



**Universidad**  
Zaragoza



Escuela de  
Ingeniería y Arquitectura  
**Universidad** Zaragoza

## Cálculo de una caja de cambios de una Ducati Panigale V4 R



Autor:  
**Piero La Rosa Suárez**

Profesora:  
**Paula Canalís Martínez**

Titulación:  
Grado en Ingeniería Mecánica

Curso 2024/2025



## Resumen

Este trabajo de fin de grado trata sobre el cálculo y la comprobación de los componentes de una caja de cambios secuencial con cambio rápido de 6 velocidades, esta transmisión se usa en una motocicleta Ducati Panigale V4R que a su vez es usada en el campeonato mundial de motos derivadas de serie, World Superbikes (WSBK).

El objetivo principal es comprobar el diseño de la caja de cambios para que sea capaz de resistir cualquier tipo de esfuerzos sin que llegue a fallar durante un fin de semana de competición. Para conseguirlo se ha seguido el siguiente esquema:

- Información sobre el vehículo en cuestión.
- Analizar las prestaciones del vehículo.
- Cálculo de los engranajes y sus dimensiones.
- Cálculo de los ejes de entrada y salida.
- Selección de rodamientos
- Selección del kit de arrastre

A continuación, se procederá a explicar cómo es que se han realizado los cálculos y los métodos utilizados para obtener los resultados de cada pareja de engranes de cada marcha, además de los dos ejes, primario y secundario. Por otra parte, los rodamientos en los apoyos de ambos ejes son esenciales para que se puedan transmitir los esfuerzos radiales y tangenciales al bloque motor. También se ha seleccionado una de las partes más importantes de toda motocicleta es el kit de arrastre ya que es el encargado de transmitir la potencia que genera el motor a la rueda trasera.

Por último, se analizan los resultados obtenidos comprobando que la caja de cambios es viable durante un fin de semana de competición.



## Índice

1. Introducción.....	5
1.1. Definición y evolución .....	5
1.2 Elección del vehículo.....	7
2. Objetivo .....	10
3. Análisis del vehículo .....	11
3.1. Características del modelo .....	11
3.2. Curvas de par y potencia .....	12
3.3. Características geométricas de la moto .....	14
3.4. Esquema de la caja de cambios.....	14
3.5. Definición de los engranajes .....	15
3.5.1. Caja de cambios .....	15
3.5.2. Embrague .....	15
4. Cálculo de engranajes.....	17
4.1. Proceso de cálculo .....	18
4.2. Condiciones iniciales .....	19
4.3. Dimensiones de la transmisión .....	19
4.4. Cálculo a flexión .....	20
4.4.1. Caso de par máximo como más desfavorable .....	21
4.4.2. Caso de potencia máxima como más desfavorable .....	21
4.4.3. Coeficiente de seguridad .....	22
4.5. Cálculo a desgaste .....	23
4.5.1. Par máximo como más desfavorable .....	23
4.5.2. Potencia máxima como más desfavorable .....	24
5. Cálculo de los ejes .....	25
6. Calculo a fatiga de los ejes.....	27
7. Elección de rodamientos.....	31
8. Elección de los piñones y la cadena de transmisión .....	32
8.1. Piñón de ataque y corona dentada .....	32
8.2. Cadena .....	32
9. Conclusiones.....	35
10. Bibliografía .....	37
Anexos .....	39
A. Cálculo de engranajes.....	39
A.1. Consideraciones iniciales .....	39



A.2. Cálculo de engranajes .....	41
A.3. Cálculo a flexión .....	41
A.4. Cálculo a desgaste .....	50
A.5. Material elegido .....	52
B. Cálculo de los ejes .....	53
B.1 Cálculo de las fuerzas que actúan en el eje.....	53
B.2. Dimensionamiento de la caja de cambios.....	54
B.3. Diagramas de esfuerzos.....	56
B.4. Cálculo resistente de los ejes.....	74
B.5. Cálculo a fatiga de los ejes.....	77
C. Elección de rodamientos .....	82
D. Elección del piñón de ataque, corona y cadena de transmisión .....	87
D.1. Piñón de ataque.....	87
D.2. Corona dentada .....	87
D.3. Cadena.....	88

# 1. Introducción

## 1.1. Definición y evolución

El motor desarrolla su fuerza dentro de una gama de régimen limitada y es el conductor el que ha de poder regular la marcha del vehículo en una amplia gama de velocidades, desde el arranque hasta la velocidad máxima.

La caja de cambios permite seleccionar diferentes marchas para adaptar el régimen del motor a la velocidad del vehículo y a las diferentes circunstancias. Los orígenes de la caja de cambios se remontan a varios siglos atrás en donde Leonardo da Vinci llegó a diseñar en sus tiempos lo que sería el precursor de las cajas de cambios de los vehículos modernos.

En la figura 1 se puede apreciar como este diseño un cambio de velocidad compuesto por dos piezas, una cilíndrica y otra cónica que mediante una serie de engranajes convertía el mecanismo en un cambio de velocidades.

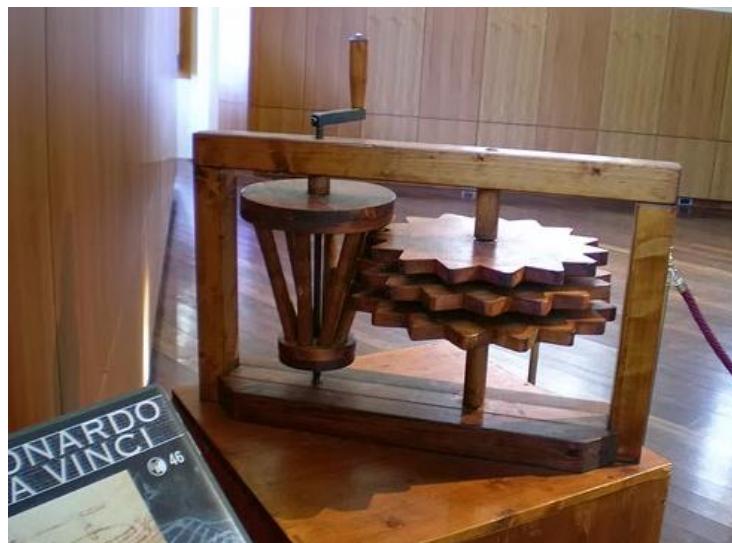


Figura 1: Caja de velocidad de Leonardo da Vinci

En la actualidad, la gran mayoría de los vehículos emplean cambios de marchas manuales. Las motos tipo naked, deportivas y Trail, que representan la mayor parte de las ventas anuales en España, van asociadas de fábrica a cajas de cambios manuales.

Por otra parte, las motos de tipo scooter, que en su gran mayoría, vienen de serie con una caja de cambios automática de convertidor de par o CVT, era la mejor opción si tu objetivo era la comodidad, la eficiencia y el bajo consumo de combustible. Pero estas principales ventajas se han reducido drásticamente con el pasar de los años y con las innovaciones de los fabricantes de motocicletas. Una de las principales marcas que siempre están “a la moda” es Honda que con su caja de cambios con embrague electrónico ha ayudado a que las cajas de cambios manuales se asemejen más y sobre todo que adquiera las ventajas antes mencionadas de las cajas de cambios automáticas sin perder la conducción deportiva que te ofrece el cambio manual.

No obstante, me centraré en el mundo de las motos y en concreto en el mundo del motorsport en donde cada milésima de segundo es crucial para los equipos, por eso los ingenieros tratan de sacar el máximo partido para optimizar el rendimiento de cada moto.

Y en el ambiente de competición de las motos de serie adaptadas a circuito yo considero que una de las marcas que siempre ha ido un paso por delante frente a las demás es Ducati ya que es el equipo más laureado en el campeonato mundial de Superbikes (WSBK) contando con 17 títulos de constructores en su palmarés. Pero sin duda una de las motos más icónicas es la Ducati 916 (figura 2) usada en dicho campeonato desde la década de los 90s, la cual dominó durante todos esos años gracias a sus distintas innovaciones como fueron el motor de 2 tiempos bicilíndrico en V y su chasis monocasco de aluminio lo que la hacía muy eficiente en la pista.



Figura 2: Ducati 916

Por un lado, la necesidad de los equipos de reducir el tiempo por vuelta hizo que a finales del siglo XX se introdujera por parte de distintos equipos como Honda, Yamaha y Ducati un sistema de cambio rápido o quickshiftter para realizar los cambios más rápidos, disminuir la fatiga del piloto, y aumentar la concentración en la conducción.

Por otro lado, un quickshiftter produce desgaste en las cajas de cambios de las motos de carreras, aumenta el coste de producción de la moto, y no es adecuado para todas las situaciones, por ejemplo, en condiciones de baja velocidad o de mucho par como es el momento de una salida desde parado.

## 1.2 Elección del vehículo

A principios de la década de 2010, la industria de las motos deportivas estaba experimentando una gran evolución. Los fabricantes competían por desarrollar motocicletas cada vez más potentes, ligeras y tecnológicamente avanzadas.

Pero no fue hasta el año 2012 en el que Ducati presenta la 1199 Panigale. Este modelo revolucionario se caracterizó por una de las mejores innovaciones en el mundo del motor, hablo del sistema de distribución Desmodrómica del árbol de levas que se puede ver en la figura 4 y 5.

Pero antes de explicar en qué consiste, hay que entender que problema soluciona. En un motor convencional, las válvulas de escape y admisión se abren a través del árbol de levas y se cierran mediante un muelle que mantiene cerrada las válvulas (Figura 3).

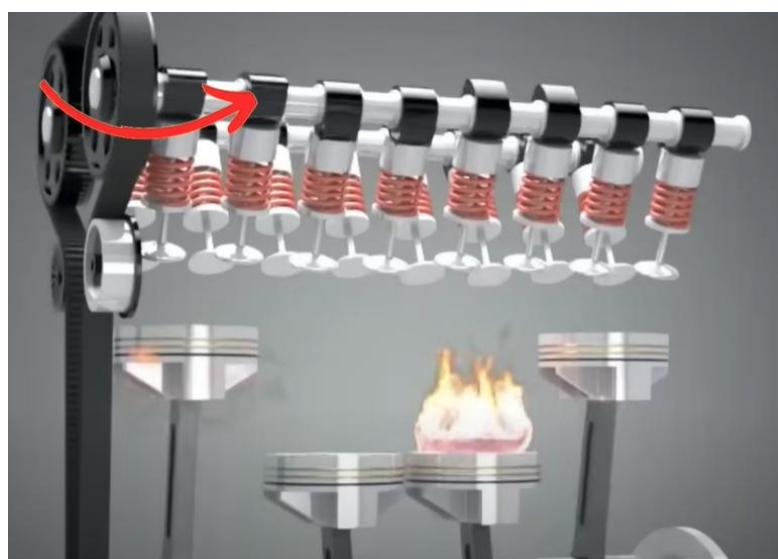


Figura 3: Árbol de levas convencional

Esta tecnología es muy buena y bastante simple a la hora de realizar los mantenimientos o reparaciones, reduciendo bastante el peso del motor. En una moto de calle usada para el día a día no tiene ningún inconveniente e incluso es mejor para el usuario ya que le permite realizar él mismo los mantenimientos, pero cuando hablamos de competición en donde los motores se llevan al límite, la sencillez de este sistema pasa factura, ya que debido a la altísimas revoluciones a las que llega el motor de una moto (20000 rpm aprox.) los muelles puede que no lleguen a cerrar a tiempo las válvulas pudiendo dejar escapar los gases procedentes de la combustión o peor aún que la cabeza de la válvula choque con la del pistón llegando a romper el motor.

Es por ello por lo que, en el año 1956, el ingeniero Fabio Taglioni, diseñó y patentó el sistema desmodrómico, el cual sustituye los muelles por dos balancines, uno se encarga abrir y el otro de cerrar las válvulas.

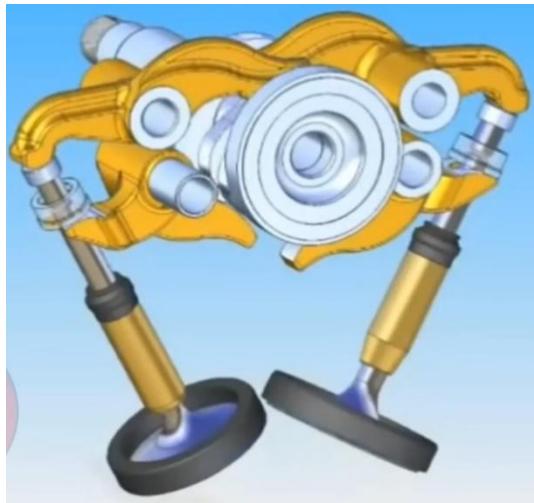


Figura 4: Árbol de levas Desmodrómico

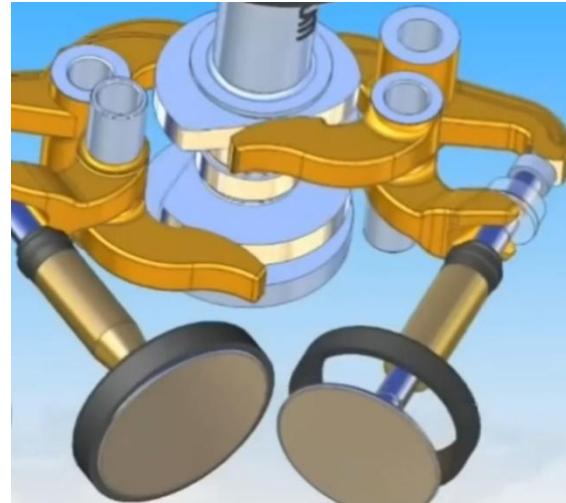


Figura 5: Árbol de levas Desmodrómico

De esta manera se controla con precisión el movimiento de la válvula sin añadir demasiado peso al árbol de levas. Pero no todo son ventajas y es por eso por lo que la única marca de motos que utiliza este sistema es Ducati.

El sistema desmodrómico es difícil de montar o de adaptar en una moto que no ha sido diseñada para tenerlo ya que añade espacio y bastante complejidad en las reparaciones para los pocos beneficios que da a una moto hecha para la calle.

Pero en el mundo de la competición si compensa ya que se ha demostrado que el motor que posee este sistema gana empuje a altas revoluciones del cigüeñal, es por eso



por lo que la marca se ha encargado de patentarlo todos los componentes para que cualquier otra marca que quiera usarlo tenga que desembolsar cierta cantidad de dinero.

Dicho sistema los emplea las motos de Ducati del mundial de SuperBikes una de las motos que mejor transmite la potencia al asfalto de toda la parrilla, en concreto hablo de la Ducati Panigale V4 R que es la moto elegida para este trabajo.

En la siguiente imagen se muestra el prototipo para la temporada 2025, con la que Álvaro Bautista y Nicolo Bulega intentarán alzarse con el campeonato del mundo de SuperBikes para el equipo de carreras de Ducati Corse.



Figura 6: Ducati Panigale V4



## 2. Objetivo

El objetivo de este Trabajo Fin de Grado consistirá en el análisis, cálculo y dimensionamiento de los componentes interesantes que tiene una transmisión como son los engranajes, ejes, rodamientos, piñón de ataque, corona y cadena de transmisión de una Ducati Panigale V4 R, comprobando su resistencia a diferentes tipos de fallo ya sea a flexión y desgaste para una óptima duración durante un fin de semana de competición que consiste en 2 entrenamientos libres, 2 clasificaciones y 3 carreras.

En concreto se busca que los engranajes tengan una vida útil de entre 1 y 5 fines de semana de carreras que suele ser lo habitual en motos de competición, también se quiere que los ejes tengan una vida infinita, puesto que, si se quiere hacer alguna reparación en algún engranaje, este se pueda cambiar sin necesidad de cambiar el eje entero.

Además, se seleccionarán los rodamientos y los componentes del kit de arrastre (piñón, corona y cadena), así como las características geométricas de los piñones y cadena de transmisión, por ejemplo la longitud de la cadena o la distancia a la que tiene que estar el piñón de ataque y la corona para una cantidad de eslabones prefijada por el fabricante.

### 3. Análisis del vehículo

La Ducati Panigale V4R fue producida en Borgo Panigale, un barrio de Bolonia en Italia, famoso por ser la sede de las motocicletas de Ducati Corse y en donde se produjo la primera Ducati de carreras con el objetivo de proclamarse campeones del mundial de SuperBikes (WSBK).

A continuación, doy a conocer las características técnicas y los componentes de la transmisión de la moto, además de la definición de los engranajes que se ha usado en todos los cálculos, ya sea de la propia caja de cambios o del embrague.

#### 3.1. Características del modelo

En la siguiente tabla se pueden ver las características técnicas del motor y la relación de transmisión primaria (embrague) y secundaria (piñón, corona y cadena).

Características técnicas del motor	
Motor	Desmosedici Stradale R
Homologación	Euro 5+
Potencia	240,5 CV @16500 rpm
Par motor	118 Nm @12250 rpm
Cilindros	4 en V
Cilindrada	998 cm <sup>3</sup>
Diámetro/carrera	81/48,40 mm
Relación de compresión	14:1
Válvulas	16
Depósito	17 L
Consumo medio	8 L/100 Km
Relación primaria	1,8:1
Relación de la caja de cambios (Z <sub>salida</sub> /Z <sub>entrada</sub> )	1º=36/15      2º=34/17 3º=33/19      4º=32/21 5º=30/22      6º=27/22
Relación secundaria	Piñón de ataque=15; Corona=42

Tabla 1: Datos técnicos del motor y caja de cambios

### 3.2. Curvas de par y potencia

Principalmente uso la curva de par motor para hallar el par a la entrada de la caja de cambios, ya sea el caso en donde el par sea el máximo o la potencia sea la máxima.

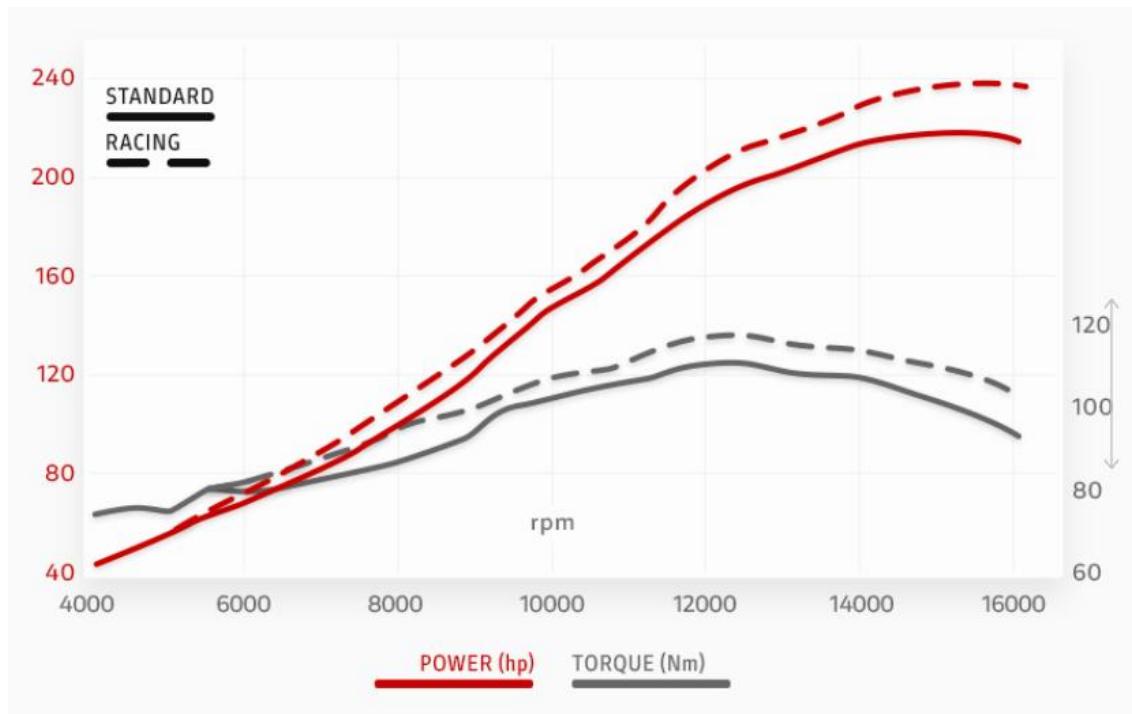


Tabla 2: Curvas de Par y Potencia

Las líneas continuas es el modelo básico y las discontinuas el modelo escogido para el estudio de la caja de transmisión.

#### Datos para potencia y par máximos

Par motor máximo				
Potencia [CV]	Par motor [Nm]	rpm	i_primaria	par entrada [Nm]
205	118	12250	1,8	212,4
Potencia máxima				
Potencia [CV]	Par motor [Nm]	rpm	i_primaria	par entrada [Nm]
240,5	102	16500	1,8	194,4

Tabla 3: Par a la entrada de la caja de cambios

En la tabla 3 se calcula el par a la entrada del eje primario sabiendo el par del motor y la relación de transmisión primaria que va del motor pasando por el embrague, con esto se consigue calcular las revoluciones del motor.

En la figura 7 se observa las curvas de dientes de sierra donde  $n_{\max}$  son 16500 rpm, las revoluciones máximas del motor antes del corte de inyección,  $n_1$  son las revoluciones en donde se alcanza el par máximo que en este caso es de 12500 rpm y  $n_{\min}$  son entre 1500 y 2000 rpm que corresponden a las revoluciones del ralentí.

Con esto se busca obtener la máxima velocidad punta.

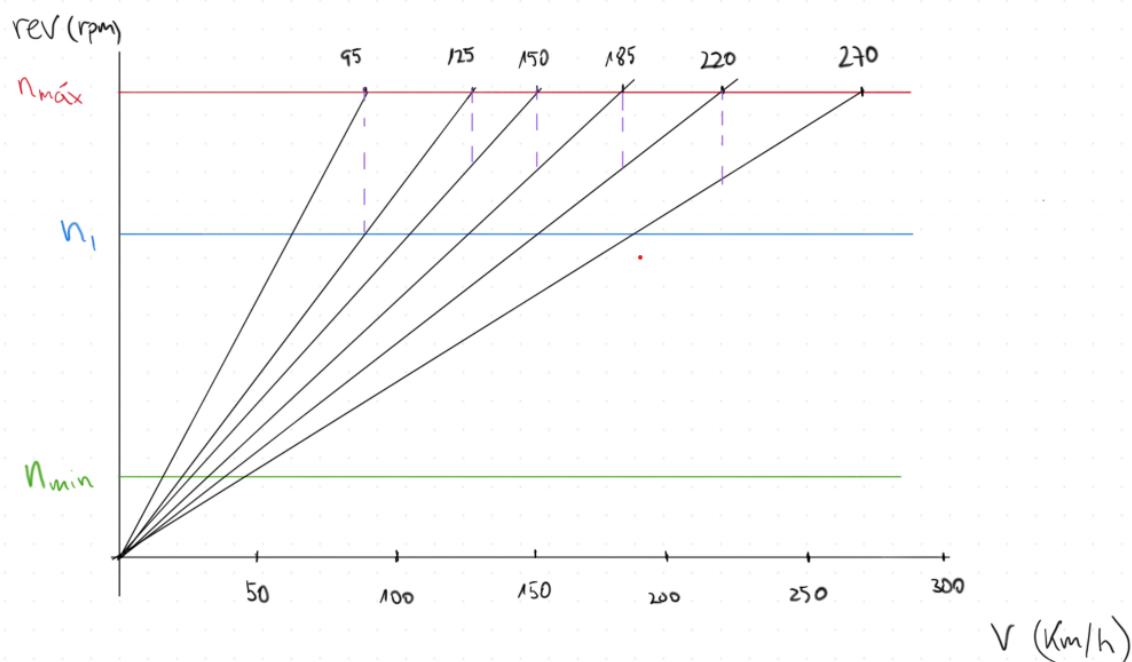


Figura 7: Curvas de diente de sierra

### 3.3. Características geométricas de la moto

En la tabla 4 se presenta todo lo relacionado con la parte ciclo de la moto para tener una idea de las dimensiones de esta.

Características geométricas	
Tipo de montura	Deportiva
Distancia entre ejes	1471 mm
Altura del asiento	850 mm
Coeficiente Cx	0,4
Peso	193,5 kg
Neumáticos delante/detrás	120-70 R17 / 200-60 R17
Suspensión delantera	Öhlins NPX 25/30
Suspensión trasera	Öhlins TTX36
Relación peso/potencia	0,80

Tabla 4: Características de la moto

### 3.4. Esquema de la caja de cambios

La figura 8 da una idea de la geometría de los engranajes y de los ejes de la transmisión, llegando a comprender cómo están distribuidas las marchas.

