

ANALES DE LA FACULTAD DE CIENCIAS

DE ZARAGOZA

AÑO I

DICIEMBRE DE 1907

NÚM. 4

MISCELÁNEA

La síntesis y el esquematismo matemático

El inmenso desarrollo de la ciencia matemática durante el siglo XIX, ha creado un conflicto á los que de ella desean formarse un cabal concepto ó siquiera seguir su evolución.

De la inmensa riqueza que ha atesorado en todas sus ramas, dió testimonio el trabajo de la Comisión del índice de Bibliografía matemática, al clasificar los miles de Memorias y obras originales publicadas en dicho período de tiempo, que exceden con mucho á la totalidad de las obras escritas desde los orígenes más remotos de la ciencia.

Y este fenómeno es muy natural. Las ideas se enlazan y compenetran, dando lugar á otras nuevas. Los primeros hilos sutiles del razonamiento se convierten en inmensos conglomerados ó macizos, cuya organización no vé la inteligencia por exceso de densidad que da la apariéncia del continuo, de lo homogéneo, cuyas partes son indiscernibles, sin esa variedad que permite orientar en las direcciones naturales del razonamiento.

Aparte de los descubrimientos individuales de cada talento, los desarrollos hechos de los mismos por numerosos colaboradores, ya en tesis, disertaciones ó programas académicos, ya en revistas varias, han producido un tejido tan espeso que no permite descubrir la trama é impide hallar su contextura.

Los matemáticos se han percatado de estos inconvenientes, que trae consigo un desarrollo considerable de doctrina y lleva al peligro de extraviarse en caminos secundarios, sin ventaja para el resultado general, para lo realmente útil y eficaz, para lo esencial y verdaderamente fecundo en nuevas y distintas consecuencias.

La Enciclopedia alemana de las ciencias matemáticas, es el trabajo más considerable realizado en este sentido, que particularmente emprendieron antes algunos matemáticos, en varias direcciones, tales como las tablas de integrales definidas de Bie-

rens de Haans, las de Hirsch, la *Synopsis mathematica* del P. Haagens, el *Sammlung von formeln*, del Dr. W. Laska, el Repertorio del profesor Pascal, y otros que pudieran citarse.

Estos trabajos son para los matemáticos, en general, como los buscadores para los astrónomos, que facilitan el dirigirse á determinadas regiones del espacio.

La Enciclopedia alemana ha adoptado, con excelente criterio, el doble carácter doctrinal y bibliográfico, mediante el cual se compenetrán el orden lógico y la génesis de las ideas en el orden histórico. Su fin es llevar á la orientación de que tratamos en esta miscelánea.

Otras tendencias podríamos citar, conducentes á simplificar los procedimientos de la exposición científica, realizada según distintas acepciones, incluidas en el esquematismo que ha comprendido, ya la materialidad de símbolos supletorios del razonamiento verbal, como se vé en el Álgebra de la lógica, ya el simbolismo del imaginarismo, ya otras varias representaciones, que constituyen el extenso campo de las múltiples y siempre crecientes correspondencias matemáticas, y que, dentro de éstas, unifican el modo de tratar agrupaciones distintas de objetos ó de relaciones, tales como los diversos sistemas de coordenadas y de transformaciones.

Los innumerables símbolos empleados en el lenguaje matemático, tan abundante y variado como la lengua más rica, tienen la propiedad de adaptarse á varias interpretaciones, según las cuales pueden constituir algoritmos muy diferentes y problemas ó cuestiones distintas por su naturaleza y por su finalidad.

Todas estas dificultades, capaces de abrumar la inteligencia más poderosa, ya en parte vencidas por la unidad, que hace surgir de la variedad las correspondencias arriba citadas, exigen todavía un esfuerzo superior de síntesis, entre los que presenta un ejemplo el trabajo de la Enciclopedia alemana. Esta síntesis la vemos formarse lentamente en obras recientes que expresan los progresos pedagógicos, en contraposición al acrecentamiento indefinido de la ciencia.

La idea culminante es la sintetización de los conceptos, la fusión de muchos en otros más generales, la disminución de los incisos, en beneficio de lo fundamental.

Hoy en la enseñanza, no es posible el diluir cada problema en todas las particularidades que puede ofrecer. Se impone el abreviar, el señalar las líneas ó direcciones generales, dentro de las que cada uno puede concentrar sus esfuerzos para una especialidad. El especialista, en cada rama del saber, completa el trabajo

de la síntesis. Aquél prosigue un fin práctico, ésta es eminentemente teórica.

Antes de fijarse en una especialidad, conviene conocer la ciencia en sus líneas generales, como un todo orgánico; este conocimiento sintético exige la reducción de la multiplicidad á un limitado número de conceptos, en los que lo esencial predomine sobre lo accidental, los géneros sobre los individuos.

En los actuales libros dedicados á la enseñanza, puede verse realizado este procedimiento. Entre los muchos libros que se han publicado, citaremos el elegante *Leitfaden der Ebenen Geometrie* del Dr. Hubert Muller (1875) que, en poquísimas páginas, inicia al alumno en los teoremas fundamentales acerca del cuadrilátero completo, de las figuras proyectivas y propiedades de las secciones cónicas. El Dr. Max Simon, profesor á la vez de la Universidad y del Gimnasio de Estrasburgo, ha publicado también varias obras en las que se observó esta elementalización de teorías que se hallaron, hace medio siglo, en el orden de las superiores, y que hoy han pasado al orden de las elementales, por esa simplificación de las ideas que se adquiere con el transcurso del tiempo.

¡Qué elegancia podemos admirar en la obra reciente de los profesores H. Müller, del Gimnasio de Charlottenburg, y A. Witting, de la Keuzschule en Dresde! En 300 páginas se exponen multitud de cuestiones culminantes sobre Aritmética, Álgebra y Geometría, comprendiendo algunas cuestiones de orden superior, tratadas con sencillez suma.

A esta categoría de obras pertenecen los elementalísimos tratados de cálculo diferencial é integral de los profesores Junker, Tesar, Schröder y H. Müller. Pero sin citar otras varias interesantes obras, que realizan el ideal de la actual enseñanza, consistente en llevar al dominio elemental lo ya depurado y simplificado del antiguo dominio superior, bastará citar la colección alemana de Göschen y la italiana de Hoepli, que cumplen este objeto.

Este procedimiento, que consiste en simplificar, sacrificando lo incidental á lo general, se puede completar por la esquematización. Ya en mi Tratado de Aritmética (1884), presenté al lado de cada demostración ordinaria, una demostración esquemática, con objeto de acostumar la inteligencia á seguir el hilo del razonamiento, en sus términos generales; y por entonces, ya los géometras ingleses habían adoptado otro esquematismo, consistente en emplear la representación gráfica ó los signos de las relaciones de perpendicularidad, paralelismo, etc., y símbolos de las relaciones lógicas, en vez del lenguaje ordinario; pudiéndose encontrar el origen de esta tendencia al simbolismo, en los cálcu-

los de Gregory, de Boole y de Grassmann, tendencia que llevó al esquematismo realizado por los geómetras italianos, en el *Formulario de las ciencias matemáticas*, publicado en Turín, por el profesor Sr. Peano.

El uso del esquema, sin embargo, no debe exagerarse, cuando su objeto es facilitar la asimilación de conocimientos á la inteligencia, pues incurriríamos en el defecto contrario, que lleva á la individualización, opuesta á la generalidad científica. Los esquemas deben tener algo de gráfico ó representativo. Así, por ejemplo, realizaría un progreso considerable en la Geometría, quien condensara en un sistema de esquemas lo realizado, en la teoría de las curvas superiores, desde Newton hasta Cayley, con auxilio de un sistema de figuras y de las fórmulas correspondientes, cuya génesis se presentara gradualmente. Esto constituiría un *vade mecum* muy interesante; y de ello trataremos en otra ocasión. El detalle de los razonamientos quedaría reservado á la actividad individual, que no debe desaparecer ante una exposición completa y excesivamente detallada de cada asunto.

Aparte del esquematismo que emplea el Álgebra de las formas, otro esquematismo muy digno de citarse y que ha influido poderosamente en los recientes progresos del Análisis nos ofrece el creado por Riemann con su célebre superficie, en la que se facilita el estudio de todo género de funciones, y que además, penetrando en la teoría de los grupos, ha dado origen á los notables descubrimientos de Fuchs y de los matemáticos de la actualidad, que por especiales transformaciones han conducido á otro esquematismo, no del orden lógico ó deductivo, á que anteriormente nos hemos referido, sino á un esquematismo de orden objetivo por medio de imágenes, empleado especialmente por Schlegel, Stringham, Poincaré y Klein, en los estudios de las geometrías no-euclídeas y de los hiper-espacios.

Con lo expuesto creemos haber señalado un carácter predominante de la Matemática contemporánea: el esquematismo en la enseñanza y en la exposición general de la ciencia, como contrapeso al prodigioso desarrollo doctrinal, imposible de asimilarse á las inteligencias, sin que la forma concisa en la exposición supla al exceso de materia, sometiéndola á sus expresiones sintéticas.

Con estos recursos se ha conseguido la elementalización de muchas doctrinas, primitivamente consideradas, como de orden superior; que necesariamente han dejado un lugar á otras nuevas, que á su vez lo cederán á otras, en este ritmo de ascenso y descenso de las teorías, en la evolución natural de la ciencia.

ZOEL G. DE GALDEANO.

Sobre los caracteres de divisibilidad.

1. Se pueden enunciar reglas sencillísimas para el criterio de divisibilidad por 2 en cualquier sistema de numeración. Hay que distinguir dos casos, según que la base B sea par ó impar.

a) En el primer caso, el número 2 es un divisor de B , y por tanto según la teoría general de la divisibilidad, un número cualquiera será congruente (mód. 2) con la cifra de sus unidades simples; luego

Un número cualquiera será par ó impar, según que, expresado en cualquier sistema de base par, su primera cifra de la derecha sea par ó impar.

Para que un número sea divisible por 2, es necesario y suficiente que, expresado en cualquier sistema de base par, tenga par su primera cifra de la derecha.

Así, en el sistema de base ocho, los números pares terminan en alguna de las cifras 0, 2, 4, 6; y los impares en 1, 3, 5, 7.

b) En el segundo caso, siendo B impar, el número 2 es un divisor de $B - 1$ y también de $B + 1$; luego, según la teoría general de la divisibilidad, un número cualquiera será congruente (mód. 2) con la suma de los valores absolutos de sus cifras, y también con la suma alternada de los valores absolutos de sus cifras. Resultan de ahí, las siguientes reglas:

Un número cualquiera será par ó impar, según que, expresado en cualquier sistema de base impar, sea par ó impar la suma de los valores absolutos de sus cifras.

Un número cualquiera será par ó impar, según que, expresado en cualquier sistema de base impar, sea par ó impar la suma alternada de los valores absolutos de sus cifras.

La primera de estas dos reglas es de más sencilla aplicación práctica; pero muchísimo más lo es otra que de ella se deduce por la consideración de que en la paridad de una suma, para nada influyen los sumandos pares, y únicamente el número de sumandos impares; pues la suma será par ó impar, según que este número de sumandos impares sea par ó impar. Luego, finalmente:

Un número cualquiera será par ó impar, según que, expresado en cualquier sistema de base impar, tenga un número par ó impar de cifras impares.

Para que un número sea divisible por 2, es necesario y sufi-

ciente que, expresado en cualquier sistema de base impar, tenga un número par de cifras impares.

Así, el número 47865231, del sistema de base *nueve*, es un número par, porque tiene cuatro cifras impares.

2. Consideremos ahora el módulo 3. Para fijar las ideas, diremos que un número es *triplo*, *supertriplo* ó *subtriplo* según que sea congruente con 0, con 1, ó con $2 \equiv -1$ (mód. 3); y asimismo distinguiremos las cifras de cualquier sistema de numeración en *triplas*, *supertriplas* ó *subtriplas*. Así, en el sistema decimal hay cuatro cifras triplas: 0, 3, 6, 9; tres cifras supertriplas: 1, 4, 7; y tres cifras subtriplas: 2, 5, 8.

Ahora, distinguiremos tres casos, según que la base B del sistema de numeración sea un número triplo, supertriplo ó subtriplo.

a) En el primer caso, siendo 3 un divisor de B cualquier número será congruente (mód. 3) con la cifra de sus unidades simples, luego:

Un número cualquiera será triplo, supertriplo ó subtriplo, según que, expresado en cualquier sistema cuya base sea divisible por 3, tenga su primera cifra de la derecha tripla, supertripla ó subtripla.

Para que un número sea divisible por 3, es necesario y suficiente, que expresado en cualquier sistema de numeración de base tripla, tenga también tripla su primera cifra de la derecha.

Así, en el sistema de base *nueve*, los números triplos terminan en 0, 3, 6; los supertriplos en 1, 4, 7; y los subtriplos en 2, 5, 8.

b) En el segundo caso, siendo $B \equiv 1$ (mód. 3), como sucede en el sistema decimal, el número 3 es un divisor de $B - 1$; luego todo número es congruente (mód. 3) con la suma de los valores absolutos de sus cifras; y por tanto

Un número cualquiera será triplo, supertriplo ó subtriplo, según que, expresado en cualquier sistema de base supertripla, la suma de los valores absolutos de sus cifras sea tripla, supertripla ó subtripla.

Para que un número sea divisible por 3, es necesario y suficiente que, expresado en cualquier sistema de base supertripla, la suma de los valores absolutos de sus cifras sea divisible por 3.

También estas reglas admiten notable simplificación, muy importante por su aplicación al sistema decimal; pues, si en una suma substituimos los sumandos por sus restos mínimos (mód. 3), habrá tantos términos iguales á 0, á 1, ó á -1 en la nueva suma, como sumandos hubiere triplos, supertriplos ó subtriplos en aquella; de manera que una suma cualquiera es congruente (mód. 3) con la diferencia entre el número de sumandos supertriplos y el

número de sumandos subtriplos. Por lo tanto, los precedentes enunciados pueden transformarse así:

Un número cualquiera será triplo, supertriplo ó subtriplo, según que expresado en cualquier sistema de base supertripla, la diferencia entre el número de cifras supertriplas y el número de cifras subtriplas sea tripla, supertripla ó subtripla.

Para que un número sea divisible por 3, es necesario y suficiente que, expresado en cualquier sistema de base supertripla, la diferencia entre el número de cifras supertriplas y el de las subtriplas sea divisible por 3.

Así, en el sistema decimal, el número 23367556, que tiene una cifra supertripla (7) y tres cifras subtriplas (2, 5, 5), es congruente (mód. 3) con $1 - 3 \equiv 1$, y es por lo tanto un número supertriplo.

(c) Finalmente, en el tercer caso, siendo $B \equiv -1$ (mód. 3), el número 3 es un divisor de $B + 1$, y también de $B^2 - 1$; luego todo número es congruente (mód. 3), con la suma alternada de los valores absolutos de sus cifras tomadas de derecha á izquierda, y también con la suma de los valores absolutos de las secciones de dos cifras en que puede descomponerse de derecha á izquierda. Luego:

Un número cualquiera será triplo, supertriplo ó subtriplo, según que, expresado en cualquier sistema de base subtripla, la suma alternada de los valores absolutos de sus cifras, ó la suma de los valores absolutos de sus secciones de dos cifras (contando siempre de derecha á izquierda) sea tripla, supertripla ó subtripla.

Para que un número sea divisible por 3, es necesario y suficiente que, expresado en cualquier sistema de base subtripla, la suma alternada de los valores absolutos de sus cifras sea divisible por 3, ó que lo sea la suma de los valores absolutos de sus secciones de dos cifras, contando siempre de derecha á izquierda.

Si en la suma alternada á que estas reglas se refieren, substituímos los sumandos por sus restos mínimos, los restos $+1$ ó -1 , que substituyen respectivamente á las cifras supertriplas ó subtriplas, conservarán ó cambiarán su signo, según que substituyan á una cifra de lugar impar ó de lugar par, contando siempre de derecha á izquierda. La nueva regla que de aquí se deduce, resulta ya en la práctica algo complicada, mas fácil es ver que se enunciará así:

Un número cualquiera será triplo, supertriplo ó subtriplo, según que, expresado en cualquier sistema de base subtripla, el número de cifras supertriplas que ocupan lugar impar y de cifras subtriplas que ocupan lugar par, exceda en un número

triplo, supertriplo ó subtriplo, al número de cifras supertriplas que ocupan lugar par y de cifras subtriplas que ocupan lugar impar.

3. Si queremos extender este procedimiento al módulo 4, deberemos distinguir cuatro clases de números que llamaremos *cuádruplos ó doblemente pares, supercuádruplos, simplemente pares y subcuádruplos*, según que sean congruentes con 0, 1, 2 y $3 \equiv -1$ (mód. 4); é iguales denominaciones daremos á las cifras. Así, en el sistema decimal, cuya base es simplemente par, existen tres cifras cuádruplas: 0, 4, 8; tres supercuádruplas: 1, 5, 9; dos simplemente pares: 2, 6; y dos subcuádruplas: 3, 7.

Ahora deberemos distinguir cuatro casos, según que la base B del sistema de numeración sea un número cuádruplo, supercuádruplo, simplemente par ó subcuádruplo. Y sin necesidad de detallar tanto los razonamientos, son fáciles de ver los siguientes resultados:

a) En el primer caso: Todo número es congruente (mód. 4) con la cifra de sus unidades simples, si la base del sistema de numeración es un número cuádruplo.

Para que un número sea divisible por 4, es necesario y suficiente que, expresado en cualquier sistema de base cuádrupla, tenga también cuádrupla su primera cifra de la derecha.

Así, en el sistema de base ocho, los números cuádruplos terminan en 0, 4; los supercuádruplos en 1, 5; los simplemente pares en 2, 6; y los subcuádruplos en 3, 7.

b) En el segundo caso: Todo número es congruente (mód. 4) con la suma de los valores absolutos de sus cifras, si la base del sistema de numeración es un número supercuádruplo.

Substituyendo los sumandos por sus restos mínimos, á saber, 0 para las cifras cuádruplas, 1 para las supercuádruplas, -1 para las subcuádruplas, y 2 para las simplemente pares, se tendrá esta regla:

Todo número es congruente (mód. 4) con la diferencia entre el número de cifras supercuádruplas y el número de cifras subcuádruplas, ó con esta diferencia aumentada en dos unidades, según que el número de cifras simplemente pares sea par ó impar.

Y también, en particular:

Para que un número sea divisible por 4, es necesario y suficiente que, expresado en cualquier sistema de base supercuádrupla, la diferencia entre el número de sus cifras supercuádruplas y el de sus cifras subcuádruplas sea cuádrupla ó simplemente par, según que el número de sus cifras simplemente pares sea par ó impar.

c) En el tercer caso, al que corresponde el sistema de numeración decimal: *Todo número es congruente (mód. 4) con el formado por sus dos cifras de la derecha, y también con la suma de sus unidades simples y el doble de la cifra que está inmediatamente á su derecha, si la base del sistema de numeración es un número simplemente par.*

Y también, en particular:

Para que un número sea divisible por 4, es necesario y suficiente que, expresado en cualquier sistema de base simplemente par, tenga par su primera cifra de la derecha, y par ó impar la segunda según que aquella sea cuádrupla ó simplemente par.

d) En el cuarto y último caso: *Todo número es congruente (mód. 4) con la suma alternada de los valores absolutos de sus cifras, y también con la suma de los valores absolutos de sus secciones de dos cifras, contando siempre de derecha á izquierda, si la base del sistema de numeración es un número subcuádruplo.*

Substituyendo siempre los sumandos de aquella suma alternada por sus restos mínimos (mód. 4), se tendrá estotra regla:

Todo número es congruente (mód. 4) con la diferencia entre el número de cifras supercuádruplas que ocupan lugar impar y cifras subcuádruplas que ocupan lugar par, y el número de cifras supercuádruplas que ocupan lugar par y cifras subcuádruplas que ocupan lugar impar, ó con esta diferencia aumentada en dos unidades, según que el número de cifras simplemente pares sea par ó impar.

Y también, en particular:

Para que un número sea divisible por 4, es necesario y suficiente que, expresado en cualquier sistema de base subcuádrupla, la diferencia entre el número de cifras supercuádruplas que ocupan lugar impar y cifras subcuádruplas que ocupan lugar par, y el número de cifras supercuádruplas que ocupan lugar par y cifras subcuádruplas que ocupan lugar impar, sea cuádrupla ó simplemente par, según que el número de sus cifras simplemente pares sea par ó impar.

J. RIUS Y CASAS.



Nota acerca de las normales á las curvas de 2.^o orden

1. El estudio de las normales á las curvas, ha dado lugar á multitud de proposiciones matemáticas, muy curiosas y bien conocidas por los que cultivan la Geometría analítica. El geómetra alemán de mediados del pasado siglo, *F. Joachimsthal*, muy especialmente, secundado en sus trabajos por otros varios matemáticos, ha tratado analíticamente las propiedades de las normales á las cónicas, propiedades expuestas en su mayoría, por *M. Desboves*, en su obra *Théoremes et problèmes sur les normales aux coniques*, 1861.

Posteriormente, en los *Nouvelles Annales de Mathématiques*, y otras revistas matemáticas, los geómetras *Laguerre*, *Weill*, *d' Ocagne* y otros varios, han aumentado el número de dichas propiedades con otras muchas igualmente interesantes, estudiadas en artículos de dichas revistas ó propuestas para cuestiones, como las muy recientes de *M. Barisien*, en *L' Intermediaire des mathématiciens* de Marzo y Septiembre últimos.

Algunas de esas propiedades pueden ser tratadas geométricamente, por consideraciones puramente elementales, y eso nos proponemos especialmente en la presente nota, utilizando al par de relaciones proyectivas sencillas recursos analíticos igualmente elementales.

2. Si desde un punto *P* del plano de una cónica, trazamos rectas perpendiculares á sus tangentes, el haz de vértice *P* que se obtiene, es proyectivo con el de los diámetros conjugados con dichas tangentes (que pasan por sus respectivos puntos de contacto).

