
Análisis aerodinámico basado en simulación numérica de flujo alrededor de aeronaves

Grado de Física

Trabajo Fin de Grado

Curso 2023-2024

Alumno

Pedro López García

Directores

María Pilar García Navarro

Sergio Martínez Aranda

Departamento de Ciencia y Tecnología

de Materiales y Fluidos

Índice

1.	Objetivos	2
2.	Introducción teórica	2
2.1.	Fuerza de arrastre y ecuaciones de flujo	2
2.2.	Simetrías y coeficientes aerodinámicos	3
2.3.	Modelización de flujo turbulento	4
2.4.	Capa límite	7
3.	Metodología	8
3.1.	Geometría, condiciones iniciales y de contorno.....	8
3.2.	Modelo y esquema numérico	9
3.3.	Mallado	9
4.	Resultados	12
4.1.	Esfera.....	12
4.2.	Elipses	16
4.3.	Cono-cilindros.....	20
4.4.	Aplicación a modelos reales.....	24
5.	Conclusiones	25
	Bibliografía	26

1. Objetivos

El desarrollo de la aerodinámica comenzó en el siglo XVII [1] y uno de sus mayores hitos fue la identificación de las cuatro fuerzas aerodinámicas por Sir George Cayley: peso, empuje, sustentación y arrastre. Desde sus comienzos, uno de los objetivos de la aerodinámica ha sido diseñar cuerpos con el menor arrastre posible ya que una ligera reducción de esta fuerza, en un vehículo destinado a recorrer grandes distancias, siempre implica una enorme reducción de los recursos necesarios para su movimiento

En este Trabajo de Fin de Grado se pretende hacer un estudio numérico de los fenómenos aerodinámicos que suceden alrededor de distintas geometrías, en particular, aquellas que se suelen usar de modelos para misiles balísticos y cohetes. El principal objetivo del estudio es caracterizar el flujo y calcular el coeficiente de arrastre de estos cuerpos.

Para ello, la principal herramienta con la que se trabajará será el software Fluent, de ANSYS System [2]. ANSYS, es un software de cálculo computacional ampliamente usado en varias ramas de la ingeniería para llevar a cabo simulaciones de alta precisión. En particular, su módulo dedicado a estudiar la Física de Fluidos ofrece un potente conjunto de herramientas para el análisis de flujos turbulentos, estacionarios y transitorios, alrededor de cuerpos. Este software permite desarrollar proyectos modulares, incluyendo herramientas para diseñar geometrías aerodinámicas eficientes, la definición y discretización de un dominio computacional, las condiciones iniciales y de contorno, la resolución de las ecuaciones de Navier-Stokes, el análisis del campo de flujo y el cálculo de fuerza aerodinámica sobre el objeto y el correspondiente coeficiente de arrastre.

2. Introducción teórica

2.1. Fuerza de arrastre y ecuaciones de flujo

Orientando el trabajo hacia el estudio del movimiento de cohetes en las primeras fases del despegue, donde el movimiento es puramente vertical, las fuerzas involucradas son el peso y el arrastre aerodinámico. En este caso, el módulo de la fuerza de sustentación debida al flujo es nulo, la fuerza que origina el ascenso es la propulsión debida a los motores. Separando la fuerza de arrastre en su componente de presión F_P y viscosa F_V , en un caso general con dirección de flujo libre \hat{i} , se podría calcular de acuerdo con las siguientes expresiones integrales:

$$F_D = F_P + F_V = \int_S (P - P_0) \hat{n} \cdot \hat{i} dS + \int_S (\hat{n} \cdot \bar{\tau}) \cdot \hat{i} dS \quad (1)$$

donde se integra sobre la superficie mojada del cuerpo S cuya dirección normal exterior es \hat{n} . Los términos P y P_0 son la presión en la superficie del objeto y la presión en el infinito (un valor constante de referencia). Por último, $\bar{\tau}$ es el tensor de esfuerzos viscosos. Su expresión general, para flujo incompresible con reología Newtoniana, en forma compacta, es la siguiente:

$$\bar{\tau}_{i,j} = \mu (\partial_i u_j + \partial_j u_i) \quad (2)$$

donde μ es la viscosidad dinámica del fluido y u_i es una componente de velocidad. Así pues, para calcular la fuerza de arrastre, obtendremos las curvas de presión y de tasa de deformación ($\bar{\tau}$ sobre

el objeto) con las que se integran las fuerzas. Por lo tanto, debemos conocer tanto la presión sobre su superficie como las velocidades y sus derivadas. Para ello, tenemos la ecuación de continuidad (3) y las ecuaciones de cantidad de movimiento en las tres direcciones del espacio, asumiendo régimen incompresible y un fluido newtoniano ($i = x, y, z$); También conocidas como ecuaciones de Navier-Stokes. (4). Sus sumandos son la derivada temporal, término convectivo, gradiente de presión y fuerzas viscosas.

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = \frac{\partial u_i}{\partial x_i} = \vec{\nabla} \cdot \vec{v} = 0 \quad (3)$$

$$\rho \frac{\partial u_i}{\partial t} + \rho u_j \frac{\partial u_i}{\partial x_j} = -\frac{\partial P}{\partial x_i} + \mu \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \quad (4)$$

donde ρ es la densidad del fluido y P es la presión. Debido a la no linealidad del término convectivo, al acoplamiento de las tres velocidades y a la complejidad de las condiciones de contorno, sólo se puede obtener una solución formal en casos muy idealizados. Es por eso por lo que en el campo de los fluidos se trabaja usualmente con métodos numéricos para la resolución de dichas ecuaciones, dando lugar a la Dinámica de Fluidos Computacional: CFD.

2.2. Simetrías y coeficientes aerodinámicos

Teniendo en cuenta que hay una gran cantidad de cohetes que presentan simetría cilíndrica, se ha optado por resolver la versión axi-simétrica de las ecuaciones. Esto consiste en admitir que hay 3 dimensiones, pero trabajar sólo con las variables radial \hat{r} y axial \hat{z} , ignorando las consecuencias que pudiera tener la variable angular θ (ver ecuaciones en anexo A). Podremos pensar en los resultados obtenidos como los correspondientes a una lámina del flujo. Bajo estas hipótesis, las ecuaciones de flujo y las expresiones de fuerza se simplifican considerablemente aun en su versión general y extendida:

$$F_P = -2\pi \int_L P r(z) \frac{dr(z)}{dz} dz \quad (5)$$

$$F_V = 2\pi\mu \int_L \left(\frac{\partial u_r}{\partial z} + \frac{\partial u_z}{\partial r} - 2 \frac{dr(z)}{dz} \frac{\partial u_z}{\partial z} \right) r(z) dz \quad (6)$$

donde $r(z)$ es la ecuación del perfil del objeto. En estas expresiones se integra a lo largo de la coordenada z del cuerpo. Nótese que estas expresiones tienen carácter escalar, pues al imponer flujo axi-simétrico, la fuerza sólo va en la dirección z (dirección de avance del flujo libre).

Los números adimensionales son frecuentes en Mecánica de Fluidos, ya que su invarianza ante cambios en las condiciones de un sistema permite realizar experimentos sencillos cuyos resultados puedan ser extendidos a sistemas más grandes de interés en los que sea difícil llevar a cabo experimentos. En este TFG daremos especial atención al número de Reynolds Re , definido como:

$$Re = \frac{\rho D v}{\mu} \quad (7)$$

donde ρ y μ son la densidad y viscosidad del fluido, D y v son una distancia y una velocidad características del sistema. Un resultado clásico del análisis dimensional nos asegura que existe una función universal g (Figura 1) que relaciona el coeficiente de arrastre de una esfera lisa inmersa en un fluido con el número de Reynolds de la siguiente manera:

$$F_D = \frac{1}{2} C_D \rho A v^2 \rightarrow C_D = g(Re) \quad (8)$$

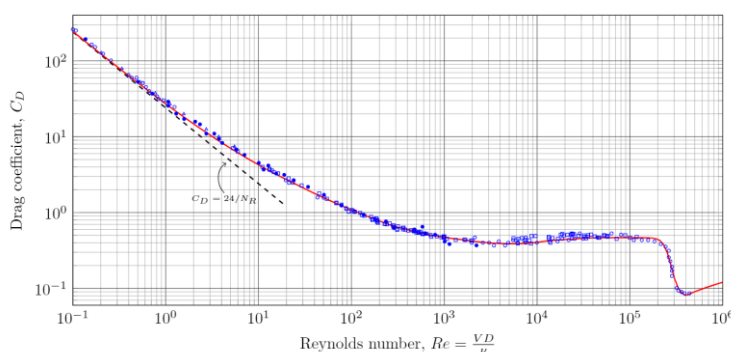


Figura 1: Datos experimentales de C_D frente a Re para la esfera. [11]

El número de Reynolds determina el régimen físico en el que estamos del flujo, distinguiendo entre laminar transicional y turbulento. Modelar flujos con distintos números de Reynolds requiere distintas especificaciones a la hora de modelar el flujo numéricamente. En este TFG trabajaremos con un $Re = 10^6$, ya que es representativo del régimen turbulento en el que se encuentran los cohetes en su despegue.

2.3. Modelización de flujo turbulento

El flujo turbulento es un tipo de flujo inherentemente tridimensional, no estacionario y caótico. Se caracteriza por la presencia, generación, transporte y disipación de vórtices. Estos vórtices (remolinos) presentan distintas escalas a lo largo del dominio, así como distintos tiempos de vida. En. La diferencia de escalas puede llegar a ser tan grande, tanto en espacio como en tiempo, que si quisiéramos simular un dominio relativamente pequeño en el que se resolvieran todos los vórtices del flujo sería necesario un super-ordenador y bastante tiempo de cálculo. Este tipo de simulaciones se conocen como DNS (*Direct Numerical Simulations*) [3]. Dado su prohibitivo costo computacional, hoy en día sólo se usa en números de Reynolds elevados para comprobar otros modelos de simulación turbulenta.

Para solucionar este problema, una de las técnicas más utilizadas es el RANS [3]. Esta técnica fue propuesta por Osborne Reynolds en 1895. Consiste en asumir que, en régimen turbulento, las velocidades y la presión presentan un valor promedio, y una serie de fluctuaciones transitorias en torno a ese valor en cada celda. Dado un tiempo de integración suficiente T , se define el promedio de una variable u como:

$$U(x, t) = \frac{1}{T} \int_t^{t+T} u(x, t) dt \quad (9)$$

Con lo cual, se puede desglosar la variable u en promedio U y fluctuaciones u' :

$$u(x, t) = U(x) + u'(x, t) \quad (10)$$

En este caso, hemos supuesto que el promedio es estacionario, pero si hay fluctuaciones temporales no debidas a la turbulencia con tiempo característico es mucho mayor que las oscilaciones turbulentas, se puede cuantificar mediante URANS [3][9] (*unsteady* RANS). En ese caso:

$$u(x, t) = U(x, t) + u'(x, t) \quad (11)$$

Ambos casos se ilustran en la Figura 2:

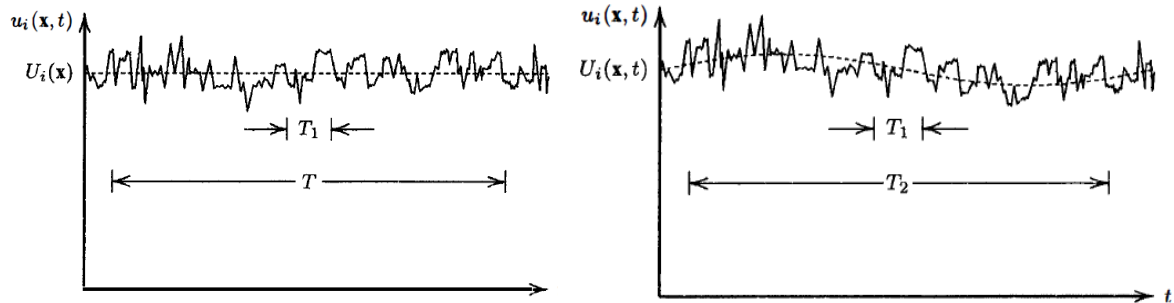


Figura 2: Ejemplos genéricos de RANS (izquierda) estacionario y (derecha) transitorio, extraída de [3].