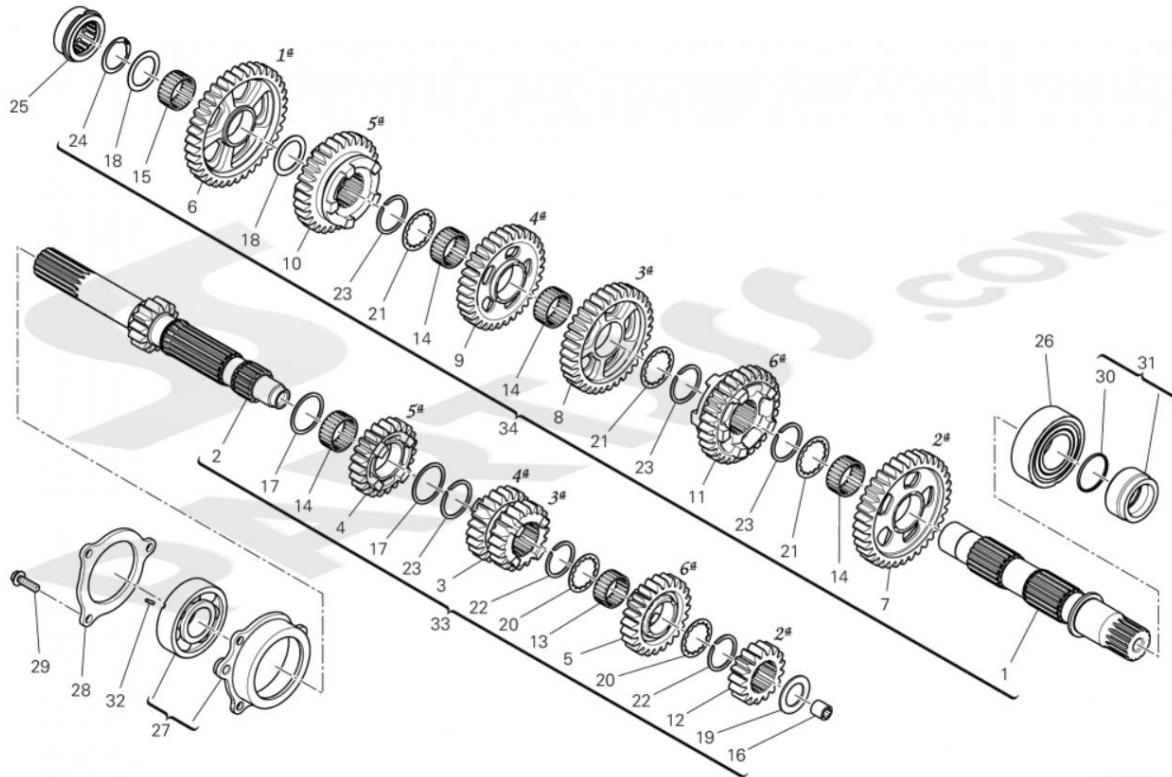


Figura 8: Caja de cambios

### 3.5. Definición de los engranajes

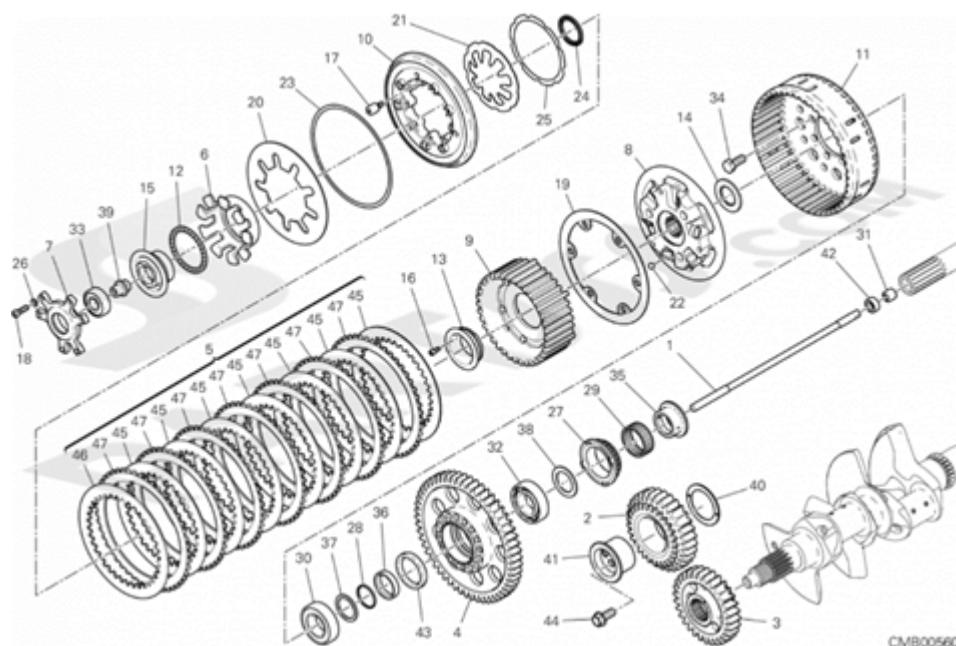
### 3.5.1. Caja de cambios

A continuación, paso a definir el número que he asignado a cada engranaje, siendo este válido para todos los cálculos posteriores.

- Primera marcha: engrane mecanizado en el eje de entrada pasa a ser el 1 y el de salida pasa a ser el engrane 2.
    - Segunda marcha: engrane de entrada 3 y el de salida 4.
    - Tercera marcha: engrane de entrada 5 y salida 6.
    - Cuarta marcha: engrane de entrada 7 y salida 8.
    - Quinta marcha: engrane de entrada 9 y salida 10.
    - Sexta marcha: engrane de entrada 11 y salida 12.

### 3.5.2. Embrague

Para el embrague se tienen tres engranajes como se muestra a continuación.



*Figura 9: Embrague*

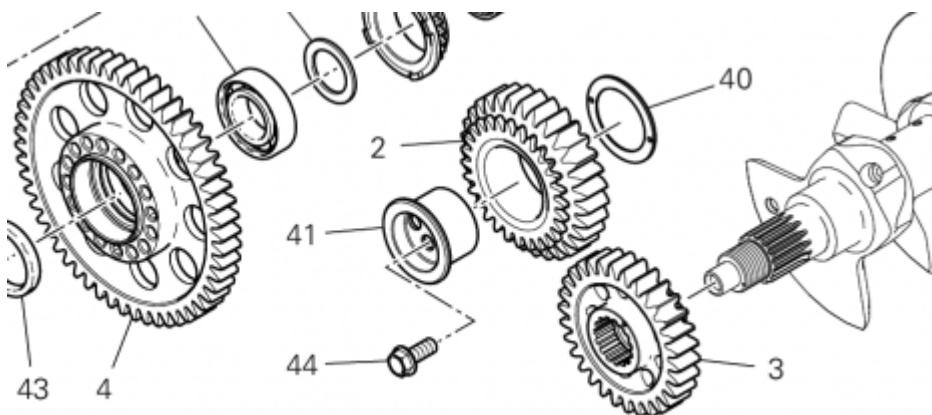


Figura 10: Detalle del embrague

Los tres engranajes se muestran en el detalle:

- Engrane 2 de la imagen pasa a ser el número 13.
- Engrane 3 de la imagen pasa a ser el número 14.
- Engrane 4 de la imagen pasa a ser el número 15.



## 4. Cálculo de engranajes

Antes de diseñar los engranajes analizamos algunas características por la cual son mejores otros tipos de engranajes como pueden ser los helicoidales:

- Generación de ruido: Los dientes rectos engranan de forma brusca, lo que genera vibraciones y ruido considerable, especialmente a altas velocidades.
- Choque brusco: El contacto repentino entre dientes aumenta las vibraciones, reduce la suavidad de la operación y acelera el desgaste.
- Relaciones de transmisión limitadas: En una sola etapa, las relaciones de transmisión suelen ser pequeñas ( $i < 8$ ), lo que puede requerir sistemas más complejos con múltiples etapas.
- Menor suavidad de operación: Las fuerzas intermitentes durante el engranaje pueden provocar fluctuaciones en la transmisión de potencia.

Pero estas desventajas son poco relevantes a la hora de buscar el mejor rendimiento para esta caja de cambios de una moto que ha sido creada y confeccionada para el circuito, por tanto, no se contempla como opción real los engranajes de tipo helicoidal ya que considero que los engranes rectos son mejores en:

- Alta eficiencia mecánica: Tienen un rendimiento elevado, cercano al 98-99%, debido a las bajas pérdidas por fricción.
- Diseño simple y económico: Su fabricación es más sencilla y menos costosa que la de otros tipos de engranajes, como los helicoidales.
- Precisión en la transmisión: Transfieren movimiento y torque con precisión debido al contacto directo entre dientes.
- Facilidad de mantenimiento: Su estructura simple facilita el mantenimiento, reemplazo y reparación.
- Capacidad para soportar grandes fuerzas: Son adecuados para aplicaciones que requieren manejar cargas dinámicas moderadas.
- Compatibilidad con bajas velocidades: Funcionan bien en aplicaciones de baja o media velocidad donde el ruido no es un problema.



Figura 11: Eje primario de entrada



Figura 12: Eje secundario de salida

Por tanto, teniendo en cuenta las ventajas los dientes rectos y como se busca el mayor rendimiento del conjunto de la transmisión para nuestro vehículo, se monta una transmisión manual de 6 velocidades y de engranajes rectos como se ve en las figuras anteriores.

#### 4.1. Proceso de cálculo

El diseño de engranajes se evalúa considerando dos posibles modos de fallo principales: fallo por flexión y fallo por desgaste. Estos análisis son fundamentales para asegurar la funcionalidad y la durabilidad del conjunto de engranajes bajo las condiciones de operación previstas y que serán calculados en el anexo A.

## 4.2. Condiciones iniciales

Antes de llevar a cabo las comprobaciones de los posibles fallos, se establecen los siguientes parámetros, necesarios para definir cualquier engranaje:

- Coeficiente de rigidez  $\delta=25$ .
- Ángulo de presión del diente  $\alpha=20^\circ$ .
- Módulo para la primera marcha  $M=4$  mm.
- Ángulo de inclinación del diente  $\mu=0^\circ$  dientes rectos.

## 4.3. Dimensiones de la transmisión

Calculo la distancia entre ejes y el diámetro primitivo de caja engranaje, la forma en la que se han obtenidos los datos se recoge en el anexo A.1.

	1º marcha		2º marcha		3º marcha	
Engranaje	1	2	3	4	5	6
Nº dientes	15	36	17	34	19	33
Diametro primitivo	60	144	68	136	74,54	129,46
D ejes	102	102	102	102	102	102
rel. de transmisión	2,4		2		1,7368	

Tabla 5: Dimensiones para 1º, 2º y 3º marcha

	4º marcha		5º marcha		6º marcha	
Engranaje	7	8	9	10	11	12
Nº dientes	21	32	22	30	22	27
Diametro primitivo	80,83	123,17	86,31	117,69	91,59	112,41
D ejes	102	102	102	102	102	102
rel. de transmisión	1,524		1,364		1,227	

Tabla 6: Dimensiones para 4º, 5º y 6º marcha

El último parámetro geométrico que falta es la anchura mínima, b de cada engranaje ya que nos dará una idea de las dimensiones finales de la caja de transmisión.

$$b = k * M_i = 10 * 4 = 40 \text{ mm} \quad (1)$$

Ahora que se conocen los datos geométricos de los engranajes procedo a calcular los fallos más típicos de todo material que son a flexión y a desgaste.

La fórmula  $b=k \cdot M$  es una relación empírica que se utiliza comúnmente en el diseño preliminar de engranajes. Esta relación simplificada surge de la experiencia y la práctica en ingeniería mecánica, y su objetivo es garantizar un diseño funcional y seguro para aplicaciones típicas como es esta. Se explica la obtención de los cálculos en el anexo B.2.

## 4.4. Cálculo a flexión

Para este cálculo he empleado las siguientes hipótesis iniciales:

- El diente tiene perfil de evolvente ya que es lo más habitual.
- Toda la carga que le llega al engrane se encuentra aplicada en un solo punto del diente, situación más desfavorable.
- Se calculará suponiendo que la carga total,  $F_n$ , actúa sobre el extremo del engranaje y forma un ángulo beta,  $\beta$ , con la perpendicular al eje del diente tal y como se muestra en la siguiente figura.

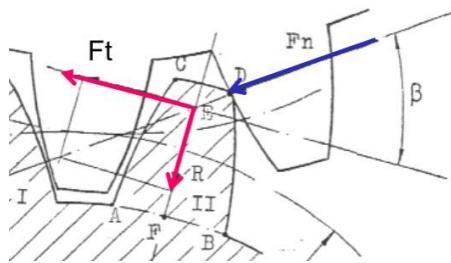


Figura 13: Carga total y ángulo beta

Fórmula utilizada para el cálculo a flexión de los engranajes:

$$M = 0,86 * \sqrt[3]{\frac{M_{tc}}{\delta * Z * y * \sigma_{adm}}} \quad (2)$$

Donde:

- $M_{tc}$ : Par a transmitir corregido.
- $\delta$ : Coeficiente de rigidez del diente.
- $Z$ : Número de dientes.
- $y$ : Coeficiente de Lewis.
- $\sigma_{adm}$ : Esfuerzo máximo admisible.

Esta ecuación se emplea para dos casos distintos de carga, a par motor máximo y a potencia máxima. Esto lo hago con el fin de hallar el caso más desfavorable para el conjunto de cada marcha.



En la tabla 3 se calculaba el valor del par en el eje de entrada de la caja de cambios con el fin de obtener el par corregido a la entrada del mismo eje que es el necesario para obtener el  $\sigma_{adm}$  de la ecuación 2.

#### 4.4.1. Caso de par máximo como más desfavorable

	1º marcha	2º marcha	3º marcha		
V_lineal [m/s]	21,38	21,38	24,23	24,23	26,56
fs	1,5	1,5	1,5	1,5	1,5
fd	1,144	1,144	1,151	1,151	1,157
Mtc [Nm]	364,37	874,49	366,79	733,58	368,63
$\sigma_{adm}$ [MPa]	104,96	80,47	89,35	72,69	81,76

Tabla 7: Tensión máxima admisible para 1º, 2º y 3º marcha

	4º marcha	5º marcha	6º marcha		
V_lineal [m/s]	38,80	38,80	41,42	41,42	43,96
fs	1,5	1,5	1,5	1,5	1,5
fd	1,183	1,183	1,188	1,188	1,192
Mtc [Nm]	344,91	400,89	346,31	404,02	347,60
$\sigma_{adm}$ [MPa]	70,46	48,18	63,17	49,78	53,05

Tabla 8: Tensión máxima admisible para 4º, 5º y 6º marcha

#### 4.4.2. Caso de potencia máxima como más desfavorable

	1º marcha	2º marcha	3º marcha		
V_lineal [m/s]	28,80	28,80	32,64	32,64	35,78
fs	1,5	1,5	1,5	1,5	1,5
fd	1,162	1,162	1,171	1,171	1,177
Mtc [Nm]	338,92	387,61	341,37	393,00	343,23
$\sigma_{adm}$ [MPa]	97,63	35,67	83,15	38,94	76,12

Tabla 9: Tensión máxima admisible para 1º, 2º y 3º marcha

	4º marcha	5º marcha	6º marcha		
V_lineal [m/s]	28,80	28,80	30,75	30,75	32,64
fs	1,5	1,5	1,5	1,5	1,5
fd	1,162	1,162	1,167	1,167	1,171
Mtc [Nm]	370,31	564,28	371,69	506,85	372,98
$\sigma_{adm}$ [MPa]	75,65	67,82	67,80	62,45	56,93

Tabla 10: Tensión máxima admisible para 4º, 5º y 6º marcha

Se observa que las mayores cargas solicitadas tanto para el caso de par y potencia máxima son para el engranaje primero de la primera macha, en otras palabras, el del eje de entrada.

#### 4.2.3. Coeficiente de seguridad

Ahora procedo a calcular el coeficiente de seguridad de los engranajes para el caso más desfavorable, que en este caso es la hipótesis de par motor máximo el que tiene mayores tensiones admisibles.

$$C_s = \frac{\sigma_f}{\sigma_{adm}} \quad (3)$$

Para obtener el coeficiente de seguridad primero hay que definir el material con el que se fabrican los engranajes. Para este caso he elegido el acero F-152 templado y revenido ya que es un material típico usado para la fabricación de engranajes, ejes, bielas y cigüeñales. La columna de las “dimensiones hace referencia a un barra de ese mismo material, por tanto se ha elegido la fila correspondiente en función del diámetro que tenga el engranaje antes calculado en la tabla 5.

##### CARACTERÍSTICAS MECÁNICAS

Propiedades mecánicas a temperatura ambiente en el estado de temple y revenido (+QT).

Dimensiones	Re (N/mm <sup>2</sup> )	Rm (N/mm <sup>2</sup> )	A (%)	Z (%)	KV (J)	Dureza aproximada
mm.	min.	min.	máx.	min.	min.	HB
≤ 16	900	1100	1300	10	40	- 325-380
> 16 ≤ 40	750	1000	1200	11	45	35 294-353
> 40 ≤ 100	650	900	1100	12	50	35 269-326
> 100 ≤ 160	550	800	950	13	50	35 238-282
> 160 ≤ 250	500	750	900	14	55	35 220-269
> 250				CONSULTAR		

Figura 14: Características mecánicas del F-152

	1º marcha		2º marcha		3º marcha	
σ_adm [MPa]	104,96	80,47	89,35	72,69	81,76	69,88
σ_f [MPa] F-152	650	550	650	550	650	550
Cs mínimo	6,19	6,83	7,28	7,57	7,95	7,87

Tabla 11: Coeficiente de seguridad para 1º, 2º y 3º marcha

	4º marcha		5º marcha		6º marcha	
σ_adm [MPa]	75,65	67,82	67,80	62,45	56,93	53,85
σ_f [MPa] F-152	650	550	650	550	650	550
Cs mínimo	8,59	8,11	9,59	8,81	11,42	10,21

Tabla 12: Coeficiente de seguridad para 4º, 5º y 6º marcha

El coeficiente de seguridad a flexión para los engranajes sería de 6,19 suponiendo que están fabricados en el acero F-152, material habitual en cajas de cambio.



## 4.5. Cálculo a desgaste

Para el cálculo a desgaste, se parte de la siguiente expresión, que permite hallar el módulo que debe tener el diente para evitar el fallo a desgaste a partir del par a transmitir que ya se conoce su valor.

$$M = \sqrt[3]{\frac{1}{\delta * Z^2} * \frac{4 * M_{tc}}{K_r * \sin 2 * \alpha} * \frac{1+i}{i}} \quad (4)$$

En donde los únicos factores nuevos que aparecen son la relación de transmisión de cada par de engranajes, i, y el coeficiente de presión de rodadura, Kr.

De media una caja de cambios de una moto de Superbikes suele durar unos pocos kilómetros antes de necesitar algún tipo de mantenimiento o reparación, por tanto, se va a calcular la duración del número de fines de semana de carrera que puede aguantar una caja de cambios, esto incluye los dos entrenamientos libres, las 2 clasificación y las 3 carreras que se realizan a lo largo del fin de semana, más o menos unos 2500 km por fin de semana.

### 4.5.1. Par máximo como más desfavorable

Se ha despejado de la ecuación 3 la incógnita Kr para luego igualar esta Kr con la Kr, adm por el material utilizando la siguiente expresión.

$$K_{r,adm} = 0,677 * \frac{HB^2}{E * L^3} \quad (5)$$

Sabiendo las propiedades el acero F-152 solo queda despejar la duración, L para posteriormente pasar la duración a número de grandes premios que puede aguantar la caja.

	1º marcha		2º marcha		3º marcha	
K_r [MPa]	7,70	3,21	6,39	3,19	5,72	3,29
HB [MPa]	2690	2380	2690	2380	2690	2380
HB [Brinell]	269	238	269	238	269	238
Material elegido	F-152 42CrMo4 templado y revenido					
L [millones de vueltas]	27,834	184,570	48,711	186,926	67,739	170,244
L_h [h]	68,166	1084,822	119,293	915,555	165,893	724,130
Distancia en Km	11043	175741	19326	148320	26875	117309
Fines semana de carreras	4	70	8	59	11	47

Tabla 13: Distancia en Km y en carreras para 1º, 2º y 3º marcha



	4º marcha		5º marcha		6º marcha	
K_r [MPa]	5,24	3,44	4,73	3,47	4,16	3,39
HB [MPa]	2690	2380	2690	2380	2690	2380
HB [Brinell]	269	238	269	238	269	238
Material elegido	F-152 42CrMo4 templado y revenido					
L [millones de vueltas]	88,384	150,008	119,649	145,530	176,130	156,172
L_h [h]	216,451	559,796	293,017	485,999	431,339	469,387
Distancia en Km	35065	90687	47469	78732	69877	76041
Finde semana de carreras	14	36	19	31	28	30

Tabla 14: Distancia en Km y en carreras para 4º, 5º y 6º marcha

Para el caso de par motor máximo la duración sería de 4 fines de semana de carreras, lo que es el estándar para este tipo de motos destinadas a la competición.

#### 4.5.2. Potencia máxima como más desfavorable

En la siguiente tabla se procede de la misma manera que para el caso de par motor como más desfavorable.

	1º marcha		2º marcha		3º marcha	
K_r[MPa]	6,76	1,34	5,61	1,62	5,03	1,93
HB [MPa]	2690	2380	2690	2380	2690	2380
HB [Brinell]	269	238	269	238	269	238
Material elegido	F-152 42CrMo4 templado y revenido					
L[millones de vueltas]	41,057	2515,996	71,729	1443,115	99,621	846,870
L_h [h]	74,650	10978,892	130,416	5247,689	181,129	2674,326
Distancia en Km	12093	1778581	21127	850126	29343	433241
Finde semana de carreras	5	711	8	340	12	173

Tabla 15: Distancia en Km y en carreras para 1º, 2º y 3º marcha

	4º marcha		5º marcha		6º marcha	
K_r [MPa]	4,61	2,31	4,17	2,61	3,66	2,85
HB [MPa]	2690	2380	2690	2380	2690	2380
HB [Brinell]	269	238	269	238	269	238
Material elegido	F-152 42CrMo4 templado y revenido					
L [millones de vueltas]	129,836	496,572	175,603	341,080	258,284	263,869
L_h [h]	236,065	1375,785	319,278	845,654	469,608	588,798
Distancia en Km	38243	222877	51723	136996	76076	95385
Finde semana de carreras	15	89	21	55	30	38

Tabla 16: Distancia en Km y en carreras para 4º, 5º y 6º marcha

En este caso da un resultado de 5 fines de semana, por tanto el mínimo es de 4.

## 5. Cálculo de los ejes

Conocidos los engranajes se debe calcular las fuerzas provocadas por la transmisión de par y potencia sobre los ejes donde van las ruedas dentadas. Para el cálculo resistente, primero hace falta determinar la posición que ocupa cada engranaje en la caja de cambios, así como el espacio necesario para ubicar los selectores de marcha y las holguras entre los engranajes. Para ello he creado un boceto en donde se ilustrar desde el motor hasta la corona de salida hacia la rueda trasera. Se explica en detalle en el anexo B.

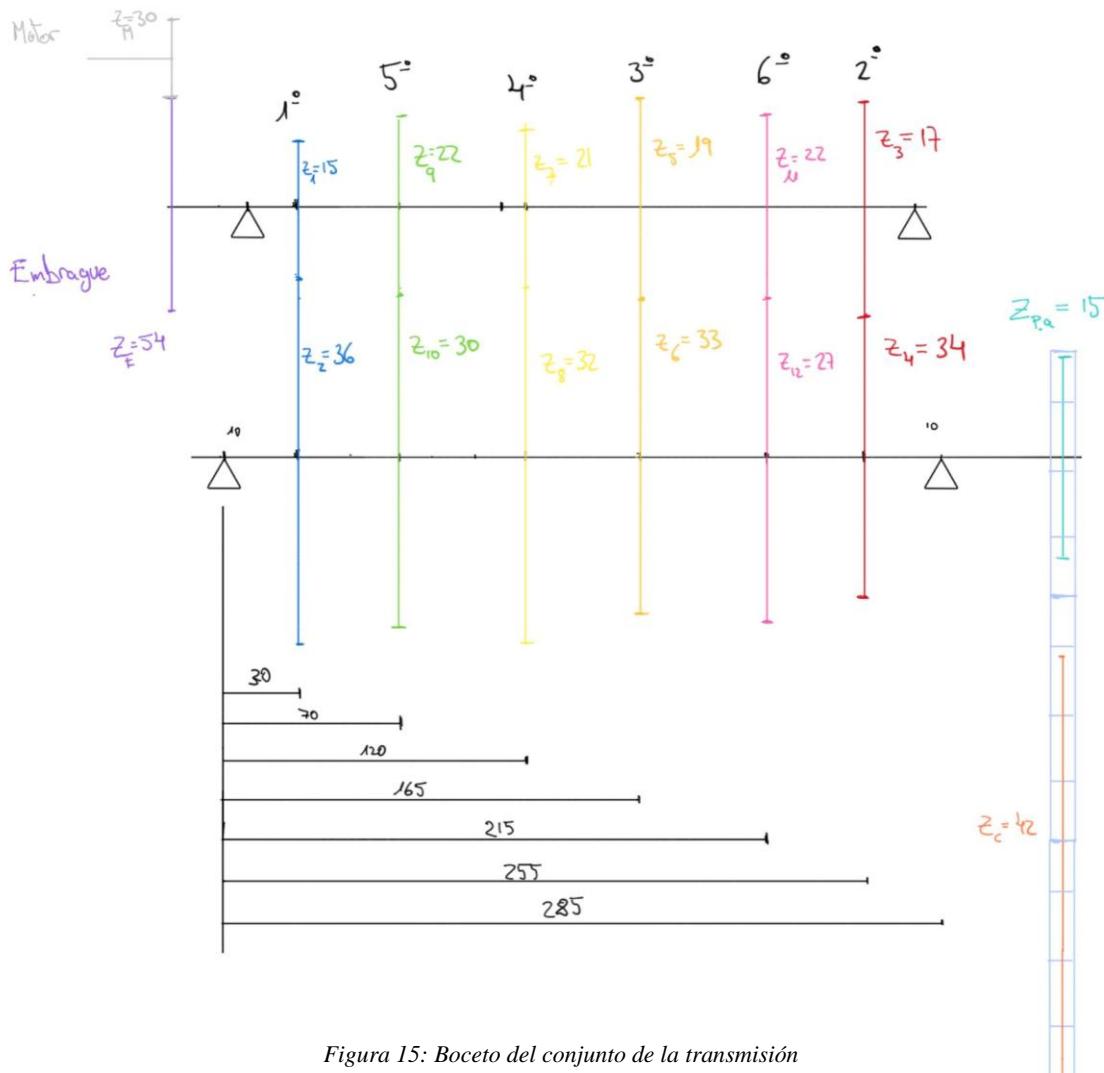


Figura 15: Boceto del conjunto de la transmisión

Con el esquema de la caja claro, se calculan las fuerzas sobre el eje dependiendo de la forma y el diámetro del engranaje, después introduzco la forma que debe tener la caja y las fuerzas sobre los ejes en el programa MEFI, obteniendo así los diagramas de



esfuerzos y, por último, el diámetro mínimo que debería tener el eje utilizando la teoría de cortante máximo.

Además, solo se realizarán los cálculos en la hipótesis de par motor máximo ya que es el caso más desfavorable.

El programa MEFI nos genera automáticamente los diagramas de esfuerzos correspondientes a cada marcha y además calcula las reacciones en los apoyos que se utilizan para seleccionar los rodamientos, dando como resultado los siguientes valores.

Esto da un diámetro del eje de entrada:

$$D_{eje\_3e} = 29,71 \text{ mm} \quad (6)$$

Y un diámetro del eje de salida:

$$D_{ejes\_3s} = 31,45 \text{ mm} \quad (7)$$

El material utilizado es el F-152 templado y revenido con una composición 42CrMo4. Estos resultados se han obtenido mediante el cálculo a resistencia utilizando la teoría de cortante máximo y para un coeficiente de seguridad elegido de 3. Se detallan el procedimiento en el anexo B.

## 6. Calculo a fatiga de los ejes

Con este cálculo se busca hallar el diámetro del eje para un ciclo de vida infinito, pero primero se debe de partir de ciertas condiciones iniciales.

El material para ambos ejes será el mismo, F-152 42CrMo4 templado y revenido con las siguientes características:

Material	Acero F-152
Rm	800
$\sigma_f$	550
Dureza [HB]	238

Tabla 17: Características del material F-152

Además, también hay que tener en cuenta las solicitudes y consideraciones de los ejes:

- Estarán sometidos a Momento Flector y Torsor.
- Los ejes están mecanizados.
- La temperatura de trabajo ronda los 100°C.

