

UNIVERSIDAD DE ZARAGOZA
FACULTAD DE CIENCIAS
DEPARTAMENTO DE FÍSICA APLICADA
GRADO EN FÍSICA



EXCITACIÓN DE MODOS SUBRADIANTES
EN REDES PERIÓDICAS USANDO HACES
DE LUZ FOCALIZADOS

TRABAJO DE FIN DE GRADO

Memoria presentada por
MIGUEL ÁNGEL MARTÍN CASTILLO

Director: ALEJANDRO MANJAVACAS ARÉVALO

Junio de 2024

Índice

1	Introducción	2
2	Formalismo teórico	4
2.1	Nanoestructuras	4
2.2	Red periódica	6
2.3	Haz de luz focalizado	8
3	Resultados	11
4	Conclusiones	20

1. Introducción

La nanofotónica es la ciencia que estudia la interacción entre la luz y la materia en la escala nanométrica. El interés de los fenómenos que surgen en esta escala reside en la coincidencia de tamaño entre los objetos materiales (nanoestructuras) y las longitudes de onda de la luz visible. Las interacciones que tienen lugar entre la luz y estas nanoestructuras hacen posible generar campos electromagnéticos (EM) a escalas de tamaño por debajo del límite de difracción, cuya intensidad puede ser varios órdenes de magnitud mayor que la del campo EM incidente.

En las últimas décadas, la nanofotónica se ha alzado como uno de los campos de la física con mayor actividad investigadora [1]. Sus perspectivas de futuro son muy prometedoras, pudiendo ser la base de muchas aplicaciones tecnológicas revolucionarias. Entre las más relevantes, se encuentra el diseño de filtros de color [2–4], la mejora de las tecnologías relacionadas con la energía solar [5, 6] y la fotocatálisis [7], o la implementación de metasuperficies¹ que actúen como elementos ópticos bidimensionales [8].

Una nanoestructura puede ser excitada con un campo EM debido a la presencia de cargas en su interior. Cuando esto ocurre, se dice que la nanoestructura presenta una respuesta óptica. Esta respuesta se puede manifestar a través de un proceso de absorción o de un proceso de *scattering*². En el primero de ellos, la nanoestructura toma parte de la energía del campo EM y, eventualmente, la convierte en calor. En el segundo, la nanoestructura radia la energía que toma del campo EM. La suma de estos dos procesos se conoce como extinción.

Evidentemente, la respuesta óptica de una nanoestructura depende de la longitud de onda del campo EM que la excite. De entre todas las longitudes de onda, puede existir una en donde la respuesta óptica presente una resonancia. Si la respuesta óptica surge de un movimiento de electrones libres, esta resonancia se conoce como plasmón (habitual en metales). En el caso de que se deba a electrones ligados, se le llama modo de Mie (habitual en dieléctricos).

Si colocamos estas nanoestructuras en una red periódica cuadrada, la respuesta óptica de cada una de ellas influye en las demás, lo cual puede dar lugar a modos colectivos que difieran notablemente de las respuestas de las nanoestructuras individuales.

Los modos colectivos pueden ser modos superradiantes o modos subradiantes. En los primeros, la radiación de toda la red es mucho más intensa que la suma de las radiaciones individuales de las nanoestructuras cuando no interaccionan. En los segundos, la radiación de toda la red es mucho menos intensa [9].

En este trabajo nos vamos a centrar en un tipo concreto de modos subradiantes conocidos como modos fuera de plano (*out-of-plane modes*). La excitación de estos modos tiene lugar cuando las nanoestructuras se polarizan en el eje perpendicular al plano de la red periódica, de ahí el nombre de fuera de plano. Teniendo en cuenta que las nanoestructuras tienen que polarizarse fuera de plano, el campo EM que las excite tiene que tener una componente en esa misma dirección. Esto es imposible de conseguir con ondas planas que incidan de forma perpendicular a la red, puesto que solo tienen componentes transversales a la dirección de propagación. En nuestro caso, vamos a hacer uso de un haz de luz focalizado que tiene una componente longitudinal significativa (componente paralela a la dirección de propagación) y

¹Las metasuperficies son estructuras bidimensionales que no existen en la naturaleza.

²En español recibe el nombre de dispersión, pero en este trabajo vamos a usar el nombre en inglés debido a su uso recurrente en este campo.

que va a permitir excitar estos modos fuera de plano incidiendo de forma perpendicular a la red³.

Los modos fuera de plano son mucho más estrechos espectralmente que las resonancias de las nanoestructuras individuales, por lo que pueden dar lugar a aplicaciones en sensado óptico [10–12] o en el diseño de nanoláseres [13], ya que permiten filtrar longitudes de onda muy concretas. El hecho de que sean capaces de reducir mucho las pérdidas radiativas implica una amplificación en la absorción de energía EM. Esto puede abrir la puerta a aplicaciones en terapias fototérmicas para el tratamiento de tumores [14].

Dicho todo esto, el objetivo de este trabajo es la caracterización de los modos fuera de plano cuando son excitados con un haz de luz focalizado que tiene una componente longitudinal significativa.

³El interés en que se pueda incidir de forma perpendicular a la red se encuentra en una mayor facilidad desde un punto de vista práctico.

2. Formalismo teórico

Los sistemas que vamos a estudiar presentan tres elementos de análisis: las nanoestructuras, la red periódica y el haz de luz incidente. Todos ellos van a ser descritos a continuación.

2.1. Nanoestructuras

Cuando una onda EM interacciona con una nanoestructura, tiene lugar una respuesta óptica debido a la presencia de cargas eléctricas en su interior. En el límite en el que las nanoestructuras son mucho más pequeñas que la longitud de onda, es posible aproximar su respuesta con un dipolo eléctrico⁴. Estos dipolos se pueden describir utilizando una polarizabilidad, α , que codifica toda su respuesta óptica a partir de la siguiente expresión [15]:

$$\mathbf{p} = \alpha \mathbf{E}, \quad (1)$$

donde \mathbf{p} es el momento dipolar que tiene lugar cuando se excita con un campo eléctrico \mathbf{E} .

En términos generales, la polarizabilidad no se va a comportar igual en todas las longitudes de onda ni en todas las polarizaciones posibles del campo eléctrico incidente, de ahí que sea posible extraer de ella mucha información física.

A partir de un modelo de oscilador armónico y teniendo en cuenta que las nanoestructuras pueden radiar, la polarizabilidad eléctrica de los dipolos que modelan las nanoestructuras se puede expresar como⁵ [16–20]

$$\alpha = \frac{a_0 \omega_r^2}{\omega_r^2 - \omega^2 - i\omega\gamma - i\frac{2}{3}\frac{\omega^3}{c^3}a_0\omega_r^2}, \quad (2)$$

donde a_0 tiene unidades de volumen y cuantifica la intensidad de la respuesta óptica de la nanoestructura. Así mismo, ω es la frecuencia del haz incidente, ω_r es la frecuencia de resonancia y γ define las pérdidas por absorción. Teniendo en cuenta que las pérdidas corresponden a la parte imaginaria de la polarizabilidad, es sencillo comprobar cómo se reflejan las pérdidas por absorción (tercer término del denominador) y las pérdidas radiativas (cuarto término del denominador).

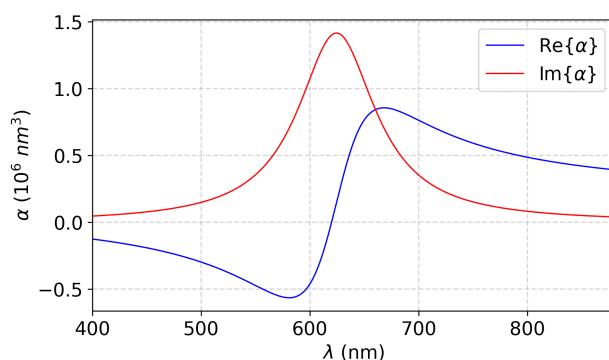


Figura 1: Polarizabilidad de una nanoestructura con $a_0 = 2 \cdot 10^5 \text{ nm}^3$, $\hbar\omega_r = 2 \text{ eV}$ y $\hbar\gamma = 0.008 \text{ eV}$. La curva azul muestra la parte real de la polarizabilidad, mientras que la roja representa la imaginaria.

⁴Esta aproximación recibe el nombre de aproximación dipolar eléctrica.

⁵En este trabajo se van a utilizar unidades gaussianas.

En la Figura 1, se puede ver el comportamiento de la polarizabilidad para una nanoestructura con $a_0 = 2 \cdot 10^5 \text{ nm}^3$, $\hbar\omega_r = 2 \text{ eV}$ y $\hbar\gamma = 0.008 \text{ eV}$. La amplitud y la anchura de la resonancia dependen de los parámetros utilizados.

Como las nanoestructuras son finitas, sus respuestas ópticas se pueden describir a partir de las secciones eficaces de extinción y de absorción [15], las cuales se definen como

$$\sigma_{ext} = \frac{P_{ext}}{I_o}, \quad (3)$$

$$\sigma_{abs} = \frac{P_{abs}}{I_o}, \quad (4)$$

donde I_o es la intensidad del haz incidente, P_{ext} es la potencia extinguida y P_{abs} es la potencia absorbida. Como la intensidad tiene unidades de potencia/área, las secciones eficaces tienen unidades de área.

