



TRABAJO DE FIN DE GRADO
GRADO EN FÍSICA

SQUIDS DE GRAN ANCHO DE BANDA

Autora

Lorena-Pilar Caswell Alonso

Directores

Dra. María José Martínez Pérez

Dr. Jorge Pérez Bailón

Facultad de Ciencias
12 de junio de 2024

Índice general

1. Motivación y objetivos	1
2. Fundamento teórico	2
1. Superconductividad	2
2. Cuantización del flujo magnético	3
3. Efecto Josephson	4
3.1. Modelo RCSJ	4
4. Ruido térmico y ruido $1/f$	8
5. DC SQUID	9
3. Diseño	11
4. Fabricación	13
5. Caracterización experimental	16
1. Primer SQUID	18
2. Segundo SQUID	20
6. Conclusiones	22
A. Anexo I: Teoría BCS de la superconductividad	24
B. Anexo II: Glosario de términos	24

1. Motivación y objetivos

Hoy en día, las tecnologías cuánticas están cobrando cada vez más y más relevancia, teniendo aplicación tanto en la industria como en la investigación, por lo que son un campo de estudio prioritario. Los ejemplos de aplicación de las tecnologías cuánticas más importantes son la computación cuántica, que nos permitirá resolver problemas hasta ahora inabarcables en criptografía, simulaciones, optimización, etc. y los sensores cuánticos, que nos ofrecen una precisión y una sensibilidad sin precedentes.

Dentro de los sensores cuánticos, destacan los SQUID (del inglés, *Superconducting QUantum Interference Device*, es decir, dispositivo superconductor de interferencia cuántica), unos dispositivos extremadamente sensibles a campos magnéticos (pudiendo detectar variaciones en la escala de los femtotestas). Es por ello que tienen numerosas aplicaciones en diversos campos [1]:

- En el campo de la neurofisiología, los SQUIDS se emplean en magnetoencefalografía (MEG) ya que son capaces de medir los campos magnéticos generados por la actividad cerebral, permitiendo el diagnóstico y el estudio de enfermedades como la epilepsia.
- En geofísica, se emplean para detectar y mapear yacimientos de recursos naturales como minerales o petróleo con gran precisión.
- En física de partículas y cosmología, se pueden emplear para detectar partículas subatómicas en experimentos relacionados con la materia oscura o la energía oscura [2].
- En computación cuántica, los SQUIDS y las uniones Josephson permiten implementar circuitos cuánticos, debido a que son objetos altamente no-lineales y cuya inductancia se puede modular fácilmente [3].

En este Trabajo de Fin de Grado se pretende estudiar los SQUIDS de gran ancho de banda, ya que es necesario disponer de magnetómetros tan sensibles capaces de operar en el rango desde los Hz hasta las radiofrecuencias (RF) [4].

Este trabajo está organizado en los siguientes capítulos: en primer lugar en este primer capítulo se hace una pequeña introducción donde se exponen los motivos que sustentan este trabajo. Seguidamente, en el capítulo 2 se presenta una revisión bibliográfica de los fundamentos teóricos sobre los que se basan estos dispositivos. En el capítulo 3 se detalla el proceso de diseño de un SQUID mediante un software específico. A continuación, en el capítulo 4 se explica el proceso de nanofabricación de los SQUID en sala blanca. Finalmente, el capítulo 5 está dedicado a la caracterización experimental del SQUID y a la medida de ruido.

2. Fundamento teórico

Un dispositivo SQUID [1] es un magnetómetro empleado para medir campos magnéticos extraordinariamente débiles, basado en lazos o anillos superconductores que presentan uniones Josephson.

El funcionamiento de los SQUID se basa en 3 efectos mecano-cuánticos: la superconductividad, la cuantización del flujo magnético y el efecto Josephson.

1. Superconductividad

La superconductividad es un conjunto de propiedades físicas que se observan en determinados materiales, por debajo de una temperatura crítica y de un campo magnético crítico, para los que la resistencia eléctrica se anula de manera abrupta ¹ y los campos magnéticos son expulsados del material, lo que se conoce como *efecto Meissner* (el campo magnético interno se hace cero).

Esto hace que una corriente eléctrica pueda fluir indefinidamente sobre un lazo superconductor en ausencia de fuente de alimentación (la intensidad es constante en el tiempo; no se pierde energía). De normal, en un conductor ordinario la corriente eléctrica se disipa en forma de calor por efecto Joule.

Existen dos tipos de superconductores: los superconductores de tipo I, en los que la respuesta de diamagnético perfecto ante la aplicación de un campo externo desaparece en cuanto la temperatura o el campo magnético superan los valores críticos, y los superconductores de tipo II, en los que la respuesta de diamagnético perfecto se reduce gradualmente a partir de un cierto $B_{c,1}$ hasta atenuarse por completo en $B_{c,2}$, de manera que para $B_{c,1} < B < B_{c,2}$ tenemos un estado de *vórtices* en el que el campo magnético sólo penetra en determinadas zonas, a modo de interfase entre superconductor y conductor normal.

Para explicar este fenómeno de la superconductividad se propuso en 1957 la *Teoría BCS* (que se explica en el anexo I [5]), llamada así por sus creadores (J. Bardeen, L. Cooper y J. R. Schrieffer), que les valió el Premio Nobel de Física en 1972, y que explica el comportamiento superconductor considerando el material como un superfluido de pares de Cooper (parejas de electrones entrelazados vía fonones). Sin embargo, esta teoría no es aplicable a todos los superconductores ni es capaz de predecir si un material será superconductor o no. En particular, los llamados superconductores de alta temperatura, como el que se va a utilizar en este trabajo, no

¹A diferencia de los conductores tradicionales, cuya resistencia se reduce gradualmente al ir disminuyendo la temperatura hasta cerca del cero absoluto

han sido explicados satisfactoriamente por ninguna teoría actual.

2. Cuantización del flujo magnético

El flujo magnético a través de un anillo viene dado por $\Phi = \vec{B} \cdot \vec{S}$, con \vec{B} el campo magnético y \vec{S} el área que atraviesa el flujo. Ambas magnitudes pueden tomar valores arbitrarios, luego el flujo también. Sin embargo, cuando se trata de un lazo superconductor o un orificio en un medio superconductor macizo, tenemos que el flujo magnético que lo atraviesa está cuantizado. El cuanto de flujo magnético superconductor es $\Phi_0 = h/2e \approx 2,07 \cdot 10^{-15}$ (con $h = 2\pi\hbar$ la constante de Planck y e la carga del electrón) y es el mismo para cualquier superconductor.

Al tomar un camino cerrado en el interior del superconductor, la fase ϕ debe variar un múltiplo de 2π ($2\pi n$) para que la función de onda interfiera de forma constructiva. Esta fase depende de una densidad de corriente \vec{j}_s , que representa el movimiento de los pares de Cooper; y del potencial magnético vector \vec{A} , mediante el cual está definido el campo magnético ($\vec{B} = \vec{\nabla} \times \vec{A}$). Sabemos que el gradiente de fase es $\vec{\nabla}\phi = \frac{1}{\hbar}(m_p\vec{v}_p + q_p\vec{A})$ y que $m_p\vec{v}_p = \frac{m_p\vec{j}_s}{q_p n_p}$, con m_p la masa del par de Cooper, q_p su carga ($2e$) y n_p la densidad de pares de Cooper. Haciendo la integral de camino:

$$2\pi n = \oint \vec{\nabla}\phi d\vec{l} = \frac{m_s}{n_s q_s \hbar} \oint \vec{j}_s d\vec{l} + \frac{q_e}{\hbar} \oint \vec{A} d\vec{l}$$

e introduciendo el cuanto de flujo magnético Φ_0 y la *profundidad de penetración de London*, $\lambda_L = \sqrt{\frac{m_p}{\mu_0 q_p^2 n_p}}$, que es la longitud de penetración del campo magnético en el material, llegamos a que:

$$n\Phi_0 = \mu_0 \lambda_L^2 \oint \vec{j}_s d\vec{l} + \Phi$$

donde hemos tomado que el segundo término es equivalente al flujo magnético a través del contorno cerrado.