Ahora es necesario conocer los parámetros fundamentales de una curva S-N, así como se muestra a continuación:

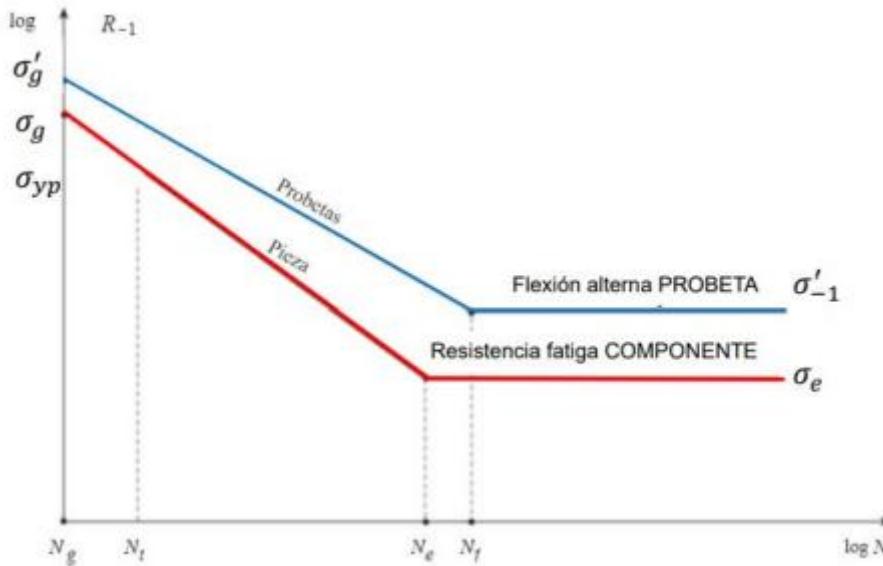


Figura 16: Curvas S-N del material para la probeta y el componente

Primero se calculan los parámetros que se muestran en los ejes de la figura 16 de la probeta y después los del componente dando como resultado los siguientes valores:



$$\sigma'_g = 0,9 * \sigma_{UT} = 0,9 * 800 = 720 \text{ MPa} \quad (8)$$

$$\sigma'_{-1} = 0,5 * \sigma_{UT} = 0,5 * 800 = 400 \text{ MPa} \quad (9)$$

Siendo el subíndice (g) referido al valor a 1000 ciclos, y el subíndice (-1) referido a  $10^6$  ciclos. El apóstrofe (') indica que los valores se refieren a probeta, no al componente.

Para calcular los valores de la pieza o componente se necesitan unos coeficientes de corrección o coeficiente modificativo, los cuales dependen de las dimensiones, geometría, temperatura de trabajo o la forma en la que ha sido fabricada la pieza entre otros. Estos factores se eligen en el anexo B.4.

Factores modificativos		
Acabado	1	0,767
Flexión	1	1
Dimensiones	1	1
Fiabilidad	0,702	0,702
Mecanizado	1	1
Temperatura	1,02	1,02
Resultado multiplicado	0,716	0,549

Tabla 18: Factores modificativos

Ahora si es posible calcular los valores de la curva S-N para la pieza.

$$\sigma_g = 0,716 * \sigma'_g = 0,716 * 720 = 515,52 \text{ MPa} \quad (10)$$

$$\sigma_e = 0,549 * \sigma'_{-1} = 0,549 * 400 = 219,6 \text{ MPa} \quad (11)$$

A continuación, calculo el diámetro que deberían tener los ejes de entrada y salida para que aguanten a vida infinita a fatiga. Para ello se dispone de la siguiente expresión.

$$d = \left( \frac{CS}{\sigma_{yp}} \frac{32}{\pi} \sqrt{\left( \frac{\sigma_{yp}}{\sigma_e} K_f, \text{flexión} \cdot M_{flector} \right)^2 + 0,75 (M_{torsor})^2} \right)^{1/3}$$

Figura 17: diámetro en función de  $\sigma_e$  y  $K_f$

Podemos suponer un diámetro inicial, en este caso supongo un diámetro de 43 mm que se obtuvo en el cálculo resistente de los ejes. Por otra parte, hay que destacar que el concentrador de tensiones,  $K_f$ , flexión y el límite a fatiga,  $\sigma_e$  dependen del diámetro que es la incógnita de la ecuación.



Donde sabemos:

- $C_s=2$ .
- $\sigma_{YP}=\sigma_F=550 \text{ MPa}$ .
- $\sigma_e = 219,6 \text{ MPa}$ .
- $K_f, \text{flexión}=1$  Para ejes sin discontinuidades.
- $M_{flector}=421369,19 \text{ Nmm}$ . Momento resultante máximo.
- $M_{torsor}=424800 \text{ Nmm}$ . Momento torsor máximo
- $d_{inicial\_entrada}=30 \text{ mm}$ .
- $d_{inicial\_salida}=35 \text{ mm}$ .

Introduzco todos los datos en la ecuación de la figura 17:

$$d_{eje_{entrada}} = 34,11 \text{ mm} \quad (12)$$

$$d_{eje_{salida}} = 34,44 \text{ mm} \quad (13)$$

dando un diámetro de 34,11 y 34,44 mm, este último diámetro es menor al supuesto inicialmente de 35 mm, por tanto este será el diámetro final del eje de salida.

$$\text{Si } d > d_{inicial} \rightarrow d = d_{inicial} \quad (14)$$

$$\text{Si } d \leq d_{inicial} \rightarrow d = d_{eje \text{ final}} \quad (15)$$

Para el caso del eje de salida, el diámetro calculado es menor que el diámetro inicial, por tanto:

$$d_{eje_{salida}} = 35 \text{ mm} \quad (16)$$

Para el caso del eje de entrada, el diámetro calculado es mayor que el diámetro inicial, por lo que:

$$d_{eje_{entrada}} = d_{inicial_{entrada}}' = 34,11 \text{ mm} \rightarrow 35 \text{ mm} \quad (17)$$

Así que hay que volver a calcular el límite a fatiga para este caso:

$$C_{d(\emptyset 30)}^e = 1,24 * d^{-0,107} = 0,862 \rightarrow \sigma_e = 219,6 \text{ MPa} \quad (18)$$

$$C_{d(\emptyset 35)}^e = 1,51 * d^{-0,157} = 0,864 \rightarrow \sigma_e = x \quad (19)$$

Haciendo una regla de 3, da un límite a fatiga  $x=220,11 \text{ MPa}$ . Con este nuevo valor calculado, lo introducimos en la ecuación de la figura 93:



$$d_{eje_{entrada}}' = 34,08 \text{ mm} \quad (20)$$

Este diámetro calculado es menor al diámetro inicial nuevo de 35 mm, por tanto:

$$\mathbf{d_{eje_{entrada}} = 35 \text{ mm}} \quad (21)$$

Los diámetros finales de los ejes son los correspondientes al cálculo a fatiga (resaltados en negrita).

## 7. Elección de rodamientos

Para la selección de rodamientos hay que tener en cuenta las reacciones que experimentan los apoyos de los ejes para cada marcha. El rodamiento seleccionado deberá soportar el mayor esfuerzo de todos los dados. Se supondrá que los apoyos izquierdos, tanto en el eje de entrada como en el de salida, soportarán los esfuerzos axiales.

Los cálculos se realizan en el Anexo C. Siguiendo la nomenclatura del boceto de la caja de cambios figura 15, además, los rodamientos escogidos serán escogidos por el catálogo de rodamientos SKF, dando como resultado a los siguientes rodamientos para todos los apoyos para una duración mínima de los mismos de 1047,18 horas:



### NU 1007 ECP

Rodamiento de una hilera de rodillos cilíndricos, diseño NU

Los rodamientos de una hilera de rodillos cilíndricos están diseñados para admitir cargas radiales altas en combinación con velocidades altas. Al tener dos pestañas integrales en el aro exterior y no tener pestañas en el aro interior, los rodamientos de diseño NU pueden admitir desplazamientos axiales en ambos sentidos. Una característica importante es el diseño desmontable, que facilita el montaje y permite intercambiar los componentes del rodamiento.

- Alta capacidad de carga radial
- Baja fricción
- Larga vida útil
- Admiten desplazamiento axial en ambos sentidos
- Diseño desmontable

om product. See technical specification for details.

### Rendimiento

Capacidad de carga dinámica básica	41.5 kN
Capacidad de carga estática básica	38 kN
Velocidad de referencia	13 000 r/min
Velocidad límite	13 000 r/min

Figura 18: Rodamientos elegidos



## 8. Elección de los piñones y la cadena de transmisión

Una de las partes más importantes de la transmisión es lo que se llama “kit de arrastre” debido a que el conjunto del piñón, corona y cadena se encargan de “arrastrar” o impulsar la rueda trasera a partir de la energía generada por el motor. Este término hace referencia a la función de transmitir y arrastrar la potencia del motor hacia la rueda motriz, por tanto, se puede decir que las motos en su mayoría son de tracción trasera.

Los datos de partida conocidos son los siguientes:

- $Z_{p,a}$ : N° de dientes del piñón de ataque igual a 15.
- $Z_c$ : N° de dientes de la corona igual a 42.
- $X$ : N° de eslabones de la cadena igual a 114.

Estos datos han sido adquiridos de la moto tal y como viene de serie.

### 8.1. Piñón de ataque y corona dentada

Uno de los mejores fabricantes de cualquier componente de transmisión en el campo de la ingeniería es SKF, así que elegiré los componentes del kit de arrastre de su catálogo empezando por el piñón de ataque.

Para ello hay que tener en cuenta un par de parámetros que tienen que cumplir estos tres componentes para puedan funcionar sin problemas:

- Mismo paso para todos los elementos de la transmisión.
- La anchura debería ser la misma para la cadena los piñones, así no habrá holguras.

Piñón elegido: **SKF PHS 10B-1AS15x35**.

Corona dentada elegida: **SKF PHS 10B-1A42**.

El significado de cada uno de los términos está explicado en el anexo D.

### 8.2. Cadena

La designación de las cadenas en moto es un poco diferente a la ISO o a la ANSI, por ejemplo, una cadena típica podría ser una de la marca REGINA CHAIN 520 ZR 114



especial para esta moto. En donde **520** hace referencia al paso de la cadena de **5/8"**, por tanto, todas cadenas que empiecen por **5\_** tienen el mismo paso.

Por otra parte **520** indica la anchura mediante la siguiente fórmula → **20/80 \* 25,4 mm** (1 pulgada).

PASO	Distancia entre remaches	Ancho de la Cadena (int)	Diametro del Rodillo	Ancho del remache	Ancho de la placa
415	12.7 mm (4/8pulgadas)	4.76 mm	7.77 mm	13.50 mm	1.5 mm
420		6.35 mm	7.77 mm	14.75~16.90 mm	1.5~1.8 mm
428		7.94 mm	8.50 mm	16.70~22.70 mm	1.5~2.2 mm
520	15.875 mm (5/8pulgadas)	6.35 mm	10.16~10.22 mm	17.50~21.00 mm	1.8~2.2 mm
525		7.93 mm	10.16~10.22 mm	19.25~22.95 mm	2.0~2.4 mm
50 (530)		9.53 mm	10.16~10.32 mm	20.85~25.30 mm	2.0~2.6 mm
532			11.10 mm	24.80 mm	2.4 mm
630	19.05 mm (6/8pulgadas)		11.96 mm	25.30 mm	2.4 mm

Figura 19: Nomenclatura cadenas DID

La figura 19 muestra la equivalencia de las cadenas DID normalmente usadas en motocicletas, y las cadenas ANSI que es la designación que se ha ido usando a lo largo de los años en la industria.

No obstante, yo utilizaré la norma ISO para la designación de la cadena de esta moto ya que me parece la más completa a la hora de nombrar una cadena debido a que hace hincapié en el tipo de cadena si es inoxidable o de hierro, si es simple, doble o triple, o incluido si es una cadena con eslabones acodados o rectos.

Para la longitud que debe tener la cadena solo es necesario multiplicar el paso de la cadena y el número de eslabones de esta, dando como resultado **1,81 m**.

Por otra parte, calculo la distancia entre el piñón y la corona sabiendo la longitud, las fórmulas de esta distancia las he cogido del catálogo específico para cadenas usada en la industria y de un fabricante reconocido como es REGINA CHAIN, la distancia final es de **793,75 mm**.



Se seleccionan dos tipos de cadenas (una general y otra específica para esta motocicleta) que podrían funcionar en la moto teniendo en cuenta la geometría de los piñones.

Cadena ISO elegida: **SKF 10B-1SS** resistente a la corrosión con 114 eslabones, longitud 1,81 m.

Cadena DID de REGINA: **Regina SportBike 530 ZRP2-114** eslabones.

Si la cadena va a ser usada en competición, como es el caso, el fabricante recomienda cambiarla entre 1-3 carreras debido a la necesidad de un rendimiento óptimo.

A demás se recomienda lubricar con un lubricante automático entre 4 y 20 gotas por minuto de aceite SAE 80W90 o algún producto específico para la misma.



## 9. Conclusiones

En este trabajo se ha analizado el funcionamiento de cada uno de los componentes de la caja de transmisión logrando que todo el conjunto funcione correctamente simulando un fin de semana de competición logrando que no se produzca fallo en los ejes de entrada y salida y que los engranajes duren como mucho 4 fines de semana según los cálculos realizados.

Por un lado, se comprueba la duración de los engranajes mediante el fallo a desgaste para que logre aguantar el número de carreras antes mencionado que es lo habitual en la práctica, además se comprueba el fallo a flexión de los engranajes dando como resultado un coeficiente de seguridad de 6,19 para los mismos.

Por otro lado, se calcula el diámetro de los ejes mediante dos métodos, en estático (resistencia) y en dinámico (fatiga) con el fin de que este componente tenga una vida infinita, para que en el caso de que sea necesario una reparación solo se tenga que cambiar los engranajes y no los ejes que son la parte más cara de la caja de cambios.

A primera vista, la duración en kilómetros de la caja puede parecer poca, pero hay que tener en cuenta que la transmisión de un vehículo destinado a la competición y en este caso para una moto no suele durar más de 5 carreras antes de que el componente sea sustituido, por tanto, es una vida útil más que aceptable.

También, se selecciona un rodamiento que cumple con la carga dinámica que se le pide y con una velocidad de rotación adecuada ya que es mayor a cualquier velocidad de giro de cualquiera de los ejes.

Además, se selecciona el kit de arrastre conformado por el piñón de ataque, corona y cadena, y para este último componente se elige una cadena normalizada del catálogo de SKF y una específica para motos del catálogo de REGINA CHAIN.

Por último, en lo personal este trabajo es y ha sido uno de los más gratificantes de toda mi carrera ya que en muy pocas asignaturas se habla de los vehículos a motor como las motocicletas. He aprendido bastante sobre los componentes y sobre el funcionamiento de una caja de cambios y también he aportado mi conocimiento sobre el mundo de la competición, en particular sobre el campeonato del mundo de World Superbikes y la



experiencia sobre mantenimiento de la parte ciclo de la moto que he adquirido al ser usuario de una.

Este trabajo de Fin de Grado ha sido largo, pero para nada tedioso y espero poder dedicarme al mundo de las dos ruedas en un futuro, ya sea en el ámbito de la competición o simplemente a nivel profesional.



## 10. Bibliografía

1. P. Canalís Martínez, J. Abad Blasco, Cálculo de elementos de máquinas. (2023/2024).
2. Diseño de elementos de máquinas 4º edición. Robert L. Mott. ISBN 790-26-0812-0
3. Catálogo general de cadenas REGINA del 2002 en físico solo producido bajo pedido.
4. Catálogo general de rodamientos SKF.  
[https://0201.nccdn.net/1\\_2/000/000/166/f50/catalogo-general-skf.pdf](https://0201.nccdn.net/1_2/000/000/166/f50/catalogo-general-skf.pdf)
5. Catálogo en línea de cadenas SKF.  
<https://www.skfptp.com/CategorySearch/Index/3>
6. Coeficientes de seguridad  
<https://es.zwgearbox.com/blog/choose-safety-factor-gear-motor>
7. Modelo 3D de la caja de cambios de Ducati.  
<https://partsss.com/es/ducati/recambios/superbike/panigale-v4-sp/2021/caja-de-engranajes-mod-panv4sp/pid588889.html>
8. Ficha técnica de la moto.  
<https://ducatimadrid.com/motocicletas/panigale-v4-r/>
9. Cadena de REGINA usadas en competición.  
<https://www.reginachain.net/business-unit/motocicletas/professional/?lang=es#road-sportbike>
10. Dimensiones e información sobre cadenas.  
<https://www.kitdecadena.com/es/blog/informacion/el-paso-de-la-cadena-de-la-moto>
11. Comparación entre las distintas motos que compiten en SuperBikes.  
<https://www.bennetts.co.uk/bikesocial/reviews/bikes/ducati/panigale-v4r-2023-review#ducati-panigale-v4-r-2023-technical-specification>
12. Curvas de par y potencia.  
<https://www.ducati.com/es/es/motocicletas/panigale/panigale-v4/engine>
13. Historia de Ducati en el campeonato de SuperBikes.  
<https://www.moto1pro.com/reportajes-motos/historia-ducati-deportivas-de-la-851-la-panigale>
14. Palmarés de Ducati en el campeonato de SuperBikes.  
<https://es.motorsport.com/wsrb/news/cuantos-titulos-ducati-wsrb/10399382/#:~:text=Pese%20a%20la%20ausencia%20de,de%202022%20con%20Pecco%20Bagnaia.>
15. Fórmulas de un engranaje recto (anchura).  
[https://egela.oteitzalp.org/pluginfile.php/6354/mod\\_resource/content/1/CALCULO%20DE%20ENGRANAJES%20DE%20DIENTE%20RECTO.pdf?utm\\_source=chatgpt.com](https://egela.oteitzalp.org/pluginfile.php/6354/mod_resource/content/1/CALCULO%20DE%20ENGRANAJES%20DE%20DIENTE%20RECTO.pdf?utm_source=chatgpt.com)



16. Caja de cambios completa de eBay (eje primario y secundario con sus engranajes correspondientes)  
<https://www.ebay.es/item/205198135255>
17. Chasis monocasco de Ducati.  
<https://soymotero.net/competicion/el-chasis-monocasco-de-fibra-de-carbono-de-la-ducati-desmosedici-gp9-al-detalle/>
18. Propiedades del material (F-152).  
<https://www.ausasteel.com/aceros/aceros-especiales/aceros-aleados-de-temple-y-revenido/acero-aleado-de-temple-y-revenido-42crmo4/>
19. Acero para engranajes (42CrMo4)  
<https://acerosurssa.es/aceros-en-la-ingenieria-de-motociclismo/>
20. Que es un quickshiftter en moto.  
<https://www.seastarsuperbikes.co.uk/store/product/ducati-quick-shifter-du96580161b/>

## Anexos

### A. Cálculo de engranajes

Para el cálculo de engranajes hay que centrarse en los posibles fallos que puede presentar la caja de cambios:

1. Rotura del diente por fatiga
2. Desgaste del diente:
  - a. Gripado, por falta de lubricación.
  - b. Fatiga superficial. En función de la presión de contacto del diente.
  - c. Acción abrasiva debido a partículas.
  - d. Corrosión
3. Deformación plástica
4. Sobrecalentamiento por fricción

Ahora se comprobará cada engranaje para ver cómo se comporta ante un posible fallo de flexión y a desgaste.

#### A.1. Consideraciones iniciales

Antes de realizar las comprobaciones de los fallos elegimos los parámetros necesarios para el cálculo.

1. Coeficiente de rigidez del diente:  $\delta=25$  Engranajes en cajas de velocidad.

COEFICIENTE DE RIGIDEZ	
Tipo de montaje	Coeficiente $\delta$
Engranajes sobre ejes robustos, soportados por rodamientos o cojinetes apoyados sobre soportes rígidos.	Hasta 30
Engranajes con buen asiento en cajas reductoras o de velocidad en general.	<u>Hasta 25</u>
Engranajes sobre apoyos ordinarios.	Hasta 15

Figura 20: Coeficientes de rigidez

2. Ángulo de presión del diente:  $\alpha=20^\circ$ .
3. Ángulo de inclinación del diente:  $\mu=0^\circ$  dientes rectos.
4. Módulo de tallado para el primer engranaje:  $M_1=4$  mm.

Para todos los engranajes el módulo de cada uno tiene que ser el mismo. Además, la distancia entre ejes de cada pareja de engranajes también es la misma. Siendo,  $p$ , el piñón y,  $r$ , la rueda.

$$d_{ejes} = \frac{D_{p,p} + D_{p,r}}{2} = \frac{M}{2} * (Z_p + Z_r) \quad (22)$$

Antes de calcular los diámetros primitivos de los engranajes se comprueba que no haya interferencias entre la rueda y el piñón. Elijo la primera marcha ya que es la más desfavorable.

<b>Número de dientes en el piñón para asegurar que no exista interferencia</b>	
<i>Para un piñón que se enlaza con una cremallera</i>	
<b>Forma de diente</b>	<b>Número mínimo de dientes</b>
Ángulo de presión 14º	32
Ángulo de presión 20º	18
Ángulo de presión 25º	12

Figura 21: Ángulos de presión y N° min de dientes

Además, suponiendo un ángulo de presión de 20º, el número mínimo de dientes para que no haya interferencias es de 18 dientes y el piñón más pequeño de la transmisión es 15 dientes. Por tanto, se recurre a la siguiente tabla que especifica el número máximo de dientes de la rueda para que no se produzca interferencias.

<b>Para un piñón con un ángulo de presión <math>\alpha = 20^\circ</math>, con un número de dientes inferior a 18</b>		
<b>Número de dientes en el piñón</b>	<b>Nº máximo de dientes en la rueda sin que se produzca interferencia</b>	<b>Relación de trasmisión límite aproximada</b>
17	1309	77
16	101	6
15	45	3
14	26	2
13	16	1

Figura 22: Dientes máx para que haya interferencias

En este caso, como el piñón es de 15 dientes le correspondería a lo sumo 45 dientes en rueda, y se tienen 36. En conclusión, no se producirán interferencias.

## A.2. Cálculo de engranajes

Por medio de la ecuación obtenida para la distancia entre ejes (22), se calculan dos diámetros primitivos de cada marcha. El módulo normal,  $M_n$ , es igual al módulo,  $M$ , para engranajes rectos.

$$D_{primitivo} = M_n * Z_i \quad (23)$$

Una vez conocidos los parámetros de los engranajes, compruebo cómo se comportan ante un fallo de flexión y a desgaste.

	1º marcha		2º marcha		3º marcha	
Engranaje	1	2	3	4	5	6
Nº dientes	15	36	17	34	19	33
Diametro primitivo	60	144	68	136	74,54	129,46
Dejes	102	102	102	102	102	102
rel. de transmisión	2,4		2		1,7368	

Tabla 19: Diámetros primitivos y distancia entre ejes

	4º marcha		5º marcha		6º marcha	
Engranaje	7	8	9	10	11	12
Nº dientes	21	32	22	30	22	27
Diametro primitivo	80,83	123,17	86,31	117,69	91,59	112,41
Dejes	102	102	102	102	102	102
rel. de transmisión	1,524		1,364		1,227	

Tabla 20: Diámetros primitivos y distancia entre ejes

## A.3. Cálculo a flexión

Para este cálculo hay que tener en cuenta estas hipótesis iniciales:

- El diente tiene perfil de evolvente que es lo más habitual
- Toda la carga se encuentra aplicada sobre un único diente, el más desfavorable
- Se calculará suponiendo que la carga total,  $F_n$ , actúa sobre una de las aristas del diente y que forma un ángulo  $\beta$  con la perpendicular del eje del diente
- La fuerza total  $F_n$  se descompone en radial y tangencial

Se utilizará la siguiente expresión:

$$M = 0,86 * \sqrt[3]{\frac{M_{tc}}{\delta * Z * y * \sigma_{adm}}} \quad (24)$$



Donde:

- a.  $M_{tc}$ : Par a transmitir corregido.
- b.  $\delta$ : Coeficiente de rigidez del diente.
- c.  $Z$ : Número de dientes.
- d.  $y$ : Coeficiente de Lewis.
- e.  $\sigma_{adm}$ : Esfuerzo máximo admisible.

### Coeficiente de Lewis o coeficiente de factor de forma, y.

Cálculo el coeficiente de Lewis a partir de la siguiente tabla:

FACTOR DE FORMA DEL DIENTE "y"							
Nº de dientes	Altura normal 20°	Altura normal 14,5° o 15°	Diente corto 20°	Nº de dientes	Altura normal 20°	Altura normal 14,5° o 15°	Diente corto 20°
10	0,084	0,058	0,083	25	0,108	0,097	0,133
11	0,072	0,061	0,092	27	0,111	0,099	0,136
12	0,078	0,067	0,099	30	0,114	0,101	0,139
13	0,083	0,071	0,103	34	0,118	0,104	0,142
14	0,088	0,075	0,108	38	0,122	0,106	0,145
15	0,092	0,078	0,111	43	0,126	0,108	0,147
16	0,094	0,081	0,115	50	0,130	0,110	0,151
17	0,096	0,084	0,117	60	0,134	0,113	0,154
18	0,098	0,086	0,120	75	0,138	0,115	0,158
19	0,100	0,088	0,123	100	0,142	0,117	0,161
20	0,102	0,090	0,125	150	0,146	0,119	0,165
21	0,104	0,092	0,127	300	0,150	0,122	0,170
23	0,108	0,094	0,130	Cremallera	0,154	0,124	0,175

Figura 23: Factores de forma del diente

Entrando en la tabla con el número de dientes se calcula el coeficiente de Lewis suponiendo una altura de diente normal de 20° e interpolando si fuera necesario.

También hay que tener en cuenta las siguientes características del material:

- Forma de tallado del diente
- Rugosidad superficial de los flancos de los dientes
- Concentricidad del agujero con el tallado de la rueda
- Tratamientos térmicos que pueden deformar el material
- Desalineaciones en el montaje
- Deformaciones elásticas



Además, en las cargas reales también influirá el tipo de máquina que se utilice, en estos caso una caja de transmisión.

Para ello se definen dos coeficientes correctores utilizados para corregir el par transmitido que contemplan todo lo anterior y así evaluar las cargas sobre los dientes de los engranajes.

### Momento a transmitir corregido

$$M_{tc} = M_t * f_d * f_s \quad (25)$$

Donde:

- $M_t$ : es el momento a transmitir.
- $f_s$ : Factor de servicio.
- $f_d$ : Factor de esfuerzos dinámicos.

### Factor de servicio

Elijo  $f_s=1,5$  ya que es la situación más desfavorable para cargas con choque medio sometidas a frecuentes arranques como es el caso de la caja de cambios.