En la aproximación dipolar, las secciones eficaces se expresan analíticamente como [15]

$$\sigma_{ext} = 4\pi \frac{\omega}{c} \text{Im}\{\alpha\}, \quad (5)$$

$$\sigma_{abs} = 4\pi \frac{\omega}{c} \left[\text{Im}\{\alpha\} - \frac{2}{3} \frac{\omega^3}{c^3} |\alpha|^2 \right]. \quad (6)$$

En la Figura 2, se pueden ver la sección eficaz de absorción y de extinción para la misma nanoestructura estudiada en la Figura 1. Para esta nanoestructura, la sección eficaz de extinción es mucho mayor que la de la absorción. El balance entre una y otra, así como la anchura de las resonancias, depende de los parámetros de la polarizabilidad.

Si observamos la Ecuación 2, aumentando el valor de a_0 , crece la intensidad de la respuesta y también se hacen más importantes las pérdidas radiativas. Esto implica que serán las pérdidas radiativas las que dominarán la extinción. En el caso de que se aumente γ , la extinción será gobernada por las pérdidas por absorción.

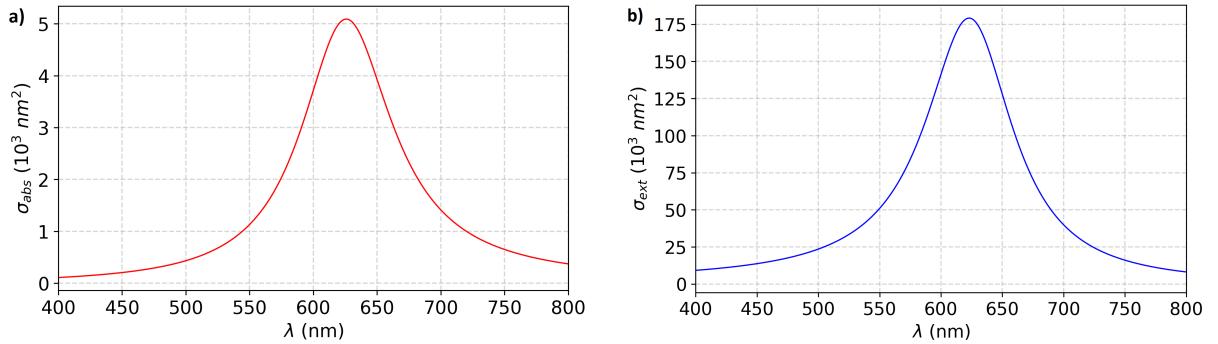


Figura 2: Sección eficaz de absorción (a) y sección eficaz de extinción (b) para la nanoestructura de la Figura 1.

Teniendo en cuenta la finalidad de este trabajo de excitar modos subradiantes, vamos a elegir valores de a_0 altos y de γ bajos (e incluso nulos). En estas situaciones, la extinción de cada nanoestructura es mucho mayor que la absorción, lo cual implica que el proceso de *scattering*

domina. De esta forma, colocando las nanoestructuras en una red periódica, podremos analizar cómo se reducen las pérdidas radiativas globales, aun teniendo nanoestructuras que radian mucho individualmente.

2.2. Red periódica

Una vez descrita la nanoestructura individual, vamos a construir una red periódica cuadrada de parámetro de red a en la que las nanoestructuras puedan interaccionar entre sí, de modo que sus respectivas respuestas no solo dependan del campo EM incidente, sino también del resto de nanoestructuras.

Debido a que pretendemos estudiar modos fuera de plano, lo que nos interesa es la oscilación de los dipolos en el eje perpendicular al plano de la red. Por ello, asumiendo que la red se encuentra en el plano xy , solo nos interesa la polarización de las nanoestructuras en el eje z , de modo que vamos a asumir que las nanoestructuras se pueden polarizar únicamente en este eje. Una consecuencia importante de esta elección es que todas las resonancias que se obtengan serán necesariamente modos fuera de plano.

Para una red finita de $N \times N$ dipolos, el dipolo inducido en el eje z de la nanoestructura situada en la posición \mathbf{R}_i se obtiene mediante [15]

$$p_i = \alpha E_i + \alpha \sum_{j \neq i}^{N^2} G_{ij} p_j, \quad (7)$$

donde α es la polarizabilidad, E_i es la amplitud de la componente z del campo EM incidente y G_{ij} es la componente zz del tensor de interacción dipolo-dipolo entre el dipolo i y el dipolo j . Este tensor se define como

$$G_{ij} = \frac{e^{ikr_{ij}}}{r_{ij}^3} \left[k^2 r_{ij}^2 + ikr_{ij} - 1 \right], \quad (8)$$

siendo $r_{ij} = |\mathbf{R}_i - \mathbf{R}_j|$ y $k = \omega/c$ el número de onda del campo EM incidente.

Gracias a la periodicidad de la red, la Ecuación 7 presenta la siguiente solución:

$$p_i = \sum_j^{N^2} \left(\left[\alpha^{-1} \mathbb{I} - G \right]^{-1} \right)_{ij} E_j, \quad (9)$$

donde \mathbb{I} es la matriz identidad $N \times N$.

Al aumentar el número de nanoestructuras en la red, la complejidad de la resolución de la Ecuación 7 se incrementa. Eventualmente, esta complejidad sobrepasa los límites de los recursos computacionales disponibles. En ese caso, es mucho más eficiente de resolver considerando la red periódica infinita porque podemos hacer uso del Teorema de Bloch y describir todo el sistema en la Primera Zona de Brillouin (PZB). A partir de la transformada de Fourier, se puede estudiar cualquier función del espacio real, f_i , en el espacio recíproco, $f(\mathbf{k}_\parallel)$, mediante las siguientes relaciones:

$$f_i = \frac{a^2}{4\pi^2} \int_{PZB} d\mathbf{k}_\parallel f(\mathbf{k}_\parallel) e^{i\mathbf{k}_\parallel \cdot \mathbf{R}_i}, \quad (10)$$

$$f(\mathbf{k}_{\parallel}) = \sum_i^{\infty} f_i e^{-i\mathbf{k}_{\parallel} \cdot \mathbf{R}_i}. \quad (11)$$

De esta forma, la Ecuación 7 puede expresarse como

$$p(\mathbf{k}_{\parallel}) = \alpha \tilde{E}(\mathbf{k}_{\parallel}) + \alpha \mathcal{G}(\mathbf{k}_{\parallel}) p(\mathbf{k}_{\parallel}), \quad (12)$$

siendo $p(\mathbf{k}_{\parallel})$ y $\tilde{E}(\mathbf{k}_{\parallel})$, el dipolo inducido y el campo eléctrico incidente según la Ecuación 11, respectivamente; y $\mathcal{G}(\mathbf{k}_{\parallel})$, la suma de red, que en este caso toma la forma

$$\mathcal{G}(\mathbf{k}_{\parallel}) = \sum_{i \neq 0}^{\infty} G_{i0} e^{-i\mathbf{k}_{\parallel} \cdot \mathbf{R}_i}. \quad (13)$$

A partir de la Ecuación 12, se obtiene fácilmente la siguiente solución para el dipolo inducido:

$$p(\mathbf{k}_{\parallel}) = \mathcal{A}(\mathbf{k}_{\parallel}) \tilde{E}(\mathbf{k}_{\parallel}), \quad (14)$$

donde $\mathcal{A}(\mathbf{k}_{\parallel})$ es la polarizabilidad de la red, la cual se expresa como

$$\mathcal{A}(\mathbf{k}_{\parallel}) = \left[\alpha^{-1} - \mathcal{G}(\mathbf{k}_{\parallel}) \right]^{-1}. \quad (15)$$

No hay que perder de vista que queremos estudiar modos de toda la red y comparar la extinción y la absorción de la misma con las de las nanoestructuras individuales. Para ello, hay que calcular la eficiencia de extinción, \mathbb{E} , y la eficiencia de absorción, \mathbb{A} . Ambas son magnitudes globales que representan el cociente de la potencia extinguida y la potencia absorbida, respectivamente, con la potencia incidente, P_o . Las expresiones toman la forma

$$\mathbb{E} = \frac{P_{ext}}{P_o}, \quad (16)$$

$$\mathbb{A} = \frac{P_{abs}}{P_o}. \quad (17)$$

Para poder conocer el valor de estas magnitudes, es necesario saber calcular las potencias que intervienen. La potencia incidente va a depender únicamente del campo eléctrico incidente. Sin embargo, la potencia extinguida y la potencia absorbida van a depender también de las nanoestructuras y de la red periódica.

Trabajando en el espacio recíproco, la potencia extinguida puede expresarse como [21, 22]

$$P_{ext} = \sum_i^{\infty} P_{ext,i} = 2\omega \text{Im}\{p_i E_i^*\} = 2\omega \text{Im} \left\{ \frac{a^2}{4\pi^2} \int_{PZB} d\mathbf{k}_{\parallel} p(\mathbf{k}_{\parallel}) \tilde{E}^*(\mathbf{k}_{\parallel}) \right\}, \quad (18)$$

donde E_i es el campo eléctrico incidente sobre la nanoestructura i .