Pues un haz de rectas paralelas á dichas tangentes, es proyectivo con cada uno de los antedichos. Como consecuencia inmediata de la proyectividad de dichos haces, podemos, pues, sentar la proposición siguiente:

*El lugar de los puntos de intersección de las perpendiculares, trazadas desde un punto *P* á las tangentes de una cónica, con los diámetros conjugados con esas tangentes, es una hipérbola equilátera cuyas asíntotas son dos direcciones principales de la cónica.*

Esta hipérbola equilátera, que pasará evidentemente por el centro de la cónica y por el punto P , es la *hipérbola de Apollonio*, que por su intersección con la curva dada, nos determina los pies A, B, C, D de las cuatro normales trazadas desde el punto P . Es evidente que, en la elipse é hipérbola, dos de dichos puntos son necesariamente reales.

En la parábola, la hipérbola de Apollonio pasa por su punto del infinito, y aunque solo hay tres normales propiamente dichas, podemos considerar como cuarta normal al diámetro que pasa por P .

Si describimos círculos de centro P , las cuerdas comunes á ellos y á la cónica, tienen para diámetros conjugados los que van á sus puntos medios, y como á estos vienen también las perpendiculares trazadas desde P á las tangentes paralelas á esas cuerdas ó conjugadas con esos diámetros, resulta que: *la hipérbola de Apollonio es el lugar de los puntos medios de las cuerdas que los círculos, descritos desde el punto dado como centro, determinan en la cónica.*

3. Si consideramos el cuadrivértice $ABCD$ de los pies de las normales sobre la $\left\{ \begin{smallmatrix} \text{elipse} \\ \text{hipérbola} \end{smallmatrix} \right.$, cortando por los ejes de ésta nos determinarán en los seis lados de ese cuadrivértice, en la $\left\{ \begin{smallmatrix} \text{elipse} \\ \text{hipérbola} \end{smallmatrix} \right.$ dada, y en la hipérbola de Apollonio, pares de puntos de dos involuciones proyectivas, cuyo centro común es evidentemente el de la curva dada, y cuyas potencias son respectivamente, $-a^2$ y $\mp b^2$.

Luego si

$$lx + my + 1 = 0, \quad l'x + m'y + 1 = 0, \quad [1]$$

son las ecuaciones de un par de lados AB, CD de dicho cuadrivértice, tendremos

$$ll' = -\frac{1}{a^2}, \quad mm' = \mp \frac{1}{b^2}, \quad [2]$$

de donde

$$\frac{l}{m} \cdot \frac{l'}{m'} = \pm \frac{b^2}{a^2}, \quad [3]$$

es decir que: *los pares de lados del cuadrivértice $ABCD$, formado por los pies de las normales á una $\left\{ \begin{smallmatrix} \text{elipse} \\ \text{hipérbola} \end{smallmatrix} \right.$, son conjugados respecto de la $\left\{ \begin{smallmatrix} \text{hipérbola} \\ \text{elipse} \end{smallmatrix} \right.$ de iguales ejes.*

Como la cuerda AB y la $A'B$, que une el punto B al diámetro opuesto del A , son conjugadas respecto de la curva considerada, resulta que sus coeficientes angulares tendrán por producto $\mp \frac{b^2}{a^2}$, y por tanto los de $A'B$ y CD son iguales y de sig-

no contrario; luego el cuadrilátero $A'BCD$ es inscriptible en una circunferencia, es decir que:

Tres de los pies de las normales á una elipse ó hipérbola, y el diametralmente opuesto al cuarto, están en una circunferencia. (Círculo de Joachimsthal).

4. Si llamamos (α, ℓ) al polo de la recta CD ($l'x + m'y + 1 = 0$) respecto de la cónica considerada, tendremos

$$\alpha = -a^2 l', \quad \ell = \mp b^2 m', \quad [4]$$

y en virtud de las relaciones [2] resulta que

$$\alpha = \frac{1}{l}, \quad \ell = \frac{1}{m}; \quad [5]$$

por tanto, el punto $\left(\frac{1}{l}, \frac{1}{m}\right)$, inverso isogonal del polo de AB respecto del círculo imaginario $x^2 + y^2 + 1 = 0$, ó lo que, según la de nominación impropia de Laguerre podríamos llamar *el centro de recta AB respecto de los ejes de la curva, es polo respecto de esta curva de la recta CD, que une los pies de las otras dos normales.*

Si $\varphi', \varphi'', \varphi''', \varphi^{IV}$ son los ángulos excéntricos de los puntos A, B, C, D , resultan para coeficientes angulares de AB y CD ,

$$\mu = -\frac{b}{a} \cot \frac{1}{2} (\varphi' + \varphi''), \quad \mu' = -\frac{b}{a} \cot \frac{1}{2} (\varphi''' + \varphi^{IV});$$

y como por virtud de la relación [3]

$$\frac{b^2}{a^2} \cot \frac{1}{2} (\varphi' + \varphi'') \cdot \cot \frac{1}{2} (\varphi''' + \varphi^{IV}) = \frac{b^2}{a^2},$$

tendremos

$$\cot \frac{1}{2} (\varphi' + \varphi'') = \operatorname{tg} \frac{1}{2} (\varphi''' + \varphi^{IV}), \quad [6]$$

y por consiguiente

$$\varphi' + \varphi'' + \varphi''' + \varphi^{IV} = (2n + 1)\pi. \quad [7]$$

Trazando por un vértice perpendiculares á las cuatro normales, los ángulos excéntricos de los puntos A_1, B_1, C_1, D_1 que terminan en la elipse, son $2\varphi', 2\varphi'', 2\varphi''', 2\varphi^{IV}$, y por tanto las coeficientes angulares de A_1B_1 y C_1D_1 son

$$\mu_1 = -\frac{b}{a} \cot (\varphi' + \varphi''), \quad \mu'_1 = -\frac{b}{a} \cot (\varphi''' + \varphi^{IV}), \quad [8]$$

y como por la relación [7] será $\cot (\varphi' + \varphi'') = -\cot (\varphi''' + \varphi^{IV})$,

ambos coeficientes μ_1 y μ'_1 son iguales y de signo contrario, y por tanto *dichos puntos $A_1 B_1 C_1 D_1$ están en una circunferencia.*

5. Si (x', y') es un punto de una elipse ó hipérbola

$$b^2 x'^2 \pm a^2 y'^2 - a^2 b^2 = 0, \quad [9]$$

referida á sus ejes, las ecuaciones de los haces generadores de la hipérbola de Apollonio del punto $P(X, Y)$, son

$$y - Y = \pm \frac{a^2 y'}{b^2 x'} (x - X), \quad y = \frac{y'}{x'} x,$$

y dan inmediatamente para ecuación de dicha hipérbola

$$c^2 xy \pm b^2 Yx - a^2 Xy = 0. \quad [10]$$

De esta ecuación y la [10], resulta para ecuación que define las abscisas de los pies de las normales

$$c^4 x^4 - 2a^2 c^2 X x^3 + a^2 (a^2 X^2 \pm b^2 Y^2 - c^4) x^2 + 2a^4 c^2 X x - a^6 X^2 = 0. \quad [11]$$

Esta ecuación, y la análoga que determina las ordenadas de los mismos puntos, nos dicen inmediatamente, que *el centro de la hipérbola de Apollonio, es el punto medio del centro de la elipse y del centro de las distancias medias de dichos pies.*

El coeficiente angular de la recta que contiene estos centros, es

$$\pm \frac{b^2}{a^2} \cdot \frac{Y}{X}, \text{ y el de su conjugada respecto de la curva considerada } -\frac{X}{Y}, \text{ luego: la recta conjugada de la que contiene dichos centros, es perpendicular á la que une el centro de la cónica con el punto P desde donde se han trazado las normales.}$$

6. Si dos de las normales PC y PD son perpendiculares, el polo (α, ϵ) de CD es un punto del círculo de Monge, y por tanto $\alpha^2 + \epsilon^2 = a^2 + b^2$. Pero, según vimos en el núm. 4, $(-\alpha, -\epsilon)$ son los segmentos que AB determina en los ejes de la cónica, luego:

Si dos normales son perpendiculares, la cuerda que une los pies de las otras dos determina entre los ejes una longitud constante $\sqrt{a^2 \pm b^2}$.

Del mismo modo el polo (x, y) de AB es $\left(\frac{1}{l'}, \frac{1}{m'}\right)$, según las relaciones [5], y substituidos l', m' en las relaciones [4] por sus valores $\frac{1}{x}, \frac{1}{y}$, elevando al cuadrado y sumando obtenemos la

ecuación

$$\frac{a^4}{x^2} + \frac{b^4}{y^2} = a^2 \pm b^2, \quad [12]$$

lugar del polo de la cuerda AB, que une los pies de las dos normales no perpendiculares.

Considerada la hipérbola de Apollonio como curva circunscrita al cuadrivértice determinado en la cónica [9] por las rectas [1] tendremos

$$l + l' = \pm b^2 Y; \quad m + m' = -a^2 X; \quad [13]$$

y sustituidos l, l', m, m' por los valores deducidos de [4] y [5] obtendremos $\frac{Y}{X} = \frac{b}{a} = \frac{l}{m}$, lo cual nos prueba que: *la cuerda AB y la que une el centro con el punto de concurso de las normales, forman ángulos iguales con los ejes de la cónica.*

7. Como consecuencia de la generación proyectiva de la hipérbola de Apollonio, resulta inmediatamente que: *la razón doble de las cuatro normales á una cónica, trazadas desde un punto, es igual á la de los diámetros que pasan por sus pies en la curva.*

En el caso de la elipse ó hipérbola, proyectados esos pies A, B, C, D , que pertenecen á la hipérbola de Apollonio, desde uno de los puntos del infinito de ésta, resultará que:

La relación anarmónica de las cuatro normales, trazadas desde un punto á una elipse ó hipérbola, es igual á las proyecciones de sus pies A, B, C, D , sobre uno cualquiera de los ejes de la cónica.

Además, como la relación anarmónica de los puntos en que cuatro tangentes encuentran á uno de los ejes, es la misma que las de las proyecciones de los puntos de contacto sobre un eje, se verificará la siguiente proposición:

Las cuatro tangentes correspondientes á las normales trazadas desde un punto á una elipse ó hipérbola, determinan sobre los dos ejes de esta curva las mismas relaciones anarmónicas.

Cuando las cuatro normales constituyan un haz armónico, las proyecciones de A, B, C, D sobre los ejes de la cónica formarán series armónicas; y recíprocamente si los pies de las cuatro normales se proyectan sobre los ejes según series armónicas, las normales constituyen un haz armónico. Por consiguiente:

El lugar de los puntos del plano de una elipse ó hipérbola, cuyas cuatro normales forman un haz armónico, es el mismo que el lugar de los puntos para los cuales las proyecciones sobre los ejes de los pies de dichas normales constituyen series armónicas.

Para hallar la ecuación de este lugar, bastará expresar que los cuatro puntos dados por la ecuación [11] forman una serie harmónica, ó sea que el invariante j de esa ecuación bicuadrática es nulo (*), con lo que resulta para ecuación del mismo

$$\begin{vmatrix} c^4 & -\frac{1}{2} a^2 c^2 X & \frac{a^2}{6} (a^2 X^2 \pm b^2 Y^2 - c^4) \\ -\frac{1}{2} a^2 c^2 X & \frac{a^2}{6} (a^2 X^2 \pm b^2 Y^2 - c^4) & \frac{1}{2} a^4 c^2 X \\ \frac{a^2}{6} (a^2 X^2 \pm b^2 Y^2 - c^4) & \frac{1}{2} a^4 c^2 X & -a^6 X^2 \end{vmatrix} = 0,$$

ó desarrollada

$$(a^2 X^2 \pm b^2 Y^2 - c^4)^3 \pm 54 a^2 b^2 c^2 X^2 Y^2 = 0. \quad [14]$$

8. Apoyándonos en las mismas consideraciones antedichas, podremos hallar *el lugar de los puntos del plano de una elipse ó hipérbola, cuyas normales forman un haz equi-anarmónico*, lugar que resulta de igualar á cero el invariante i de la ecuación [11], y que viene por tanto definido por la ecuación

$$a^2 X^2 \pm b^2 Y^2 - c^4 = 0. \quad [15]$$

Este lugar se vé que tiene por vértices los puntos triples en que la séxtica anterior encuentra á los ejes de la cónica, y que son los puntos de retroceso de la evoluta de esta curva.

9. Para la parábola ya hemos dicho que puede considerarse como cuarta normal el diámetro trazado por el punto P de encuentro de las mismas, siendo su pie sobre la curva el punto del infinito de ésta.

Si (x', y') es un punto de la parábola $y^2 = 2px$, las ecuaciones de los haces generadores de la hipérbola de Apollonio del punto (X, Y) , son

$$y - Y + \frac{y'}{p} (x - X) = 0 \dots y = y',$$

y por tanto la de esa hipérbola es

$$xy + (p - X)y - pY = 0. \quad [16]$$

Escrita esta ecuación bajo la forma

$$y^2 - 2px + (lx + my + n)(y - y') = 0,$$

en la cual $lx + my + n = 0$, es la ecuación de la recta que une los pies de dos de las normales, resulta para valor del coeficiente

(*) H. Andoyer.—*Leçons sur la Théorie des formes* T. I. págs. 97 á 101.

angular de esta recta $-\frac{2p}{y'} = -\frac{y'}{x'}$. Luego: *la recta que une los pies de dos normales de la parábola, y la que une el vértice con el pie de la otra normal, están igualmente inclinadas respecto del eje, y por los pies de las normales y el vértice pasa una circunferencia.* (Círculo de Joachimsthal).

10. Las propiedades proyectivas enunciadas en el núm. 7 para la elipse é hipérbola, pueden como es natural aplicarse á la parábola en la siguiente forma:

La razón anarmónica del diámetro y las tres normales trazadas á una parábola desde un punto P de su plano, es igual á la del eje y los tres diámetros que pasan por los pies A, B, C de esas normales en la curva.

Por tanto, si el haz de dichas cuatro normales es armónico, lo será también la serie correspondiente de las proyecciones de sus pies sobre el eje ó sobre la tangente en el vértice.

Aparte del vértice, que podemos considerar como proyección del punto del infinito, las proyecciones de los pies A, B, C de las tres normales sobre la tangente principal de la parábola, vienen dados por la ecuación.

$$y^3 + 2p(p - X)y - 2p^2Y = 0. \quad [17]$$

Expresando que estos tres puntos y el vértice constituyen una serie armónica, por medio del jacobiano de la forma cúbica anterior y de su hessiano, que ha de tener una raíz nula, se obtiene

$$4(p - X)^3 + 27pY^2 = 0, \quad [18]$$

para ecuación del lugar de los puntos (X, Y) del plano de una parábola, cuyas cuatro normales (tres y el diámetro) forman un haz armónico.

Si consideramos la circunferencia de centro (X, Y) que pase por el vértice de la parábola, las ordenadas de sus puntos de intersección con esta curva, distintos del vértice, vienen dadas por la ecuación

$$y^3 + 4p(p - X)y - 8p^2Y = 0. \quad [19]$$

Si esta ecuación y la [17] tienen una raíz común, el punto (X, Y) equidistará del vértice y de la curva, y como de la comparación inmediata de ambas ecuaciones resulta que las raíces ($\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$) de la [17], están ligadas por la relación

$$2\alpha_2\alpha_3 + \alpha_1(\alpha_2 + \alpha_3) = 0.$$

Las tres normales á la parábola trazadas por (X, Y) y el diá-

metro correspondiente, constituirán un haz armónico. Por consiguiente: *el lugar de los puntos equidistantes de la parábola y de su vértice, es el mismo que el de los puntos cuyas cuatro normales constituyen un haz armónico.*

11. De un modo análogo, podrían deducirse otras muchas propiedades de las normales á las cónicas y sus correspondientes de las cuádricas, en cuyo estudio no entramos por alargar más esta nota.

Únicamente, y para terminar, enunciaremos las siguientes consecuencias de la generación proyectiva de la hipérbola de Apollonio.

El rayo del haz O , correspondiente con el PO del haz cuyo vértice P es el punto de concurso de las normales, es el diámetro conjugado con el perpendicular á PO , es decir que: *la tangente á la hipérbola de Apollonio de una elipse ó hipérbola, en el centro, es el diámetro de esta cónica conjugado con el perpendicular al que pasa por el punto donde concurren las normales.*

Del mismo modo la tangente en este punto, se obtendrá trazando por él la perpendicular al diámetro conjugado con OP , ó á la tangente á la cónica en el punto en que es encontrada por esta recta OP . Debe advertirse, que dichas tangentes en O y P , por concurrir en el centro proyectivo de los haces generadores de la hipérbola de Apollonio, se cortarán en la recta que une las proyecciones de P sobre los ejes de la elipse ó hipérbola consideradas.

Si el punto P se aleja en la recta OP , las hipérbolas de Apollonio de sus diversas posiciones, tendrán la misma tangente en O , y serán por tanto tangentes en este punto. Como caso límite, al alejarse P indefinidamente en dicha dirección, la hipérbola se reduce á dicha tangente en O , cuyos puntos de intersección con la curva dada, son los pies de las normales reales paralelas á OP .

Finalmente, por tener los mismos haces generadores, las hipérbolas de Apollonio de las curvas de un haz de cónicas homotéticas y concéntricas, son las mismas, y por consiguiente: *los pies de las normales trazadas desde un punto á las líneas de un haz de cónicas homotéticas y concéntricas, están en una hipérbola equilátera* (la de Apollonio de ese punto, respecto de cualquiera de dichas líneas).

GRACIANO SILVÁN.



CONEXIONES ETÉREO-ELÉCTRICAS

PRIMERA NOTA

Hay que confesar que la antigua doctrina dualista de la Electricidad, clara y sencillamente expuesta por Symmer, se mantiene en pie todavía á pesar de las tentativas de algunos físicos distinguidos que han pretendido sea el éter la fuente de toda clase de materias y de energías.

A este fluído se le trata de substituir desde hace algunos años por los eléctricos, no solamente en los fenómenos de esta denominación, sino también en los luminosos y caloríficos; y en fin, la misma Escuela que pretende lo anterior plantea la hipótesis de que la materia en general sea á manera de síntesis de las materias eléctricas, positiva y negativa, que serían los elementos primeros del Universo.

Físicos hay que no se atreven á suprimir el éter, como ente primordial también, y resulta que éste debe colaborar con los fluídos eléctricos en la obra de animar la materia ordinaria.

Aun partiendo de la hipótesis de que todo el mundo material existente fuese sustancialmente electricidad, los físicos que así discurren no aciertan á eliminar la electricidad negativa ó la positiva.

Es posible que la prematura muerte del gran Maxwell haya privado á la Física de los esfuerzos necesarios para evitar esa especie de retroceso que las doctrinas unitarias están sufriendo, atenuado en parte por la unificación que se intenta, dando carácter eléctrico á los fenómenos del calor y de la luz.

En esta Nota, y en otras sucesivas, vamos á exponer ciertas reflexiones, según las cuales, el éter, organizado en forma que la experiencia parece revelar, sería precisamente el llamado agente eléctrico. Por otra parte, este agente habría de ser único, sobrando, por consiguiente, el positivo ó el negativo, admitido generalmente por los físicos.

Nuestros razonamientos son muy sencillos, y se apoyan en hechos experimentales y en deducciones sumamente racionales de estos mismos hechos, debidas algunas al propio Maxwell.

En primer lugar, las célebres experiencias de Rowland, comprobadas más tarde cuidadosamente, han demostrado que las cargas eléctricas de un cierto signo, trasladadas rápidamente por un procedimiento mecánico, se portan como una corriente eléctrica, pues, como estas, desvían la aguja imantada.

Según esta conclusión, la corriente puede ser debida á un solo flujo eléctrico, cosa muchísimo más natural y comprensible que el doble flujo de los duelistas. Todos concebimos muy bien las corrientes por los cauces, estrechos ó amplios, como una marcha ordenada de elementos iguales que van en el mismo sentido; y todos sabemos que la compenetración de dos corrientes opuestas en un mismo cauce, *de tal manera que invadan á éste por igual en todos los puntos de su sección recta*, significa un absurdo semejante al de querer que los filamentos de un hilo *de sección recta continua*, se deslizasen á lo largo del hilo, en sentidos opuestos y á la vez, mediante mínimos esfuerzos. Admitida la ley de Coulomb, para las distancias infinitesimales, las fuerzas necesarias para arrastrar las masas eléctricas positivas entre las negativas, no sería menor, ciertamente, que las necesarias para arrastrar en sentidos opuestos los filamentos del hilo conductor macizo. Ahora bien, las corrientes se provocan en los hilos conductores mediante pequeñísimas cantidades de energía, en muchos casos.

La desviación de la aguja por las cargas arrastradas mecánicamente en la experiencia de Rowland quiere decir todavía más; nos dice que el campo desviador de la aguja es un campo cual el de una corriente ordinaria; bastaría pues, un flujo eléctrico único para crear ese campo.

Si ahora tomamos la cuestión por otro lado llegamos, también, á una conclusión de la mayor importancia, á saber:

En los hechos de inducción de corrientes sabemos que el agente inductor es la línea de fuerza (que supondremos nace de una corriente dada), cuyas líneas, abordando un hilo neutro inmediato crean en éste la corriente (ó la tensión al menos) inducida, corriente que tiene todas las propiedades de las corrientes ordinarias.

Pero esta corriente inducida, á su vez, crea líneas de fuerza sustancialmente idénticas á las inductoras. Deducimos de aquí que una línea de fuerza y una corriente son sustancial y orgánicamente idénticas, puesto que una cualquiera de ellas puede ser consecuencia de la otra.

Unamos á los hechos anteriores, vigorosamente experimentales, otro de capital importancia, descubierto por Faraday y analizado por Maxwell con su peculiar lucidez. Ese hecho es el de la rotación de la vibración rectilínea de la luz (polarizada de ese

modo) alrededor del rayo luminoso, cuando éste marcha coaxialmente con una línea de fuerza.

De este hecho importantísimo dedujo Maxwell que la línea de fuerza magnética debe ser de la misma naturaleza que los torbellinos, esto es, la línea de fuerza debe estar formada por un fluido, semejante al éter, organizado en formas alargadas, tubulares ó macizas, cuya materia gírase al rededor del eje de la línea en un sentido que parece ser de izquierda á derecha pasando por delante ó por encima si se mira á la línea en el sentido en que avanza.

Tales son los puntos de donde vamos á partir, para discurrir sobre el modo probable de funcionar los generadores de electricidad típicos, á saber: los electrostáticos, los termo y químico-eléctricos, y en fin, los de inducción.

En la próxima Nota procuraremos hacer ver que en los generadores electrostáticos, el éter debe organizarse en forma especial para tomar las propiedades eléctricas, y esa forma debe ser precisamente en torbellino.

