO</b>	-0,8636***	-0,8544***	-0,9585***	-0,9580***	-0,9171***	-0,9143***
	-0,0297	-0,0303	-0,0367	-0,0157	-0,0304	-0,0144
<b>LOG_EDAD</b>	-0,0507	0,2339***	0,0218	0,3076***	-0,0897	-0,1914***
	-0,0867	-0,065	-0,1771	-0,1008	-0,0815	-0,0586
<b>LOG_EDAD^2</b>	0,1023**	-0,0816***	0,077	-0,1084***	0,018	0,0930***
	-0,0489	-0,0202	-0,0934	-0,028	-0,0444	-0,0176
<b>DUMMIE_2005</b>	-0,3517***		-0,2448*		0,0019***	
	-0,072		-0,1338		-0,0781	
<b>DUMMIE_2010</b>	-0,5898***		-0,5400**		0,0224**	
	-0,1326		-0,2433		-0,1326	
<b>DUMMIE_2015</b>	-0,7747***		-0,7261**		0,0298**	
	-0,1961		-0,3642		-0,1887	
<b>EFFECTOS TEMPORALES</b>	SI	NO	SI	NO	SI	NO
<b>EFFECTOS FIJOS</b>		SI		SI		SI
<b>N</b>		2812		3958		4046
<b>OBSERVACIONES</b>		5602		7847		7175
<b>R^2</b>	0,6864	0,4462	0,7398	0,4929	0,8641	0,5691

Fuente: Elaboración Propia

Con respecto a la significatividad, todas las dummies temporales, salvo una en ingresos, se sitúan en un nivel de al menos el 5%, lo que nos da a entender que el efecto del tiempo o periodo tiene un impacto estadísticamente relevante. Respecto al coeficiente del tamaño

inicial, es significativo y negativo en los tres casos, lo que corrobora el incumplimiento de la ley de Gibrat.

En relación a los signos de los coeficientes del tamaño inicial, para los empleados, el activo y los ingresos los resultados están alineados con los obtenidos con el corte transversal puesto que al ser significativos se evidencia el comportamiento convergente de las empresas en relación a su crecimiento.

## 4.2 Análisis no Paramétrico

A diferencia del análisis paramétrico, el no paramétrico no requiere asumir que la población sigue una distribución normal por lo que los métodos no paramétricos son más flexibles. La ecuación que planteamos para este apartado es la siguiente:

$$G_{it} = m(X_{it-1}) + \varepsilon, \quad (6)$$

donde:  $G_{it} = \log(X_{it}) - \log(X_{it-1})$

- $X_{it-1}$ : variable para medir el tamaño de la empresa ya sea activos, ingresos o empleados
- $\varepsilon$ : Perturbación aleatoria
- $m$ : Estimación no paramétrica asociada al tamaño inicial

En el análisis no paramétrico, el valor de  $m$  no será una función lineal, sino que podrá tomar cualquier forma con el fin de explicar el comportamiento de la variable con el crecimiento. La flexibilidad que aporta esta metodología es debida a que se estima la tendencia de manera local para cada punto  $X$ , a diferencia de la regresión lineal que buscaba ajustar una única ecuación lineal para todos los datos. Por tanto, se podrá observar cómo cambia la relación entre el tamaño inicial y el crecimiento con los valores del tamaño inicial.

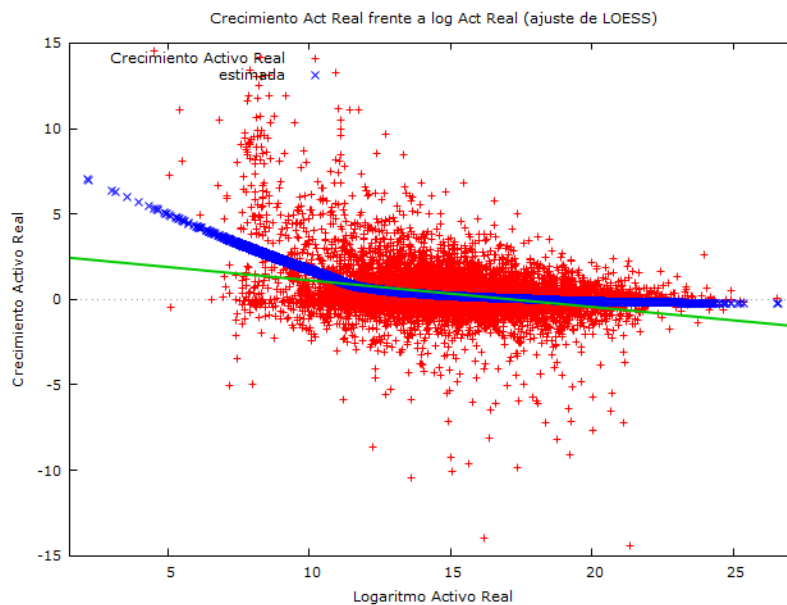
El estimador utilizado se denomina LOESS (Locally Estimated Scatterplot Smoothing) o Locally Weighted Regression, que es capaz de suavizar datos mediante regresiones locales ponderadas (Gretl User's Guide, 2023). Destacar también que LOESS puede no desempeñarse bien con variables discretas como en nuestro caso los empleados, ya que esta función está diseñada para suavizar relaciones continuas por su capacidad de asignar pesos o ponderaciones en función de la distancia que hay entre los valores. Para intentar