FACTOR DE SERVICIO	
Tipo de máquina	Factor $f_s$
Para cargas uniformes sin choque, como: ventiladores, maquinaria de elevación, máquinas centrífugas, transmisiones por correa, etc.	De 1,00 a 1,25
Para cargas con choque medio, como: máquinas sometidas a frecuentes arranques, compresores, máquinas alternativas, herramientas portátiles neumáticas y eléctricas, bombas alternativas, etc.	De 1,25 a 1,50
Para cargas con choque fuerte, como: trenes laminadores, machacadoras de piedra, maquinaria de dragados, punzonadoras, compresores monocilíndricos, etc.	De 1,50 a 2,00

Figura 24: Factores de servicio

### Factor de esfuerzos dinámicos

Para calcular este factor hay que tener en cuenta la calidad del engranaje y elegir el más adecuado, en este caso es una transmisión automotriz por tanto número de calidad  $Q_v=11$  elegido de la figura 24.

Capítulo 9 ■ Diseño de engranes rectos

**TABLA 9-2** Números de calidad AGMA recomendados

Aplicación	Número de calidad	Aplicación	Número de calidad
Accionamiento de tambor mezclador de cemento	3-5	Taladro pequeño	7-9
Horno de cemento	5-6	Lavadora de ropa	8-10
Impulsores de laminadoras de acero	5-6	Prensa de impresión	9-11
Cosechadora de granos	5-7	Mecanismo de cómputo	10-11
Grúas	5-7	Transmisión automotriz	10-11
Prensas de punzonado	5-7	Accionamiento de antena de radar	10-12
Transportador de mina	5-7	Accionamiento de propulsión marina	10-12
Máquina para fabricar cajas de papel	6-8	Accionamiento de motor de avión	10-13
Mecanismo de medidores de gas	7-9	Giroscopio	12-14
Accionamientos de máquinas herramienta y de otros sistemas mecánicos de alta calidad			
Velocidad de la línea de paso (pies/min)		Número de calidad	Velocidad de la línea de paso
0-800		6-8	0-4
800-2000		8-10	4-11
2000-4000		10-12	11-22
Más de 4000		12-14	Más de 22

CS Escaneado con CamScanner

Figura 25: Números de calidad recomendados por el AGMA

Los engranajes al trabajar con velocidades periféricas muy altas necesitan ser muy precisos. Por tanto, utilizo la siguiente gráfica para calcular el factor dinámico entrando con  $Q_v=11$ . Esta es una forma de calcularlo muy aproximada pero valida.

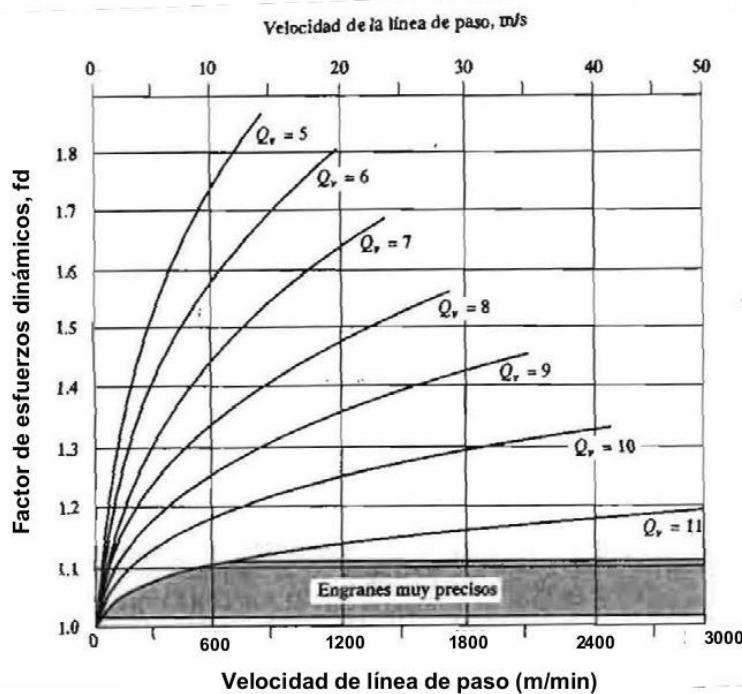


Figura 26: Gráfica para hallar el factor de esfuerzos dinámicos



No obstante, para un cálculo un poco más preciso utilizo las siguientes ecuaciones que rigen la gráfica anterior en donde Kv es el factor dinámico antes llamado fd.

(Se utiliza la fórmula en unidades del SI)

### Curvas 5-11

$$K_v = \left( \frac{A + \sqrt{v_t}}{A} \right)^B \text{ (unidades inglesas)}$$

$$K_v = \left( \frac{A + \sqrt{200v_t}}{A} \right)^B \text{ (unidades SI)}$$

i) donde  $A = 50 + 56(1.0 - B)$

$$B = \frac{(12 - Q_v)^{0.667}}{4}$$

$Q_v$  = número de calificación de la exactitud de la transmisión

CC Recursado con Canva

Figura 27: Ecuaciones sacadas del libro Diseño de elementos de máquinas de Robert L. Mott

Realizando los cálculos se obtienen los parámetros B y A para posteriormente sacar Kv para cada valor de velocidad de paso lineal,  $v_t$ , en función de la marcha engranada.

$$Q_v = 11 \quad (26)$$

$$B = \frac{(12-11)^{0,667}}{4} = 0,25 \quad (27)$$

$$A = 50 + 56 * (1 - 0,25) = 92 \quad (28)$$

Hay que destacar que estos factores son aproximados ya que, para un cálculo en aplicaciones externas, en especial para los engranajes que trabajan a más de 1200 m/min, se deben usar otros métodos que tengan en cuenta las propiedades del material, la masa y la inercia de los engranes. En este caso como  $Q_v$  es bastante alta nos permite trabajar a más de 1200 m/min, por tanto estas aproximaciones son válidas

Para calcular el factor de esfuerzos dinámicos,  $fd$ , hace falta saber un último parámetro, la velocidad lineal de paso, la cual podemos obtener porque se conoce la velocidad del eje de entrada para una rotación del motor a potencia máxima y a par máximo, así como de los engranajes sus números de dientes que van desde el cigüeñal hasta el eje de entrada de la caja de cambios, tal y como se ve en la siguiente imagen en donde se muestra el diagrama de descomposición del embrague.

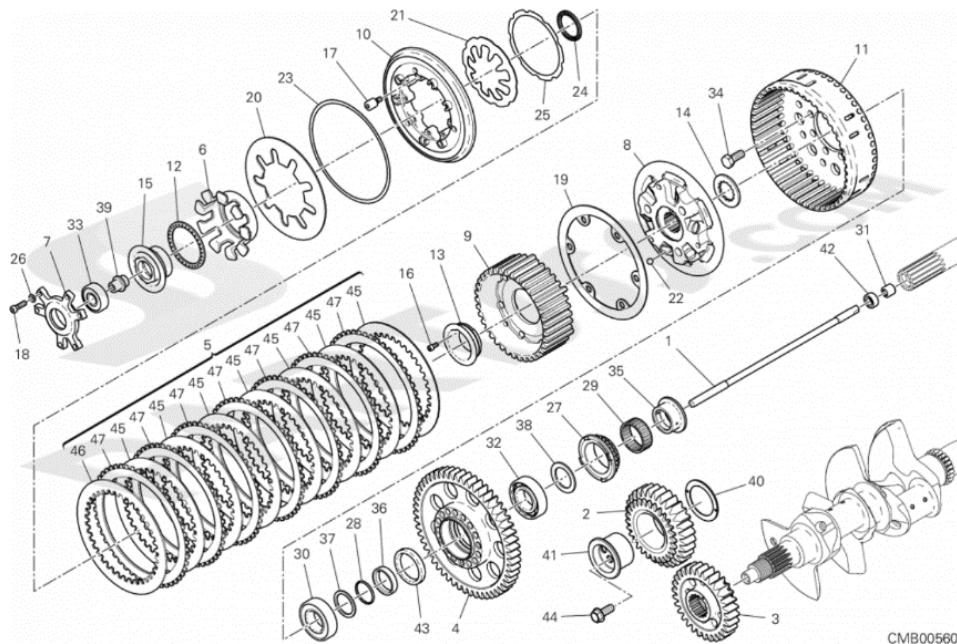


Figura 28: Esquema del embrague

El embrague se encarga de acoplar y desacoplar la caja de cambios del motor.

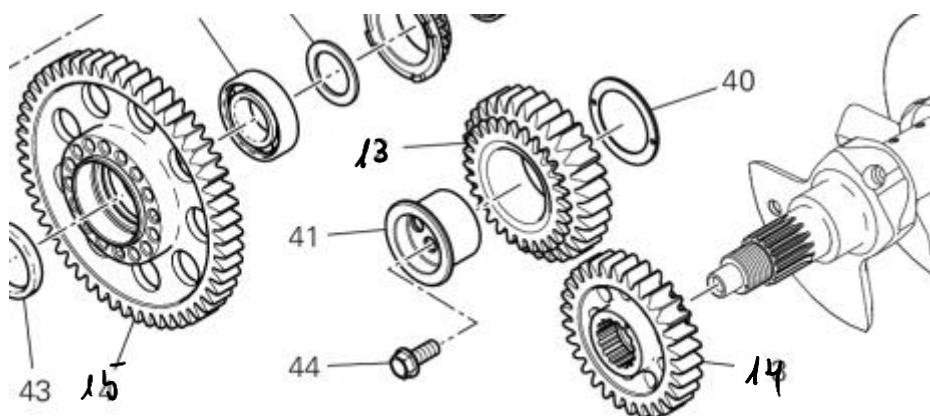


Figura 29: Engranajes que van del cigüeñal al embrague

El engranaje 13 va unido al cigüeñal y el engranaje 14 va al eje de entrada de la caja de cambios.

Se puede apreciar que los engranajes 13, 14 y 15 de la figura 22 son los que se encargan de la reducción de vueltas del motor al eje de entrada de la transmisión, quedando la función del engranaje 13 solo para que 14 y 15 giren en el mismo sentido.  $Z_{13}=30$ ,  $Z_{14}=30$  y  $Z_{15}=54$ .

$$i_{15} = \frac{54}{30} = 1,8 = \frac{n_{14}}{n_{15}} \rightarrow n_{15_{pot}} = \frac{n_{14}}{1,8} = \frac{16500}{1,8} = 9166,67 \text{ rpm} \quad (29)$$

$$\rightarrow n_{15_{par}} = \frac{n_{14}}{1,8} = \frac{12250}{1,8} = 6805,56 \text{ rpm} \quad (30)$$

Donde  $n_{15}$  es el número de revoluciones del eje de entrada de la transmisión y  $n_3$  el número de revoluciones máximo del cigüeñal.

Ahora se tienen todos los datos para calcular a flexión mediante dos hipótesis, potencia máxima como más desfavorable o par máximo como más desfavorable mediante la ecuación (modulo).

### Parámetros fundamentales de los engranajes

	1º marcha		2º marcha		3º marcha	
Engranaje	1	2	3	4	5	6
Nº dientes	15	36	17	34	19	33
Diámetro primitivo	60	144	68	136	74,54	129,46
D ejes	102	102	102	102	102	102
relación de transmisión	2,4		2		1,7368	
Coef. Lewis	0,092	0,12	0,096	0,118	0,1	0,117
n [rpm] potencia	9166,67	3819,44	9166,67	4583,33	9166,67	5277,78
n [rpm] par	6805,56	2835,65	6805,56	3402,78	6805,56	3918,35

Tabla 21: Parámetros de los engranajes 1º, 2º y 3º

	4º marcha		5º marcha		6º marcha	
Engranaje	7	8	9	10	11	12
Nº dientes	21	32	22	30	22	27
Diametro primitivo	80,83	123,17	86,31	117,69	91,59	112,41
D ejes	102	102	102	102	102	102
rel. de transmisión	1,524		1,364		1,227	
Coef. Lewis	0,104	0,116	0,105	0,114	0,105	0,111
n [rpm] potencia	9166,67	6015,63	9166,67	6722,22	9166,67	7469,14
n [rpm] par	6805,56	4466,15	6805,56	4990,74	6805,56	5545,27

Tabla 22: Parámetros de los engranajes 4º, 5º y 6º

### A.3.1 Par motor máximo como más desfavorable

Analizo cuál es el engranaje con mayores tensiones admisibles:

	1º marcha	2º marcha	3º marcha		
V_lineal [m/s]	21,38	21,38	24,23	24,23	26,56
fs	1,5	1,5	1,5	1,5	1,5
fd	1,144	1,144	1,151	1,151	1,157
Mtc [Nm]	364,37	874,49	366,79	733,58	368,63
σ_adm [MPa]	104,96	80,47	89,35	72,69	81,76
					69,88

Tabla 23: Parámetros a par máx para 1º, 2º y 3º marcha

	4º marcha	5º marcha	6º marcha		
V_lineal [m/s]	38,80	38,80	41,42	41,42	43,96
fs	1,5	1,5	1,5	1,5	1,5
fd	1,183	1,183	1,188	1,188	1,192
Mtc [Nm]	344,91	400,89	346,31	404,02	347,60
σ_adm [MPa]	70,46	48,18	63,17	49,78	53,05
					47,87

Tabla 24: Parámetros a par máx para 4º, 5º y 6º marcha

### A.3.2 Potencia máxima como más desfavorable

	1º marcha	2º marcha	3º marcha		
V_lineal [m/s]	28,80	28,80	32,64	32,64	35,78
fs	1,5	1,5	1,5	1,5	1,5
fd	1,162	1,162	1,171	1,171	1,177
Mtc [Nm]	338,92	387,61	341,37	393,00	343,23
σ_adm [MPa]	97,63	35,67	83,15	38,94	76,12
					43,34

Tabla 25: Parámetros a potencia máx para 1º, 2º y 3º marcha

	4º marcha	5º marcha	6º marcha		
V_lineal [m/s]	28,80	28,80	30,75	30,75	32,64
fs	1,5	1,5	1,5	1,5	1,5
fd	1,162	1,162	1,167	1,167	1,171
Mtc [Nm]	370,31	564,28	371,69	506,85	372,98
σ_adm [MPa]	75,65	67,82	67,80	62,45	56,93
					53,85

Tabla 26: Parámetros a potencia máx para 4º, 5º y 6º marcha

Como se puede observar que el engrane con las mayores cargas es el de la primera marcha y en concreto el del eje de entrada para el caso de par máximo.

Ahora procedo a calcular el coeficiente de seguridad de la caja de cambios mediante la siguiente expresión:

$$C_s = \frac{\sigma_f}{\sigma_{adm}} \quad (31)$$

En estas tablas se muestran los cálculos en donde se ha elegido un material comúnmente utilizado para fabricar engranajes y ejes como es el acero F-152 42CrMo4 templado y revenido:

	1º marcha		2º marcha		3º marcha	
$\sigma_{adm}$ [MPa]	104,96	80,47	89,35	72,69	81,76	69,88
$\sigma_f$ [MPa] F-152	650	550	650	550	650	550
Cs mínimo	6,19	6,83	7,28	7,57	7,95	7,87

Tabla 27: Coeficiente de seguridad a par motor máx para 1º, 2º y 3º

	4º marcha		5º marcha		6º marcha	
$\sigma_{adm}$ [MPa]	75,65	67,82	67,80	62,45	56,93	53,85
$\sigma_f$ [MPa] F-152	650	550	650	550	650	550
Cs mínimo	8,59	8,11	9,59	8,81	11,42	10,21

Tabla 28: Coeficiente de seguridad a par motor máx para 4º, 5º y 6º

En este caso solo se realizan los cálculos para el caso de par motor máximo como hipótesis más desfavorable, dando como resultado un Coeficiente de seguridad, Cs= 6,19.

Los datos de la tensión de fluencia del material han sido obtenidos de la siguiente figura de la cual he tenido en cuenta las dimensiones de cada pareja de engranajes.

#### CARACTERÍSTICAS MECÁNICAS

Propiedades mecánicas a temperatura ambiente en el estado de temple y revenido (+QT).

Dimensiones	Re (N/mm²)	Rm (N/mm²)		A (%)	Z (%)	KV (J)	Dureza aproximada
mm.	min.	min.	máx.	min.	min.	min.	HB
≤ 16	900	1100	1300	10	40	-	325-380
> 16	≤ 40	750	1000	1200	11	45	35
> 40	≤ 100	650	900	1100	12	50	35
> 100	≤ 160	550	800	950	13	50	35
> 160	≤ 250	500	750	900	14	55	35
> 250					CONSULTAR		

Figura 30: Propiedades mecánicas del F-152 42CrMo4 templado y revenido



#### A.4. Cálculo a desgaste

Para el cálculo a desgaste se emplea la siguiente fórmula para obtener el módulo mínimo para que no falle a desgaste.

$$M = \sqrt[3]{\frac{1}{\delta * Z^2} * \frac{4 * M_{tc}}{K_r * \sin 2 * \alpha} * \frac{1+i}{i}} \quad (32)$$

En donde los únicos factores nuevos que aparecen son la relación de transmisión de cada par de engranajes,  $i$ , y el coeficiente de presión de rodadura,  $K_r$ .

Ahora solo falta hallar el valor del coeficiente de presión de rodadura.

#### Coeficiente de presión de rodadura

Para saber este coeficiente la condición más importante para que no exista fallo por desgaste es que  $K_{r, adm}$  sea mayor o igual que la  $K_r$  del engranaje.

$$K_r = \frac{1}{\delta * Z^2 * M^3} * \frac{4 * M_{tc}}{\sin 2 * \alpha} * \frac{1+i}{i} \quad (33)$$

$$K_{r,adm} = 0,677 * \frac{HB^2}{E * L^3} \quad (34)$$

Donde:

- HB es la dureza del diente en MPa.
- E, el módulo de Young del material en MPa (acero).
- L, la vida útil del material en millones de vueltas que puede dar el engranaje.

Como quiero calcular la duración en millones de vueltas del material y posteriormente en horas, necesito la dureza del acero, que en este caso es el F-152, que lo obtengo de la Figura 23 en función de las dimensiones de cada engranaje.



#### A.4.1 Vida útil de la transmisión

Determinar la vida útil de la caja de cambios es muy complicado ya que no hay que olvidar que es una transmisión de competición y cada componente estará sometido a mucho estrés, por tanto, el tiempo de funcionamiento será limitado.

$$L_h = \frac{L * 10^6}{n * 60} \quad (35)$$

$L_h$  es la duración en horas de funcionamiento, n las revoluciones del motor y L la duración en millones de vueltas.

En la ecuación 19 se hará una estimación de la distancia en kilómetros que podría recorrer la caja de cambios antes de necesitar mantenimiento.

$$\text{Distancia} = L_h * \text{Velocidad media de la moto} \quad (36)$$

Una vez sabida la distancia se puede estimar en número de grandes premios que podría realizar.

#### A.4.2. Par máximo como situación más desfavorable

	1º marcha		2º marcha		3º marcha	
K_r [MPa]	7,70	3,21	6,39	3,19	5,72	3,29
HB [MPa]	2690	2380	2690	2380	2690	2380
HB [Brinell]	269	238	269	238	269	238
Material elegido	F-152 42CrMo4 templado y revenido					
L [millones de vueltas]	27,834	184,570	48,711	186,926	67,739	170,244
L_h [h]	68,166	1084,822	119,293	915,555	165,893	724,130
Distancia en Km	11043	175741	19326	148320	26875	117309
Finde semana de carreras	4	70	8	59	11	47

Tabla 29: Parámetros a par máx para 1º, 2º y 3º marcha

	4º marcha		5º marcha		6º marcha	
K_r [MPa]	4,88	2,44	4,41	2,77	3,88	3,01
HB [MPa]	2690	2380	2690	2380	2690	2380
HB [Brinell]	269	238	269	238	269	238
Material elegido	F-152 42CrMo4 templado y revenido					
L [millones de vueltas]	109,376	418,323	147,932	287,333	217,584	222,289
L_h [h]	198,866	1158,990	268,967	712,397	395,607	496,016
Distancia en Km	32216	187756	43573	115408	64088	80355
Finde semana de carreras	13	75	17	46	26	32

Tabla 30: Parámetros a par máx para 4º, 5º y 6º marcha

Según la hipótesis a par motor como caso más desfavorables da una duración de 4 fines de semana de carreras.

#### A.4.3. Potencia máxima como situación más desfavorable

	1º marcha		2º marcha		3º marcha	
K_r [MPa]	6,76	1,34	5,61	1,62	5,03	1,93
HB [MPa]	2690	2380	2690	2380	2690	2380
HB [Brinell]	269	238	269	238	269	238
Material elegido	F-152 42CrMo4 templado y revenido					
L [millones de vueltas]	41,057	2515,996	71,729	1443,115	99,621	846,870
L_h [h]	74,650	10978,892	130,416	5247,689	181,129	2674,326
Distancia en Km	12093	1778581	21127	850126	29343	433241
Finde semana de carreras	5	711	8	340	12	173

Tabla 31: Parámetros a potencia máx para 1º, 2º y 3º marcha

	4º marcha		5º marcha		6º marcha	
K_r [MPa]	4,88	2,44	4,41	2,77	3,88	3,01
HB [MPa]	2690	2380	2690	2380	2690	2380
HB [Brinell]	269	238	269	238	269	238
Material elegido	F-152 42CrMo4 templado y revenido					
L [millones de vueltas]	109,376	418,323	147,932	287,333	217,584	222,289
L_h [h]	198,866	1158,990	268,967	712,397	395,607	496,016
Distancia en Km	32216	187756	43573	115408	64088	80355
Finde semana de carreras	13	75	17	46	26	32

Tabla 32: Parámetros a potencia máx para 4º, 5º y 6º marcha

Al igual que en el caso anterior también sale que la caja de cambios puede durar 4 fines de semana de carreras.

#### A.5. Material elegido

El material elegido es el acero F-152 con una composición química de 42CrMo4, este acero está templado y revenido para aumentar la dureza y mejorar la resistencia mecánica del material, así como aliviar las tensiones que pueda tener con el revenido.

El material es lo suficientemente duro como para tener un desgaste controlado a lo largo del tiempo y a la vez tiene la tenacidad para soportar las fuerzas de choque que siempre en los engranes entre marchas.

## B. Cálculo de los ejes

En todas las transmisiones se generan cargas adicionales a la de torsión (par útil), en concreto son tres, cargas tangenciales, radiales y axiales.

En el caso de dientes rectos solo actúan dos de ellas, tangenciales y radiales que no son cargas útiles que se puedan aprovechar de alguna forma pero que hay que tener en cuenta en el cálculo a resistencia.

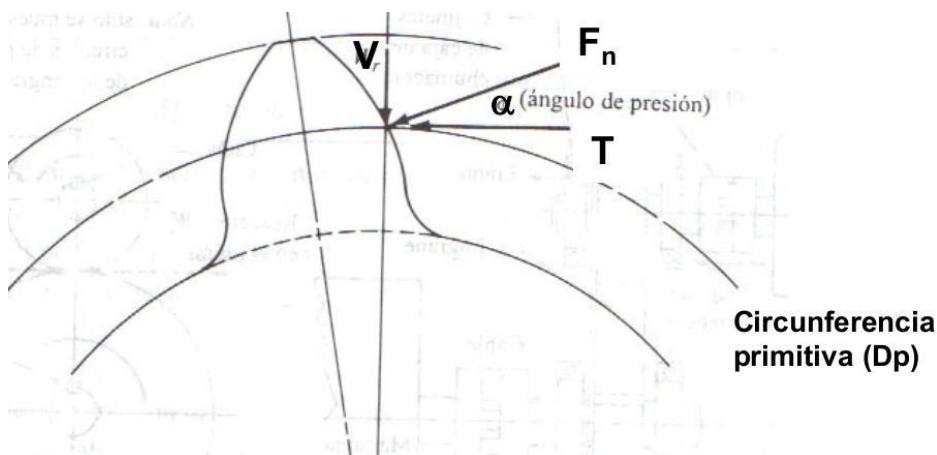


Figura 31: Circunferencia primitiva

### B.1 Cálculo de las fuerzas que actúan en el eje

La fuerza normal ( $F_n$ ) proviene del contacto entre dos engranajes, como la de los engranajes 1 y 2 en la primera marcha. Esta fuerza se divide en componentes radial ( $V$ ) que produce flexión en el eje y tangencial ( $T$ ) que produce flexión y torsión y a parte se encarga de transmitir la potencia al siguiente engrane.

Se basa en las fórmulas:

$$T = \frac{2 * M_t}{D_p} \quad (37)$$

$$V = T * \operatorname{tg}(\alpha) \quad (38)$$

$$F_n = \frac{T}{\cos(\alpha)} \quad (39)$$

Donde:

- $M_t$ , es el par a transmitir por el engranaje.
- $D_p$ , diámetro primitivo.
- $\alpha$ , ángulo de presión.

Además del valor de estas fuerzas hay que tener en cuenta las direcciones y sentidos dependiendo si son engranajes motrices o conducidos.

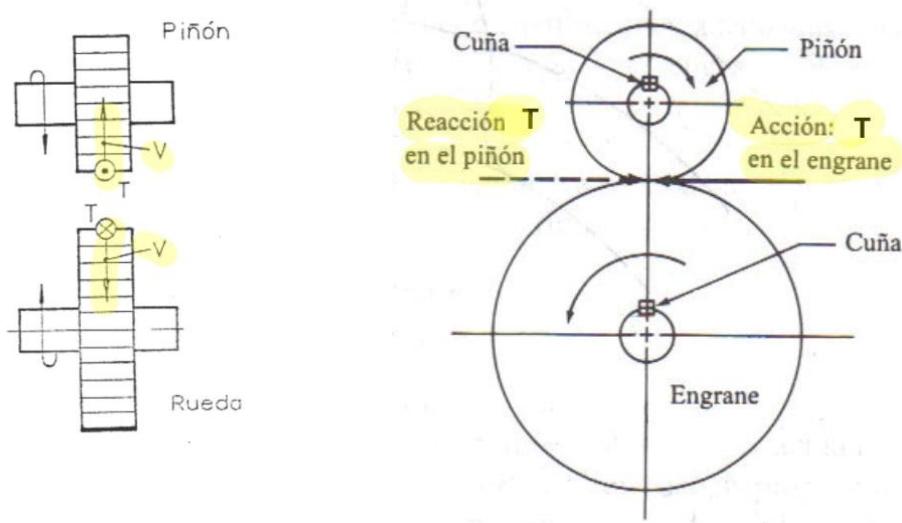


Figura 32: Dirección y sentido de las fuerzas en el piñón y la rueda

Se utiliza la hipótesis de par máximo ya que es el que tiene las mayores cargas solicitadas.