DEMETRIO ESPURZ.

Oviedo, 6 Enero de 1908.



Los medios fáciles para determinar la potabilidad de las aguas

La determinación de la potabilidad es un problema siempre interesante y jamás resuelto con la sencillez y exactitud convenientes para que puedan afrontarlo higienistas de todos los matices, pues se propone á menudo con demasiado rigor técnico. Uno de los primordiales defectos de nuestra higiene al uso estriba en ese vano afán de copiar ciegamente lo que pronuncian extranjeros labios sin atender á las condiciones peculiares de cada país, á los hábitos regionales que constituyen una segunda naturaleza para los individuos; y la medicina toda debe particularse siempre, no siendo artículos de fé todos los consejos que se pregonan *urbi et orbi*, como el que señala cual prototipo de aguas potables á las del Lozoya con sus 3º hidrotimétricos sin pensar que por lo excepcional habríamos de renunciar á beber casi todos los nacidos, que en medio de su habitual pureza causan estragos infecciosos sus frecuentes turbias y que perjudican aun siendo limpias á aquellos que bebieron siempre otras aguas más gruesas.

El asunto es tan atractivo como complejo. Aunque muchos lo juzguen superbamente resuelto, al menos desde el punto de vista químico, prueba de lo contrario se tiene en el propio espejo en que todos se miran al formular sus juicios. En efecto, el Comité Consultivo de Higiene de Francia, cuyo cuadro de composición de las aguas potables está admitido generalmente, las rechaza por malas si contienen más de 0'05 gramo en litro de ácido sulfúrico, 0'004 de materias orgánicas, etc., pero establece un margen más amplio para los cloruros cuando el agua brota á orillas de los mares—¡aquellos producirán siempre iguales efectos!—y en tanto que aconseja el análisis completa para el abastecimiento de las poblaciones de más de 500 almas, confórmase con otro superficial respecto de las pequeñas con el objeto, sin duda, de ahorrar dificultades, pero que á la postre diferencia á los pueblos como si no fuesen todos los nacidos iguales ante la *suprema ley*.

Unos higienistas se preocupan sólo del grado hidrotimétrico, persiguiendo el ideal de aproximarle al cero, aunque declaren á reglón seguido que el agua destilada es indigesta por su carencia de gases y de sustancias remineralizadoras y que las buenas aguas de mesa (Apollinaris, Valls, etc.) ofrecen un grado bastante alto; porque á nadie se oculta que la impotable solución con-

centrada de cloruro sódico apenas acusa grados hidrotimétricos en tanto que otras con bicarbonatos alcalino-térreos, muy grata y digestiva, señala fácilmente 60, conociéndose apenas en mi país las que se dicen muy puras ó hasta 15° (Serra, Barraix, Machuquera); en una palabra, en la zona valenciana constituyen rareza las aguas que califican de *muy puras* ó por debajo de 30°, abundan las *potables* y sanas que alcanzan hasta 60°, por lo común unos 50° (siempre que predominen los bicarbonatos sobre los sulfatos, que no sean selenitosas), y sólo considero *impotables* las que pasan mucho de dicho límite; otros directores de esa higiene, que por su tendencia universal encaja difícilmente en todas partes, ordenan que el residuo ó extracto seco del agua potable, obtenido para un litro á 180° C., no pase de 0'5 gramo, ni de 0'25 el carbonato ó sulfato cálcicos del mismo, cifras á menudo bajas aunque tales aguas deban figurar positivamente entre las acratotérmicas ú oligometálicas de Llord, esto es, con menos de un gramo de residuo. Quienes alardean de sorprender al oculto enemigo de la especie humana disfrazado de nitrato, no consintiendo más de 15 miligramos en litro de esta poco ofensiva sal, sin pensar en que no siempre expresa la contaminación (en las sanas montañas de Siete-Aguas hallé hace años una fuentecilla salitrosa muy pura); peores fueran ciertamente los nítritos, cuya real presencia en simples indicios juzga un agua, se dice, aunque nada implican si faltan las materias orgánicas adjuntas que han debido engendrarlos en las aguas así reputadas como dañosas, erróneamente á veces, porque de no practicarse las experiencias paralelas que aconsejaba el inmortal Fresenius ó con agua pura de testigo, bastan la acción de la luz sobre los reactivos iodurados ó la calcinación de los nitratos para inducir á lamentables equivocaciones: ¿se encuentran en las aguas materias orgánicas, muertas y vivas, ó no las hay? *ecco il problema* que motivó sutileza tanta, sin que debamos condenar como hace Inglaterra á las aguas que consumen más de un miligramo de ácido oxálico, ni olvidemos que el amoníaco albuminoideo procede de las letrinas ó parajes infectos. En fin, tampoco falta quien impone dura tasa á las sales magnésicas, tan amantes de la materia organizada, y cuyas maravillas sorprende Löwe; estotro que considera sospechosas á las aguas con indicios de fosfatos; esotro que pretende con Chatin la forzosa existencia de iodo, con Marchand la del litio ó con Méne la de fluor, cuerpo que sólo denota un origen profundo y ha sido objeto de notables trabajos por parte del ilustre Casares; no faltando los higienizadores que averiguan hasta la radiactividad con Dienert, puro signo de que las aguas besan arcillas.

Desenmarañemos la enredosa madeja para extraer de este

caos de mandamientos la útil norma práctica, veamos cuáles sean las condiciones esenciales de potabilidad de las aguas, abstracción hecha de todo lo relativo á los hábitos contraídos por los habitantes de un país—detalle que nos llevaría sobrado lejos;—y también la manera segura y sencilla de apreciarlas para que vaciando todos en un molde idéntico, sean los resultados comparables entre sí.

Desde luego, es sabido que las aguas potables han de reunir ciertos requisitos: *caracteres físicos ú organolépticos* como la transparencia, la falta de color, de olor, y de sabor y cierta frescura (8 á 15°) para que no se hagan repugnantes, lo que sugestiona en mal sentido aunque carezcan de sustancias propiamente nocivas; *caracteres químicos* como la presencia de aire disuelto, la falta de venenos reales (plomo, cobre, etc.) y atesorar algunos mineralizadores vulgares (carbonatos, cloruros y sulfatos de sosa, cal y magnesia) en proporción no exagerada ó por debajo del 1 por 1.000 para que no resulten minero-medicinales ó desagradables para pasto; y *caracteres microbiológicos ú ópticos*, esencialísimos desde que Certes llamó la atención sobre ello, que implican la carencia absoluta de micro-organismos patógenos (tifus, etc.). En suma, basta para la bebida con que el agua sea *sana y grata*, detalle este último relacionado muy principalmente con la costumbre de beberla. Ante dichas dos propiedades capitales nunca podrá protestar la higiene.

Ahora bien, desechando exageraciones que sólo conducen á sembrar el espanto entre los nacidos, porque sería vano empeño tener un agua libre de pecado, y omitiendo minucias sin grande transcendencia práctica, cabe demostrar de manera bastante sencilla y rápida la potabilidad, á fin de que puedan acreditarla los individuos que no sean químicos consumados y de qué se halle al alcance de todas las fortunas. Partamos de este principio: dada un agua que reúne buenas cualidades organolépticas (las saladas, mal olientes, etc., se desechan desde luego), bastarán para certificar la potabilidad aquellos ensayos que proporcionen su esquema químico y bacteriológico. ¿Qué importan los indicios de iodo ó de nítritos?

Desde el primer punto de vista, el *ensayo químico*, se conocen varios procedimientos que pudiéramos llamar *de urgencia*. Uno ya antiguo y que goza de falso crédito porque sólo proporciona resultados empíricos y en extremo equivocados es la *hidrotimetría*. En efecto, el reactivo jabonoso conduce sólo á la descomposición de las sales alcalino-térreas, las de calcio en rigor, suponiéndose cierta equivalencia para las de magnesio, y los resultados difieren mucho de la genuina realidad; tanto más, cuanto que

es difícil obtener siempre igual finura de la espuma de un centímetro y cinco minutos de duración mínima, máxime con las aguas muy crudas que proporcionan costras perjudiciales para la exacta observación del límite, resultando sólo ligeras aproximaciones. Debe relegarse este procedimiento para establecer diferencias entre la dureza total y la pasajera cuando la industria persigue el empleo científico de los desincrustantes. Acaso la mera determinación del grado hidrotimétrico total sirva en higiene para establecer burdas diferencias ó analogías entre las aguas.

¿Qué diremos del método de Piquet y de Huc, á merced de las *pastillas-reactivos* ó reactivos comprimidos? Erróneo en grado sumo, exige bastante más tiempo que el indicado por los autores. En prueba de ello, recuérdese que sólo para obtener el grado hidrotimétrico se van añadiendo á los 40 cc. del agua los comprimidos *ad hoc*, uno á uno hasta la espuma clásica, agitando por supuesto, siendo potable aquella que consume de 7 á 8 pastillas cuya sola disolución supone á veces mucho tiempo, sobre todo si las aguas son muy calcáreas y se forran aquellas del costoso precipitado; si sobra reactivo se rebajan á ojo dos grados cuando queda media pastilla.... Todo induce fácilmente á grandes yerros y exige más tiempo del necesario para la vulgar evaluación hidrotimétrica. ¿Se quiere otra prueba de lo que apuntamos? Teniendo los reactivos preparados, en menos de cinco minutos practica cualquiera la volumetría ordinaria de los cloruros y en cambio los autores exponen así la determinación por su extraño procedimiento, que ni cabe ensalzar para operaciones en el campo ó al pie del manantial: «á 100 cc. de agua se añade un comprimido de cromato y disuelve, luego sucesivamente los de nitrato argéntico y el número de los gastados multiplicado por 10 da en miligramos el cloro por litro, del cual se deducen los cloruros dividiendo por 0,6; el agua potable necesita á lo sumo cuatro comprimidos, la sospechosa hasta diez....» Hay que descontar, por supuesto, los fragmentos de pastilla sobrantes—operación tan entretenida como la otra—y conformarnos á menudo con un límite de escandaloso rojo, aunque se descuenten 5 miligramos en este caso, según el consejo; hay, en fin, que tener paciencia á veces para que desaparezcan las coloraciones del contacto. No resulta práctico ni seguro el procedimiento, adoptado por algunos.

Es preciso reconocer que la mayoría de los higienistas atesoran bastantes conocimientos químicos para verificar estos ensayos según arte. En tal concepto, hemos intentado en diversas épocas otros métodos más racionales y oportunos para la investigación fácil de la potabilidad. Así, por ejemplo, podría recurrirse al *método de las precipitaciones*. Dado que el residuo—que

habrá de obtenerse siempre—sea inferior á 1 por litro, poniendo en media docena de tubos de ensayos 10 cc. del agua se adicionan de reactivos (cloruro bárico acidulado, nitrato argéntico nítrico, oxalato amónico, etc.) cuyo centicubo precipite un centígramo de elemento, v. g. (de ácido sulfúrico, cloro, etc.), se mezcla, espera unos momentos, filtra y adicionan de más reactivo para hallar el límite de la precipitación. Conducido con escrupulosidad otorga en un par de horas y con sobrada exactitud la proporción de los principales elementos mineralizadores (cloro, carbonatos térreos, etcétera), verificándose aparte la determinación de las materias orgánicas. Aunque con menos exactitud y más gasto de tiempo, puede asimismo modificarse el procedimiento para valernos de una simple inspección del volumen que ocupa el precipitado al cabo de un tiempo fijo: reduciendo un litro del agua acidulada por el ácido clorhídrico hasta 50 cc., luego de filtrar en caso preciso, lo que será raro, se ponen volúmenes iguales de la misma en tubos idénticos, de pequeño diámetro y graduados de antemano experimentalmente, agrégase á cada uno exceso de su particular precipitante y á las cuatro ó seis horas se mira la división que alcanza el precipitado, siendo fácil deducir la riqueza. Sin embargo, para obtener distancias muy diferenciadas, se necesitan tubos estrechísimos y concentrar más grandes volúmenes de agua, y como cuesta mucho disponer el *neceser*, no he vuelto á ocuparme de tal procedimiento, que relego para el ensayo de los tártaros. Mas fortuna no obtuve comparando la traslucencia de los precipitados conforme se hace con cierto conocido método para la determinación de la albúmina en la orina.

Menos aconsejable es otro procedimiento por *los disolventes* que intenté en cierta ocasión y puso á prueba mi paciencia; que en este país figura siempre en la orden del día la cuestión de las aguas potables y hube de andar á caza de medios suficientes para el objeto, pues nadie pide, ni menos paga, un análisis completa que sin duda será siempre lo mejor. Pesado el residuo seco á 100° C. se apura por alcohol absoluto que disuelve los cloruros alcalino-térreos y deja casi íntegros los cloruros alcalinos, desecando otra vez para volver á pesar el especial tubo-filtro en que yace el resto del residuo; ahorrando ó no este primer lavado porque suele ser mezquina la proporción de dichos cloruros cálcico y magnésico, se agota por alcohol acuoso (de 60°) para disolver los cloruros y el sulfato sódico, bastando con determinar el ácido sulfúrico de los líquidos para saber la riqueza de esta fracción; llega después el agua que disuelve los sulfatos alcalino-térreos y el carbonato sódico, — momento de errores por la fácil reacción mutua de tales cuerpos; — enseguida el ácido clorhídrico débil

disuelve los carbonatos de cal y de magnesia, dejando luego como insoluble algo de sílice despreciable, etc. Para las comparaciones bastaría en rigor con exponer dichos *resíduos parciales*, según los obtuve de cierta agua:

Extracto seco en litro	0'8752 gramo
Parte soluble en alcohol absoluto	0'0111 »
Id. en alcohol acuoso	0'1201 »
Id. en agua	0'4765 »
Id. en ácido clorhídrico	0'2675 »

peró convendría echar mano de otros disolventes (alcohol metílico, piridina, etc.) para ampliar la serie y recurrir también á los reactivos micro-químicos si se quieren demostrar ciertos mineralizadores. De todas suertes hallo detestable para el objeto el resultado de estos viejos desvelos.

Parécese mucho á alguno de los anteriores procedimientos el *examen abreviado de las aguas potables* que acaba de proponer el Dr. Malméjac y describe así: «En recipiente de unos 150 cc. se introducen 100 cc. del agua, 5 cc. de la solución saturada de bicarbonato sódico y 2 cc. de otra de permanganato con 0'395 gramo por litro. Hiérvase durante diez minutos exactos y si luego queda decolorada la mezcla, es que el agua no es potable por contener más de 2 miligramos de sustancias orgánicas. Al propio tiempo se investigan los cloruros añadiendo á 100 cc. del agua con gotas de cromato 0'9 cc. de la solución argéntica decimal y si el líquido queda amarillo, contiene más de 52 miligramos ó es impropia para bebida, siendo aceptable cuando toma color de heces de vino ó rojo». Aparte de que conviene averiguar también el límite de los sulfatos, nunca debe prescindirse de la determinación del residuo total.

A continuación expongo el procedimiento analítico que adopto en la actualidad para decidir en casos de urgencia si un agua es potable, porque lo encuentro bastante expedito y muy suficiente, un tanto rápido si se tienen los medios dispuestos y se compara con el análisis total, á propósito para establecer el juicio comparativo y cuyos diversos errores pequeños pueden despreciarse en tan particular caso: resultan éstos de que la ebullición no precipita todo el carbonato de cal, algo soluble, ni menos el de magnesia, de que á dicha temperatura reaccionan el sulfato cálcico y el bicarbonato sódico, de la influencia ejercida por diversas sales sobre la mutua solubilidad ó de que la conocida ley de las fases expresa que la composición de todo soluto salino complejo cambia con las concentraciones; pero, lo repito, son detalles de menor cuantía para el objeto perseguido y á pesar de tantos lunares será por

ahora mi procedimiento de elección respecto de las aguas de buenas cualidades organolépticas que no se modifican por los sulfuros.

Ante todo se averigua la cifra del extracto de 100 ó más centímetros cúbicos evaporados al baño de maría y calentando dos horas á 180° C.; calcínase muy ligeramente y con las precauciones sabidas este residuo para apreciar si se torna gris ú oscuro, en cuyo caso se determinarán las materias orgánicas del agua por medio del permanganato, según Kubel ú otro, y aun cabe averiguar si la difenilamina ó la brucina, empleadas de manera debida, reaccionan con el residuo no calcinado. La colorimetría de Miller ó á merced del reactivo de Nessler conduce á grandes errores en presencia de los bicarbonatos y del anhídrido carbónico libre de las aguas. En cuanto á esa capital importancia concedida desde el punto de vista de la salud á la diferenciación entre los productos orgánicos nitrogenados procedentes de las putrefacciones y las sustancias húmicas oriundas de los vegetales, que pueden contener las aguas de las urbes, no ha de preocuparnos en este ensayo, terminado siempre por la inspección bacteriológica. En efecto, si en el agua más pura, químicamente hablando, se entromete un bacilo tífico—¡pesa una millonésima de milígramo!—deberá ser rechazada y no precisamente por la ilusión de amoniaco albuminoídeo que ocultaría á nuestras pesquisas. Con los 300 billones de células que forman nuestro organismo, vivimos, según se cree, á merced de unas cuantas monocelulillas que llaman neumococos, bacilos fímicos, espiroquetas pálidas y demás canalla de Pandora.

Entre tanto avanzan las operaciones anteriores, hiérvase por varias horas un volumen de agua, cuanto más grande mejor—minimum un litro—añadiendo destilada para reponer la que evapora; fíltrese luego, lavando el precipitado, que se disuelve con lo adherido á la cápsula en ácido clorhídrico débil para poner la disolución aparte. Determinando por los procedimientos gravimétricos ordinarios la cal y la magnesia del líquido filtrado se tiene la proporción de dichas bases que se hallan en forma de sales solubles (cloruros, sulfatos); haciéndolo también con la disolución clorhídrica, se sabrá lo que hay de las mismas en forma de carbonatos especialmente. En otras partes del líquido filtrado se determinan asimismo las totalidades de ácido sulfúrico y de cloro. Ya sólo falta agotar por el alcohol otro residuo del agua no calcinado: si ésta solución alcohólica acusa cal y magnesia será la porción de estas bases existentes en forma de cloruros, si hay ácido sulfúrico, es prueba de la presencia en el agua del sulfato de sosa, en cuyos casos se determinan en distintas porciones de la solución alcohólica bien mezclada dichas bases y ácido. La di-

ferencia entre la suma de estas determinaciones parciales y el peso del residuo seco, está dada por el carbonato sódico, que se calcula como los otros en forma de bicarbonato. Quienes estén prácticos y cuenten con los útiles necesarios, podrán hacer un ensayo de este género en dos ó tres días, plazo nada exagerado para problemas trascendentes y que no suelen reclamar la mayor urgencia, salvo cuando se denuncia un agua intoxicada, como ocurrió años hace en Valencia, al suponerse que se habían envenenado sus aguas potables por el torvisco ó *matapoll*, caso que por cierto requiere una forma de investigación muy especial y poco afine con la que motiva estas mal perjeñadas líneas, escritas á vuela pluma y sin detalle porque no van dirigidas á los neófitos.

Como ejemplo del resultado así obtenido, he aquí las cifras que ofece el agua del pozo entubado ó abisinio de esta Facultad de Medicina, que con mínimas diferencias acusan las múltiples perforaciones valencianas:

Grado hidrotimétrico	48
Resíduo seco en litro.	0'8749 gramo
<hr/>	
Bicarbonato cálcico	0'2844 »
Id. manganésico	indicios
Sulfato cálcico	0'2477 gramo
Cloruro íd.	indicios
Id. magnésico	0'0448 gramo
Id. sódico	0'1457 »
Sulfato íd.	0'1092 »
Bicarbonato íd.	0'0424 »

Omitiendo que esta clase de aguas sólo acusan 0'0003 gramo de materia orgánica calculada en forma de oxígeno para un litro, si se comparan las anteriores cifras con las exigencias del Comité de París, cualquiera juzga de primera impresión que son detestables. Y sin embargo, resultan muy sanas para la muchísima gente que las bebe, entre otras razones, por la falta de bacteriáceas, pues en la primavera de 1906, á poco de construído el pozo de este Laboratorio, sólo conté 35 colonias por centícubo, ninguna liquidadora de la gelatina; luego forman entre las *muy puras* ó en el grupo primero de la clasificación de Miquel. No podía ocurrir otra cosa: al profundizar en el terreno de acarreo sobre que asienta la ciudad del Turia, se tropieza con una capa de tierra para llegar á la grava que otorga la primera corriente de agua (14 á 16^m), en posible comunicación con los pozos ordinarios (5 á 7^m); vienen luego

unos tres metros de arcilla impermeable que aisla perfectamente la segunda agua (25 á 32^m), otras gruesas capas arcillosas separadas por alguna de arena conducen hasta el agua tercera (37 á 40^m) y tras de un nuevo manto de 6 á 7^m de arcilla, se logra alumbrar la cuarta corriente (50 á 54^m), encontrándose á veces hacia los 60^m tierras turbosas de viejos lechos de algas. Ocioso fuera recordar que desde Pasteur se acepta que las aguas profundas nacen vírgenes de microbios y sólo se contaminan por el contacto de las capas terrestres superficiales y del aire, acreditándolo ejemplos cien, cuyas miseras colonias parecen más bien producto de las dificultades del experimento (Vichy lleva 9 por centímetro, Wiesbaden 4, etc.) y el hecho demostrable desde Franckland y Schlosing, que filtrando agua de alcantarilla, ahita de microbios, á través de un metro de arcilla en mezcla con arena ó grava fina esterilizadas para hacerla permeable, se pierden todas las bacterias hacia la profundidad de 30 ó 40 ^m. Agréguese aún que semejantes aguas del subsuelo son fluoruradas y ya creía Bunge que una causa de no nutrirse ciertos niños que disponen de buena leche suele ser la ausencia del fluor en su alimento.

Resulta inevitable, pues encierra la suprema razón, el *examen bacteriológico* de las aguas para bebida, siendo sensible que estas forzosas operaciones sean entretenidísimas, malogrando el afán del químico por hallar procedimientos rápidos, porque no aprovecha para aquel objeto el cómodo uso de esos *reactivos reveladores de la contaminación* (Giorgí y Gosio, 1905) como los teluritos que al 1 por 30.000 en líquidos perfectamente neutros, dan precipitado negro apenas tocan una colonia viva, brújula para el seguro empleo de los sueros terapéuticos, pero que en este caso particular carecen de valor porque debe suponerse que no existen aguas sin bacterias, aunque de ordinario inofensivas.