Es preciso que $T \gg T_1$ en el caso estacionario, y $T_1 \ll T \ll T_2$ para URANS. Así pues, ahora trabajaremos con las ecuaciones de Navier-Stokes promediadas (ver anexo A). La ecuación de continuidad es formalmente igual, pero debido a la no linealidad de las ecuaciones de la cantidad de movimiento, en su versión promediada aparece un término adicional de dos índices, llamado tensor de esfuerzos de Reynolds $\tau_{i,j} = -\overline{u'_i u'_j}$, que depende de la parte fluctuante de las variables. Se han propuesto distintos y variados modelos para este término y en este TFG se van a utilizar tres de los más usados: Modelo $k - \epsilon$ *Realizable*, $k - \omega$ *SST* y *Spalart-Allmaras* [10]. La k de los dos primeros modelos se conoce como energía cinética turbulenta:

$$k = \frac{1}{2} (u'^2 + v'^2 + w'^2) \quad (12)$$

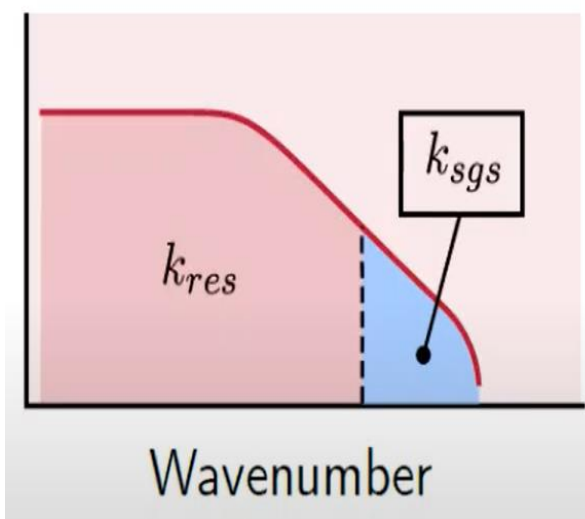
Los modelos $k - \epsilon$ *Realizable* y $k - \omega$ *SST* añaden una ecuación de transporte adicional para k . Además, el modelo $k - \epsilon$ *Realizable*, añade también una ecuación para la disipación de energía viscosa $\epsilon [L^2 T^{-3}]$. Esta variable modela tasa de disipación de energía cinética turbulenta. Este modelo es particularmente bueno para predecir la separación de flujo. El modelo $k - \omega$ *SST* en cambio, consideran la razón específica de disipación $\omega [T^{-1}]$. Este modelo es especialmente bueno en la resolución del flujo cerca de las paredes. Cada uno de estos modelos añade dos ecuaciones de transportes (ver anexo A) para sus respectivas variables adicionales. Con estas variables, se construye una viscosidad turbulenta ν_T , que sustituye al tensor de esfuerzos de Reynolds. Por último, en el modelo *Spalart-Allmaras*, no se trabaja con ninguna de estas variables, sino directamente con una

viscosidad turbulenta adicional. Este modelo se hizo específicamente para aerodinámica, pero al ser de 1994 en comparación con los años 50 y 60 de los otros modelos, aún no tiene la robustez de los modelos $k - \epsilon$ y $k - \omega$.

El último tipo de modelos de turbulencia que se han probado son los LES [9][14] (*Large Eddy Simulation*). Matemáticamente, se realiza un filtrado espacial a las variables en vez de un promedio temporal como en RANS. Las consecuencias de este tratamiento son que podemos resolver vórtices grandes en régimen transitorio sin necesidad de resolver los vórtices más pequeños. Esta técnica da como resultado flujos muy similares a los experimentales y obtenidos mediante DNS, pero usando un 3% de los recursos computacionales que DNS. Formalmente, al hacer el filtrado a las ecuaciones, volvemos a obtener un término adicional en los esfuerzos $\tau_{sgs\ i,j}$, que representa la contribución de aquellos remolinos pequeños que no se han resuelto (*sub-grid scale*). Para su modelado, se emplea la siguiente expresión (ver explicación en el anexo A):

$$\tau_{sgs\ i,j} = 2 \left(C_s \Delta^{\frac{1}{3}} \right)^2 \left(\sqrt{2S_{ij}S_{ij}} \right) S_{ij} \quad ; \quad S_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} \right) \quad (13)$$

donde C_s es una constante, y Δ es el volumen de la celda. Una particularidad de este modelo es que, debido al filtrado, las ecuaciones tienen en cuenta de forma explícita las dimensiones del malla.



La idea detrás de LES se basa en la llamada cascada de energía turbulenta (Figura 3). Si representamos la densidad de energía cinética turbulenta que aporta cada remolino en función de su tamaño (en el eje X se suele representar el número de onda del remolino, $k_{wave} = \frac{2\pi}{l}$ siendo l el radio del remolino), vemos que la gran mayoría de la energía la aportan los remolinos de mayor tamaño. En nuestra simulación, toda estructura cuyas dimensiones sean menores que las dimensiones de la malla, será modelada y no resuelta. Para que la simulación LES tenga sentido, es preciso resolver al menos el 80% de la energía cinética turbulenta.

Figura 3: Extraída de [9], Cascada de energía cinética turbulenta frente al número de onda de los remolinos, ambos ejes son logarítmicos y el tramo recto se corresponde con la ley de $-5/3$ de Kolmogorov. En rojo, la energía cinética turbulenta resuelta k_{res} y en azul, la modelada k_{sgs} por debajo del malla (*sub-grid scale*).

Una variante más reciente de LES es la llamada DES (*Detached Eddy Simulations*) [3]. Consiste en emplear en un mismo dominio tanto las ecuaciones de RANS como las de LES. El objetivo de esta técnica es que el modelo distinga aquellas zonas en las que de mejor resultado cada modelo, y aplicarlo. Sin embargo, aunque he probado esta simulación en algún caso, no da resultados satisfactorios. Esto puede ser debido a que DES es un modelo muy reciente, que todavía tiene que ser estudiado y aplicado a más casos conocidos para poder ganar robustez. La variante que se empleará es WALE (*Wall Adapting Large Eddy*) [9], que mejora el tratamiento en las paredes de LES.

2.4. Capa límite

Dado que, sobre el borde de un objeto, la velocidad del fluido es 0, hay una pequeña región circundante al objeto en la cual la velocidad va aumentando gradualmente hasta alcanzar la del flujo externo. La región por encima del objeto en la que el flujo tiene una velocidad menor al 99% de la del flujo externo se denomina capa límite. Su perfil típico de velocidad se muestra en la Figura 4:

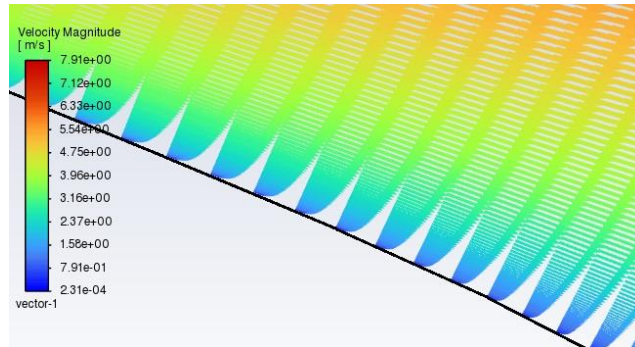


Figura 4: Detalle de una capa límite de simulación propia. Las líneas son el vector velocidad. Podemos ver como muy cerca del objeto (línea negra) la velocidad tiende a 0.

En el estudio de la capa límite turbulenta, se trabaja con la distancia adimensional al borde del objeto y^+ , y la velocidad adimensional cerca de éste u^+ . Vienen dados por la siguiente expresión:

$$y^+ = \frac{u_T y}{\nu} \quad ; \quad u^+ = \frac{u}{u_T} \quad \text{Donde } u_T = \sqrt{\frac{\tau_w}{\rho}} \quad (14)$$

donde τ_w es el *shear stress* sobre la superficie de la pared. Por lo tanto, saber que valores de y^+ tenemos cerca de la esfera, nos dará una estimación de si estamos resolviendo bien o no la capa límite. Dado que son números adimensionales, se pudo encontrar una curva universal conocida como Ley de la Pared (Figura 5), y en todos los flujos turbulentos la capa límite se describe según esta Ley.

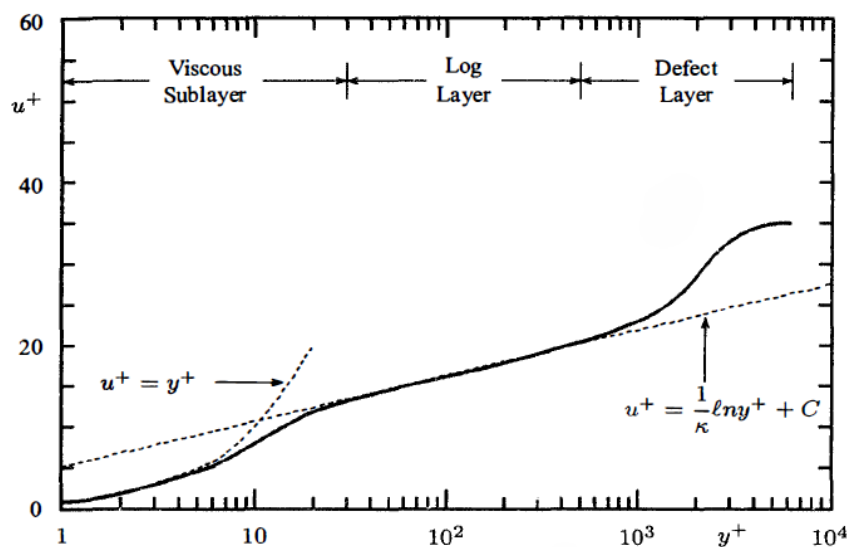


Figura 5: [3] Ley de la pared para flujo turbulento.

3. Metodología

Fluent tiene incorporados todos los modelos mencionados en la introducción (y muchos más). Aunque en CFD hay reglas generales sobre las etapas necesarias para llevar a cabo las simulaciones, cada caso requiere una calibración de una malla óptima y la verificación del funcionamiento de las diversas opciones de cálculo disponibles. Con el fin de ilustrar los pasos a seguir se escoge el caso básico de un objeto esférico que ha sido ampliamente estudiado y cuenta con datos experimentales de referencia [4][5][11][12][13][15]

3.1. Geometría, condiciones iniciales y de contorno

El diseño de la geometría del dominio se muestra en la Figura 6, donde por la simetría impuesta sólo se emplea un semiplano.

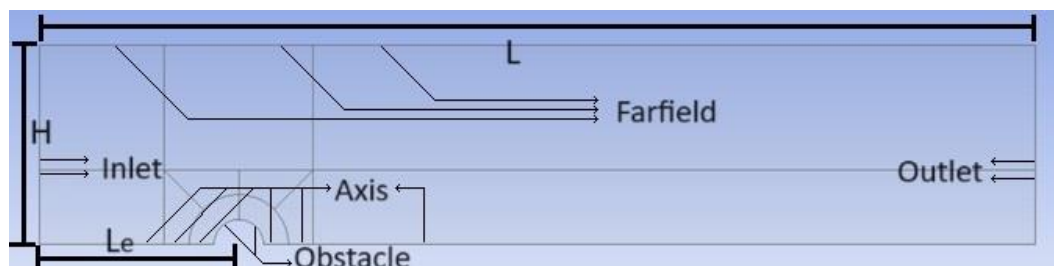


Figura 6: Detalle de la geometría utilizada para la esfera. La entrada de flujo (lateral izquierdo) recibe el nombre de *Inlet*, la salida (lateral derecho) *Outlet*, la parte superior es el *FarField*, y el lado inferior *Axis*.

En este TFG se trabaja con un $Re = 10^6$, ya que es representativo del régimen turbulento en el que se encuentran los cohetes en su despegue. Para conseguir el $Re = 10^6$, dadas que la viscosidad $1,789 \cdot 10^{-5} \text{ Pa}\cdot\text{s}$ y la densidad $1,225 \text{ Kg/m}^3$ del aire, imponiendo un radio de 1m a la esfera para simplificar los cálculos y porque es una distancia usual, obtenemos una velocidad de $7,3037 \text{ m/s}$.

$$Re = \frac{\rho v D}{\mu} = 10^6 \rightarrow v = 7,3037 \frac{\text{m}}{\text{s}} \quad (15)$$

donde se ha tomado de longitud característica el diámetro de la esfera. Con esta velocidad, se puede asegurar que no entraremos en régimen de flujo compresible. Se considera que la densidad del fluido se mantiene constante si el número de Mach $< 0,33$. El número de Mach es otro número adimensional que relaciona la velocidad del flujo con la de la propagación del sonido: $M = v/c$. En el aire, $c = 340 \text{ m/s}$, por lo tanto, la velocidad límite que impone el régimen incompresible es $112,2 \text{ m/s}$. Las dimensiones del dominio (Figura 6) quedan definidas por la altura H y longitud L del rectángulo externo, y por la distancia L_e del objeto a la entrada (pared vertical izquierda). En la figura se tomó: $H = 8R$; $L = 40R$; $L_e = 8R$ considerándolas suficientes.