paliar este efecto se ha aplicado el logaritmo de la variable, suavizando la escala, aunque los valores siguen siendo discretos.

Aplicaremos este modelo para cada una de las variables en los periodos seleccionados para ver el comportamiento de la función. En este apartado mostraremos los gráficos con las estimaciones para el periodo total 2000-2020, ya que se han utilizado todos los valores disponibles de las variables. Los gráficos presentados tendrán en el eje X la variable dependiente seleccionada para el tamaño inicial de la empresa, y en el eje Y el crecimiento. Además, se mostrará en color verde la recta obtenida con un ajuste lineal para facilitar la comparación e interpretación.

En la Figura 9, vemos el resultado para la variable activo. Se observa que el crecimiento de los activos de las empresas tiene una relación casi lineal con el tamaño inicial, especialmente para los valores medios. Observamos también desviaciones en los extremos, es decir para empresas muy pequeñas y grandes los resultados no llegan a respetar la relación lineal. Para las empresas muy pequeñas, el crecimiento estimado es notoriamente mayor, y las empresas más grandes muestran un crecimiento que está por encima de lo previsto por la función lineal, aunque la diferencia no es tan pronunciada como para las pequeñas empresas.

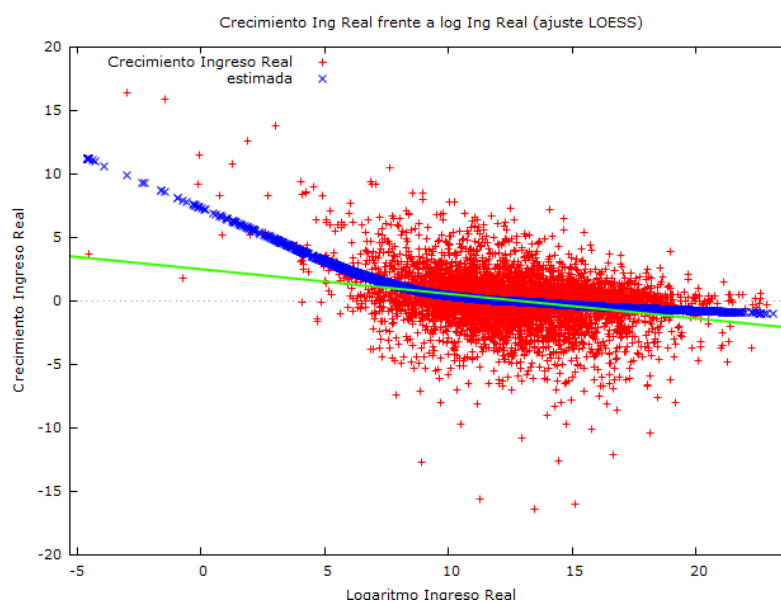
**Figura 9 Estimación LOESS Activo**



Fuente: Elaboración Propia

En la Figura 10 tenemos los resultados de los ingresos, que a simple vista parecen ser similares a los de los activos. Nótese que una vez más los valores extremos difieren del ajuste lineal, pero para las empresas más pequeñas, la divergencia en el crecimiento estimado sería incluso mayor que en el caso anterior. Para las empresas más grandes resulta que el crecimiento estimado se adecua relativamente mejor a la predicción lineal.