Similarmente, la potencia absorbida puede calcularse como [21, 22]

$$P_{abs} = \sum_i^{\infty} P_{abs,i} = 2\omega \text{Im}\{p_i E_i^{a*}\} = 2\omega \text{Im}\left\{\alpha^{-1} + i\frac{2}{3}k^3\right\} \frac{a^2}{4\pi^2} \int_{PZB} d\mathbf{k}_{\parallel} \left|p(\mathbf{k}_{\parallel})\right|^2, \quad (19)$$

donde E_i^a es el campo autoconsistente de la nanoestructura i , el cual se obtiene de la siguiente forma:

$$E_i^a = E_i + i\frac{2}{3}k^3 p_i + \sum_{j \neq i}^{\infty} G_{ij} p_j. \quad (20)$$

Este campo autoconsistente tiene en cuenta, a parte del campo incidente y el ejercido por el resto de nanoestructuras de la red, el campo eléctrico generado por la propia nanoestructura i al radiar. Este último se obtiene calculando el límite del tensor dipolo-dipolo cuando la distancia se hace cero de la siguiente forma:

$$\lim_{r_{ij} \rightarrow 0} \text{Im}\{G_{ij}\} = \frac{2}{3}k^3. \quad (21)$$

Solo falta conocer el campo eléctrico incidente para poder calcular todos los valores. Este campo eléctrico lo va a definir el haz de luz focalizado que va a incidir sobre la red periódica.

2.3. Haz de luz focalizado

La respuesta de la red depende del campo eléctrico que incida sobre ella. En nuestro caso, este campo lo va a definir el haz de luz focalizado con el que se incidirá sobre la red. Este haz presenta una componente longitudinal significativa, es decir, una componente en la misma dirección de propagación. Esto permite excitar las nanoestructuras fuera de plano aun incidiendo con el haz de forma perpendicular a la red.

Siendo E_0 la amplitud del campo eléctrico y w_0 la anchura del haz, el campo eléctrico del haz de luz focalizado se define como

$$\mathbf{E}(\mathbf{R}) = \int_{|\mathbf{k}_{\parallel}| \leq k} \frac{d\mathbf{k}_{\parallel}}{4\pi^2} \left[\frac{k_x}{k}, \frac{k_y}{k}, -\frac{k_{\parallel}^2}{kk_z} \right] f(k_{\parallel}) e^{i\mathbf{k}_{\parallel} \cdot \mathbf{R}}, \quad (22)$$

donde

$$f(k_{\parallel}) = 2\pi w_0^2 e^{-\frac{w_0^2 k_{\parallel}^2}{2}} E_0. \quad (23)$$

Si se observa, el campo eléctrico $\tilde{E}(\mathbf{k}_{\parallel})$ que aparece en la Ecuación 12 se ha obtenido a partir de la transformación descrita por la Ecuación 10 sobre el campo eléctrico en el espacio real. Si nos fijamos, esta transformación involucra una integral sobre la PZB. Sin embargo, el campo eléctrico que hemos definido en la Ecuación 22 involucra una integral para todos los \mathbf{k}_{\parallel} tales que

$$|\mathbf{k}_{\parallel}| \leq k. \quad (24)$$

Esta última forma de definir el campo eléctrico recibe el nombre de representación de espectro angular. Se trata de un tipo de representación muy habitual y que es válida tanto para campos paraxiales como para campos no paraxiales [21].

No obstante, el cálculo de las potencias de extinción y absorción se ha expresado en función del campo $\tilde{E}(\mathbf{k}_{\parallel})$. Por ello, es fundamental encontrar la relación entre ambas formas de definir

el campo en el espacio recíproco. Esto puede hacerse a partir de las propiedades de periodicidad de la red [21, 22], obteniendo

$$\tilde{E}(\mathbf{k}_{\parallel}) = \frac{1}{a^2} \sum_{\mathbf{q}} E(\mathbf{k}_{\parallel} + \mathbf{q}), \quad (25)$$

donde la suma se hace sobre todos los vectores de la red recíproca \mathbf{q} tales que $|\mathbf{k}_{\parallel} + \mathbf{q}| < k$.

Conocido el campo eléctrico, ya es posible calcular todas las potencias involucradas en las eficiencias de la Ecuación 16 y la Ecuación 17. Falta por conocer cómo calcular la potencia incidente, la cual depende únicamente del campo eléctrico incidente.

Siendo $\mathbf{S}(\mathbf{R})$ el vector de Poynting del haz de luz incidente, y haciendo uso de las propiedades que brinda la periodicidad de la red, la potencia que incide sobre el plano se expresa

$$P_o = \int \mathbf{S}(\mathbf{R}) \cdot \hat{\mathbf{z}} \, d\mathbf{R} = \frac{c}{2\pi} \int_{|\mathbf{k}_{\parallel}| \leq k} \frac{\mathbf{k}_{\parallel}}{4\pi^2} |\mathbf{E}(\mathbf{k}_{\parallel})|^2 \frac{k_z}{k}. \quad (26)$$

En el caso del campo eléctrico que hemos definido en la Ecuación 22 y haciendo uso de la Ecuación 26, la potencia incidente puede ser calculada mediante la siguiente expresión:

$$P_o = \frac{c}{2\pi} \int_{|\mathbf{k}_{\parallel}| \leq k} \frac{d\mathbf{k}_{\parallel}}{4\pi^2} \frac{k_{\parallel}^2}{k_z^2} |f(k_{\parallel})|^2 \frac{k_z}{k}. \quad (27)$$

No obstante, se puede hacer un cambio a coordenadas polares que facilite computacionalmente el cálculo del campo eléctrico y de la potencia mediante

$$\mathbf{k}_{\parallel} = [k_{\parallel} \cos(\phi), k_{\parallel} \sin(\phi)], \quad (28)$$

$$\mathbf{R} = [R \cos(\phi_R), R \sin(\phi_R)]. \quad (29)$$

Haciendo esto, y con un poco de álgebra, la Ecuación 22 y la Ecuación 27, respectivamente, se expresan de la siguiente forma:

$$\mathbf{E}(\mathbf{R}) = \int_0^k \frac{dk_{\parallel}}{2\pi} \frac{k_{\parallel}^2}{k} \left[i \cos(\phi_R) J_1(k_{\parallel} R), i \sin(\phi_R) J_1(k_{\parallel} R), -\frac{k_{\parallel}}{k_z} J_0(k_{\parallel} R) \right], \quad (30)$$

$$P_o = \frac{c}{4\pi^2} \int_0^k dk_{\parallel} \frac{k_{\parallel}^3}{k_z k} |f(k_{\parallel})|^2. \quad (31)$$

El haz de luz focalizado con el que vamos a excitar la red presenta distribuciones de intensidad de sus componentes del campo eléctrico que no son uniformes. En la Figura 3 se observan las distribuciones de intensidad de la componente transversal y de la componente longitudinal del campo eléctrico de un haz de luz de $\lambda = 600$ nm y $w_0 = 400$ nm.

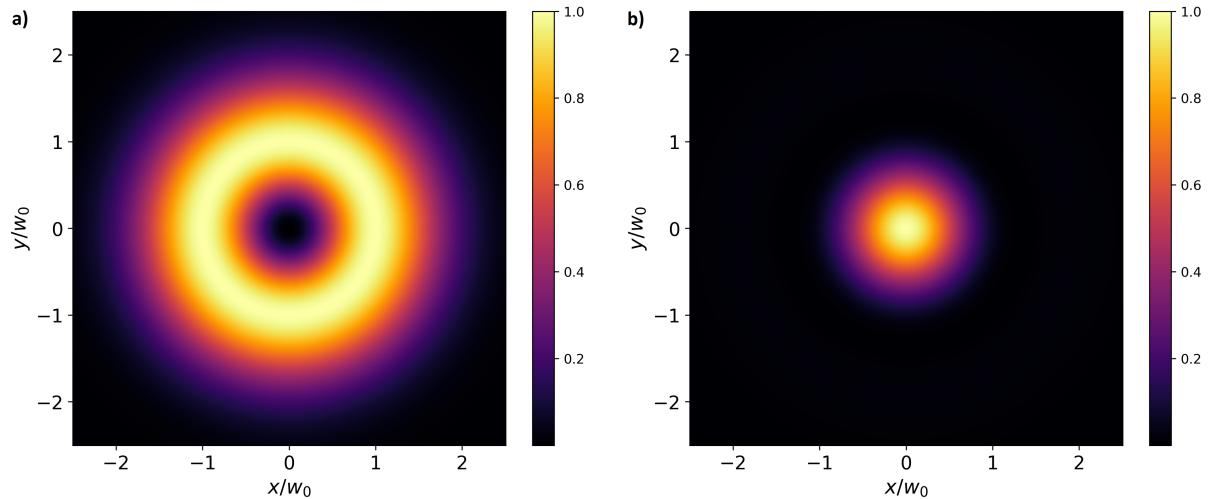


Figura 3: Intensidad del campo eléctrico transversal (a) y longitudinal (b) en el plano de la red para un haz de $\lambda = 600$ nm y $w_0 = 400$ nm.

