



Universidad
Zaragoza

Trabajo Fin de Grado

El bosón de Higgs y la ruptura espontánea de simetría

Autor

Juan Prado Ardanuy

Directora

Siannah Peñaranda

UNIVERSIDAD DE ZARAGOZA
FACULTAD DE CIENCIAS
2023/2024

Índice

1	Introducción	1
2	Modelo Estándar	1
2.1	Partículas e interacciones fundamentales	1
2.2	Campos que describen partículas	2
2.3	Electrodinámica cuántica	3
2.3.1	Ecuaciones de Maxwell e invariancia <i>gauge</i>	3
2.3.2	Formulación covariante	4
2.3.3	Acoplamiento mínimo y Lagrangiano invariante	4
2.4	Simetrías en el Modelo Estándar	5
2.4.1	Simetría $SU(2)$ local	6
2.4.2	Teoría electrodébil	6
3	Ruptura espontánea de simetría. Mecanismo de Higgs	8
3.1	Campo escalar real	8
3.1.1	Partícula libre: $\mu^2 > 0$	9
3.1.2	Ruptura de simetría: $\mu^2 < 0$	9
3.2	Campo escalar complejo	10
3.2.1	Dos partículas libres: $\mu^2 > 0$	10
3.2.2	Ruptura de simetría: $\mu^2 < 0$	11
3.3	Ruptura de simetría <i>gauge</i> local	11
3.4	Otros posibles potenciales	13
4	Mecanismo de Higgs en el Modelo Estándar	14
4.1	Ruptura de simetría en la teoría electrodébil	14
4.1.1	Masa de los bosones de <i>gauge</i>	15
4.2	Masa de los fermiones	18
4.3	Interacciones del bosón de Higgs en la teoría electrodébil	18
5	Desintegración del bosón de Higgs	19
5.1	Desintegración a fermiones y a bosones de <i>gauge</i>	19
5.2	Otras desintegraciones	20
5.3	<i>Branching ratios</i> del bosón de Higgs	20
6	Transiciones de fase y mecanismo de Higgs	22
6.1	Teoría de Landau de las transiciones de fase	22
6.2	Transición de fase electrodébil	23

7 Conclusiones	24
Referencias	25
Anexos	26
A Modelo Estándar	26
A.1 Potenciales electromagnéticos e invariancia <i>gauge</i>	26
A.2 Formulación covariante de las ecuaciones de Maxwell	26
A.3 Acoplamiento mínimo en la QED	28
B Ruptura espontánea de simetría. Mecanismo de Higgs	28
B.1 Campo escalar real	28
B.1.1 Mínimos del potencial	28
B.1.2 Desarrollo del Lagrangiano en torno al mínimo	29
B.2 Campo escalar complejo	29
B.2.1 Mínimos del potencial	29
B.2.2 Desarrollo del Lagrangiano en torno al mínimo	29
B.3 Ruptura de simetría $U(1)$ local	30
B.3.1 Desarrollo del Lagrangiano en torno al mínimo	30
B.3.2 Lagrangiano en el <i>gauge</i> unitario	31
B.4 Potencial con término de grado 6	31
C Mecanismo de Higgs en el Modelo Estándar	31
C.1 Mínimos del potencial	31
C.2 Desarrollo del término cinético	32
C.3 Mezcla de los bosones de <i>gauge</i> W_3 y B	32
C.4 Relación entre los parámetros de la teoría electrodébil	33
C.5 ¿Qué ocurre si se toma $Y_\phi = -1$?	33
C.6 Invariancia del término $\bar{\psi}_L \phi \psi_R$	34
C.7 Término de masa de los fermiones	35
D Desintegración del bosón de Higgs	35
D.1 Desintegración $h \rightarrow f \bar{f}$	35
D.2 Desintegración $h \rightarrow VV$	36
D.3 Desintegraciones $h \rightarrow \gamma\gamma$ y $h \rightarrow gg$	38
D.4 Código para realizar las representaciones	38

1. Introducción

A lo largo del siglo XX, la Física sufrió una gran revolución: se desarrollaron nuevas teorías para describir la realidad, como la Relatividad Especial o la Mecánica Cuántica. En el proceso de combinar ambas, surgió la Teoría Cuántica de Campos (QFT - del inglés *Quantum Field Theory*). En este marco, el resultado más exitoso es el Modelo Estándar, que describe la materia y sus interacciones en términos de partículas fundamentales. Sin embargo, el modelo no permitía que estas partículas tuvieran masa. Faltaba una pieza para completar la teoría. Peter Higgs (1929-2024) propuso una forma de resolver este problema [1, 2]. A su vez, Robert Brout (1928-2011) y François Englert (1932-presente) hicieron propuestas similares [3]. La solución que dieron se conoce como mecanismo de Higgs, y además de permitir introducir la masa de las partículas en el Modelo Estándar, predice la existencia de una nueva partícula fundamental, llamada bosón de Higgs. Esta partícula fue encontrada en 2012 en el LHC del CERN y le valió el premio Nobel a Peter Higgs y François Englert.

En el capítulo 2 estudiaremos las principales características del Modelo Estándar, sus simetrías y el problema de introducir la masa de las partículas en la teoría, motivando la necesidad de un mecanismo de ruptura de simetría. En el capítulo 3, explicaremos el funcionamiento del mecanismo de Higgs a través de ejemplos sencillos, exponiendo en el capítulo 4 la forma de introducirlo en el Modelo Estándar. En el capítulo 5 analizaremos las distintas vías de desintegración del bosón de Higgs, y en el capítulo 6 veremos la relación entre el mecanismo de Higgs y las transiciones de fase. En el capítulo final presentamos las conclusiones. La mayoría de los cálculos realizados se incluyen en los anexos.

2. Modelo Estándar

El Modelo Estándar (SM - del inglés *Standard Model*) es una teoría cuántica de campos relativista que describe el universo a través de partículas fundamentales y las interacciones entre ellas. Está basada en una serie de simetrías, que veremos en más detalle más adelante. Es la teoría física con mayor capacidad de predicción que se ha desarrollado, siendo confirmada experimentalmente con una precisión mayor del uno por mil. No obstante, deja cuestiones sin resolver, como, por ejemplo, la existencia de materia oscura en el universo, el problema de las jerarquías, la masa de los neutrinos, etc.

2.1. Partículas e interacciones fundamentales

Las partículas fundamentales que conforman la materia se denominan fermiones. El SM incluye 12 fermiones, agrupados en 3 generaciones distintas. Cada generación cuenta con 2 quarks y 2 leptones. El modelo introduce tres interacciones fundamentales entre las partículas que lo constituyen: la interacción electromagnética, la interacción débil y la interacción fuerte.

Las dos primeras interacciones están unificadas en la denominada teoría electrodébil. Para cada una de las interacciones, existen partículas mediadoras que se denominan bosones de *gauge*. No se incluye la gravedad, por lo que el SM no puede ser una teoría completa.

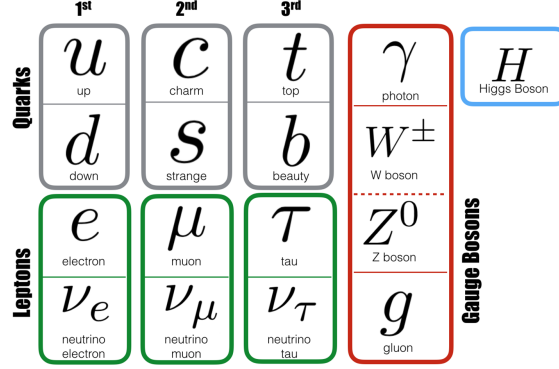


Figura 1: Clasificación de las partículas del Modelo Estándar [4].

En la figura 1 se presenta un esquema de las partículas del SM, que comentamos a continuación:

- Los quarks son los fermiones que interaccionan fuerte. En cada generación existe un quark con carga positiva y uno con carga negativa. No se encuentran nunca aislados, sino que se agrupan formando hadrones.
- Los leptones son los fermiones que no interaccionan fuerte. En cada generación existe un leptón con carga negativa y un leptón neutro llamado neutrino.
- El fotón, sin carga, es el bosón de *gauge* mediador de la interacción electromagnética.
- Los bosones de *gauge* W^{\pm} (cargados) y Z (neutro) median la interacción débil.
- El gluón es el bosón de *gauge* mediador de la interacción fuerte.

Cada uno de los fermiones tiene su correspondiente antifermión, que es una partícula con propiedades exactamente iguales, excepto la carga de distinto signo.

El contenido en partículas del SM se completa con el bosón de Higgs, de naturaleza distinta a todas las anteriores. Esta partícula aparece como consecuencia de introducir el mecanismo de Higgs, que dota de masa a las partículas (excepto al fotón, al gluón y a los neutrinos) respetando las simetrías de la teoría.

2.2. Campos que describen partículas

En el SM, que es una teoría cuántica de campos, las partículas están descritas por campos, que son funciones de las coordenadas del espacio-tiempo que transforman de una determinada manera bajo transformaciones de Lorentz.

La dinámica de un campo ϕ se describe mediante una densidad Lagrangiana $\mathcal{L}(\phi)$, que en adelante llamaremos simplemente Lagrangiano. Las ecuaciones del movimiento se obtienen

aplicando las ecuaciones de Euler-Lagrange:

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \phi} - \partial_\mu \left(\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial (\partial_\mu \phi)} \right) = 0. \quad (1)$$

Para cada clase de partículas existe un Lagrangiano que describe su dinámica libre.

Fermiones. Estas partículas, de espín 1/2, están descritas por campos espinoriales $\psi(x)$. Su dinámica se recoge en el Lagrangiano de Dirac y su correspondiente ecuación¹.

$$\mathcal{L} = \bar{\psi}(i\gamma^\mu \partial_\mu - m)\psi \quad \Rightarrow \quad (i\gamma^\mu \partial_\mu - m)\psi = 0, \quad (2)$$

donde m es la masa de la partícula y $\bar{\psi} = \psi^\dagger \gamma^0$ se llama espinor adjunto.

Bosones escalares. Estas partículas, de espín 0, están descritas por campos escalares $\phi(x)$. Su dinámica se recoge en el Lagrangiano de Klein-Gordon y su correspondiente ecuación. Para el caso de un campo real es:

$$\mathcal{L} = \frac{1}{2}(\partial_\mu \phi)^2 - \frac{1}{2}m^2 \phi^2 \quad \Rightarrow \quad (\partial^\mu \partial_\mu + m^2)\phi = 0, \quad (3)$$

donde m es la masa de la partícula. El bosón de Higgs es un bosón escalar.

Bosones vectoriales. Estas partículas, de espín 1, están descritas por campos vectoriales $V_\mu(x)$. El término de masa de estos campos en el Lagrangiano es de la forma $\frac{1}{2}MV_\mu^2$, donde M es la masa de la partícula. Los bosones de *gauge* son partículas de este tipo.

2.3. Electrodinámica cuántica

Antes de seguir con la estructura del SM, veamos como se formula la teoría cuántica de campos del electromagnetismo a partir de las ecuaciones de Maxwell [5]. La Electrodinámica Cuántica (QED - del inglés *Quantum Electrodynamics*) combina la ecuación de Dirac para describir el electrón y las ecuaciones de Maxwell para el fotón, y resulta de imponer el principio *gauge* local basado en una determinada simetría a la ecuación de Dirac.

2.3.1. Ecuaciones de Maxwell e invariancia *gauge*

Partimos de las ecuaciones clásicas del electromagnetismo,

$$\begin{aligned} \vec{\nabla} \cdot \vec{E} &= \rho, & \vec{\nabla} \cdot \vec{B} &= 0, \\ \vec{\nabla} \times \vec{B} &= \vec{j} + \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}, & \vec{\nabla} \times \vec{E} &= -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}, \end{aligned} \quad (4)$$

siendo ρ la densidad de carga y \vec{j} la densidad de corriente.

Gracias a las dos ecuaciones de Maxwell homogéneas, podemos escribir el campo eléctrico y magnético en función de un potencial escalar $\varphi(\vec{x}, t)$ y un potencial vector $\vec{A}(\vec{x}, t)$:

$$\vec{B} = \vec{\nabla} \times \vec{A}, \quad \vec{E} = -\vec{\nabla} \varphi - \frac{\partial \vec{A}}{\partial t}. \quad (5)$$

¹En estas ecuaciones se utilizan unidades naturales, es decir, $\hbar = c = 1$. Este sistema de unidades va a ser el utilizado durante todo el trabajo, e implica que $[M] = [E] = [p] = [L]^{-1} = [t]^{-1}$.

Con esta definición las ecuaciones homogéneas se satisfacen automáticamente. Se debe notar que \vec{E} y \vec{B} son invariantes bajo la siguiente transformación de los potenciales²:

$$\varphi' = \varphi + \frac{\partial f}{\partial t}, \quad \vec{A}' = \vec{A} - \vec{\nabla} f, \quad (6)$$

siendo $f(\vec{x}, t)$ una función arbitraria. Estas transformaciones se denominan transformaciones de *gauge* de segundo tipo, y son locales porque la función f depende de las coordenadas del espacio-tiempo. La invarianza *gauge* se debe a la discrepancia entre los grados de libertad de la teoría (4 componentes del campo en total) y los grados de libertad físicos de la partícula que describen (el fotón tiene solo 2 estados de polarización).

2.3.2. Formulación covariante

Para expresar las ecuaciones de Maxwell de forma covariante, se incluyen los potenciales en el cuadvivector $A^\mu = (\varphi, \vec{A})$, y se define el tensor electromagnético³:

$$F^{\mu\nu} = \partial^\mu A^\nu - \partial^\nu A^\mu. \quad (7)$$

Con esta definición del potencial A^μ las transformaciones de *gauge* (6) se pueden escribir en forma covariante:

$$A'_\mu = A_\mu + \partial_\mu f. \quad (8)$$

Las ecuaciones de Maxwell homogéneas y no homogéneas se pueden escribir a partir del tensor electromagnético como:

$$\partial^\lambda F^{\mu\nu} + \partial^\mu F^{\nu\lambda} + \partial^\nu F^{\lambda\mu} = 0, \quad \partial_\nu F^{\nu\mu} = j^\mu, \quad (9)$$

donde $j^\mu = (\rho, \vec{j})$ es el cuadvivector de corriente electromagnética.

El tensor $F^{\mu\nu}$ es invariante bajo transformaciones de *gauge*, pues solo depende del campo eléctrico y magnético, que son invariantes. Además, las ecuaciones de Maxwell escritas de forma covariante manifiestan su invariancia frente a transformaciones de Lorentz.

Podemos recoger la dinámica del campo A^μ en un Lagrangiano, con invariancia *gauge* e invariancia Lorentz, cuyas ecuaciones de Euler-Lagrange nos devuelvan la ecuación no homogénea dada en (9). Este Lagrangiano es:

$$\mathcal{L} = -\frac{1}{4} F^{\mu\nu} F_{\mu\nu} - j^\mu A_\mu. \quad (10)$$

2.3.3. Acoplamiento mínimo y Lagrangiano invariante

Clásicamente, la corriente electromagnética está asociada a partículas cargadas, por lo que debería estar relacionada con los campos de los fermiones [6]. Como ya hemos visto,

²Ambas demostraciones se recogen en el anexo A.1.

³En el anexo A.2 se puede ver que este tensor solo depende del campo eléctrico y magnético. También se demuestra ahí la formulación covariante de las ecuaciones de Maxwell y el Lagrangiano asociado.

están descritos por el Lagrangiano de Dirac. Este Lagrangiano tiene simetría $U(1)$ global, pero no local. Es decir, no es invariante frente a la transformación

$$\psi' = e^{iQ\alpha(x)}\psi, \quad (11)$$

donde $\alpha(x)$ es una función arbitraria de las coordenadas, que se conoce como parámetro de la transformación. Por otro lado, el Lagrangiano de Maxwell sin fuentes es invariante bajo la transformación de *gauge*,

$$A'_\mu = A_\mu - \frac{1}{e}\partial_\mu\alpha(x). \quad (12)$$

Podemos construir un Lagrangiano invariante al realizar las dos transformaciones simultáneamente, sustituyendo la derivada usual por la derivada covariante:

$$D_\mu = \partial_\mu + ieQA_\mu, \quad (13)$$

donde e es la constante de acoplamiento de la QED. El Lagrangiano queda⁴:

$$\mathcal{L} = -\frac{1}{4}F^{\mu\nu}F_{\mu\nu} + \bar{\psi}(i\gamma^\mu D_\mu - m)\psi = -\frac{1}{4}F^{\mu\nu}F_{\mu\nu} + \bar{\psi}(i\gamma^\mu\partial_\mu - m)\psi - eQA_\mu\bar{\psi}\gamma^\mu\psi. \quad (14)$$

El primer término del Lagrangiano representa la dinámica libre del campo electromagnético, el segundo la dinámica libre de los fermiones; con un término cinético y uno de masa, y el último término representa la interacción entre el campo fermiónico y el campo electromagnético (acoplamiento mínimo). Este último es de la forma $-j^\mu A_\mu$, como en el Lagrangiano (10), al identificar $j^\mu = eQ\bar{\psi}\gamma^\mu\psi$. Esta no es más que la corriente conservada asociada a la simetría $U(1)$ global del Lagrangiano de Dirac.