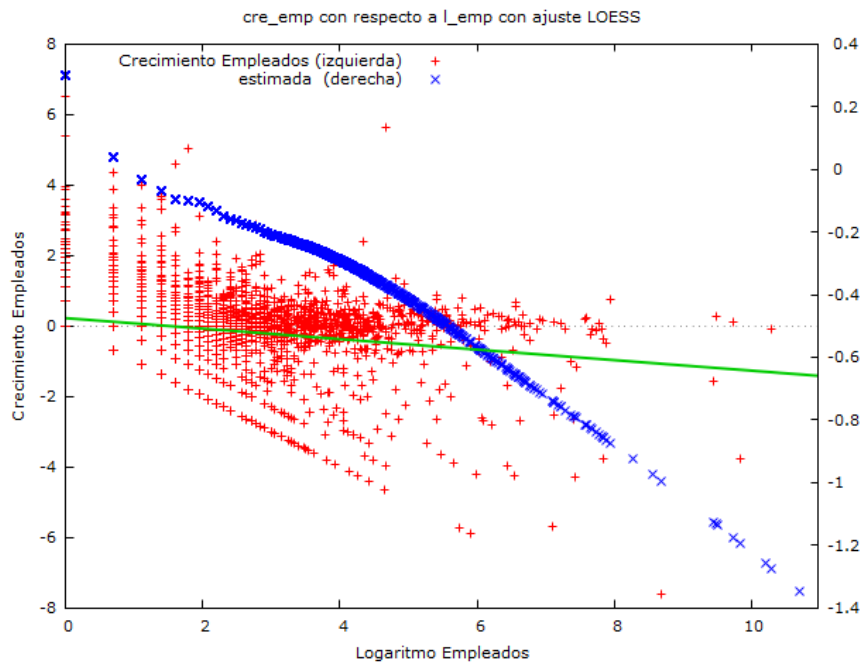
**Figura 10 Estimación LOESS Ingreso**



Fuente: Elaboración Propia

Por último, en el Figura 11 se muestran los resultados para la variable de empleados. Como se mencionó previamente, LOESS puede no llegar a ajustarse lo suficiente para variables que tomen valores discretos, y como muestran las observaciones este es el caso con los valores iniciales de empleados agrupados en columnas verticales. Haciendo la comparativa del crecimiento estimado por ponderaciones locales frente a la predicción lineal, vemos que difieren en la “inclinación” pero no en la forma, es decir, que la regresión estimada por ponderaciones locales parece también lineal, aunque sin embargo el crecimiento para las empresas pequeñas o autónomos es mucho más pronunciado en comparación al modelo lineal y para las empresas grandes es mucho menor de lo previsto por el método lineal.

**Figura 11 Estimación LOESS Empleados**



Fuente: Elaboración Propia

En resumen, en los tres gráficos se rechaza la hipótesis de la ley de Gibrat, conclusión a la que llegamos también durante el análisis paramétrico, ya que si se cumpliera la ley de Gibrat la estimación no lineal obtenida por el estimador LOESS hubiese sido similar a una recta horizontal en la que, indistintamente del tamaño inicial que tuvieran las empresas, el ritmo de crecimiento sería similar.

## 5. CONCLUSIONES

El objetivo de este trabajo es estudiar y comprender cómo ha sido el crecimiento de las empresas que pertenecen al sector financiero desde el año 2000 hasta el 2020, tomando como indicadores del tamaño inicial los activos, los ingresos y el número de empleados. El primer paso realizado ha sido comprobar si la distribución del tamaño de estas variables seguía una distribución normal mediante el contraste de normalidad, rechazando la normalidad para las tres variables en todos los periodos. El siguiente paso ha consistido en la estimación de la distribución de Pareto para contrastar el cumplimiento de la ley de Zipf, una regularidad empírica en la que la relación entre rango y tamaños de las empresas es constante. Obtuvimos que para ninguna variable en ningún periodo se cumplía esta condición y descubrimos una desigualdad pronunciada entre las empresas que puede ser

más o menos notoria en función de la variable con la que se estudie. En el apartado siguiente buscamos conocer cómo describir el crecimiento de las empresas en intervalos de 5 años mediante una función lineal. Para ello, utilizamos la Ley de Gibrat como referencia que nos permite saber si el crecimiento de las empresas se ve afectado por su tamaño inicial, y la adaptamos en una ecuación que nos permitiría aplicar un modelo de mínimos cuadrados ordinarios. Los resultados obtenidos indicaron que indistintamente de la variable, las empresas más pequeñas tienden a crecer más que las grandes, generando una convergencia entre ellas. Para los ingresos en el periodo 2005-2010 obtuvimos un valor de beta no significativo muy próximo a cero, indicando que en este periodo se cumpliría la ley de Gibrat. Estudiando la elasticidad del crecimiento con la edad observamos, para las tres variables, que existe una relación negativa entre la edad de las empresas y su crecimiento, y como esa relación es convexa: al alcanzar un punto mínimo se invierte y el efecto pasa a ser positivo.