Luego, debiendo reducirse este problema en rigor á determinar si un agua dada contiene bacterias patógenas, casi holgara averiguar su número; pero todavía no se sabe á ciencia cierta cuáles son inocentes en todo caso. Por ende, será prudente investigar siempre su cantidad para rechazar las muy cargadas de microbios é indispensable descubrir á las bacterias patógenas mejor conocidas actualmente. Lo primero puede lograrse, como es sabido, sembrando con las debidas precauciones en gelatina nutritiva puesta en los matrascitos planos de Gayon; los gérmenes patógenos, *colli*, del antrax, tifus, etc., por los procedimientos de Besson y otros especiales descritos en las obras de técnica microbiológica, que fuera ocioso trasladar aquí. En último término, la perfecta filtración por el asbesto ó la porcelana simplifican el problema de la potabilidad, considerado en pequeño, como el ozono

ó los rewolvers de Anderson logran en grande un valioso coeficiente de depuración.

No se tachan de poco substanciosas las observaciones apuntadas, porque el autor sólo ha pretendido que sus lectores, si llega á tenerlos, hombres consagrados con entusiasmo al laboratorio, recuerden la conveniencia de dirigir una parte de sus esfuerzos en tan benéfico sentido, ya que no parece imposible hallar el procedimiento rápido y seguro para decidir en todo caso la potabilidad. Si trabajar es orar, como decía Víctor Hugo, exploremos hasta su fin la senda abrupta para que logre otro florón la tan asendereada ciencia española.

V. PESET.

Valencia, diciembre 1907.



ORNITOLOGÍA DE ARAGÓN

POR EL R. P. LONGINOS NAVÁS, S. J.

(CONTINUACIÓN)

18. GÉNERO **FRINGILLA** L.

Pico fuerte, recto, cónico; aberturas nasales junto á la base, ovales, en gran parte cubiertas por las plumillas de la frente. Alas medianas; primera rémige de las desarrolladas acortada; las 2—4 casi iguales, las más largas. Cola larga y escotada. Tarsos cubiertos con grandes escudetes por delante, menores hacia abajo, con placas contiguas á los lados.

26. **Fringilla cælebs** L. *Pinzón* (Fig. 9.^a)—Región inferior y parotídea de un rojo de ladrillo vinoso. Frente negra, lo restante de la cabeza, parte posterior y lateral del cuello ceniciento azulado; dorso pardo rojizo; obispillo verde. Alas negras, con una ancha faja escapular blanca y otra mediana amarillenta. Cola negra; algunas timoneras en parte blancas. ♀ Pardusca. Dos fajas para-



Fig. 9.^a

lelas pardas desde la base del pico por encima de la cabeza, ésta amarillenta en medio; obispillo, alas y cola semejantes al ♂. Ala 82 — 92 mm.; cola 62 — 71 mm.; pico 11'5 — 13'5 mm.

«Fringilla fascia alarum duplici alba, rectricibus fuscis, 2 extimis macula subcuneiformi alba. Fringilla cælebs. Habitat circa Aragués, Cæsaraugustæ. Mas dorso fusco-ferrugineo, temporibus rufis. Alæ fuscæ: tectrices inferiores apice ex albo flavicante. Remiges exceptis 3 extimis macula parallelipeda alba in latere exteriori; unde expansis alis fascia alba. Gula, pectus et hypocondria rufo-ferruginea: abdomen dilutiori colore. Femina dorso griseo-virescente, abdomine albo». Asso.

Toda Europa. Zaragoza (Mus. Col. Salv.).

27. **Fringilla montifringilla** L. *Pinzón real*. Región superior negra azulada, salpicada de rojizo. Abdomen, rabadilla y subcaudales blancos. Cabeza y cara negras. Alas y cola negras; plumas orilladas de amarillento. ♀ no tan negra por encima. Ala 91 — 95 milímetros; pico 13 mm.

Europa. Citado de varios sitios de España (Arévalo).

Aragón (Mus. Univ.)

19. GÉNERO **MONTIFRINGILLA** BREHM.



Fig. 10.

Pecidoar al *Fringilla*. Pico más delgado y agudo (Fig. 10). Ventanas nasales cubiertas. Cola larga, normal, algo escotada. Tarso de mediana longitud, bastante fuerte. Alas muy largas, las primeras rémiges 2-3 las más largas y casi iguales.

28. **Montifringilla nivalis** L.—Cabeza y nuca de un ceniciento azulado, dorso pardo, con bordes de las plumas más pálidos. Timonera externa enteramente blanca, las otras con punta negra, el par central negro con bordes pálidos. Patas negras. Pico anaranjado con punta negra, en verano negro en el ♂. Ala 117-125; cola 73-75; pico 13-14 mm.

Pirineos (Hartet).

20. GÉNERO **PYRGITA** BREHM (= *Petronia* KAUP. NOM. SPEC.)

Muy parecido al género *Passer*, pero bien distinto por la proporción de las alas y cola. Pico ancho en la base, luego estrechado, con la mandíbula superior casi recta, algo deprimida en medio (Fig. 11). Alas muy largas, que casi llegan al extremo de la cola, con las

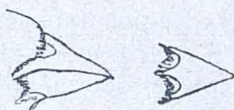


Fig. 11.

tres primeras rémiges casi iguales, siendo las más largas.

29. **Pyrgita petronia** L. *Gorrión campesino*.—Semejantes ambos sexos, la ♀ algo menor. Color general leonado, blanco amarillento por debajo; garganta cenicienta, con una mancha transversal amarilla delante del cuello. Cada timonera tiene una mancha blanca interna en el extremo, excepto el par central. Ala 93-100; cola 54-58; pico 13.5 – 15 mm.

«Fringilla griseo-fusca, rectricibus exceptis duabus intermediis apicibus marginis interioris albis. Habitat circa Oscam, Jaccam, Aragués. Rostrum flavum. Fasciæ duæ flavescens ab oculis ad nucham: alia in vertice grisea. Pectus et abdomen albidum. Alarum fasciæ duæ albæ. Ad *F. petroniam* accedit, si non ladem». Asso.

21 GÉNERO **PASSER** KOCH.

Pico más corto que la cabeza, con lomo convexo, punta algo inclinada; mandíbula superior con bordes entrantes; aberturas nasales no del todo cubiertas. Ala ancha, larga, con las tres primeras rémiges desarrolladas las más largas y casi iguales. Cola escotada, larga como $\frac{3}{4}$ la longitud del ala. Sexos generalmente de colores diferentes.

30. **Passer domesticus** L. *Gorrión*.—Región inferior de color de ceniza, pecho y garganta negro de humo en el ♂; región superior de color castaño con manchas negras y rojizas. Cabeza cenicienta ó pardusca. Parte superior del cuello, detrás de los ojos, pardusca. Pico pardo. Ala con la tercera rémige la más larga; una banda transversal blanca y roja. Ala 76 — 82'5 mm.

«Fringilla domestica. *Gorrión*. Funes p. 206. Marcuello p. 255. Vulgatissima. Victitat locustis, hinc ad hanc pestem debellandam utilis.» Asso.

31. **Passer hispaniolensis** Temm. *Gorrión molinero*.—Tercera y cuarta rémige de igual longitud y las más largas. Alas con una banda blanca y negra. Costados con manchas negras en el ♂. Ala de éste 77 — 82 mm.

Se halla en el mediodía y centro de España; de creer es que también en Aragón.

32. **Passer montanus** L. *Gorrión serrano*.—Color semejante en ambos sexos. Toda la parte superior de la cabeza y nuca de color de chocolate pálido; una mancha negra debajo del oído; pico pardo ó negro. Lados del cuello blancos, con faja del mismo color hacia atrás. Garganta y pecho en buena parte negros. Tercera y cuarta rémige de igual longitud y las más largas. Región inferior cenicienta. Ala ♂ 73 — 76, ♀ 69 -- 72; cola 55; pico 9 — 10 mm.

Casi toda Europa. España (Hartet). Mus. Col. Salv.

Clave de las especies del género PASSER

1. Color semejante en ambos sexos. Parte superior de la cabeza de color chocolate, región inferior del cuerpo cenicienta.

montanus L.

— Librea distinta en los dos sexos, ♀ sin negro en la garganta; parte superior de la cabeza parda ó castaña. 2

2. Faja transversal roja y blanca en el ala; lados del cuerpo no estriados de negro. *domesticus* L.

— Faja transversal blanca y negra en el ala; costados con manchas negras alargadas; parte superior de la cabeza de color de castaña. *hispaniolensis* Temm.

22. GÉNERO EMBERIZA L.

Pico fuerte, cónico, con bordes algo cóncavos, de suerte que en algunas especies estando cerrado se ve luz á través; mandíbula superior con un fuerte ángulo lateral en la base (Fig. 12) y á veces una prominencia ó giba en el paladar (Fig. 13); ventanas nasales redondeado-alargadas, parcialmente cubiertas por plumi-

llas de la frente. Alas bien desarrolladas, la primera rémige chiquitita, las cuatro primeras aparentes forman el extremo del ala. Cola larga, escotada. Uñas cortas, corvas.



Fig. 12.



Fig. 13.

33. **Emberiza ca-landra** L. (*miliaria* L.) *Triguero*.—Parte superior de la cabeza y del cuerpo mezclada

de pardo y rojizo; garganta y cerco de los ojos de un rojo claro; pico gris claro, con giba en el paladar (Figs. 12 y 13). Región inferior de un blanco amarillento, con manchas alargadas pardas. Rémiges y timoneras orilladas de blanco rojizo. Ala 95 — 105; cola 67 — 75; pico 14 mm.

Aragón! (Mus. Univ.).

«Emberiza miliaria, nostratibus *Triguero*. Habitat Cæsaraugustæ, et alibi.» Asso.

34. **Emberiza citrinella** L. *Cerillo*.—Cabeza parda mezclada de amarillo; pico azul, con los bordes de la mandíbula superior entrantes. Región inferior de un amarillo de canario. Región superior pardo-rojiza; rabadilla de color rojo de azafrán. Timoneras pardas, las dos externas orilladas de pardo. Ala 58 — 63; cola 76 — 80; pico 10'5 — 11'5 mm.

Zaragoza!

«Emberiza citrinella. Habitat Cæsaraugustæ, circa Jaccam, Aragués.» Asso.

35. **Emberiza cirius** L. *Chilla*.—Cabeza, cuello y pecho acetunados, excepto las cejas, una mancha debajo de los ojos y otra semicircular situada en la parte media de la garganta; que son amarillas. Región inferior de un pardo rojizo rosado, ceniciento en la ♀. Cola muy escotada; las dos primeras timoneras manchadas de blanco, que en la primera llena casi todas las barbas exteriores. Ala 79'6 — 83'6; cola 70 — 77; pico 33'3 mm.

Citado de muchas regiones de España. Mus. Col. Salv.

36. **Emberiza hortulana** L. *Hortelano*.—Cabeza, pecho y espalda cenicientos ó verdosos, garganta blanco-amarillenta; pecho, vientre y costados mosqueados de rojo. Pico pardusco rosado, mandíbula superior de quilla aguda. Cola escotada, pardo-oscuro, los dos primeros pares de timoneras orillados de pálido por fuera. Ala 85 — 91; cola 65 — 71; pico 9 — 11 mm.

Pirineos, etc. (Arévalo).

37. **Emberiza cia** L. *Escribano*.—Cabeza, cuello y pecho de un gris plomizo. En la cabeza hay tres líneas negras á cada lado

con esta esta situación: una que parte de la frente y por encima se dirige hacia atrás, otra parte del ojo casi horizontal y la tercera de la mandíbula inferior hacia abajo y atrás, reuniéndose con las primeras. Espalda, alas y cola pardas algo rojizas, con manchas negras. Abdomen de color rojizo de ladrillo. Cola muy larga, los dos pares externos de timoneras en parte blancos. Ala 82 — 85; cola 75 — 77 mm.

Los huevos son de color agrisado, parecido al de la substancia cerebral, con rayitas finas irregulares quebradas y curvas, de color castaño, las cuales forman muchas circunvoluciones (Fig. 14).



Fig. 14.

«Emberiza abdomine ferrugineo, rectricibus 2 extimis oblique albis. An varietas *E. cia*? Habitat circan Oscan. Rostrum et pedes nigra.» Asso.

Cuadro de las especies del género EMBERIZA

1. Mayor, del tamaño de un tordo. Mandíbula superior con giba en el paladar, muy ancha y angulosa en la base. Parda por encima, blanquecina por debajo, con manchas alargadas laterales negras. Timoneras pardas no manchadas de blanco.

calandra L.

—Menor, del tamaño de un gorrión ó pinzón. 2

2. Región inferior de un amarillo de canario, cabeza amarilla mezclada de negro; obispillo rojo. *citrinella* L.

—Región inferior con poco ó nada de amarillo. 3

3. Barba y parte superior de la garganta negras; una mancha semilunar grande amarilla en la garganta ó parte superior del pecho; amarillas las cejas y una mancha debajo de los ojos.

cirlus L.

—Nada de amarillo vivo en la región inferior 4

4. Garganta blanco-amarillenta. Cabeza, pecho y espalda cenicientos ó verdosos. Cola pardo-obscura; primeros pares de timoneras orillados de pálido por fuera. *hortulana* L.

—Cabeza, cuello y pecho de un gris plumizo. Cola muy larga, parda; las dos timoneras externas en gran parte blancas. *cia* L.

23. GÉNERO CINCHRAMUS BOIE

Pico comprimido, con quilla redondeada; aberturas nasales cubiertas por plumas de la frente. Alas obtusas. Uñas agudas y curvas, pero delgadas, la del pulgar más fuerte.

38. *Cinchramus schoenicius* L. *Matinero*.—(Fig. 15). Cabeza negra; región orbitaria jaspeada finamente de rojizo; de la base

del pico baja á cada lado una banda blanca, que se pierde en el cuello. Barba, garganta y parte superior del pecho negras jaspeadas de blanquecino. Región superior pardo-rojiza en bandas largas. Abdomen pardo-ceniza. La ♀ es pardo-rojiza, con la coloración dispuesta en bandas; región inferior blanco-amarillenta, con manchitas flameadas pardo-rojizas en el pecho. Ala 80 — 82; cola 69 — 70; pico 9 mm.



Fig 15.

De varios sitios de la península.

24. GÉNERO **PASSERINA** VIEILLE (= *Plectrophanes* auct.)

Pico parecido al del género *Emberiza*, sin vestigio de giba en el paladar, anguloso lateralmente en la base. Aberturas nasales ocultas en parte por las plumillas de la frente. Alas largas y agudas; la primera rémige rudimentaria, la segunda (1.^a visible) la más larga, la siguiente casi igual y las restantes decrecientes con rapidez; las primarias doblemente largas que las secundarias. Cola como $\frac{3}{5}$ del ala, fuertemente escotada.

39. **Passerina nivalis** L. *Gorrión blanco*.—Región inferior de color blanco de marfil y ese mismo manchado de pardo rojizo en la superior. Cabeza rojiza ocrácea. Ala 106 — 114; cola 65 — 70; pico 9'6 — 10'5 mm.

Propio de las regiones árticas se ve alguna vez en España (Arévalo). Aragón! (Mus. Univ.).

Cuadro de los géneros de la familia de los FRINGÍLIDOS

1. Pico extremadamente grueso y robusto; anchura de la mandíbula inferior próximamente igual á la altura del pico. Algunas rémiges escotadas en el lado externo del ápice.

1. *Pycnorhynchus* Nav.

—Mandíbula inferior menos ancha en la base que la altura del pico; éste menos robusto. 2

2. Mandíbula superior mucho más larga que la inferior, ambas encorvadas y cruzadas en el extremo. 2. *Loxia* L.

—Ambas mandíbulas encajando en el extremo. 3

3. Pico cónico, grueso, corto, mucho más corto que la cabeza. Plumaje verde. 3. *Ligurinus* Koch.

—Pico más ó menos alargado, puntiagudo. Plumaje vario. 4

4. Pico comprimido, arqueado por encima, con quilla redondeada, puntiagudo 12. *Cinchramus* Boie.

—Pico no comprimido, redondeado ó ancho en la base 5

5. Pico fuerte, como hinchado y casi redondo en la base, luego estrechado; puntiagudo, recto 4 *Acanthis* Bechs.

—Pico menos redondo en la base, más uniforme en su longitud. 6

6. Mandíbula superior con ángulo lateral en la base hacia la frente por encima, con el borde lateral cóncavo, de suerte que aparece luz á través del pico cerrado. 11. *Emberiza* L.

—Mandíbula superior sin quillas laterales ó poco pronunciadas; ambas mandíbulas ajustadas al cerrarse, sin que se vea luz á través. 7

7. Mandíbula superior casi recta, algo deprimida en medio. Alas muy largas, que casi llegan al extremo de la cola.

9. *Pyrgita* Brehm.

—Mandíbula superior más ó menos comba. 8

8. Pico corto; alas con las tres primeras rémiges visibles casi iguales. 9

—Pico regularmente alargado, arqueado por encima, puntiagudo. 10

9. Plumage verdoso, fino. Pico hinchado, abovedado con regularidad. 5. *Chlorindus* Nav.

—Pecho rojo. Pico en la base más ancho que alto, comprimido por delante. Rémige primera (visible) igual á la quinta.

6. *Pyrrhia* Nav.

10. Pico fuerte, con bordes rectos, recto, cónico. 11

—Pico con lomo manifestamente convexo, punta algo inclinada; aberturas nasales no del todo cubiertas. 12

11. Pico robusto. Aberturas nasales junto á la base, ovales, en gran parte cubiertas por las plumillas de la frente. Primera rémige de las desarrolladas acortada, las 2 — 4 casi iguales, las más largas. 7. *Fringilla* L.

—Parecido al anterior. Pico más delgado y agudo. Ventanas nasales cubiertas. Alas muy largas. las rémiges 2 — 3 más largas y casi iguales. 8. *Montifringilla* Brehm.

12. Alas agudas, las tres primeras rémiges desarrolladas casi iguales y las más largas. Mandíbula superior con bordes entrantes. Uña del pulgar ganchuda. 10. *Passer* Koch.

—Alas agudas, la primera rémige dn las desarrolladas la más larga, la segunda casi igual, las otras decrecientes. Mandíbula superior con bordes paco entrantes. Uña del pulgar casi recta.

13. *Passerina* Vieill.

5.^a FAMILIA ALÁUDIDOS

Pico de longitud mediana, cónico, guarnecido en la base de vibras dirigidas hacia delante. Uña del pulgar casi recta, larga (Fig. 17), de la longitud de este dedo ó algo mayor. Alas largas.

Cola escotada. Tarsos por detrás cubiertos de placas cuadrangulares.

25. GÉNERO **MELANOCORYPHA** BOIE

Pico alto, fuerte, comprimido (Fig. 16) lateralmente, más corto que la cabeza; mandíbula superior arqueada en toda su longitud, la inferior casi recta. Alas largas que casi llegan al extremo de la cola; ésta corta y escotada. Tarso más largo que el dedo medio con su uña. Uña del dedo posterior más larga que él y recta.



Fig. 16.

40. **Melanocorypha calandria** L. *Calandria*.--La rémige abortiva ó 1.^a visible por debajo; de un centímetro de largo. Color general pardo-ceniza rojizo. Región inferior de un color blanco sucio con manchas pardo-rojizas en el pecho. Una mancha negra á los lados del cuello tendiendo á formar collar. Timoneras manchadas de blanco, la externa casi del todo blanca, excepto una mancha alargada en la base. Ala 127 — 134; cola 62 — 66; pico 14 — 17 mm.

Aragón! (Mus. Univ.).

«Alauda calandra. Habitat Cæsaraugustæ, ubi vocatur *Calandria real*.» Asso.

26. GÉNERO **CALANDRELLA** KAUP

Pico corto, arqueado. Plumas de la cabeza algo eréctiles. Tarsos tan largos como vez y media el dedo tercero; pulgar corto, su uña larga y algo arqueada. Rémiges secundarias largas, á veces casi tanto como las primarias.

41. **Calandrella brachydactyla** Leissler. *Terreruela*.--De forma esbelta. Región superior de un color pardo-rojizo claro, manchado de pardo; región inferior con manchas pardas y rojizas finas en el pecho y garganta. Parte de la cara y cejas blanquecinas. Mancha negruzca en el cuello. Parecida á la Calandria, pero menor, con el pico y dedos más cortos. Ala 93 — 96; cola 62; pico 11 mm.

En toda la península y Baleares (Arévalo). Cariñena! (Mus. Col. Salv.).

42. **Calandrella minor** Cab. var. **bætica** Dress. *Cujailla*.--Pico pequeño, mandíbula superior arqueada y un milímetro más larga que la inferior, parda; la inferior de un blanco de hueso. Cabeza pequeña, parda, con listas oscuras que parten de la base de la mandíbula superior y se extienden hasta el cuello. Pecho ceniciento, con manchas alargadas pardas hasta el principio del abdo-

men. Cola truncada, timonera externa blanca en casi toda la extensión de las barbas externas. Huevos de color verde aceitunado claro con manchitas jaspeadas de color de canela. Ala 90 — 94; cola 55 — 60; pico 9 — 9'5 mm.

Andalucía (Arévalo). Tal vez se halle en Aragón.

27. GÉNERO **GALERIDA** BOIE

Cabeza adornada de plumas eréctiles formando moño. Pico tan largo como la cabeza, grueso y arqueado en la punta; aberturas nasales en parte ocultas por plumas rígidas. Alas tan largas y agudas que llegan á la mitad de la cola. Uña del pulgar fuerte y tan larga como él.

43. **Galerida cristata** L. *Cogujada*.—Color general gris rosado, claro por encima, con el borde de las plumas todavía más claro. Región inferior de un blanco rosado, con manchas longitudinales pardo-negruzcas en los lados del cuello, pecho y costados. Un moño de color gris sobre la cabeza. Timoneras laterales con las barbas exteriores de un rojo de orín. Ala ♂ 105 — 110 mm., ♀ 97 — 109; cola 64 — 70; pico 17'5 — 19'5 mm.

Común en toda España. Aragón! (Peña Martín ⁽¹⁾, Mus. Univ.).

«Alauda cristata. *Cogujada*. Funes p. 188. Marcuello p. 248. Ubique frequens. Ejus meninit sub nomine *Capada* Marchio Vilenzæ in libro de Scissoris officio cap. 6 » Asso.