En resumen, tratando de que el Lagrangiano de los fermiones respete una simetría local, surgen naturalmente las interacciones entre los fermiones y un campo *gauge*. En el caso de la QED, el grupo de simetría local es $U(1)$, y el campo *gauge* es el campo electromagnético. En este procedimiento, es fundamental la simetría *gauge* que presenta este campo, que proviene de un exceso de grados de libertad en la teoría respecto a los grados de libertad físicos que describe. Sustituyendo la derivada usual por una derivada covariante adecuada, la simetría *gauge* garantiza la simetría local de un Lagrangiano que recoge la dinámica de los fermiones, el campo *gauge* y sus interacciones. Concluimos, por tanto, que el Lagrangiano de la QED con simetría $U(1)$ local y simetría *gauge* es precisamente el dado en (14).

2.4. Simetrías en el Modelo Estándar

Todas las interacciones en el SM están asociadas a un grupo de simetría: la interacción electromagnética al grupo $U(1)$, la interacción débil al grupo $SU(2)$ y la interacción fuerte al grupo $SU(3)$. Por tanto, el SM es una teoría *gauge* basada en el grupo de simetría $\mathcal{G} = SU(3)_C \times SU(2)_L \times U(1)_Y$, donde el subíndice L representa la componente levógira de los campos, C se refiere a la carga de color e Y al número cuántico de hipercarga débil.

⁴La demostración de la invarianza se recoge en el anexo A.3.

2.4.1. Simetría $SU(2)$ local

Análogamente al procedimiento desarrollado en QED, veamos cómo aparecen las interacciones al imponer la invarianza del Lagrangiano ante transformaciones locales del grupo $SU(2)$ [7]. Este grupo tiene tres generadores infinitesimales T_j (el grupo $U(1)$ solo tiene uno) y es no abeliano (es decir, las transformaciones no conmutan). Estas son las principales diferencias entre ambos casos. Una transformación genérica del grupo $SU(2)$ sobre un campo fermiónico se escribirá como:

$$\psi' = e^{i\vec{T}\cdot\vec{\beta}(x)}\psi, \quad (15)$$

siendo $\vec{\beta}(x)$ los parámetros de la transformación. El Lagrangiano de Dirac es invariante bajo transformaciones globales de este tipo, pero no locales. Por tanto, al igual que en QED, sustituiremos la derivada usual por la derivada covariante:

$$D_\mu = \partial_\mu + ig\vec{T} \cdot \vec{G}_\mu, \quad (16)$$

donde g será la constante de acoplamiento de esta teoría. Debido a que el grupo $SU(2)$ tiene 3 generadores, son necesarios 3 campos *gauge* G_μ^j . La transformación *gauge* de los campos es:

$$G_\mu^j{}' = G_\mu^j - \frac{1}{g}\partial_\mu\beta^j(x) + \varepsilon_{jkl}\beta^k(x)G_\mu^l, \quad (17)$$

donde ε_{jkl} es el tensor de Levi-Civita, que recoge las constantes de estructura del grupo $SU(2)$. El último término que aparece no lo teníamos en QED, y se debe a que el grupo no es abeliano. Además, de forma similar al tensor del campo electromagnético, podemos definir un tensor para cada uno de estos nuevos campos:

$$G_{\mu\nu} = \partial_\mu G_\nu - \partial_\nu G_\mu - ig[G_\mu, G_\nu], \quad (18)$$

donde el nuevo término, proporcional a g , es debido a que el grupo no es abeliano.

Podemos ahora construir un Lagrangiano total con simetría $SU(2)$ local y simetría *gauge*,

$$\mathcal{L} = -\frac{1}{4}\vec{G}^{\mu\nu} \cdot \vec{G}_{\mu\nu} + \bar{\psi}(i\gamma^\mu D_\mu - m)\psi. \quad (19)$$

Al desarrollar este Lagrangiano, se obtienen términos que describen la dinámica libre de los campos *gauge* y de los fermiones, así como la interacción entre ellos. Debido al último término en (18), los campos *gauge* interactúan entre ellos, algo que no ocurre con el campo electromagnético.

2.4.2. Teoría electrodébil

En el SM, las interacciones electromagnética y débil están unificadas. Esta interacción electrodébil está asociada al grupo de simetría $SU(2)_L \times U(1)_Y$. Experimentalmente, se observó que la interacción débil solo actúa sobre partículas levóginas (y antipartículas

dextrógiras) [8]. Bajo el grupo de simetría $SU(2)_L$ las componentes levógiras se transforman de forma distinta que las dextrógiras: los primeros son dobletes y los segundos son singletes de isoespín débil (no existen los neutrinos dextrógiros):

$$\begin{pmatrix} \nu_e \\ e \end{pmatrix}_L \quad \begin{pmatrix} \nu_\mu \\ \mu \end{pmatrix}_L \quad \begin{pmatrix} \nu_\tau \\ \tau \end{pmatrix}_L \quad e_R \quad \mu_R \quad \tau_R$$

$$\begin{pmatrix} u \\ d \end{pmatrix}_L \quad \begin{pmatrix} c \\ s \end{pmatrix}_L \quad \begin{pmatrix} t \\ b \end{pmatrix}_L \quad u_R \quad d_R \quad c_R \quad s_R \quad t_R \quad b_R.$$

Los campos espinoriales de Dirac se pueden dividir en sus partes levógira y dextrógira, $\psi = \psi_L + \psi_R$, de forma que la transformación se escribe:

$$\psi'_L = e^{i(\vec{T} \cdot \vec{\beta}(x) + \frac{Y}{2}\alpha(x))} \psi_L, \quad \psi'_R = e^{i\frac{Y}{2}\alpha(x)} \psi_R, \quad (20)$$

donde $T_j = \frac{1}{2}\sigma_j$ son los generadores del grupo $SU(2)_L$ e Y es el generador del grupo $U(1)_Y$.

De manera análoga a como hemos procedido anteriormente, se introduce un campo *gauge* por cada una de los generadores infinitesimales: tres bosones vectoriales $\vec{W}_\mu = (W_\mu^1, W_\mu^2, W_\mu^3)$ para $SU(2)_L$ y un campo B_μ para el grupo $U(1)_Y$. La transformación de *gauge* es:

$$W_\mu^{j'} = W_\mu^j - \frac{1}{g} \partial_\mu \beta^j(x) + \varepsilon_{jkl} \beta^k(x) W_\mu^l, \quad B'_\mu = B_\mu - \frac{1}{g'} \partial_\mu \alpha(x), \quad (21)$$

siendo ahora g y g' las constantes de acoplamiento de la teoría electrodébil. La derivada covariante D_μ que se debe introducir para respetar la invariancia está dada por:

$$D_\mu = \partial_\mu + ig \vec{T} \cdot \vec{W}_\mu + ig' \frac{1}{2} Y B_\mu. \quad (22)$$

El Lagrangiano queda:

$$\mathcal{L}_{EW} = -\frac{1}{4} B^{\mu\nu} B_{\mu\nu} - \frac{1}{4} \vec{W}^{\mu\nu} \cdot \vec{W}_{\mu\nu} + i\bar{\psi}_L \gamma^\mu D_\mu^L \psi_L + i\bar{\psi}_R \gamma^\mu D_\mu^R \psi_R, \quad (23)$$

donde hemos introducido el término libre de los campos *gauge*. Este Lagrangiano tiene simetría $SU(2)_L \times U(1)_Y$ y es invariante *gauge*. Sin embargo, no aparece el término de masa de los fermiones, ni tampoco para los bosones de *gauge*. Esto se debe a que dichos términos romperían la simetría del Lagrangiano. Veamos dos ejemplos:

- Un término de masa para el campo B_μ sería de la forma $\frac{1}{2} M^2 B_\mu^2$, que no es invariante *gauge*. El fotón no tiene masa, por lo que en la QED esto no es un problema, pero se sabe que los bosones W y Z son masivos.
- Un término de masa para un fermión sería de la forma $-m\bar{\psi}\psi = -m(\bar{\psi}_L \psi_R + \bar{\psi}_R \psi_L)$. Debido a la diferente transformación de la parte levógira y dextrógira en la teoría electrodébil, este término tampoco es invariante.

Por tanto, no es trivial incluir términos de masa en el Lagrangiano. Se debe encontrar una forma de dotar de masa a las partículas que la tienen, como los bosones masivos y los

fermiones (menos los neutrinos⁵). La solución a este problema la ofrece el mecanismo de Higgs, que estudiaremos en el siguiente apartado.

3. Ruptura espontánea de simetría. Mecanismo de Higgs

El mecanismo de Higgs se basa en el fenómeno de la ruptura espontánea de simetría. Se tiene un Lagrangiano invariante bajo un grupo de simetría, al que se añade un potencial $V(\phi)$ que depende de un nuevo campo escalar ϕ . Este potencial debe respetar la invariancia bajo el grupo de simetría. Sin embargo, si el mínimo de este potencial (vacío) no es invariante, se consigue dotar de masa a las partículas.

Antes de exponer algunos ejemplos sencillos [9], conviene recordar que la masa de una partícula escalar aparece en el Lagrangiano en el término cuadrático del campo asociado, al realizar un desarrollo en torno al mínimo de energía.

3.1. Campo escalar real

Tomamos un campo escalar real ϕ cuya dinámica viene dada por el Lagrangiano siguiente:

$$\mathcal{L}(\phi) = \frac{1}{2} \partial_\mu \phi \partial^\mu \phi - V(\phi), \quad (24)$$

donde el potencial toma la forma:

$$V(\phi) = \frac{1}{2} \mu^2 \phi^2 + \frac{1}{4} \lambda \phi^4. \quad (25)$$

El Lagrangiano es invariante bajo la transformación $\phi \rightarrow -\phi$, esta es la simetría global. La constante λ debe ser positiva para que exista un mínimo absoluto del potencial. El distinto comportamiento del potencial depende del signo de μ^2 .

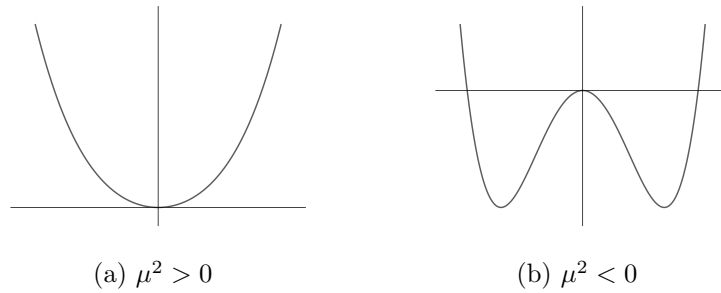


Figura 2: Forma del potencial $V(\phi)$ en función del signo de μ^2 .

Para encontrar un espectro de excitación del sistema descrito por el Lagrangiano, primero debemos encontrar los mínimos del potencial $V(\phi)$. Este mínimo será el estado fundamental (vacío) del sistema. Estudiando pequeñas perturbaciones en torno al mismo encontraremos los estados excitados⁶. En la figura 2 se muestra la diferencia cualitativa entre ambos casos.

⁵Aunque muy pequeña, se sabe que los neutrinos tienen una masa distinta de cero. Sin embargo, el SM predice masa nula para ellos. Este es una de las cuestiones que no explica esta teoría.

⁶Los cálculos explícitos para los casos $\mu^2 > 0$ y $\mu^2 < 0$ se presentan en el anexo B.1.1.

3.1.1. Partícula libre: $\mu^2 > 0$

El potencial presenta en este caso un único mínimo, en $\phi_0 = 0$. El Lagrangiano es simétrico respecto al mínimo: no se rompe la simetría. El espectro de la partícula asociada se obtiene directamente, ya que el Lagrangiano ya se presenta como un desarrollo en torno al mínimo.

$$\mathcal{L}(\phi) = \underbrace{\frac{1}{2}(\partial_\mu \phi)^2 - \frac{1}{2}\mu^2 \phi^2}_{\text{partícula de masa } \mu} - \underbrace{\frac{1}{4}\lambda \phi^4}_{\text{interacción}} \quad (26)$$

Se trata de una partícula libre de masa μ : el primer término es el término cinético y el segundo el término de masa. Además, la partícula presenta una autointeracción de 4 puntos caracterizada por la constante de acoplo λ .

3.1.2. Ruptura de simetría: $\mu^2 < 0$

En este caso el potencial tiene dos estados de mínima energía (vacíos) en $\phi_0 = \pm v$, donde

$$v = \sqrt{\frac{-\mu^2}{\lambda}} \quad (27)$$

es el denominado valor esperado en el vacío (*v.e.v.* - del inglés *vacuum expectation value*).

Para interpretar el Lagrangiano, debemos realizar un desarrollo en torno al mínimo. No tiene sentido hacerlo en torno a $\phi = 0$, ya que al no ser un mínimo estable el desarrollo no convergerá. Elegimos el mínimo $\phi_0 = v$ e introducimos un campo $\eta = \phi - v$, que está centrado en el mismo. Expandimos el Lagrangiano en términos de este nuevo campo⁷.

$$\mathcal{L}(\eta) = \underbrace{\frac{1}{2}(\partial_\mu \eta)^2 - \lambda v^2 \eta^2}_{\text{partícula de masa } m_\eta} - \underbrace{\lambda v \eta^3 - \frac{1}{4}\lambda \eta^4}_{\text{interacciones}} + \underbrace{\frac{1}{4}\lambda v^4}_{\text{constante}} \quad (28)$$

El primer término es el término cinético del campo η . La masa de la partícula asociada, dada por el término cuadrático, es $m_\eta = \sqrt{2\lambda v^2}$. El Lagrangiano describe, por tanto, una partícula escalar con autointeracciones caracterizadas por las constantes λ y v . El último término es una constante, que no afecta a las ecuaciones del movimiento y no tiene ninguna relevancia.

Es importante destacar que si bien el Lagrangiano sigue siendo simétrico en el campo ϕ original, las perturbaciones en torno al mínimo no son simétricas en el campo η puesto que $V(\eta) \neq V(-\eta)$ (existen términos de orden impar en η). Este es el ejemplo más simple de ruptura espontánea de la simetría: se ha roto la simetría global ya que el vacío no posee la simetría del Lagrangiano original.

⁷Los cálculos están recogidos en el anexo B.1.2.

3.2. Campo escalar complejo

Consideramos ahora un campo escalar complejo $\phi = \frac{1}{\sqrt{2}}(\phi_1 + i\phi_2)$, cuya dinámica viene dada por el Lagrangiano siguiente:

$$\mathcal{L}(\phi) = (\partial^\mu \phi)^* (\partial_\mu \phi) - V(\phi), \quad (29)$$

donde el potencial toma la forma:

$$V(\phi) = \mu^2 \phi^* \phi + \lambda (\phi^* \phi)^2. \quad (30)$$

Se observa que el Lagrangiano es invariante ante transformaciones del tipo $\phi \rightarrow e^{i\theta} \phi$, ya que $\phi^* \phi$ permanece invariante y $\partial_\mu \theta = 0$ (al tratarse de una simetría global).

El Lagrangiano se puede reescribir en función de las dos componentes reales del campo:

$$\mathcal{L}(\phi_1, \phi_2) = \frac{1}{2}(\partial_\mu \phi_1)^2 + \frac{1}{2}(\partial_\mu \phi_2)^2 - \frac{1}{2}\mu^2 (\phi_1^2 + \phi_2^2) - \frac{1}{4}\lambda (\phi_1^2 + \phi_2^2)^2. \quad (31)$$

De nuevo tenemos $\lambda > 0$ para que exista un mínimo absoluto del potencial, y el distinto comportamiento del potencial⁸ depende del signo de μ^2 . La diferencia cualitativa entre ambos casos se muestra en la figura 3.

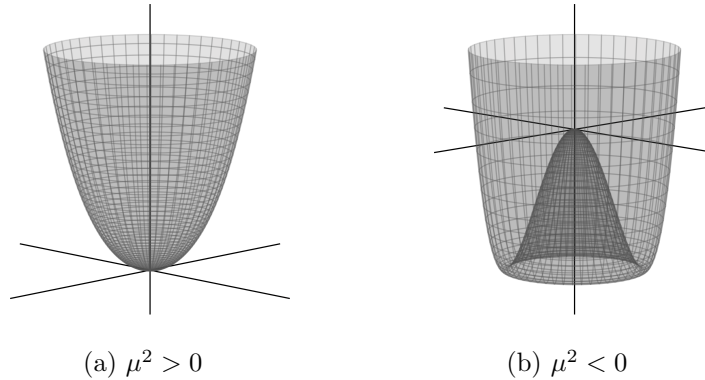


Figura 3: Forma del potencial $V(\phi)$ en función del signo de μ^2 .

3.2.1. Dos partículas libres: $\mu^2 > 0$

El potencial presenta un único mínimo estable en $\phi_1 = \phi_2 = 0$, respecto al cual el Lagrangiano es simétrico.

$$\mathcal{L}(\phi_1, \phi_2) = \underbrace{\frac{1}{2}(\partial_\mu \phi_1)^2 - \frac{1}{2}\mu^2 \phi_1^2}_{\text{partícula de masa } \mu} + \underbrace{\frac{1}{2}(\partial_\mu \phi_2)^2 - \frac{1}{2}\mu^2 \phi_2^2}_{\text{partícula de masa } \mu} - \underbrace{\frac{1}{4}\lambda \phi_1^4 - \frac{1}{4}\lambda \phi_2^4 - \frac{1}{2}\lambda \phi_1^2 \phi_2^2}_{\text{interacciones}} \quad (32)$$

Aparece el término cinético y de masa de dos partículas escalares de masa μ , asociadas a los campos ϕ_1 y ϕ_2 . Cada una de ellas presenta una autointeracción de cuatro puntos e interaccionan entre ellas (último término). Las interacciones están caracterizadas por la constante λ .

⁸Los cálculos explícitos están incluidos en el anexo B.2.1.