	T 1	T 2	T 3	T 4	T 5	T 6
T [N]	7080	7080	6247,06	6247,06	5699,07	5699,07
Mx [N mm]	212400	509760	212400	424800	212400	368905,26
V [N]	2576,91	2576,91	2273,74	2273,74	2074,29	2074,29

Tabla 33: Valores de las fuerzas para los engranes del 1 al 6

	T7	T8	T9	T10	T11	T12
T [N]	5255,46	5255,46	4921,93	4921,93	4637,97	4637,97
Mx [N mm]	212400	323657,1429	212400	289636,36	212400	260672,73
V [N]	1912,83	1912,83	1791,43	1791,43	1688,08	1688,08

Tabla 34: Valores de las fuerzas para los engranes del 7 al 12

## B.2. Dimensionamiento de la caja de cambios

Antes de proceder con el cálculo en sí, defino las medidas del eje de entrada y salida, así como la anchura de cada engranaje.

Se sabe que:



$$b = k * M_i \quad (40)$$

Donde:

- b, es la anchura del diente.
- k, es una constante que oscila entre 8 y 16 para una caja de cambios.
- $M_i$ , módulo del engranaje  $i$ .

La fórmula  $b=k\cdot M$  es una relación empírica que se utiliza comúnmente en el diseño preliminar de engranajes y es comúnmente usada en la industria para guardar una relación entre engranajes. Esta relación simplificada surge de la experiencia y la práctica en ingeniería mecánica, y su objetivo es garantizar un diseño funcional y seguro para aplicaciones típicas como es esta.

El coeficiente  $k$  depende de:

- Carga aplicada: Mayor carga requiere un ancho mayor.
- Material del engranaje: Materiales más fuertes pueden requerir menores anchos.
- Tipo de engranaje: Por ejemplo, engranajes helicoidales suelen requerir mayores anchos debido a las fuerzas axiales.
- Condiciones de operación: Como velocidad, lubricación y precisión del sistema.

Valores típicos de  $k$ :

- Para cargas ligeras:  $k \approx 8$ .
- Para cargas moderadas:  $k \approx 10-12$ .
- Para cargas pesadas o aplicaciones críticas:  $k \approx 15$  o más.

Elijo  $K=10$  ya que considero que es una carga de tipo moderado:

	T 1	T 2	T 3	T 4	T 5	T 6
Módulo	4	4	4	4	3,92	3,92
Anchura diente	40	40	40	40	39,23	39,23
Anchura real	40	40	40	40	40	40

Tabla 35: Dimensiones para los engranes del 1 al 6

	T 7	T 8	T 9	T 10	T 11	T 12
Módulo	3,85	3,85	3,92	3,92	4,16	4,16
Anchura diente	38,49	38,49	39,23	39,23	41,63	41,63
Anchura real	40	40	40	40	40	40

Tabla 36: Dimensiones para los engranes del 1 al 6

Para hallar la longitud total del eje hay que tener en cuenta un espacio para los dos selectores de marchas y las holguras que puedan tener cada pareja de engranajes.

### B.2.1. Boceto de la caja de cambios

Aquí se busca dimensionar los ejes y los engranajes de la caja de cambios dando las medidas que se consideran razonables para una caja de cambios de motocicleta.

$$L_{eje} = Ancho\ engranaje * n^o\ engranajes + selector\ de\ marchas + holguras$$

$$L_{eje} = 40 * 6 + 2 * 15 + 10 + 5 = 285\ mm \quad (41)$$

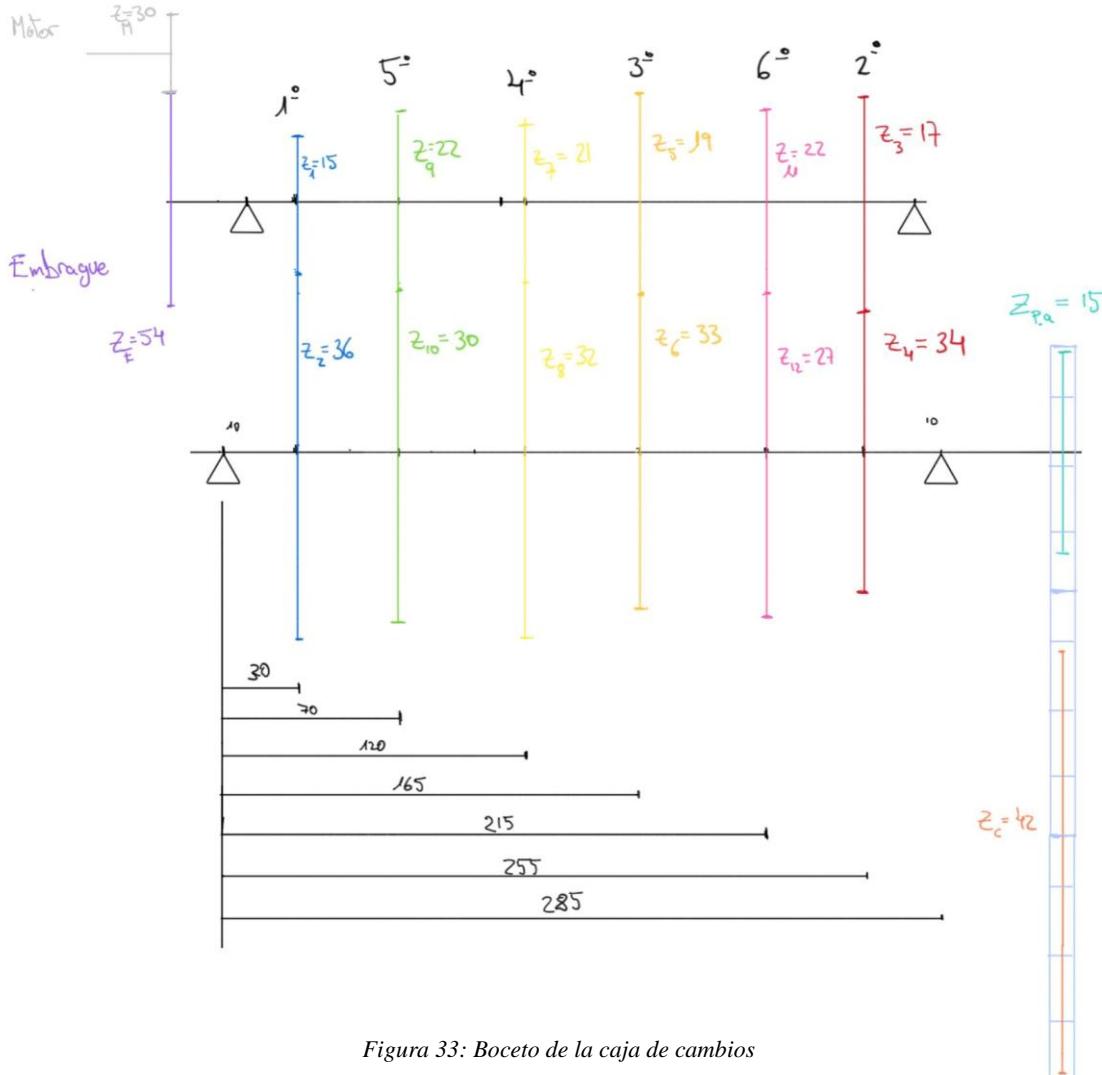


Figura 33: Boceto de la caja de cambios

A continuación, se procede a calcular los diagramas de esfuerzos para cada marcha.

### B.3. Diagramas de esfuerzos

Para ello se recurre al programa MEFI para facilitar los cálculos, ya que solo hay que introducir la geometría y las cargas.

### B.3.1. 1º marcha, eje de entrada.

Ahora se procede a calcular el diagrama de esfuerzos de cada eje y cada marcha.