Se puede comprobar cómo la distribución de la intensidad de la componente transversal presenta máximos en forma de anillo, teniendo un mínimo de intensidad en la zona central. En cuanto a la distribución de la intensidad de la componente longitudinal, que es la que nos importa, tiene una estructura con un máximo de intensidad en la zona central y un decaimiento al alejarse. Además, podemos ver cómo la distribución de la intensidad de la componente longitudinal es mucho más estrecha que la de la componente transversal, lo cual indica que el haz está muy focalizado.

3. Resultados

El haz de luz focalizado que hemos definido en la Ecuación 22, al incidir sobre una red periódica de nanoestructuras, va a excitar modos fuera de plano. Estos modos son modos subradiantes y, por lo tanto, rodian mucho menos que las nanoestructuras de forma aislada. Para poder analizar estos comportamientos colectivos, tenemos que comparar las respuestas ópticas de toda la red respecto a las de las nanoestructuras aisladas, para lo cual es necesario normalizarlas. La forma más sencilla de hacer esto es normalizar la sección eficaz de una nanoestructura individual al área de la celda unidad (a^2). Haciendo esto, estaremos comparando la respuesta óptica de una nanoestructura cuando se encuentra en una red en la que interacciona con el resto, con la situación en la que se encuentra en una red en la que no interacciona con el resto de nanoestructuras, que es lo que se está calculando al normalizar las secciones eficaces al área de la celda unidad.

Dicho esto, vamos a presentar los resultados que hemos obtenido computacionalmente. Estos resultados se han obtenido con un código escrito en *Julia*. Los dos puntos más importantes del código son el cálculo de integrales y el cálculo de la suma de red de la Ecuación 13. Para el primero, se ha hecho uso de la librería *Cubature* [23, 24] y, para el segundo, se ha implementado el algoritmo de Ewald [23].

Hemos decidido fijar el parámetro de red ($a = 400$ nm) y variar las características de la nanoestructura (a_0 y γ) y del haz de luz focalizado (w_0). Para una red periódica formada por nanoestructuras con $a_0 = 2 \cdot 10^5$ nm³, $\hbar\omega_r = 2$ eV y $\hbar\gamma = 0.008$ eV (igual que las figuras anteriores), los resultados de la extinción variando la anchura del haz incidente se pueden ver en la Figura 4.

Podemos ver cómo las eficiencias de extinción de la red también presentan una resonancia para cada valor de w_0 , es decir, existe un modo fuera de plano. Estos modos presentan anchuras y máximos que difieren de las nanoestructuras individuales. De modo que, en principio, mediante la implementación de una red periódica, es posible modificar la respuesta óptica del sistema al haberse suprimido las pérdidas radiativas.

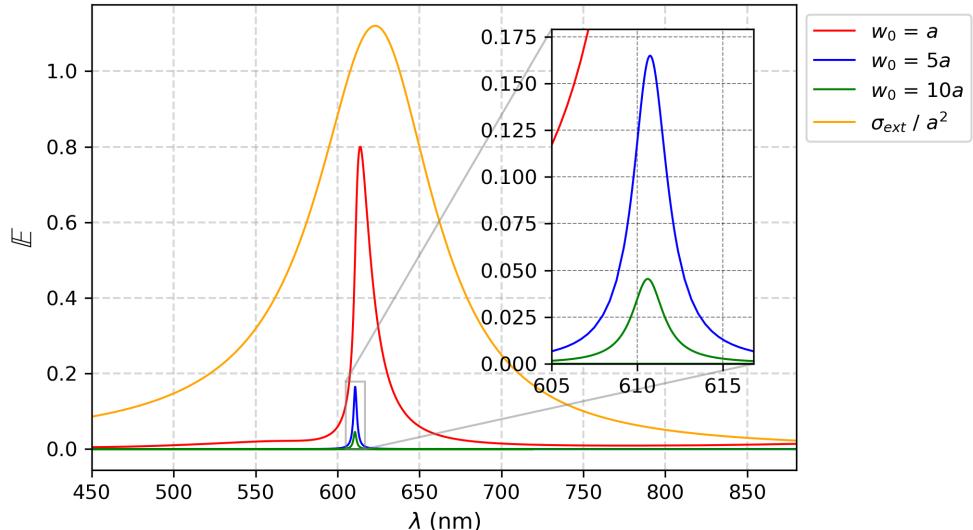


Figura 4: Extinción de una red periódica de nanoestructuras de $a_0 = 2 \cdot 10^5$ nm³, $\hbar\omega_r = 2$ eV y $\hbar\gamma = 0.008$ eV para diferentes anchuras del haz de luz focalizado.

Como las nanoestructuras que componen la red periódica tienen pérdidas por absorción finitas ($\hbar\gamma \neq 0$), la excitación de modos fuera de plano permite que exista una mayor absorción de energía por parte de la red. En la Figura 5 se muestran los resultados de la absorción de la red cuando se varía la anchura del haz focalizado.

Como puede verse, la excitación de estos modos subradiantes aumenta mucho la absorción de energía por parte de la red. Eventualmente, esta energía se transforma en calor, lo cual puede ser útil en diversas aplicaciones tecnológicas que puedan sacarle rendimiento.

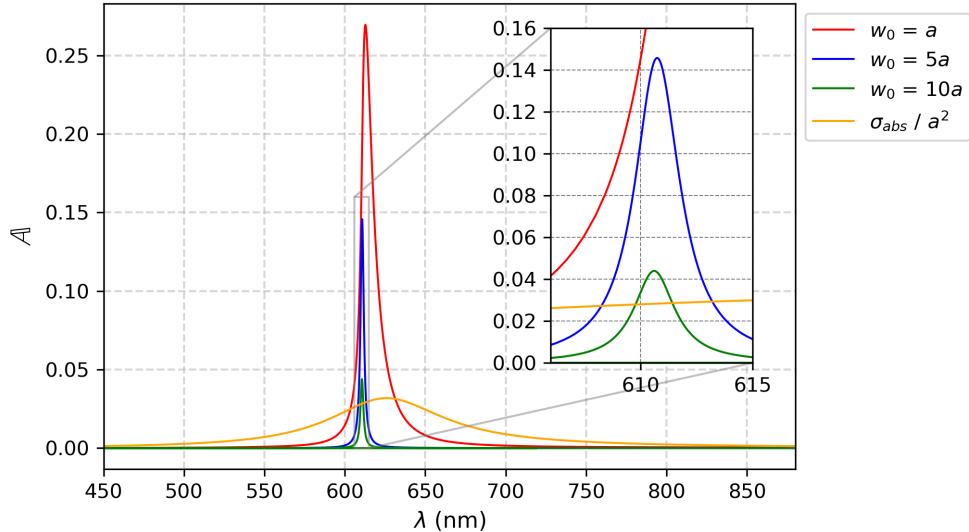


Figura 5: Absorción de una red periódica de nanoestructuras de $a_0 = 2 \cdot 10^5 \text{ nm}^3$, $\hbar\omega_r = 2 \text{ eV}$ y $\hbar\gamma = 0.008 \text{ eV}$ para diferentes anchuras del haz de luz focalizado.

El principio físico que se encuentra detrás de la excitación de los modos fuera de plano es que, debido a que las nanoestructuras oscilan fuera de plano, se logran suprimir las pérdidas radiativas y la radiación no es capaz de escapar del plano de la red. Por ello, estos modos colectivos también pueden presentarse en redes compuestas por nanoestructuras que no presentan pérdidas por absorción, en donde $\hbar\gamma = 0$.

Hecha esta visión global de los resultados que se obtienen, en este trabajo vamos a caracterizar este tipo de modos subradiantes, tanto para nanoestructuras que sí presentan pérdidas por absorción como para las que no tienen pérdidas por absorción (transparentes).

Para llevar a cabo esta caracterización se va a hacer uso de la extinción máxima, \mathbb{E}_{max} , y del factor de calidad, Q , el cual se define como

$$Q = \frac{\lambda_{\text{res}}}{\Delta\lambda}, \quad (32)$$

donde λ_{res} es la longitud de onda del máximo de la resonancia y $\Delta\lambda$ es la anchura a media altura de la resonancia. Atendiendo a esta definición, puede comprobarse que anchuras pequeñas corresponderán con valores de Q altos, y viceversa. Las anchuras de las resonancias están relacionadas con las pérdidas: a mayores pérdidas, las anchuras aumentan y Q disminuye.

Comenzamos con el caso de nanoestructuras con pérdidas por absorción, que es el caso de las figuras que se han presentado hasta el momento. Vamos a variar tanto a_0 como la anchura del haz focalizado, w_0 , pero vamos a mantener $\hbar\gamma = 0.008 \text{ eV}$ en todos los casos.

Si aumentamos este último valor, la radiación total de la red va a disminuir, pero el motivo físico será diferente a la excitación de modos fuera de plano. En el caso de aumentar $\hbar\gamma$, serían las propias nanoestructuras las que absorban mucha energía, de ahí que disminuya la radiación.

En la Figura 6 y la Figura 7 se muestran los resultados de la extinción al variar w_0 con $a_0 = 4 \cdot 10^5$ y $6 \cdot 10^5 \text{ nm}^3$, respectivamente. Como puede verse, al aumentar la anchura del haz focalizado, las resonancias presentan anchuras más pequeñas.