3.2.2. Ruptura de simetría: $\mu^2 < 0$

Ahora, el potencial presenta infinitos mínimos a lo largo de la circunferencia $\phi_1^2 + \phi_2^2 = v^2$. Para analizar las partículas descritas por el modelo, elegimos un mínimo en torno al cual realizar un desarrollo del Lagrangiano. Tomamos, por ejemplo, aquel con $\phi_1 = v$, $\phi_2 = 0$ e introducimos los campos $\eta = \phi_1 - v$ y $\xi = \phi_2$. La expresión del Lagrangiano toma la forma⁹:

$$\mathcal{L}(\eta, \xi) = \underbrace{\frac{1}{2}(\partial_\mu \eta)^2 - \lambda v^2 \eta^2}_{\text{partícula de masa } m_\eta} + \underbrace{\frac{1}{2}(\partial_\mu \xi)^2 - 0 \cdot \xi^2}_{\text{partícula sin masa}} \quad (33)$$

$$- \underbrace{\lambda v \eta^3 - \frac{1}{4} \lambda \eta^4 - \frac{1}{4} \lambda \xi^4 - \lambda v \eta \xi^2 - \frac{1}{2} \lambda \eta^2 \xi^2}_{\text{interacciones}} + \underbrace{\frac{1}{4} \lambda v^4}_{\text{constante}}$$

Aparece el término cinético de las partículas asociadas a los campos η y ξ . Sin embargo, solo el campo η presenta término de masa, $m_\eta = \sqrt{2\lambda v^2}$ (como en el caso del campo real). La partícula asociada al campo ξ no tiene masa. Las partículas descritas presentan autointeracciones de tres y cuatro puntos, así como interacciones entre ellas, caracterizadas por las constantes λ y v . El último término no afecta a la dinámica del sistema y es irrelevante.

La partícula sin masa que describe el Lagrangiano es consecuencia directa del teorema de Goldstone, que establece que cuando una simetría global se rompe espontáneamente aparecen bosones sin masa, concretamente uno por cada generador del grupo de simetría que conecta estados de vacío. El campo η está asociado a oscilaciones radiales, dirección en la cual existe variación del valor del potencial. En cambio, el campo ξ representa oscilaciones tangenciales: no existe variación del potencial a lo largo de ese eje. Por ello, la partícula ξ tiene masa nula.

3.3. Ruptura de simetría *gauge* local

Cuando tenemos ruptura de una simetría global, la transformación no depende de las coordenadas. Veamos qué ocurre si consideramos una simetría local, en la que la transformación sí depende del punto del espacio-tiempo. Para ello consideramos la QED, con una simetría local $U(1)$, y la aplicamos a un campo escalar complejo $\phi = \frac{1}{\sqrt{2}}(\phi_1 + i\phi_2)$. El Lagrangiano toma la forma:

$$\mathcal{L} = (D^\mu \phi)^* (D_\mu \phi) - \frac{1}{4} F_{\mu\nu} F^{\mu\nu}, \quad (34)$$

donde la derivada covariante es $D_\mu = \partial_\mu - ieA_\mu$. Igual que hemos visto para la QED aplicada a un campo espinorial, este Lagrangiano es invariante frente a la transformación:

$$\phi' = e^{-i\alpha(x)} \phi, \quad A'_\mu = A_\mu - \frac{1}{e} \partial_\mu \alpha(x). \quad (35)$$

Un potencial de la forma (30) es invariante frente a la transformación anterior. Por tanto, lo añadimos al Lagrangiano preservando su simetría. Tendremos que:

$$\mathcal{L} = (D^\mu \phi)^* (D_\mu \phi) - \frac{1}{4} F_{\mu\nu} F^{\mu\nu} - \mu^2 \phi^* \phi - \lambda (\phi^* \phi)^2. \quad (36)$$

⁹Los cálculos asociados están incluidos en el anexo B.2.1.

Como hemos visto en el apartado 3.2, si $\mu^2 > 0$ el vacío estará en $\phi = 0$. Se tratará del Lagrangiano de la QED con un fotón sin masa, y dos partículas escalares ϕ_1 y ϕ_2 de masa μ . Sin embargo, si $\mu^2 < 0$, existen infinitos mínimos del potencial, que satisfacen $\phi_1^2 + \phi_2^2 = v^2$. Debemos elegir un mínimo para realizar un desarrollo en torno a este y poder interpretarlo. Introducimos los campos $\eta = \phi_1 - v$ y $\xi = \phi_2$. Se obtiene el Lagrangiano¹⁰:

$$\begin{aligned} \mathcal{L}(\eta, \xi) = & \underbrace{\frac{1}{2}(\partial_\mu \eta)^2 - \lambda v^2 \eta^2}_{\text{partícula } \eta} + \underbrace{\frac{1}{2}(\partial_\mu \xi)^2}_{\text{partícula } \xi} - \underbrace{\frac{1}{4}F_{\mu\nu}F^{\mu\nu} + \frac{1}{2}e^2 v^2 A_\mu^2}_{\text{campo del fotón}} \\ & + \underbrace{\frac{1}{2}e^2 \eta^2 A_\mu^2 + \frac{1}{2}e^2 \xi^2 A_\mu^2 + e^2 v \eta A_\mu^2}_{\text{interacciones con el fotón}} - \underbrace{\lambda v \eta^3 - \frac{1}{4}\lambda \eta^4 - \frac{1}{4}\lambda \xi^4 - \lambda v \eta \xi^2 - \frac{1}{2}\lambda \eta^2 \xi^2}_{\text{interacciones de las partículas } \eta \text{ y } \xi} \\ & + \underbrace{\frac{1}{4}\lambda v^4}_{\text{constante}} - \underbrace{ev A_\mu(\partial^\mu \xi) - e\eta A_\mu(\partial^\mu \xi) + e\xi A_\mu(\partial^\mu \eta)}_{???} \end{aligned} \quad (37)$$

El Lagrangiano describe una partícula escalar masiva η , una partícula escalar sin masa ξ y una partícula vectorial A_μ que tiene masa. Aparecen también términos de interacción de estos campos. Sin embargo, los últimos términos mezclan campos y sus derivadas y no tienen una clara interpretación. Para encontrar una solución a este problema, recordamos que el Lagrangiano es invariante frente a la transformación (35). Podemos observar que:

$$\frac{1}{2}(\partial_\mu \xi)^2 + \frac{1}{2}e^2 v^2 A_\mu^2 - ev A_\mu(\partial^\mu \xi) = \frac{1}{2}e^2 v^2 \left(A_\mu - \frac{1}{ev} \partial_\mu \xi \right)^2.$$

Esto invita a tomar $\alpha(x) = \xi(x)/v$ y realizar una transformación de los campos,

$$A'_\mu = A_\mu - \frac{1}{ev} \partial_\mu \xi, \quad \phi' = e^{-i\xi/v} \phi. \quad (38)$$

Esta elección de fase es denominada *gauge* unitario. Si operamos con el campo ϕ' , se obtiene:

$$\begin{aligned} \phi' &= e^{-i\xi/v} \phi \approx (1 - i\xi/v) \frac{1}{\sqrt{2}}(v + \eta + i\xi) \\ &= \frac{1}{\sqrt{2}}(v + \eta + i\xi - i\xi - i\eta\xi/v + \xi^2/v) = \frac{1}{\sqrt{2}}(v + \eta - i\eta\xi/v + \xi^2/v) \approx \frac{1}{\sqrt{2}}(v + \eta), \end{aligned}$$

que es válido para perturbaciones en torno al mínimo ya que $\xi \ll v$. De esta forma, las dependencias en el campo ξ se han eliminado, siendo absorbidas en el campo A'_μ gracias a la simetría *gauge*.

Si escribimos el Lagrangiano en términos de los nuevos campos, llamando al campo A'_μ de nuevo A_μ , y en vez de η utilizamos la notación h , obtenemos¹¹:

$$\begin{aligned} \mathcal{L}(h) = & \underbrace{\frac{1}{2}(\partial^\mu h)^2 - \lambda v^2 h^2}_{\text{partícula masiva } h} - \underbrace{\frac{1}{4}F_{\mu\nu}F^{\mu\nu} + \frac{1}{2}e^2 v^2 A_\mu^2}_{\text{fotón con masa}} \\ & + \underbrace{\frac{1}{2}e^2 h^2 A_\mu^2 + e^2 v h A_\mu^2}_{\text{interacciones con el fotón}} - \underbrace{\lambda v h^3 - \frac{1}{4}\lambda h^4}_{\text{interacciones de } h} + \underbrace{\frac{1}{4}\lambda v^4}_{\text{constante}} \end{aligned} \quad (39)$$

¹⁰Los cálculos correspondientes se recogen en el anexo B.3.1.

¹¹Los cálculos se recogen en el anexo B.3.2.

Los primeros dos términos son el término cinético y de masa del campo h , identificando a una partícula escalar de masa $m_h = \sqrt{2\lambda v^2}$. Los siguientes dos términos corresponden al campo del fotón; el primero es el término cinético y el segundo el de masa, que tiene un valor no nulo $m_\gamma = ev$. Aparecen interacciones entre los dos campos. En particular $\frac{1}{2}e^2h^2A_\mu^2$ es una interacción de tres puntos entre una partícula h y dos fotones, y $e^2vhA_\mu^2$ es una interacción de cuatro puntos entre dos partículas h y dos fotones. También tenemos autointeracciones de la partícula h , y el último término es una constante, que como ya hemos visto es irrelevante.

Aunque realmente el fotón no tiene masa, con este ejemplo sencillo hemos aprendido los ingredientes necesarios para dotar de masa a las partículas de una teoría de campos *gauge*, en la que la ruptura de una simetría local genera una partícula escalar h adicional: el bosón de Higgs. Un procedimiento similar permite dar masa a los bosones de *gauge* mediadores de la interacción débil: el mecanismo de Higgs, que se presenta en el apartado 4.

3.4. Otros posibles potenciales

Un potencial definido como en los apartados anteriores, con un término cuadrático y un término de orden 4 (figura 4a), al que llamaremos potencial de Higgs, no es el único posible. Es lógico preguntarse qué ocurre si se incluyen términos de otros órdenes en un potencial polinómico. Vamos a verlo en el caso del campo escalar real.

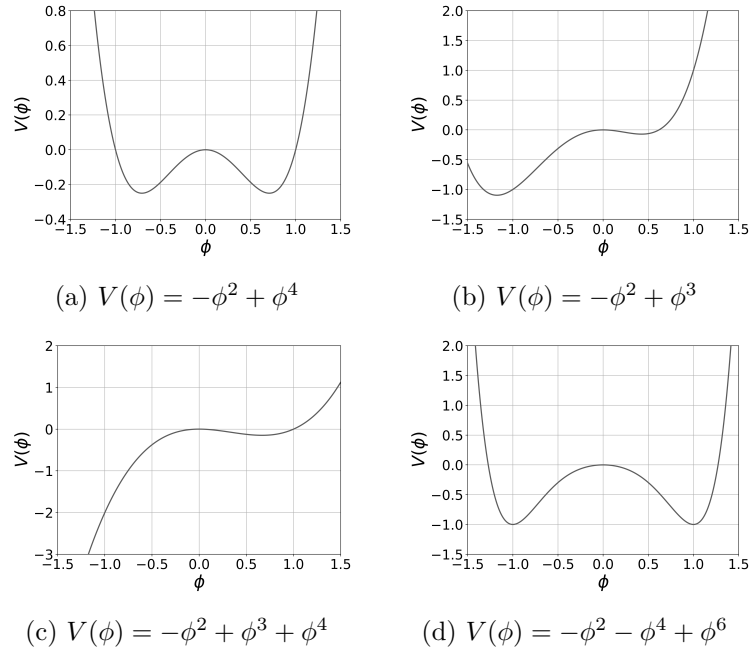


Figura 4: Ejemplos de distintos potenciales polinómicos.

Términos de orden impar. Un término proporcional a ϕ^n con n impar no es simétrico respecto a la transformación $\phi \rightarrow -\phi$ (figuras 4b y 4c). Por tanto, este tipo de términos no se pueden incluir al no preservar la simetría del Lagrangiano. Además, si el término de

mayor grado en el potencial es de grado impar, no existirá un mínimo absoluto y la teoría será inestable (figura 4c), lo cual carece de sentido físico.

Términos de orden par mayores. Los términos de orden par, por otra parte, sí que preservan la simetría del Lagrangiano respecto a la transformación $\phi \rightarrow -\phi$ (figura 4d). Veamos con un ejemplo lo que ocurre si incluimos un término de grado 6. Sea el potencial:

$$V(\phi) = \frac{1}{2}\mu^2\phi^2 - \frac{1}{4}\lambda\phi^4 + \frac{1}{6}\delta\phi^6, \quad (40)$$

con $\mu^2 < 0$, $\lambda > 0$ y $\delta = -2\lambda^2/\mu^2$. Con estos valores¹², el mínimo¹³ se produce en $\phi_0 = \pm v$ y la masa de la partícula es $m_\eta = \sqrt{6\lambda}v$. El mínimo está en la misma posición que para el potencial (25), mientras que la masa difiere en un factor $\sqrt{3}$. Sin embargo, como λ es un parámetro libre, se puede ajustar para que las predicciones con ambos potenciales sean iguales. Por tanto, incluir un término de grado 6 simplemente añade interacciones de un orden mayor. El mecanismo de ruptura de simetría se consigue igualmente con el potencial estudiado en los apartados anteriores. Se puede observar como las gráficas de las figuras 4a y 4d tienen cualitativamente el mismo comportamiento.

Por tanto, un potencial con términos de orden 2 y 4 es la forma más sencilla de reproducir el mecanismo de ruptura de simetría y dotar de masa a las partículas. Es por ello que es el potencial de Higgs que se utiliza en el SM.

4. Mecanismo de Higgs en el Modelo Estándar

Vamos a ver cómo se puede incluir en el SM el mecanismo de ruptura espontánea de simetría que hemos estudiado de forma simplificada, dando lugar al mecanismo de Higgs [9].

4.1. Ruptura de simetría en la teoría electrodébil

La teoría electrodébil presenta una simetría $SU(2)_L \times U(1)_Y$. En primer lugar, se añade un campo nuevo en forma de doblete:

$$\phi = \begin{pmatrix} \phi^+ \\ \phi^0 \end{pmatrix} = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} \phi_1 + i\phi_2 \\ \phi_3 + i\phi_4 \end{pmatrix}.$$

La carga eléctrica de las dos componentes del doblete se toma de forma que $Y = 1$, luego veremos la razón. Al Lagrangiano de la teoría se le añade el término asociado a este nuevo campo, que como hemos visto anteriormente será:

$$\mathcal{L}_\phi(\phi) = (D^\mu\phi)^\dagger(D_\mu\phi) - V(\phi), \quad (41)$$

¹²Se toma $\delta = -2\lambda^2/\mu^2$ para que la resolución analítica sea más sencilla. Todos los parámetros son libres, así que siempre se pueden ajustar a las observaciones.

¹³En el anexo B.4 se incluyen los cálculos para encontrar el mínimo de potencial y la masa de la partícula asociada a las oscilaciones en torno a ese mínimo.

donde D_μ es la derivada covariante definida en (22) para la teoría electrodébil y $V(\phi)$ es un potencial de la forma que ya hemos analizado, pero para un doblete:

$$V(\phi) = \mu^2 \phi^\dagger \phi + \lambda (\phi^\dagger \phi)^2, \quad \mu^2 < 0. \quad (42)$$

De esta forma, ya disponemos de los ingredientes necesarios para la ruptura de la simetría. Los mínimos de este potencial¹⁴ son aquellos que cumplen $\phi_1^2 + \phi_2^2 + \phi_3^2 + \phi_4^2 = v^2$. Para observar la ruptura de simetría, tomaremos un vacío ϕ_0 concreto, de forma que sea neutro:

$$\phi_0 = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 \\ v \end{pmatrix} \longrightarrow \phi = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} \xi_1 + i\xi_2 \\ v + \eta + i\xi_4 \end{pmatrix} \longrightarrow \phi = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 \\ v + h \end{pmatrix}.$$

Debido a la simetría *gauge* asociada a los campos W_μ^j y B_μ , las dependencias en ξ_1 , ξ_2 y ξ_3 desaparecen. Además, se ha renombrando $\eta = h$. Solo hay un nuevo grado de libertad, el campo h que representa el bosón de Higgs.

Antes de observar las consecuencias de la ruptura espontánea de simetría, veamos que efectivamente se ha producido. Es decir, comprobaremos que los generadores del grupo de simetría aplicados al vacío ya no dan un valor nulo¹⁵:

$$\begin{aligned} \sigma_1 \phi_0 &= \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 \\ v \end{pmatrix} = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} v \\ 0 \end{pmatrix} \neq 0, & \sigma_2 \phi_0 &= \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 \\ v \end{pmatrix} = \frac{-i}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} v \\ 0 \end{pmatrix} \neq 0, \\ \sigma_3 \phi_0 &= \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 \\ v \end{pmatrix} = \frac{-1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 \\ v \end{pmatrix} \neq 0, & Y \phi_0 &= \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 \\ v \end{pmatrix} = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 \\ v \end{pmatrix} \neq 0. \end{aligned}$$

Por tanto, el vacío no es invariante frente a transformaciones del grupo de simetría. Sin embargo, veamos qué ocurre con la simetría $U(1)_{EM}$, cuyo generador es $Q = T_3 + \frac{1}{2}Y$:

$$Q \phi_0 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 \\ v \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix} = 0. \quad (43)$$

La simetría $U(1)_{EM}$ no se ha roto, ya que el vacío es invariante bajo transformaciones de este grupo. Esto es porque el vacío es neutro, ya que tiene $I_3 = 1/2$ e $Y = 1$.