Cuando el superconductor tenga un volumen suficiente, podremos siempre encontrar un camino de integración tal que la corriente se anule, de manera que sólo quedará el término del flujo, que estará cuantizado.

$$\Phi = n\Phi_0 \tag{2.1}$$

3. Efecto Josephson

El efecto Josephson (o *tunelado* Josephson) se produce cuando se aproximan dos superconductores separados por una barrera (región de acoplamiento débil), lo que se conoce como *unión Josephson*. Si tenemos una diferencia de fase, el efecto Josephson produce una corriente, denominada *supercorriente*, que fluye ininterrumpidamente sin necesidad de aplicar ningún voltaje externo sobre la unión.

Cada nodo superconductor viene dado por una función de onda macroscópica distinta. La interferencia entre estas dos funciones de onda se da en la zona de acoplamiento, y el efecto Josephson no es sino el resultado de esa interferencia. Podemos relacionar la supercorriente I_s que atraviesa la unión y el voltaje U disipado en ella con la diferencia de fase invariante de gauge de las funciones de onda de las regiones superconductoras $\delta = \phi_2 - \phi_1 - \frac{2\pi}{\Phi_0} \int_1^2 A_z dz$ en las llamadas *ecuaciones de Josephson*:

$$I_s = I_0 \sin \delta \quad (2.2)$$

$$U(t) = \frac{\Phi_0}{2\pi} \dot{\delta}, \quad (2.3)$$

con I_0 la supercorriente máxima que puede travesar la unión (*corriente crítica*). De esta manera, para una corriente subcrítica $I < I_0$ atravesando la unión, resulta en una diferencia de fase δ constante entre los superconductores y, por tanto, un voltaje nulo, por lo que hablamos de *régimen estático* (tenemos superconductividad). Para una corriente supercrítica, $I > I_0$ el voltaje disipado es distinto de cero, ya que la diferencia de fase es variable en el tiempo, por lo que hablamos de *régimen dinámico* o *disipativo* (aparece resistencia al paso de la corriente). Las uniones Josephson reales poseen además una resistencia (R).

3.1. Modelo RCSJ

El modelo utilizado habitualmente para entender la dinámica de la unión Josephson es el modelo RCSJ (*R*esistively and *C*apacitively *S*hunted *J*unction) [1]. En este modelo, dividimos el flujo de corriente en tres corrientes:

- La supercorriente I_s de la ecuación (2.2).
- Una corriente de cuasipartículas $I_{qp} = U/R$ atravesando una resistencia R .

- Una corriente de desplazamiento $I_d = C \frac{dU}{dt}$ a través de la capacitancia C de la unión.

Además de estas tres componentes debemos tener en cuenta una cuarta componente que tenga en cuenta el efecto de la temperatura:

- La componente de ruido térmico I_N proveniente de la resistencia

En el modelo RCSJ estas corrientes vienen modelizadas como elementos de circuito por una resistencia y un condensador en paralelo con los elementos que modelizan la unión. El circuito equivalente toma la siguiente forma:

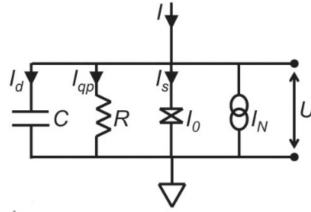


Figura 2.1: Circuito equivalente al SQUID según el modelo RCSJ.

Empleando entonces la Ley de Kirchoff y las ecuaciones de Josephson (2.2) y (2.3), obtenemos la ecuación de la dinámica de la diferencia de fase δ :

$$I = I_0 \sin \delta + \frac{\Phi}{2\pi R} \dot{\delta} + \frac{\Phi_0 C}{2\pi} \ddot{\delta} \quad (2.4)$$

De esta ecuación podemos extraer que la dinámica de la diferencia de fase es equivalente a la dinámica de una partícula puntual (con posición δ , masa C y coeficiente de fricción $1/R$) desplazándose (con velocidad $\dot{\delta} = d\delta/dt$ proporcional a U) en un potencial sinusoidal inclinado, denominado potencial *washboard*, que viene definido por:

$$U_J = E_J(1 - \cos \delta) - (i + i_N)\delta, \quad (2.5)$$

con i e i_N las corrientes normalizadas ($i = I/I_0$ y $i_N = I_N/I_0$) y E_J la energía de acoplo de Josephson, que es la que aparece entre ambos superconductores cuando la corriente aplicada es nula.

De esta manera, tenemos que la corriente que atraviesa la unión actúa como fuerza de arrastre, inclinando el potencial *washboard*. A esta corriente de polarización de la unión la llamaremos *corriente de bias* $I = I_{bias}$. Así, si tenemos una corriente supercrítica, tendremos una inclinación

mayor del potencial que para una corriente subcrítica.

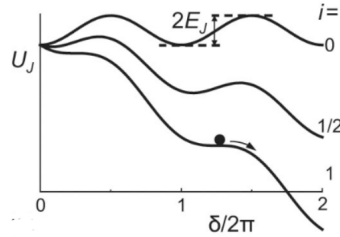


Figura 2.2: Potencial de washboard para distintos valores de corriente de polarización. Cuanto mayor es, más se inclina el potencial.

Veremos que, con este modelo, podemos explicar el ciclo de histéresis en la característica $I - V$ de la unión.

Para una corriente de bias subcrítica ($I < I_0$) tenemos que la *partícula* queda confinada en uno de los mínimos que presenta el potencial de *washboard* (mínimo local metaestable), donde oscilará con una frecuencia igual a $\omega_p = \sqrt{2\pi I_0 / \Phi_0 C}$ (también llamada frecuencia de plasma), siendo así la diferencia de fase δ constante en el tiempo (y el voltaje resultante nulo de acuerdo con la ecuación (2.3), $V = \langle U \rangle = 0$, con $\langle U \rangle \propto \langle \dot{\delta} \rangle$). La frecuencia de plasma será máxima para $I = 0$ y nula para $I = I_0$. En resumen, tenemos que en el régimen estático los pares de Cooper fluyen sin disipar energía (resistencia nula).

Cuando se alcanza una corriente supercrítica ($I > I_0$) desaparece dicho mínimo local (aumenta la inclinación del potencial de washboard) y la diferencia de fase evoluciona con el tiempo (por lo que la *partícula* comienza a deslizarse, aumentando así el voltaje) ($\langle \dot{\delta} \rangle \neq 0$ y $V \neq 0$). En resumen, en el régimen disipativo aparece una resistencia, con su correspondiente diferencia de potencial.

Para comprender el caso en que reducimos la corriente debemos introducir en primer lugar el *parámetro de Stewart-McCumber*, que viene dado por:

$$\beta_C = \left(\frac{\omega_c}{\omega_p} \right)^2 = \frac{2\pi}{\Phi_0} I_0 R^2 C,$$

que se relaciona con el cociente entre la frecuencia característica de la unión, ω_{RC} , y la frecuencia de plasma, ω_p . Si partimos de una corriente supercrítica ($I > I_0$) y hacemos evolucionar el sistema hacia una corriente subcrítica ($I < I_0$), tendremos que la *partícula* quedará confinada en uno de los pozos de nuestro potencial para un cierto valor de la corriente menor que I_0 , que depende del término inercial de la ecuación (2.4). Podemos reescribir el parámetro de Stewart-McCumber

como:

$$\beta_C = \frac{2\pi}{\Phi_0} j_0 \rho_J^2 c_J^2,$$

con $\rho_J = RA_J$ y $c_J = C/A_J$, siendo A_J el área de la unión Josephson. Este parámetro es de vital importancia, ya que determina el comportamiento histerético de la unión:

- Si $\beta_C \ll 1$, estamos en el límite fuertemente sobreamortiguado, en el que el término inercial es despreciable, lo que significa que, al reducir la intensidad de *bias* desde un valor supercrítico, la partícula quedará atrapada en uno de los mínimos del potencial de *washboard* para $I = I_0$, de manera que la característica $I - V$ no es histerética. Esto significa que la resistencia y/o la capacidad son muy pequeñas, lo que en la analogía clásica se traduciría en una masa pequeña y/o en un coeficiente de fricción elevado.
- Si $\beta_C \gg 1$, estamos en el límite fuertemente subamortiguado, siendo el término inercial no despreciable (la frecuencia de Josephson es mucho mayor que la frecuencia de relajación; $\omega_c \gg \omega_{RC}$), de manera que la dinámica de la unión Josephson está determinada exclusivamente por el circuito RC . Es decir, que la partícula ya no queda atrapada en un mínimo de potencial para $I = I_0$, sino que se queda a potencial $U = 0$ para un valor de la intensidad menor, conocido como *corriente crítica de recaptación* (*retrapping* en inglés) I_r , que dependerá de R y C .