#### Esfuerzo cortante en plano XY debida a la fuerza radial.

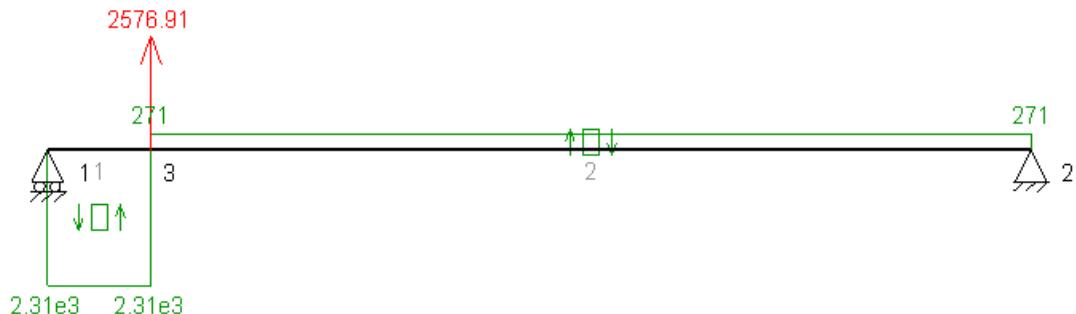


Figura 34: Esfuerzo cortante en XY radial

#### Momento flector en plano XY debida a la fuerza radial.

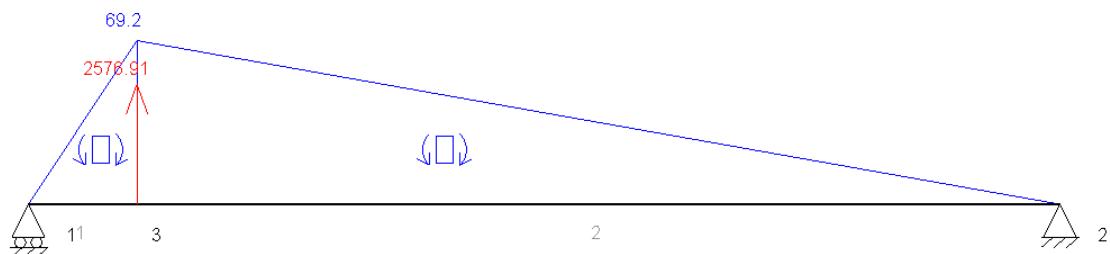


Figura 35: Momento flector en XY radial

#### Esfuerzo cortante en plano XZ debida a la fuerza tangencial.



Figura 36: Esfuerzo cortante en XZ tangencial

### Momento flector en plano XZ debida a la fuerza tangencial.

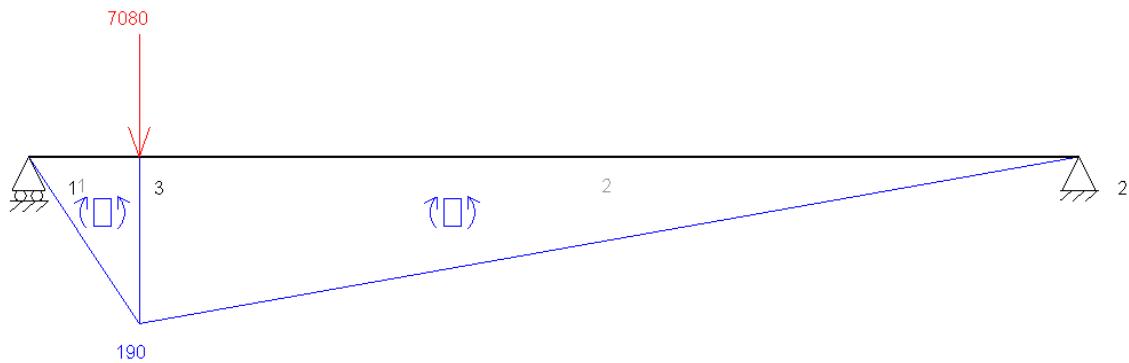


Figura 37: Momento flector en XZ tangencial

### Momento torsor

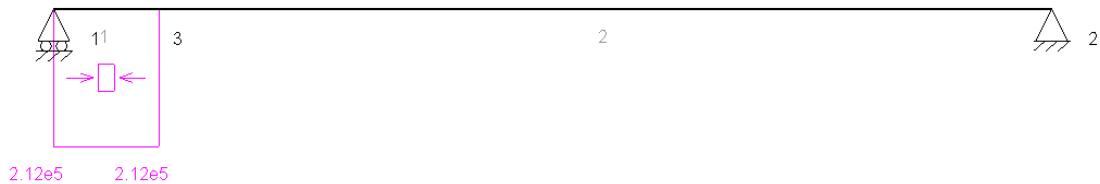


Figura 38: Momento torsor

### B.3.2. 1º marcha, eje de salida.

#### Esfuerzo cortante en plano XY debida a la fuerza radial.



Figura 39: Esfuerzo cortante en XY radial

### Momento flector en plano XY debida a la fuerza radial.

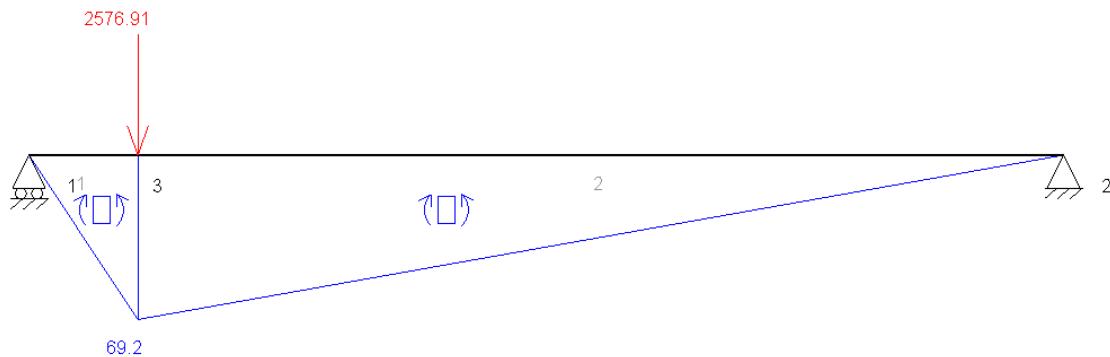


Figura 40: Momento flector en XY radial

### Esfuerzo cortante en plano XZ debida a la fuerza tangencial.

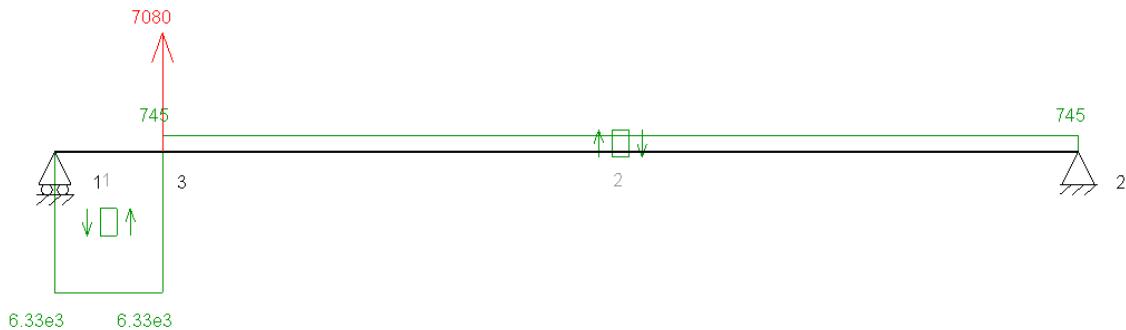


Figura 41: Esfuerzo cortante en XZ tangencial

### Momento flector en plano XZ debida a la fuerza tangencial.

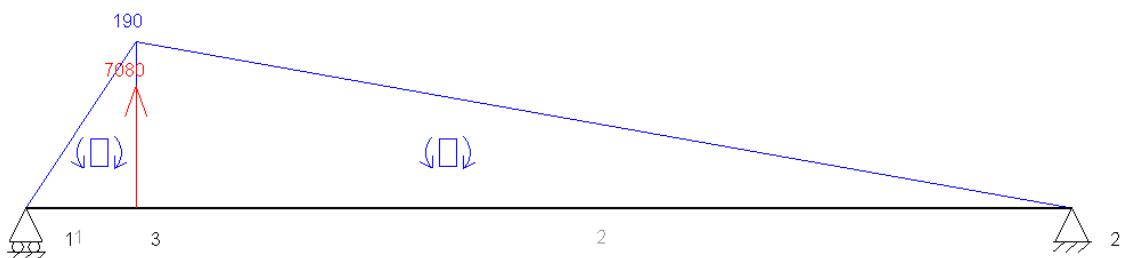


Figura 42: Momento flector en XZ tangencial

### Momento torsor

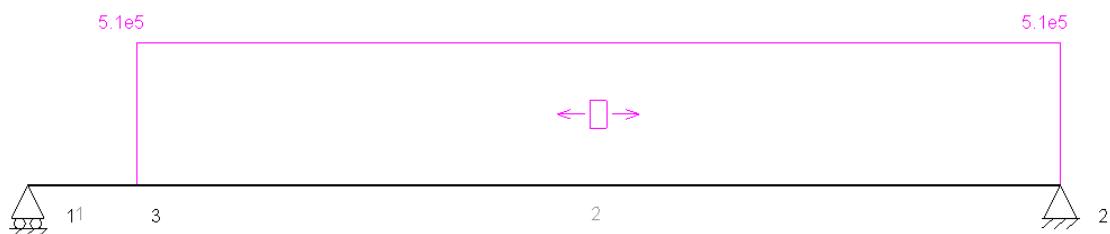


Figura 43: Momento torsor

### B.3.3. 2º marcha, eje de entrada

#### Esfuerzo cortante en plano XY debida a la fuerza radial.

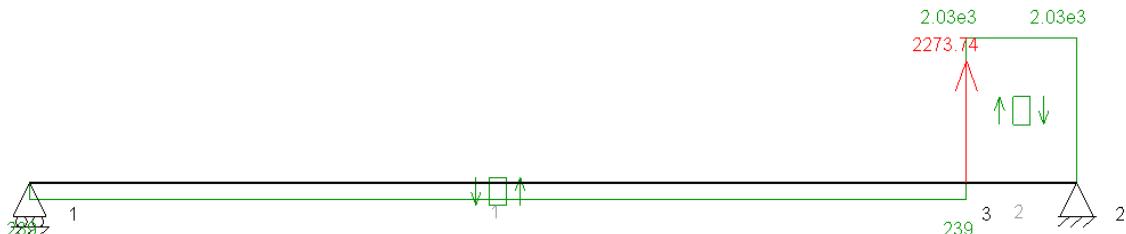


Figura 44: Esfuerzo cortante en XY radial

#### Momento flector en plano XY debida a la fuerza radial.

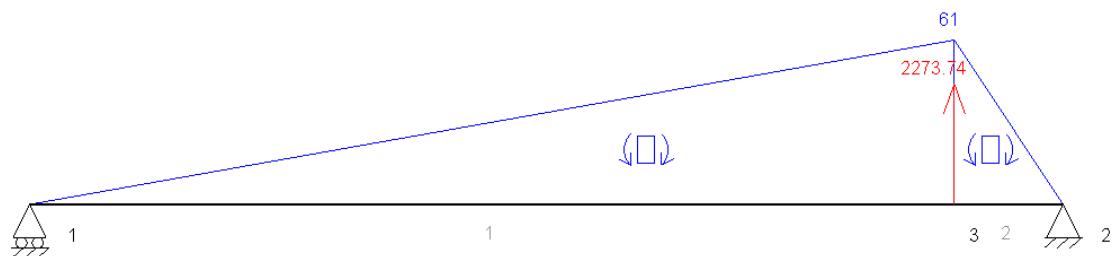


Figura 45: Momento flector en XY radial

#### Esfuerzo cortante en plano XZ debida a la fuerza tangencial.

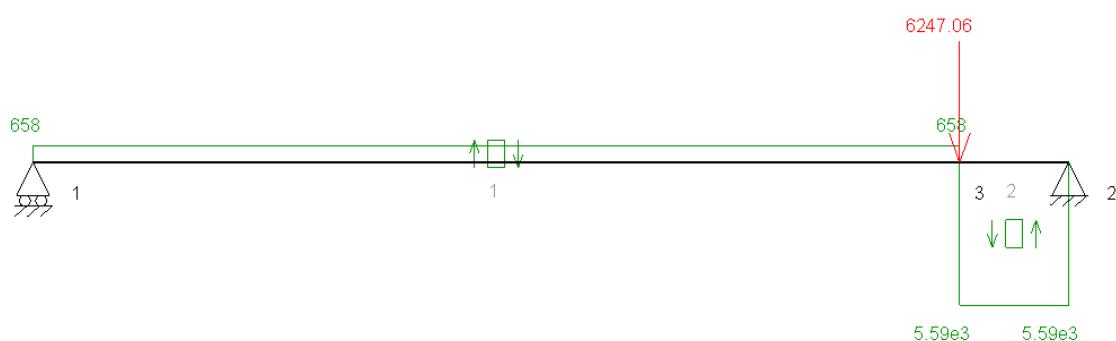


Figura 46: Esfuerzo cortante en XZ tangencial

### Momento flector en plano XZ debida a la fuerza tangencial.

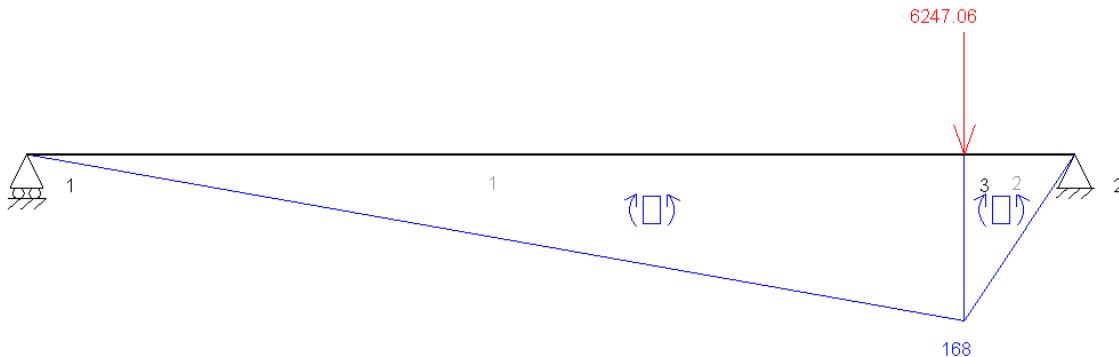


Figura 47: Momento flector en XZ tangencial

### Momento torsor

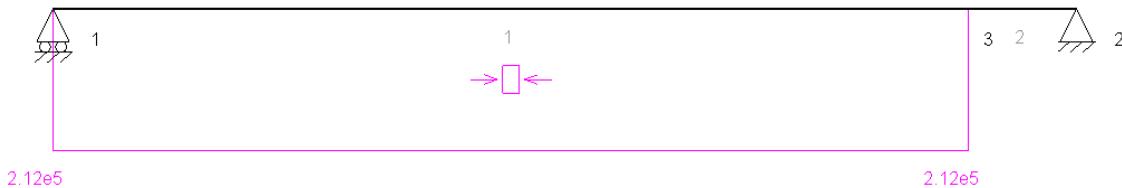


Figura 48: Momento torsor

### B.3.4. 2º marcha, eje de salida

### Esfuerzo cortante en plano XY debida a la fuerza radial.

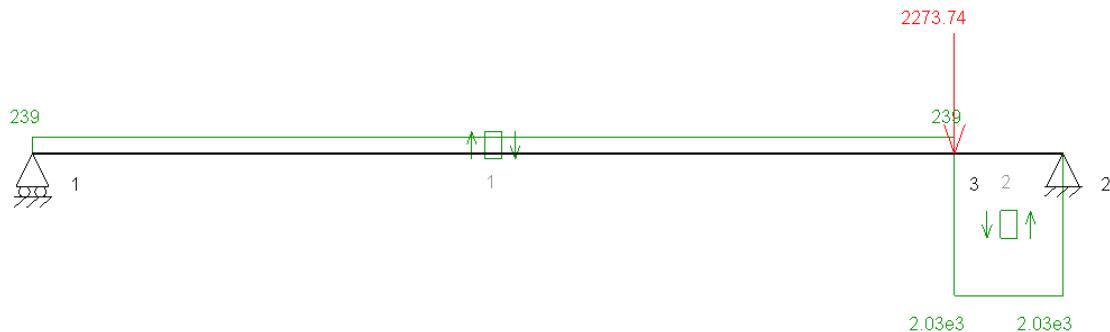


Figura 49: Esfuerzo cortante en XY radial

### Momento flector en plano XY debida a la fuerza radial.

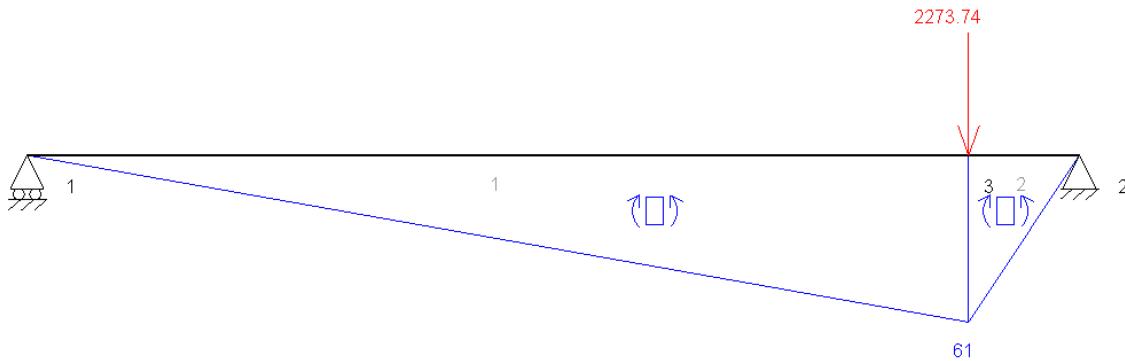


Figura 50: Momento flector en XY radial

### Esfuerzo cortante en plano XZ debida a la fuerza tangencial.

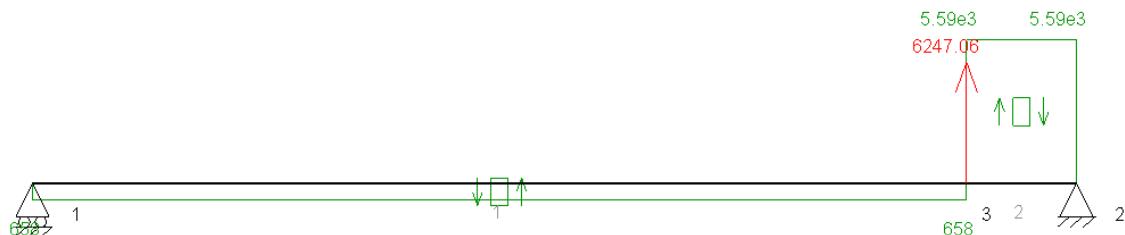


Figura 51: Esfuerzo cortante en XZ tangencial

### Momento flector en plano XZ debida a la fuerza tangencial.

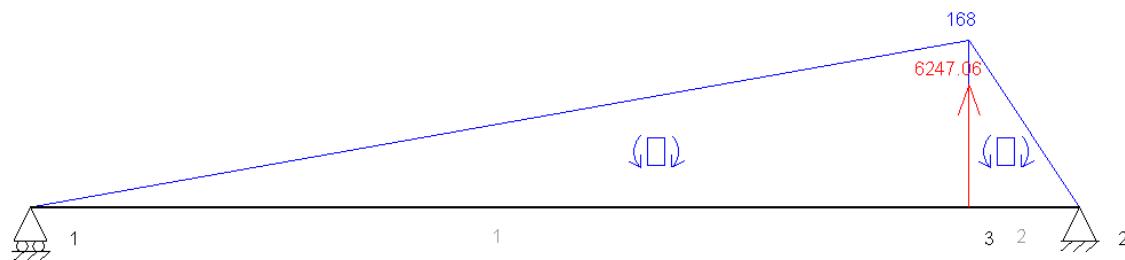


Figura 52: Momento flector en XZ tangencial

### Momento torsor



Figura 53: Momento torsor

### B.3.5. 3º marcha, eje de entrada

#### Esfuerzo cortante en plano XY debida a la fuerza radial.

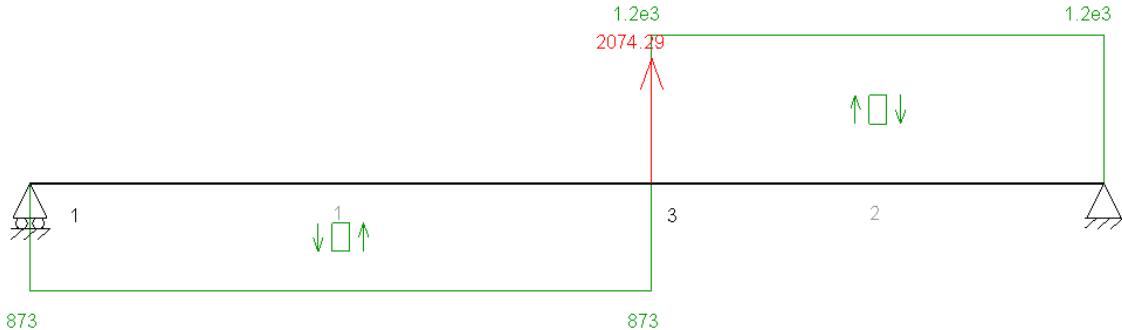


Figura 54: Esfuerzo cortante en XY radial

#### Momento flector en plano XY debida a la fuerza radial.

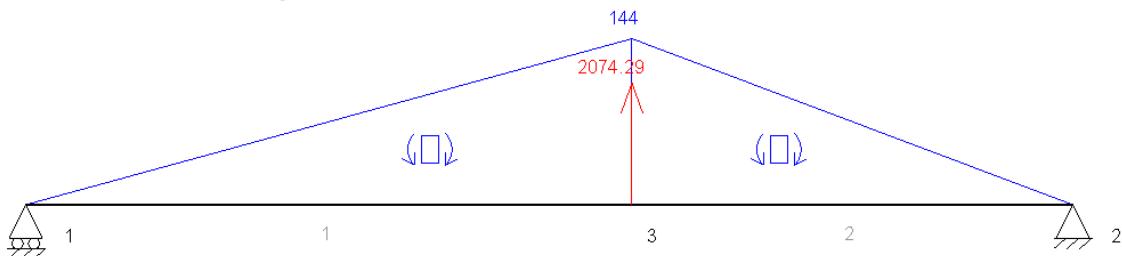


Figura 55: Momento flector en XY radial

#### Esfuerzo cortante en plano XZ debida a la fuerza tangencial.

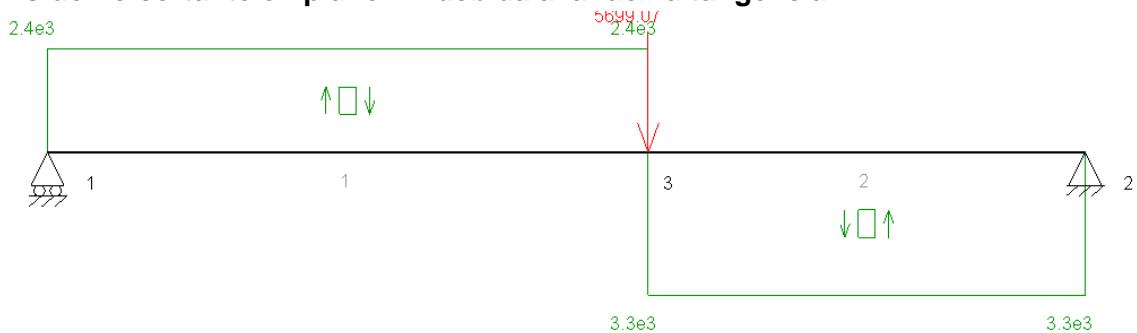


Figura 56: Esfuerzo cortante en XY radial

#### Momento flector en plano XZ debida a la fuerza tangencial.

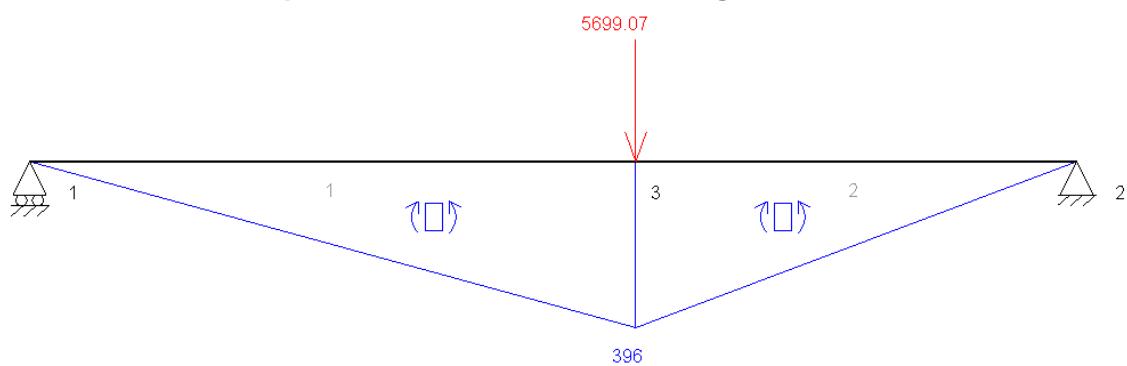


Figura 57: Momento flector en XZ tangencial

### Momento torsor



Figura 58: Momento torsor

### B.3.6. 3º marcha, eje de salida

#### Esfuerzo cortante en plano XY debida a la fuerza radial.

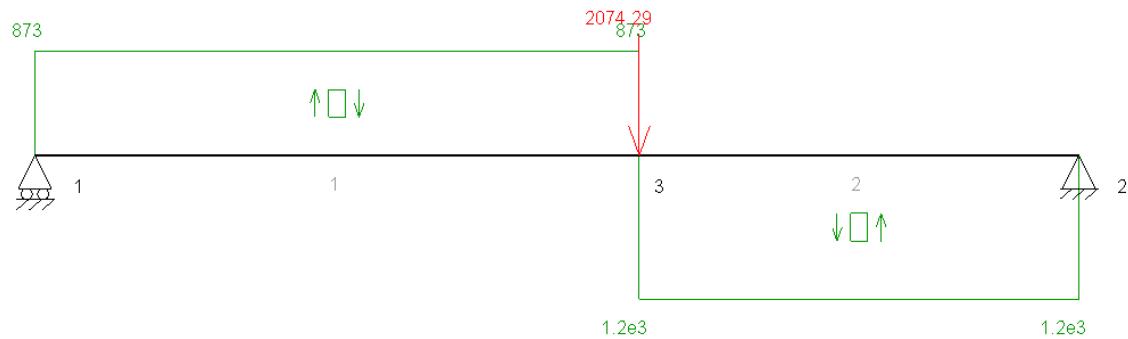


Figura 59: Esfuerzo cortante en XY radial

#### Momento flector en plano XY debida a la fuerza radial.

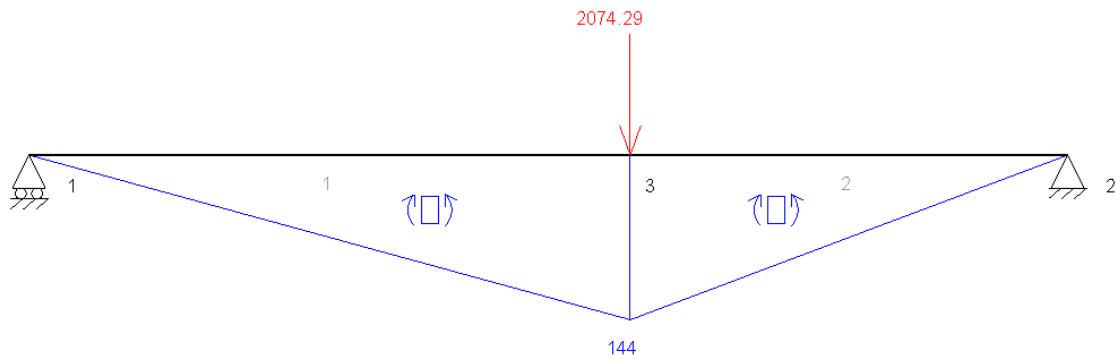


Figura 60: Momento flector en XY radial

### Esfuerzo cortante en plano XZ debida a la fuerza tangencial.

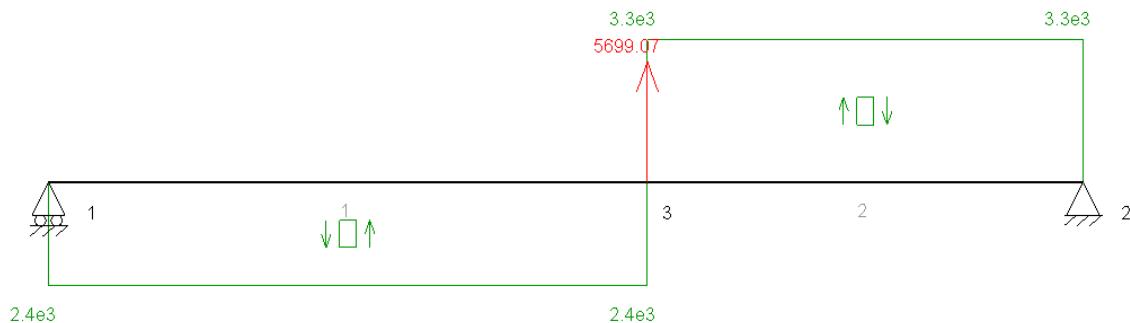


Figura 61: Esfuerzo cortante en XZ tangencial

### Momento flector en plano XZ debida a la fuerza tangencial.

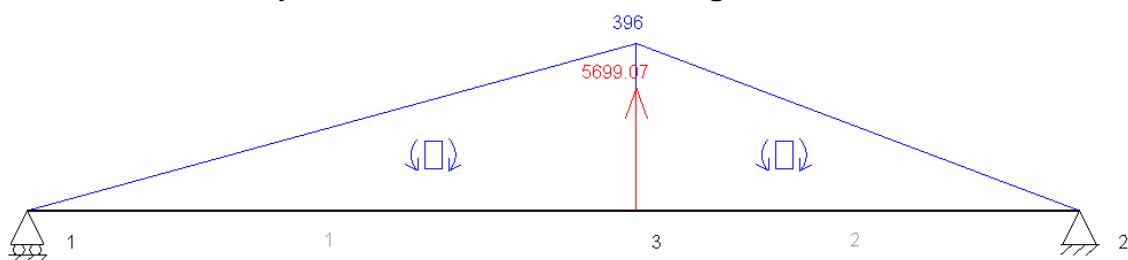


Figura 62: Momento flector en XZ tangencial

### Momento torsor

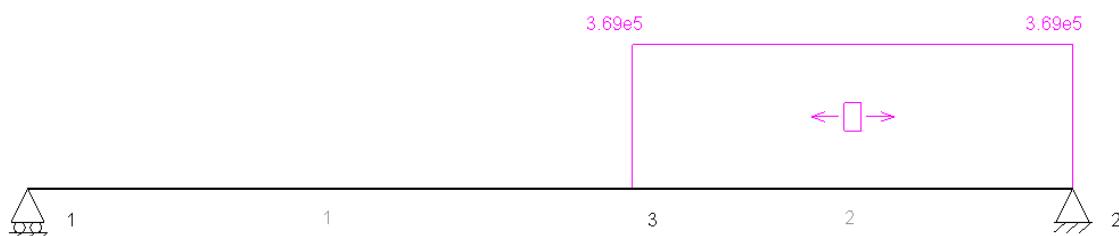


Figura 63: Momento torsor

### B.3.7. 4º marcha, eje de entrada

#### Esfuerzo cortante en plano XY debida a la fuerza radial.

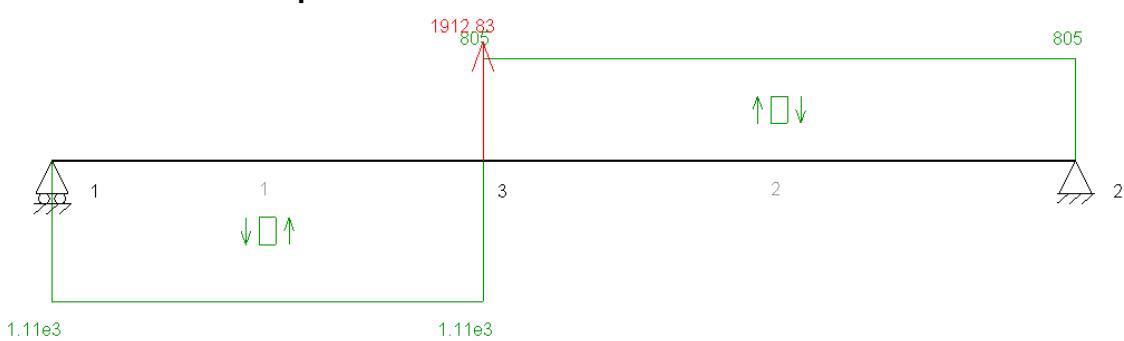


Figura 64: Esfuerzo cortante en XY radial

### Momento flector en plano XY debida a la fuerza radial.

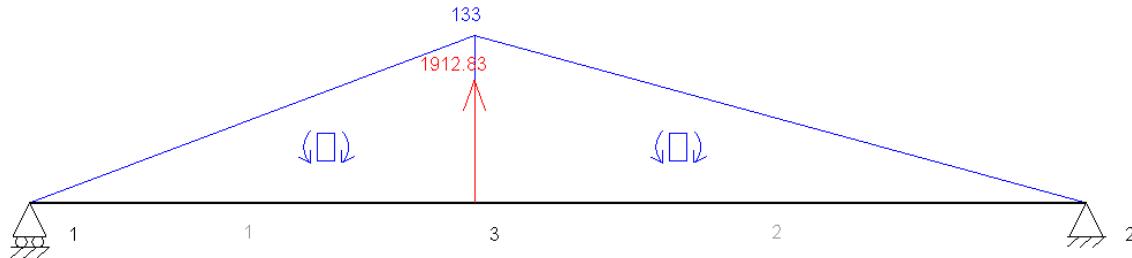


Figura 65: Momento flector en XY radial

### Esfuerzo cortante en plano XZ debida a la fuerza tangencial.

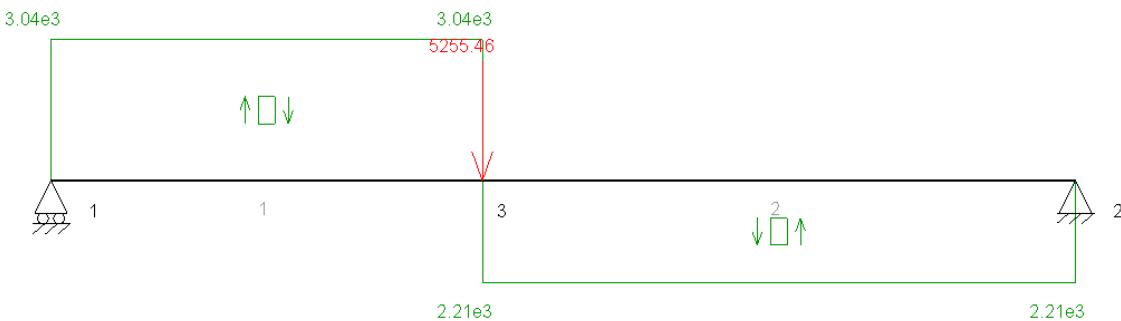


Figura 66: Esfuerzo cortante en XZ tangencial

### Momento flector en plano XZ debida a la fuerza tangencial.

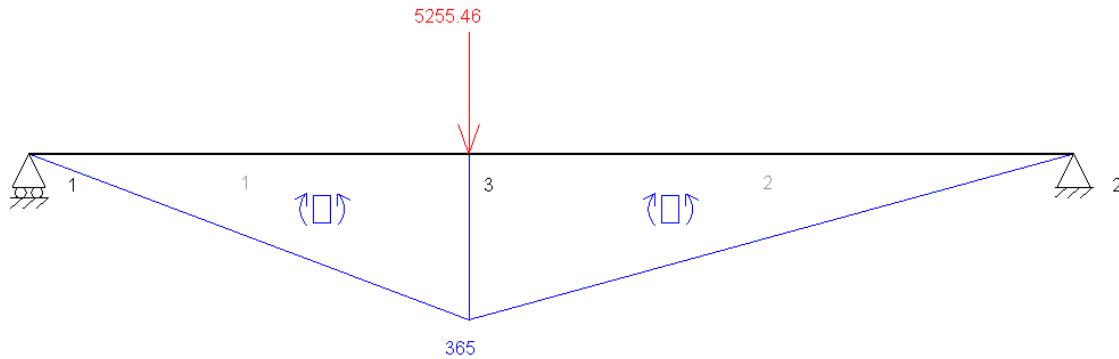


Figura 67: Momento flector en XZ tangencial

### Momento torsor

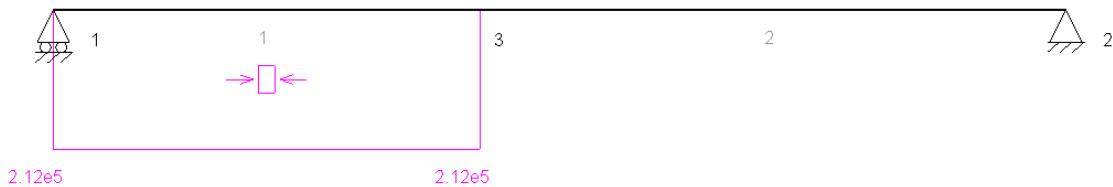


Figura 68: Momento torsor

### B.3.8. 4º marcha, eje de salida

#### Esfuerzo cortante en plano XY debida a la fuerza radial.

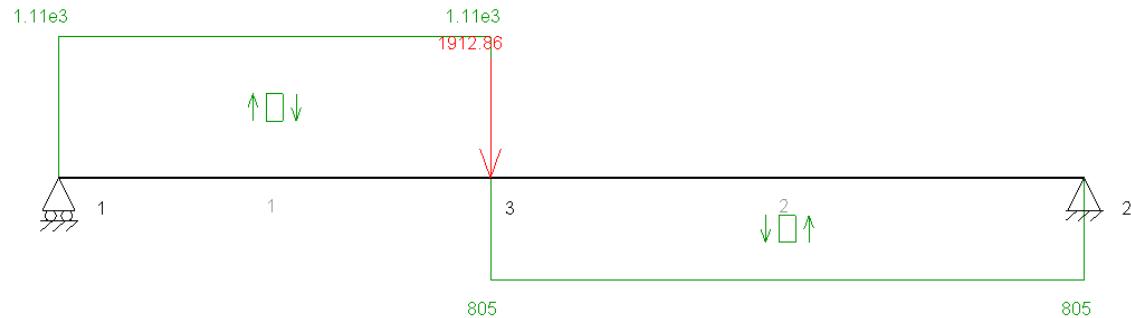


Figura 69: Esfuerzo cortante en XY radial

#### Momento flector en plano XY debida a la fuerza radial.

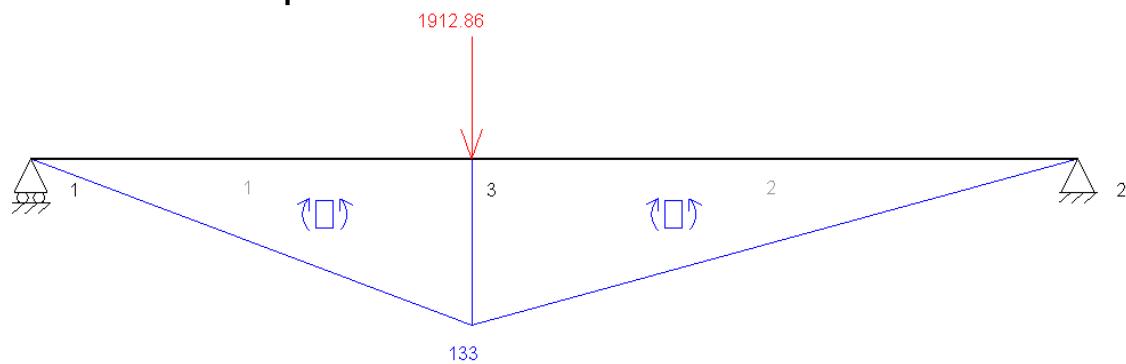


Figura 70: Momento flector en XY radial

#### Esfuerzo cortante en plano XZ debida a la fuerza tangencial.

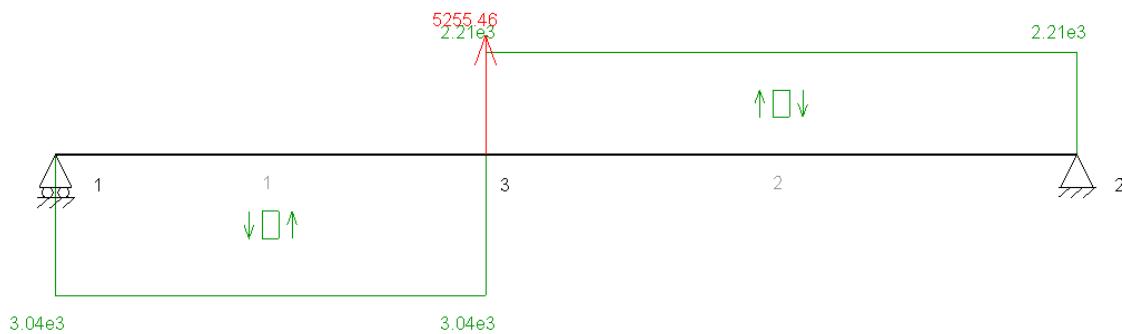


Figura 71: Esfuerzo cortante en XZ tangencial

#### Momento flector en plano XZ debida a la fuerza tangencial.

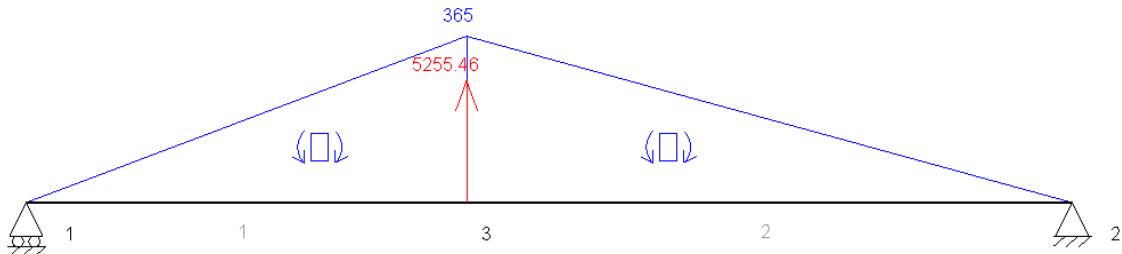


Figura 72: Momento flector en XZ tangencial

### Momento torsor

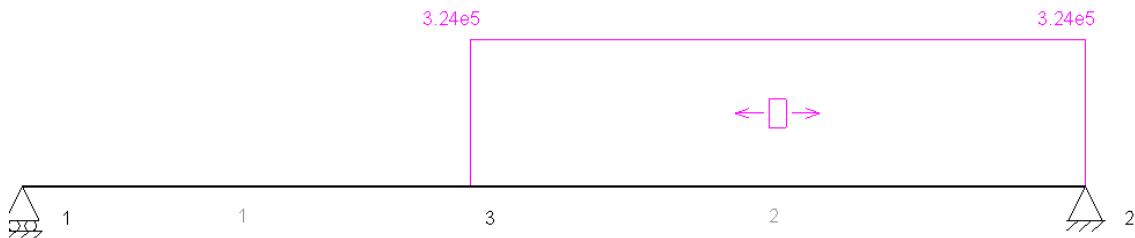


Figura 73: Momento torsor

### B.3.9. 5º marcha, eje de entrada

#### Esfuerzo cortante en plano XY debida a la fuerza radial.

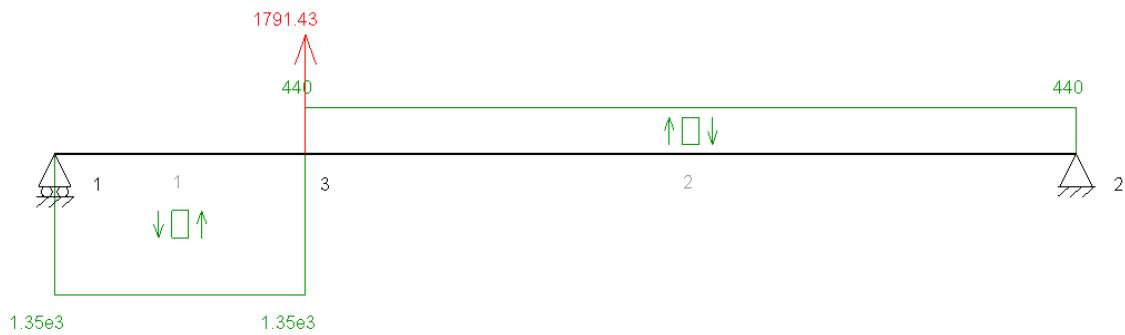


Figura 74: Esfuerzo cortante en XY radial

#### Momento flector en plano XY debida a la fuerza radial.

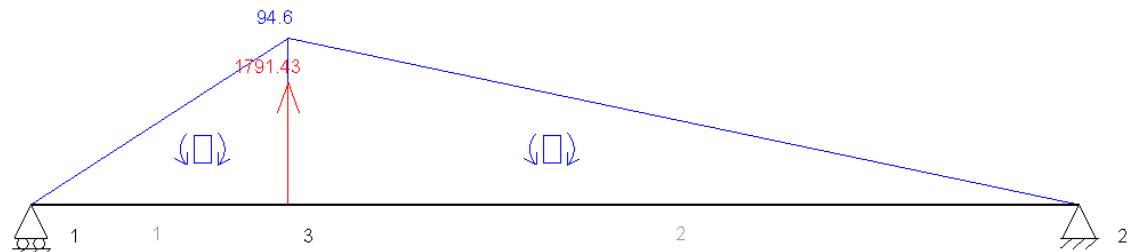


Figura 75: Momento flector en XY radial

#### Esfuerzo cortante en plano XZ debida a la fuerza tangencial.

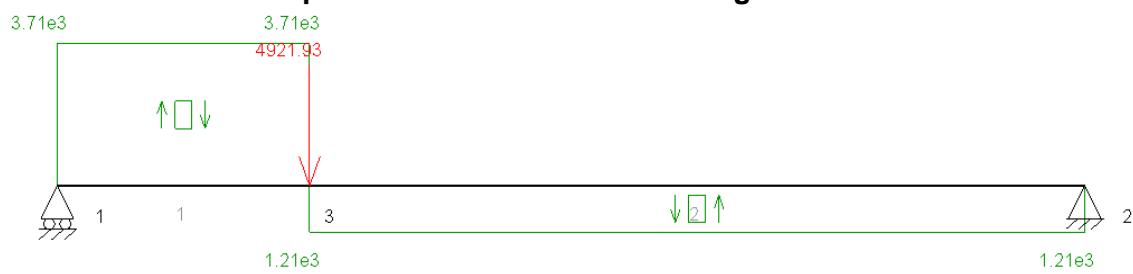


Figura 76: Esfuerzo cortante en XZ tangencial

### Momento flector en plano XZ debida a la fuerza tangencial.

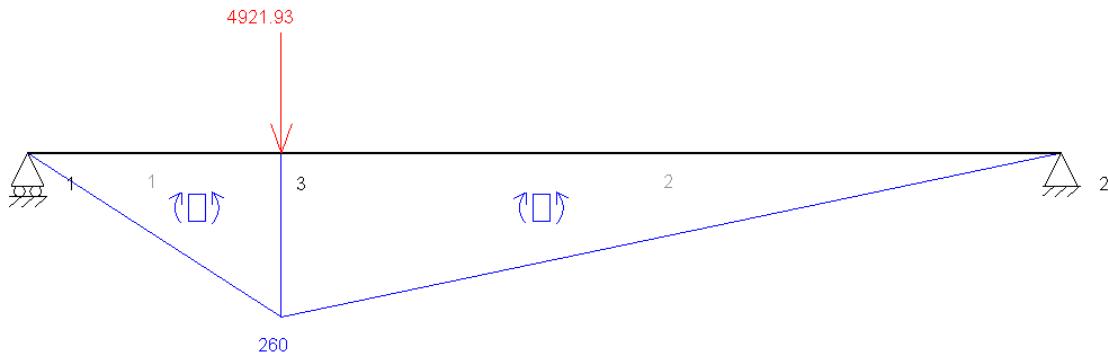


Figura 77: Momento flector en XZ tangencial

### Momento torsor

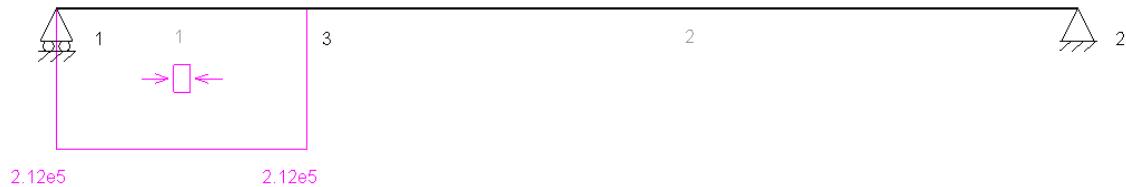


Figura 78: Momento torsor

### B.3.10. 5º marcha, eje de salida

#### Esfuerzo cortante en plano XY debida a la fuerza radial.



Figura 79: Esfuerzo cortante en XY radial

#### Momento flector en plano XY debida a la fuerza radial.

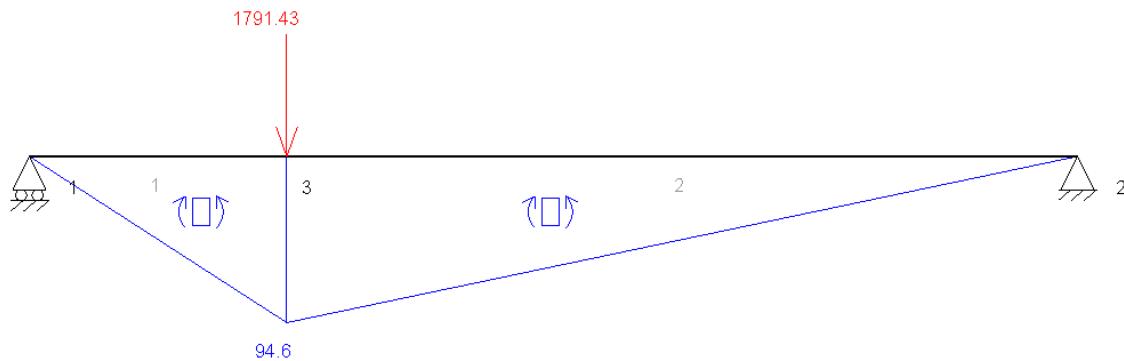


Figura 80: Momento flector en XY radial