En el contorno *Inlet*, se impone la velocidad en sentido axial calculada en (15), en los contornos *FarField* y *Outlet* la presión es 0 en el sentido manométrico, por estar tratando de simular la atmósfera. El contorno *Axis* es el eje de revolución del sistema, donde se aplican condiciones de simetría al flujo y la esfera tiene la condición tipo *Wall*, donde se imponen las condiciones de no-penetración de flujo y de no-deslizamiento, es decir, que el flujo en la pared siempre tendrá velocidad nula. Además, el software permite modificar la rugosidad de la pared, lo cual puede tener importantes consecuencias en términos de dinámica de la capa límite.

Respecto a las condiciones iniciales, cuando hagamos una simulación estacionaria, comenzaremos con flujo uniforme en todo el dominio, igual a la calculada en (15). Cuando sea transitoria, podemos comenzar con esto o con la solución estacionaria ya convergida.

3.2. Modelo y esquema numérico

Debido al número de Reynolds impuesto, debemos escoger un modelo de turbulencia. He escogido el modelo $k - \epsilon$ *Realizable*. Esta versión del modelo $k - \epsilon$ incluye correcciones que mejoran la robustez. Esto se consigue porque la versión satisface ciertas restricciones matemáticas adicionales. Para reducir el número de celdas necesario cerca de los bordes sólidos, se emplean las llamadas funciones de pared [9] (*wall functions*). Interpolan la velocidad entre la primera celda y el objeto en diversos puntos para que no sea necesario introducir tantas celdas.

Para resolver las ecuaciones de transporte de los modelos enunciados, se empleará el algoritmo SIMPLE [9] con métodos de segundo orden para cada variable. El usar métodos de segundo orden en vez de primero, hace que las soluciones obtenidas tengan más sentido físico y sean, en general, mejores. Se utilizará *Bounded Central-Differentiating* [2] para las simulaciones con el modelo LES.

3.3. Mallado

Es imprescindible preparar un buen mallado para resolver las ecuaciones [9]. Es necesario garantizar la ortogonalidad de las celdas, cuanto mayor sea, mejor funcionaran las derivadas numéricas; tener suficiente densidad, si hay muy pocas celdas, las ecuaciones no podrán captar los pequeños cambios de las variables en el modelo; tiene que haber transiciones suaves entre zonas de celdas de distinta densidad; Por último, es muy importante que la malla se adapte bien a la geometría y gradientes del problema, es decir, aumentar la densidad donde hay mayores gradientes. De esta forma, se captarán bien los procesos físicos circundantes al objeto, como la capa límite y su desprendimiento. La Figura 7 ilustra ejemplos de mallas utilizadas:

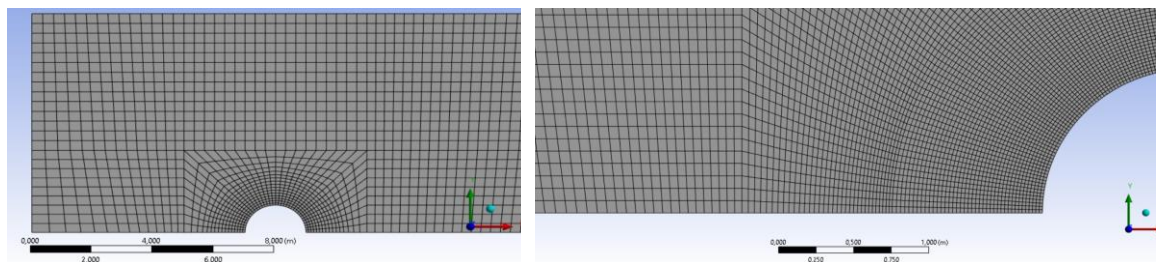


Figura 7: Ejemplos de mallas hechas para los casos esfera2 (izquierda, muy gruesa) y esfera6 (derecha, más fina).

Determinar cómo de fina debe ser la malla es un proceso complejo. Para ello, el método que se ha empleado es partir de un mallado muy grueso, e ir duplicando el número de celdas hasta que el resultado es independiente de la malla. El resultado que se usará para evaluar la independencia será la fuerza/coeficiente de arrastre. Como las celdas cercanas al objeto en las que se espera reproducir la capa límite son muy finas, se ha hecho un refinamiento en dos fases. La Tabla 1, muestra la convergencia de la parte externa del mallado, que es la primera fase. Además del arrastre, se han tomado otros parámetros importantes como el tiempo de la simulación, o la sustentación. Al ser un valor nulo siempre implica que la física con simetría cilíndrica que esperábamos se está cumpliendo. En la Figura 8 vemos que la fuerza alcanza un valor asintótico para la *malla 6* pero, como tan apenas hay diferencia de tiempo con la séptima, se ha escogido esta por rigor

Malla	1	2	3	4	5	6	7
N celdas	1875	3588	6996	13628	28550	52332	100788
Total Drag (N)	21,4689	14,9122	10,6584	8,0141	6,6057	5,9913	6,0766
Viscous Drag (N)	0,5077	0,7480	1,0474	1,3625	1,6417	1,8148	1,9411
Pressure Drag (N)	20,9611	14,1643	9,6109	6,6516	4,9640	4,1765	4,1355
Lift (N)	0	0	0	0	0	0	0
Tiempo	32,26 s	45,61 s	1min	1min 43s	1 min 15s	1 min 59s	2 min 17s
C_D	0,2092	0,1453	0,1038	0,0781	0,0644	0,0584	0,0592

Tabla 1: Análisis de la convergencia del mallado externo al objeto.

Los residuos (*res* en las tablas) representan la suma de todos los términos distintos a la derivada temporal en una ecuación. Su aproximación a cero implica que se ha alcanzado un estado estacionario. Se fijaron en 10^{-5} para la continuidad y a 10^{-8} para las ecuaciones de cantidad de movimiento. Conforme aumentamos el número total de celdas vemos que se alcanza aproximadamente un valor constante.

Es ahora cuando, dejando el mallado lejano al objeto según la *malla 7*, tenemos que refinar el número de celdas cerca del objeto. Para que la transición sea continua, introducimos *Bias-Factors* distintos de 1 en esta región. Un *Bias Factor BF* [2] sobre una arista del mallado hace que el elemento más grande sea *BF* veces el más pequeño (ver anexo B). El resto seguirán un crecimiento geométrico según *BF* para adaptarse a la longitud de la arista y a la primera y última celda en *N* celdas. En las Tablas 2 y 3 se muestran los datos numéricos del proceso de refinamiento interno.

Malla	7	7.3	7.4	7.5	7.6
N celdas	55	88	101	128	150
Bias Factor	1,500	2,481	6,066	12,131	21,230
máx. celda (mm)	17,370	17,300	21,230	21,129	21,022
mín. celda (mm)	14,78	7	3,414	1,75	1
Total Drag (N)	6,0766	8,7210	8,2436	7,9671	7,5398
Viscous Drag (N)	1,9411	1,7863	1,7670	1,7210	1,6857
Pressure Drag (N)	4,1355	6,9346	6,4767	6,2461	5,8541
Lift (N)	0	0	0	0	0
Iteraciones	1060	3440	4180	4710	5460
Tiempo	2 min 17s	8 min 14 s	10 min 17 s	12 min 2s	12 min 43 s
res Continuidad	1,00E-05	1,00E-05	8,00E-06	6,00E-06	9,00E-06
res X-vel	1,00E-08	8,00E-09	1,00E-08	2,00E-08	3,00E-08
res Y-vel	1,00E-08	1,00E-09	2,00E-09	3,00E-09	8,00E-09
C_D	0,0594	0,0853	0,0806	0,0779	0,0738
Y+ (max objeto)	315	120	58,7	29,4	16,7
Y+ (min objeto)	7,68	3,03	2,27	1,53	1,13

Tabla 2: Estudio de la convergencia de los resultados para la malla interna.

Malla	7.7	7.8	7.9	7.10	7.11
N celdas	162	180	210	242	275
Bias Factor	28,307	42,460	85,000	170,000	354,167
máx. celda (mm)	21,15	21,25	21,408	21,23	21,133
mín. celda (mm)	0,75	0,5	0,25	0,125	0,06
Total Drag (N)	7,4274	8,8673	11,0667	12,1043	12,1298
Viscous Drag(N)	1,6706	1,8228	2,1474	2,2847	2,3266
Pressure Drag(N)	5,7568	7,0445	8,9193	9,8197	9,8031
Lift (N)	0	0	0	0	0
Iteraciones	5040	10000	10440	25000	29200
Tiempo	13 min 10 s	21 min 5 s	30 min 25 s	46 min 12 s	61 min 44 s
res Continuidad	8,00E-06	9,00E-06	5,00E-05	2,00E-05	2,00E-05
res X-vel	3,00E-08	3,00E-08	8,00E-08	8,00E-08	1,00E-07
res Y-vel	9,00E-09	6,00E-09	3,00E-08	3,00E-08	3,00E-08
C_D	0,0727	0,0867	0,1083	0,1184	0,1187
Y+ (max objeto)	12,5	8,56	4,86	2,51	1,22
Y+ (min objeto)	0,918	0,654	0,186	0,164	0,077

Tabla 3: Estudio de la convergencia de los resultados para la malla interna.

Para la convergencia interna, la metodología ha sido reducir aproximadamente a la mitad el lado perpendicular de las celdas más cercanas al objeto (en rosa en la Tabla 2). Sin embargo, las celdas externas se mantienen del mismo tamaño, así pues, para evitar una transición brusca entre el mallado externo y el interno, ha sido imprescindible realizar cálculos previos utilizando la formulación matemática del *Bias-Factor* en Fluent. En el anexo B se explica detalladamente el proceso realizado.

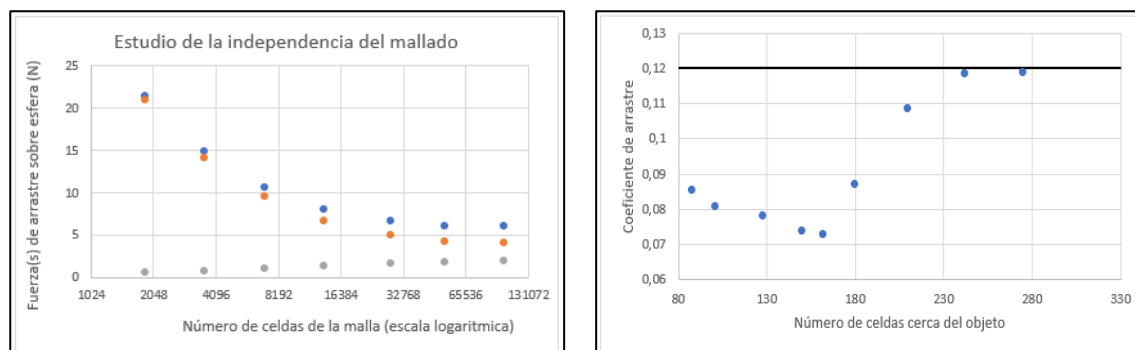


Figura 8: Evolución gráfica de la convergencia para los mallados externo (izquierda) e interno (derecha).

Para los residuos, dada la importancia de este refinamiento, se ha llevado a cabo un tratamiento más riguroso. Aunque pueda parecer que el 10^{-8} de antes sea un buen resultado (que lo es) eso no significa que la solución este convergida. Lo correcto es esperar hasta que el valor de los residuos permanezca fijo y esto querrá decir que la solución obtenida y por lo tanto todo lo que se calcule con ella, ya no variará con las iteraciones, es decir, la solución verdaderamente ha convergido. Podemos ver que conforme la complejidad de la malla aumenta, es más difícil obtener residuos bajos. Aunque estemos trabajando a Reynolds constante, y por lo tanto la fuerza y el coeficiente de arrastre son equivalentes, para comparar los resultados con los experimentales, se emplea el coeficiente de arrastre. Si nos vamos a la bibliografía, vemos que hay pocos datos para Reynolds tan altos, y en general son ajustes y extrapolaciones de los datos medidos a menor Reynolds. Sin embargo, todos los datos se encuentran entre un valor de 0,1 y 0,12 [11][12][13]. Por lo tanto, podremos decir que nuestra simulación ha sido exitosa si además de obtener independencia de la malla, consigue reproducir bien los datos experimentales.

En la Figura 8 se observa que el proceso ha convergido ya que las últimas dos mallas difieren un 0,25 % en el C_D y, además, son compatibles con el valor experimental. Aunque no sea exactamente 0,12, esto no es algo que deba preocuparnos en absoluto, pues en realidad, el coeficiente de arrastre es un parámetro difícil de predecir por simulación y hay que tener en cuenta que los resultados experimentales tienen incertidumbre. Dado que, en estas simulaciones, el tiempo sí aumentaba considerablemente, el resto de las mallas para todo el TFG se han hecho de acuerdo con las especificaciones de la malla de la malla 7.10.