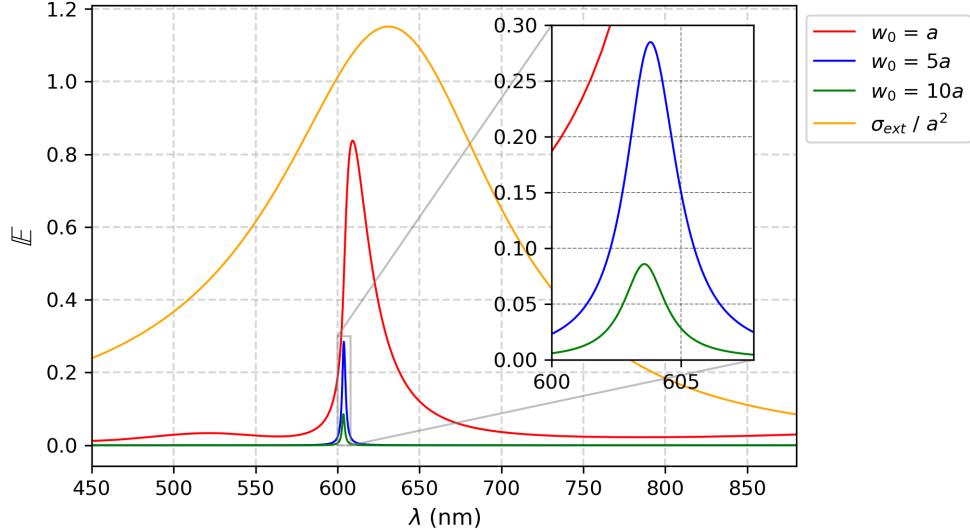


Figura 6: Extinción de una red periódica de nanoestructuras de $a_0 = 4 \cdot 10^5 \text{ nm}^3$, $\hbar\omega_r = 2 \text{ eV}$ y $\hbar\gamma = 0.008 \text{ eV}$ para diferentes anchuras del haz de luz focalizado.

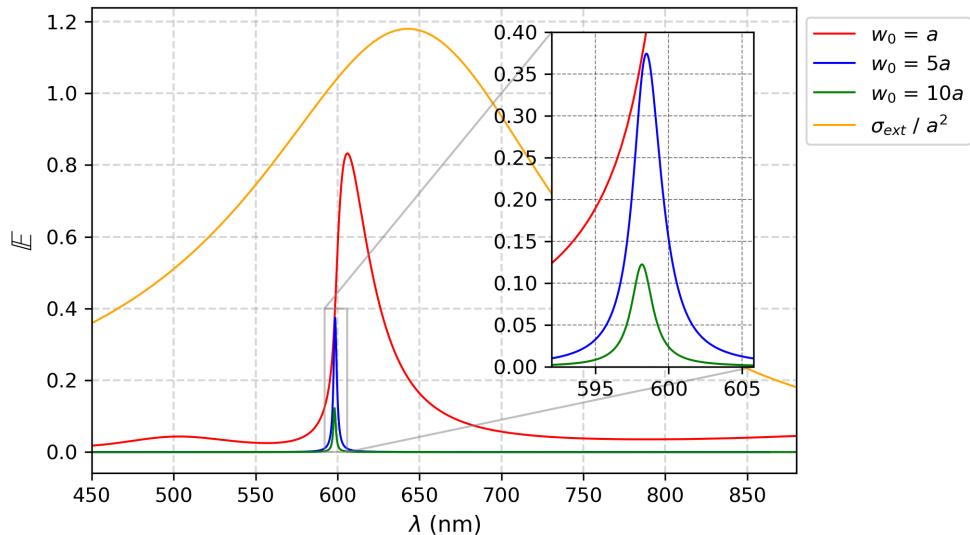


Figura 7: Extinción de una red periódica de nanoestructuras de $a_0 = 6 \cdot 10^5 \text{ nm}^3$, $\hbar\omega_r = 2 \text{ eV}$ y $\hbar\gamma = 0.008 \text{ eV}$ para diferentes anchuras del haz de luz focalizado.

Al aumentar la anchura del haz de luz incidente, el número de nanoestructuras que intervienen aumenta, lo cual repercute en una mayor supresión de las pérdidas radiativas con el consecuente aumento del factor de calidad. No obstante, no solo existen pérdidas radiativas, sino que también hay pérdidas por absorción. Esto implica que, aunque consigamos suprimir las pérdidas radiativas,

siempre van a existir pérdidas que dependen del material de las nanoestructuras a través del valor de $\hbar\gamma$. Es por ello que, en la Figura 8, al aumentar w_0 , se observa que Q aumenta, pero cada vez más lentamente. De hecho, si aumentamos mucho w_0 , Q tiende a una constante, la cual queda establecida por las pérdidas no radiativas de las nanoestructuras.

Por otro lado, para un mismo valor de w_0 , no se puede saber con certeza qué valor de a_0 va a tener un mayor factor de calidad. Esto se debe a que existen pérdidas por absorción que compiten con las pérdidas radiativas y que, en función de a_0 , pueden ser más o menos dominantes. Además, podemos ver cómo para valores de w_0 cercanos al parámetro de red, el factor de calidad es mayor cuanto menor es a_0 . Sin embargo, para valores de w_0 mucho mayores que el parámetro de red, el factor de calidad es mayor cuanto mayor es a_0 .

A partir de la Figura 9, podemos ver que al aumentar la anchura de haz incidente, la extinción máxima va disminuyendo. Esto se debe a que, aunque al aumentar w_0 excitamos más nanoestructuras, la intensidad de la componente longitudinal disminuye. Teniendo en cuenta que presentan pérdidas radiativas, esto se traduce en una interacción colectiva menor y en una disminución de la respuesta total de la red.

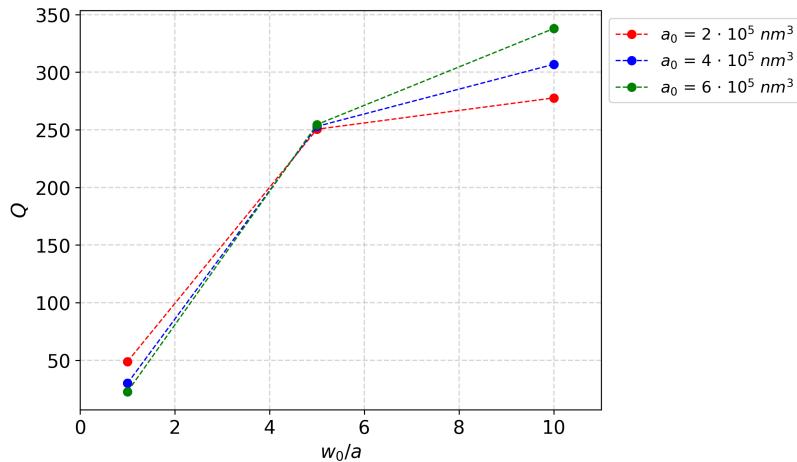


Figura 8: Factor de calidad de la extinción en función de la anchura del haz incidente para nanoestructuras con diferente valor de a_0 y con $\hbar\omega_r = 2$ eV y $\hbar\gamma = 0.008$ eV.

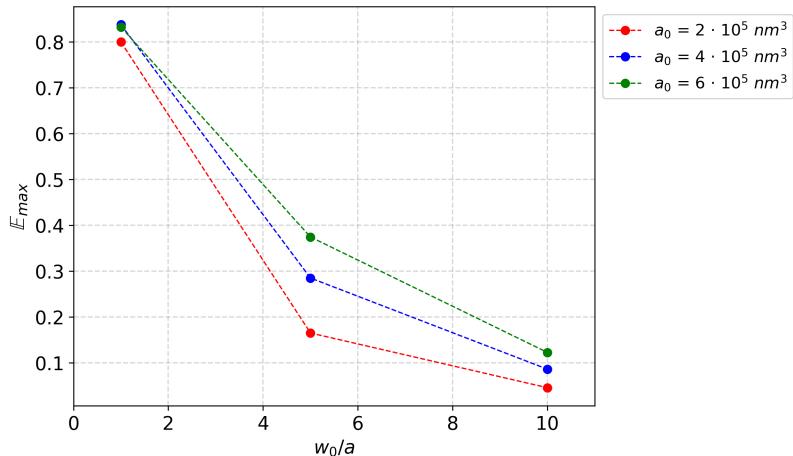


Figura 9: Extinción máxima de la red periódica en función de la anchura del haz incidente para nanoestructuras con diferente valor de a_0 y con $\hbar\omega_r = 2$ eV y $\hbar\gamma = 0.008$ eV.

Como se ha dicho, al tener nanoestructuras que absorben energía, tiene sentido estudiar cómo afecta la excitación de los modos fuera de plano en la absorción de la red. Los resultados de la absorción al variar w_0 se pueden ver en la Figura 10 y en la Figura 11. En ambos casos, podemos ver cómo la excitación de modos fuera de plano conlleva un aumento en la absorción de la red.