En resumen, para el límite fuertemente subamortiguado, como la expresión (2.4) presenta un término de inercia, tenemos comportamiento histerético en la característica $I - V$ de la unión: al aumentar la corriente desde un valor subcrítico hasta el supercrítico, es decir, al pasar del régimen estático ($V=0$) al dinámico, tendremos que desaparecerán los mínimos metaestables del potencial de *washboard*, obteniendo un valor del voltaje no nulo. Si reducimos ahora la corriente, la reaparición de mínimos metaestables al llegar a valores de corriente subcríticos ($I < I_0$) no es suficiente para atrapar a la partícula en uno de estos mínimos, ya que ésta llevará un momento de inercia, por lo que para volver al régimen estático debemos reducir la corriente hasta un cierto valor subcrítico $I_r < I_0$ (corriente de *retrapping*). Visto desde el modelo RCSJ, esto se debe al tiempo de descarga del condensador, por lo que debemos tener en cuenta esta contribución del condensador y bajar más la intensidad pese a estar ya en valores subcríticos.

Con el parámetro de Stewart-McCumber β_C definido tenemos que I_r dependerá de β_C de manera que si queremos evitar el comportamiento histerético debemos mantener $\beta_C < 1$. Para ello debemos introducir una resistencia de carga (de unos pocos Ω) en paralelo con la unión (que presenta ya una resistencia de cientos o miles de Ω), de manera que, al limitarnos la resistencia de carga la intensidad que entra en el circuito de la unión, mantenemos un valor de β_C por

debajo de 1, ya que, con la resistencia de carga, la resistencia total es menor, por lo que β_C será menor. Esto es debido a que β_C es una relación entre la frecuencia característica de la unión y la del circuito RC equivalente del modelo RCSJ (ω_{RC}), ya que $\omega_p = \omega_c \omega_{RC}$.

$$\beta_C = \frac{\omega_c}{\omega_{RC}},$$

Así, $\beta_C > 1$ implica que $\omega_c > \omega_{RC}$, lo que significa que el condensador tarda un tiempo en descargarse y por esto tenemos histéresis. Sin embargo, $\beta_C < 1$ significa que el cambio en la unión es más lento que los tiempos de carga y descarga del condensador, por lo que desaparece el comportamiento histerético.

4. Ruido térmico y ruido $1/f$

Hasta ahora, siempre hemos considerado el caso libre de ruido, esto es, el caso a temperatura nula (para el que tenemos histéresis siempre que $\beta_C \gtrsim 1$). Sin embargo, para temperaturas distintas de cero, tenemos que el ruido térmico que se introduce, mayoritariamente por la resistencia de carga, puede suprimir el comportamiento histerético para valores no muy grandes de β_C .

El ruido térmico [1] presenta un espectro de ruido blanco, es decir, un espectro de amplitud de señal gaussiano, al no ser dependiente de la frecuencia. En el modelo RCSJ esta contribución del ruido viene modelizada por la corriente fluctuante $I_N(t)$. El ruido también nos modifica la expresión del potencial de *washboard*, quedándonos:

$$U_{J,N} = E_J(1 - \cos(\delta) - \delta(i - i_N(t))),$$

que indica que la inclinación media del potencial de *washboard* fluctúa con la amplitud normalizada i_N .

Para $I < I_0$ la inclinación fluctuante puede provocar que $I + I_N(t)$ sea $> I_0$, haciendo que la partícula abandone el mínimo de potencial en el que se encuentra. En el caso de la unión sobre-amortiguada aparecen una serie de pulsos de voltaje separados en el tiempo de manera aleatoria, por lo que el promedio temporal del voltaje DC (V) toma valores distintos de cero aún cuando $I < I_0$. En cambio, para la unión subamortiguada veremos que se suprime el comportamiento histerético, suavizando el salto de la tensión en la gráfica $I - V$ cuando $I/I_0 = 1$.

Cuando queremos trabajar a frecuencias bajas con nuestro SQUID nos encontramos que el ruido $1/f$ (o ruido rosa) [1], es altamente limitante en cuanto a la sensibilidad de nuestro SQUID. El ruido rosa tiene una densidad espectral inversamente proporcional a la frecuencia. Las dos

principales fuentes de ruido rosa en el SQUID son el movimiento de las líneas de flujo (vórtices) atrapadas en el DC SQUID y las fluctuaciones de las uniones Josephson, que vienen descritas como parámetros del sistema. Estas fluctuaciones se dan en el *tunneling* a través de la separación de la unión debido a la retención y posterior liberación de un electrón en un defecto de la barrera. Cuando el electrón ocupa el defecto se induce un cambio local en la densidad de corriente crítica de dicha región.

5. DC SQUID

Los SQUIDS se dividen en dos grupos: los RF SQUIDS (flotantes, es decir, que se polarizan mediante un circuito LC) y los DC SQUIDS (que se polarizan mediante una corriente que los atraviesa), que presentan, por lo general, una y dos uniones Josephson, respectivamente. El DC SQUID presenta el siguiente esquema básico: dos uniones Josephson enfrentadas en un anillo entre cable superconductor.

Siendo I_0 la corriente característica de la unión Josephson, la corriente máxima que podemos aplicar al dispositivo es $I = 2I_0$ (cuando no hay flujo magnético aplicado). Para una corriente I aplicada sobre el dispositivo, en el caso ideal de que ambas uniones sean idénticas, tenemos que la mitad de la intensidad pasará por una unión Josephson y la otra mitad por la otra.

Aplicando ahora un flujo magnético a través del sistema tendremos que se generará una corriente en el anillo (J), lo que generará una diferencia de fase entre las dos ramas del sistema, ya que una rama tendrá intensidad $I/2 + J$ y la otra $I/2 - J$.

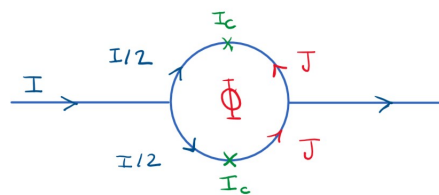


Figura 2.3: Esquema básico del dc SQUID en forma de anillo con dos uniones Josephson representadas con la cruz verde.

Las dos uniones Josephson limitan la supercorriente máxima que puede circular a través del dispositivo, siendo esta la suma de las corrientes críticas de cada brazo.

Podemos relacionar la diferencia de fase superconductor en cada unión δ_1 , δ_2 con el flujo magnético que atraviesa el anillo, partiendo de la ecuación (2.2):

$$\delta_2 - \delta_1 = \frac{2\pi}{\Phi_0}(\Phi + LJ),$$

siendo Φ el flujo del campo externo y LJ el flujo autoinducido (con L la inductancia del anillo y J la corriente inducida circulante).

Para cuantificar la contribución relativa de la inductancia al flujo total definiremos el *parámetro de screening*:

$$\beta_L = \frac{2LI_0}{\Phi_0}.$$

Si $\beta_L \ll 1$ esta contribución será despreciable, por lo que tendremos que:

$$\delta_2 - \delta_1 = \frac{2\pi\Phi}{\Phi_0}.$$

En el régimen estático ($I < I_0$), si consideramos que las dos uniones son idénticas y que su corriente crítica es I_0 , tenemos que la corriente total que atraviesa el anillo es:

$$I = I_0(\sin \delta_1 + \sin \delta_2) = I_0 \left(\sin \delta_1 + \sin \delta_1 + \frac{2\pi\Phi}{\Phi_0} \right) = 2I_0 \sin \gamma \cos \pi \frac{\Phi}{\Phi_0},$$

donde $\gamma = \delta_1 + \frac{\pi\Phi}{\Phi_0}$.