El último valor que se ha analizado durante el estudio de la convergencia es el de y^+ . A pesar de que las *wall-functions* dan buenos resultados interpolando la ley de la pared desde el centroide de la primera celda hasta el borde del objeto, es preferible que la capa límite se resuelva a lo largo de más de una celda. En función de los valores de y^+ (Tablas 2 y 3) que hemos obtenido (fijándonos en el mínimo, que corresponde a la parte turbulenta y por lo tanto es el que nos interesa) podemos ver en qué región de la ley de la pared nos hemos quedado. Dado que para las últimas mallas obtenemos un valor de entre 0,1 y 3, eso quiere decir que estamos resolviendo adecuadamente la capa límite. En el anexo B se muestra gráficamente.

Por último, en relación con la metodología, cabe decir que las simulaciones que se han mencionado hasta ahora, a pesar de que convergían, lo hacían presentando intensos picos en los residuos hasta que se alcanzaba la convergencia. Esto resulta un problema porque nada garantizaba que volviese a haber otro pico y la solución no estuviese convergida y, además, se introduce una componente aleatoria en las soluciones. Analizando un mapa con los contornos del residuo de la ecuación de continuidad, se observó que había anomalías inesperadamente elevadas cerca del *FarField*. Además, durante la simulación, se notificaba que se estaban imponiendo paredes artificiales para evitar la entrada de flujo al sistema. Al ser el *FarField* completamente horizontal, lo que estaba ocurriendo es que las celdas en las que la dirección de la velocidad no era perfectamente horizontal, apuntaban hacia dentro del dominio. Esto, en una salida de presión es un problema porque quiere decir que se está introduciendo flujo desde una región no definida. A pesar de que las paredes artificiales resuelven el problema y permite la convergencia de la solución, no es algo que deba ser usado pues da problemas en la velocidad y calidad de convergencia de los residuos. Para corregirlo, fue suficiente introducir una ligera pendiente en este límite. De esta forma, los residuos tenían una convergencia perfectamente estable y como la corrección no afecta a las inmediaciones del objeto, no tiene consecuencias apreciables en las fuerzas que afectan al cuerpo.

4. Resultados

Se mostrarán a continuación los resultados de las simulaciones, tanto para la esfera (modelo de malla 7.10) como para otros tipos de geometría de interés en el estudio.

4.1. Esfera

La Figura 9 muestra los campos de presión, módulo de la velocidad, función de corriente y energía cinética turbulenta. Podemos ver cómo, de forma cualitativa, el flujo sigue la superficie de la esfera hasta los 117° , donde se ``separa`` de la esfera. Este fenómeno se conoce como desprendimiento de la capa límite. Es característico de números de Reynolds altos, y es el causante de que la presión, Figura 9(a), detrás sea mucho más baja que delante y por lo tanto la componente de fuerza de presión sea elevada. En la región de la estela cercana, aguas debajo de la esfera, vemos que hay una importante recirculación (Figura 9(c)). Este efecto es característico del flujo turbulento. Se trata de un vórtice, un remolino. En la realidad, no hay sólo un vórtice muy grande, sino distintas escalas de vórtices, pero al emplear RANS estacionario, en vez de calcular esos remolinos, se ha calculado la

energía cinética turbulenta que aportan (Figura 9(d)). De esta forma, aunque no resolvamos los remolinos, tenemos información acerca de dónde se forman y hacia dónde se emiten.

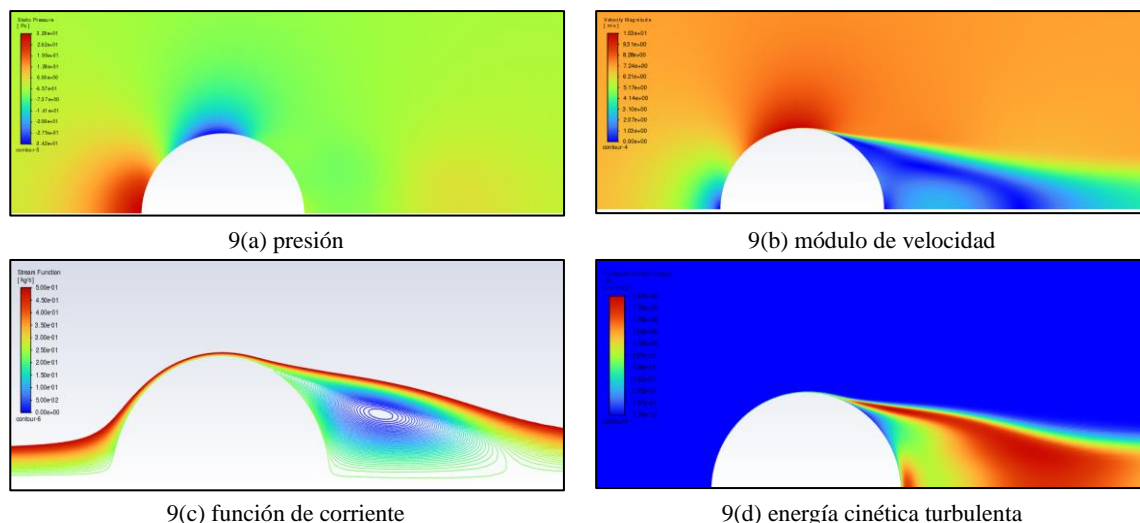


Figura 9: Campos de flujo alrededor de la esfera para la simulación RANS.

Lejos del objeto, observamos en la Figura 10 que simplemente hay una larga estela de flujo con menor velocidad. No hay fenomenología interesante lejos del objeto. La longitud de la estela fue el motivo por el que se duplicó la longitud del dominio (apartado 3.1).

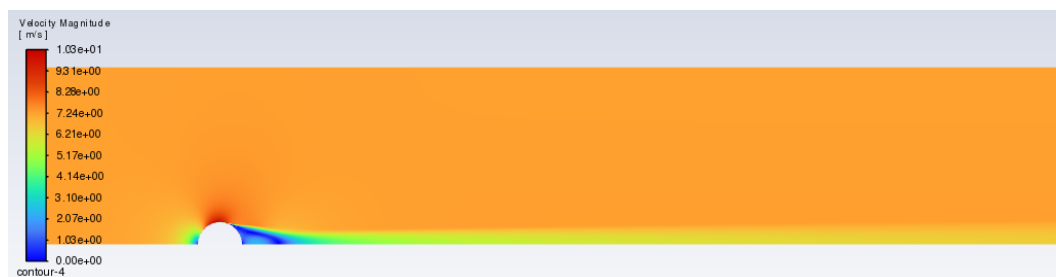


Figura 10: Módulo de la velocidad lejos de la esfera.

Todas estas figuras dan una idea global del flujo, pero necesitamos saber con más precisión lo que ocurre sobre el objeto. Por ello, se muestran la presión y el $\bar{\tau}$ sobre el objeto (*strain rate*) a lo largo de la esfera. Es habitual dar la presión normalizada en el coeficiente de presión C_p dado por:

$$C_p = \frac{P - P_0}{\frac{1}{2} \rho v_0^2} \tag{16}$$

En la Figura 11 se muestran los resultados de C_p alrededor de la esfera, para simulaciones hechas con distintos modelos de turbulencia y un caso para el que se conocen ecuaciones exactas, así como la comparación con datos experimentales de la bibliografía. Podemos ver cómo, al principio, las curvas siguen perfectamente la del flujo no viscoso. Esto es porque en esta región, no hay turbulencia. Pasados los 90° , el desacuerdo es evidente, y se puede ver como en torno a los 117° , se alcanza una meseta de presión. Corresponde a la baja velocidad debido al gran vórtice detrás de la esfera. Se aprecia un muy buen acuerdo entre los distintos modelos y los resultados experimentales de [4].

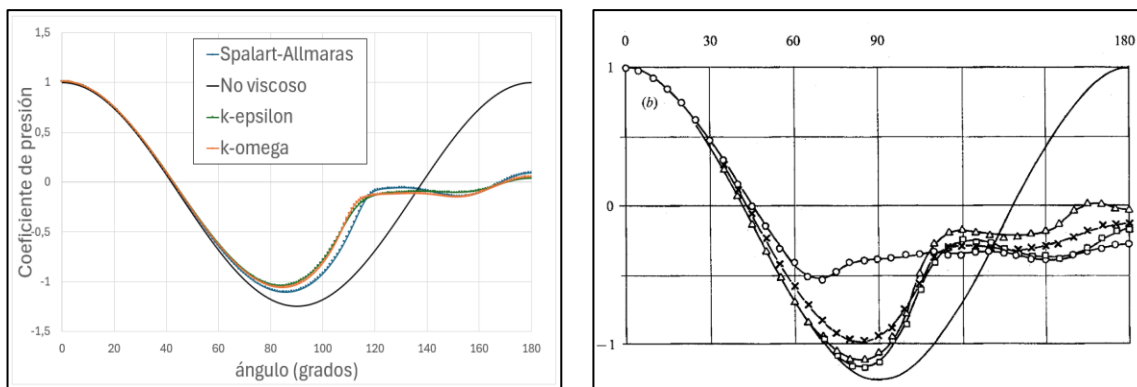


Figura 11: A la izquierda, resultados de mis simulaciones para coeficiente de presión de la esfera en función del ángulo para varios modelos, así como la curva correspondiente al flujo no viscoso [15] (en negro). A la derecha, resultados experimentales de [4] para varios números de Reynolds. La línea con la que debemos comparar es la de los triángulos, hecha con un valor de $Re = 1,14 \cdot 10^6$. El resto se corresponden con otros valores de número de Reynolds.

En la Figura 12 se representa la comparación de los resultados proporcionados por los modelos de la *strain rate* y los resultados de la bibliografía [5]

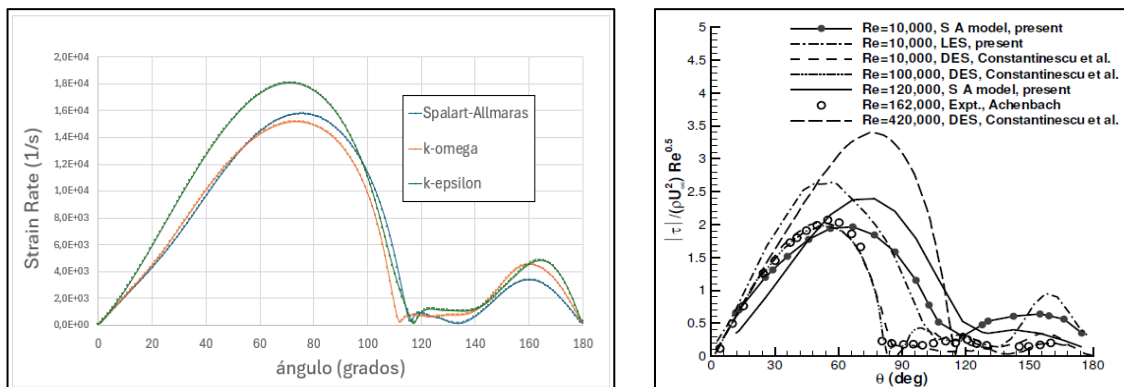


Figura 12: A la izquierda los resultados obtenidos para la *strain rate* según los distintos modelos. A la derecha, resultados computacionales normalizados obtenidos en [5]. Aunque en ningún caso coinciden con el Reynolds en el que he realizado las simulaciones, la curva de $Re = 4,2 \cdot 10^5$ es la más cercana y exhibe un comportamiento muy similar.

En este caso, vemos una diferencia mayor del modelo $k - \epsilon$ *Realizable* con respecto a los otros dos, pero la tendencia es exactamente la misma. Notamos que hay dos máximos siempre muy marcados, uno en la zona laminar (grande) y otro en la turbulenta (menor). Lo más importante de esta gráfica es el punto en el que los tres modelos alcanzan un mínimo relativo entre 100° y 120° . Vemos que la posición del mínimo coincide exactamente con el ángulo en el que el flujo se separa de la esfera. Es lógico que haya un mínimo en esta zona, pues como la *strain rate* son derivadas, y en ese punto el módulo de la velocidad es 0, teniendo signos distintos a cada lado, eso nos da el mínimo (explicación detallada en anexo C). De esta forma, con la *strain rate* podemos determinar con precisión el ángulo de separación. El modelo $k - \omega$ *SST* predice un ángulo algo menor.

Atendiendo a estos resultados, no está claro que modelo es mejor, para ello, comparamos la fuerza de arrastre (Tabla 4) que predice cada simulación, así como otros parámetros determinantes. Vemos que todos los modelos predicen valores similares de arrastre. En particular, el modelo *Spalart-Allmaras* (especializado en aerodinámica) predice una fuerza viscosa similar a la del modelo $k - \omega$ *SST* (especializado en el tratamiento de las paredes) y una fuerza de presión compatible con la del modelo $k - \epsilon$ *Realizable* (especializado en desprendimiento de flujo).

	k-eps Realizable	k-omega SST	Spallart-Allmaras	Experimental
Total Drag (N)	12,0836	12,1778	11,5073	12,3175
Viscous Drag (N)	2,2799	1,5512	1,6691	
Pressure Drag(N)	9,8038	10,6265	9,8383	
Tiempo	1h	3 h	6 h	
Residual cont	1,00E-06	4,00E-08	2,00E-13	
Residual x-vel	7,00E-08	1,00E-13	4,00E-17	
Residual y-vel	1,00E-08	2,00E-12	1,00E-17	

Tabla 4: Valores de Drag, tiempo de simulación y residuos para los distintos modelos RANS.