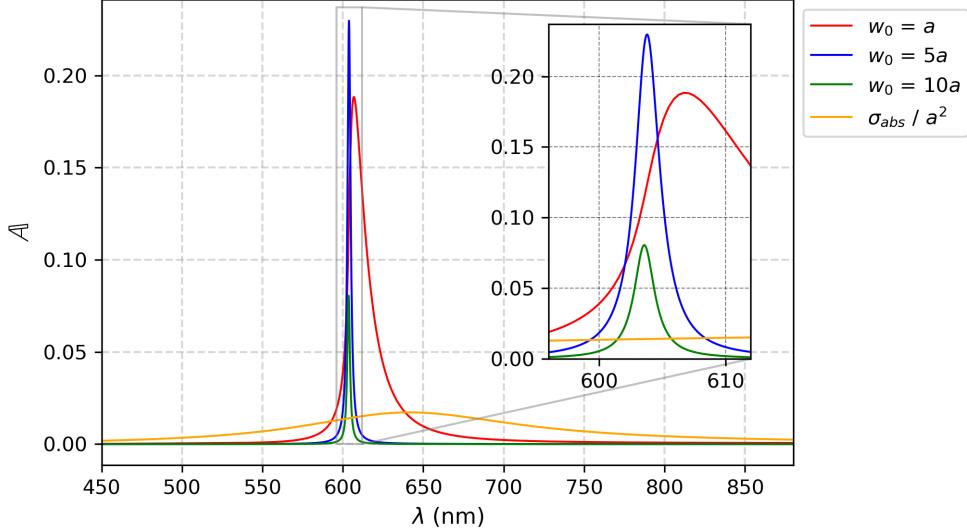


Figura 10: Absorción de una red periódica de nanoestructuras de $a_0 = 4 \cdot 10^5 \text{ nm}^3$, $\hbar\omega_r = 2 \text{ eV}$ y $\hbar\gamma = 0.008 \text{ eV}$ para diferentes anchuras del haz de luz focalizado.

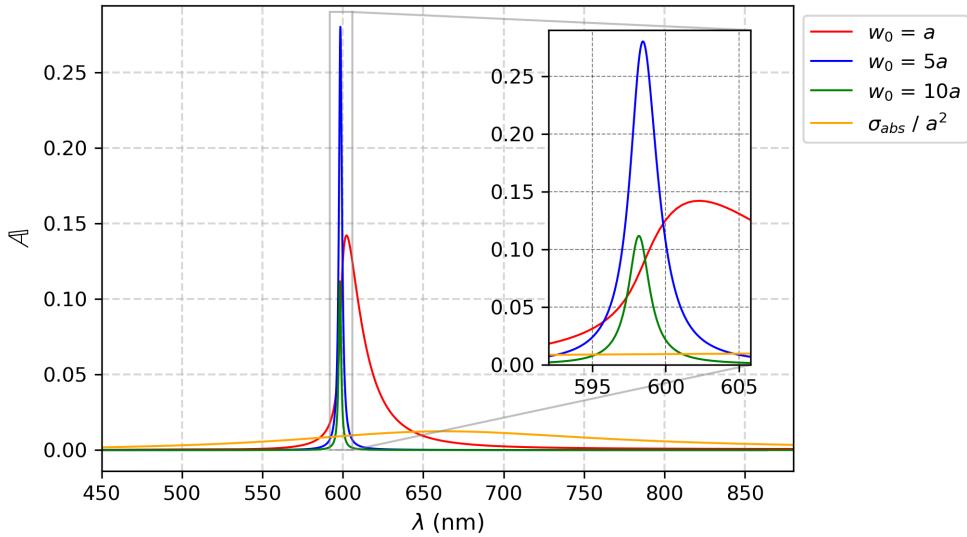


Figura 11: Absorción de una red periódica de nanoestructuras de $a_0 = 6 \cdot 10^5 \text{ nm}^3$, $\hbar\omega_r = 2 \text{ eV}$ y $\hbar\gamma = 0.008 \text{ eV}$ para diferentes anchuras del haz de luz focalizado.

Al igual que en el caso de la extinción, al aumentar la anchura del haz incidente, el factor de calidad aumenta, puesto que el modo fuera de plano se hace más colectivo. Esto se muestra en la Figura 12. No obstante, pese a que en la extinción máxima no existe una anchura óptima del haz de luz focalizado, en el caso de la absorción máxima sí que existe para valores de a_0 suficientemente altos, tal y como puede verse en la Figura 13. En el caso de $a_0 = 2 \cdot 10^5 \text{ nm}^3$ no existe una anchura óptima, pero sí que existe para $a_0 = 4 \cdot 10^5$ y $6 \cdot 10^5 \text{ nm}^3$. Al aumentar

a_0 , las pérdidas radiativas de las nanoestructuras se hacen lo suficientemente importantes como para que el máximo de absorción tenga un óptimo con w_0 . Este óptimo es consecuencia de la competición entre excitar más nanoestructuras, pero hacerlo con una menor intensidad de la componente longitudinal sobre cada una de ellas.

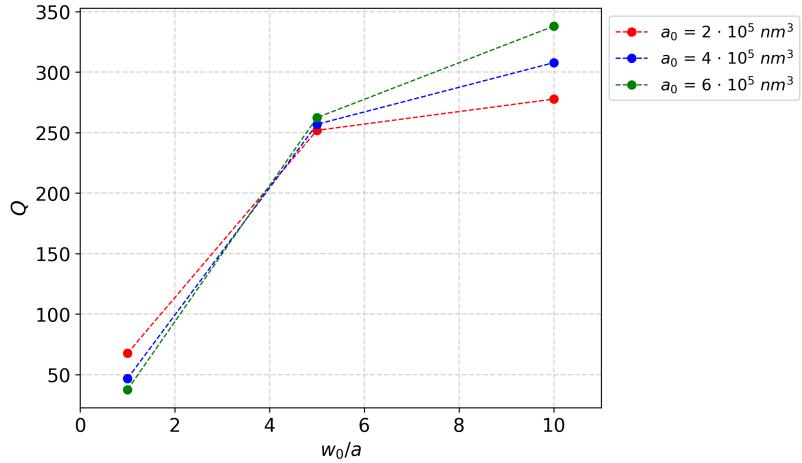


Figura 12: Factor de calidad de la absorción en función de la anchura del haz incidente para nanoestructuras con diferente valor de a_0 y con $\hbar\omega_r = 2$ eV y $\hbar\gamma = 0.008$ eV.

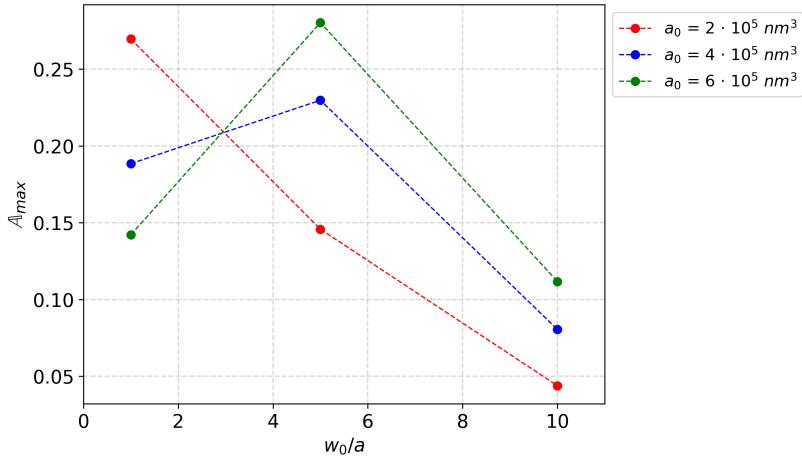


Figura 13: Absorción máxima de la red periódica en función de la anchura del haz incidente para nanoestructuras con diferente valor de a_0 y con $\hbar\omega_r = 2$ eV y $\hbar\gamma = 0.008$ eV.

Una vez estudiado el caso de las nanoestructuras con pérdidas por absorción, pasamos al estudio de las nanoestructuras transparentes ($\hbar\gamma = 0$). En este caso, no tiene sentido estudiar la absorción de la red, puesto que va a ser nula. Las nanoestructuras son incapaces de absorber energía, pero sí que son capaces de suprimir las pérdidas radiativas manteniendo la radiación dentro de la red.

En las Figuras 14, 15 y 16, se muestran los resultados de la extinción al variar w_0 para $a_0 = 2 \cdot 10^5$, $4 \cdot 10^5$ y $6 \cdot 10^5$ nm³, respectivamente.

Calculando el valor de Q para cada caso y en cada tipo de nanoestructura, se obtienen los resultados que se muestran en la Figura 17.

En los tres casos estudiados, observamos cómo al aumentar la anchura del haz de luz focalizado, el factor de calidad aumenta, es decir, la resonancia óptica de la red se hace más

estrecha. Al aumentar la anchura del haz incidente, se excitan más nanoestructuras y el fenómeno se hace más colectivo, lo cual permite suprimir más las pérdidas radiativas. Como la anchura de la resonancia se hace más estrecha al tener menos pérdidas, eso implica un aumento de Q . Debido a que en este caso solo existen pérdidas radiativas, en principio, podemos hacer el factor de calidad tan grande como queramos, simplemente aumentando w_0 . Esta ausencia de límite en el factor de calidad puede verse en la Figura 17, en el que Q cada vez crece más con w_0 .