28. GÉNERO **LULLULA** KAUP

Muy parecido al género *Galerida*. Moño formado por plumas del occipucio más largas que las demás constituyendo una elevación redondeada eréctil. Pico la mitad de longitud de la cabeza, delgado recto. Rémige 1.^a ó abortiva visible, de un centímetro y medio.

44. **Lullula arborea** L. (*nemorosa* Gmel). *Totovia*.—Color general pardo ocráceo, dispuesto en manchas alargadas. Región inferior blanquizca, con rayitas largas pardas en la garganta y pecho. Primera rémige normal algo más corta que las otras. Extremo de las cuatro primeras timoneras manchado de blanco. Ala 92 — 99, generalmente 95 — 97; la ♀ generalmente algo menor; cola 52 — 54; pico 11'5 — 12'3 mm. Es el más pequeño de los Aláudidos de nuestro país.

Citado en varias regiones de España. Aragón! (Mus. Univ.).

(1) Peña Martín. Tratado de las aves insectívoras cuya caza está prohibida, etcétera. Barcelona, 1905. Prestado por mi discípulo D. Manuel Martínez de Torres.

29. GÉNERO **ALAUDA** L.

Pico recto, cónico, bastante más corto que la cabeza. Plumas de la región occipital más largas que las restantes de la cabeza, pero sin formar moño. Alas largas, hasta más de la mitad de la

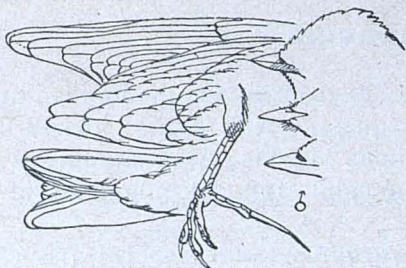


Fig. 17
(De Ridgway) (1).

cola; la primera rémige más corta que la segunda, las siguientes bastante largas. Uña del dedo posterior más larga que él, recta ó ligeramente arqueada (Fig. 17).

45. **Alauda arvensis** L.

Alondra.—Color general gris rojizo ocráceo; en la región superior todas las plumas en medio de un pardo obscuro.

Región inferior de un blanco sucio con manchas pardas y rosadas alargadas. Timonera externa en gran parte y la segunda con las barbillas externas blancas. Ala 110 — 120; cola 70 — 75; pico 10 — 12 mm. La ♀ más pequeña.

Citada de todas las regiones de la península (Arévalo, Peña, etc.).

«*Alauda arvensis*. Nostratibus *Calandria*. Funes p. 190. Marcuello p. 248. Cæsaraugustæ et circa Epila vulgaris.» Asso.

Hartet excluye de nuestra península la forma típica de la *Alauda arvensis*. Efectivamente difieren de ella los ejemplares que tengo á la vista. Se parecen mucho á la var. *Harteti* Whit.; mas como para Hartet las formas del norte de Marruecos y principalmente de España no se identifican con ella, resta que constituyan una variedad nueva, que llamaremos

Var. **hesperica** var. nov. A typo differt: Rostro longiore, acutiore; mandibula superiore fusca, præter maculam acutam flavescens ad medium juxta marginem inferiorem; mandibula inferiore flavescens pallida eburnea ad medium, fuscens ad basim et apicem. Pectore ochraceo, maculis fuscis elongatis, majoribus in ♂. Remigibus tribus primariis fuscis, ad marginem externum roseo-ochraceo limbatis, fascia sensim angustata, apice ipso toto fusco, vix tertia remige pallidiore apice. Rectrice prima subtota alba, secunda margine externo maximam partem albo, in ♀ colore minus puro, fusco levissime tincto (Fig. 18).



Fig. 18.

(1) Robert Ridgway. The birds of North and Middle America. Part. IV lam. XIII. Washington, 1907.

Longitudo alæ 102 — 112; caudæ 65 — 73; rostri 13'5 mm.

Debe de hallarse en toda nuestra península. He visto ejemplares de Aragón (Mus. Univ. y Col. Salv.), Cariñena (Mus. Col. Salv.), Zaragoza (Bruned).

Cuadro de los géneros de la familia de los ALÁUDIDOS

1. Pico tan largo como la cabeza, arqueado en la punta. Cabeza con plumas eréctiles formando moño agudo. Uña del pulgar fuerte y tan larga como él 3. *Galerida* Boie
—Pico más corto que la cabeza. Sin moño, ó con moño poco marcado, obtuso. 2
2. Pico arqueado. Con ó sin moño. 3
—Pico recto, sólo en la punta algo arqueado. 4
3. Pico comprimido. Ala larga, que llega casi al extremo de la cola. Sin moño manifiesto. Uña del dedo posterior más larga que él y recta. 1. *Melanocorypha* Boie
—Pico no comprimido. Plumas de la cabeza algo eréctiles. Pulgar corto, su uña larga y algo arqueada. 2. *Calandrella* Kaup
4. Moño formado por plumas del occipucio más largas que las demás y constituyendo una elevación redondeada eréctil. Pico la mitad de la longitud de la cabeza 5. *Lulula* Kaup
—Plumas de la región occipital más largas que las demás de la cabeza, pero sin formar moño. Alas largas hasta más de la mitad de la cola. 4. *Alanda* L.

6.^a FAMILIA MOTACÍLIDOS

Parecidos á algunos Aláudidos, pero distinguibles al momento porque el tarso está cubierto por detrás por una pieza única; por delante el tarso es escudeteado, sus piezas á veces sólo distinguibles en la porción inferior. Pico largo, recto y escotado en el extremo de la mandíbula superior; aberturas nasales descubiertas. Ala con nueve rémiges primarias, por ser abortiva la primera; las secundarias tan largas, que con frecuencia alcanzan el extremo del ala. Cola larga y escotada. Plumaje blando y fino. Ofrecen dos mudas, una de verano y otra de invierno. Andan por los campos. Anidan en el suelo ó en los agujeros; los huevos son manchados.

30. GÉNERO **ANTHUS** BECHST.

En el plumaje, color del dorso, estrías pardas del pecho y costados muy parecidos á los Aláudidos. Sexos semejantes. Rémiges secundarias internas tan largas como las primarias. Uña del pulgar larga, de longitud variable.

46. **Anthus Richardi** Vieill. *Churrica*.—Uña del pulgar ordinariamente más larga que el dedo, de 15 — 22'5 mm., casi recta (Fig. 19). Región superior de color pardo manchado de rojizo en la cabeza y es palda. Región inferior de de un blanco sucio, algo rojizo en el cuello y pecho. Las dos timoneras externas de cada lado blancas con una banda longitudinal parda en las barbas internas. Ala 94 — 100; cola 74 — 79; pico 14 milímetros ♀ algo menor.

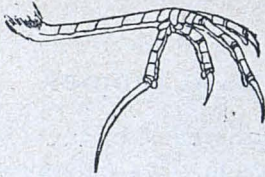


Fig. 19.

España (Arévalo, Hartet).

47. **Anthus campestris** L. *Calandrina*.—Uña del dedo posterior de la longitud de éste, muy gruesa y poco encorvada. Tarso muy largo. Pico pardo; mitad basilar de la mandíbula inferior amarilla. Color gris rojizo por encima; ceja, garganta y parte media del abdomen de color isabela; pecho y costado rojo-amarillentos; una mancha en la cara en forma de bigote; las dos timoneras externas blancas con una banda longitudinal parda en las barbillas internas. Ala 87 — 97; cola 69 — 76; pico 14 — 16; tarso 25 — 27 mm.

Varias regiones de España (Arévalo), Cariñena! (Navascués).

48. **Anthus pratensis** L. *Pipí*.—Uña del dedo posterior algo más larga que éste, ligeramente arquada (Fig. 20). Las cuatro primeras rémiges visibles casi iguales. Región superior pardo-cenicienta, rabadilla verdosa. Región inferior blanco-sucia, con manchas pardas á los lados del cuello, pecho y costados. Timonera externa blanca, con una banda parda en las barbas internas y una pequeña mancha blanca en la extremidad de la siguiente. Ala 80 — 84; cola 60 — 70; pico 11 — 12'5 mm. ♀ algo menor.

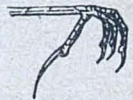


Fig. 20.

La citan de casi toda España Arévalo y Peña.

«Alauda pratensis. Habitat circa Taguenca, Lituénigo. Magallón.» Asso.

49. **Anthus trivialis** L. (*arboreus* Bechst.). *Bisbita*, *Alfarfero*.—Uña del dedo posterior algo más corta que éste, y encorvada (Fig. 21). Lomo de un verde aceituna sucio, con mezcla de manchas oscuras dispuestas longitudinalmente en el centro de las plumas de la cabeza, cuello y espalda; ceja, párpados y garganta amarillentos; pecho y costados rojo-amarillentos con manchas largas negras; vientre y región anal blancos; timonera externa blanca con una mancha parda en las barbas interiores. Ala ♂ 86 — 92, ♀ 81 — 87 mm.



Fig. 21.

Citada en casi toda la península por Arévalo y Peña.

50. **Anthus spinoletta** L. (*aquaticus* Bechst.). *Tordino*.—Uña del dedo posterior medida en línea recta tan larga ó algo más que su dedo, suavemente arqueada patas largas, tarsos y dedos de un pardo obscuro. Región superior de un pardo ceniza, con reflejos gris-azulados en la cabeza, cuello y escapulares; una mancha blanca que se extiende desde el pico al oído. Región inferior de un blanco sucio. Timonera externa blanca en el borde exterior, con una mancha estrecha de este color en el interno y otra pequeña en la siguiente. Ala ♂ 90 — 96; ♀ 86 — 92; cola 65 — 70; tarso 25; pico 12'5 mm.

Alturas de los Pirineos (Hartet) y otras regiones de España (Arévalo).

Cuadro de las especies del género ANTHUS

1. Patas pardo-negruzcas ó negras; uña larga como el dedo pulgar, arqueada; tarso de 25 mm. 5. *spinoletta* L.
—Patas pardo-amarillentas; uña de longitud variable, recta ó curva 2
2. Tarso de 30 — 33 mm. Uña del dedo pulgar larga de 15 — 22'5 mm., tanto ó más que su dedo. Región superior pardo-rojiza, sin mezcla de verde. 1. *Richardi* Vieill.
—Tarso menor de 30 mm. 3
3. Tarso de 25 — 27 mm. Uña del dedo posterior de la longitud de éste, muy gruesa y poco encorvada. Color gris rojizo por encima. 2. *campestris* L.
—Tarso más corto, uña encorvada. 4
4. Uña del dedo posterior algo más larga que éste, ligeramente encorvada. Región superior pardo-cenicienta, rabadilla verdosa 3. *pratensis* L.
—Uña del dedo posterior algo más corta que él y encorvada. Lomo de un verde-aceituna sucio, con manchas alargadas obscuras. : 4. *trivialis* L.

31. GÉNERO MOTACILLA L.

Cola muy larga, á veces tanto como el ala, redondeada en el extremo, formada de plumas estrechas. Tarso largo, más que el dedo posterior comprendiendo la uña. Pico recto, delgado, anguloso entre las aberturas nasales, éstas descubiertas. Uña del pulgar tan larga al menos como el dedo y algo arqueada. Lomo sin estrías, de color uniforme. Andan á saltos y con gracia.

51. **Motacilla alba** L. *Pajarita de las nieves*.—Espalda cenicienta ó pardo-verdosa; rabadilla ceniza; frente, lados del cuello,

abdomen y subcaudales blancas; nuca, garganta, parte superior del cuello y pecho negros; alas y cola negras; las dos timoneras laterales blancas con una banda negra longitudinal. Huevos de color blanco de yeso con pintitas ó rayitas pardo-verdosas. Ala 87-90, rara vez hasta 93; cola 86-91; pico 13 mm. (Fig. 22).



Fig. 22

En todas partes.

«Motacilla alba. Moticila Funes p. 205. Nostratibus *Anda-rio*. Cæsaraugustæ frequens». Asso.

Var. **lugubris** Temm. (*Yarrelli* Gould). *Neverilla*.—Rabadilla y espalda negras, ó esta última verdosa; una banda negra en las timoneras blancas.

Escasa en España, á donde llega del Norte (Arévalo).

52. **Motacilla flava** L. *Nevatilla*.—Cabeza de color plumbeo en el ♂, verdoso en la ♀; ceja blanca; garganta amarilla; rabadilla verdosa; las dos timoneras laterales blancas con una banda parda. Ala 80 — 85; cola 70 — 79; pico 12 — 13 mm.

Común en toda España.

«Motacilla flava. Habitat cum præcedente». Asso.

Ofrece muchas variedades.

Var. **Rayi** Bp. Cabeza verde-amarillenta; ceja y garganta amarillas; rabadilla amarillo-verdosa.

España (Arévalo, Hartet, etc.).

Var. **melanocephala** Licht. Región superior de un negro de azabache; sin ceja; garganta amarilla.

España (Arévalo).

Var. **cinereocapilla** Savi. Garganta blanca. Cabeza más obscura que en el tipo. El blanco de la ceja apenas está indicado.

Citada por Arévalo.

53. **Motacilla boarula** L. (*sulphurea* Bechst). *Agua nieves amarilla*.—Región superior grisácea, con reflejos verdosos ú oliváceos en cabeza y lomo; rabadilla amarillo-verdosa. Garganta y cuello de color negro intenso; pecho, abdomen y subcaudales amarillos; timonera externa blanca, las dos siguientes blancas, manchadas exteriormente de pardo. Los huevos son de color azulado sucio con puntos amarillos.

España, varias regiones (Arévalo, Hartet).

Cuadro de las formas del género **MOTACILLA**

- | | |
|--|---|
| 1. Región inferior blanca, cabeza y pecho negros | 2 |
| —Región inferior amarilla | 3 |

2. Rabadilla y espalda cenicientas, ó esta última pardo-verdosa *alba* L.
—Rabadilla y espalda negras, ó esta última verdosa.
alba L. var. *lugubris* Temm.
3. Garganta negra *boarula* L.
—Garganta amarilla. 4
—Garganta blanca *flava* L. var. *cinereocapilla* Savi.
4. Cabezo plumiza ó verdosa, ceja blanca *flava* L.
—Cabeza verde amarillenta, ceja amarilla.
flava L. var. *Rayi* Bb.
—Cabeza negra por encima; sin ceja.
flava L. var. *melanocephala* Lichts.

7.^a FAMILIA CÉRTIDOS

Pico largo, débil, comprimido, más ó menos arqueado en forma de alfanje (Fig. 23) de bordes lisos, con ventanas nasales laterales, cubiertas de una película, pero libres de plumillas ó vibrisas. Alas con 10 rémiges primarias; la 1.^a á lo sumo llega á la mitad de la segunda; la 3.^a y 4.^a ó la 4.^a y 5.^a las más largas. Dedos largos, uñas largas y ganchudas. Viven en los bosques, perforan los troncos de los árboles y se alimentan de insectos.

32. GÉNERO **CERTHIA** L.

Pico más largo que la cabeza, arqueado en forma de alfanje (Fig. 23); aberturas nasales junto á la base, abiertas en un surco del pico y ocultas en parte por una membrana; lengua larga, córnea, terminada en una cerda corta. Alas redondeadas; la 1.^a rémige no llega á la mitad de la 2.^a; ésta más corta que la 3.^a; la 4.^a y la 5.^a casi iguales y las más largas. Cola de plumas rígidas escalonadas (Fig. 24).



Fig. 23

54. **Certhia brachydactyla** Brehm. *Trepatroncos*.--Garganta y pecho blancos; abdomen y subcaudales rojizos; cobertoras inferiores de las alas blanquecinas manchadas de pardo-rojizo; uña del pulgar apenas más larga que el dedo (Fig. 25). Mandíbula superior negra. Pico (Fig. 53) ♂ 15'5 — 19'5, ♀ 13'5 — 16'5.



Fig. 24

Var. **ultramontana** Hart. Región superior de un pardo más oscuro.

Rabadilla de un color rojizo de tabaco.

La variedad se encuentra en España (Hartet).

Se ha citado también de España, tal vez por error, la *C. familiaris* L. var. *macrodactyla* Brehm. Se distingue al momento por la uña del pulgar mucho más larga y el pico más corto (♂ 13 — 14, ♀ 11 — 13 mm.) El tamaño es parecido. Ala 63 — 67'5; cola 60 — 65 mm.



Fig. 25

33. GÉNERO **TYCHODROMA** Ill.

Pico muy largo, delgado, arqueado, triangular en la base y redondeado en lo restante. Alas largas, la 1.^a rémige algo más corta que la 2.^a, las 4.^a, 5.^a y 6.^a casi iguales y las más largas. Cola mucho más corta que las alas, compuesta de plumas flexibles. Uña del pulgar delgada y encorvada, tan larga ó más que el dedo.

55. **Tichodroma muraria** L. *Arañero*.—Región superior de color de ceniza obscuro; cuello y región inferior color de ceniza claro; cara y garganta negras; cobijas de las alas y barbas externas de las rémiges de color carmesí; las cuatro primeras rémiges con manchas redondas blancas. Pico negro. Ala 99 — 104; cola 55 — 65; pico 23 — 35; la ♀ más pequeña.

España (Arévalo, Hartet); Aragón (Peña).

8.^a FAMILIA SÍTIDOS

Dedos medio y posterior fuertes y largos, con uñas fuertes y comprimidas. Pico recto, cuneiforme. Lengua denticulada á los lados, con pequeñas cerdas en el extremo. Ala con diez rémiges primarias, la primera corta, pero bien visible; las 2 — 4 ó 3 — 5 las más largas; diez rémiges secundarias. Cola corta, recta, de 12 timoneras. Huevos blancos con manchas rojizas.

(Continuará).



Determinación de la hora en el almicantarat del polo

(CONTINUACIÓN)

8. *Cálculo gráfico de la corrección en el ángulo horario, debida á un error en la altura medida.*—Si tomamos la expresión que define el valor de dh en función de dt , ó lo que es igual, la velocidad en altura del astro, que es, (según Brunnow; *Astronomía esférica*; pág. 123),

$$\frac{dh}{dt} = -\cos \varphi \operatorname{sen} A \quad (13)$$

podremos calcular sencillamente, la corrección dt del ángulo horario, debida á un incremento dh de la altura.

Pero puede eliminarse, el azimut A por el siguiente procedimiento. En la *fig. 1*, cuyos elementos hemos interpretado ya, se obtiene,

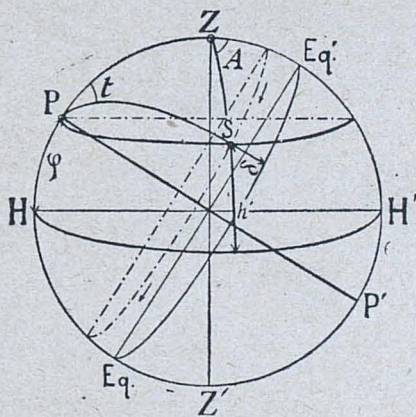


Fig. 1

$$\operatorname{sen} \delta = \operatorname{sen} \varphi \operatorname{sen} h - \cos \varphi \cos h \cos A$$

y puesto que se trata del paso del astro por el almicantarat, deberá hacerse en ella, $\varphi = h$, con lo cual

$$\operatorname{sen} \delta = \operatorname{sen}^2 \varphi - \cos^2 \varphi \cos A$$

$$\text{ó} \quad \cos A = \frac{\operatorname{sen}^2 \varphi - \operatorname{sen} \delta}{\cos^2 \varphi} \quad (14)$$

Ahora, de la (13), se obtiene

$$\frac{dh^2}{dt^2} = \cos^2 \varphi \sin^2 A = \cos^2 \varphi (1 - \cos^2 A)$$

y sustituyendo el valor de $\cos A$ que da la (14), sale

$$dh^2 = \cos^2 \varphi \left[1 - \frac{(\sin^2 \varphi - \sin \delta)^2}{\cos^4 \varphi} \right] dt^2$$

y por sencillas transformaciones

$$\begin{aligned} dh^2 &= \frac{\cos^4 \varphi - (\sin^2 \varphi - \sin \delta)^2}{\cos^2 \varphi} dt^2 \\ &= \frac{(\cos^2 \varphi + \sin^2 \varphi - \sin \delta)(\cos^2 \varphi - \sin^2 \varphi + \sin \delta)}{\cos^2 \varphi} dt^2 \\ &= \frac{(1 - \sin \delta)(\cos 2\varphi + \sin \delta)}{\cos^2 \varphi} dt^2; \end{aligned} \quad (15)$$

é introduciendo la distancia polar p en lugar de la declinación δ ,

$$\begin{aligned} dh^2 &= \frac{(1 - \cos p)(\cos 2\varphi + \cos p)}{\cos^2 \varphi} dt^2 \\ &= \frac{2 \sin^2 \frac{1}{2} p \cdot 2 \cos \frac{1}{2} (2\varphi + p) \cos \frac{1}{2} (2\varphi - p)}{\cos^2 \varphi} dt^2 \\ &= \frac{4 \sin^2 \frac{1}{2} p \cos \left(\varphi + \frac{1}{2} p \right) \cos \left(\varphi - \frac{1}{2} p \right)}{\cos^2 \varphi} dt^2; \end{aligned}$$

y finalmente

$$dh = \frac{2 \sin \frac{1}{2} p}{\cos \varphi} \sqrt{\cos \left(\varphi + \frac{1}{2} p \right) \cos \left(\varphi - \frac{1}{2} p \right)} dt. \quad (16)$$

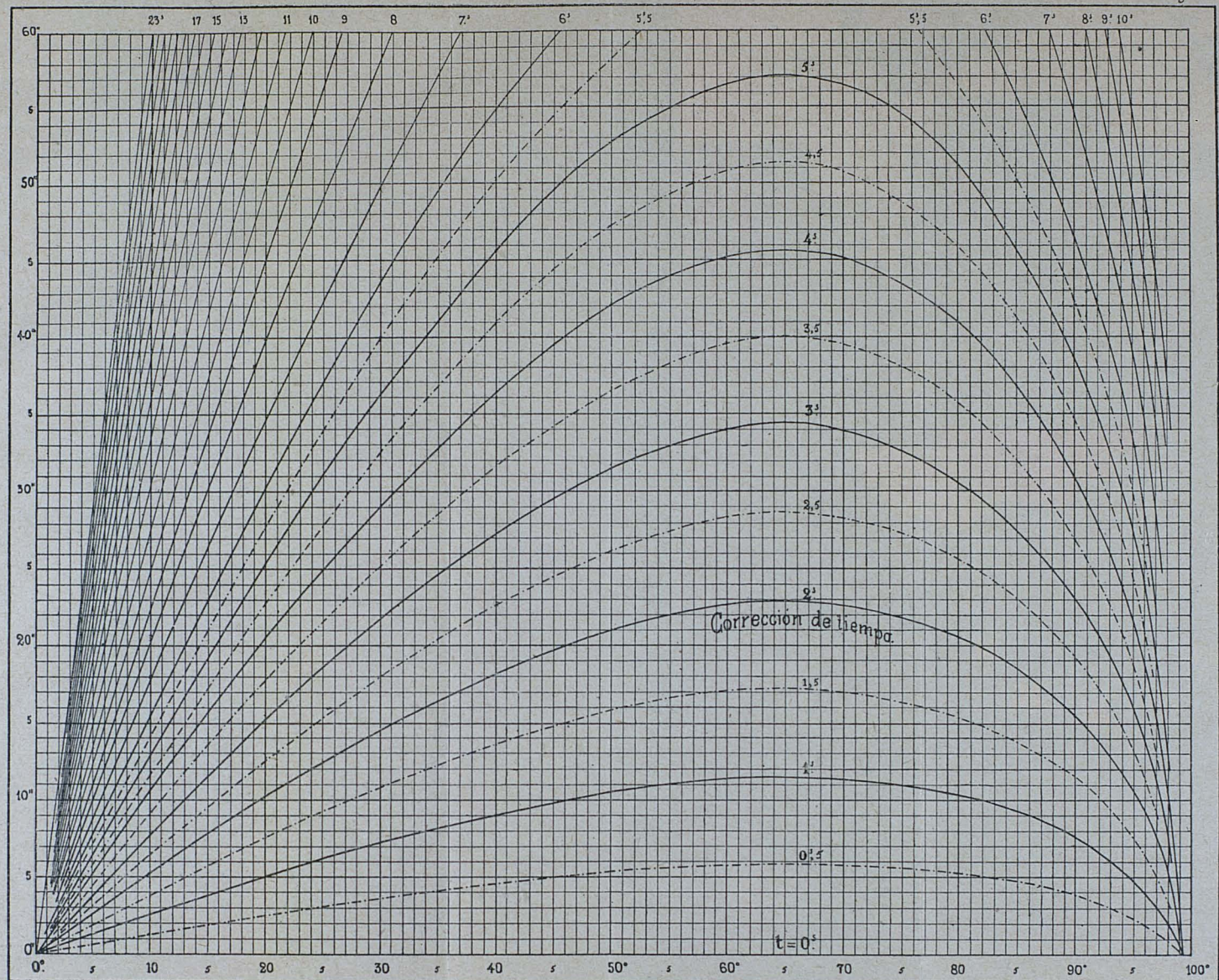
De los dos signos \pm que esta expresión debería llevar, se adoptará el que corresponda, fácil de deducir por la forma en que aparece en la expresión (13); mas la (16) que acabamos de obtener es preferible para el cálculo, por intervenir las cantidades siempre determinadas, φ y p , es decir, la latitud del lugar de observación, y la distancia polar del astro observado.