En resumen, el nuevo campo ϕ rompe la simetría $SU(2)_L \times U(1)_Y$, pero no la simetría $U(1)_{EM}$. Como veremos a continuación, esto provocará que los campos adquieran masa, excepto el campo del fotón, asociado al grupo $U(1)_{EM}$.

4.1.1. Masa de los bosones de *gauge*

Para estudiar las consecuencias de la ruptura de simetría en la teoría electrodébil, desarrollamos el término cinético del campo ϕ en torno al vacío¹⁶. Puesto que para encontrar

¹⁴La sencilla determinación de la condición de mínimo se incluye en el anexo C.1.

¹⁵Si se tiene una transformación cuyos generadores infinitesimales son T_a , la invariancia bajo dicha transformación se traduce de forma infinitesimal en $(1 + i\theta_a T_a)\phi = \phi \Rightarrow T_a \phi = 0$.

¹⁶Los cálculos se incluyen en el anexo C.2. Ahora no nos interesan los términos de interacción, pero más adelante los recuperaremos para escribir el Lagrangiano completo.

las masas de los bosones de *gauge* tenemos que buscar los términos cuadráticos en los campos, nos centramos en esa parte, que es proporcional a v^2 . El resultado es:

$$(D^\mu \phi)^\dagger (D_\mu \phi) = \frac{v^2}{8} (g^2 ((W_{1\mu})^2 + (W_{2\mu})^2) + (-gW_{3\mu} + g'Y_\phi B_\mu)^2) + \text{otros términos}. \quad (44)$$

Debemos ahora reescribir estos términos en función de los bosones que se observan experimentalmente, los bosones físicos. En primer lugar, se pueden combinar los bosones W_1 y W_2 para dar los operadores escalera de los dobletes de $SU(2)_L$:

$$W_\mu^+ = \frac{1}{\sqrt{2}}(W_{1\mu} - iW_{2\mu}), \quad W_\mu^- = \frac{1}{\sqrt{2}}(W_{1\mu} + iW_{2\mu}). \quad (45)$$

Se tiene la relación:

$$(W_{1\mu})^2 + (W_{2\mu})^2 = (W_\mu^+)^2 + (W_\mu^-)^2 = 2W^{+\mu}W_\mu^-. \quad (46)$$

Por otro lado, los bosones W_3 y B no son autoestados de masa, ya que aparecen términos cuadráticos que los mezclan. El término cuadrático en cuestión es:

$$(-gW_{3\mu} + g'Y_\phi B_\mu)^2 = \begin{pmatrix} W_{3\mu} & B_\mu \end{pmatrix} \begin{pmatrix} g^2 & -gg'Y_\phi \\ -gg'Y_\phi & g'^2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} W_{3\mu} \\ B_\mu \end{pmatrix}. \quad (47)$$

Se debe notar que si $Y_\phi = 0$, los campos W_3 y B son autoestados de masa y no se mezclan. Por otro lado, para que uno de los autoestados tenga masa 0, se debe anular el determinante de la matriz. Es decir,

$$g^2 g'^2 - (gg'Y_\phi)^2 = 0 \quad \Leftrightarrow \quad Y_\phi = \pm 1.$$

Se había elegido $Y_\phi = +1$, por lo que se cumple esta condición¹⁷.

Diagonalizamos la matriz para obtener los autoestados de masa¹⁸. En base a ello, podemos definir los bosones vectoriales (autoestados de masa normalizados):

$$A_\mu = \frac{1}{\sqrt{g^2 + g'^2}}(g'W_{3\mu} + gB_\mu), \quad Z_\mu = \frac{1}{\sqrt{g^2 + g'^2}}(gW_{3\mu} - g'B_\mu), \quad (48)$$

donde A_μ se interpreta como el fotón, mediador de la interacción electromagnética y sin masa, y Z_μ como el bosón neutro masivo mediador de la interacción débil.

Ahora, reescribimos (44) en función de los campos W_μ^\pm , Z_μ y A_μ . Se tiene:

$$(D^\mu \phi)^\dagger (D_\mu \phi) = \frac{v^2}{8} (g^2(W_\mu^+)^2 + g^2(W_\mu^-)^2 + (g^2 + g'^2)Z_\mu^2 + 0 \cdot A_\mu^2) + \text{otros términos}. \quad (49)$$

Obtenemos así que no existe término de masa para el fotón; su masa es nula, y los términos de masa de los bosones W^+ , W^- y Z nos indican que:

$$M_{W^\pm} = \frac{1}{2}vg, \quad M_Z = \frac{1}{2}v\sqrt{g^2 + g'^2}. \quad (50)$$

¹⁷Si se elige $Y_\phi = -1$, el fotón también tiene masa nula, pero en ese caso no se acopla a la carga eléctrica. En lugar de acoplarse a $Q = T_3 + \frac{1}{2}Y$, se acopla a $\tilde{Q} = -T_3 + \frac{1}{2}Y$. Más detalle sobre esto en el anexo C.5.

¹⁸Se realiza explícitamente en el anexo C.3

Por otro lado, reescribir el potencial en función del campo h es completamente idéntico al cálculo desarrollado para el modelo sencillo del fotón con masa. Podemos, entonces, escribir la parte que hemos añadido al Lagrangiano de la teoría electrodébil en función del campo h :

$$\begin{aligned}
\mathcal{L}_\phi(h) = & \underbrace{\frac{1}{2}(\partial^\mu h)^2 - \lambda v^2 h^2}_{\text{partícula masiva } h} + \underbrace{\frac{1}{8}v^2 g^2 (W_\mu^+)^2 + \frac{1}{8}v^2 g^2 (W_\mu^-)^2 + \frac{1}{8}v^2 (g^2 + g'^2) Z_\mu^2}_{\text{términos de masa de los bosones de gauge}} \\
& \underbrace{\frac{1}{4}v g^2 h (W_\mu^+)^2 + \frac{1}{4}v g^2 h (W_\mu^-)^2 + \frac{1}{8}g^2 h^2 (W_\mu^+)^2 + \frac{1}{8}g^2 h^2 (W_\mu^-)^2}_{\text{interacciones de los bosones } W \text{ con la partícula } h} \\
& \underbrace{+\frac{1}{4}v(g^2 + g'^2)hZ_\mu^2 + \frac{1}{8}(g^2 + g'^2)h^2Z_\mu^2}_{\text{interacciones de los bosones } Z \text{ con la partícula } h} - \underbrace{\lambda v h^3 - \frac{1}{4}\lambda h^4}_{\text{interacciones de } h} + \underbrace{\frac{1}{4}\lambda v^4}_{\text{constante}}
\end{aligned} \tag{51}$$

Notése que tenemos las masas de los bosones de *gauge* dadas en (50) y para el bosón de Higgs $m_h = \sqrt{2\lambda}v$. Como g , g' y λ son parámetros libres, el SM no predice un valor absoluto para las masas de los bosones W^\pm y Z , ni para la masa del bosón de Higgs. Experimentalmente, se han medido estas masas: $M_W = 80,4$ GeV, $M_Z = 91,2$ GeV y $m_h = 125,3$ GeV.

Las interacciones en el Lagrangiano anterior se pueden escribir en función de las masas¹⁹:

$$\mathcal{L}_{\text{int}} = \frac{2M_W^2}{v} h W^{+\mu} W_\mu^- + \frac{M_W^2}{v^2} h^2 W^{+\mu} W_\mu^- + \frac{M_Z^2}{v} h Z_\mu^2 + \frac{M_Z^2}{2v^2} h^2 Z_\mu^2 - \frac{m_h^2}{2v} h^3 - \frac{m_h^2}{8v^2} h^4. \tag{52}$$

Ángulo de Weinberg. Si escribimos la mezcla de los bosones $W_{3\mu}$ y B_μ en los bosones Z_μ y A_μ por medio de una matriz de rotación, se tiene:

$$\begin{pmatrix} Z_\mu \\ A_\mu \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \theta_W & -\sin \theta_W \\ \sin \theta_W & \cos \theta_W \end{pmatrix} \begin{pmatrix} W_{3\mu} \\ B_\mu \end{pmatrix}, \tag{53}$$

donde θ_W se denomina ángulo de Weinberg. Escrito en función de las constantes de acoplamiento de la teoría electrodébil:

$$\tan \theta_W = \frac{g'}{g}, \quad \sin \theta_W = \frac{g'}{\sqrt{g^2 + g'^2}}, \quad \cos \theta_W = \frac{g}{\sqrt{g^2 + g'^2}}. \tag{54}$$

Observamos que el ángulo de Weinberg se puede determinar a partir de la relación entre las masas de los bosones W y Z :

$$\cos \theta_W = \frac{M_W}{M_Z}. \tag{55}$$

El ángulo de Weinberg también relaciona las constantes de acoplamiento g , g' y e . Si escribimos la derivada covariante de la teoría electrodébil en función de los campos físicos Z_μ y A_μ , y comparamos con la derivada covariante de la QED, obtenemos²⁰:

$$e = g' \cos \theta_W = g \sin \theta_W. \tag{56}$$

¹⁹Se han agrupado los bosones cargados de forma que los vértices de interacción son neutros, es decir, en ellos se conserva la carga.

²⁰Los cálculos explícitos se incluyen en el anexo C.4.

4.2. Masa de los fermiones

Como se ha comentado en el apartado 2.4.2, los términos de masa de la forma $-m\bar{\psi}\psi = -m(\bar{\psi}_L\psi_R + \bar{\psi}_R\psi_L)$ no son permitidos en el Lagrangiano de la teoría electrodébil pues no preservan la simetría *gauge*. Sin embargo, se demuestra que un término de la forma $\bar{\psi}_L\phi\psi_R$ sí es invariante²¹. Por tanto, podemos añadir en el Lagrangiano términos de la forma:

$$\mathcal{L}_f = -\lambda_f(\bar{\psi}_L\phi\psi_R + \bar{\psi}_R\bar{\phi}\psi_L), \quad (57)$$

donde λ_f se denomina constante de acoplamiento de Yukawa.

Masa de los leptones. Para los leptones, se tiene:

$$\psi_L = \begin{pmatrix} \nu_l \\ l \end{pmatrix}_L, \quad \psi_R = l_R, \quad \text{con } l = e, \mu, \tau.$$

Si realizamos un desarrollo del término (57) asociado a una generación de leptones en torno al mínimo ϕ_0 , se tiene²²:

$$\mathcal{L}_l = -\frac{\lambda_l v}{\sqrt{2}}\bar{l}l - \frac{\lambda_l}{\sqrt{2}}h\bar{l}l. \quad (58)$$

El primer término es el término de masa del leptón cargado, y el segundo término es una interacción de un bosón de Higgs con un leptón y un antileptón. Se deduce que la masa del leptón cargado es $m_l = \frac{\lambda_l v}{\sqrt{2}}$. El término de interacción es proporcional a esta, $-\frac{m_l}{v}h\bar{l}l$.

Se observa que solo los leptones cargados (electrón, muón y tau) adquieren masa e interaccionan con el campo de Higgs. Los neutrinos no adquieren masa en el SM. Por otro lado, como λ_l es un parámetro libre, no se predice un valor para las masas de los leptones.

Masa de los quarks. Siguiendo un procedimiento análogo y añadiendo al Lagrangiano nuevos términos que involucran al campo de Higgs, todos los quarks adquieren masa. En este caso se sabe que existe mezcla de quarks, ya que los autoestados de masa y autoestados de sabor son diferentes. No lo estudiaremos en este trabajo.

4.3. Interacciones del bosón de Higgs en la teoría electrodébil

A modo de resumen de las interacciones que presenta el bosón de Higgs en la teoría electrodébil, se recogen las reglas de Feynman²³ correspondientes en la figura 5. Se trata de la interacciones del Lagrangiano (52) y la interacción con fermiones que aparece en (58). Para los bosones de *gauge*, se utiliza la notación $V = W, Z$.

²¹Se demuestra en el anexo C.6.

²²Los cálculos se recogen en el anexo C.7.

²³La regla de Feynman de un vértice de interacción se obtiene multiplicando el término del Lagrangiano que involucra los campos por i y por un factor $n!$ por cada n partículas idénticas.

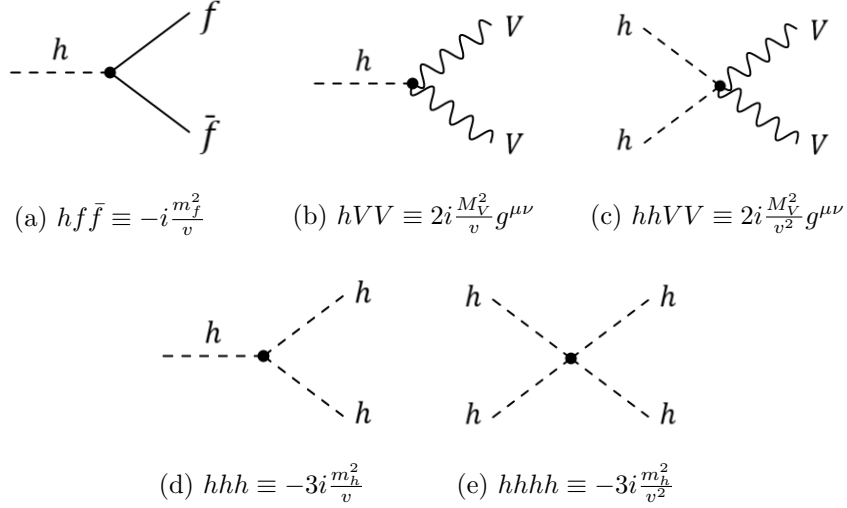


Figura 5: Vértices de interacción del bosón de Higgs en la teoría electrodébil.

5. Desintegración del bosón de Higgs

Vamos a estudiar los canales de desintegración del bosón de Higgs [9, 10]. Esta información permite estudiar la forma de detectar bosones de Higgs en los experimentos, demostrar su existencia y ver sus propiedades. Nos centramos en calcular la anchura de desintegración del bosón de Higgs a fermiones y a bosones de *gauge*, expresada en función de las masas. En una desintegración a dos cuerpos, la anchura de desintegración viene dada por:

$$\frac{d\Gamma}{d\Omega} = \frac{|\mathcal{M}|^2}{32\pi^2 s} |p_f| S, \quad (59)$$

donde \mathcal{M} es el elemento de matriz del proceso, p_f es el momento de las partículas producidas, s es el invariante cinemático del proceso y S es un factor de simetría, que toma valor $1/2$ si las partículas producidas son idénticas y 1 si no lo son. Tomando como sistema de referencia aquel en el que el bosón de Higgs se encuentra inicialmente en reposo, tendremos $s = m_h^2$, siendo m_h la masa del bosón de Higgs.

5.1. Desintegración a fermiones y a bosones de *gauge*.

Hemos visto que el bosón de Higgs interactúa con un fermión y un antifermión ($h f \bar{f}$) y con dos bosones de *gauge* ($h V V$, donde $V = W, Z$), cuyos vértices de interacción son $-i \frac{m_f^2}{v}$ y $2i \frac{M_V^2}{v} g_{\mu\nu}$, respectivamente. Estas interacciones dan lugar a dos canales de desintegración, cuyos diagramas de Feynman corresponden a las figuras 5a y 5b. A partir de las reglas de Feynmann de estos vértices, un cálculo perturbativo de primer orden permite obtener el elemento de matriz del proceso, con lo que se puede calcular la anchura de desintegración de los procesos utilizando (59).

Para la anchura de desintegración a fermiones, obtenemos²⁴:

$$\Gamma(h \rightarrow f\bar{f}) = \frac{N_c}{8\pi v^2} m_f^2 m_h (1-x)^{3/2}, \quad \text{con } x = \frac{4m_f^2}{m_h^2}, \quad (60)$$

y donde N_c es el número de color (1 para leptones y 3 para quarks) y m_f la masa del fermión.

Para la desintegración a bosones de *gauge*, la anchura queda²⁵:

$$\Gamma(h \rightarrow VV) = \frac{S_V}{16\pi v^2} m_h^2 \left(1 - x + \frac{3}{4}x^2\right) (1-x)^{1/2}, \quad \text{con } x = \frac{4M_V^2}{m_h^2}. \quad (61)$$

En la expresión anterior S_V es el factor de simetría²⁶ (1 para bosones W y 1/2 para bosones Z), y M_V la masa del bosón de *gauge*.

En las desintegraciones se debe conservar la energía, de modo que en el primer caso se debe cumplir $m_h > 2m_f$, y en el segundo $m_h > 2M_V$. Es entonces cuando $x < 1$ y las ecuaciones correspondientes tienen sentido matemático.

5.2. Otras desintegraciones

Además de los procesos $h \rightarrow f\bar{f}$ y $h \rightarrow VV$, el bosón de Higgs presenta otros canales de desintegración. Si consideramos términos de orden superior en teoría de perturbaciones (diagramas a un *loop*) se puede desintegrar a fotones y a gluones. Estas contribuciones serán incluidas en el análisis numérico, aunque el cálculo explícito no se ha realizado²⁷. Se toman expresiones de la literatura [9].

5.3. *Branching ratios* del bosón de Higgs

Una vez conocemos los canales de desintegración del bosón de Higgs y la anchura de desintegración Γ_i correspondiente a cada uno, podemos calcular el *branching ratio* o razón de desintegración.

$$BR_i = \frac{\Gamma_i}{\Gamma_T}, \quad \text{con } \Gamma_T = \sum_i \Gamma_i. \quad (62)$$

BR_i representa la probabilidad de que dada una desintegración del bosón de Higgs, esta se haya producido mediante el proceso i .