La corriente crítica máxima del SQUID será aquella para la que $\gamma = \pm 1$, es decir:

$$I_c = 2I_0 \left| \cos \pi \frac{\Phi}{\Phi_0} \right|$$

De esta manera, tenemos que para uniones idénticas y baja inductancia el flujo magnético modula la corriente crítica del SQUID entre 0 y $2I_0$, con un periodo de cuanto de flujo magnético Φ_0 , siendo máxima para cada múltiplo entero del cuanto de flujo magnético y nula para cada múltiplo semientero. La amplitud de la modulación disminuye con β_L , siendo la mitad para $\beta_L = 1$ y disminuyendo en adelante en $\Delta I_c/2I_0$ con $1/\beta_L$.

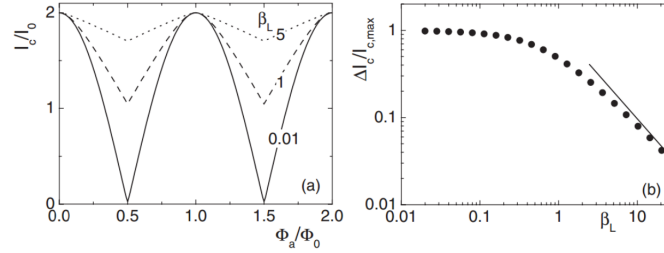


Figura 2.4: Izquierda: Corriente crítica del DC SQUID frente al flujo aplicado para distintos valores de β_L (la línea de puntos corresponde a $\beta_L = 5$, la línea discontinua a $\beta_L = 1$ y la línea continua a $\beta_L = 0,01 \ll 1$). Derecha: Profundidad de modulación $\Delta I_c/I_{c,max}$ frente a β_L . La recta corresponde a $1/\beta_L$. [1]

Generalmente, emplearemos el SQUID en estado disipativo como transductor de flujo a voltaje, polarizado en corriente ligeramente por encima de la crítica. Así, conseguimos que la modulación de la corriente crítica debida al flujo magnético aplicado se transforme a modulación en voltaje, que será máxima para un valor de corriente de polarización $I_{bias} = 2I_0$. Además, para emplear el SQUID como transductor queremos que la función de transferencia $\left(\frac{dV}{d\Phi}\right)$ sea máxima para maximizar así la sensibilidad. Para ello, debemos aplicar un cierto flujo magnético de polarización Φ_b , aplicado mediante inducción por una corriente generada en un conductor acoplado al SQUID. De esta manera, en ausencia de campo magnético externo, el dispositivo se encuentre en la zona de mayor pendiente de la curva de modulación $V(\Phi)$. Ajustando I_b y Φ_b podemos encontrar el punto de operación ideal, en el que el comportamiento es más lineal y la función de transferencia es máxima.

3. Diseño

Nuestro SQUID estará acoplado a una línea inductora de flujo, por la que circulará una corriente llamada *corriente de modulación* (I_{mod}), que nos acoplará flujo magnético al anillo, que nos permitirá caracterizarlo.

Antes de fabricar el SQUID, debemos hacer simulaciones para obtener las dimensiones del SQUID que nos den resultados óptimos para la inductancia del anillo, L , y la inductancia mutua entre el anillo y la línea inductora, M , con la con la esperanza de poder ver algún cuanto de flujo completo. Esto es, que M sea lo más alta posible mientras L sea lo menor posible.

Para estas simulaciones emplearemos el programa *3D-MLSI*, desarrollado por M. M. Khapaev, de la *Moscow State University* [6], programa que resuelve las ecuaciones de London para un

circuito superconductor con una geometría definida por el usuario y una longitud de penetración de London dada.

Los dos diseños de SQUID realizados se recogen en las siguientes figuras y tablas:

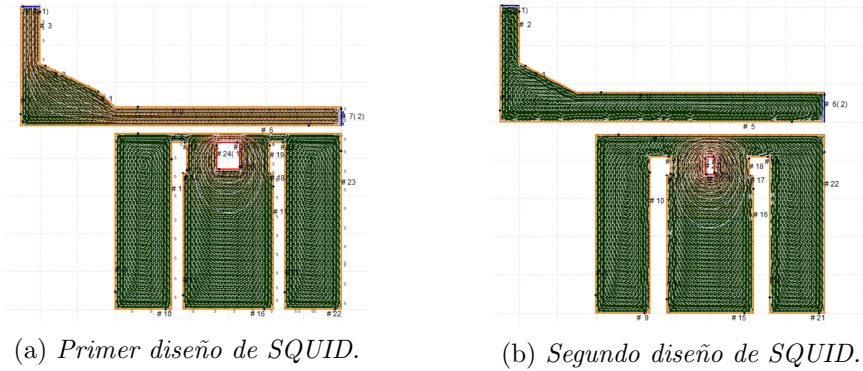


Figura 3.1: Diseños de los SQUID.

Las medidas correspondientes a cada diseño son:

Hueco	600nm × 700nm
Separación entre el hueco y la línea inductora de flujo	450 nm
Anchura de la unión Josephson	800 nm
Anchura de la línea inductora	700 nm

(a) Medidas del SQUID correspondiente al diseño (3.1a) introducidas en la simulación.

Hueco	240nm × 460nm
Separación entre el hueco y la línea inductora de flujo	915 nm
Anchura de la unión Josephson	915 nm
Anchura de la línea inductora	780 nm

(b) Medidas del SQUID correspondiente al diseño (3.1b) introducidas en la simulación.

Cuadro 3.1: Medidas de los diseños de los SQUIDs.

Y los valores de L y M obtenidos en la simulación para cada diseño son:

L (pH)	M (pH)	mA/Φ_0
17,2	0,291	7,106

Cuadro 3.2: Inductancia e inductancia mutua obtenidas con el diseño de la figura (3.1a), así como la corriente por cuanto de flujo.

L (pH)	M (pH)	mA/Φ_0
8,76	0,148	13,972

Cuadro 3.3: Inductancia e inductancia mutua obtenidas con el diseño (3.1b), así como la corriente por cuanto de flujo.

El primer diseño se planteó previo a la fabricación, y ofrece unos resultados prometedores, en el que aspirábamos a poder representar unos 2 cuantos de flujo en la gráfica (2.4). Sin embargo, el SQUID resultante de la fabricación presentó medidas del hueco muy diferentes, en parte debido a las limitaciones del proceso de fabricación, aunque, en una simulación posterior, se vio que este cambio apenas modificaba los valores de las inductancias, quedando $L = 18,2$ pH y $M = 0,294$ pH.

El segundo diseño, por el contrario, se realizó posteriormente a la fabricación con las medidas experimentales. Para este diseño se tuvo muy en cuenta que las distancias fueran lo suficientemente grandes como para evitar problemas a la hora de la caracterización y para asegurar que las líneas fueran lo suficientemente anchas como para que el circuito superconductor sea robusto frente a descargas electrostáticas.

4. Fabricación

El $\text{YBa}_2\text{Cu}_3\text{O}_7$ (o YBaCuO o YBCO) es un superconductor tipo II de cuprato de alta temperatura, cuya temperatura característica es de 92 K, por lo que puede ser superconductor en equipos refrigerados con N líquido. Aparte de por presentar las temperaturas características más altas, los superconductores de cuprato también se caracterizan por ser superconductores bajo la aplicación de campos magnéticos elevados [7], lo que hace de nuestros SQUIDS buenos magnetómetros.

Contamos con unas muestras fabricadas por el *Physikalishes Institut* de la Universidad de Tübingen, en Alemania. Estas muestras se componen de una capa de YBaCuO (90 nm) crecida epitaxialmente mediante PLD (*Pulsed Laser Deposition*)¹ sobre un sustrato de MgO (idóneo para trabajar en radiofrecuencias) [8], que a su vez está constituido por dos dominios cristalinos separados por una *grain boundary* (GB). Esta GB no es más que la superficie de separación entre dos cristales con distinta orientación, que se da cuando se encuentran cristales que se han crecido a partir de núcleos diferentes. Sobre la capa de YBaCuO se deposita una fina capa (20 nm) de oro mediante evaporación por haz de electrones, que actuará como resistencia de carga en la unión y ayudando a proteger el superconductor en la litografía, evitando así la implantación de iones y reduciendo las pérdidas de oxígeno por difusión.