Aunque el modelo que reproduce mejor la información experimental es el $k - \omega SST$, no sólo la diferencia con los otros podría ser una mera coincidencia, sino que hay muchos otros parámetros que debemos tener en cuenta para decidir usar un modelo u otro. En realidad, no habría porque decidir, los tres son distintos y es interesante analizar los tres en todos los casos, pero esto resultaría el triple de costoso y no nos generaría información física adicional, que es lo que buscamos. En la Figura 13 podemos comparar la velocidad de convergencia del resultado con las iteraciones:

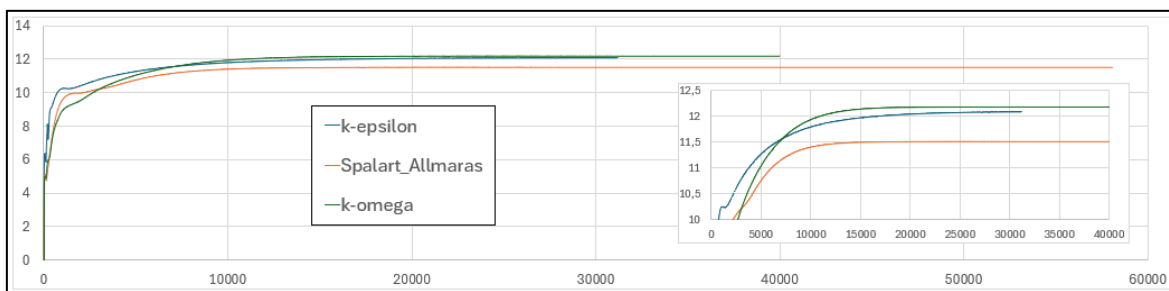


Figura 13: Convergencia de la fuerza de arrastre sobre la esfera para los tres modelos. La imagen pequeña es una ampliación en la que se aprecia con más detalle la diferencia entre cada modelo.

Las tres simulaciones se detuvieron cuando los residuos habían convergido, sin embargo, se ve que el resultado no habría cambiado si se hubieran detenido antes. Los modelos *Spalart - Allmaras* y $k - \omega SST$ convergen con 20.000 iteraciones, mientras que para el $k - \epsilon Realizable$ hay que esperar hasta las 30.000 (si admitiésemos un error mayor, se podrían haber parado las tres mucho antes). Con toda esta información, tenemos motivos para pensar que el modelo *Spalart-Allmaras* tiene un desempeño superior, sin embargo, en otras geometrías veremos que presenta desventajas.

En las simulaciones transitorias, deberíamos obtener la generación y emisión de vórtices propia del flujo turbulento, se ha comprobado que el modelo URANS no es capaz en estos casos de emitir vórtices. Partiendo de una situación de flujo uniforme, la escala de tiempo T_2 mostrada en la figura 2 solo capta la formación del vórtice grande predicho por RANS.

El modelo DES tampoco capta emisión de vórtices. Esto puede ser porque la malla es demasiado gruesa. Para que una simulación LES funcione bien, es necesario que se resuelvan al menos el 80% de los remolinos (energía cinética turbulenta). Para que esto ocurra, se suele tomar que el tamaño de la longitud integral l_0 de los remolinos sea cinco veces más pequeño que el área de la celda. Si previamente se ha hecho una simulación RANS, como es el caso, entonces podemos calcular esta distancia, y para cada celda representar el campo f , definido como:

$$l_0 = \frac{k^{3/2}}{\epsilon} ; \quad f = \frac{k^{3/2}}{\epsilon \sqrt{\Delta}} \quad (17)$$

Por lo tanto, en las regiones del dominio con $f < 5$ hace falta refinamiento para utilizar LES.

4.2. Elipses

La elipse (físicamente es un elipsoide de revolución) es la siguiente figura con geometría sencilla de la que podemos extraer conclusiones útiles, debido sus partes curvas no esféricas. Comencé con una elipse de proporción 2:1. La Figura 14 muestra los contornos de presión, módulo de la velocidad, función de corriente y energía cinética turbulenta. La principal diferencia con la esfera es que la zona de recirculación (Figura 14(c)) es mucho menor. Esto implica una menor fuerza debida a la presión, en la esfera eran 9,8197 N y en la elipse 2,5284 N. Por otro lado, al ser más alargada se asemeja a una placa plana, y por lo tanto hay más superficie de mojado con velocidad elevada encima, Figura 14(b), por lo tanto, la fuerza viscosa será mayor. En la esfera eran 2,2847 N, y en la elipse 4,0674 N.

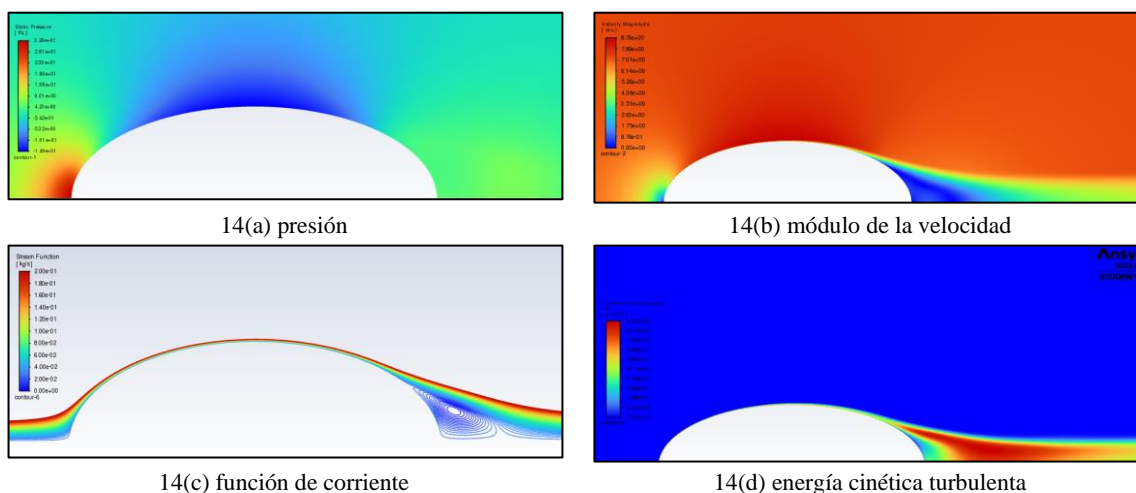


Figura 14: Contornos de flujo alrededor de la elipse 2:1 obtenidos mediante RANS

La malla de esta elipse se hizo buscando que la densidad fuera similar a la malla óptima de la esfera, y que la distancia de las celdas en el objeto fuera igual y siguiera la misma proporción. Si graficamos el coeficiente de presión vemos una serie de oscilaciones que antes no tenían análogo. No son algo físico, es un error numérico. Estas son debidas a que, al usar una malla con las mismas divisiones, como dos elipses concéntricas no son semejantes, las celdas no son perpendiculares a la pared del objeto. Esto introduce un parámetro que empeora la calidad de la malla llamado *skewness* (ver anexo B). Si la *skewness* cerca de un objeto es demasiado grande, se pierde fiabilidad física. Lejos del objeto, es también un problema sólo si hay gradientes importantes. En las Figuras 15, 16 y 17 se muestra la evolución de la malla y la corrección de las oscilaciones. Una celda con azul oscuro tiene un valor de *skewness* nulo, y esta aumenta hacia los tonos rojos. Vemos como es imprescindible reducir al mínimo la *skewness* en la superficie de un objeto para reducir las oscilaciones numéricas. Aunque el C_D tan apenas cambia entre unas simulaciones y otras, las Figuras 15, 16 y 17 muestran que, si queremos obtener datos con rigor físico, estas correcciones son necesarias.

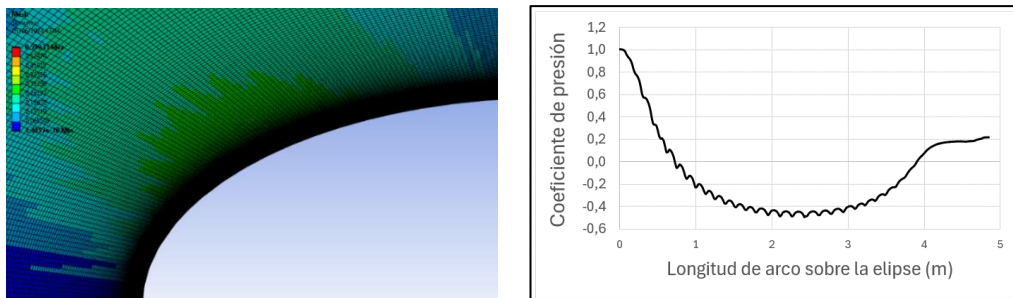


Figura 15: primera malla y coeficiente de presión para elipse 2:1.

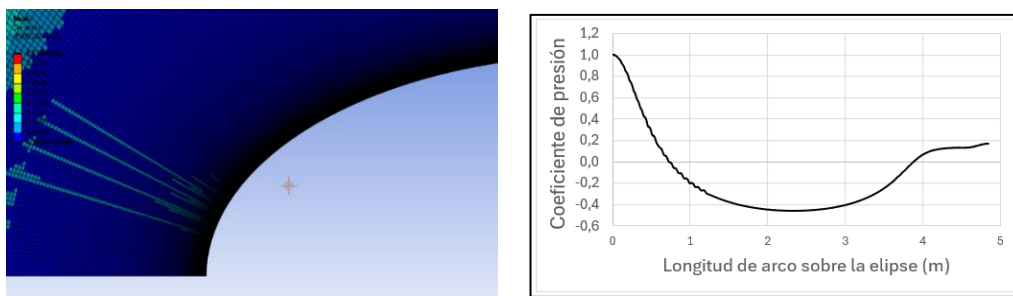


Figura 16: Malla y Cp para el modelo de elipse 2:1 *perp-ref*.

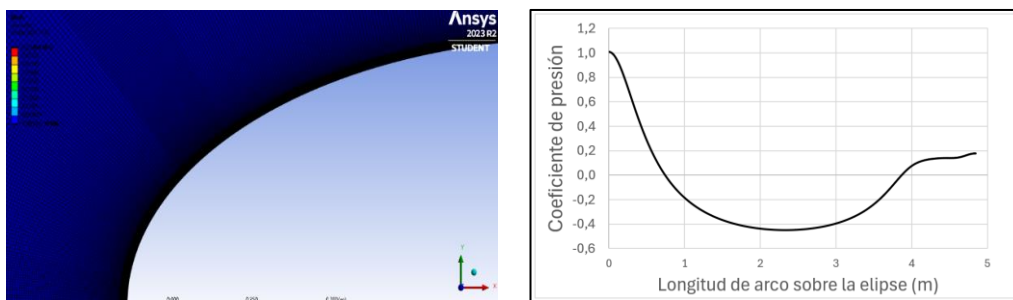


Figura 17: Malla con skewness en escala de color y Cp para el modelo 2-1 *def-2*.

Con la malla apropiada ya diseñada, se representa en la Figura 18 el coeficiente de presión en comparación con el no viscoso, y la *strain rate*. Como el objetivo de esta geometría era principalmente desarrollar el mallado apropiado para curvas no esféricas, sólo se ha probado el modelo *k – ε Realizable*.

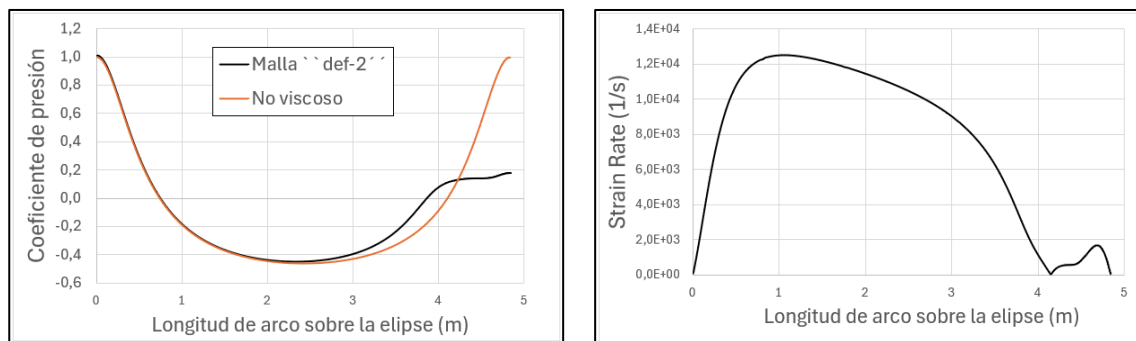


Figura 18: Coeficiente de presión y *strain rate* sobre el perímetro de la elipse 2:1

Se observa que, en este caso, el acuerdo vuelve a seguir la misma tendencia que con la esfera. Sin embargo, el perfil simulado se adhiere al perfil de la curva no viscosa durante más ángulo. Esto es

debido a que la elipse tiene su ángulo de separación mucho después que la esfera, es decir, es más aerodinámica. Mientras que para la esfera se obtenía $C_D = 0,1184$ por la elipse obtengo $C_D = 0,0645$. Obteniendo así validación numérica de todos los efectos mencionados.