Mediante un programa de *Python*²⁸, se han calculado las anchuras de desintegración, en el rango de m_h entre 60 y 250 MeV, de los siguientes procesos: $h \rightarrow f\bar{f}$ (para $f = \mu, \tau, c, b$ ²⁹), $h \rightarrow VV$ (para $V = W, Z$), $h \rightarrow \gamma\gamma$ y $h \rightarrow gg$. Los valores de las masas de las partículas y

²⁴El cálculo del diagrama de Feynman y la anchura de desintegración se incluye en el anexo D.1.

²⁵Cálculo recogido en el anexo D.2.

²⁶Notar que cuando la desintegración es a bosones W , como el bosón de Higgs es neutro, se produce un bosón W^+ y un W^- , que son partículas distinguibles.

²⁷Los diagramas de Feynman correspondientes a estos procesos (figura 9) y las anchuras de desintegración se presentan en el anexo D.3.

²⁸En el anexo D.4 se incluye el código utilizado.

²⁹Los fermiones ν_l, e, u, d, s tienen una masa demasiado pequeña y su anchura de desintegración es despreciable. El quark t tiene una masa demasiado grande y la desintegración es imposible ya que $m_h < 2m_t$.

las constantes de acoplamiento en el SM dependen de la escala de energía a la que estemos trabajando. En este caso, la escala de energía viene dada por el rango de m_h en el que vamos a realizar los cálculos. Los valores para las masas que utilizamos se recogen en la tabla 1, fijados a la escala de energía $\mu = M_Z \approx 91$ GeV. En la figura 6 se presentan los resultados de los *branching ratios* asociados a cada uno de los procesos.

Tabla 1: Valores de las masas de las partículas y de las constantes de acoplamiento en la escala de energía $\mu = M_Z$ [11].

M_W (GeV)	80,379	m_μ (GeV)	$0,102877 \pm 0,000018$	v (GeV)	$248,404 \pm 0,036$
M_Z (GeV)	91,1876	m_τ (GeV)	$1,74743 \pm 0,00012$	α_s	$0,1176 \pm 0,0010$
		m_c (GeV)	$0,628 \pm 0,018$	α^{-1}	$127,754 \pm 0,026$
		m_b (GeV)	$2,866 \pm 0,026$		

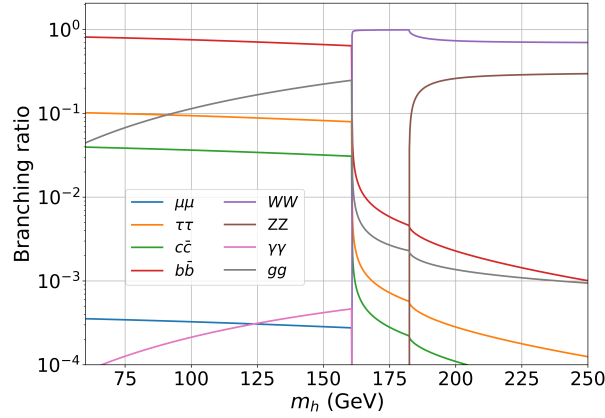


Figura 6: *Branching ratios* del bosón de Higgs.

Se distinguen tres rangos de energía en los que las desintegraciones más probables del bosón de Higgs son notablemente distintas, entre los cuales hay un salto abrupto. Para $m_h < 2M_W$, la desintegración más probable es al quark bottom, aunque también se produce al tau, al charm y a gluones (esta última probabilidad aumenta con m_h). En este caso la desintegración a fotones y al muón son despreciables. En el rango $2M_W < m_h < 2M_Z$, la desintegración a bosones W es dominante, siendo el resto de canales de desintegración despreciable. Si $m_h > 2M_Z$, las desintegraciones dominantes son a bosones W o Z , con mayor probabilidad a los primeros. El resto de procesos son muy poco probables.

Vamos a comparar nuestros resultados con los presentados en la literatura [12], que se muestran en la figura 7. Se observa la misma dependencia cualitativa, excepto para los bosones de *gauge*. Esto es porque la desintegración a bosones W y Z es posible para $m_h < 2M_V$, siempre que uno de ellos esté *off-shell*, es decir, sea un bosón virtual que se desintegra inmediatamente en otras partículas. En este trabajo no hemos considerado estas contribuciones. Una consecuencia de estos canales de desintegración es que las curvas sean suaves, ya que no se produce el salto abrupto en $m_h = 2M_W$ y en $m_h = 2M_Z$.

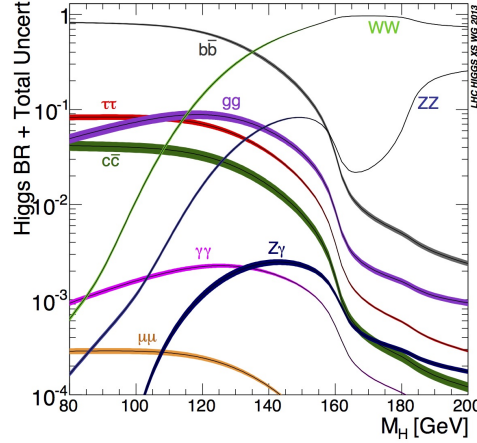


Figura 7: *Branching ratios* del bosón de Higgs [12].

6. Transiciones de fase y mecanismo de Higgs

La ruptura espontánea de simetría no es un fenómeno exclusivo del SM. Previamente a la propuesta del mecanismo de Higgs, ya se había estudiado en Física de la Materia Condensada. En particular, está estrechamente relacionada con las transiciones de fase [13].

6.1. Teoría de Landau de las transiciones de fase

La teoría de Landau explica de forma general las transiciones de fase. Por concretar, vamos a estudiar la transición ferromagnética. Se observa que los materiales ferromagnéticos solo presentan magnetización espontánea por debajo de una temperatura crítica T_c , mientras que por encima de ella esta magnetización desaparece y su comportamiento es paramagnético. En la fase paramagnética, los momentos magnéticos en el material están orientados aleatoriamente, por lo que la contribución a la magnetización total se anula. En la fase ferromagnética, los momentos magnéticos de átomos vecinos se alinean en la misma dirección y la magnetización neta es distinta de cero. Podemos observar claramente cómo en la transición se pierde la simetría. En la fase paramagnética, no existe una dirección privilegiada (hay simetría de inversión), mientras que en la fase ferromagnética esta simetría desaparece.

En la teoría de Landau se utiliza un parámetro de orden, que toma valor cero en una fase y no nulo en la otra. Para este caso, se toma la magnetización M , que como hemos dicho es nula en la fase paramagnética. En torno a la temperatura crítica, se expande la energía del sistema en potencias de M ,

$$E(M) = \alpha M^2 + \beta M^4. \quad (63)$$

Solo tenemos potencias pares, ya que el sistema tiene simetría de inversión. Se pueden añadir términos de orden superior, pero con dos es suficiente para capturar la transición de fase³⁰.

³⁰La transición de fase que se produce en este caso es de segundo orden, es decir, el parámetro de orden no

Los coeficientes α y β dependen de la temperatura. $\beta > 0$ para que la energía tenga un mínimo absoluto. Si $\alpha < 0$ para $T < T_c$ y $\alpha > 0$ para $T > T_c$, se captura el distinto comportamiento en las dos fases³¹. En la figura 8 se observa la energía de Landau a distintas temperaturas.

Para $T > T_c$, el mínimo de energía se produce en $M_0 = 0$. No hay magnetización espontánea. Para $T < T_c$, el mínimo de energía está en $M_0 = \pm\sqrt{-\alpha/\beta}$. El sistema caerá en uno de estos dos mínimos, en cualquier caso, con magnetización espontánea.

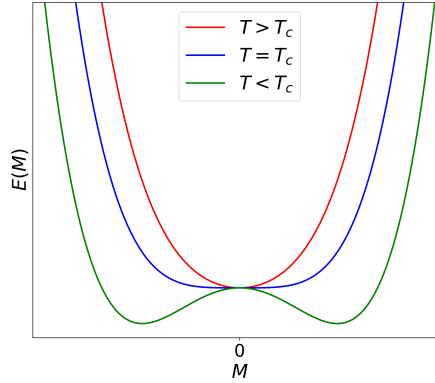


Figura 8: Energía de Landau a diferentes temperaturas.

Como vemos, la teoría de Landau recoge adecuadamente la característica distintiva de cada fase. Es un caso de ruptura espontánea de simetría, ya que la energía que describe el sistema preserva siempre la simetría de inversión, pero el estado de mínima energía pierde esa simetría en la fase ferromagnética.

6.2. Transición de fase electrodébil

Puede ocurrir una transición de fase en el marco del SM. En una fase, el campo de Higgs tendría un *v.e.v.* nulo, mientras que en la otra este valor pasaría a ser no nulo. En analogía con la teoría de Landau, el parámetro de orden sería el *v.e.v.* del potencial de Higgs.

De hecho, se cree que las partículas elementales adquirieron masa unos nanosegundos después del Big Bang debido a esta transición de fase en el campo de Higgs, a una temperatura crítica $T_c \sim 160$ GeV. Además, como hemos visto en este trabajo, los bosones de la teoría electrodébil también se diferenciarían, separando la interacción electrodébil en la interacción electromagnética de largo alcance (cuya partícula mediadora tiene masa nula) y la interacción débil, de corto alcance y mediada por tres bosones masivos.

Esta transición se puede capturar en el potencial de Higgs, añadiendo la dependencia de ϕ . El potencial de Higgs en la transición de fase presenta una discontinuidad en la transición (hay discontinuidades en la derivada). Si se quiere capturar una transición de primer orden, en la que existe esta discontinuidad en el parámetro de orden, es necesario añadir al menos un término de orden 6.

³¹En torno a la transición, podemos asumir que α tiene una dependencia lineal con la temperatura, pasando por cero en la temperatura crítica. Por ello, el valor M_0 en el que se produce el mínimo no presenta discontinuidad.

la temperatura³²:

$$V(T, \phi) = (\mu^2 + bT^2)\phi^\dagger\phi + \lambda(\phi^\dagger\phi)^2. \quad (64)$$

El coeficiente $\alpha = \mu^2 + bT^2$ será positivo en los momento iniciales del Universo, cuando estaba por encima de la temperatura crítica. Por debajo de ella, es negativo. Por tanto, el valor de la temperatura crítica es $T_c = \sqrt{-\mu^2/b}$. Actualmente, la temperatura del universo es cercana al cero absoluto, por lo que $\alpha = \mu^2$ y recuperamos el potencial de Higgs habitual.

7. Conclusiones

El bosón de Higgs es la pieza que completa el SM, una de las teorías más exitosas de la Física. Su existencia es consecuencia de un inteligente mecanismo que da masa a las partículas del modelo preservando sus simetrías.

En una breve introducción al SM, hemos visto la forma de construir las interacciones a partir de la imposición de una simetría local a la teoría. Esto se puede realizar debido a la invarianza *gauge* de los campos mediadores de las interacciones, causada por un exceso de grados de libertad en la teoría respecto a la realidad. Desarrollado con detalle para la simetría $U(1)$ y la interacción electromagnética, hemos podido entender la estrategia para introducir la interacción débil como consecuencia de la simetría $SU(2)$. Las simetrías tienen un papel central en el SM, sin embargo, son las que impiden a las partículas adquirir masa.

Para solucionar este problema, se introduce el concepto de ruptura espontánea de simetría. Se produce cuando una teoría con cierta simetría no la presenta en el estado de mínima energía, el vacío. A través de ejemplos sencillos, para los que se han realizado los cálculos con detalle, hemos comprendido este mecanismo y la forma más simple de implementarlo. Además, gracias a la invariancia *gauge*, la ruptura de simetría solamente introduce un nuevo grado de libertad: una partícula escalar masiva. Esto se ha comprobado con un modelo de un fotón con masa, que aunque no es correcto, sirve para entender el mecanismo de Higgs.

Al implementar el mecanismo de Higgs en el SM, y romper la simetría de la teoría electrodébil, los bosones de *gauge* mediadores de la interacción débil adquieren masa mientras que el fotón permanece sin masa. Además, se pueden introducir términos de masa para los fermiones. Todo este desarrollo se ha podido seguir en detalle. La nueva partícula escalar no es otra que el bosón de Higgs. Además de introducir términos de masa, hemos visto cómo aparecen interacciones de las partículas con el bosón de Higgs. En particular, interacciones con fermiones y bosones de *gauge* que dan lugar a canales de desintegración del bosón de Higgs, cuyas anchuras de desintegración se han calculado en este trabajo. Hemos comparado los resultados con los que aparecen en la literatura.

³²Aunque aquí se modelice como una transición de segundo orden, se cree que la transición de fase electrodébil no es de primer ni de segundo orden, sino una transición de *crossover* en la que la primera derivada del parámetro de orden tampoco presenta discontinuidad.

Por último, es importante destacar la relación de la ruptura espontánea de simetría con otros fenómenos físicos muy diversos. En este trabajo lo hemos relacionado con la teoría de Landau para las transiciones de fase, basada en la bifurcación de los puntos estables de una función energía. Esta teoría puede ser aplicada al propio SM: se conoce como transición de fase electrodébil. Esta última parte del trabajo refleja la importancia de la cooperación entre disciplinas, ya que una idea de una rama del conocimiento puede resultar crucial en el desarrollo de otra muy diferente.

Referencias

- [1] P. W. Higgs. Broken symmetries, massless particles and gauge fields. *Phys. Lett.*, 12:132–133, 1964.
- [2] P. W. Higgs. Broken Symmetries and the Masses of Gauge Bosons. *Phys. Rev. Lett.*, 13:508–509, 1964.
- [3] F. Englert and R. Brout. Broken Symmetry and the Mass of Gauge Vector Mesons. *Phys. Rev. Lett.*, 13:321–323, 1964.
- [4] Group Nicola Serra. Standard Model. Consultado en mayo de 2024, <https://www.physik.uzh.ch/en/groups/serra/outreach/StandardModel.html>.
- [5] S. Peñaranda. Notas de Electrodinámica Cuántica. 2008.
- [6] J. I. Illana. Curso de Teoría Cuántica de Campos. 2023.
- [7] N. Quintero and F. Molina. Una descripción sencilla de las Teorías Gauge. *Tumbaga*, 1(4):19–29, 2009.
- [8] C. S. Wu, E. Ambler, R. W. Hayward, et al. Experimental Test of Parity Conservation in β Decay. *Phys. Rev.*, 105:1413–1414, 1957.
- [9] I. Van Vulpen. Lectures on The Standard Model Higgs Boson. 2013.
- [10] V. Ilisie. Standard Model Higgs Decay and Production Channels. Master’s thesis, Universidad de Valencia, 2011.
- [11] G. Huang and S. Zhou. Precise Values of Running Quark and Lepton Masses in the Standard Model. *Phys. Rev. D*, 103(1):016010, 2021.
- [12] A. Denner, S. Heinemeyer, I. Puljak, et al. Standard Model Higgs-Boson Branching Ratios with Uncertainties. *Eur. Phys. J. C*, 71:1753, 2011.
- [13] I. Melo. Higgs potential and fundamental physics. *Eur. J. Phys.*, 38(6):065404, 2017.

Anexos

A. Modelo Estándar

A.1. Potenciales electromagnéticos e invariancia *gauge*

Veamos en primer lugar que las ecuaciones de Maxwell homogéneas se satisfacen automáticamente al introducir los potenciales electromagnéticos (5):

$$\begin{aligned}\vec{\nabla} \cdot \vec{B} &= \vec{\nabla} \cdot (\vec{\nabla} \times \vec{A}) = 0, \\ \vec{\nabla} \times \vec{E} &= \vec{\nabla} \times \left(-\vec{\nabla}\varphi - \frac{\partial \vec{A}}{\partial t} \right) = -\frac{\partial}{\partial t} (\nabla \times \vec{A}) = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t},\end{aligned}$$

donde se ha utilizado que el rotacional del gradiente y la divergencia del rotacional son siempre nulos, y que las derivadas conmutan.

Ahora, comprobamos que el campo eléctrico y magnético son invariantes frente a la transformación de *gauge* (6).

$$\begin{aligned}\vec{E}' &= -\vec{\nabla}\varphi' - \frac{\partial \vec{A}'}{\partial t} = -\vec{\nabla} \left(\varphi + \frac{\partial f}{\partial t} \right) - \frac{\partial}{\partial t} (\vec{A} - \vec{\nabla}f) \\ &= -\vec{\nabla}\varphi - \vec{\nabla}\frac{\partial f}{\partial t} - \frac{\partial \vec{A}}{\partial t} + \vec{\nabla}\frac{\partial f}{\partial t} = -\vec{\nabla}\varphi - \frac{\partial \vec{A}}{\partial t} = \vec{E}, \\ \vec{B}' &= \vec{\nabla} \times \vec{A}' = \vec{\nabla} \times (\vec{A} - \vec{\nabla}f) = \vec{\nabla} \times \vec{A} = \vec{B}.\end{aligned}$$

Se han utilizado las mismas propiedades que antes.

A.2. Formulación covariante de las ecuaciones de Maxwell

En primer lugar, vamos a comprobar que la expresión (7) del tensor $F^{\mu\nu}$ a partir del potencial A^μ da lugar a la matriz siguiente, dependiente de los campos eléctrico y magnético:

$$F^{\mu\nu} = \begin{pmatrix} 0 & -E_x & -E_y & -E_z \\ E_x & 0 & -B_z & B_y \\ E_y & B_z & 0 & -B_x \\ E_z & -B_y & B_x & 0 \end{pmatrix}. \quad (65)$$

Se toma la métrica $g_{\mu\nu} = \text{diag}(1, -1, -1, -1)$. Las coordenadas son $x^\mu = (t, \vec{x})$, y por tanto $\partial_\mu = (\partial_t, \vec{\nabla})$.