Conviene para el cálculo, expresar las cantidades que contiene, en unidades prácticas, á saber: la corrección del ángulo horario dt en segundos de tiempo, y la corrección de altura dh en se-

Abaco N° I.

Cálculo de la hora en el almicantrat del polo.

Corrección de altura.



p = Distancia polar.

Latitud de Madrid:

40° 24' 30"

G.G.

gundos de arco. Así se obtiene sucesiva y sencillamente,

$$dh = (dh'') \text{ sen } 1''$$

$$dt = (dt'') \text{ sen } 1'' = (dt'') 15 \text{ sen } 1''$$

y poniendo estos valores en la (16),

$$(dh'') = \frac{15 \cdot 2 \text{ sen } \frac{1}{2} p}{\cos \varphi} \sqrt{\cos \left(\varphi + \frac{1}{2} p \right) \cos \left(\varphi - \frac{1}{2} p \right)} (dt'') \quad (17)$$

de la cual,

$$(dt'') = \frac{\cos \varphi}{30 \text{ sen } \frac{1}{2} p \sqrt{\cos \left(\varphi + \frac{1}{2} p \right) \cos \left(\varphi - \frac{1}{2} p \right)}} (dh'').$$

9. *Construcción de un abaco, que defina la corrección dt correspondiente á dh.*—Véase la lámina del *Abaco núm. I*.—Como el segundo miembro de la fórmula (17) contiene tres variables, φ latitud, p distancia polar, y dh corrección de altura, construiremos el abaco para un lugar de la Tierra, adoptando la latitud de Madrid $\varphi = 40^\circ 24' 30''$.

Quiere decir esto que cada observatorio ha de construir su abaco, aunque pudiera utilizarse el que hemos hecho, y construir otro que defina una segunda corrección dt correspondiente al incremento de latitud $d\varphi$.

En el *Abaco núm. I*, la distancia polar se ha tomado sobre el eje horizontal de 0° á 100° por intervalos de *un grado* que el observador podrá fraccionar según su perspicacia; los valores de dh aparecen representados sobre el eje vertical de $0''$ á $60''$ por intervalos de $1''$ también fáciles de fraccionar; y el punto de intersección de la abscisa y de la ordenada definen sobre el abaco un punto, del cual, si cae sobre una de las líneas acotadas, podrá hacerse la lectura inmediata, y si no es así, por una sencilla interpolación gráfica, que en gran parte del abaco permitirá leer hasta $0^s, 05$.

El valor de dh será la suma algebraica del error de altura debido á tres causas: 1.^a á la paralaje; 2.^a á la refracción; y 3.^a al error de lectura en el círculo vertical, igual á la diferencia entre la latitud y el valor indicado por dicho círculo, amordazado en el *número redondo*, más próximo á su verdadero valor.

10. *Tablas referentes al cálculo analítico del abaco.*—La fórmula (17) permite calcular puntos de las curvas acotadas correspondientes á $dt = 0^s$, $dt = 1^s$, $dt = 2^s$, procediendo por intervalos de p y de dh .

Para $dh = 0$ y para cualquier valor de p dicha fórmula da $dt = 0$; luego la curva acotada correspondiente á $dt = 0$ es el eje horizontal del abaco, y construídas las demás, puede observarse, como la fórmula hace ver, que todas ellas son afines ortogonalmente, según el eje horizontal como eje de afinidad, propiedad que sirve para comprobar gráficamente la exactitud de los valores numéricos, y para construir puntos intermedios.

GABRIEL GALÁN.

(Continuará).



TABLAS DEL ABACO

$dt = 1^s$		$dt = 2^s$		$dt = 3^s$	
$p = 0^\circ$	$dh'' = 0''$	$p = 0^\circ$	$dh'' = 0''$	$p = 0^\circ$	$dh'' = 0''$
$p = 10^\circ$	$dh'' = 2'',59$	$p = 10^\circ$	$dh'' = 5'',18$	$p = 10^\circ$	$dh'' = 7'',77$
$p = 20^\circ$	$dh'' = 5'',07$	$p = 20^\circ$	$dh'' = 10'',54$	$p = 20^\circ$	$dh'' = 15'',21$
$p = 30^\circ$	$dh'' = 7'',30$	$p = 30^\circ$	$dh'' = 14'',60$	$p = 30^\circ$	$dh'' = 21'',90$
$p = 40^\circ$	$dh'' = 9'',16$	$p = 40^\circ$	$dh'' = 18'',32$	$p = 40^\circ$	$dh'' = 27'',48$
$p = 50^\circ$	$dh'' = 10'',54$	$p = 50^\circ$	$dh'' = 21'',08$	$p = 50^\circ$	$dh'' = 31'',62$
$p = 60^\circ$	$dh'' = 11'',31$	$p = 60^\circ$	$dh'' = 22'',62$	$p = 60^\circ$	$dh'' = 33'',93$
$p = 70^\circ$	$dh'' = 11'',31$	$p = 70^\circ$	$dh'' = 22'',62$	$p = 70^\circ$	$dh'' = 33'',93$
$p = 80^\circ$	$dh'' = 10'',33$	$p = 80^\circ$	$dh'' = 20'',66$	$p = 80^\circ$	$dh'' = 30'',99$
$p = 90^\circ$	$dh'' = 7'',86$	$p = 90^\circ$	$dh'' = 15'',72$	$p = 90^\circ$	$dh'' = 23'',58$
$p = 99^\circ 11'$	$dh'' = 0''$	$p = 99^\circ 11'$	$dh'' = 0''$	$p = 99^\circ 11'$	$dh'' = 0''$
$p = 100^\circ$	$dh'' = \sqrt{-1}$	$p = 100^\circ$	$dh'' = \sqrt{-1}$	$p = 100^\circ$	$dh'' = \sqrt{-1}$

$dt = 4^s$		$dt = 5^s$		$dt = 6^s$	
$p = 0^\circ$	$dh'' = 0''$	$p = 0^\circ$	$dh'' = 0''$	$p = 0^\circ$	$dh'' = 0''$
$p = 10^\circ$	$dh'' = 10'',33$	$p = 10^\circ$	$dh'' = 12'',95$	$p = 10^\circ$	$dh'' = 15'',54$
$p = 20^\circ$	$dh'' = 20'',28$	$p = 20^\circ$	$dh'' = 25'',33$	$p = 20^\circ$	$dh'' = 30'',42$
$p = 30^\circ$	$dh'' = 29'',20$	$p = 30^\circ$	$dh'' = 36'',50$	$p = 30^\circ$	$dh'' = 43'',80$
$p = 40^\circ$	$dh'' = 36'',64$	$p = 40^\circ$	$dh'' = 45'',80$	$p = 40^\circ$	$dh'' = 54'',96$
$p = 50^\circ$	$dh'' = 42'',16$	$p = 50^\circ$	$dh'' = 52'',70$	$p = 50^\circ$	$dh'' = \text{fuera}$
$p = 60^\circ$	$dh'' = 45'',24$	$p = 60^\circ$	$dh'' = 56'',55$	$p = 60^\circ$	$dh'' = \text{id.}$
$p = 70^\circ$	$dh'' = 45'',24$	$p = 70^\circ$	$dh'' = 56'',55$	$p = 70^\circ$	$dh'' = \text{id.}$
$p = 80^\circ$	$dh'' = 41'',32$	$p = 80^\circ$	$dh'' = 51'',65$	$p = 80^\circ$	$dh'' = \text{id.}$
$p = 90^\circ$	$dh'' = 31'',44$	$p = 90^\circ$	$dh'' = 39'',30$	$p = 90^\circ$	$dh'' = 47'',16$
$p = 99^\circ 11'$	$dh'' = 0''$	$p = 99^\circ 11'$	$dh'' = 0''$	$p = 99^\circ 11'$	$dh'' = 0''$
$p = 100^\circ$	$dh'' = \sqrt{-1}$	$p = 100^\circ$	$dh'' = \sqrt{-1}$	$p = 100^\circ$	$dh'' = \sqrt{-1}$

$dt = 7^s$		$dt = 8^s$		$dt = 9^s$	
$p = 0^\circ$	$dh'' = 0''$	$p = 0^\circ$	$dh'' = 0''$	$p = 0^\circ$	$dh'' = 0''$
$p = 10^\circ$	$dh'' = 18'', 13$	$p = 10^\circ$	$dh'' = 20'', 72$	$p = 10^\circ$	$dh'' = 23'', 31$
$p = 20^\circ$	$dh'' = 35'', 49$	$p = 20^\circ$	$dh'' = 40'', 56$	$p = 20^\circ$	$dh'' = 45'', 63$
$p = 30^\circ$	$dh'' = 51'', 10$	$p = 30^\circ$	$dh'' = 58'', 40$	$p = 30^\circ$	$dh'' = \text{fuera}$
$p = 40^\circ$	$dh'' = \text{fuera}$	$p = 40^\circ$	$dh'' = \text{fuera}$	$p = 40^\circ$	$dh'' = \text{id.}$
$p = 50^\circ$	$dh'' = \text{id.}$	$p = 50^\circ$	$dh'' = \text{id.}$	$p = 50^\circ$	$dh'' = \text{id.}$
$p = 60^\circ$	$dh'' = \text{id.}$	$p = 60^\circ$	$dh'' = \text{id.}$	$p = 60^\circ$	$dh'' = \text{id.}$
$p = 70^\circ$	$dh'' = \text{id.}$	$p = 70^\circ$	$dh'' = \text{id.}$	$p = 70^\circ$	$dh'' = \text{id.}$
$p = 80^\circ$	$dh'' = \text{id.}$	$p = 80^\circ$	$dh'' = \text{id.}$	$p = 80^\circ$	$dh'' = \text{id.}$
$p = 90^\circ$	$dh'' = 55'', 02$	$p = 90^\circ$	$dh'' = \text{id.}$	$p = 90^\circ$	$dh'' = \text{id.}$
$p = 99^\circ 11'$	$dh'' = 0''$	$p = 99^\circ 11'$	$dh'' = 0''$	$p = 99^\circ 11'$	$dh'' = 0''$
$p = 100$	$dh'' = \sqrt{-1}$	$p = 100$	$dh'' = \sqrt{-1}$	$p = 100$	$dh'' = \sqrt{-1}$
$dt = 10^s$		$dt = 11^s$		$dt = 12^s$	
$p = 10^\circ$	$dh'' = 25'', 90$	$p = 10^\circ$	$dh'' = 28'', 49$	$p = 10^\circ$	$dh'' = 31'', 08$
$p = 20^\circ$	$dh'' = 50'', 70$	$p = 20^\circ$	$dh'' = 55'', 77$	$p = 20^\circ$	$dh'' = \text{fuera}$
$dt = 13^s$		$dt = 14^s$		$dt = 15^s$	
$p = 10^\circ$	$dh'' = 33'', 67$	$p = 10^\circ$	$dh'' = 36'', 26$	$p = 10^\circ$	$dh'' = 38'', 85$
$dt = 16^s$		$dt = 17^s$		$dt = 18^s$	
$p = 10^\circ$	$dh'' = 41'', 44$	$p = 10^\circ$	$dh'' = 44'', 03$	$p = 10^\circ$	$dh'' = 46'', 82$
$dt = 19^s$		$dt = 20^s$		$dt = 21^s$	
$p = 10^\circ$	$dh'' = 49'', 21$	$p = 10^\circ$	$dh'' = 51'', 80$	$p = 10^\circ$	$dh'' = 54'', 39$
$dt = 22^s$		$dt = 23^s$		$dt = 24^s$	
$p = 10^\circ$	$dh'' = 56'', 98$	$p = 10^\circ$	$dh'' = 59'', 57$	$p = 10^\circ$	$dh'' = \text{fuera}$

Paso de Mercurio por delante del Sol, el día 14 de Noviembre de 1907

Algunos días anteriores al 14 de Noviembre, fueron persistentemente nubosos. En varios de ellos, el Sol brilló sólo algunas horas sobre el horizonte de Zaragoza; menos de las necesarias para disponer con calma nuestros aparatos, ensayar los procedimientos fotográficos y verificar el cálculo exacto de la *hora-media* local, con el fin de observar los precisos momentos de los contactos.

El día 13, anterior al del esperado fenómeno, el Sol no brilló un sólo instante; las indicaciones meteorológicas, eran poco propicias, sinó opuestas, á que el siguiente fuese un día despejado propio para la observación. Unido esto á la escasez de nuestros recursos instrumentales, nos hacía todo sospechar lo infructuoso de los propósitos; mas al amanecer del 14, el astro del día apareció radiante y esplendoroso. Poco antes de comenzar el paso, hacia las *dies* de la mañana, ni la más tenue nubecilla empañaba el azul purísimo del cielo, donde el Sol brillaba con incomparable nitidez.

Un día otoñal, tibio y sereno, convidaba á alzar la mirada, para presenciar un fenómeno que aunque sencillo y relativamente frecuente, produce la atracción encantadora de todo espectáculo astronómico.

Una ligera brisa, apenas si lograba arrancar á los árboles sus últimas hojas, lacias y amarillentas prestas ya á desprenderse. La naturaleza mostrábase ante nosotros, con toda su arrebatadora poesía; y dirigíamos anhelantes nuestros anteojos, para escudriñar el disco del astro manantial de energías y de toda manifestación vital sobre el planeta que habitamos.

Un grupo de numerosas manchas, de vistoso aspecto, con sus sombras y penumbras perfectamente observables, parecía de propósito colocado, para quienes disponiendo de medios de observación pudieran efectuar determinaciones fotométricas de su opacidad con relación á la mancha, cambiabile de lugar, que Mercurio dibuja á su paso por el disco; y también para que en las fotogra-

fías estereoscópicas, se consiguiera todo el efecto de relieve apetecido, percibiéndose en distintos términos el planeta y las manchas existentes sobre el disco solar.

Habíamos determinado previamente la hora media local, utilizando el teodolito de primer orden de la Facultad de Ciencias y un cronómetro de tiempo medio, por el método de alturas iguales del Sol. Verificadas las necesarias correcciones, calculamos que el estado de nuestro cronómetro era

$$5^m 46^s \text{ (adelantado).}$$

El Sr. Rey Pastor, calculó las horas de los cuatro contactos, correspondientes á la posición de nuestro Observatorio, aplicando las fórmulas expuestas en *Le connaissance des temps*, á saber:

Para el primer contacto exterior:

$$22^h 32^m 45^s,0 - [1,46120] \operatorname{sen} \varphi_1 - [1,77343] \cos \varphi_1 \cos (\lambda + 260^\circ 54',5)$$

Primer contacto interior:

$$22^h 35^m 24^s,9 - [1,47870] \operatorname{sen} \varphi_1 - [1,77783] \cos \varphi_1 \cos (\lambda + 261^\circ 51',5)$$

Segundo contacto interior:

$$1^h 56^m 16^s,2 + [1,78943] \operatorname{sen} \varphi_1 + [1,41601] \cos \varphi_1 \cos (\lambda + 73^\circ 36',2)$$

Segundo contacto exterior:

$$1^h 58^m 56^s,5 + [1,78098] \operatorname{sen} \varphi_1 + [1,41721] \cos \varphi_1 \cos (\lambda + 75^\circ 43',8).$$

Para valores de la latitud geográfica, y de la longitud, con relación á París, del lugar de observación se adoptaron

$$\varphi = 41^\circ 38' 50''$$

(determinada en trabajos anteriores), y

$$\lambda = 3^\circ 13' 0'' = 12^m 52^s \text{ (O. de París),}$$

con lo cual, el valor de la latitud *geocéntrica* φ_1 que interviene en las fórmulas anteriores es

$$\varphi_1 = 41^\circ 33'$$

adoptando la relación

$$\operatorname{tg} \varphi_1 = 0,9966 \operatorname{tg} \varphi.$$

Se obtuvo así, para horas de los contactos, en *tiempo-medio* civil de Zaragoza (14 Noviembre 1908),

1 ^{er} contacto	10 ^h	19 ^m	43 ^s , 29
2. ^o	10	22	21, 77
3. ^o	13	44	11, 59
4. ^o	13	46	50, 44.

Teniendo en cuenta el estado de cronómetro, las horas cronométricas á que los contactos debieron verificarse son:

1. ^o	10 ^h	25 ^m	29 ^s , 15
2. ^o	10	28	7, 63
3. ^o	13	49	57, 45
4. ^o	13	52	36, 30,

y las observadas fueron:

1. ^o	{	10 ^h	26 ^m	1 ^s	1 ^{er} observador
		10	26	10	2. ^o »
2. ^o	{	10	28	28	1. ^o »
		10	28	40	2. ^o »
3. ^o	{	13	49	48	1. ^o »
		13	49	50	2. ^o »
4. ^o	{	13	52	16	1. ^o »
		13	52	34	2. ^o »

Tomando los promedios de las horas observadas por los dos observadores se obtiene:

1. ^o	10 ^h	26 ^m	5 ^s , 5
2. ^o	10	28	34, 0
3. ^o	13	49	49, 0
4. ^o	13	52	25, 0

existiendo por tanto las siguientes diferencias:

1 ^{er} contacto:	36 ^s , 35	retrasado
2. ^o »	26, 37	»
3. ^o »	8, 45	adelantado
4. ^o »	11, 30	»

Para las fotografías, adaptamos una cámara, á un anteojo de 1^m, 20 de distancia focal, recibiendo en la placa, la imagen ampliada á través del ocular. Una de las obtenidas, en unión de los señores Savirón é Izquierdo, la reproducimos aparte en un fotograbado. Mr. Percy Ryves que determinó las horas de los contactos, obtuvo también con un anteojo de menores dimensiones excelentes fotografías.

De otros varios observadores que las han obtenido, y algunas de ellas estereoscópicas, tenemos noticia, y especialmente del Observatorio de Madrid, cuyos trabajos deseamos ver pronto publicados.

G. G.



Paso de Mercurio por delante del Sol, el día 14 de Noviembre de 1907.
Aspecto del disco solar, en el cual se proyecta el pequeño planeta.

(Dibujo de G. G.)