Por último, y en vísperas de los proyectos futuros, se ha probado también con la elipse cortada. Esta forma consiste en la misma que la elipse 2:1, pero se elimina su mitad posterior asemejándose a una bala. Lo que cabría esperar, es que se generase un vórtice de dimensiones mayores detrás de la pared vertical. En la Figura 19 se muestra la función de corriente en torno a la elipse cortada.

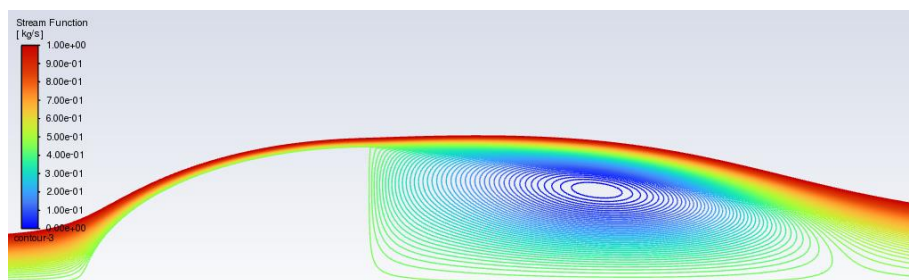


Figura 19: Función de corriente alrededor de la elipse cortada.

Debido a la forma que presenta esta geometría, la fuerza de presión que experimenta aumenta con respecto a la elipse sin cortar. Mientras que la elipse 2:1 ofrecía un coeficiente de arrastre de 0,0645; la elipse cortada da uno de 0,2163. Este resultado es incluso mayor que el de la esfera.

En esta geometría se ha hecho más énfasis que sobre la esfera en las simulaciones transitorias, ya que, al ser más aerodinámica, el flujo es más sencillo y su convergencia es más rápida, lo que permite obtener conclusiones sobre los modelos sin emplear tantos recursos. Primero, para saber si estamos en condiciones de usar LES, graficamos el campo f en la Figura 20. De acuerdo con las especificaciones de una malla para LES, las zonas con $f < 5$ necesitan refinamiento.

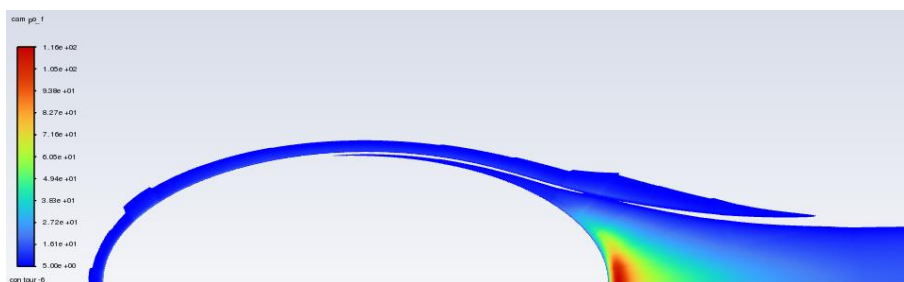


Figura 20: campo f para la elipse 2-1.

Sólo se han coloreado los valores mayores que 5. Vemos que siempre lejos del cuerpo no se cumple la condición, pero esto no es importante, ya que ahí, no hay turbulencia. Cerca de la elipse, en general sí que se cumple incluso con cierto margen, pero es cierto que hay una línea en la que no se cumple. Podríamos probar a refinar otra vez la malla, pero como parece que esta es suficientemente apropiada, probaremos a hacer simulaciones usando LES con esta malla. Dado que no puedo poner animaciones en una memoria (ver anexo C), en la Figura 21 se muestra una captura de una animación. Vemos perfectamente cómo, tras la generación de vórtices (caracterizados por una vorticidad muy elevada) a lo largo de la superficie, en torno a la zona en la que se separaba el flujo, se desprenden de la superficie

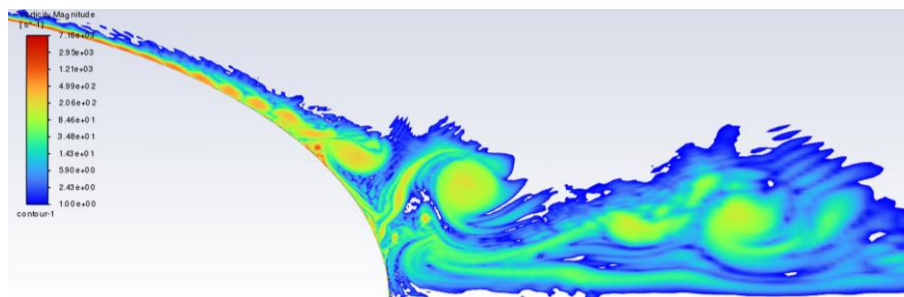


Figura 21: Detalle de la parte trasera de la elipse. En este caso, la simulación lleva 2,5 s de tiempo físico, y se ha utilizado un paso de tiempo de 0,001 s. La magnitud que se representa es el módulo de la vorticidad en escala logarítmica.

Una vez desprendidos los vórtices, se van alejando, formando una estela. Aunque no esperamos una emisión totalmente periódica de vórtices como ocurriría a números de Reynolds más bajos en el caso laminar, sí que se espera cierta tendencia de emisión constante en el tiempo:

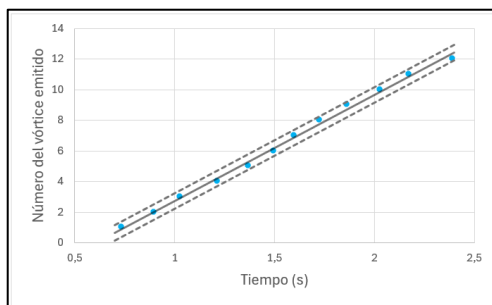


Figura 22: Emisión de vórtices en función del tiempo. Los puntos en azul representan los vórtices, la línea continua de negro el ajuste lineal, y las punteadas son una cota para el número del remolino respecto del ajuste.

En efecto, se observa una clara tendencia lineal ruidosa. Incluso si restamos a los puntos el ajuste lineal, hay una especie de comportamiento sinusoidal, pero presenta demasiado ruido como para concluir algo definitivo. Ahora, con toda esta información gráfica pero también cuantitativa, hemos obtenido resultados realistas. Sería ideal que los promedios de esta simulación coincidiesen con las magnitudes calculadas mediante RANS. A continuación, en la Figura 23, se comparan los datos obtenidos mediante RANS con los datos obtenidos mediante LES. La línea verde está a la altura de la fuerza calculada mediante RANS, y la línea naranja es el promedio calculado a partir de los datos de LES.

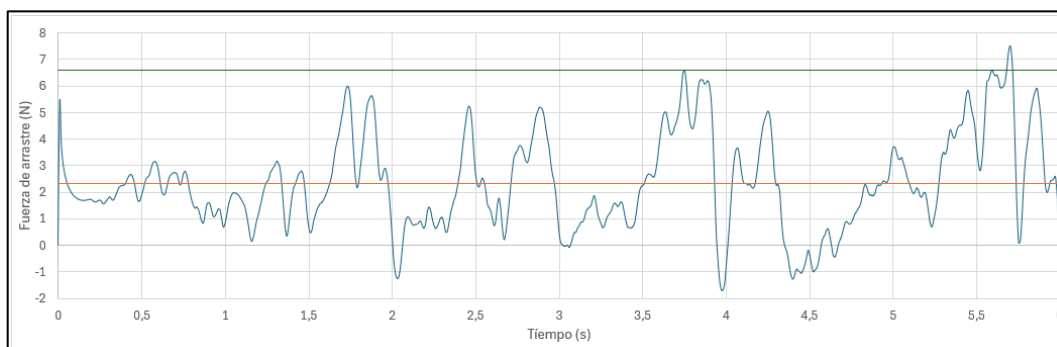


Figura 23: Fuerza de arrastre para la elipse en función del tiempo.

Al principio, hay un régimen breve en el que la fuerza decrece monótonamente debido a que parte de la condición de flujo uniforme. Se observa que los promedios RANS y LES no coinciden. Se puede justificar, ya que no se han usado las mismas ecuaciones, sólo ecuaciones que tratan de imitar las mismas. Puede ser que la discrepancia se deba a la línea con $f < 5$ que se observa en la Figura 20, o a que la RANS con el modelo $k - \epsilon$ *Realizable*, no sea el modelo más apropiado para este caso, aunque debido al detallado estudio con la esfera, lo más probable es que si hay un resultado correcto, sea el obtenido mediante RANS.

En [5] se utiliza el modelo WALE para calcular la fuerza de arrastre de varios elipsoides de revolución en distintos números de Reynolds. Para nuestro caso, hecho con proporciones 2:1 y $Re = 10^6$, este artículo obtiene $C_D = 0,025$ mientras que nuestra simulación con WALE, en acuerdo con este resultado, proporciona $C_D = 0,023$. Podemos concluir que la simulación WALE discrepa de la RANS $k - \epsilon$ *Realizable* porque son modelos distintos. Más adelante veremos que modelos menos aerodinámicos presentan un mejor acuerdo RANS – WALE.

4.3. Cono-cilindros

La última geometría de prueba que he considerado es la formada por un cono, seguido de un cilindro. De esta forma, nos vamos aproximando a un cohete. Esta figura tiene simetría cilíndrica, y se obtiene al revolucionar un triángulo equilátero seguido de un cilindro. Mallar este tipo de geometrías presenta una dificultad intrínseca, pues, así como con la elipse podíamos hacer que las celdas fueran perpendiculares al cuerpo, aquí tenemos tres puntos en los que el perfil no es diferenciable. La esquina trasera no es tan difícil de mallar dado que es un ángulo recto, así que una malla cuadrada funciona bien. El problema real son la punta y la frontera entre el cono y el cilindro. En el anexo B se dan detalles de cómo he llevado a cabo el mallado para esta geometría. En la Figura 24 se muestran los contornos obtenidos para esta geometría. La principal diferencia con el resto de las geometrías estudiadas hasta ahora es que en este caso RANS predice un vórtice adicional, apreciable en la Figura 24.3. Además, así como en la elipse cortada, la parte trasera genera una baja presión detrás del objeto (Figura 24.1) que hace que la fuerza de presión se eleve. La estructura de la energía cinética turbulenta (Figura 24.4) es similar al del resto de geometrías y llama la atención que alcanza valores más elevados en la recirculación superior que en la trasera.

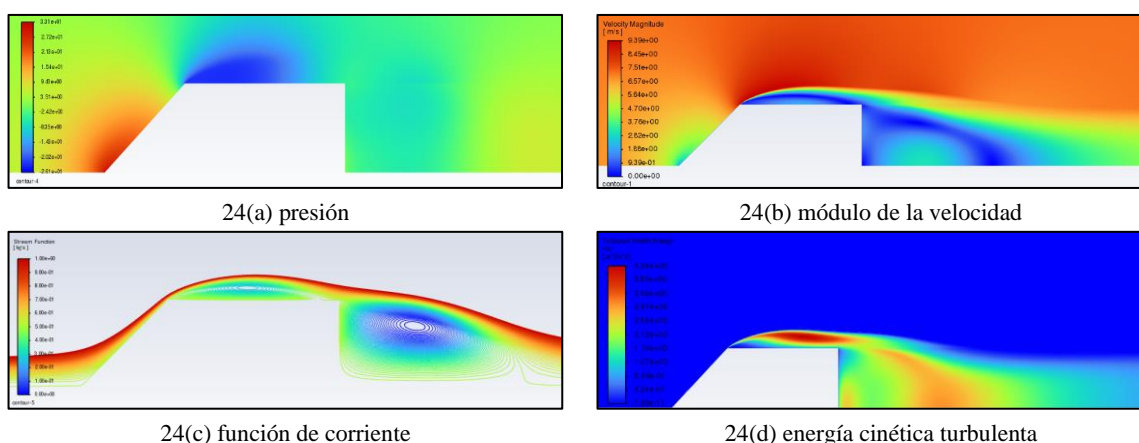


Figura 24: Campos de flujo alrededor del Cono-Cilindro para la simulación RANS.