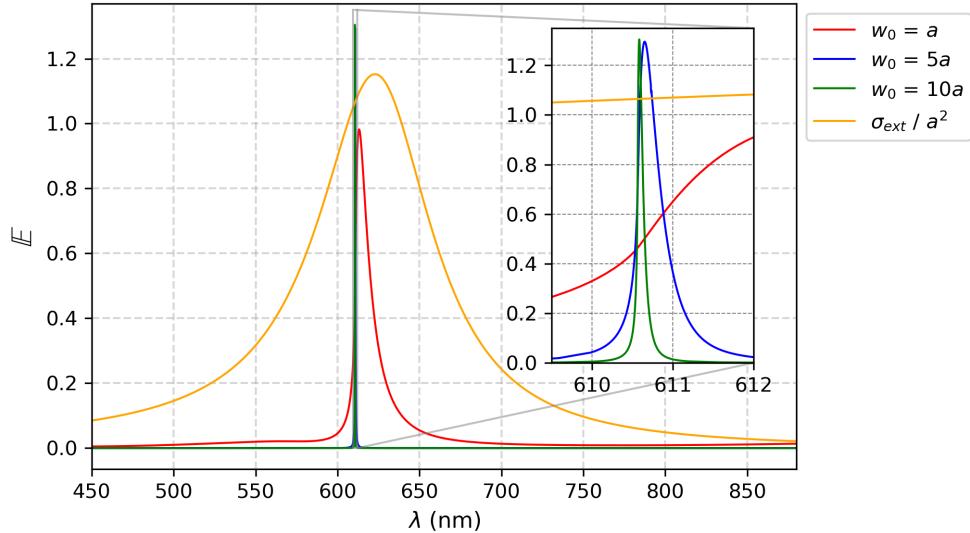


Figura 14: Extinción de una red periódica de nanoestructuras de $a_0 = 2 \cdot 10^5 \text{ nm}^3$, $\hbar\omega_r = 2 \text{ eV}$ y $\hbar\gamma = 0 \text{ eV}$ para diferentes anchuras del haz de luz focalizado.

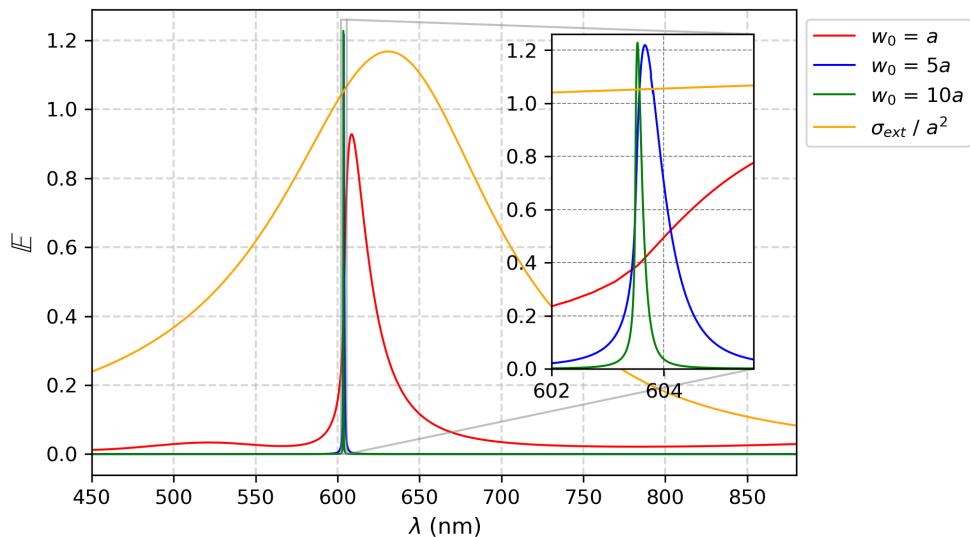


Figura 15: Extinción de una red periódica de nanoestructuras de $a_0 = 4 \cdot 10^5 \text{ nm}^3$, $\hbar\omega_r = 2 \text{ eV}$ y $\hbar\gamma = 0 \text{ eV}$ para diferentes anchuras del haz de luz focalizado.

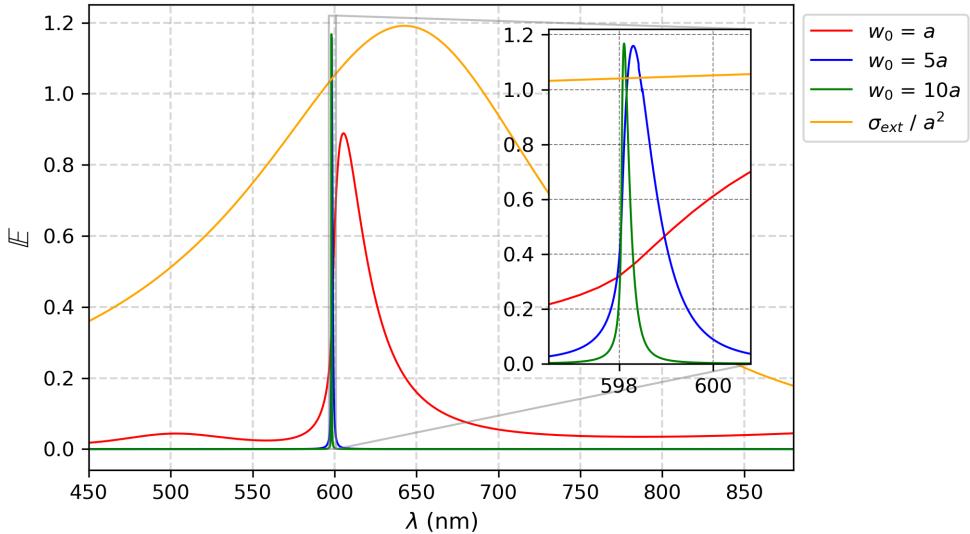


Figura 16: Extinción de una red periódica de nanoestructuras de $a_0 = 6 \cdot 10^5 \text{ nm}^3$, $\hbar\omega_r = 2 \text{ eV}$ y $\hbar\gamma = 0 \text{ eV}$ para diferentes anchuras del haz de luz focalizado.

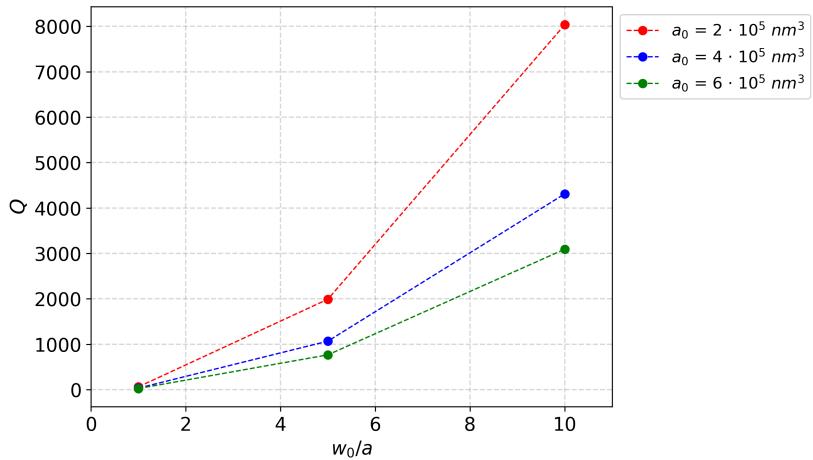


Figura 17: Factor de calidad de la extinción en función de la anchura del haz incidente para nanoestructuras con diferente valor de a_0 y con $\hbar\omega_r = 2 \text{ eV}$ y $\hbar\gamma = 0 \text{ eV}$.

Por otra parte, en la Figura 17 también vemos que para una misma anchura del haz incidente, el factor de calidad disminuye al aumentar a_0 . Si nos fijamos en la polarizabilidad definida en la Ecuación 2, al aumentar a_0 se está dando un mayor peso a las pérdidas radiativas, que en este caso son las únicas que hay. Por lo que si aumentamos a_0 , aumentan las pérdidas, la anchura de la resonancia se hace mayor y ello se traduce en un menor factor de calidad.

Además de la anchura, otro valor que caracteriza a la resonancia es la extinción máxima, cuyos resultados se muestran en la Figura 18 para los diferentes valores de a_0 y w_0 .

En la Figura 18 podemos ver cómo en los tres casos hay un comportamiento similar. En primera instancia, al aumentar la anchura del haz incidente, la extinción máxima aumenta. Este comportamiento se debe a que hacemos el fenómeno más colectivo. No obstante, la componente longitudinal se hace menos intensa, de modo que tenemos una competición entre tener más nanoestructuras que participen, pero con una participación más débil. Esto puede llevar a pensar que existe un valor de w_0 óptimo en el que la extinción es máxima. Sin embargo, se

ha observado que en este caso, la extinción máxima tiende a un valor constante, lo cual es sorprendente. Creemos que puede deberse a que existe una compensación exacta entre el aumento del número de nanoestructuras y la participación más débil de cada una de ellas en el fenómeno colectivo. Esta compensación exacta se rompe en el caso de tener nanoestructuras con pérdidas por absorción, tal y como puede comprobarse en la Figura 9, en donde la extinción máxima no tiene el mismo comportamiento.