Sobre nuestra muestra, debemos trazar pistas en las que realizaremos los microcontactos necesarios en lados opuestos de la muestra empleando la litografía óptica. De estas pistas saldrán las líneas de transmisión, que se unirán en el centro de la muestra en forma de SQUID. El proceso

¹En la PLD, un láser pulsado de alta potencia evapora un blanco de YBaCuO que se deposita sobre nuestro sustrato manteniendo su estequiometría y la estructura cristalina.

de unir las se realizará mediante litografía FIB *milling* (**F**ocused **I**on **B**eam), es decir, empleando un haz de iones localizado, mucho más preciso. Este trazado se realiza con el equipo de *dual beam* Helios 650 de la *clean room* o sala blanca del Laboratorio de Microscopías Avanzadas (LMA). El equipo de *dual beam* consta de un cañón de electrones, que nos ofrece imágenes SEM (**S**canning **E**lectron **M**icroscopy), y un cañón de iones de galio con el que realizamos la litografía FIB.

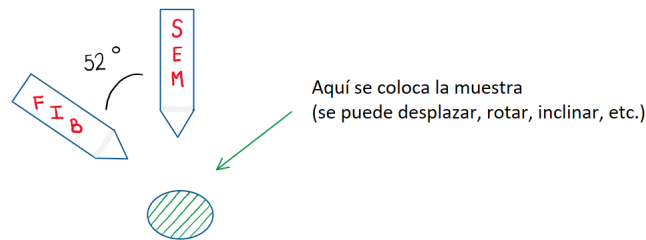


Figura 4.1: Esquema básico del dual beam

En primer lugar, debemos localizar la GB, que nos hará de región de acoplamiento débil en las uniones Josephson de nuestro SQUID. Su posición es de suma importancia, ya que sólo se observará efecto Josephson si el anillo corta a la GB.

En las zonas de estrechamiento, la litografía se hará en modo *cleaning*, en el que se hace una única pasada y el material rebajado se redeposita en forma de gradiente, tal y como se muestra en la figura (4.2). El material redepositado ayudará a evitar pérdidas de oxígeno por difusión lateral del YBaCuO, lo que alteraría el correcto funcionamiento de nuestro SQUID. Para conseguir este corte, el cañón de iones barre de lado a lado en una sola pasada, profundizando completamente en cada corte vertical antes de desplazarse horizontalmente, mientras que en el modo rectángulo, se escanea de lado a lado en repetidas ocasiones, profundizando por completo en todo el área de forma equitativa en cada pasada.

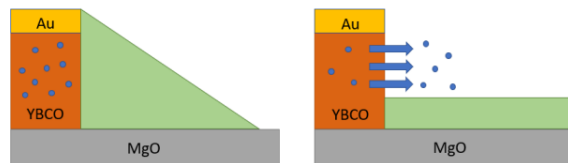


Figura 4.2: Derecha: *perfil transversal de una litografía en modo normal*. Izquierda: *perfil transversal en modo cleaning*.

En total, fabricamos dos SQUIDS, cuyos trazados son los que se ilustran en las figuras (4.4a) y (4.4b). La razón por la que fabricamos dos SQUIDS es porque en la caracterización experimental

del primero, este dejó de funcionar. Con el SEM del *dual beam* de la sala blanca, vimos con gran detalle que nuestro primer SQUID dejó de funcionar porque la línea de inducción de flujo *explotó*. Esto se debió, muy probablemente, a una descarga electrostática accidental al manipular el chip. Estos problemas son más comunes cuanto más reducidas sean las anchuras de las líneas del circuito. Este hecho se ilustra en la siguiente imagen SEM:

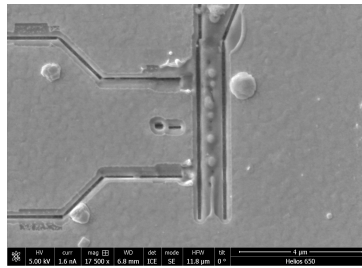
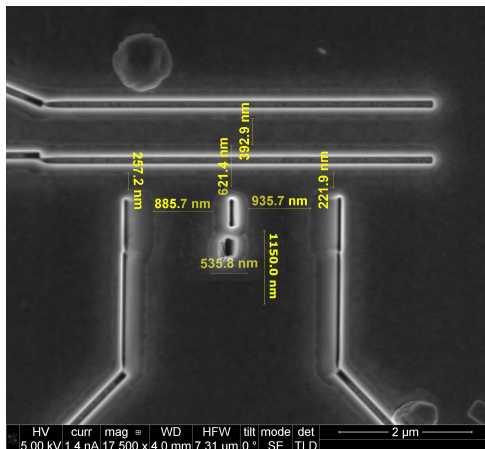
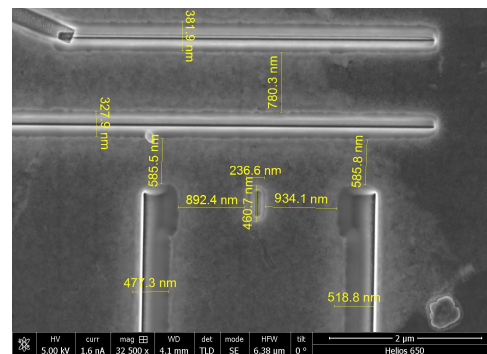


Figura 4.3: *Detalle de nuestro primer SQUID obtenido con el SEM del dual beam. Se observa perfectamente la devastación en la línea de transmisión.*

Así, en la fabricación del segundo SQUID aumentamos la anchura de la línea inductora y la distancia entre esta y el anillo, para evitar que sucediera lo mismo. Esta nueva distancia la determinamos experimentalmente, haciendo numerosas pruebas en las que buscábamos la menor distancia a partir de la cual no se observara degradación del oro al incidir durante mucho tiempo con el cañón de electrones.



(a) *Realización del diseño presentado en la figura (3.1a) con las medidas tomadas in situ.*



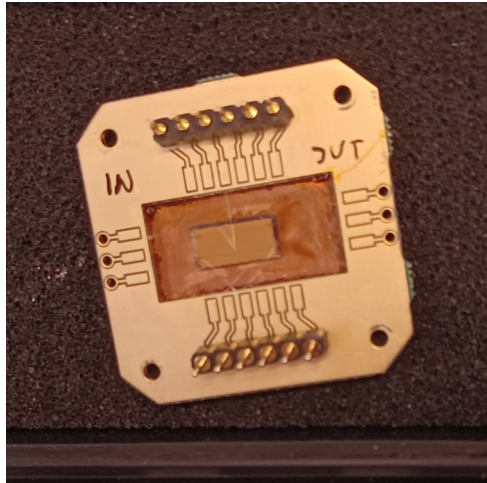
(b) *Realización del segundo SQUID (3.1b), con las medidas tomadas in situ.*

Figura 4.4: *Litografías de ambos SQUID.*

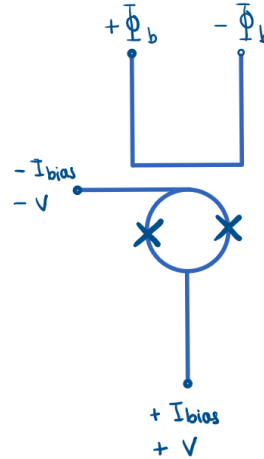
5. Caracterización experimental

Una vez fabricado el SQUID se coloca en una placa porta-chips (PCB) fabricada *ad hoc*, con una placa de cobre libre de oxígeno (muy buen conductor térmico en física de bajas temperaturas) para termalizar mejor la muestra. Sobre la capa de cobre se coloca la muestra, de manera que podamos establecer los microcontactos con los pines de la PCB.