Para un análisis más preciso, se ha calculado el arrastre por separado para la parte frontal y superior (*Obstacle*) de la trasera (*Back*), los resultados se muestran en la Tabla 5:

N celdas	460403
Iteraciones	45500
Tiempo	3 horas
Res Continuidad	2,50E-05
Res X-Vel	2,30E-07
Res Y-Vel	8,10E-08
Total Drag (N)	44,3496
Viscous Drag(N)	-0,2224
Pressure Drag (N)	44,5720
C_D	0,4342
Eje cono (m)	1
Ángulo (grad)	45
Eje cilindro (m)	2

	Back	Obstacle
Pressure Drag (N)	12,2094	32,3625
Viscous Drag (N)	0,0000	-0,2224
Total (partes) (N)	12,2094	32,1402

Tabla 5: Resultados computacionales, aerodinámicos y geométricos del cono-cilindro RANS

El coeficiente de arrastre es mayor que en los casos previos. El hecho de tener dos grandes vórtices resulta ser una condición crítica. La fuerza viscosa es nula en la parte trasera por la simetría cilíndrica y La fuerza viscosa es negativa sobre *Obstacle* porque la contribución de la zona de recirculación es más importante que la de la rampa. En esta geometría, que guarda más similitudes con un cohete, merece la pena hacer un análisis más profundo sobre los distintos modelos de RANS para ver si hay uno mejor que los demás. Dado que las simulaciones se están volviendo muy costosas computacionalmente, es imprescindible encontrar un modelo que optimice el tiempo sin perder calidad física. Así pues, para los distintos modelos de RANS comentados a lo largo del TFG, se muestra en la Figura 25 la evolución de las fuerzas sobre *Back* y *Obstacle*.

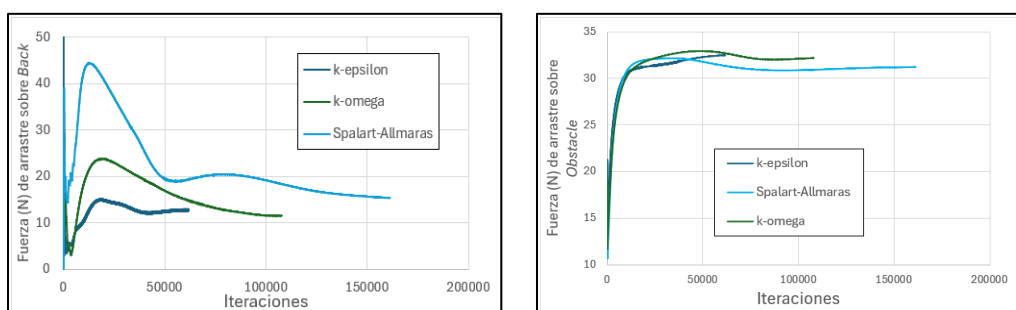


Figura 25: Convergencia de las fuerzas según distintos modelos de RANS para el Cono-Cilindro.

Vemos como los tres modelos conducen al mismo resultado a pesar de que el modelo $k - \epsilon$ *Realizable* da una solución aceptable mucho antes que el resto de los modelos. Esto no era así con otras geometrías, la diferencia esta vez, es que existe un acoplo entre dos sistemas físicos: la parte superior y la trasera. Para la solución estacionaria final, ambas situaciones han convergido, sin embargo, la parte superior converge antes. De esta forma, la parte trasera intenta adaptarse a la superior, pero esto hace que la superior también cambie. Muy poco a poco, ambas van acercándose a la solución final. Este acoplamiento aumenta excesivamente el tiempo requerido para la simulación. Por lo tanto, concluimos que el mejor modelo para estos casos, por su rapidez de convergencia, es el $k - \epsilon$ *Realizable*. La Figura 26 muestra los valores de *strain rate* y coeficiente de presión. Estas gráficas muestran un comportamiento sin análogo en las geometrías previas, y es que las magnitudes parece que divergen en las esquinas. Uno nunca puede asegurar que algo diverja en física porque no

se puede medir el infinito, pero desde luego el comportamiento es brusco. Este comportamiento es característico de puntos en los que el perfil no es derivable.

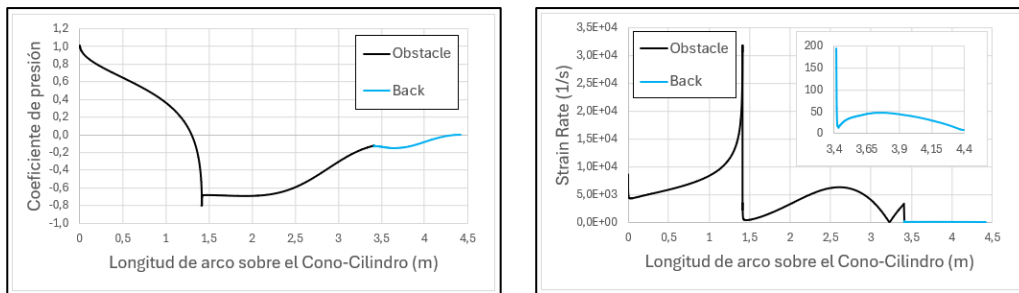


Figura 26: Curvas de coeficiente de presión y *strain rate* para el Cono-Cilindro

Finalmente, estudiamos las consecuencias de curvar ligeramente el vértice de cambio de superficie entre cono y cilindro. De esta forma, la superficie del sigue siendo una curva diferenciable (anexo C). Lo que ocurre, es que se evita el vórtice superior, y el coeficiente de arrastre pasa a ser $C_D = 0,1686$. Es menos de la mitad que con la esquina, $C_D = 0,4342$. Por lo tanto, podemos afirmar que cambiar las esquinas por curvas es una forma sencilla de mejorar sensiblemente la aerodinámica del objeto.

Tanto las simulaciones URANS como DES muestran de nuevo una sub-resolución de los remolinos, así que se ha procedido a realizar una simulación WALE. Para ello, en la Figura 27, se ha comprobado que el campo *f* es apropiado para la simulación:

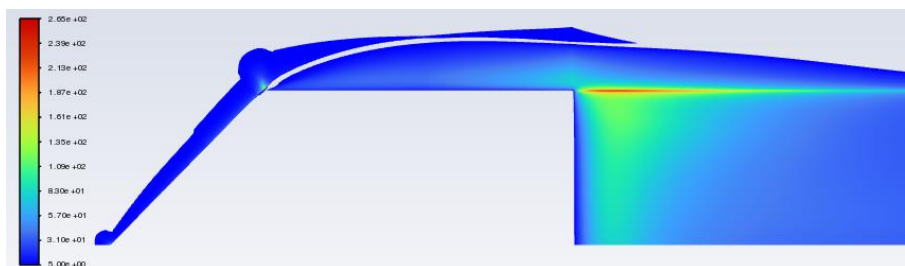


Figura 27: Campo *f* para el Cono-Cilindro. De nuevo, sólo se han representado los valores mayores que 5.

Vemos que, debido a la elevada densidad de la malla. Los valores son mayores y por lo tanto la simulación LES será más precisa. Con un paso de tiempo de 0,001 s, se ha realizado una simulación transitoria de la que se ha guardado una animación de la vorticidad (ver anexo C). En la Figura 28 se muestra una captura de la animación, así como una comparación con el caso estacionario:

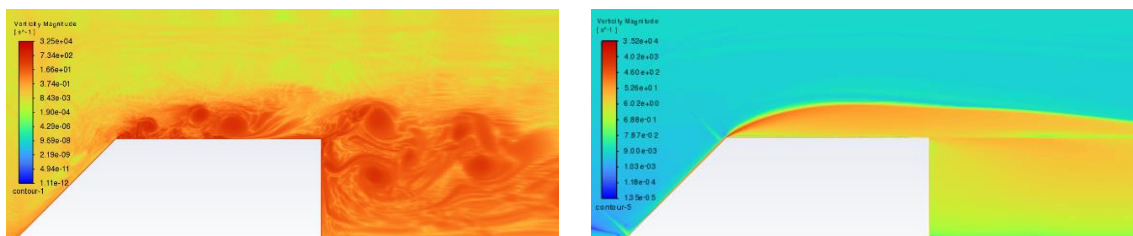


Figura 28: Contorno de vorticidad en escala logarítmica de color para un tiempo de 1,5s. A la izquierda, simulación transitoria con LES, a la derecha, simulación estacionaria con RANS.

En rojo oscuro (Figura 28), se identifican las estructuras turbulentas en forma de remolinos. Para analizar de forma cuantitativa la emisión de estos vórtices, en la Figura 29 se representan cuantos

vórtices se han emitido en función del tiempo. Una dependencia (casi) lineal implicaría (casi) periodicidad, y una descripción correcta del flujo turbulento.

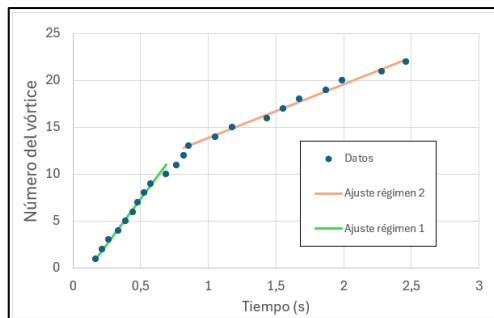


Figura 29: Emisión de vórtices en la esquina superior en función del tiempo

Una novedad con respecto a la elipse es que muestra claramente como hay un cambio en la frecuencia de emisión de los vórtices. Al principio, hay un ajuste con una frecuencia de 19,33 vórtices por segundo. Sin embargo, a partir de los 0,75 s, hay un cambio de comportamiento y la frecuencia se reduce. Esto, aunque pueda parecer errático, presenta una interesante explicación. Partiendo del flujo uniforme, ambas esquinas emiten vórtices de manera bastante regular (Figura 30):

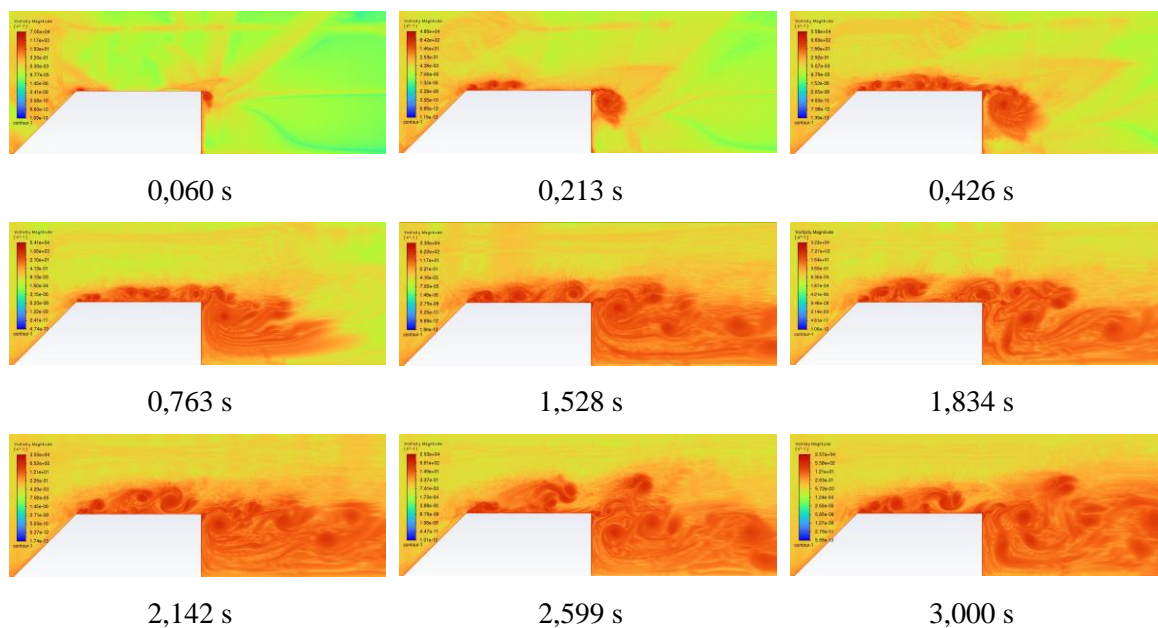


Figura 30: Evolución temporal del flujo alrededor del cono-cilindro, obtenida mediante WALE. Las líneas rectas de las primeras figuras son simplemente ruido numérico que se ha resaltado al pasar a escala logarítmica.