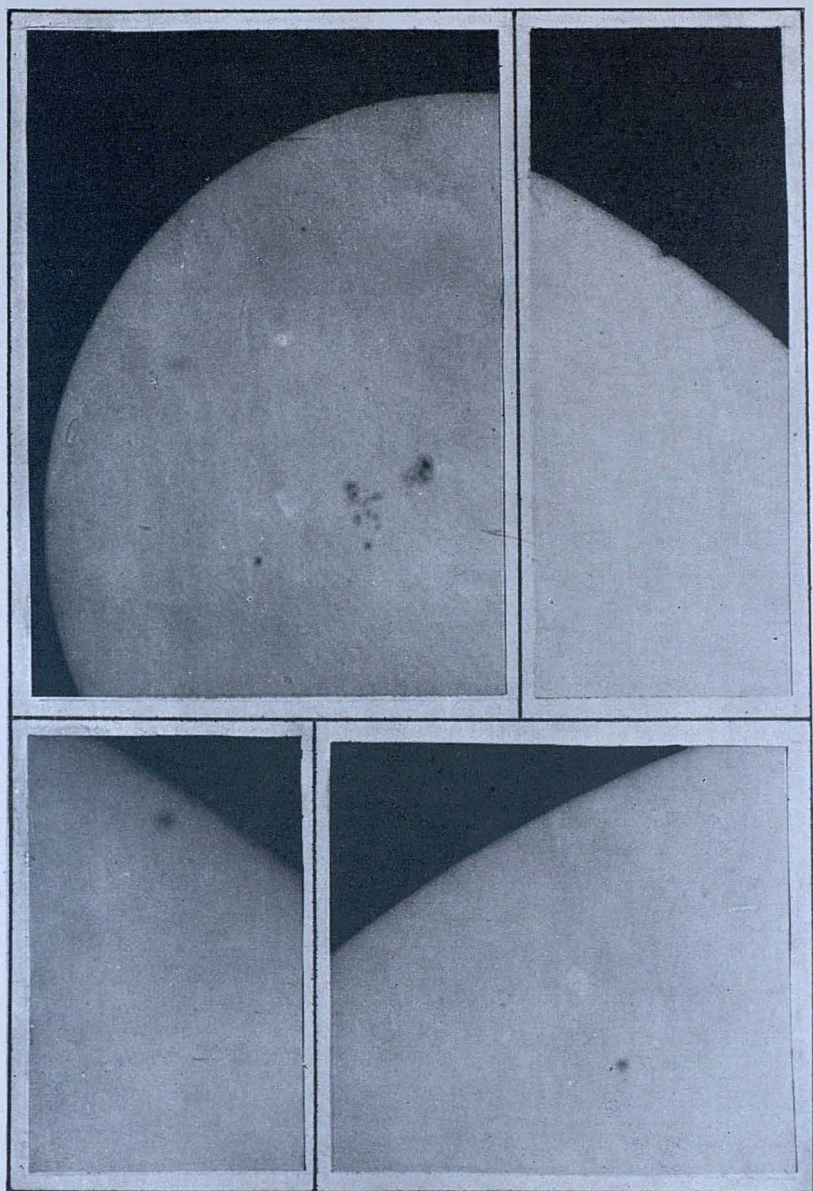
Mercurio proyectado en el disco solar, á su paso del 14 de Noviembre de 1907.

Fotografía obtenida á las 13^h, por los Srs. Savirón, Galán é Izquierdo, desde la Facultad de Ciencias de Zaragoza.

(El borde superior, es del disco solar).

Fotografía sacada á las 0^h 14^m

Fotografía sacada á las
1^h 45^m 30^s



Fotografía sacada a las
1^h 37^m

Fotografía más ampliada sacada á las 0^h 14^m

Fotografías del paso de Mercurio por delante del Sol, el día 14 de Noviembre de 1907; obtenidas por Mr. Percy Ryvès, desde el Observatorio de la Facultad de Ciencias de Zaragoza.

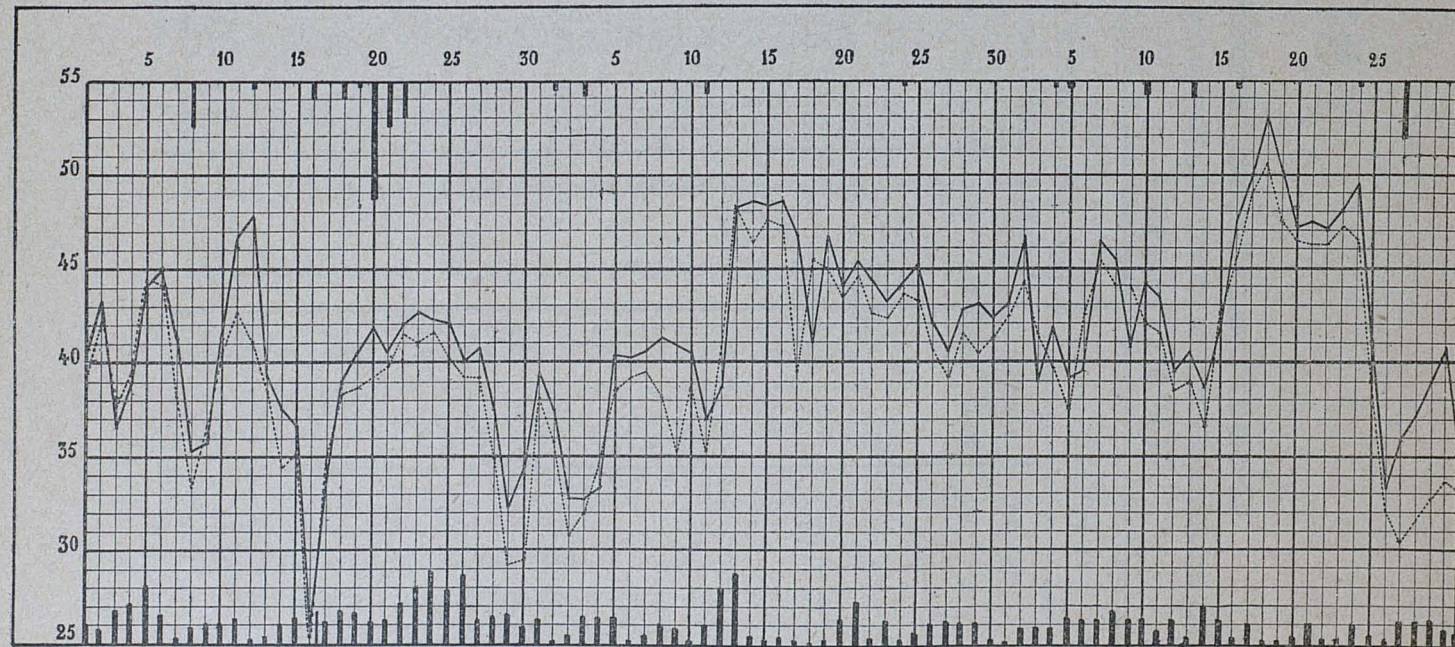
GRÁFICAS DE LAS OBSERVACIONES DEL CUARTO TRIMESTRE

BARÓMETRO, PLUVIÓMETRO, ANEMÓMETRO

OCTUBRE

NOVIEMBRE

DICIEMBRE



NOTA.—Las curvas llenas y de puntos representan respectivamente las presiones a 0° y corregidas de capilaridad, a las 9° y 15°.

Los trazos gruesos inferiores representan el recorrido diario del viento, 1mm = 100km, y los superiores el agua de lluvia, 1mm = 1mm de lluvia.

ESTACIÓN ME

Observaciones verificadas duran

OCTUBRE										NOVIE			
DÍAS.....	TEMPERATURA				HUMEDAD		DIRECCIÓN		TEMPERATURA				
	MÁXIMA		MÍNIMA		RELATIVA		DEL VIENTO		MÁXIMA		MÍNIMA		
	Sol	Sombra	Cubierto	Reflector	A las 9 ^h	A las 15 ^h	A las 9 ^h	A las 15 ^h	Sol	Sombra	Cubierto	Reflector	
1	32.2	23.3	15.1	12.6	77	55	SE	SO	21.5	18.3	9.8	8.7	
2	32.2	23.3	11.2	9.5	55	45	O	O	34.5	19.9	11.5	10.9	
3	24.7	18.2	12.5	9.0	91	51	ONO	NO	26.5	16.4	8.1	7.0	
4	33.5	17.5	7.5	5.2	71	98	NO	NO	21.6	16.0	6.5	5.7	
5	22.9	18.1	11.2	8.8	55	51	NO	NO	19.0	17.0	6.6	5.2	
6	29.5	18.8	9.2	8.0	86	68	NO	NO	30.0	14.4	10.0	8.0	
7	40.0	26.6	11.7	9.7	76	49	NE	SO	33.8	19.0	10.0	8.6	
8	21.9	19.0	14.5	12.5	82	75	SO	SE	23.2	15.0	6.5	5.2	
9	28.7	18.0	7.1	6.0	70	51	ONO	ONO	22.0	15.4	6.3	5.2	
10	37.5	23.3	7.1	6.0	71	48	ESE	SE	23.0	15.6	8.3	7.6	
11	25.7	20.0	11.6	9.4	78	72	ENE	SE	27.0	16.0	11.0	10.2	
12	30.1	19.8	16.0	11.2	74	73	SE	NE	20.8	15.0	10.2	9.0	
13	30.1	21.8	11.4	10.1	80	56	NO	SO	20.0	14.0	7.5	6.0	
14	35.5	23.0	9.9	8.1	84	58	NE	SO	24.8	16.0	8.0	6.3	
15	26.0	16.6	10.1	8.0	60	57	ONO	ESE	19.2	11.4	6.0	5.0	
16	24.2	17.0	8.1	6.9	69	54	NO	NO	21.7	11.3	6.5	4.9	
17	26.1	15.9	6.9	5.2	62	62	ONO	SO	30.0	14.0	4.2	2.4	
18	16.1	13.7	2.6	1.1	77	65	SE	SE	25.5	13.2	5.2	3.7	
19	18.0	15.5	8.0	3.6	93	88	SE	SE	15.9	12.7	7.7	7.3	
20	18.7	16.4	11.2	9.4	94	86	SE	SE	19.3	13.9	7.2	5.6	
21	16.2	15.4	13.5	10.2	94	92	ESE	NE	18.7	12.3	6.5	4.6	
22	15.0	13.4	10.6	9.0	89	87	NO	NO	18.5	10.7	5.0	3.2	
23	17.2	14.9	10.0	7.0	93	68	NO	NO	10.6	10.5	-0.2	2.5	
24	20.5	15.4	8.8	5.2	75	63	NO	NO	19.5	12.0	1.7	0.5	
25	20.4	15.0	8.8	5.2	78	66	NO	NO	26.2	12.2	1.5	0.5	
26	19.6	12.8	7.8	5.4	73	64	NO	NO	20.8	15.2	3.2	1.7	
27	19.0	14.0	6.1	4.2	76	57	NO	NO	26.5	15.8	4.5	3.0	
28	32.4	17.3	4.5	1.0	86	64	SE	OSO	18.5	13.0	3.6	2.0	
29	28.6	18.9	9.6	4.5	85	70	S	SE	22.7	16.2	5.0	3.7	
30	26.5	19.9	8.5	7.0	67	57	ONO	SO	22.5	15.3	6.5	5.0	
31	25.9	18.8	9.5	5.0	76	56	ESE	SE					

OROLÓGICA

el cuarto trimestre de 1907

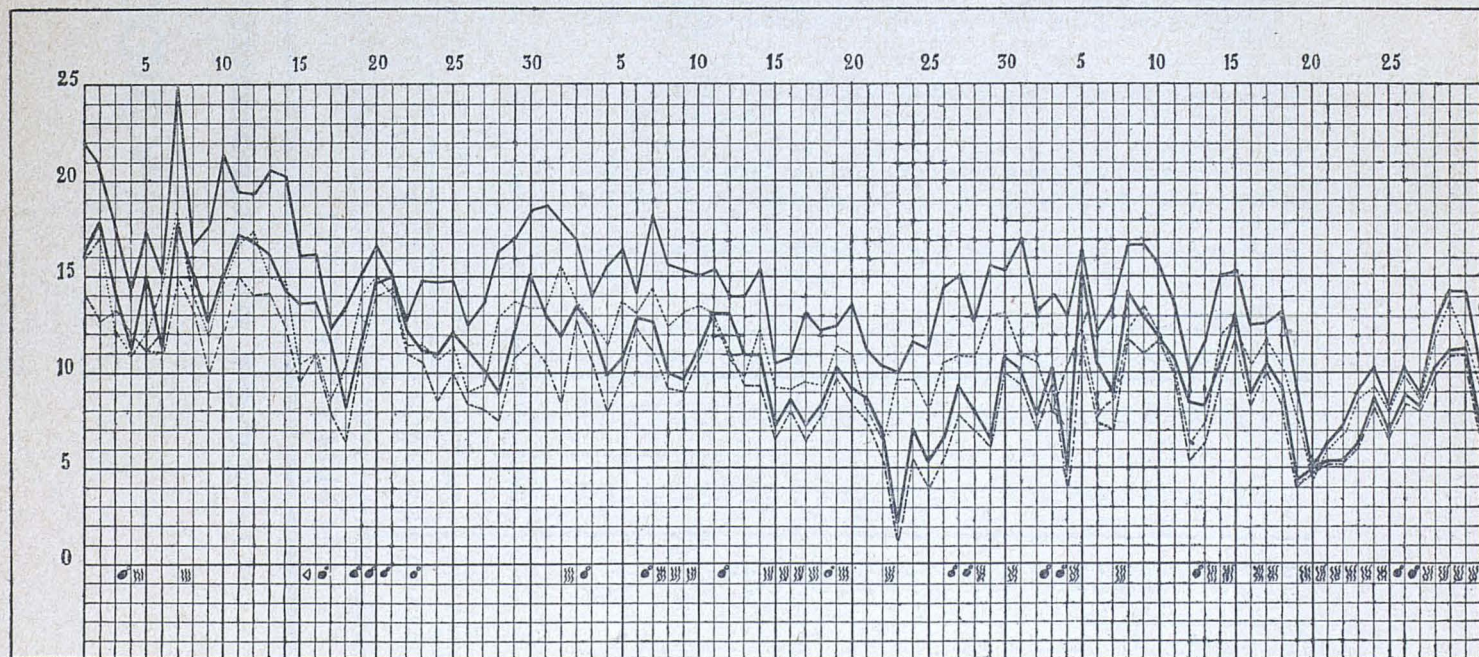
NOVIEMBRE				DICIEMBRE							
HUMEDAD RELATIVA		DIRECCIÓN DEL VIENTO		TEMPERATURA				HUMEDAD RELATIVA		DIRECCIÓN DEL VIENTO	
				MÁXIMA		MÍNIMA					
A las 9 ^h	A las 15 ^h	A las 9 ^h	A las 15 ^h	Sol	Sombra	Cubierto	Reflector	A las 9 ^h	A las 15 ^h	A las 9 ^h	A las 15 ^h
78	N	E		28.0	17.4	7.5	6.1	95	55	SSE	NO
70	SE	OSO		22.5	14.0	6.2	3.5	87	73	ESE	ESE
87	SE	O		17.2	13.8	7.5	6.5	62	75	O	NO
64	ONO	NO		19.5	15.2	2.0	-0.5	89	70	E	NE
75	SE	ESE		25.0	17.0	4.5	3.2	63	64	ONO	OSO
89	E	ESE		19.5	12.9	10.5	9.0	68	55	NO	NO
66	O	O		22.2	14.2	4.0	1.2	76	65	N	NO
71	ESE	SE		21.0	17.2	7.7	7.1	73	61	NO	NO
78	SSE	SE		30.9	17.8	11.5	10.5	80	69	NO	NO
84	ENE	NE		18.7	15.3	8.0	7.5	70	68	O	NO
78	SE	NO		26.2	13.9	9.3	7.4	93	62	NO	N
67	NO	NO		15.0	10.1	5.1	4.7	63	57	NO	NO
60	NNO	NO		22.6	12.0	5.0	4.2	73	62	NO	NO
68	NO	NO		27.6	15.4	4.1	2.2	84	70	NE	NO
86	O	NE		22.6	15.8	9.5	8.1	82	76	NO	NO
79	SO	NNO		30.1	12.8	7.3	5.2	93	78	NE	NE
65	NE	NE		21.9	13.0	8.8	5.4	98	89	SE	SE
74	E	E		22.5	13.6	4.2	1.9	88	70	SE	SE
85	ESE	NE		19.6	9.4	1.4	-0.9	97	86	SE	SE
73	NO	NO		6.8	5.4	2.2	0.8	97	97	SE	SE
68	NO	NO		7.7	7.2	3.3	2.0	97	97	SE	ESE
67	O	NO		7.9	7.1	4.0	2.3	97	97	SE	ESE
72	ONO	NO		18.2	9.4	3.6	1.4	95	98	SE	NE
75	NO	NO		22.2	17.6	3.5	1.6	93	88	SE	SE
66	NO	SE		10.2	9.2	5.7	3.8	97	98	SE	SE
63	E	NO		10.2	9.6	4.1	3.7	95	95	SE	SE
61	SE	SO		13.0	10.0	4.1	3.7	95	95	SE	SE
78	E	ESE		13.0	11.1	6.1	4.7	95	91	SE	SE
73	ESE	ESE		15.1	14.0	6.0	4.2	93	94	SE	SE
78	E	ESE		18.2	15.0	4.6	3.8	96	75	ESE	SE
				14.1	12.8	5.0	4.6	97	98	SE	SE

TERMÓMETRO

OCTUBRE

NOVIEMBRE

DICIEMBRE



NOTA.—Las líneas continuas representan respectivamente las temperaturas del termómetro seco á las 15^h y á las 9^h.
 Las de puntos y líneas y puntos las temperaturas de termómetro húmedo á las mismas horas.
 Los signos intercalados indican los principales fenómenos meteorológicos según el convenio internacional.

CRÓNICA

Apertura del curso académico. — En la Sala de conferencias de las Facultades de Ciencias y Medicina tuvo lugar la solemne apertura del curso académico de 1907 á 1908, con la asistencia de las autoridades, claustro y personas de representación en Zaragoza.

El discurso inaugural, á cargo de nuestro muy querido é ilustrado compañero D. Gabriel Galán, catedrático de Astronomía, fué leído por su autor, que en muy elocuentes párrafos, llenos de doctrina y de brillantes imágenes, desarrolló ante el distinguido auditorio el interesante tema de *Las conquistas de la Astronomía*.

El compañerismo nos veda entrar en mayores y merecidos elogios, limitándonos á unir nuestra felicitación á las muchas y muy valiosas que recibiera con tal motivo.



Obras y Epistolario de Ruffini. — En sesión extraordinaria de 31 de agosto último, acordó el *Circolo Matematico*, de Palermo, la publicación de las obras del insigne matemático italiano Paolo Ruffini, juntamente con las cartas que cambiara con los hombres de ciencia de su tiempo. La propuesta ha sido recibida con entusiasmo en Italia, donde los sabios modernos saben honrar la memoria y labor de los de siglos anteriores.



Progresos del sistema métrico decimal. — El gabinete internacional ha proseguido en los últimos años sus interesantes investigaciones, entre las que pueden señalarse los estudios de las bases fundamentales de unidades métricas y de la relación de la unidad de masa á la unidad de volumen. Ha emprendido y terminado con éxito importantes trabajos acerca de los nuevos métodos de medida de las bases geodésicas con hilos metálicos á tensión constante, fijando la ecuación de su peso y medida. Finalmente, la determinación de las longitudes de ondas luminosas y su empleo como testimonios naturales de las unidades de longitud, ha permitido establecer una relación entre el metro y la longitud de onda de la raya roja del cadmio con un error menor de una diezmillonésima.



El bachillerato en Francia. — Ya que en España se ha hablado recientemente de la supresión posible del bachillerato, creemos de interés exponer la opinión de la nación vecina en ese asunto. La *Société d'enseignement supérieur*, constituida por catedráticos y políticos, en reunión de 27 de octubre último, acordó por unanimidad el texto siguiente:

La Sociedad rechaza la sustitución del bachillerato: 1.º, por un examen interior en los establecimientos de enseñanza secundaria; 2.º, por un examen de ingreso en las Facultades de las diversas universidades. Mantiene el bachillerato (baccalauréat) como un examen exterior y público, comprobante de la enseñanza de los liceos y colegios, y se reserva examinar las mejoras necesarias.

En sesión de 8 de diciembre, la misma sociedad examinó la constitución de los jurados que han de juzgar los exámenes finales del bachillerato, proponiendo lo siguiente: 1.º Deberán componerse de profesores de las Facultades y miembros de la segunda enseñanza, honorarios ó en ejercicio, doctores ó agregados que pertenezcan á los liceos ó á los colegios. 2.º No serán llamados á estos jurados, cuando el número de agregados ó doctores sea insuficiente, más que profesores que hayan ejercido al menos durante cinco años la enseñanza secundaria. 3.º En estos jurados se dará la mayoría á las especialidades.



Necrología. — El sabio director del Observatorio de París *Mauricio Loewy* falleció el día 15 de octubre último. Natural de Viena, donde nació en 15 de abril de 1833, se naturalizó francés en 1869, siendo ya astrónomo titular del Observatorio de París, después de cinco años de adjunto con el sabio Leverrier. En 1878 fué nombrado vice-director y pasó á director en 1896. Miembro del *Bureau des longitudes* y de la *Ac. des Sciences* que presidía desde 1894, individuo correspondiente de otras muchas Academias, y hombre de reconocido saber, contribuyó mucho con sus estudios é inventos al progreso de la Astronomía, en cuyos trabajos más recientes tomó parte muy activa.

Descanse en paz el sabio astrónomo, honra de su patria adoptiva y de aquella otra en que dió sus primeros pasos en la vida y en la ciencia. — G. S.



BIBLIOGRAFÍA

Tratado de Citología vegetal, por *D. Apolinar Federico Gredilla y Gauna*, Catedrático de la Facultad de Ciencias de la Universidad central y Director del Jardín Botánico. Un tomo de 606 páginas en 8.º con 368 figuras.

Ciertamente es esta una obra de la cual con toda propiedad puede decirse que ha venido á llenar un verdadero vacío de la literatura científica patria, por ser la primera original de su clase que se ha publicado en España.

Antes de su aparición los que llevados de sus aficiones á la Biología vegetal deseaban profundizar en estos estudios, tenían que acudir á libros extranjeros tales como los de Sachs, Van Tieghem, Strasburger, Belzung, etc., mas hoy tienen ya un libro español en donde además de condensar con completa claridad todo lo fundamental que respecto á la organización general de los vegetales describen las referidas obras clásicas, se exponen las ideas más recientes sobre el asunto, recogidas de folletos y revistas y las observaciones propias realizadas por el autor en su Laboratorio del Jardín Botánico de Madrid.

Después de una extensa introducción sobre la organización y vida de las plantas comparada con la de los animales, entra el autor en materia exponiendo el concepto de la célula vegetal y el de los elementos citológicos que la integran, y divide á continuación su estudio en tres partes: 1.^a *Morfología celular* en donde trata de los caracteres físicos y químicos de la membrana, del protoplasma, de los productos celulares y del núcleo; 2.^a *Fisiología* ó actividades que desarrolla dichos componentes celulares; y 3.^a *Citogenesis* ó formación celular por segmentación y conjugación.

Todas estas cuestiones son tratadas muy detalladamente, con gran erudición y teniendo en cuenta los más modernos puntos de vista de la química biológica y de la Fisiología vegetal expuestos en las obras del Dr. Carracido, Roberto Hartig, L. Guignard, etc.