Como la expresión de $F^{\mu\nu}$ es antisimétrica, basta comprobar las 6 componentes independientes del tensor:

$$\begin{aligned}
F^{01} &= \partial^0 A^1 - \partial^1 A^0 = \partial_t A_x + \partial_x \varphi = -E_x, \\
F^{02} &= \partial^0 A^2 - \partial^2 A^0 = \partial_t A_y + \partial_y \varphi = -E_y, \\
F^{03} &= \partial^0 A^3 - \partial^3 A^0 = \partial_t A_z + \partial_z \varphi = -E_z, \\
F^{12} &= \partial^1 A^2 - \partial^2 A^1 = -\partial_x A_y + \partial_y A_x = -B_z, \\
F^{13} &= \partial^1 A^3 - \partial^3 A^1 = -\partial_x A_z + \partial_z A_x = B_y, \\
F^{23} &= \partial^2 A^3 - \partial^3 A^2 = -\partial_y A_z + \partial_z A_y = -B_x.
\end{aligned}$$

Por tanto, la definición en forma de matriz es correcta.

Ahora, veamos que las ecuaciones covariantes (9) son equivalentes a las ecuaciones de Maxwell (4).

Para la ecuación no homogénea, es conveniente notar que todas las permutaciones de los mismos tres índices dan la misma ecuación, debido a su forma cíclica, su homogeneidad y la antisimetría del tensor electromagnético. Por tanto, se trata tan solo de 4 ecuaciones independientes:

$$\begin{aligned}
\lambda = 0, \mu = 1, \nu = 2 : \quad & \partial^0 F^{12} + \partial^1 F^{20} + \partial^2 F^{01} = -\partial_t B_z - \partial_x E_y + \partial_y E_x = 0, \\
\lambda = 0, \mu = 2, \nu = 3 : \quad & \partial^0 F^{23} + \partial^2 F^{30} + \partial^3 F^{02} = -\partial_t B_x - \partial_y E_z + \partial_z E_y = 0, \\
\lambda = 0, \mu = 3, \nu = 1 : \quad & \partial^0 F^{31} + \partial^3 F^{10} + \partial^1 F^{03} = -\partial_t B_y - \partial_z E_x + \partial_x E_z = 0, \\
\lambda = 1, \mu = 2, \nu = 3 : \quad & \partial^1 F^{23} + \partial^2 F^{31} + \partial^3 F^{12} = \partial_x B_x + \partial_y B_y + \partial_z B_z = 0.
\end{aligned}$$

Las primeras tres ecuaciones corresponden a las tres componentes de la ecuación de Maxwell para el rotacional del campo eléctrico. La última es la ecuación para la divergencia del campo magnético.

Para la ecuación no homogénea, se tiene:

$$\begin{aligned}
\mu = 0 : \quad & \partial_0 F^{00} + \partial_1 F^{10} + \partial_2 F^{20} + \partial_3 F^{30} = j^0 \quad \Leftrightarrow \quad \partial_x E_x + \partial_y E_y + \partial_z E_z = \rho, \\
\mu = 1 : \quad & \partial_0 F^{01} + \partial_1 F^{11} + \partial_2 F^{21} + \partial_3 F^{31} = j^1 \quad \Leftrightarrow \quad -\partial_t E_x + \partial_y B_z - \partial_z B_y = j_x \\
\mu = 2 : \quad & \partial_0 F^{02} + \partial_1 F^{12} + \partial_2 F^{22} + \partial_3 F^{32} = j^2 \quad \Leftrightarrow \quad -\partial_t E_y - \partial_x B_z + \partial_z B_x = j_y, \\
\mu = 3 : \quad & \partial_0 F^{03} + \partial_1 F^{13} + \partial_2 F^{23} + \partial_3 F^{33} = j^3 \quad \Leftrightarrow \quad -\partial_t E_z + \partial_x B_y - \partial_y B_x = j_z.
\end{aligned}$$

La ecuación para $\mu = 0$ es la ecuación de Maxwell para la divergencia del campo eléctrico. Las ecuaciones para $\mu = i$ son las tres componentes de la ecuación de Maxwell para el rotacional del campo magnético.

Por último, vamos a comprobar que el Lagrangiano (10) recoge la ecuación no homogénea anterior. En primer lugar, notar que:

$$\begin{aligned}
F^{\mu\nu} F_{\mu\nu} &= (\partial^\mu A^\nu - \partial^\nu A^\mu)(\partial_\mu A_\nu - \partial_\nu A_\mu) = \partial^\mu A^\nu \partial_\mu A_\nu - \partial^\mu A^\nu \partial_\nu A_\mu \\
&\quad - \partial^\nu A^\mu \partial_\mu A_\nu + \partial^\nu A^\mu \partial_\nu A_\mu = 2\partial^\mu A^\nu \partial_\mu A_\nu - 2\partial^\mu A^\nu \partial_\nu A_\mu.
\end{aligned}$$

Entonces:

$$\begin{aligned}\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial A_\sigma} &= \frac{\partial}{\partial A_\sigma}(-j^\mu A_\mu) = -j^\sigma, \\ \partial_\rho \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial(\partial_\rho A_\mu)} &= \partial_\rho \frac{\partial}{\partial(\partial_\rho A_\sigma)} \left(-\frac{1}{4} F^{\mu\nu} F_{\mu\nu} \right) = -\frac{1}{2} \partial_\rho \frac{\partial}{\partial(\partial_\rho A_\sigma)} (\partial^\mu A^\nu \partial_\mu A_\nu - \partial^\mu A^\nu \partial_\nu A_\mu) \\ &= -\frac{1}{2} \partial_\rho (2\partial^\rho A^\sigma - 2\partial^\sigma A^\rho) = -\partial_\rho (\partial^\rho A^\sigma - \partial^\sigma A^\rho) = -\partial_\rho F^{\rho\sigma}.\end{aligned}$$

Por lo tanto, las ecuaciones de Euler-Lagrange quedan:

$$-j^\sigma + \partial_\rho F^{\rho\sigma} = 0 \quad \Leftrightarrow \quad \partial_\rho F^{\rho\sigma} = j^\sigma,$$

que es efectivamente la ecuación no homogénea.

A.3. Acoplamiento mínimo en la QED

Queremos demostrar que el Lagrangiano (14) tiene simetría $U(1)$ local. Sabemos que el tensor electromagnético es invariante *gauge*, ya que solo depende de campo A_μ . Veamos cómo transforma la derivada covariante del campo:

$$\begin{aligned}D'_\mu \psi' &= (\partial_\mu + ieQA'_\mu)\psi' = \left(\partial_\mu + ieQ \left(A_\mu - \frac{1}{e} \partial_\mu \alpha \right) \right) e^{iQ\alpha} \psi = e^{iQ\alpha} \partial_\mu \psi + iQ(\partial_\mu \alpha) e^{iQ\alpha} \psi \\ &\quad + ieQA_\mu e^{iQ\alpha} \psi - iQ(\partial_\mu \alpha) e^{iQ\alpha} \psi = e^{iQ\alpha} \partial_\mu \psi + ieQA_\mu e^{iQ\alpha} \psi = e^{iQ\alpha} D_\mu \psi.\end{aligned}$$

Por tanto,

$$\begin{aligned}\mathcal{L}' &= -\frac{1}{4} F'^{\mu\nu} F'_{\mu\nu} + \bar{\psi}' (i\gamma^\mu D'_\mu \psi' - m\psi') = -\frac{1}{4} F^{\mu\nu} F_{\mu\nu} + \bar{\psi} e^{-iQ\alpha} (i\gamma^\mu e^{iQ\alpha} D_\mu \psi - m e^{iQ\alpha} \psi) \\ &= \frac{1}{4} F^{\mu\nu} F_{\mu\nu} + \bar{\psi} (i\gamma^\mu D_\mu \psi - m\psi) = \mathcal{L}.\end{aligned}$$

El Lagrangiano es invariante bajo transformaciones $U(1)$ locales.

B. Ruptura espontánea de simetría. Mecanismo de Higgs

B.1. Campo escalar real

B.1.1. Mínimos del potencial

Buscamos los mínimos de la función potencial (25).

$$V'(\phi) = \mu^2 \phi + \lambda \phi^3 = \phi(\mu^2 + \lambda \phi^2) = 0.$$

La derivada se anula siempre para $\phi = 0$, pero también para $\phi = \pm \sqrt{-\mu^2/\lambda}$ si $\mu^2 < 0$. Veamos si se trata de mínimos o máximos.

$$V''(\phi) = \mu^2 + 3\lambda \phi^2.$$

- Si $\mu^2 > 0$, la función presenta un mínimo en $\phi_0 = 0$ ya que $V''(0) = \mu^2 > 0$.
- Si $\mu^2 < 0$, la función presenta dos mínimos en $\phi_0 = \pm \sqrt{-\mu^2/\lambda} = \pm v$, ya que $V''(\pm v) = -2\mu^2 > 0$. En este caso, $V''(0) = \mu^2 < 0$, por lo que en $\phi_0 = 0$ tiene un máximo.

B.1.2. Desarrollo del Lagrangiano en torno al mínimo

En el caso $\mu^2 < 0$, realizamos un desarrollo del Lagrangiano (24) en torno a $\phi_0 = v$. Introduciendo el campo $\eta = \phi - v$ centrado en dicho mínimo, se tiene:

$$\begin{aligned}\frac{1}{2}\partial_\mu\phi\partial^\mu\phi &= \frac{1}{2}\partial_\mu(v+\eta)\partial^\mu(v+\eta) = \frac{1}{2}\partial_\mu\eta\partial^\mu\eta, \\ V(\phi) &= \frac{1}{2}\mu^2(v+\eta)^2 + \frac{1}{4}\lambda(v+\eta)^4 \\ &= -\frac{1}{2}\lambda v^2(\eta^2 + 2v\eta + v^2) + \frac{1}{4}\lambda(\eta^4 + 4v\eta^3 + 6v^2\eta^2 + 4v^3\eta + v^4) \\ &= -\frac{1}{2}\lambda v^2\eta^2 - \lambda v^3\eta^2 - \frac{1}{2}\lambda v^4 + \frac{1}{4}\lambda\eta^4 + \lambda v\eta^3 + \frac{3}{2}\lambda v^2 + \lambda v^3\eta + \frac{1}{4}\lambda v^4 \\ &= -\frac{1}{4}\lambda v^4 + \lambda v^2\eta^2 + \lambda v\eta^3 + \frac{1}{4}\lambda\eta^4.\end{aligned}$$

Se ha utilizado que $\mu^2 = -\lambda v^2$.

Finalmente, el Lagrangiano en torno al mínimo queda:

$$\mathcal{L}(\eta) = \frac{1}{2}(\partial_\mu\eta)^2 - \lambda v^2\eta^2 - \lambda v\eta^3 - \frac{1}{4}\lambda\eta^4 + \frac{1}{4}\lambda v^4. \quad (66)$$

B.2. Campo escalar complejo

B.2.1. Mínimos del potencial

Tratamos el potencial (30) como una función de dos variables reales:

$$V(\phi_1, \phi_2) = \frac{1}{2}\mu^2(\phi_1^2 + \phi_2^2) + \frac{1}{4}\lambda(\phi_1^2 + \phi_2^2)^2.$$

Observamos que esta función no es más que el potencial escalar real ya estudiado, evaluado en $\sqrt{\phi_1^2 + \phi_2^2}$. Por tanto, se tendrán dos situaciones:

- Si $\mu^2 > 0$, la función presenta un mínimo en los puntos en los que $\sqrt{\phi_1^2 + \phi_2^2} = 0$, es decir, en $\phi_0 = 0$.
- Si $\mu^2 < 0$, la función presenta un mínimo en los puntos en los que $\sqrt{\phi_1^2 + \phi_2^2} = v$, es decir, si $|\phi_0| = v/\sqrt{2}$. En este caso, en $\phi_0 = 0$ tiene un máximo.

B.2.2. Desarrollo del Lagrangiano en torno al mínimo

En el caso $\mu^2 < 0$, realizamos un desarrollo del Lagrangiano (31) en torno a $\phi_1 = v$, $\phi_2 = 0$. Introducimos para ello los campos $\eta = \phi_1 - v$ y $\xi = \phi_2$, que están centrados en ese mínimo. Se tiene, por tanto:

$$\begin{aligned}\frac{1}{2}\partial_\mu\phi_1\partial^\mu\phi_1 &= \frac{1}{2}\partial_\mu(v+\eta)\partial^\mu(v+\eta) = \frac{1}{2}\partial_\mu\eta\partial^\mu\eta, \\ \frac{1}{2}\partial_\mu\phi_2\partial^\mu\phi_2 &= \frac{1}{2}\partial_\mu\xi\partial^\mu\xi,\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}V(\phi_1, \phi_2) &= \frac{1}{2}\mu^2((v+\eta)^2 + \xi^2) + \frac{1}{4}\lambda((v+\eta)^2 + \xi^2)^2 \\ &= \frac{1}{2}\mu^2(\eta^2 + 2v\eta + v^2 + \xi^2) + \frac{1}{4}\lambda((v+\eta)^4 + 2(v+\eta)^2\xi^2 + \xi^4) \\ &= -\frac{1}{2}\lambda v^2(\eta^2 + 2v\eta + v^2 + \xi^2) \\ &\quad + \frac{1}{4}\lambda(\eta^4 + 4v\eta^3 + 6v^2\eta^2 + 4v^3\eta + v^4 + 2\eta^2\xi^2 + 4v\eta\xi^2 + 2v^2\xi^2 + \xi^4) \\ &= -\frac{1}{4}\lambda v^4 + \lambda v^2\eta^2 + \lambda v\eta^3 + \frac{1}{4}\lambda\eta^4 + \lambda v\eta\xi^2 + \frac{1}{2}\lambda\eta^2\xi^2 + \frac{1}{4}\lambda\xi^4.\end{aligned}$$

Se ha utilizado que $\mu^2 = -\lambda v^2$.

Finalmente, el Lagrangiano en torno al mínimo queda:

$$\mathcal{L}(\eta, \xi) = \frac{1}{2}(\partial_\mu\eta)^2 + \frac{1}{2}(\partial_\mu\xi)^2 - \lambda v^2\eta^2 - \lambda v\eta^3 - \frac{1}{4}\lambda\eta^4 - \lambda v\eta\xi^2 - \frac{1}{2}\lambda\eta^2\xi^2 - \frac{1}{4}\lambda\xi^4 + \frac{1}{4}\lambda v^4. \quad (67)$$

B.3. Ruptura de simetría $U(1)$ local

B.3.1. Desarrollo del Lagrangiano en torno al mínimo

Realizamos un desarrollo del Lagrangiano (36) en torno a $\phi_1 = v$, $\phi_2 = 0$. Como en casos anteriores, utilizamos los campos $\eta = \phi_1 - v$ y $\xi = \phi_2$, que están centrados en este mínimo. Se tiene:

$$\begin{aligned}(D^\mu\phi)^*(D_\mu\phi) &= (\partial^\mu + ieA^\mu)\frac{1}{\sqrt{2}}(v+\eta-i\xi)(\partial_\mu - ieA_\mu)\frac{1}{\sqrt{2}}(v+\eta+i\xi) \\ &= \frac{1}{2}(\partial^\mu\eta - i\partial^\mu\xi + ievA^\mu + i\eta A^\mu + e\xi A^\mu)(\partial_\mu\eta + i\partial_\mu\xi - ievA_\mu - i\eta A_\mu + e\xi A_\mu) \\ &= \frac{1}{2}(\partial^\mu\eta + e\xi A^\mu)^2 + \frac{1}{2}(-\partial^\mu\xi + evA^\mu + e\eta A^\mu)^2 \\ &= \frac{1}{2}(\partial^\mu\eta)^2 + \frac{1}{2}e^2\xi^2 A_\mu^2 + e\xi A_\mu\partial^\mu\eta + \frac{1}{2}(\partial^\mu\xi)^2 + \frac{1}{2}e^2v^2 A_\mu^2 + \frac{1}{2}e^2\eta^2 A_\mu^2 \\ &\quad - evA_\mu\partial^\mu\xi - e\eta A_\mu\partial^\mu\xi + e^2v\eta A_\mu^2.\end{aligned}$$

El potencial en función de estos campos ya lo hemos calculado anteriormente. Con todo ello, el Lagrangiano en torno al mínimo queda:

$$\begin{aligned}\mathcal{L}(\eta, \xi) &= \frac{1}{2}(\partial^\mu\eta)^2 + \frac{1}{2}e^2\xi^2 A_\mu^2 + e\xi A_\mu\partial^\mu\eta + \frac{1}{2}(\partial^\mu\xi)^2 + \frac{1}{2}e^2v^2 A_\mu^2 + \frac{1}{2}e^2\eta^2 A_\mu^2 \\ &\quad - evA_\mu\partial^\mu\xi - e\eta A_\mu\partial^\mu\xi + e^2v\eta A_\mu^2 - \frac{1}{4}F_{\mu\nu}F^{\mu\nu} - \lambda v^2\eta^2 - \lambda v\eta^3 \\ &\quad - \frac{1}{4}\lambda\eta^4 - \lambda v\eta\xi^2 - \frac{1}{2}\lambda\eta^2\xi^2 - \frac{1}{4}\lambda\xi^4 + \frac{1}{4}\lambda v^4.\end{aligned} \quad (68)$$