### Esfuerzo cortante en plano XZ debida a la fuerza tangencial.

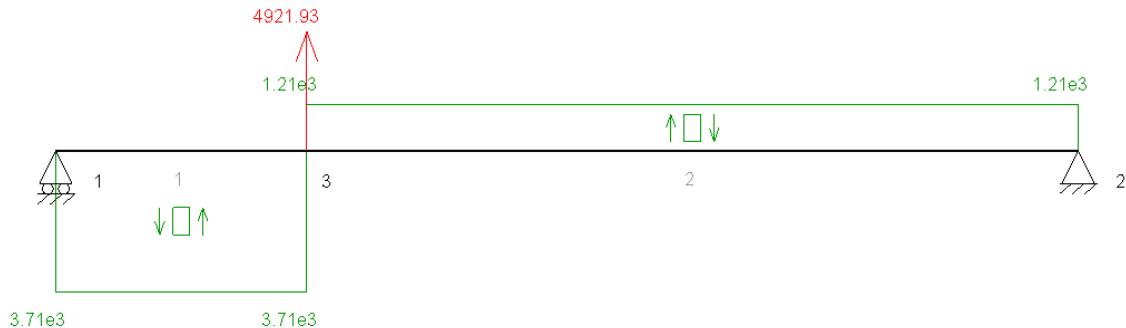


Figura 81: Esfuerzo cortante en XZ tangencial

### Momento flector en plano XZ debida a la fuerza tangencial.

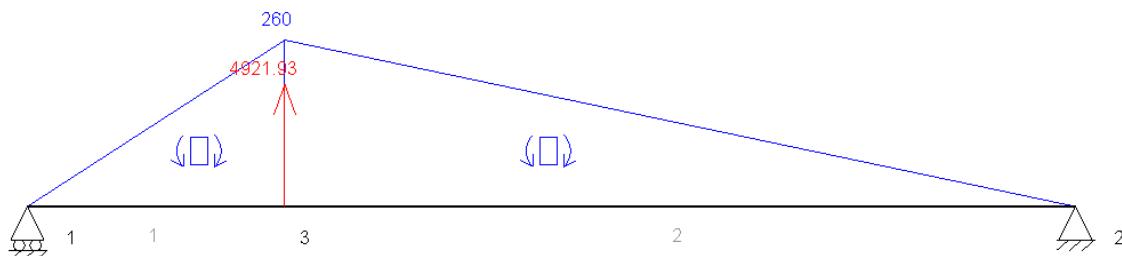


Figura 82: Momento flector en XZ tangencial

### Momento torsor

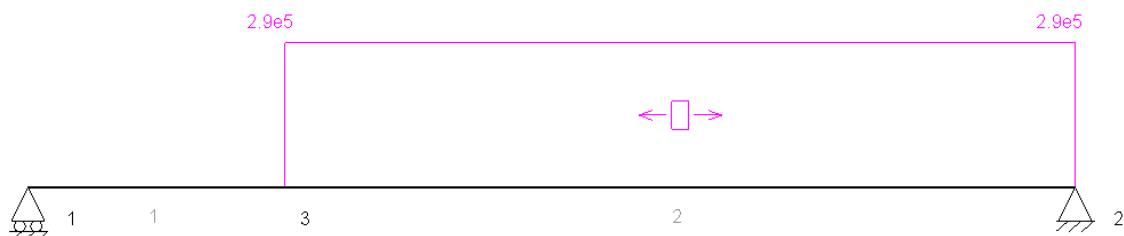


Figura 83: Momento torsor

### B.3.11. 6º marcha, eje de entrada

#### Esfuerzo cortante en plano XY debida a la fuerza radial.

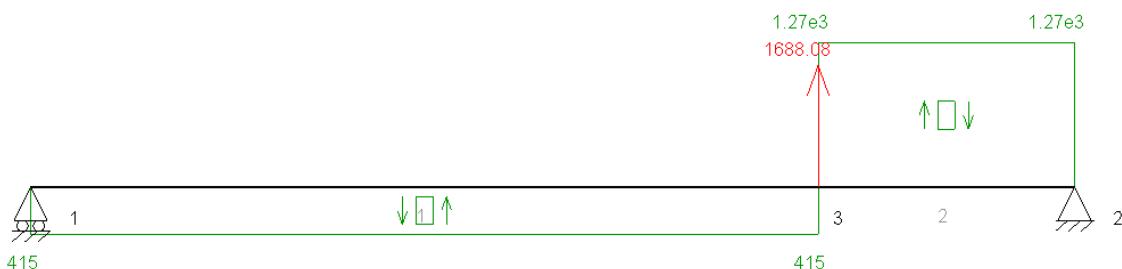


Figura 84: Esfuerzo cortante en XY radial

### Momento flector en plano XY debida a la fuerza radial.

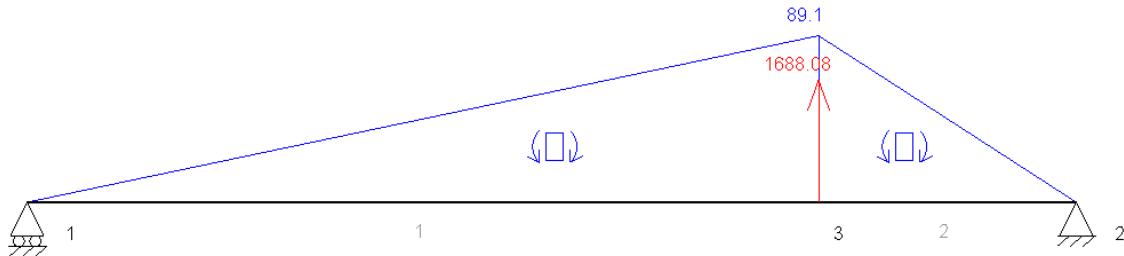


Figura 85: Momento flector en XY radial

### Esfuerzo cortante en plano XZ debida a la fuerza tangencial.

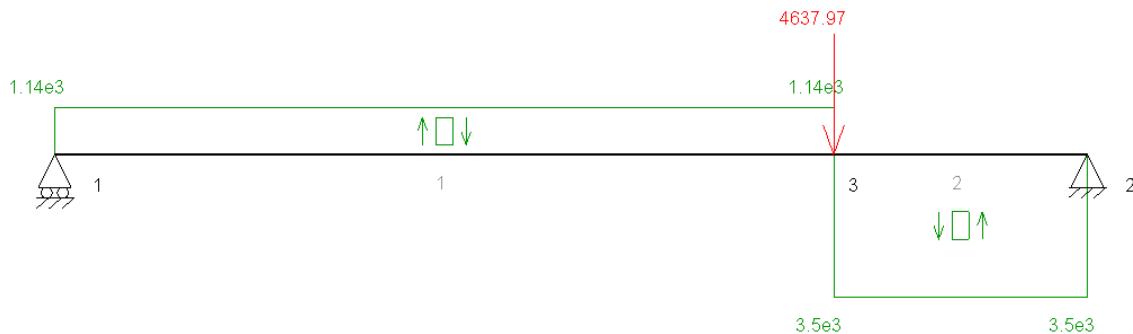


Figura 86: Esfuerzo cortante en XZ tangencial

### Momento flector en plano XZ debida a la fuerza tangencial.

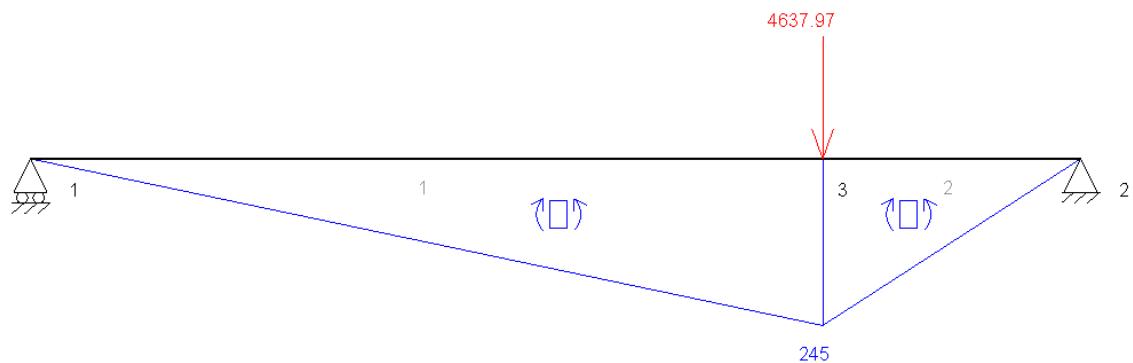


Figura 87: Momento flector en XZ tangencial

### Momento torsor

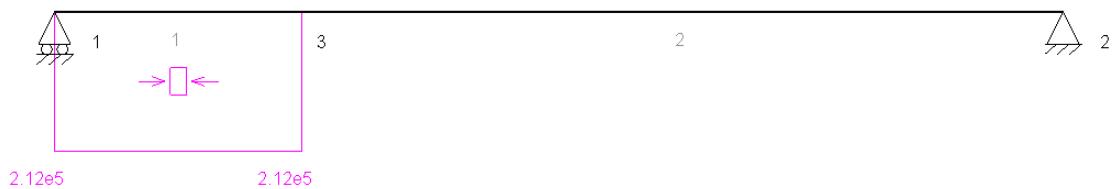


Figura 88: Esfuerzo cortante en XY radial

### B.3.12. 6º marcha, eje de salida

#### Esfuerzo cortante en plano XY debida a la fuerza radial.

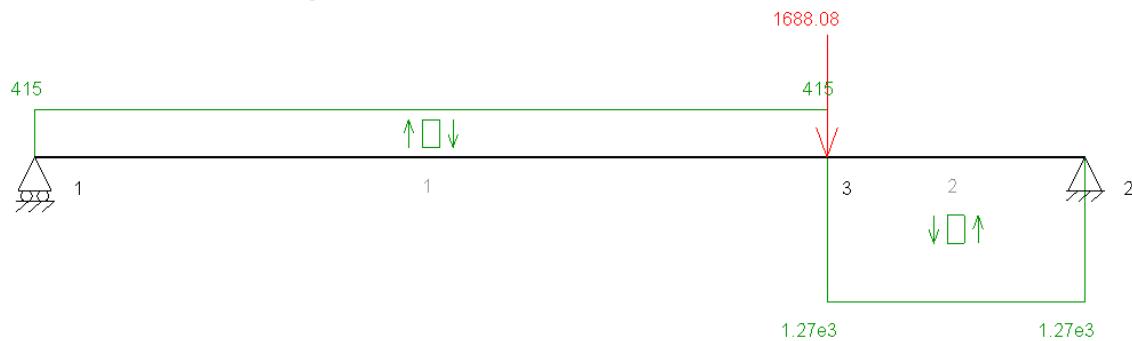


Figura 89: Esfuerzo cortante en XY radial

#### Momento flector en plano XY debida a la fuerza radial.

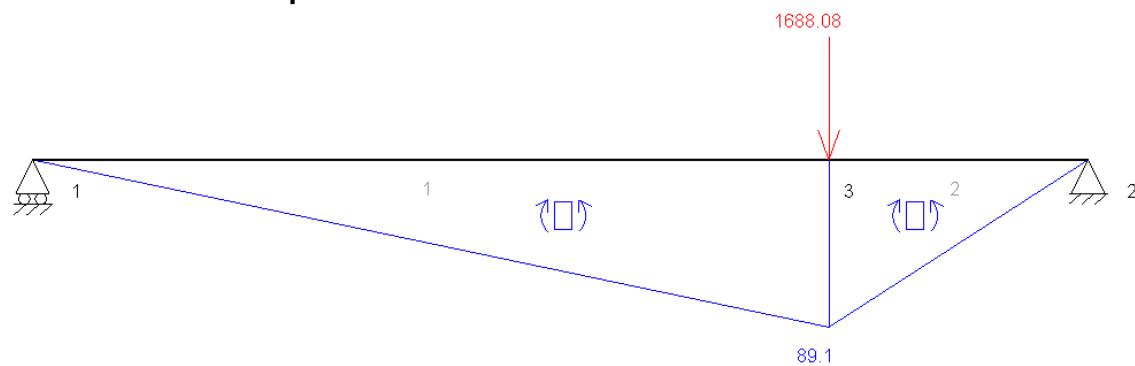


Figura 90: Momento flector en XY radial

#### Esfuerzo cortante en plano XZ debida a la fuerza tangencial.

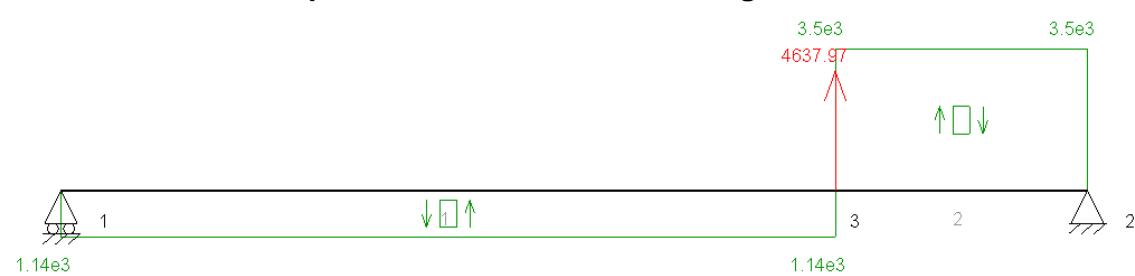


Figura 91: Esfuerzo cortante en XZ tangencial

#### Momento flector en plano XZ debida a la fuerza tangencial.

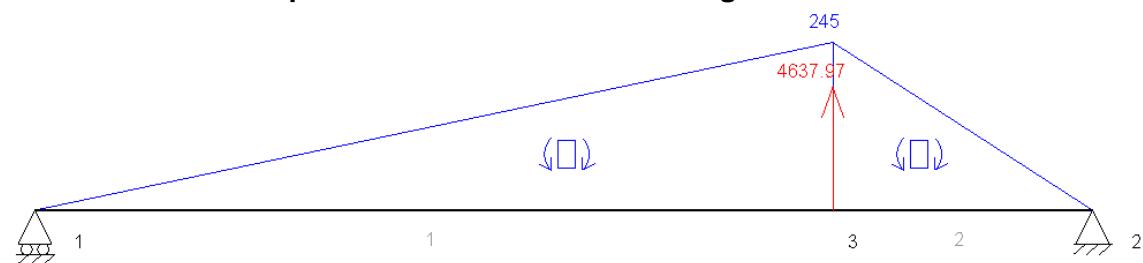


Figura 92: Momento flector en XZ tangencial

### Momento torsor

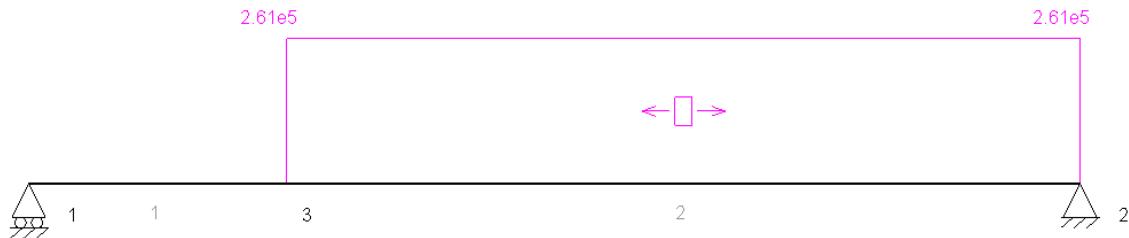


Figura 93: Momento torsor

## B.4. Cálculo resistente de los ejes

Se procede a calcular el diámetro del eje entrada y salida, tomaré el mismo material empleado para el engrane primero de la primera marcha ya que éste va mecanizado en el eje formando una sola pieza.

Para determinar el valor del diámetro del eje primero hay que hallar la sección de este que sea más desfavorable, esto se obtiene calculando el momento resistente y eligiendo su valor máximo.

$$M_r = \sqrt{M_y^2 + M_z^2} \quad (42)$$

Sabiendo este valor se procede a calcular los esfuerzos resultantes en la sección más desfavorable.

$$\sigma_x = \frac{N}{A} + \frac{M_r}{W_f} = \frac{32*M_r}{\pi*D^3} \quad (43)$$

$$\tau_{xy} = \frac{M_x}{W_o} = \frac{16*M_x}{\pi*D^3} \quad (44)$$

	Momentos flexores				
	Radial/tangente	Engrane entrada	Mr [Nm]	Engrane salida	Mr [Nm]
1º marcha	Mz,V	69,2	202,21	69,2	202,21
	Mz,T	190		190	
2º marcha	Mz,V	61	178,73	61	178,73
	Mz,T	168		168	
3º marcha	Mz,V	144	421,37	144	421,37
	Mz,T	396		396	
4º marcha	Mz,V	133	388,48	133	388,48
	Mz,T	365		365	
5º marcha	Mz,V	94,6	276,68	94,6	276,68
	Mz,T	260		260	
6º marcha	Mz,V	89,1	260,70	89,1	260,70
	Mz,T	245		245	
	Mr, max [Nm]		421,37		

Tabla 37: Momentos flexores para cada marcha

Momentos torsores calculados para cada marcha:

	T1	T2	T3	T4	T5	T6
T[N]	7080	7080	6247,06	6247,06	5699,07	5699,07
Mx[N mm]	212400	509760	212400	424800	212400	368905,26
V[N]	2576,91	2576,91	2273,74	2273,74	2074,29	2074,29

Tabla 38: Momentos torsores para cada pareja de engranajes



	T7	T8	T9	T10	T11	T12
T [N]	5255,46	5255,46	4921,93	4921,93	4637,97	4637,97
Mx [N mm]	212400	323657,1429	212400	289636,4	212400	260672,73
V [N]	1912,83	1912,83	1791,43	1791,43	1688,08	1688,08

Tabla 39: Momentos torsores para cada pareja de engranajes

Por tanto se tienen 2 casos para cada eje, uno en donde el momento torsor máximo y el otro caso en el que el momento flector resultante es máximo.

- **Primera marcha eje de salida:**  $Mr = 202210 \text{ Nmm}$  y  $Mx = 509760 \text{ Nmm}$ .
- **Tercera marcha eje de salida:**  $Mr = 421370 \text{ Nmm}$  y  $Mx = 368905 \text{ Nmm}$ .
- **Primera marcha eje de entrada:**  $Mr = 202210 \text{ Nmm}$  y  $Mx = 212400 \text{ Nmm}$ .
- **Tercera marcha eje de entrada:**  $Mr = 421370 \text{ Nmm}$  y  $Mx = 212400 \text{ Nmm}$ .

Para hallar el diámetro del eje se recurre a la Teoría de Cortante Máximo sabiendo que la tensión de fluencia media del acero F-152 de 550 MPa y un coeficiente de seguridad del elegido de 3.

$$\tau_{max} = \frac{\sigma_F}{2*C_s} \quad (45)$$

$$\tau_{max,adm} = \sqrt{\left(\frac{\sigma_x}{2}\right)^2 + \tau_{xy}^2} \quad (46)$$

Igualamos ambas ecuaciones,  $\tau_{max}$  igual a  $\tau_{max, adm}$  para obtener el valor del diámetro del eje.

$$\frac{\sigma_F}{2*C_s} = \sqrt{\left(\frac{\sigma_x}{2}\right)^2 + \tau_{xy}^2} \quad (47)$$

Como se observa a continuación  $\sigma_x$  y  $\tau_{xy}$  dependen del diámetro del eje.

$$\sigma_x = \frac{32*Mr}{\pi*(D_{ejes})^3} \quad (48)$$

$$\tau_{xy} = \frac{16*M_x}{\pi*(D_{ejes})^3} \quad (49)$$

Por tanto introduciendo las ecuaciones 37 y 38 en la ecuación 36, para dejar el resultado en función del diámetro del eje, es que lo que se quiere calcular, obtengo los siguientes resultados.

$$\left(\frac{\sigma_F}{2*C_s}\right)^2 = \left(\frac{16*Mr}{\pi*D^3}\right)^2 + \left(\frac{16*M_x}{\pi*D^3}\right)^2 \quad (50)$$



Suponiendo la sección más desfavorable la tercera marcha eje de salida:

$$D_{ejes\_3s} = 31,45 \text{ mm} \quad (51)$$

Suponiendo la sección más desfavorable la primera marcha eje de salida:

$$D_{ejes\_1s} = 31,23 \text{ mm} \quad (52)$$

Suponiendo la sección más desfavorable la primera marcha eje de entrada:

$$D_{eje\_1e} = 25,35 \text{ mm} \quad (53)$$

Suponiendo la sección más desfavorable la tercera marcha eje de entrada:

$$D_{eje\_3e} = 29,71 \text{ mm} \quad (54)$$

Como se puede observar, para el eje de entrada y salida, la sección más desfavorable es la correspondiente a la de la tercera marcha dando un diámetro de 30 y 32 mm respectivamente.

Sería ideal que el diámetro de salida fuera de 35 mm ya que es una medida normalizada del eje, con esto se busca que a la hora de escoger un rodamiento sea uno estandarizado por el fabricante.

## B.5. Cálculo a fatiga de los ejes

Con este cálculo se busca hallar el diámetro del eje para un ciclo de vida infinito, pero primero se debe de partir de ciertas condiciones iniciales.

El material para ambos ejes será el mismo, F-152 42CrMo4 templado y revenido con las siguientes características:

Material	Acero F-152
Rm	800
$\sigma_f$	550
Dureza [HB]	238

Tabla 39: Propiedades del F-152 42 Cr Mo4

Además, también hay que tener en cuenta las solicitudes y consideraciones de los ejes:

- Estarán sometidos a Momento Flector y Torsor.
- Los ejes están mecanizados.
- La temperatura de trabajo ronda los 100°C.