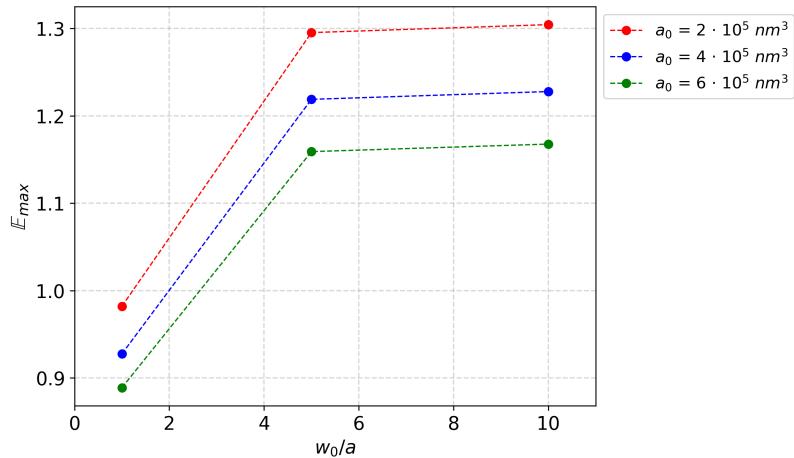


Figura 18: Extinción máxima de la red periódica en función de la anchura del haz incidente para nanoestructuras con diferente valor de a_0 y con $\hbar\omega_r = 2 \text{ eV}$ y $\hbar\gamma = 0 \text{ eV}$.

4. Conclusiones

A lo largo de este trabajo hemos explorado una forma original de excitar un tipo de modos subradiantes conocidos como modos fuera de plano. En concreto, hemos hecho uso de un haz de luz focalizado que tiene una componente longitudinal significativa y que permite excitar las nanoestructuras en el eje perpendicular al plano de la red.

Hemos caracterizado las resonancias ópticas de la red en el caso de tener nanoestructuras que presenten pérdidas por absorción y en el caso en el que sean transparentes.

En todos los casos, hemos visto que la excitación de modos fuera de plano lleva asociado un aumento en el factor de calidad de las resonancias, lo cual es una consecuencia de la naturaleza colectiva de estos modos y de la supresión de las pérdidas radiativas. Hemos estudiado cómo depende el factor de calidad con la anchura del haz focalizado incidente para diferentes nanoestructuras. En el caso de nanoestructuras transparentes, el factor de calidad no deja de crecer con la anchura del haz debido a que cada vez se suprime más pérdidas radiativas. En el caso de nanoestructuras con pérdidas por absorción, estas pérdidas determinan el valor constante al que tiende el factor de calidad.

Hemos estudiado la extinción máxima de todos los casos. En el caso de las nanoestructuras con pérdidas por absorción también hemos caracterizado la absorción máxima. Hemos visto cómo en el caso de las nanoestructuras con pérdidas por absorción, la extinción máxima decrece al aumentar la anchura del haz incidente, pero en el caso de la absorción máxima se tiene una anchura óptima. En cuanto a las nanoestructuras transparentes, hemos visto cómo la extinción máxima tiende a un valor constante al aumentar la anchura del haz. Esto indica que existe una compensación exacta entre el aumento del número de nanoestructuras que intervienen en el fenómeno colectivo y la participación más débil de cada una de ellas. Esta participación más débil se debe a que la intensidad de la componente longitudinal del campo EM decrece al aumentar la anchura del haz.

En definitiva, este trabajo ha servido para llevar a cabo una descripción de un tipo de modos subradiantes que puede tener muchas aplicaciones tecnológicas. Es evidente que la nanofotónica está muy presente y todo indica a que va a seguir estandolando en el futuro.

Referencias

- [1] Novotny, L. and Hecht, B. (2006) *Principles of Nano-Optics*, Cambridge University Press, New York.
- [2] Olson, J., Manjavacas, A., Liu, L., Chang, W.-S., Foerster, B., King, N. S., Knight, M. W., Nordlander, P., Halas, N. J., and Link, S. (2014) Vivid, full-color aluminum plasmonic pixels. *Proc. Natl. Acad. Sci.*, **111**, 14348–14353.
- [3] Kristensen, A., Yang, J. K. W., Bozhevolnyi, S. I., Link, S., Nordlander, P., Halas, N. J., and Mortensen, N. A. (Nov, 2017) Plasmonic colour generation. *Nat. Rev. Mater.*, **2**, 16088.
- [4] Esposito, M., Todisco, F., Bakhti, S., Passaseo, A., Tarantini, I., Cuscunà, M., Destouches, N., and Tasco, V. (2019) Symmetry breaking in oligomer surface plasmon lattice resonances. *Nano Lett.*, **19**(3), 1922–1930.
- [5] Catchpole, K. R. and Polman, A. (2008) Plasmonic solar cells. *Opt. Express*, **16**, 21793–21800.
- [6] Atwater, H. A. and Polman, A. (2010) Plasmonics for improved photovoltaic devices. *Nat. Mater.*, **9**, 205–213.
- [7] Clavero, C. (2014) Plasmon-Induced Hot-Electron Generation at Nanoparticle/Metal-Oxide Interfaces for Photovoltaic and Photocatalytic Devices. *Nat. Photon.*, **8**, 95–103.
- [8] Kort-Kamp, W. J. M., Azad, A. K., and Dalvit, D. A. R. (2021) Space-Time Quantum Metasurfaces. *Phys. Rev. Lett.*, **127**, 043603.
- [9] Cuartero-González, A., Sanders, S., Zundel, L., Fernández-Domínguez, A. I., and Manjavacas, A. (2020) Super- and subradiant lattice resonances in bipartite nanoparticle arrays. *ACS Nano*, **14**(9), 11876.
- [10] Adato, R., Yanik, A. A., Amsden, J. J., Kaplan, D. L., Omenetto, F. G., Hong, M. K., Erramilli, S., and Altug, H. (2009) Ultra-sensitive vibrational spectroscopy of protein monolayers with plasmonic nanoantenna arrays. *Proc. Natl. Acad. Sci.*, **106**(46), 19227–19232.
- [11] Thackray, B. D., Kravets, V. G., Schedin, F., Auton, G., Thomas, P. A., and Grigorenko, A. N. (2014) Narrow collective plasmon resonances in nanostructure arrays observed at normal light incidence for simplified sensing in asymmetric air and water environments. *ACS Photonics*, **1**(11), 1116–1126.
- [12] Danilov, A., Tselikov, G., Wu, F., Kravets, V. G., Ozerov, I., Bedu, F., Grigorenko, A. N., and Kabashin, A. V. (2018) Ultra-narrow surface lattice resonances in plasmonic metamaterial arrays for biosensing applications. *Biosens. Bioelectron.*, **104**, 102 – 112.
- [13] Zhou, W., Dridi, M., Suh, J. Y., Kim, C. H., Co, D. T., Wasielewski, M. R., Schatz, G. C., and Odom, T. W. (2013) Lasing action in strongly coupled plasmonic nanocavity arrays. *Nat. Nanotechnol.*, **8**, 506–511.
- [14] O’Neal, D. P., Hirsch, L. R., Halas, N. J., Payne, J. D., and West, J. L. (2004) Photo-Thermal Tumor Ablation in Mice Using Near Infrared-Absorbing Nanoparticles. *Cancer Lett.*, **209**, 171–176.
- [15] Jackson, J. D. (1975) *Classical Electrodynamics*, Wiley, New York.

- [16] Gorshkov, A. V., André, A., Fleischhauer, M., Sørensen, A. S., and Lukin, M. D. (2007) Universal approach to optimal photon storage in atomic media. *Phys. Rev. Lett.*, **98**, 123601.
- [17] Baur, S., Sanders, S., and Manjavacas, A. (2018) Hybridization of lattice resonances. *ACS Nano*, **12**, 1618–1629.
- [18] Zhao, L., Kelly, K. L., and Schatz, G. C. (2003) The extinction spectra of silver nanoparticle arrays: influence of array structure on plasmon resonance wavelength and width. *J. Phys. Chem. B*, **107**(30), 7343–7350.
- [19] Teperik, T. V. and Degiron, A. (2012) Design strategies to tailor the narrow plasmon-photonic resonances in arrays of metallic nanoparticles. *Phys. Rev. B*, **86**, 245425.
- [20] Sobhani, A., Manjavacas, A., Cao, Y., McClain, M. J., García de Abajo, F. J., Nordlander, P., and Halas, N. J. (2015) Pronounced Linewidth Narrowing of an Aluminum Nanoparticle Plasmon Resonance by Interaction with an Aluminum Metallic Film. *Nano Lett.*, **15**(10), 6946–6951.
- [21] Zundel, L., Deop-Ruano, J. R., Martínez-Herrero, R., and Manjavacas, A. (2022) Lattice resonances excited by finite-width light beams. *ACS Omega*, **7**(35), 31431–31441.
- [22] Zundel, L., Malone, K., Cerdán, L., Martínez-Herrero, R., and Manjavacas, A. (2023) Lattice resonances for thermoplasmonics. *ACS Photonics*, **10**(1), 274–282.
- [23] Zundel, L., Cuartero-González, A., Sanders, S., Fernández-Domínguez, A. I., and Manjavacas, A. (2022) Green tensor analysis of lattice resonances in periodic arrays of nanoparticles. *ACS Photonics*, **9**(2), 540–550.
- [24] HCubature Module by Steven G. Johnson. <https://github.com/JuliaMath/HCubature.jl> (accessed 2020-12-07).