B.3.2. Lagrangiano en el *gauge* unitario

Reescribimos el Lagrangiano (36) en el *gauge* unitario, es decir, en función del campo $\phi = \frac{1}{\sqrt{2}}(v + h)$. Para no repetir los cálculos, basta evaluar el Lagrangiano (68) en $\eta = h$, $\xi = 0$. Se obtiene:

$$\begin{aligned} \mathcal{L}(h) = & \frac{1}{2}(\partial^\mu h)^2 + \frac{1}{2}e^2 v^2 A_\mu^2 + \frac{1}{2}e^2 h^2 A_\mu^2 + e^2 v h A_\mu^2 \\ & - \frac{1}{4}F_{\mu\nu}F^{\mu\nu} - \lambda v^2 h^2 - \lambda v h^3 - \frac{1}{4}\lambda h^4 + \frac{1}{4}\lambda v^4. \end{aligned} \quad (69)$$

B.4. Potencial con término de grado 6

Tenemos el potencial (40), con $\mu^2 < 0$. En primer lugar, buscamos sus mínimos.

$$V'(\phi) = \mu^2 \phi - \lambda \phi^3 + \delta \phi^5 = \phi(\mu^2 - \lambda \phi^2 + \delta \phi^4) = 0,$$

con $\delta = -2\lambda^2/\mu^2$. La derivada se anula en $\phi_0 = 0$, o si

$$\begin{aligned} \mu^2 - \lambda \phi^2 + \delta \phi^4 = 0 \quad \Rightarrow \quad \phi^2 = \frac{\lambda \pm \sqrt{\lambda^2 - 4\mu^2\delta}}{2\delta} = \frac{\lambda \pm \sqrt{\lambda^2 + 8\lambda^2}}{-4\lambda^2/\mu^2} \\ = -\frac{1 \pm 3}{4} \cdot \mu^2/\lambda \quad \Rightarrow \quad \phi^2 = -\mu^2/\lambda = v^2, \end{aligned}$$

es decir, en $\phi_0 = \pm v$. Si evaluamos la segunda derivada:

$$\begin{aligned} V''(\phi) = \mu^2 - 3\lambda \phi^2 + 5\delta \phi^4 \quad \Rightarrow \quad V''(0) = \mu^2 < 0, \\ V''(v) = \mu^2 + 6\mu^2 - 10\mu^2 = -3\mu^2 > 0. \end{aligned}$$

Por tanto, el mínimo se encuentra en $\phi_0 = \pm v$. Podemos realizar un desarrollo en torno al mínimo para encontrar la masa de la partícula asociada. Para ello, introducimos el campo $\eta = \phi - v$. En lugar de evaluar el potencial con este cambio de variable, podemos extraer solamente el coeficiente que acompaña a η^2 utilizando el binomio de Newton.

$$\begin{aligned} \frac{1}{2}\mu^2(v + \eta)^2 & \rightarrow \frac{1}{2}\mu^2 \cdot \eta^2 = -\frac{1}{2}\lambda v^2 \eta^2 \\ -\frac{1}{4}\lambda(v + \eta)^4 & \rightarrow -\frac{1}{4}\lambda \cdot 6v^2 \eta^2 = -\frac{3}{2}\lambda v^2 \eta^2 \quad \Rightarrow \quad \frac{1}{2}m_\eta^2 \eta^2 = 3\lambda v^2 \eta^2. \\ \frac{1}{6}\delta(v + \eta)^6 & \rightarrow \frac{1}{6}\delta \cdot 15v^4 \eta^2 = 5\lambda v^2 \eta^2 \end{aligned}$$

Por tanto, en este caso la masa de la partícula η es $m_\eta = \sqrt{6\lambda v^2}$.

C. Mecanismo de Higgs en el Modelo Estándar

C.1. Mínimos del potencial

Si tratamos el potencial (42) como una función de 4 variables reales, tenemos:

$$V(\phi_1, \phi_2, \phi_3, \phi_4) = \frac{1}{2}\mu^2 (\phi_1^2 + \phi_2^2 + \phi_3^2 + \phi_4^2) + \frac{1}{4}\lambda (\phi_1^2 + \phi_2^2 + \phi_3^2 + \phi_4^2)^2. \quad (70)$$

No es más que el potencial real, ya estudiado, evaluado en $\sqrt{\phi_1^2 + \phi_2^2 + \phi_3^2 + \phi_4^2}$. Como $\mu^2 < 0$, los mínimos están en aquellos puntos que cumplan que $\phi_1^2 + \phi_2^2 + \phi_3^2 + \phi_4^2 = v^2$.

C.2. Desarrollo del término cinético

Debemos aplicar la derivada covariante en torno al vacío que hemos escogido. Así,

$$\begin{aligned}
D_\mu \phi &= \left[\partial_\mu + ig \frac{1}{2} \vec{\sigma} \cdot \vec{W}_\mu + ig' \frac{1}{2} Y B_\mu \right] \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 \\ v+h \end{pmatrix} \\
&= \frac{1}{2\sqrt{2}} \left[2\partial_\mu \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} + igW_{1\mu} \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} + igW_{2\mu} \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix} + igW_{3\mu} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \right. \\
&\quad \left. + ig'Y_\phi B_\mu \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right] \begin{pmatrix} 0 \\ v+h \end{pmatrix} \\
&= \frac{1}{2\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 2\partial_\mu + igW_{3\mu} + ig'Y_\phi B_\mu & ig(W_{1\mu} - iW_{2\mu}) \\ ig(W_{1\mu} + iW_{2\mu}) & 2\partial_\mu - igW_{3\mu} + ig'Y_\phi B_\mu \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ v+h \end{pmatrix} \\
&= \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 \\ \partial_\mu h \end{pmatrix} + \frac{i}{2\sqrt{2}} (v+h) \begin{pmatrix} g(W_{1\mu} - iW_{2\mu}) \\ -gW_{3\mu} + g'Y_\phi B_\mu \end{pmatrix}, \\
(D^\mu \phi)^\dagger &= \left[\frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 \\ \partial^\mu h \end{pmatrix} + \frac{i}{2\sqrt{2}} (v+h) \begin{pmatrix} g(W_1^\mu - iW_2^\mu) \\ -gW_3^\mu + g'Y_\phi B^\mu \end{pmatrix} \right]^\dagger \\
&= \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 & \partial^\mu h \end{pmatrix} - \frac{i}{2\sqrt{2}} (v+h) \begin{pmatrix} g(W_1^\mu + iW_2^\mu) & -gW_3^\mu + g'Y_\phi B^\mu \end{pmatrix}.
\end{aligned}$$

Finalmente, el término cinético queda:

$$(D^\mu \phi)^\dagger (D_\mu \phi) = \frac{1}{2} (\partial_\mu h)^2 + \frac{1}{8} (v+h)^2 (g^2 (W_{1\mu}^2 + W_{2\mu}^2) + (-gW_{3\mu} + g'Y_\phi B_\mu)^2). \quad (71)$$

C.3. Mezcla de los bosones de *gauge* W_3 y B

Queremos diagonalizar la matriz siguiente:

$$M = \begin{pmatrix} g^2 & -gg' \\ -gg' & g'^2 \end{pmatrix}.$$

Primero obtenemos sus valores propios:

$$\begin{aligned}
\det(M - \lambda \mathbb{I}) = 0 &\Rightarrow \begin{vmatrix} g^2 - \lambda & -gg' \\ -gg' & g'^2 - \lambda \end{vmatrix} = (g^2 - \lambda)(g'^2 - \lambda) - g^2 g'^2 \\
&= \lambda^2 - (g^2 + g'^2)\lambda = 0.
\end{aligned}$$

Las soluciones son $\lambda_1 = 0$ y $\lambda_2 = g^2 + g'^2$. Buscamos ahora los vectores propios asociados:

$$\begin{aligned}
\begin{pmatrix} g^2 - \lambda_1 & -gg' \\ -gg' & g'^2 - \lambda_1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} g^2 & -gg' \\ -gg' & g'^2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix} \\
g^2 x - gg' y &= 0 \Rightarrow x = g', y = g \Rightarrow v_1 = \begin{pmatrix} g' \\ g \end{pmatrix},
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\begin{pmatrix} g^2 - \lambda_2 & -gg' \\ -gg' & g'^2 - \lambda_2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} -g'^2 & -gg' \\ -gg' & -g^2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix} \\
-g'^2 x - gg' y &= 0 \Rightarrow x = g, y = -g' \Rightarrow v_2 = \begin{pmatrix} g \\ -g' \end{pmatrix}.
\end{aligned}$$

C.4. Relación entre los parámetros de la teoría electrodébil

Sabemos que la mezcla de los bosones W_3 y B está dada por una matriz de rotación (53), por lo que la matriz inversa será la de una rotación en sentido contrario. Entonces:

$$\begin{pmatrix} W_{3\mu} \\ B_\mu \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \theta_W & \sin \theta_W \\ -\sin \theta_W & \cos \theta_W \end{pmatrix} \begin{pmatrix} Z_\mu \\ A_\mu \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{aligned} W_{3\mu} &= \frac{1}{\sqrt{g^2 + g'^2}}(g' A_\mu + g Z_\mu), \\ B_\mu &= \frac{1}{\sqrt{g^2 + g'^2}}(g A_\mu - g' Z_\mu). \end{aligned}$$

Podemos reescribir el término de la derivada covariante que involucra a estos campos:

$$\begin{aligned} igT_3 W_{3\mu} + ig'\frac{1}{2}Y B_\mu &= igT_3 \frac{1}{\sqrt{g^2 + g'^2}}(g' A_\mu + g Z_\mu) + ig'\frac{1}{2}Y \frac{1}{\sqrt{g^2 + g'^2}}(g A_\mu - g' Z_\mu) \\ &= i \frac{gg'}{\sqrt{g^2 + g'^2}} \left(T_3 + \frac{Y}{2} \right) A_\mu + i \frac{1}{\sqrt{g^2 + g'^2}} \left(g^2 T_3 - g'^2 \frac{Y}{2} \right) Z_\mu. \end{aligned}$$

Por tanto, la derivada covariante de la teoría electrodébil en función de los campos Z_μ y A_μ resulta:

$$\begin{aligned} D_\mu &= \partial_\mu + igT_1 W_{1\mu} + igT_2 W_{2\mu} \\ &\quad + i \frac{gg'}{\sqrt{g^2 + g'^2}} \left(T_3 + \frac{Y}{2} \right) A_\mu + i \frac{1}{\sqrt{g^2 + g'^2}} \left(g^2 T_3 - g'^2 \frac{Y}{2} \right) Z_\mu. \end{aligned} \quad (72)$$

Sabemos que la derivada covariante en la QED es $D_\mu = \partial_\mu + ieQA_\mu$. Identificando términos, se tiene:

$$\begin{aligned} \frac{gg'}{\sqrt{g^2 + g'^2}} &= e, \\ T_3 + \frac{Y}{2} &= Q. \end{aligned}$$

Se recupera la relación de la carga con el isospín débil y la hipercarga. Además, encontramos una relación entre las constantes de acoplamiento g , g' y e :

$$e = g' \cos \theta_W = g \sin \theta_W. \quad (73)$$

C.5. ¿Qué ocurre si se toma $Y_\phi = -1$?

Si tomamos $Y_\phi = -1$ pero escogemos el mismo vacío, es decir, $\phi_0 = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 \\ v \end{pmatrix}$, llegaremos a la matriz relación siguiente:

$$\tilde{M} = \begin{pmatrix} g^2 & gg' \\ gg' & g'^2 \end{pmatrix}.$$

El polinomio característico de esta matriz es el mismo que en el anexo C.3, por lo que los valores propios son los mismos. Uno de los dos autoestados no tendrá masa (el que identificamos como el fotón). Los vectores propios, procediendo de manera análoga, resultan:

$$\lambda_1 = 0 \Rightarrow v_1 = \begin{pmatrix} -g' \\ g \end{pmatrix}, \quad \lambda_2 = g^2 + g'^2 \Rightarrow v_2 = \begin{pmatrix} g \\ g' \end{pmatrix}.$$

Por tanto, se definen en este caso los bosones vectoriales:

$$\begin{aligned} \tilde{A}_\mu &= \frac{1}{\sqrt{g^2 + g'^2}}(-g'W_{3\mu} + gB_\mu), & W_{3\mu} &= \frac{1}{\sqrt{g^2 + g'^2}}(-g'\tilde{A}_\mu + g\tilde{Z}_\mu), \\ \tilde{Z}_\mu &= \frac{1}{\sqrt{g^2 + g'^2}}(gW_{3\mu} + g'B_\mu). & B_\mu &= \frac{1}{\sqrt{g^2 + g'^2}}(g\tilde{A}_\mu + g'\tilde{Z}_\mu). \end{aligned} \Leftrightarrow$$

Podemos expresar el término de la derivada covariante que involucra a los campos $W_{3\mu}$ y B_μ en función de \tilde{A}_μ y \tilde{Z}_μ , tal como hemos hecho en el anexo C.4:

$$\begin{aligned} igT_3W_{3\mu} + ig'\frac{1}{2}YB_\mu &= igT_3\frac{1}{\sqrt{g^2 + g'^2}}(-g'\tilde{A}_\mu + g\tilde{Z}_\mu) + ig'\frac{1}{2}Y\frac{1}{\sqrt{g^2 + g'^2}}(g\tilde{A}_\mu + g'\tilde{Z}_\mu) \\ &= i\frac{gg'}{\sqrt{g^2 + g'^2}}\left(-T_3 + \frac{Y}{2}\right)A_\mu + i\frac{1}{\sqrt{g^2 + g'^2}}\left(g^2T_3 + g'^2\frac{Y}{2}\right)Z_\mu. \end{aligned}$$

En este caso, identificamos que el fotón se acopla a $\tilde{Q} = -T_3 + \frac{Y}{2}$. Sería la simetría $U(1)$ asociada al generador \tilde{Q} la que no se rompería. Como se sabe que el acoplamiento del fotón es a la carga, el vacío ϕ_0 debe tener hipercarga $Y_\phi = 1$, ya que es así como la teoría describe la realidad experimental. Con esa elección el vacío es neutro, y es la simetría $U(1)_{EM}$ la que no se rompe.

C.6. Invariancia del término $\bar{\psi}_L\phi\psi_R$

Veamos la simetría $SU(2)_L \times U(1)_Y$ por separado. Bajo una transformación del grupo $SU(2)_L$, tendremos:

$$\bar{\psi}'_L = \bar{\psi}_L U^\dagger, \quad \phi' = U\phi, \quad \psi'_R = \psi_R,$$

porque ψ_L y ϕ son dobletes de $SU(2)_L$, y ψ_R es un singlete. Por tanto,

$$\bar{\psi}'_L\phi'\psi'_R = \bar{\psi}_L U^\dagger U\phi\psi_R = \bar{\psi}_L\phi\psi_R,$$

ya que la transformación U es unitaria. La combinación de campos tiene simetría $SU(2)_L$

Bajo una transformación del grupo $U(1)_Y$, por otro lado:

$$\bar{\psi}'_L = \bar{\psi}_L e^{-i\frac{1}{2}Y_L\alpha}, \quad \phi' = e^{i\frac{1}{2}Y_\phi\alpha}\phi, \quad \psi'_R = e^{i\frac{1}{2}Y_R\alpha}\psi_R.$$

Por tanto,

$$\bar{\psi}'_L\phi'\psi'_R = \bar{\psi}_L e^{-i\frac{1}{2}Y_L\alpha} e^{i\frac{1}{2}Y_\phi\alpha} \phi e^{i\frac{1}{2}Y_R\alpha} \psi_R = e^{i\frac{1}{2}(-Y_L + Y_\phi + Y_R)\alpha} \bar{\psi}_L\phi\psi_R.$$

El término será invariante si se cumple $-Y_L + Y_\phi + Y_R = 0$. Hemos escogido el campo ϕ de forma que $Y_\phi = 1$, por lo que la condición es $Y_L - Y_R = 1$. Si nos fijamos en la componente con $T_3 = -1/2$ de un doblete del SM,

$$-\frac{1}{2} + \frac{Y_L}{2} = Q = 0 + \frac{Y_R}{2} \quad \Rightarrow \quad Y_L - Y_R = 1,$$

por lo que se verifica la condición.

Por tanto, el término $\bar{\psi}_L\phi\psi_R$ es invariante frente a transformaciones conjuntas del grupo $SU(2)_L \times U(1)_Y$. Análogamente, se puede ver que el término $\bar{\psi}_R\bar{\phi}\psi_L$ también es invariante.