Ahora es necesario conocer los parámetros fundamentales de una curva S-N, así como se muestra a continuación:

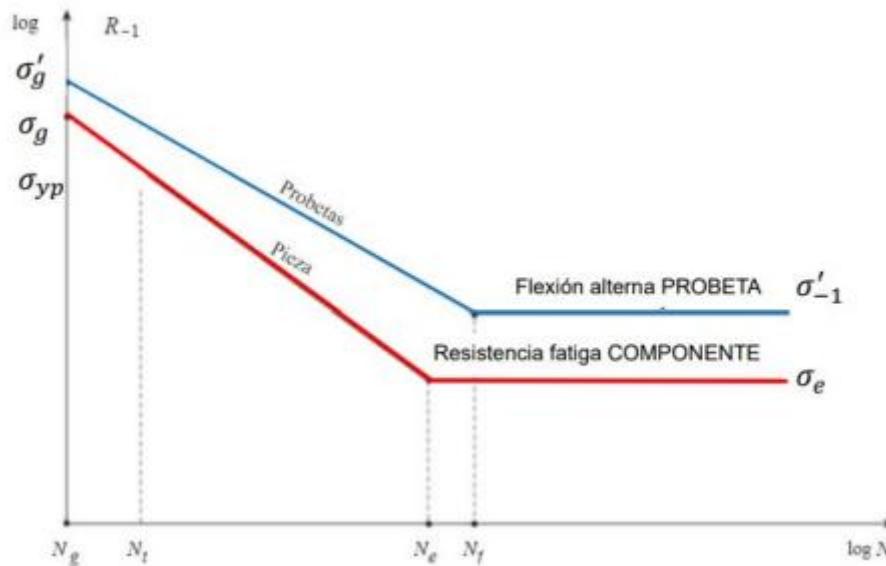


Figura 94: Curva S-N de la probeta y del componente

Como ambos ejes están hechos del mismo material la curva S-N serán las mismas.



Antes de obtener los valores de la pieza o componente se debe calcular los valores para la probeta.

$$\sigma'_g = 0,9 * \sigma_{UT} = 0,9 * 800 = 720 \text{ MPa} \quad (55)$$

$$\sigma'_{-1} = 0,5 * \sigma_{UT} = 0,5 * 800 = 400 \text{ MPa} \quad (56)$$

Siendo el subíndice (g) referido al valor a 1000 ciclos, y el subíndice (-1) referido a  $10^6$  ciclos. El apóstrofe (') indica que los valores se refieren a probeta, no al componente.

Para calcular los valores de la pieza o componente se necesitan unos coeficientes de corrección o coeficiente modificativo, los cuales dependen de las dimensiones, geometría, temperatura de trabajo o la forma en la que ha sido fabricada la pieza entre otros.

De los valores a continuación, el superíndice (g) es referido a la tensión a 1000 ciclos, mientras que el superíndice (e) se refiere a  $10^6$  ciclos.

**Acabado superficial:** Maquinado o laminado en frío.

Acabado Superficial	Factor a	Exponente b
Esmerilado	1,58	-0,085
Maquinado o laminado en frío	4,51	-0,265
Laminado en caliente	54,7	-0,718
Como sale de forja	272	-0,995

Tabla 40: valores de cálculo para factor modificativo acabado superficial

$$C_s^g = 1 \quad (57)$$

$$C_s^e = a * (\sigma_{UT})^b = 4,51 * 800^{-0,265} = 0,767 \quad (58)$$

**Dimensiones y geometría:**

$$C_d^g = 1 \quad (59)$$

$$C_d^e = 1 \quad (60)$$

**Fiabilidad:** Elijo una fiabilidad del 99,99%.

Fiabilidad Q(%)	Z	Factor de fiabilidad: $C_R^e$
50	0	1,000
90	1,288	0,897
95	1,645	0,968
99	2,326	0,814
99,9	3,091	0,753
99,99	3,719	0,702
99,999	4,265	0,659
99,9999	4,753	0,620

Tabla 41: Factor modificativo para la fiabilidad

$$C_R^g = C_R^e \quad (61)$$

$$C_R^e = 0,702 \quad (62)$$

**Tratamientos mecánicos:** Mecanizado.

$$C_m^g = 1 \quad (63)$$

$$C_m^e = 1 \quad (64)$$

**Temperatura:** condiciones de trabajo 100°C.

Temperatura °C	$C_T$
20	1,000
50	1,010
100	1,020
150	1,025
200	1,020
250	1,000
300	0,975
350	0,943
400	0,900
450	0,843
500	0,768
550	0,672
600	0,549

Tabla 42: Factor modificativo para la temperatura

$$C_T^g = C_T^e = C_T = 1,02 \quad (65)$$



Obtenemos el factor modificativo total como la multiplicación de todos los factores modificativos anteriores.

Factores modificativos		
Acabado	1	0,767
Flexión	1	1
Dimensiones	1	1
Fiabilidad	0,702	0,702
Mecanizado	1	1
Temperatura	1,02	1,02
Resultado multiplicado	0,716	0,549

Tabla 43: Factores modificativos elegidos

Ahora si es posible calcular los valores de la curva S-N para la pieza.

$$\sigma_g = 0,716 * \sigma'_g = 0,716 * 720 = 515,52 \text{ MPa} \quad (66)$$

$$\sigma_e = 0,549 * \sigma'_{-1} = 0,549 * 400 = 219,6 \text{ MPa} \quad (67)$$

A continuación, calculo el diámetro que deberían tener los ejes de entrada y salida para que aguanten a vida infinita a fatiga. Para ello se dispone de la siguiente expresión.

$$d = \left( \frac{CS}{\sigma_{yp}} \frac{32}{\pi} \sqrt{\left( \frac{\sigma_{yp}}{\sigma_e} K_{f,flexión} \cdot M_{flector} \right)^2 + 0,75 (M_{torsor})^2} \right)^{1/3}$$

Figura 95: diámetro en función del límite a fatiga y del concentrador de tensiones

Podemos suponer un diámetro inicial, en este caso supongo un diámetro de 43 mm que se obtuvo en el cálculo resistente de los ejes. Por otra parte, hay que destacar que el concentrador de tensiones,  $K_{f,flexión}$  y el límite a fatiga,  $\sigma_e$  dependen del diámetro que es la incógnita de la ecuación.

Donde sabemos:

- $C_s=2$ .
- $\sigma_{YP}=\sigma_F=550 \text{ MPa}$ .
- $\sigma_e=219,6 \text{ MPa}$ .
- $K_f, \text{flexión}=1$  Para ejes sin discontinuidades.
- $M_{flector}=421369,19 \text{ Nmm}$ . Momento resultante máximo.
- $M_{torsor}=424800 \text{ Nmm}$ . Momento torsor máximo
- $d_{\text{inicial\_entrada}}=30 \text{ mm}$ .
- $d_{\text{inicial\_salida}}=35 \text{ mm}$ .



Inicialmente suponemos que el límite a fatiga cambia poco y ponerlo constante. Introduzco todos los datos en la ecuación de la figura 95:

$$d_{eje\text{entrada}} = 34,11 \text{ mm} \quad (68)$$

$$d_{eje\text{salida}} = 34,44 \text{ mm} \quad (69)$$

dando un diámetro de 34,11 y 34,44 mm, este último diámetro es menor al supuesto inicialmente de 35 mm, por tanto este será el diámetro final del eje de salida.

$$\text{Si } d > d_{inicial} \rightarrow d = d_{inicial} \quad (70)$$

$$\text{Si } d \leq d_{inicial} \rightarrow d = d_{eje\text{final}} \quad (71)$$

Para el caso del eje de salida, el diámetro calculado es menor que el diámetro inicial como ya se ha dicho antes, por tanto:

$$d_{eje\text{salida}} = 35 \text{ mm} \quad (72)$$

Para el caso del eje de entrada, el diámetro calculado es mayor que el diámetro inicial, por lo que:

$$d_{eje\text{entrada}} = d_{inicial\text{entrada}}' = 34,11 \text{ mm} \rightarrow 35 \text{ mm} \quad (73)$$

Así que hay que volver a calcular el límite a fatiga para este caso:

$$C_{d(\emptyset 30)}^e = 1,24 * d^{-0,107} = 0,862 \rightarrow \sigma_e = 219,6 \text{ MPa} \quad (74)$$

$$C_{d(\emptyset 35)}^e = 1,51 * d^{-0,157} = 0,864 \rightarrow \sigma_e = x \quad (75)$$

Haciendo una regla de 3, da un límite a fatiga x=220,11 MPa. Con este nuevo valor calculado, lo introducimos en la ecuación de la figura 95:

$$d_{eje\text{entrada}}' = 34,08 \text{ mm} \quad (76)$$

Este diámetro calculado es menor al diámetro inicial nuevo de 35 mm, por tanto:

$$d_{eje\text{entrada}} = 35 \text{ mm} \quad (77)$$

## C. Elección de rodamientos

Para seleccionar correctamente los rodamientos, es fundamental analizar las reacciones en los apoyos de los ejes para cada marcha, ya que las fuerzas varían en función de la velocidad y el par transmitido. Los pasos a seguir son los siguientes:

- Calcular las cargas radiales en cada apoyo para todas las marchas. No hay cargas axiales debido a que los engranajes rectos no las producen.
- Identificar la marcha con la mayor carga, dado que el rodamiento debe ser capaz de soportar el esfuerzo máximo que se presenta en cualquiera de las condiciones de operación.
- Determinar la vida útil requerida del rodamiento, teniendo en cuenta el ciclo de trabajo.
- Seleccionar un rodamiento que cumpla con la capacidad de carga necesaria y ofrezca un margen de seguridad para soportar las cargas.

		Apoyo A		Apoyo B	
	Marcha	Ry (radial)	Ry (tangencial)	Ry (radial)	Ry (tangencial)
Eje de entrada	1º	-2305,7	6334,7	-271,25	745,26
	2º	-239,34	657,59	-2034,4	5589,5
	3º	-873,39	2399,6	-1200,9	3299,5
	4º	-1107,4	3042,6	-805,4	221,8
	5º	-1351,4	3713	-440	1208,9
	6º	-414,62	1139,2	-1273,5	3498,8
		Apoyo A'		Apoyo B'	
Eje de salida	1º	2305,7	-6334,7	271,25	-745,26
	2º	239,34	-657,59	2034,4	-5589,5
	3º	873,39	-2399,6	1200,9	-3299,5
	4º	1107,4	-3042,6	805,4	-221,8
	5º	1351,4	-3713	440	-1208,9
	6º	414,62	-1139,2	1273,5	-3498,8

Tabla 44: Reacciones en los apoyos

Ahora calculo la Ry equivalente para tener en cuenta ambas reacciones que actúan en planos diferentes.

$$R_y, eqv = \sqrt{(R_{y_{radial}})^2 + (R_{y_{tangencial}})^2} \quad (78)$$

		Apoyo A	Apoyo B
	Marcha	Ry eqv	Ry eqv
Eje de entrada	1º	6741,27	793,09
	2º	699,79	5948,22
	3º	2553,60	3511,25
	4º	3237,86	835,38
	5º	3951,28	1286,48
	6º	1212,31	3723,36
		Apoyo A'	Apoyo B'
Eje de salida	1º	6741,27	793,09
	2º	699,79	5948,22
	3º	2553,60	3511,25
	4º	3237,86	835,38
	5º	3951,28	1286,48
	6º	1212,31	3723,36

Tabla 45: Reacciones equivalentes en los apoyos

Una vez calculadas las resultantes se deberá buscar las mayores solicitudes para cada eje y para cada apoyo.

	Apoyo A	Apoyo B
	Ry eqv	Ry eqv
Eje de entrada	6741,27	5948,22
	Apoyo A'	Apoyo B'
Eje de salida	6741,27	5948,22

Tabla 46: Reacciones más desfavorables en los apoyos

De la tabla anterior se seleccionan los valores más desfavorables para asegurarse de que los rodamientos puedan aguantar cualquier esfuerzo de la caja.

Para el cálculo se partirá del nº de ciclos que se espera que soporten los rodamientos. En este caso, se igualará la vida de los rodamientos a la del engranaje de mayor solicitud en el eje de entrada y el eje de salida, siendo este la pareja que componen la 1º marcha:

$$L_{\text{entrada}} = 27,834 \text{ millones de vueltas} \quad (79)$$

$$L_{\text{salida}} = 184,570 \text{ millones de vueltas} \quad (80)$$

Ahora si procedo a obtener la carga dinámica admisible (C), cuya expresión es la siguiente:

$$L = \left(\frac{C}{P}\right)^{\alpha} \quad (81)$$



Donde:

- L, es la vida útil del engrane en millones de vueltas.
- P, es la carga dinámica equivalente en N
- a, es un coeficiente que en este caso de rodamientos de rodillos vale 10/3.
- C, es la carga dinámica admisible en N.

### Apoyo A

$$C = P * L^{\frac{1}{a}} = 6741,27 * 27,834^{0,3} = 18286 \text{ N} \quad (82)$$

### Apoyo B

$$C = P * L^{\frac{1}{a}} = 5948,22 * 27,834^{0,3} = 16135 \text{ N} \quad (83)$$

### Apoyo A'

$$C = P * L^{\frac{1}{a}} = 6741,27 * 184,57^{0,3} = 32254 \text{ N} \quad (84)$$

### Apoyo B'

$$C = P * L^{\frac{1}{a}} = 5948,22 * 184,57^{0,3} = 28460 \text{ N} \quad (85)$$

Con estos valores puedo seleccionar un rodamiento en concreto del catálogo de rodamientos de SKF usado en la empresa TUDOR donde realicé las prácticas académicas.

En este caso utilizaré rodamientos de agujas con aros mecanizados, de una sola hilera y de diámetro interno de 35 mm, que son los que habitualmente se usan en las cajas de cambios.

El rodamiento seleccionado es el siguiente:



om product. See technical specification for details.

## NU 1007 ECP

Rodamiento de una hilera de rodillos cilíndricos, diseño NU

Los rodamientos de una hilera de rodillos cilíndricos están diseñados para admitir cargas radiales altas en combinación con velocidades altas. Al tener dos pestañas integrales en el aro exterior y no tener pestañas en el aro interior, los rodamientos de diseño NU pueden admitir desplazamientos axiales en ambos sentidos. Una característica importante es el diseño desmontable, que facilita el montaje y permite intercambiar los componentes del rodamiento.

- Alta capacidad de carga radial
- Baja fricción
- Larga vida útil
- Admiten desplazamiento axial en ambos sentidos
- Diseño desmontable

### Dimensiones

Diámetro interno 35 mm

Diámetro exterior 62 mm

Ancho 14 mm

### Rendimiento

Capacidad de carga dinámica básica 41.5 kN

Capacidad de carga estática básica 38 kN

Velocidad de referencia 13 000 r/min

Velocidad límite 13 000 r/min

Tabla 96: Rodamientos

Se eligen 4 rodamientos iguales para los 4 apoyos antes calculados, ya que cumplen con la carga dinámica para cada apoyo y además garantiza que la velocidad de trabajo del rodamiento es mayor a cualquier velocidad de rotación de cualquiera de los dos ejes.



Al estar este rodamiento sobredimensionado, lo cual es bueno porque evita fallos, procedo a recalcular la duración de este para el caso de la sección más desfavorable, que como se dijo antes es para la 1º marcha y para el caso de par motor máximo como hipótesis más desfavorable.

Se sabe que el número de vueltas del eje de entrada y salida para este caso son los siguientes:

$$n_s = 2835,65 \text{ rpm} \quad (86)$$

$$n_e = 6805,56 \text{ rpm} \quad (87)$$

La nueva duración de los rodamientos es:

$$L_{nueva} = \left(\frac{C}{P}\right)^a \quad (88)$$

Donde:

- C es la carga dinámica del rodamiento elegido por catálogo igual a 41500 N.
- P es la carga dinámica equivalente en N.
- a, para rodamientos de rodillos es igual a 10/3.
- L<sub>nueva</sub>, es la nueva duración de los rodamientos.

Para el caso del eje de entrada y del eje de salida los valores de L<sub>nueva</sub> están calculados para el caso de carga más desfavorable, es decir para P=6741,27 N, que es el valor correspondientes a los apoyos A y A' :

$$L_{nueva_e} = \left(\frac{41500}{6741,27}\right)^{\frac{10}{3}} = 427,6 \text{ millones de vueltas} \quad (89)$$

$$L_{nueva_s} = \left(\frac{41500}{6741,27}\right)^{\frac{10}{3}} = 427,6 \text{ millones de vueltas} \quad (90)$$

Para pasar la duración a una unidad en la que se pueda uno hacer una idea de cuánto tiempo duran los rodamientos, por ejemplo horas de funcionamiento, se dispone de la siguiente expresión:

$$L_h = (L_{nueva} * 10^6) / (n_i * 60) \quad (91)$$

Como L<sub>h</sub> depende de la velocidad de giro de cada eje:

$$L_{h_e} = \frac{427,6 * 10^6}{6805,56 * 60} = 1047,18 \text{ horas} \quad (92)$$

$$L_{h_s} = \frac{427,6 * 10^6}{2835,65 * 60} = 2513,24 \text{ horas} \quad (93)$$

Por tanto, la duración final de los rodamientos es de 1047,18 horas.

## D. Elección del piñón de ataque, corona y cadena de transmisión

En este apartado se procede a la selección de los elementos de transmisión también llamado kit de arrastre.

Datos de partida:

- $Z_{p,a}$ : N° de dientes del piñón de ataque.
- $Z_c$ : N° de dientes de la corona
- X: Número de eslabones de la cadena

### D.1. Piñón de ataque

Para el piñón de ataque he elegido uno del fabricante SKF modelo PHS 10B-1AS15X35

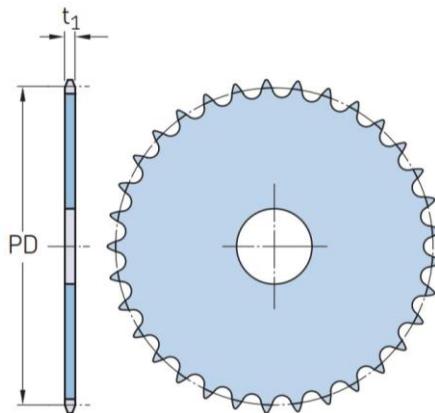
A continuación, se describe el significado de cada término:

- 10B: Indica el paso que tiene el piñón expresado en 1/16 de pulgada, por tanto  $10 \times 1/16 = 5/8$  de pulgadas que corresponde a 15,88 mm
- -1: Indica que el piñón es simple, doble o triple, en este caso es un piñón simple
- AS: Indica el tipo de engranaje (tipo A) con diámetro interior personalizado.
- 15X35: Indica el número de dientes del engranaje (15) y el diámetro del agujero en donde irá el piñón (35 mm).

### D.2. Corona dentada

La corona deberá ser del mismo espesor que el piñón y la cadena para que no haya holguras, por lo que se utilizará el mismo fabricante que en los piñones SKF modelo PHS 10B-1A42.

Piñones métricos, simples, agujero personalizado



Tipo A

Figura 97: Piñón y corona del catálogo de SKF

### D.3. Cadena

Al igual que antes, elijo el fabricante SKF para la selección de la cadena de transmisión ya que considero que es el que mejor se ajusta a las especificaciones de los demás componentes, por tanto, el modelo es el siguiente: PHC 10B-1SS cadena simple de 5/8" y de acero inoxidable que es una cadena que va a trabajar siempre en condiciones poco favorables.

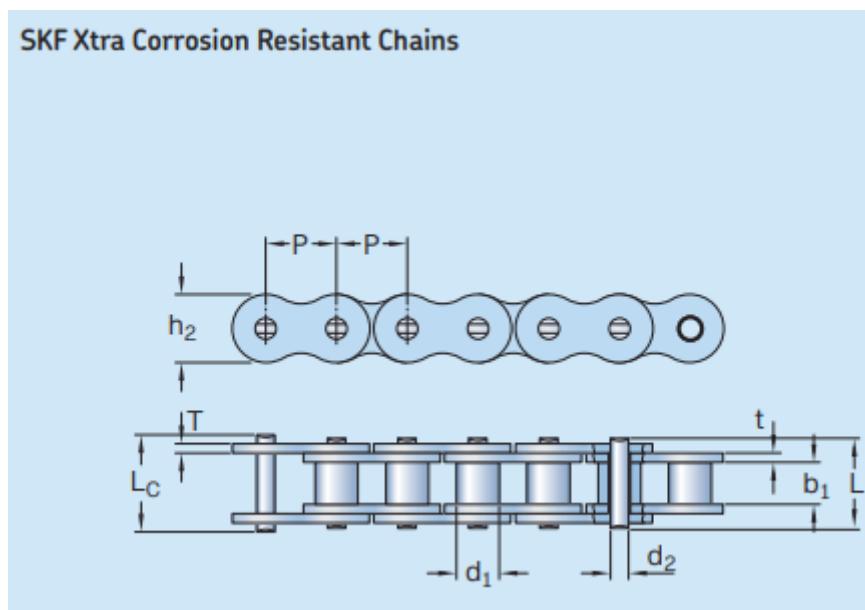


Figura 98: Cadena de 5/8" inoxidable y simple

Longitud de la cadena y distancia entre ejes

Conocida la cadena, paso a calcular la longitud de esta y la distancia entre el piñón y la corona. Se han usado las fórmulas de un catálogo de cadenas especialista en cadenas para motos como es *REGINA CHAIN*.

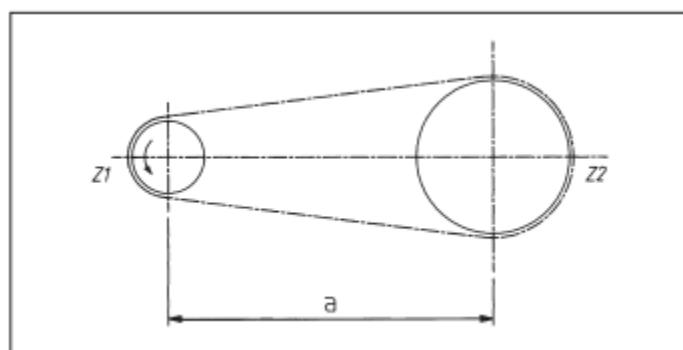


Figura 99: Esquema del kit de arrastre



## 10 CENTRE DISTANCE OF THE CHAIN DRIVE

### 10.1 Two sprockets with the same number of teeth

$$Z = Z_1 = Z_2 \quad a = \frac{X - Z}{2} \cdot p$$

### 10.2 Two sprockets with different number of teeth

$$a = [2X - (Z_1 + Z_2)] \cdot f_4 \quad \text{for } f_4 \text{ factor see table 7}$$

Figura 100: Fórmula de la distancia entre ejes del catálogo de REGINA

Mis datos de partida son el número de dientes del piñón de ataque ( $Z_p, a=15$ ), el número de dientes de la corona ( $Z_c=42$ ) y el número de eslabones de la cadena. Hay que destacar que estos datos son tal y como viene la moto de serie.

### Distancia entre ejes

Uso la expresión para piñones con distinto número de dientes, así como se muestra en la figura 99.

$$a = [2 * X - (Z_p, a + Z_c)] * f_4 * p \quad (94)$$

Donde:

- a: distancia entre dientes
- X: N° de eslabones de la cadena de serie igual a 114 eslabones.
- $Z_p, a$ : 15 dientes que tiene el piñón de ataque.
- $Z_c$ : 42 dientes de la corona
- $f_4$ : es un factor de usado para calcular, a, que se ha hallado mediante un proceso iterativo de prueba y error. (Figura 101).
- p: paso del engranaje.

**Tab. 7 -  $f_4$  factor to calculate the centre distance of sprockets with different numbers of teeth.**

Fattore  $f_4$  per il calcolo dell'interasse di ruote dentate con diverso numero di denti.

$\frac{X - Z_1}{Z_2 - Z_1}$	$f_4$	$\frac{X - Z_1}{Z_2 - Z_1}$	$f_4$	$\frac{X - Z_1}{Z_2 - Z_1}$	$f_4$
13	0,24 991	2,00	0,24 421	1,33	0,22 968
12	0,24 990	1,95	0,24 380	1,32	0,22 912
11	0,24 988	1,90	0,24 333	1,31	0,22 854
10	0,24 986	1,85	0,24 281	1,30	0,22 793
9	0,24 983	1,80	0,24 222	1,29	0,22 729
8	0,24 978	1,75	0,24 156	1,28	0,22 662
7	0,24 970	1,70	0,24 081	1,27	0,22 593
6	0,24 958	1,69	0,24 048	1,26	0,22 520
5	0,24 937	1,66	0,24 013	1,25	0,22 443
4,8	0,24 931	1,64	0,23 977	1,24	0,22 361
4,6	0,24 925	1,62	0,23 938	1,23	0,22 275
4,4	0,24 917	1,60	0,23 897	1,22	0,22 185
4,2	0,24 907	1,58	0,23 854	1,21	0,22 090
4,0	0,24 896	1,56	0,23 807	1,20	0,21 990
3,8	0,24 883	1,54	0,23 758	1,19	0,21 884
3,6	0,24 868	1,52	0,23 705	1,18	0,21 771
3,4	0,24 849	1,50	0,23 648	1,17	0,21 652
3,2	0,24 825	1,48	0,23 588	1,16	0,21 526
3,0	0,24 795	1,46	0,23 524	1,15	0,21 390
2,9	0,24 778	1,44	0,23 455	1,14	0,21 245
2,8	0,24 758	1,42	0,23 381	1,13	0,21 090
2,7	0,24 735	1,40	0,23 301	1,12	0,20 923
2,6	0,24 708	1,39	0,23 259	1,11	0,20 744
2,5	0,24 678	1,38	0,23 215	1,10	0,20 549
2,4	0,24 643	1,37	0,23 170	1,09	0,20 336
2,3	0,24 602	1,36	0,23 123	1,08	0,20 104
2,2	0,24 552	1,35	0,23 073	1,07	0,19 848
2,1	0,24 493	1,34	0,23 022	1,06	0,19 564
2,0	0,24 421	1,33	0,22 968		

Figura 101: Tabla del factor de corrección para calcular “a”

$$\frac{X-Zp,a}{Zc-Zp,a} = \frac{114-15}{42-15} = 3,666 \quad (95)$$

Esto da un factor  $f_4$  de 0,24868, el cual se introduce en la ecuación 64 para hallar la distancia entre ejes, a.

$$a = [2 * 114 - (42 - 15)] * 0,24868 * 15,88 = 793,75 \text{ mm} \quad (96)$$

Y con este resultado calculo la longitud de total de la cadena que es igual a la siguiente expresión.

$$L = X * p = 114 * 15,88 * 10^{-3} = 1,81 \text{ m} \quad (96)$$

Por tanto, la cadena elegida es una estándar resistente a la corrosión de la marca SKF de paso 5/8" simple, la cual necesita lubricación con aceite SAE 80W90 según el fabricante con un engrasador con una media de 4 a 20 gotas de aceite por minuto.



**Universidad**  
Zaragoza  
1542



**Escuela de**  
**Ingeniería y Arquitectura**  
**Universidad** Zaragoza

Cálculo de una caja de  
cambios de una Ducati  
Panigale V4 R