Los microcontactos se realizan uniendo la parte que nos interesa del SQUID a su PIN correspondiente de la PCB mediante un hilo de Al de $25\mu\text{m}$ de diámetro que se suelda por ultrasonidos. Este procedimiento se realiza en la mesa de microcontactos (*Kuliche and Soffa 4500 Series manual wire bonder*) de la Sala de Micromanipulación de la Universidad de Zaragoza.



(a) Muestra montada en la PCB. En la imagen se pueden ver los pines de la PCB y los hilos de aluminio de los microcontactos.



(b) Croquis con los microcontactos realizados en nuestro SQUID. Conecto la línea de transmisión a $+\Phi$, el anillo a $+V$ y $+I$, y el exterior del SQUID a $-\Phi$, $-V$ (ground) y a $-I$.

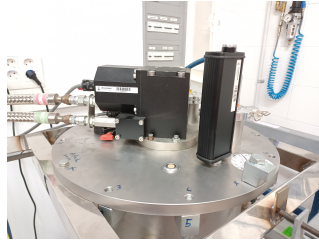
Figura 5.1: SQUID en PCB y microcontactos.

A continuación, introducimos el SQUID en un criostato basado en el ciclo de Gifford-McMahon de compresión/expansión de He líquido en ciclo cerrado, capaz de refrigerar hasta 4K. Este criostato consta de una *cabeza fría*, donde tiene lugar el ciclo del helio, que se conecta a una cámara de vacío, que aislará térmicamente el sistema (producimos vacío mediante una bomba mecánico-rotatoria externa, que puede llegar a dar un vacío del orden de los 10^{-5} mbar). El refrigerador genera un gradiente de temperatura que enfría un disco de cobre intermedio (etapa intermedia), hasta llegar al disco inferior que alcanza los 4K. De este disco sale el llamado *dedo frío*, donde

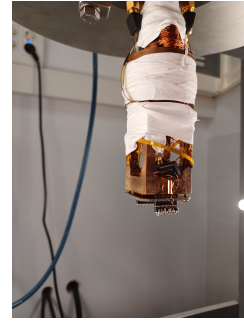
colocaremos la muestra, termalizándola. Este dedo frío se cubre con un cilindro de cobre, el *shielding*, que apantallará la radiación electromagnética externa.



(a) Arriba la cabeza fría y el sensor Magnicon, la cámara y la bomba de vacío, el *shielding* apoyado en el suelo y el dedo frío con la muestra.



(b) Cabeza fría a la izquierda y sensor Magnicon a la derecha.



(c) Dedo frío con la muestra conectada.

Figura 5.2: *Criostato de Gifford-McMahon.*

También emplearemos el *criostato de dilución* de la compañía *BlueFors*, un criostato tan potente que permite bajar hasta temperaturas del orden de los milikelvin ($\sim 10\text{mK}$), basado en un *pulse tube* que nos permite bajar hasta los 4K de temperatura y, a partir de ahí, enfría mediante un sistema de mezcla de ^3He y ^4He .



(a) Montaje del criostato de dilución (cerrado) y toda su electrónica.



(b) Criostato de dilución abierto.

Figura 5.3: *Criostato de dilución BlueFors.*

Para la caracterización experimental del SQUID emplearemos la electrónica de *Magnicon*, contro-

lada a través de su software comercial *SQUIDViewer*. Se trata de una electrónica comercial muy útil para caracterizar uniones Josephson y SQUIDS, ya que permite aplicar diversas corrientes y amplificar el voltaje de salida en varios SQUIDS a la vez. Guardaremos nuestros datos en una tarjeta DAQ y lanzaremos las secuencias de medida desde el programa *LABVIEW*, desarrollado por el Servicio de Apoyo a la Investigación de la Universidad de Zaragoza.

1. Primer SQUID

En primer lugar, queremos ver el salto en la característica $V(I)$ con el primer criostato (5.2). Introduciendo una corriente de polarización I_b vemos transición superconductor-conductor normal y su corriente crítica. Introduciendo una corriente de $450,52\mu\text{A}$ pico-pico obtenemos la característica $V(I)$:

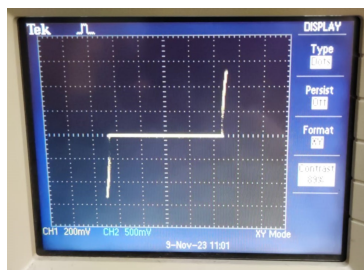


Figura 5.4: En esta imagen puede verse el salto en la característica $V(I)$, que nos muestra que hay transición de fase de superconductor (plano) a conductor.

Con esto lo que comprobamos es que, efectivamente, tenemos efecto Josephson (y por tanto uniones Josephson). Se podía observar una pequeña histéresis, lo que parece sugerir que se degradó algo de la capa de oro que actuaba como resistencia de carga en la litografía (lo que tiene sentido, ya que tuvimos que volver a litografiar el hueco del SQUID, exponiendo más la muestra al haz de iones.)

Ahora queremos obtener la característica $V(I)$ para distintos valores de Φ_b . Como no podemos aplicar campo magnético con el electroimán por cómo está colocado el SQUID, le introducimos una corriente de modulación por la línea de transmisión. Con esto, obtendremos una característica $V(I)$ para cada valor de Φ_b suministrado, con sus correspondientes corrientes críticas, tal y como se muestra en la figura (5.5).

Mediante un código en *Python* obtendremos las gráficas deseadas en base a los datos almacenados en la tarjeta DAQ.

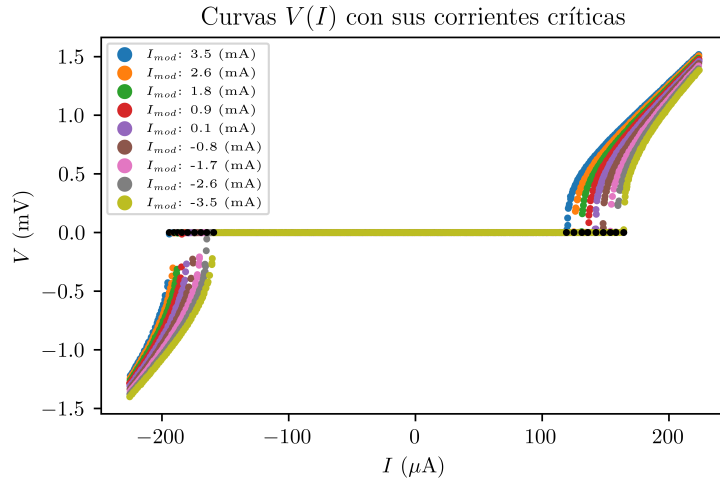


Figura 5.5: En esta imagen puede verse la característica $V(I)$ para distintos valores de la corriente de modulación, así como las corrientes críticas, representadas en negro.

También queremos obtener las curvas de modulación de la corriente crítica frente a la corriente de modulación $I_{mod} \equiv \Phi_b$ (ver figura (2.4): Izquierda). Vemos que, en teoría, este SQUID tendrá un β_L similar a 1, pero no lo pudimos saber ya que no nos fue posible caracterizar bien la modulación.

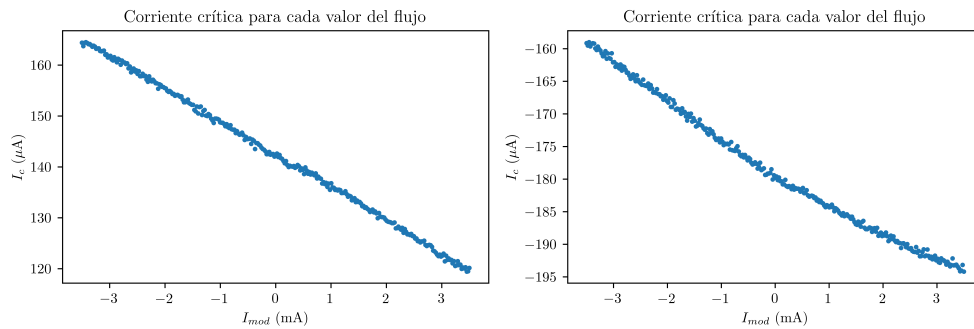


Figura 5.6: Corrientes críticas positivas (izquierda) y negativas (derecha) frente al flujo.