C.7. Término de masa de los fermiones

Realizamos el desarrollo en torno al mínimo en el caso de los leptones:

$$\begin{aligned}\mathcal{L}_l &= -\lambda_e(\bar{\psi}_L\phi\psi_R + \bar{\psi}_R\bar{\phi}\psi_L) = -\lambda_l \left[\begin{pmatrix} \bar{\nu}_l & \bar{l} \end{pmatrix}_L \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 \\ v+h \end{pmatrix} l_R + \bar{l}_R \begin{pmatrix} 0 & v+h \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \nu_l \\ l \end{pmatrix}_L \right] \\ &= -\frac{\lambda_l}{\sqrt{2}}(v+h)(\bar{l}_L l_R + \bar{l}_R l_L) = -\frac{\lambda_l}{v}(v+h)\bar{l}l = -\frac{\lambda_l v}{\sqrt{2}}\bar{l}l - \frac{\lambda_l}{\sqrt{2}}h\bar{l}l.\end{aligned}$$

D. Desintegración del bosón de Higgs

D.1. Desintegración $h \rightarrow f\bar{f}$

Vamos a calcular la amplitud de probabilidad del proceso $h \rightarrow f\bar{f}$, representado mediante el diagrama de Feynman de la figura 5a. El vértice de interacción viene caracterizado por el factor $-i\frac{m_f}{v}$. Identificamos el fermión con el espinor $u(p_1)$ y el antifermión con $v(p_2)$. Como el bosón de Higgs es una partícula escalar, el elemento de matriz queda:

$$\begin{aligned}-i\mathcal{M} &= \bar{u}(p_1) \frac{-im_f}{v} v(p_2), \\ i\mathcal{M}^\dagger &= \bar{v}(p_2) \frac{im_f}{v} u(p_1), \\ |\mathcal{M}|^2 &= \left(\frac{m_f}{v}\right)^2 \sum_{s_1, s_2} \bar{v}_{s_2}(p_2) u_{s_1}(p_1) \bar{u}_{s_1}(p_1) v_{s_2}(p_2) \\ &= \left(\frac{m_f}{v}\right)^2 \sum_{s_1} u_{s_1}(p_1) \bar{u}_{s_1}(p_1) \sum_{s_2} \bar{v}_{s_2}(p_2) v_{s_2}(p_2) = \left(\frac{m_f}{v}\right)^2 \text{Tr}[(\not{p}_1 + m_f)(\not{p}_2 - m_f)] \\ &= \left(\frac{m_f}{v}\right)^2 \left(\text{Tr}(\not{p}_1 \not{p}_2) - m_f \text{Tr}(\not{p}_1) + m_f \text{Tr}(\not{p}_2) - m_f^2 \text{Tr}(\mathbb{I}) \right) = \left(\frac{m_f}{v}\right)^2 (4p_1 \cdot p_2 - 4m_f^2).\end{aligned}$$

Se han utilizado propiedades de los espinores de Dirac y las matrices γ , como son:

1. $\sum_s u_s(p) \bar{u}_s(p) = \not{p} + m_f$
2. $\sum_s v_s(p) \bar{v}_s(p) = \not{p} - m_f$
3. $\text{Tr}(\not{A}) = 0$
4. $\text{Tr}(\not{A}\not{B}) = 4A \cdot B$

Para estudiar la cinemática del proceso y obtener los valores que necesitamos, utilizaremos el sistema de referencia centro de masas. En el estado inicial, el bosón de Higgs estará en reposo, por lo que su cuadrimomento es $(m_h, \vec{0})$. En el estado final, se tendrá $p_{1\mu} = (E_1, \vec{p}_1)$ para el fermión y $p_{2\mu} = (E_2, \vec{p}_2)$ para el antifermión. Por la conservación del momento,

$$\vec{p}_1 + \vec{p}_2 = \vec{0} \quad \Rightarrow \quad \vec{p}_1 = -\vec{p}_2 = \vec{p}.$$

Como la masa del fermión y el antifermión es la misma, y sus momentos tienen el mismo módulo, sus energías también son iguales. Por la conservación de la energía,

$$m_h = E_1 + E_2 \quad \Rightarrow \quad E_1 = E_2 = \frac{m_h}{2}.$$

Por tanto, se tiene:

$$m_f^2 = E_1^2 - |\vec{p}_1|^2 \quad \Rightarrow \quad |\vec{p}|^2 = \frac{m_h^2}{4} - m_f^2.$$

Ya podemos calcular el producto escalar que necesitamos:

$$p_1 \cdot p_2 = E_1 E_2 - \vec{p}_1 \cdot \vec{p}_2 = \left(\frac{m_h}{2}\right)^2 + |\vec{p}|^2 = \frac{m_h^2}{2} - m_f^2.$$

El elemento de matriz resulta, por tanto:

$$|\mathcal{M}|^2 = \left(\frac{m_f}{v}\right)^2 \left(4 \cdot \left(\frac{m_h^2}{2} - m_f^2\right) - 4m_f^2\right) = 2 \left(\frac{m_f}{v}\right)^2 (m_h^2 - 4m_f^2). \quad (74)$$

Con todos los valores necesarios conocidos, podemos aplicar (59). El factor de simetría valdrá 1 ya que fermión y antifermión son partículas distinguibles. Hay que añadir el número de color en el caso de que los fermiones sean quarks ($N_c = 3$), ya que la desintegración tiene tres posibilidades. Lo incluiremos en la expresión general, que cuando se aplique a leptones simplemente será $N_c = 1$.

$$\begin{aligned} \frac{d\Gamma}{d\Omega} &= \frac{N_c}{32\pi^2 m_h^2} \cdot 2 \left(\frac{m_f}{v}\right)^2 (m_h^2 - 4m_f^2) \cdot \left(\frac{m_h^2}{4} - m_f^2\right)^{1/2} \\ &= \frac{N_c}{32\pi^2 m_h^2} \left(\frac{m_f}{v}\right)^2 (m_h^2 - 4m_f^2)^{3/2} = \frac{N_c}{32\pi^2 v^2} m_f^2 m_h \left(1 - \frac{4m_f^2}{m_h^2}\right)^{3/2}. \end{aligned}$$

Por último, integramos a todo el ángulo sólido. Simplemente hay que multiplicar por 4π ya que la expresión obtenida es constante. La anchura de desintegración del bosón de Higgs a fermiones queda:

$$\Gamma(h \rightarrow f\bar{f}) = \frac{N_c}{8\pi v^2} m_f^2 m_h \left(1 - \frac{4m_f^2}{m_h^2}\right)^{3/2}. \quad (75)$$

D.2. Desintegración $h \rightarrow VV$

Ahora, vamos a calcular la amplitud de probabilidad del proceso $h \rightarrow VV$, donde V representa al bosón W o al bosón Z . Su diagrama de Feynman aparece en la figura 5b. En este caso, el vértice de interacción está caracterizado por el factor $2i\frac{M_V^2}{v}g_{\mu\nu}$. Identificamos uno de los bosones de *gauge* con el vector de polarización $\epsilon_\lambda^\mu(p_1)$, y el otro con $\epsilon_\delta^\nu(p_2)$. Los índices μ y ν corresponden al espacio de Minkowski, mientras que los índices λ y δ se refieren a los distintos vectores de polarización. De nuevo, al ser el bosón de Higgs una partícula escalar, el elemento de matriz queda:

$$\begin{aligned}
-i\mathcal{M} &= \epsilon_\lambda^\mu(p_1) 2i \frac{M_V^2}{v} g_{\mu\nu} \epsilon_\delta^\nu(p_2) = \epsilon_\lambda^\mu(p_1) 2i \frac{M_V^2}{v} \epsilon_{\delta\mu}(p_2), \\
i\mathcal{M}^\dagger &= -\epsilon_\lambda^\alpha(p_1)^* 2i \frac{M_V^2}{v} g_{\alpha\beta} \epsilon_\delta^\beta(p_2)^* = -\epsilon_\lambda^\alpha(p_1)^* 2i \frac{M_V^2}{v} \epsilon_{\delta\alpha}(p_2)^*, \\
|\mathcal{M}|^2 &= \left(\frac{2M_V^2}{v} \right)^2 \sum_{\lambda, \delta} \epsilon_\lambda^\mu(p_1) \epsilon_{\delta\mu}(p_2) \epsilon_\lambda^\alpha(p_1)^* \epsilon_{\delta\alpha}(p_2)^* \\
&= \left(\frac{2M_V^2}{v} \right)^2 \sum_\lambda \epsilon_\lambda^\mu(p_1) \epsilon_\lambda^\alpha(p_1)^* \sum_\delta \epsilon_{\delta\mu}(p_2) \epsilon_{\delta\alpha}(p_2)^* \\
&= \left(\frac{2M_V^2}{v} \right)^2 \left(-g^{\mu\alpha} + \frac{p_1^\mu p_1^\alpha}{M_V^2} \right) \left(-g_{\mu\alpha} + \frac{p_{2\mu} p_{2\alpha}}{M_V^2} \right) \\
&= \left(\frac{2M_V^2}{v} \right)^2 \left(g^{\mu\alpha} g_{\mu\alpha} - g^{\mu\alpha} \frac{p_{2\mu} p_{2\alpha}}{M_V^2} - g_{\mu\alpha} \frac{p_1^\mu p_1^\alpha}{M_V^2} + \frac{p_1^\mu p_{2\mu} p_1^\alpha p_{2\alpha}}{M_V^4} \right) \\
&= \left(\frac{2M_V^2}{v} \right)^2 \left(4 - \frac{M_V^2}{M_V^2} - \frac{M_V^2}{M_V^2} + \frac{(p_1 \cdot p_2)^2}{M_V^4} \right) = \left(\frac{2M_V^2}{v} \right)^2 \left(2 + \frac{(p_1 \cdot p_2)^2}{M_V^4} \right).
\end{aligned}$$

Se han utilizado las siguientes propiedades:

1. $\sum_\lambda \epsilon_\lambda^\mu(p) \epsilon_\lambda^\nu(p)^* = -g^{\mu\nu} + \frac{p^\mu p^\nu}{M_V^2}$
2. $p_{1\mu} p_1^\mu = p_{2\mu} p_2^\mu = M_V^2$

El análisis de la cinemática es equivalente al del proceso $h \rightarrow f\bar{f}$ (desintegración a dos cuerpos de igual masa), por lo que los resultados son los mismos. Es decir:

$$\begin{aligned}
|\vec{p}|^2 &= \frac{m_h^2}{4} - M_V^2, \\
p_1 \cdot p_2 &= \frac{m_h^2}{2} - M_V^2.
\end{aligned}$$

Por tanto, el elemento de matriz queda:

$$|\mathcal{M}|^2 = \left(\frac{2M_V^2}{v} \right)^2 \left(2 + \frac{\left(\frac{m_h^2}{2} - M_V^2 \right)^2}{M_V^4} \right) = \left(\frac{2M_V^2}{v} \right)^2 \left(3 + \frac{1}{4} \left(\frac{m_h}{M_V} \right)^4 - \left(\frac{m_h}{M_V} \right)^2 \right). \quad (76)$$

Tenemos ya todos los valores necesarios para aplicar (59). El factor de simetría S_V valdrá 1 para bosones W (no son idénticos, ya que se produce un W^+ y un W^-) y 1/2 para bosones Z (se producen dos iguales). Con esto:

$$\begin{aligned}
\frac{d\Gamma}{d\Omega} &= \frac{1}{32\pi^2 m_h^2} \cdot \left(\frac{2M_V^2}{v} \right)^2 \left(3 + \frac{1}{4} \left(\frac{m_h}{M_V} \right)^4 - \left(\frac{m_h}{M_V} \right)^2 \right) \cdot \left(\frac{m_h^2}{4} - M_V^2 \right)^{1/2} \cdot S_V \\
&= \frac{S_V}{8\pi^2 v^2} m_h^2 \left(3 \left(\frac{M_V}{m_h} \right)^4 + \frac{1}{4} - \left(\frac{M_V}{m_h} \right)^2 \right) \left(\frac{m_h^2}{4} - M_V^2 \right)^{1/2} \\
&= \frac{S_V}{64\pi^2 v^2} m_h^3 \left(1 - \frac{4M_V^2}{m_h^2} + \frac{3}{4} \left(\frac{4M_V^2}{m_h^2} \right)^2 \right) \left(1 - \frac{4M_V^2}{m_h^2} \right)^{1/2}.
\end{aligned}$$

Finalmente, integramos a todo el ángulo sólido. De nuevo, solo hay que multiplicar por 4π ya que la expresión obtenida es constante. La anchura de desintegración del bosón de Higgs a bosones de *gauge* queda:

$$\Gamma(h \rightarrow VV) = \frac{S_V}{16\pi v^2} m_h^3 \left(1 - \frac{4M_V^2}{m_h^2} + \frac{3}{4} \left(\frac{4M_V^2}{m_h^2} \right)^2 \right) \left(1 - \frac{4M_V^2}{m_h^2} \right)^{1/2}. \quad (77)$$

D.3. Desintegraciones $h \rightarrow \gamma\gamma$ y $h \rightarrow gg$

Los diagramas de Feynman para la desintegración del Higgs a fotones y gluones, a un *loop*, se muestran en la figura 9:

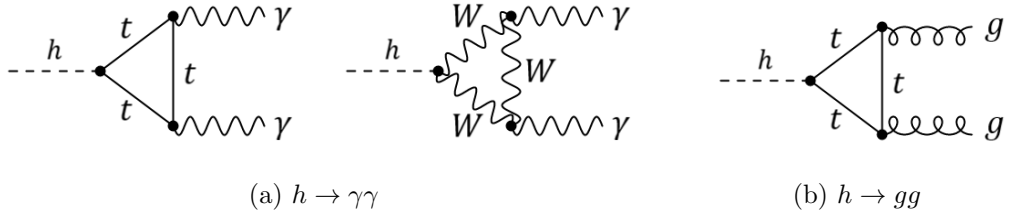


Figura 9: Desintegración del bosón de Higgs a fotones y a gluones

Estas anchuras de desintegración no las calculamos en este trabajo, simplemente utilizaremos el resultado [9].

La anchura de desintegración del bosón de Higgs a fotones es:

$$\Gamma(h \rightarrow \gamma\gamma) = \frac{\alpha^2}{256\pi^3 v^2} m_h^3 \left(\frac{4}{3} \sum_f N_c e_f^2 - 7 \right)^2,$$

donde α es la constante de estructura fina y e_f la carga eléctrica de los fermiones.

La anchura de desintegración del bosón de Higgs a gluones es:

$$\Gamma(h \rightarrow gg) = \frac{\alpha_s^2}{72\pi^3 v^2} m_h^3 \left(1 + \left(\frac{95}{4} - \frac{7N_f}{6} \right) \frac{\alpha_s}{\pi} + \dots \right)^2,$$

donde α_s es la constante de acoplamiento de la fuerza fuerte, y N_f es el número de fermiones. Los puntos suspensivos hacen referencia a términos de orden mayor en teoría de perturbaciones.

D.4. Código para realizar las representaciones

```
import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt

plt.close('all')

# Constantes
```

```

v = 248.4 #GeV
alpha = 1/127.8
alpha_s = 0.1176
PI = np.pi

# Masas (GeV) en la escala de energías EW
m_mu = 0.1029
m_tau = 1.747
m_charm = 0.628
m_bot = 2.866
m_W = 80.38
m_Z = 91.19

# Partículas: masa, tipo y etiqueta
particles = {
    'muon': [m_mu, 'l', r'\mu\mu$'],
    'tau': [m_tau, 'l', r'\tau\tau$'],
    'charm': [m_charm, 'q', r'$c\bar{c}$'],
    'bottom': [m_bot, 'q', r'$b\bar{b}$'],
    'W': [m_W, 'W', r'$WW$'],
    'Z': [m_Z, 'Z', r'$ZZ$'],
    'photon': [0, 'ph', r'\gamma\gamma$'],
    'gluon': [0, 'g', r'$gg$']
}

# Anchuras de desintegración (GeV)
def hff(m_h, m_f):
    x = 4*m_f**2/m_h**2
    if x<1:
        return 1/(8*PI*v**2)*m_f**2*m_h*(1-x)**(3/2)
    else:
        return 0

def hVV(m_h, m_V):
    x = 4*m_V**2/m_h**2
    if x<1:
        return 1/(16*PI*v**2)*m_h**3*(1-x+3/4*x**2)*(1-x)**(1/2)
    else:
        return 0

def hpp(m_h):
    Sf = 3+2*3*(2/3)**2+3*3*(-1/3)**2
    return alpha**2/(256*PI**3*v**2)*m_h**3*(4/3*Sf-7)**2

```

```

def hgg(m_h):
    Nf = 8
    return alpha_s**2/(72*PI**3*v**2)*m_h**3*(1+(95/4-7*Nf/6)*alpha_s/PI)**2

def anchura(m_h, p):
    m = particles[p][0]
    tipo = particles[p][1]
    if tipo=='q':
        return 3*hff(m_h, m)
    elif tipo=='l':
        return hff(m_h, m)
    elif tipo=='W':
        return hVV(m_h, m)
    elif tipo=='Z':
        return hVV(m_h, m)/2
    elif tipo=='ph':
        return hpp(m_h)
    elif tipo=='g':
        return hgg(m_h)

def anchura_total(m_h):
    gamma = 0
    for p in particles:
        gamma += anchura(m_h, p)
    return gamma

# Branching ratio
def BR(m_h, p):
    return anchura(m_h, p)/anchura_total(m_h)

# Representación de los branching ratio
m_h = np.linspace(60, 250, 1000)
br = np.zeros(len(m_h))

plt.figure(figsize=(10,7))
# plt.title('Branching ratios del bosón de Higgs')
for p in particles:
    for i in range(len(m_h)):
        br[i] = BR(m_h[i], p)
    plt.plot(m_h, br, label=particles[p][2], lw=2)
plt.legend(loc=(0.08,0.22), fontsize=18, ncol=2)
plt.xlabel(r'$m_h$ (GeV)', fontsize=24)

```

```
plt.ylabel('Branching ratio', fontsize=24)
plt.yscale('log')
plt.xlim(xmin=60, xmax=250)
plt.ylim(ymin=1e-4)
plt.tick_params(axis='x', labelsz=22)
plt.tick_params(axis='y', labelsz=22)
plt.grid()
plt.tight_layout()
plt.savefig('br.png', dpi=400)
```