Se ha planteado el estudio de los efectos temporales en el crecimiento de las empresas, estimando un panel de datos con el que poder estudiar todo el horizonte temporal directamente y no en plazos de 5 años. Los resultados corroboraban la idea principal del apartado anterior, no se cumplía la ley de Gibrat en ninguna de las variables.

Finalmente, en el análisis no paramétrico buscamos conocer la forma que tomaría la función encargada de representar el crecimiento sin limitarlo a una función lineal. Para ello propusimos el estimador LOESS aplicado a todo el conjunto de datos disponibles desde 2005 a 2020. Para los activos y los ingresos la función obtenida resultaba coincidir para valores intermedios con el ajuste lineal, pero difería significativamente en los extremos, especialmente para valores pequeños en los que el crecimiento era mucho mayor para empresas más pequeñas en comparación con lo indicado en la función lineal. Para las empresas de mayor tamaño el análisis no paramétrico indicaba que las empresas más grandes crecen ligeramente por encima de lo previsto por la predicción lineal.

Por su parte, en el caso de los empleados, al ser una variable discreta el gráfico difiere de los anteriores por la dificultad del estimador de ponderar las distancias entre puntos de manera óptima. Para esta variable, la función estimada por LOESS resultaba ser muy similar a una función lineal, pero con mayor pendiente, una vez más sugiriendo que el crecimiento de las empresas es mayor en empresas pequeñas en comparación al modelo

lineal y, a diferencia del caso de los activos e ingresos, las empresas más grandes ralentizan considerablemente su crecimiento en comparación al ajuste lineal.

## 6. BIBLIOGRAFÍA

- Actividades de la CNAE 2009*. (s.f.). Obtenido de CNAE:  
<https://www.cnae.com.es/actividades.php?grupo=K>
- Carrizosa, M. T. (2008). *Gibrat's law and the learning process*. Springer Science.
- Fernández, D. (22 de Febrero de 2015). El Tamaño de la Empresa Importa. *Economía EL PAÍS*, págs. 1-6.
- Ford, C. (17 de Agosto de 2018). *Interpreting Log Transformations in a Linear Model*. Obtenido de University of Virginia Library.
- Gabaix, X., & Ibragimov, R. (2011). Rank-1/2: A Simple Way to Improve de OLS Estimation of Tail Exponents. *Journal of Business & Economic Statistics*, 24-39.
- Gabaix, X., & Rustam, I. (2007). *Rank-1/2: A simple way to improve the ols estimations of tail exponents*. Massachusets.
- (2023). *Gretl User's Guide*. Winston-Salem.
- Las empresas en la UE:¿ En qué países tienen más trabajadores? (8 de 11 de 2024). *El Boletín*, págs. 1-7.
- Nota de Prensa. (29 de Julio de 2016). *Instituto Nacional de Estadística*, págs. 1-7.
- Novales Cinca, A. (1993). *Econometría*. Madrid: McGraw-Hill.
- Riesgo Empresarial : SABI Informa*. (s.f.). Obtenido de Informa.es:  
<https://www.informa.es/riesgo-empresarial/sabi>
- Segarra, A., & Teruel, M. (2012). *An appraisal of firm size distribution: Does sample size matter?* Reus: Elsevier.