En este caso, no podemos ver todo el cuanto de flujo (que según la tabla (3.2) tenía que ser de unos 8 mA), tan solo un fragmento ($\approx 6,5$ mA), pero podemos ver el efecto de la asimetría, ya que la corriente debe tomar un camino más largo para atravesar una de las uniones, pasando por la zona más estrecha del anillo, de manera que se produce esos desplazamientos en las curvas de las corrientes críticas máximas y mínimas.

Ahora, para medir el SQUID en el criostato de dilución, montamos el SQUID en otra placa diseñada para el criostato de dilución y microcontactamos. Una vez introducimos el SQUID,

vimos que las conexiones con el *Magnicon* indicaban circuito abierto, lo que no era buena señal. Por tanto, no pudimos continuar con la caracterización experimental de este primer SQUID y nos vimos obligados a fabricar un segundo SQUID.

2. Segundo SQUID

El segundo SQUID se introdujo directamente en el criostato de dilución, empleando los *bias tee*, unos diplexores de tres polos que combinan la señal DC en un polo y la señal RF de otro en una señal conjunta DC+RF, y vimos la curva $V(I)$ a flujo nulo, comprobando que sí había transición de fase y, por tanto, efecto Josephson.

Ahora pasamos a obtener la característica $V(I)$ para distintos valores de Φ_b . De la misma manera que con el anterior SQUID, le introducimos el flujo mediante la línea de transmisión. En este caso, el valor pico-pico de la corriente es de $1003,52\mu\text{A}$, de lo que deducimos que este SQUID tendrá una corriente crítica elevada.

En primer lugar, mostramos las gráficas $V(I)$ para cada valor de flujo:

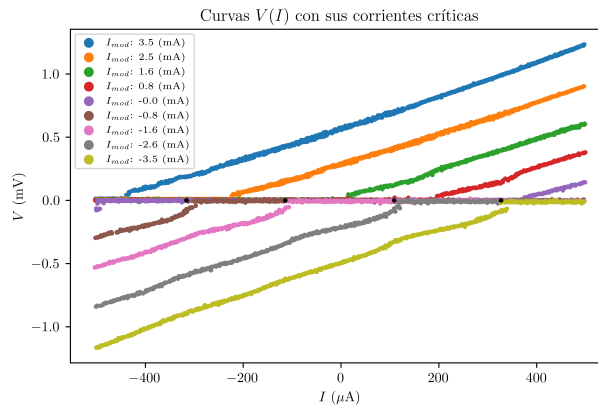


Figura 5.7: En esta imagen puede verse la característica $V(I)$ para distintos valores de la corriente de modulación, así como las corrientes críticas, representadas en negro.

En estas gráficas podemos ver un comportamiento anómalo en la característica $V(I)$, en la que parece como si a cada valor de flujo se desplazara la característica $V(I)$. Esto parece indicar que hay una corriente fluyendo en sentido contrario a través de la unión, lo que parece indicar que la corriente de modulación se esté introduciendo directamente al SQUID en lugar de a través de la línea inductora.

Cabe destacar que el sustrato de YBaCuO de este segundo SQUID presenta un defecto fatal que

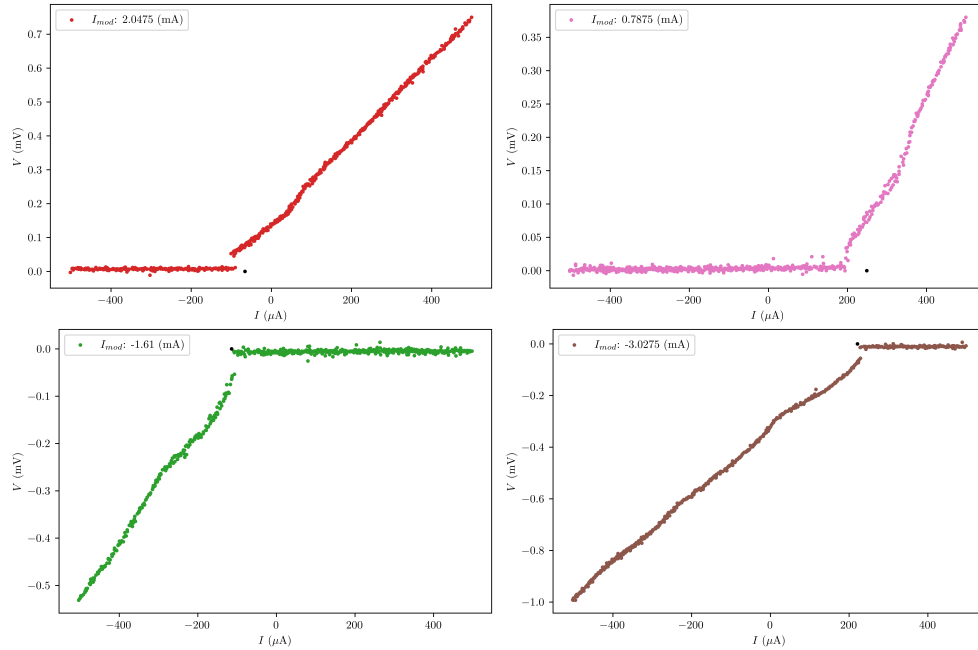


Figura 5.8: Características $V(I)$ representadas por separado, donde se puede ver comportamiento anómalo.

va a impedir su caracterización en RF, y es que parece ser que hay más de dos criticidades de YBaCuO, dando lugar a más de una frontera de grano, por tanto este SQUID no es operativo.

En algunas de las curvas $V(I)$ que obtuvimos puede observarse algo de histéresis, como por ejemplo en la gráfica (5.9), probablemente debida al adelgazamiento de la capa de oro durante la litografía, lo que aumentaría el valor de la resistencia de carga, haciendo aparecer la histéresis.

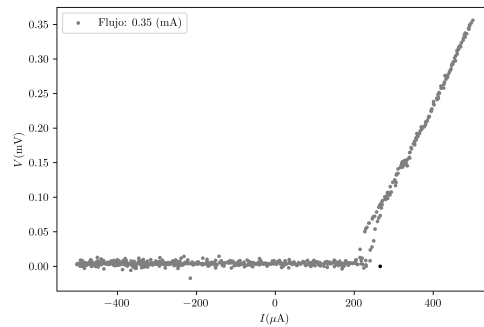


Figura 5.9: Característica $V(I)$ para $I_{mod} = 0,35\text{mA}$, con su corriente crítica. Se observa algo de histéresis.

Para medir el ruido de nuestro SQUID, mediremos la salida en voltaje del canal de *output* de

Magnicon con la tarjeta DAQ y con el analizador de espectros, ya que el ruido no es más que la transformada de Fourier de un espectro temporal $V(t)$.

El punto de operación óptimo será aquel en el que la sensibilidad a la variación de cuanto de flujo sea máxima, como hemos explicado anteriormente en el capítulo 2.5. Viene dado introduciendo los siguientes parámetros $I_b = 501,729\mu\text{A}$ y $\Phi_b = 124,50\mu\text{A}$, al que hubo que añadir un campo magnético constante en el eje Y de $B_y = 368,6\mu\text{T}$.