Sin embargo, en cuanto el primer vórtice emitido por la esquina delantera llega a la parte trasera, empieza a interactuar con esos vórtices. Ello conlleva que los vórtices se emitan con peor periodicidad porque la interacción con los anteriormente emitidos puede hacer que si se quedan cerca de donde han sido generados, se evite que se emitan más hasta que de repente salgan varios de vez. La Figura 29 tiene información local. Se fija un punto y se anota cuando ha pasado un vórtice por delante. Para confirmar de una forma global este fenómeno, basta con atender a la evolución temporal de las fuerzas de arrastre sobre el objeto (Figura 31). Se evidencia la transición entre dos regímenes. En este caso, obtenemos unas fuerzas promedio de 37,21 N para la parte frontal y superior, pero de -13,79 para la parte trasera. El primer resultado es congruente con la simulación RANS, pero el segundo no lo es para nada.

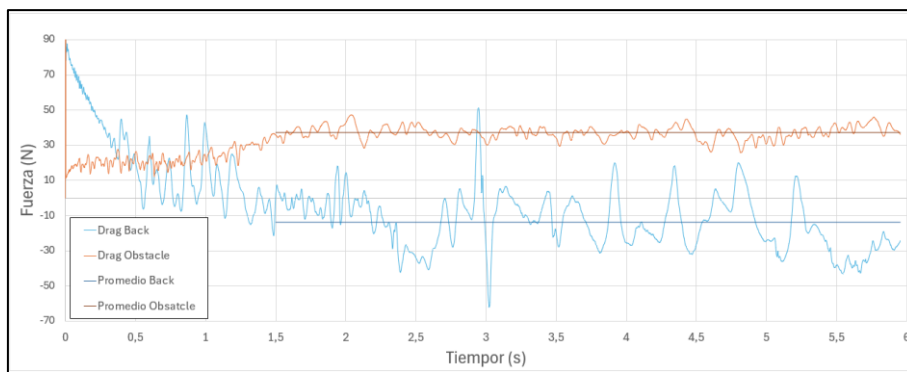


Figura 31: Evolución temporal del arrastre para el cono-cilindro.

Predecir una fuerza negativa es equivalente a decir que el flujo tira del objeto hacia adelante. Aunque la fuerza neta sea positiva, vemos que el modelo claramente falla para calcular la fuerza de presión trasera. La explicación más plausible es que el modelo no está pensado para calcular el arrastre en estas situaciones. Debemos tener en cuenta que WALE es un modelo relativamente reciente y que LES originalmente no fue pensado para calcular este tipo de cosas, sino para flujo atmosférico. Al final, todo lo que podemos concluir es que los modelos muestran resultados distintos porque son modelos distintos, y uno de ellos aún tienen que ser probado en muchos casos. Aunque hay muchos argumentos a favor de que las fuerzas calculadas mediante RANS son las que deberíamos esperar que dieran los experimentos, no tenemos una descripción detallada del flujo. Por el contrario, aunque es muy improbable que la simulación con WALE calcule las fuerzas del todo bien, el flujo que describen es más parecido al que observaríamos en el mundo real.

4.4. Aplicación a modelos reales

Por último, y como cierre del TFG, después de haber estudiado todos los detalles numéricos y geométricos pertinentes, se procede al análisis aerodinámico de dos modelos reales de cohete. Se han escogido el Saturn-V de la NASA [7] y el Vega-C [8] de la ESA. Estos dos cohetes, son ideales porque presentan simetría cilíndrica y escalados a un metro de radio, presentan una longitud similar entre ellos y menor que muchos otros cohetes. Estas simulaciones son más costosas que las realizadas hasta ahora, así que a partir de ahora se trabajará con el servidor remoto *fiona*, en el cual puedo trabajar sin el límite de 500000 celdas de la versión de estudiantes.

El perfil del Saturn-V consta de una serie de rampas de distinto ángulo separadas por tramos rectos. Así pues, para diseñar la malla de este cuerpo simplemente se ha generalizado la usada para el Cono-Cilindro. En la Figura 32, se muestran algunos de los contornos que se han estudiado:

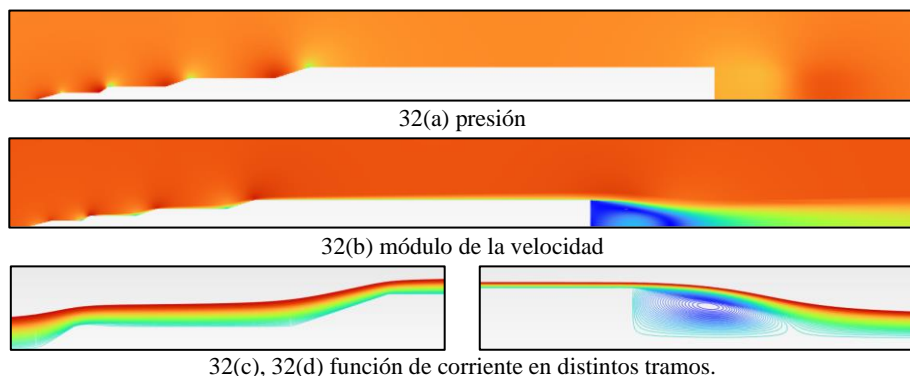


Figura 32: Contornos del flujo alrededor de Saturn-V obtenidos mediante RANS.

Dado que los ángulos son pequeños, no se generan grandes vórtices encima de los tramos rectos, otorgándole una buena aerodinámica a pesar de las esquinas. En la parte trasera, obtenemos algo esencialmente igual al caso del cono-cilindro.

La forma de Vega-C (ver anexo D) es particularmente interesante, porque combina elementos curvos, rampas, y una protuberancia frontal presente en muchos otros cohetes. Esto último, aunque intuitivamente puede parecer una desventaja aerodinámica, vamos a ver que no lo es al menos en este régimen. En la Figura 33 mostramos algunos de los contornos del flujo:

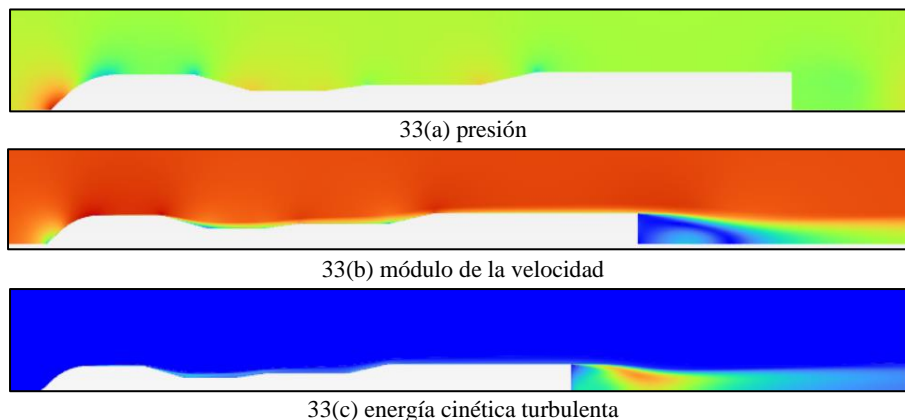


Figura 33: Contornos del flujo alrededor de Vega-C obtenidos mediante RANS.

Vemos que la forma de la punta no supone ningún problema adicional para la aerodinámica del cuerpo. Por lo demás, no hay nada nuevo que no se haya visto en los análisis hechos al resto de geometrías. La Figura 34 muestra coeficiente de presión y *strain rate* para ambos cohetes:

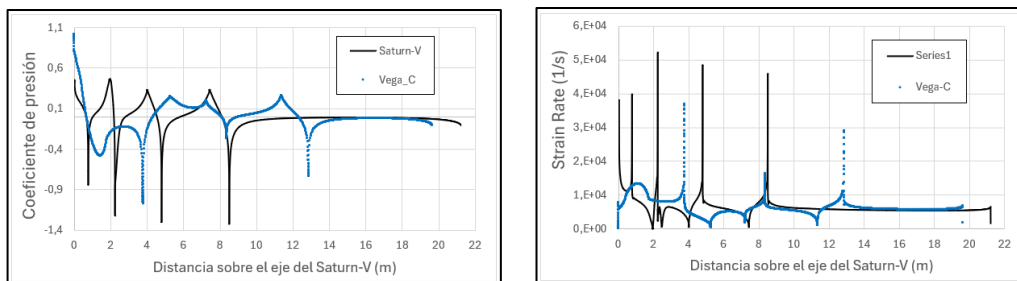


Figura 34: Coeficientes de presión y *Strain-Rate* para Saturn-V y Vega-C.

En la Figura 34 se observa que, para ambos modelos, el tramo más largo se comporta como una placa lisa, es decir, presión manométrica y *strain-rate* aproximadamente nulas. Para el Saturn-V se ha obtenido $C_D = 0,2589$ mientras que para Vega-C, se obtiene $C_D = 0,2598$. Aunque pueda parecer una diferencia despreciable, en aerodinámica, cualquier reducción del coeficiente de arrastre por mínima que sea puede tener unas consecuencias drásticas en la moción de un cuerpo.

5. Conclusiones

Este trabajo se centra en la simulación numérica del flujo alrededor de objetos de diversas geometrías, con el objetivo final de caracterizar los aspectos aerodinámicos en el diseño de cohetes realistas. Sobre la hipótesis de condiciones de flujo incompresible, se ha utilizado la herramienta de software ANSYS Fluent para estudiar flujo turbulento de aire alrededor de geometrías axi-simétricas con complejidad creciente, en régimen estacionario y transitorio, con distintos métodos numéricos

de alta resolución. Esto permite caracterizar el campo de velocidades y presiones del flujo externo y obtener finalmente su coeficiente de arrastre.

El caso básico de flujo alrededor de una esfera, ampliamente estudiado a nivel experimental, ha servido para explorar el proceso de refinamiento de malla necesario para reproducir los resultados experimentales de coeficiente de arrastre de la bibliografía. El estudio del flujo alrededor de un objeto elíptico ha sido esencial para comprender los requerimientos geométricos básicos de mallas compatibles con resultados numéricos físicamente válidos. La geometría compuesta cono-cilindro ha servido para caracterizar superficies con vértices no derivables, cuyo mallado y tratamiento numérico requiere especial atención. Por último, se tomó el diseño de los cohetes reales Vega-C (2022) y Saturn-V (1967) y se analizaron las características del flujo turbulento a su alrededor.

Se han explorado los modelos habituales para la simulación numérica de flujos altamente turbulentos y se ha utilizado la computación como laboratorio de experimentación de sus prestaciones. Se ha podido comprender la dificultad y complejidad de este tipo de simulaciones, pero también el amplio rango de utilización que presentan. Se concluye que, en lo referente al cálculo de coeficientes de arrastre en cuerpos axi-simétricos, los modelos RANS, suplementados con distintos modelos de turbulencia, tienen mejor rendimiento que los métodos pertenecientes a la familia LES. En cambio, para una descripción transitoria del flujo, el método URANS no capta bien la generación y transporte de las estructuras turbulentas, mientras que el método WALE (familia LES) genera un flujo con un elevado grado de realismo. Las curvas de coeficiente de presión y *strain rate*, así como los distintos contornos obtenidos, dan una idea muy precisa, tanto cualitativa como cuantitativa, de la aerodinámica de los cuerpos aeroespaciales estudiados. Además, en los casos en los que hay información experimental o teórica para comparar, el acuerdo es excelente.

Como trabajo futuro para extender este estudio, se podrían incorporar a las simulaciones aspectos que hagan más realista la simulación de la etapa de ascenso del cohete. Entre estos aspectos se puede considerar la disminución de la temperatura exterior con la altitud, la variación de la velocidad del flujo libre alrededor del cohete o la aparición de condiciones de flujo compresible.

6. Bibliografía

- [1] A bit of aerodynamic history, Curt Lawson
- [2] <https://www.ansys.com/>
- [3] Turbulence modelling in CFD, Wilcox
- [4] Experiments on the flow past spheres at very high Reynolds numbers, Elmar Achenbach
- [5] Numerical investigations of Flow over Sphere using LES and Spalart-Allmaras model.
- [6] Aerodynamic subsonic Model at Transitional/Turbulent Reynolds number for Bluff Ellipsoidal Hulls: Elisan Magalhaes, Jorge Antonio Ricardo Jr, David Antonio Dos Santos.
- [7] <http://heroicrelics.org/info/saturn-v/saturn-v-general.html>
- [8] https://www.esa.int/Enabling_Support/Space_Transportation/Launch_vehicles/Vega-C
- [9] <https://www.fluidmechanics101.com/>
- [10] A one equation model for aerodynamic flows, P.R Spalart and S.R Allmaras.
- [11] <https://kdusling.github.io/teaching/Applied-Fluids/ImageDisplay.html?src=DragSphere>
- [12] https://www.me.psu.edu/cimbala/me320/Lesson_Notes/Fluid_Mechanics_Lesson_14C.pdf
- [13] Drag on Spheres, J.M Cimbala.
- [14] General circulation experiments with the primitive equations, Smagorinsky
- [15] Low Reynolds number hydrodynamics, J.Happel/H.Brenner