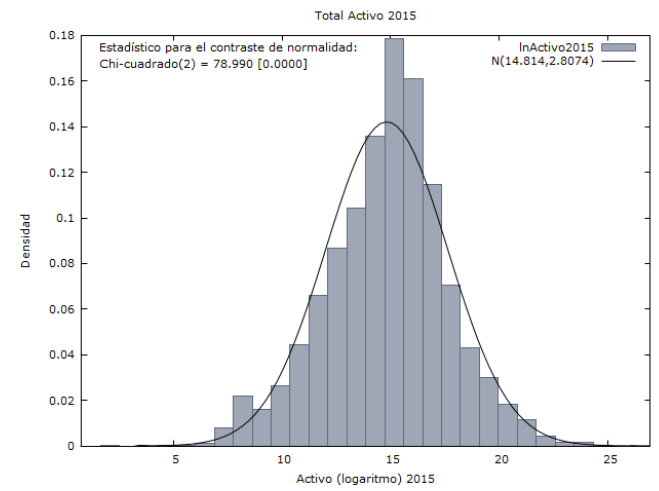
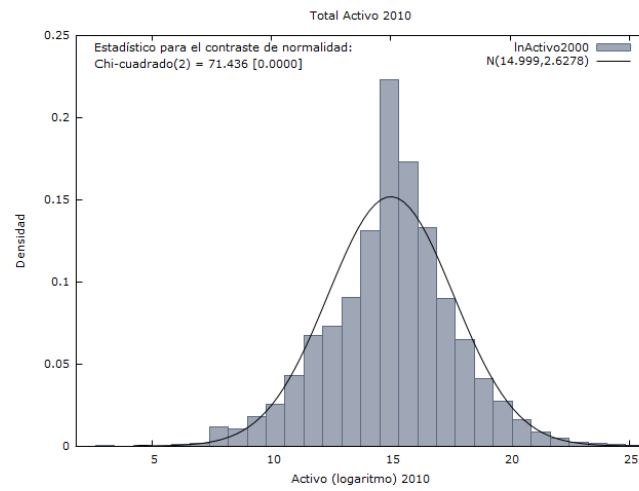
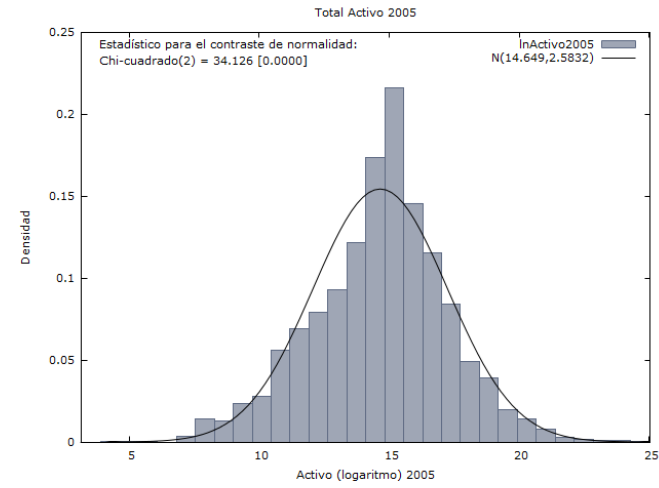
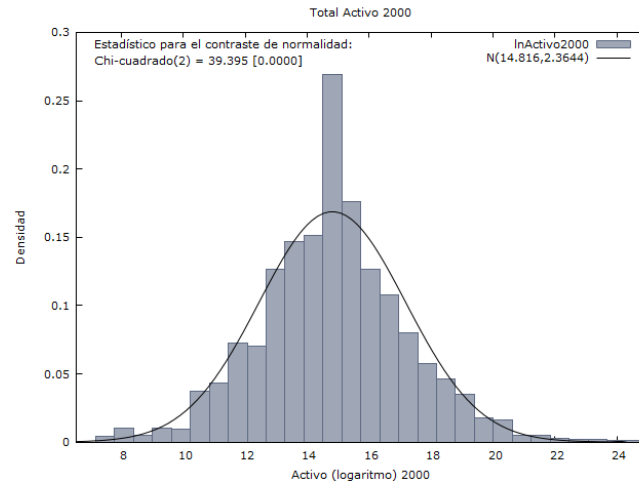
## 7. ANEXOS