La DAQ no puede medir a altas frecuencias, llegando sólo a unas decenas de kHz. EL espectro de ruido resultante se muestra en la figura (5.10) y se aproxima bastante al ruido $1/f$ esperado. Para caracterizar ruido por encima de 35 kHz utilizaremos un analizador de espectros que permite llegar hasta los GHz. Este aparato de medida nos proporcionará el ruido en unidades de dBm/MHz que tendremos que convertir a $V_{rms}/\sqrt{\text{Hz}}$. El resultado se observa en la figura (5.10) hasta 5 MHz, que es el límite de amplificación de la electrónica de *Magnicon*

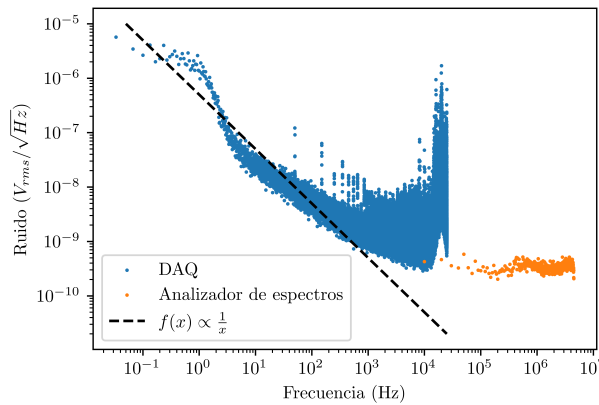


Figura 5.10: Espectro de ruido de la tarjeta DAQ con ajuste a la función inversamente proporcional a la frecuencia y espectro de ruido del *Magnicon*.

6. Conclusiones

Para concluir esta memoria, analizaremos si se han cumplido los objetivos de este trabajo.

En primer lugar, hemos realizado una revisión bibliográfica de los fundamentos teóricos sobre los que se sustentan los dispositivos SQUID, como son la superconductividad, la cuantización del flujo magnético y el efecto Josephson, así como las ecuaciones que rigen el comportamiento del DC SQUID.

También, hemos diseñado y fabricado exitosamente un SQUID, familiarizándonos con el proceso de nanolitografía con el *dual beam*, hasta en dos ocasiones.

Sin embargo, no hemos podido caracterizar completamente los SQUIDS ni llevar a cabo ninguna medida en RF por causas ajenas a nuestro alcance, ya que, aunque el primer SQUID sí era funcional, la línea de transmisión explotó durante la caracterización experimental. En cuanto al segundo SQUID, los defectos de sustrato han impedido por completo su correcta caracterización, aunque sí hayamos podido observar efecto Josephson.

Como trabajo futuro (suponiendo un SQUID totalmente funcional), podemos emplear el SQUID para medir con él una muestra magnética como las nanoestructuras (nanodiscos, nanohilos o nanoanillos), de manera que podamos realizar medidas de resonancia ferromagnética o medidas de inversión de la magnetización en nanopartículas magnéticas [9].

Bibliografía

- [1] J. Clarke y A. Braginski. *The SQUID Handbook*. Vol. I. Weinheim, Germany: WILEY-VCH Verlag GmbH y Co. KGaA, 2004.
- [2] S. J. Asztalos y col. «SQUID-Based Microwave Cavity Search for Dark-Matter Axions». En: *Phys. Rev. Lett.* 104 (4 2010), pág. 041301. DOI: [10.1103/PhysRevLett.104.041301](https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.104.041301).
- [3] T. P. Orlando y col. «Superconducting persistent-current qubit». En: *Phys. Rev. B* 60 (22 1999), págs. 15398-15413. DOI: [10.1103/PhysRevB.60.15398](https://doi.org/10.1103/PhysRevB.60.15398).
- [4] M. J. Martínez-Pérez. «El efecto Josephson y sus aplicaciones: sensores nanoSQUID para caracterización magnética en la nanoescala». En: *Revista de la Academia de Ciencias Exactas, Físicas, Químicas y Naturales de Zaragoza* 76.15398 (2021), págs. 55-136. DOI: <https://doi.org/10.1103/PhysRevB.60.15398>.
- [5] J. Bardeen, L. N. Cooper y J. R. Schrieffer. «Theory of Superconductivity». En: *Phys. Rev.* 108 (5 1957), págs. 1175-1204. DOI: [10.1103/PhysRev.108.1175](https://doi.org/10.1103/PhysRev.108.1175).
- [6] Mikhail Khapaev y col. «Current distribution simulation for superconducting multi-layered structures». En: *Superconductor Science and Technology* 16 (2003), págs. 24-27. DOI: [10.1088/0953-2048/16/1/305](https://doi.org/10.1088/0953-2048/16/1/305).
- [7] Tobias Schwarz y col. «Low-Noise Nano Superconducting Quantum Interference Device Operating in Tesla Magnetic Fields». En: *ACS nano* 7 (2012). DOI: [10.1021/nn305431c](https://doi.org/10.1021/nn305431c).
- [8] Jianxin Lin y col. «YBa₂Cu₃O₇ nano superconducting quantum interference devices on MgO bicrystal substrates». En: *Nanoscale* 12 (9 2020), págs. 5658-5668. DOI: [10.1039/C9NR10506A](https://doi.org/10.1039/C9NR10506A).
- [9] T. Schwarz y col. «Low-Noise YBa₂Cu₃O₇ Nano-SQUIDS for Performing Magnetization-Reversal Measurements on Magnetic Nanoparticles». En: *Phys. Rev. Appl.* 3 (4 2015), pág. 044011. DOI: [10.1103/PhysRevApplied.3.044011](https://doi.org/10.1103/PhysRevApplied.3.044011).

A. Anexo I: Teoría BCS de la superconductividad

La Teoría BCS [5] de la superconductividad viene a decir que, por debajo de la temperatura crítica, los electrones se agrupan formando los llamados *pares de Cooper*; es decir, se *agrupan* por parejas de electrones entrelazados, actuando como un bosón. Esta *atracción* entre estos electrones se produce por los *fonones*, cuasipartículas que son los modos cuantizados de vibración que se producen cuando los iones de la red cristalina del material oscilan de manera coherente.

Cuando en un material se producen muchos de estos pares de Cooper tenemos una alta *coherencia cuántica*, por lo que este fenómeno cuántico es observable a nivel macroscópico (típicamente, tenemos que los efectos cuánticos son microscópicos, ya que tienen una baja coherencia). De esta manera, estos pares de Cooper coherentes forman un agregado de bosones (condensado de Bose-Einstein, en el que todos los pares comparten el mismo estado cuántico en la situación de mínima energía). Además, de la misma manera que para pasar de un estado al siguiente estado excitado en el átomo tenemos un *gap*, en la transición de fase superconductor aparece un *gap* en la función densidad de estados al pasar al estado superconductor, debido a la formación de los pares de Cooper a partir de los electrones de la banda de conducción (este *gap* es la energía necesaria para *romper* un par de Cooper). De esta manera, como las colisiones con los iones del material no son lo suficientemente energéticas, no están permitidas, por lo que el material no opone ninguna resistencia al paso de la corriente eléctrica.

La función de onda macroscópica de los superconductores describe el estado cuántico de los pares de Cooper (portadores de carga), siendo su densidad proporcional al cuadrado de la función de onda.

En resumen, en los superconductores convencionales, los pares de Cooper se forman por las vibraciones coherentes de la red del material, que son lo suficientemente fuertes como para que los fonones *atraigan* a los electrones. Sin embargo, en los superconductores de alta temperatura, estas vibraciones son prácticamente despreciables, por lo que todavía no entendemos cómo se produce el fenómeno de la superconductividad.

B. Anexo II: Glosario de términos

- SQUID - *Superconducting QUantum Interference Device*
- BW - *Band-Width*

- RF - *Radio-Frequency*
- DC - *Direct Current*
- JJ - *Josephson Junction*
- λ_L - longitud de penetración de London
- I_{mod} - corriente de modulación
- Φ_b - flujo externo
- $\Phi_0 \approx 2,07 \cdot 10^{-15}$ Wb
- I_0 - corriente crítica de la unión
- I_c - corriente crítica
- I_b - corriente de polarización
- Unión SIS - *Superconductor-Insulator-Superconductor*
- Unión SNS - *Superconductor-Non insulator-Superconductor*
- Unión ScS - *Superconductor-constriction-Superconductor*
- I_s - supercorriente que atraviesa la unión
- RCSJ - *Resistively and Capacitively Shunted Junction*
- β_C - parámetro de Stewart-McCumber
- β_L - parámetro de *screening*
- I_r - corriente de *retrapping*
- PLD - *Pulsed Laser Deposition*
- GB - *Grain Boundary*
- FIB - *Focused Ion Beam*
- LMA - Laboratorio de Microscopías Avanzadas
- SEM - *Scanning Electron Microscopy*
- PCB - *Printed Circuit Board*