**Tabla 7 Coeficiente de Pareto con sus respectivos límites superior e inferior para las tres variables**

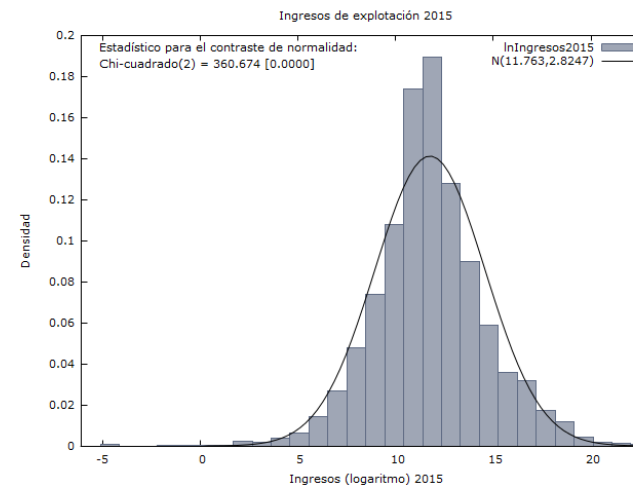
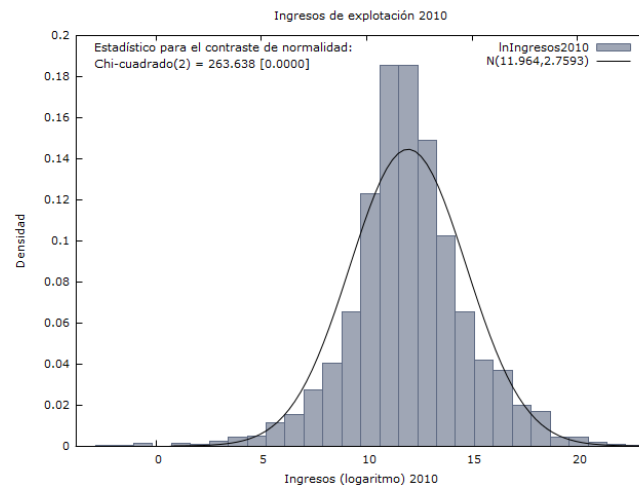
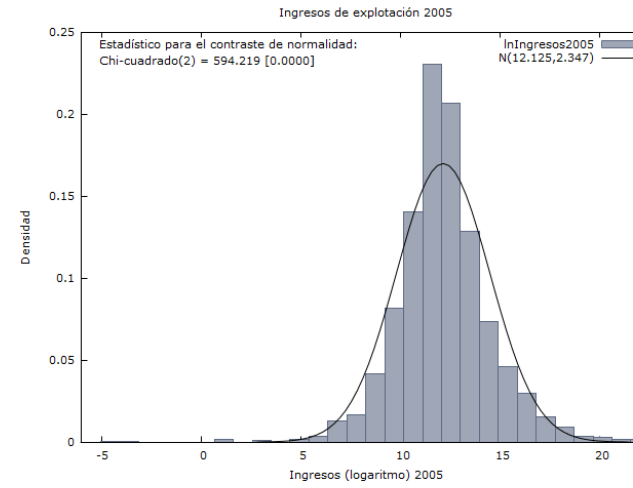
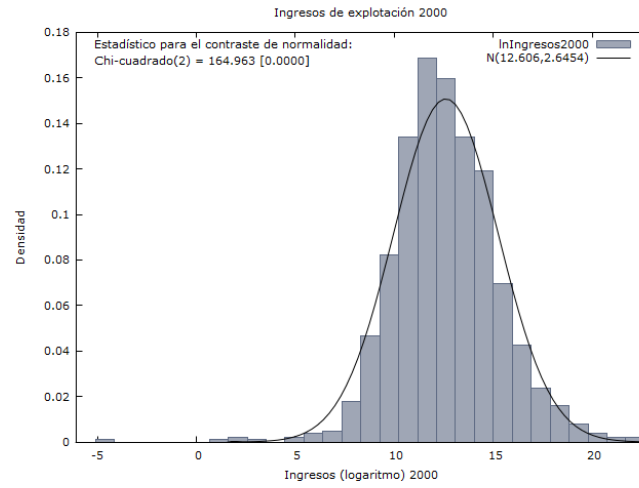
	<b>Año</b>	<b>N</b>	<b>Error</b>	<b>Límite Superior +</b>	<b>Coeficiente Pareto</b>	<b>Límite Inferior -</b>
<b>Empleados</b>	2000	649	0,032	0,637	0,574	0,512
	2005	1780	0,024	0,748	0,702	0,656
	2010	2239	0,022	0,784	0,740	0,697
	2015	2879	0,020	0,802	0,763	0,723
	2020	4619	0,017	0,830	0,797	0,765
<b>Ingresos</b>	2000	1054	0,014	0,350	0,323	0,295
	2005	2248	0,012	0,409	0,386	0,364
	2010	3040	0,008	0,342	0,325	0,309
	2015	4321	0,007	0,334	0,321	0,307
	2020	6830	0,006	0,333	0,323	0,312
<b>Activos</b>	2000	1932	0,012	0,411	0,387	0,363
	2005	3871	0,008	0,358	0,343	0,328
	2010	4705	0,007	0,353	0,339	0,325
	2015	6855	0,005	0,325	0,315	0,304
	2020	11036	0,004	0,331	0,322	0,314

Fuente: Elaboración Propia

## Distribución del tamaño de las empresas en base a sus activos (Figuras 12, 13, 14, 15)



## Distribución del tamaño de las empresas en base a sus ingresos (Figuras 16, 17, 18, 19)



## Distribución del tamaño de las empresas en base a sus empleados (Figuras 20, 21, 22, 23)