Además, como corresponde á un libro de carácter didáctico destinado á la enseñanza de la Botánica general, el estudio de la célula se hace en relación con los conocimientos de Organografía vegetal, de

tal modo, que más que un tratado de Citología en abstracto, es la obra que nos ocupa, un libro de Anatomía y Fisiología vegetal microscópicas.

Termina la obra por un apéndice sobre procedimientos de Técnica histológica vegetal que complementan perfectamente todo lo expuesto anteriormente, pues contiene indicaciones muy prácticas para servir de guía á los alumnos en sus trabajos de laboratorio.

Nuestro más sincero aplauso al Sr. Gredilla por la excelente obra que ha publicado.

P. F.

Leçons sur les Theories generales de l'Analyse, por René Baire, tome I.—*Principes fondamentaux. — Variables réelles*, (1907).

La última obra de M. Baire, se halla como las que le han precedido del mismo autor, informada en los principios del moderno análisis.

Tiene por fundamento la hoy, ya vulgarizada, teoría de los conjuntos, y con auxilio de ésta llega á los más sutiles detalles del razonamiento que ha perfeccionado, fijando con un rigor irreprochable las antiguas intuiciones de los grandes clásicos de la Matemática.

Conforme con los principios fijados por los Darboux, du Bois Reymond, Dini y Tannery cuyo origen se halla en el nuevo concepto de función, debido á Riemann, establece las nociones de cortadura, correspondiente á los números incommensurables, de límites (*bornes*) superior é inferior de un conjunto, de diferencia entre dos números cualesquiera, refiriéndolos siempre á los números racionales, llegando á la *oscilación* de un conjunto, como base para establecer la teoría de las series, ya en sentido estricto ó en el extenso, donde establece el teorema de Cauchy que expresa las condiciones necesaria y suficientes para la existencia de un límite finito, para que dos series tengan el mismo límite, etc.

Las nociones de función se hallan en correspondencia íntima con la de punto analítico en el espacio de n dimensiones cuyo conjunto se da en campos determinados, en lo que se examina la importante noción de frontera, para llegar á una función continua definida y á la extensión del cálculo algebraico, aplicando los anteriores principios á las magnitudes concretas y especialmente á las relaciones entre el Análisis y la Geometría, fijando la noción de dominio y las de infinitamente pequeños é infinitos.

La nueva definición de continuidad uniforme en dominios limitados, con el estudio de las series numéricas, termina el primer capítulo.

El capítulo II tiene por objeto las derivadas é integrales de funciones de variables reales, tratando de las diferenciales primeras y de las integrales definidas, de las funciones primitivas, y las exten-

siones del concepto de integrales definidas, de las funciones representadas por éstas, que conduce al capital concepto de las funciones implícitas, extensamente desarrollado, que después del examen de las diferenciales de los diversos órdenes, lleva á fijar, como consecuencia inmediata, el de ecuación diferencial. El capítulo III tiene por objeto las *aplicaciones y extensión del concepto de integral*, tratando sucesivamente la longitud de un arco de curva, las áreas y los volúmenes, concluyendo con el área de una superficie curva, las integrales curvilíneas y las integrales de superficie.

Es, pues, la primera parte de la obra de R. Baire, una exposición rigurosa de los principios de la teoría de las funciones, con arreglo á los recientes adelantos del Análisis, que da mucha luz en las nociones actualmente definidas con precisión y que hace algunos años solo dependían de una simple intuición, falta del rigorismo moderno.

Z. G. DE G.

Cours d'Algèbre supérieure, par *Joseph Neuberg* (1907). Esta obra es un modelo de lo que debe de ser el Álgebra clásica en la enseñanza, dentro del inmenso desarrollo actual de la Matemática.

Algunas teorías han perdido su primitiva importancia; y es perjudicial en la enseñanza distraer los esfuerzos de la juventud, más necesarios para lo actualmente útil, que para lo de pura erudición, perteneciente ya tan sólo á la historia de las teorías en su génesis progresiva.

La obra de M. Neuberg, ha resumido en 298 paginas el Álgebra de los Descartes, Rolle, Sturm y d'Alembert con la elegante concisión del estilo moderno especialmente por la importancia que da á la teoría de los determinantes y en su curso encuentran los que aspiran á la carrera de Ingenieros lo más necesario que puede exigirse para tener un claro concepto del Álgebra clásica. He aquí el índice de las materias: Imaginarias, determinantes, ecuaciones lineales. Primeros elementos de la teoría de las funciones. Principios sobre las ecuaciones algébricas. Transformación de las ecuaciones; límites de las raíces. Teorema de Descartes.—Raíces incommensurables. Soluciones comunes á dos ecuaciones. Teoría de las raíces iguales. Teorema de Rolle. Idem de Sturm. Ecuaciones recíprocas. Idem binomias. Ecuaciones de tercero y cuarto grado.—Obtención de las raíces incommensurables.—Descomposición de las fracciones racionales. Teoría de las diferencias. Funciones simétricas. Notas.

Z. G. DE G.

PUBLICACIONES RECIBIDAS

La Clínica Moderna, revista de Medicina y Cirujía. Números 67 á 69. Meses de Octubre, Noviembre y Diciembre de 1907. Zaragoza.



Gaceta Médica del Sur de España. Números 589 y 590. Granada, Diciembre de 1907.



Polisección gráfica del ángulo, por el coronel retirado de Artillería, D. Isidoro Cabanyes. Ingeniero.



Revista politécnica, órgano oficial del Centro de estudiantes de Ingeniería. Buenos-Aires. Años VI y VII. Núms. 31 á 54. 1905 y 1906.



Ingeniería. Revista industrial de Minas, Electricidad, Obras Públicas, Cultivos, Arquitectura, Economía, Ciencia y Arte. Núms 87 á 99 Agosto á Diciembre de 1907. Madrid.



Boletín de la Sociedad Aragonesa de Ciencias Naturales. Año VI. Zaragoza, 1907.



Naturae Novitates. Núms. 20 á 24. Octubre á Diciembre de 1907.



Annual Report of the Director of the Weather Bureau for the Year 1905. Parte I. Hourly meteorological observations at the Manila central observatory, 1905.



Manila Central Observatory. Bulletin for January, 1907. Bulletin for February, 1907. Prepared under the direccion of Rev. José Algué, S. J.



Nómina Electro-médica. Boceto de historia y exposición sistemáticas de la Electroterapia en el orden alfabético nominal de sus creadores, por el Dr. Velazquez de Castro, S. Granada, 1907.



Contribución al estudio de la Constitución química de los silicatos naturales, por Celso Arévalo y Carretero. Trabajo premiado con la medalla de la Sociedad Aragonesa de Ciencias Naturales. Zaragoza, 1907.



Sumarios de publicaciones periódicas

Anales del Museo nacional de Buenos Aires. Serie III. Tomo VII. 1907.

Les mollusques fossiles du tertiaire et du crétacé supérieur de l' Argentine. *H. von Ihering*.

Anales del Museo nacional de Montevideo. Vol. VI Tomo III, entregas I y II. 1906 y 1907.

Flora uruguaya. *J. Arechavaleta*.

Annals of Mathematics. 2.^a serie. Vol. 9. Núm. 1. October 1907.

The Calculation of Logarithms. *J. K. Whittemore*.—Cubic Curves in Reciprocal Triangular Situation. *J. F. Messick*.—The Groups Generated by Two Operators such that Each is Transformed into its Inverse by the Square of the Other. *G. A. Miller*.

Anales de la Sociedad Española de Física y Química. Número 46.—Deducción elemental de la fórmula de Laplace, referente á la acción entre un campo magnético y un elemento de corriente. *Espurz (Demetrio)*.—Estudios sobre la valencia química (conclusión). *Muñoz del Castillo (José)*, *Cebrián (Francisco)*, *Gallas (Gonzalo)* *Peset (Juan)*.—Sobre la radiactividad de las aguas Lerez (primera nota). *Muñoz del Castillo (José)*.—Experimentos de cátedra.—Notas alemanas de Física y de Química. *Werner Mecklenburg*.

Número 47.—Sobre una modificación del método de Carey-Foster para el calibrado eléctrico de los hilos. *Cabrera Felipe (B.)*—Radiactivación de líquidos por emanación de los minerales activos de San Rafael de El Espinar (*Segunda nota*). *Muñoz del Castillo (José)* y *Díaz de Rada (Faustino)*.—Del modo de expresar la acidez. *Fages (Juan)*.—Sobre la radiactividad de las aguas Lerez (*Segunda nota*). *Muñoz del Castillo (José)*.—Notas de laboratorio. *R. P. Eduardo Vitoria*.—Notas alemanas de Física y de Química. *Werner Mecklenburg*.

Número 48.—Acoplador de acumuladores, susceptible de ser fácilmente construido en el laboratorio. *Morales Chofré (Eugenio)*.—Consideraciones sobre las teorías de Gibbs. *Cebrian (Francisco)*.—Teoría química de la inhibición fisiológica.—*R. Carracido (José)*.—Estudio químico-geognóstico de algunos materiales volcánicos del golfo de

Nápoles. *Llord y Gamboa (Ramón)*.—Contribución de la radiatividad al análisis químico. *Díaz de Rada (Faustino)*.—Notas alemanas de Física y de Química. *Werner Mecklenburg*.

Boletín de la R. Sociedad Española de Historia Natural.—Tomo VII.

Núm. 8. Octubre de 1907.—Datos para la fauna de la provincia de Ciudad-Real. *Fuente (J. de la)*.—*Milacus albosquamulatus* n. sp. *Reittier. Ed.*—Los «Pamphagus» de Marruecos *Bolívar (I)*—Especies nuevas de Marruecos. *Escalera (M. M. de la)*.—Exposición geológica de Lanzarote y de las isletas Canarias *Hernández Pacheco (E.)*.—Boletín biográfico.

Núm. 9. Noviembre de 1907.—Sur les Dufourea propres á l'Espagne. *Vachal (J.)*—Notas de Geología agrícola de la isla de Lanzarote. *Pereyra Galviatti. J.*—Excursión al volcán de Cofrentes (Valencia). *Fernández Navarro. L. y Sabater Diana G.*—Boletín biográfico.

Núm. 10. Diciembre de 1907.—Análisis micrográfico de los sedimentos del Canal del Lozoya. *Madrid Moreno. J*—Tricópteros nuevos. *Navás. P. L.*—Excursiones por el NW. de Caravaca. *Jiménez de Cisneros. D.*—Datos para la Flora de la provincia de Granada. *Díez Tortosa. J. L.*—Boletín bibliográfico.—Índices del tomo VII.

Il Bolletino di Matematica. Núms. 10-11, 12. Ottobre-Noviembre, Diciembre 1907.

Esperienza e intuizione in rapporto alla propedeutica matematica. *B. Levi*.—Sull' insegnamento della matematica nello stadio superiore della scuola secondaria, *Vailati*.—Genesis delle figure elementari e loro proprietà di posizione. *Ingrami*.—Sulla risoluzione dei problemi della regola del tre composta. *Doria*.—Su un problema di calcolo combinatorio. *Gennari*.—Rubrica dei Congressi. Primo Congresso della Società Italiana per il progresso delle Scienze. Rubrica intermedio. Rassegna bibliografica. Indice dell' Anno VI.

Bulletin of the American Mathematical Society. Vol. XIV. Núm. 1. October 1907.

Application of a definite Integral Involving Bessel's Functions to the Self-Inductance of Solenoids. *A. G. Webster*.—On the Apsidal Angle in Central orbits. *F. L. Griffin*.—The Maximum Value of a Determinant. *E. W. Davis*.—The Invariant Substitutions under a Substitution Group. *G. A. Miller*.—Shorter Notices. New Publications.

Núm. 2 November 1907.—The Fourteenth Summer Meeting of the American Mathematical Society. *F. N. Cole*.—On a Special Algebraic Curve Having a Net of Minimum Adjoint Curves. *V. Snyder*.—

Note on Certain Inverse Problems in the Simplex Theory of Numbers.—*R. D. Carmichael*.—Third Report on Recent Progress in the Theory of Groups of Finite Order. *G. A. Miller*.—Notes. New Publications.

Núm. 3. December 1907.—The September Meeting of the San Francisco Section. *W. A. Manning*.—On Quadratic Forms in a General Field. *L. E. Dickson*.—On the Canonical Substitution in the Hamilton Jacobi Canonical Sistem of Differential Equations. *D. C. Gillespie*.—The Maximum Value of á Determinant. *F. L. Sharpe*.—Third Report on Recent Progress in the Theorie of Groups of Finite Order. *G. A. Miller*.—The Dresden Meeting of the Deutsche Mathematiker-Vereinigung. *C. A. Noble*.—Bryan's Thermodynamics. *E. B. Wilson*.—Shorter Notices. Notes. New Publications.

Bulletin international de l'Academie des Sciences de Cracovie. Classe des sciences mathématiques et naturelles.

Núm. 8. Octobre 1907.—Sur la nature chimique de la matière colorante fondamentale des urines. *Dabrowski. S.*—Solution générale du probleme biharmonique dans l'espace. *Korn. A.*—Sur la condensation de l'acide anthranilique avec l'éther benzoylacétique. II partie. *von Niementowski. St.*—Sur la croissance des cellules á pas. *Raciborski M.*—La gravité á Cracovie, á San Francisco et á Dehra-Dum, réduite á l'aide d'une nouvelle méthode. *Rudzki. M. P.*—Sur la composition chimique de la néphéline. *Morocewickz. J.*

Broteria. Vol VI, 1907. Serie zoológica.—Description de nouveaux Belytides de la Faune paléarctique. *J. J. Kieffer*.—Neurópteros de España y Portugal. *L. Navás*.—Une fourmi terrible envahissant l'Europe. *M. N. Martins*.—Contribution á la Connaissance des Cécidies du Kent (Angleterre). *Ch. Zimmermann*.—Primeiro appendice a Sinopse das Zoocecidias portuguesas. *J. S. Tavares*.—Barbosa du Bocaage.—Bibliographia.

Periodico di Matematica. Serie III. Vol V.

Fasc. I. Luglio-Agosto 1907.—Sui principi che servono a stabilire la definizione di masa. *Silla. L.*—Numeri interi, chesi possono decomporre nella somma ó nella differenza dei quadrati di due numeri interi. *Biconcini G.*—Rappresentazione grafica per le funzioni complesse di variabile complessa. *Galvani. L.*—Rappresentazione analitica delle superficie gerenate da due piani σ e σ' , e da una stella di classe p con un piano $(p - 1) - plo$, in corrispondenza birazionale fra loro. *Scaccianoee. R.*—Sullo swiluppo dei numeri equivalenti in

frazioni continue. *Orlando. L.*—Sulla risoluzione assintotica delle equazioni numeriche col metodo di Lagrangia. *Giudice. F.*—Quistioni.—Per l'unificazione delle notazioni vettoriali. (*Burali-Forti e Marcolongo*).

Fasc. II. Settembre-Ottobre 1907.—Soluzione di un sistema omogeneo di n congruenze lineari ad n incognite rispetto ad un modulo qualunque. *Scarpis. U.*—Di alcuni perfezionamenti nella risoluzioni grafica dell' angulo triedro. *Paternó. F. P.*—Soluzioni razionali delle equazioni $x^2 \pm y^2 = A$. *Bisconcini G.*—Dalla formula di Pascal a quella di Bernouilli sulle somme delle potenze simili dei primi n numeri. *Tanturri A.*—Società italiana per il Progresso delle Scienze, sotto l' alto patronato di S. M. il Re.—Quistioni.—Bibliografia.

Fasc. III. Novembre-Dicembre 1907.—Equazioni le cui radici sono disponibili in gruppi binari aventi prodotto costante. *Vercellin R.*—Soluzioni intere dell' equazione pitagorica e applicazione alla dimostrazione di alcuni teoremi della teoria dei numeri. *Bottari A.*—Sui gruppi di numeri naturali, aventi una data somma. *Morale M.*—Deduzione del principio d' «Archimede» de quello di «Continuità». *Giudice F.*—Sopra uno speciale determinante. *Quintili P.*—Undici teoremi sulla moderna geometria del triangolo. *Cappello C.*—Sull' indimostrabilità del postulato di Euclide. *Sittignani M.*—Sulla rappresentazione dei numeri irrazionali. *Mignosi G.*—Quistioni.—Bibliografia.

Rendiconti del Circolo Matematico di Palermo. Tomo XXIV, (2.º semestre de 1907).

Fasc. I. (Julio-Agosto).—Sulle curve gobbe razionali dotate di quattro punti d' iperosculazione. *Berzolari. L.*—Sul primo teorema fondamentale di LIE nella teoria dei gruppi di trasformazioni. *Severini. C.*—Sul motto di un punto sollecitato da una forza la cui linea d' azione giace sempre in un complesso lineare. *Grossi. P.*—Sulle curve gobbe razionali dotate di quattro punto d' iperosculazione. *Marletta. G.*—Über die Entwicklung algebraischer Functionen. *Koenigsberger. L.*—Complemento ad una Nota del sig. EMCH. *Giraud G.*—Sur la fonction $E(x)$ représentant l' entier contenu dans x . *Pervider. J. V.*—Per l' unificazione delle notazioni vettoriali (Nota II). *Burali-Forti. C.* e *Marcolongo. R.*—Über die Multiplikation DIRICHLETscher Reihen. *Landau. E.*

Fasc. II. (Septiembre-Octubre).—Sul gruppo semplice di 168 collineazioni piane *Bucca. R.*—On Quintic Surfaces having a Tacnodal Conic. *Basset. A. B.*—A Theorem in the Theory of Functions of a Real Variable. *Young. W. H.*—Sopra i gruppi definiti da equazioni differenziali del primo ordine. *Medolaghi. P.*—Sur les fonctions limites des fontions multiformes. *Boutroux. P.*—Sui nuovi numeri

pseudo-euleriani del prof. PASCAL, *Sinigallia. L.*—Sulla identità cremoniana di due curve piane. *Marletta. G.*—Sul problema dell' equilibrio delle temperature in un ellissoide a tre assi disuguali. *Teodone. O.*—Sur les intégrales réelles des équations différentielles et les forces centrales. *Rémoundos. G.*—Le antiradiali del cerchio. *Mineo. C.*

Fasc. III. (Noviembre-Diciembre).—Circle range Transversals of Circle Ranges in a Plane: A Problem of Simple construction. *Kyser. C. J.*—Sulle equazioni lineari totalmente ellittiche alle derivate parziali. *Elia. E.*—Per l' unificazione delle notazioni vettoriali (Nota III). *Burali-Forti. C.* e *Marcolongo. R.*—Die Randwertaufgaben für den Innenund Aussenraum derselben geschlossenen Fläche in ihren gegenseitigen Beziehungen. *Neuman. E. R.*—Sur le problème de DIRICHLET. *Lebesgue. H.*—Sulla pubblicazione delle «Opere Matematiche» di PAOLO RUFFINI e del suo «Carteggio» con gli scienziati del suo tempo. *Bortolotti. E.*—Indici del Tomo XXIV.

Revista de la Facultad de Letras y Ciencias de la Habana. Volumen V. Núm. 2. Septiembre de 1907.—Discurso inaugural en la apertura de las Escuelas Públicas. *Dihigo. J. M.*—Consideraciones histórico críticas sobre la 2ª enseñanza en Cuba. *Valdés Rodríguez M.*—Elogio del Dr. Julio San Martín.—Bibliografía. Miscelánea.

Núm. 3 Noviembre de 1907.—Discurso inaugural del curso académico de 1907 á 1908. *Cancio. L.*—Homenaje al Dr. Carlos J. Finlay en la Universidad.—La estatua de Lamark. *Torre (Carlos de la).*—El bachillerato en Cuba. *F. Plá. E.*—Leguminosas cubanas. *G. de la Maza. M.*—Bibliografía. Miscelánea. Noticias oficiales.

Revista de la Real Academia de Ciencias exactas, físicas y naturales de Madrid. Tomo VI.

Números 1, 2 y 3. Julio, Agosto y Septiembre de 1907.—Elementos de la teoría de la Elasticidad. Conferencias novena y décima. *Echegaray. J.*—Análisis de las aguas minero-medicinales de Carralaca (Lorca). *de la Puerta. G.*—Teoría química de la inhibición fisiológica. *R. Carracido. J.*—Nueva teoría para el desarrollo de las ecuaciones finales. (Continuación). *Seco G. M.*

Núm. 4. Octubre 1907.—Elementos de la teoría de la Elasticidad. Conferencia undécima *Echegaray. J.*—Del modo de expresar la accidez. *Fages. J.*—Estudio químico-geognóstico de algunos materiales volcánicos del Golfo de Nápoles. *Llord y Gamboa. R.*—Nueva teoría para el desarrollo de las ecuaciones finales. (Continuación). *Seco. G. M.*

Revue d' Electrochemie et d' Electrometallurgie.

Núm. 9. Septiembre 1907.—Théorie de la corrosion électrolytique.

Ganz.—Le transformateur électrolytique de Faria. *Ducretet. E.*—Notes sur les dépôts de zinc. *Goldschmidt. R.*—Sur l' utilization des pyrites de fer en électrométallurgie. *David. L. A.*—Sur un nouveau siliciure de tungstène Si_2Tu . *Defacqz. Ed.*—Houille blanche et houille noire.—Combinaisons du silicium et du molybdène. Bisiliciure de molybdène. *Defacqz. Ed.*—Quelques nouveaux fours électriques.—Le four électrique au laboratoire et dans l' industrie. Méthodes électrothermiques (suite). *Minet. Ad.*—L' oeuvre scientifique de Henri Moissan.—Publications.

Núm. 10. Octobre 1907. — L' Electrometallurgie du Fer et de l' Acier.—Le four électrique au laboratoire et dans l' industrie. Methodes électrothermiques (suite et fin). *Minet. Ad.*—Four continu á induction.—Publications.

Núm. 11. Novembre 1907. —L' institut électrochimique «Princesse Jolande» annexé au Royal Institut technique supérieur de Milán. *Carrara G.*—Le nombre des Electrons dans un atome. *Campbell. N.*—Publications.

Rivista di Fisica, Matematica e Scienze Naturali. Anno 8.

Núm. 95. Novembre 1907.—Correnti generate della copia platino-spugna di platino immersa in una soluzione acidulata o salina. *Martini T.*—Sui gruppi imprimitivi dotati di qualche sottogruppo semplice che opera solo sugli elementi di un sistema d' imprimitività. *Occhipinti. R.*—Saggio di una teoria biologica sulla genesi della fame. *Gemelli. A.*—La Chimica e la Farmacia in Firenze sotto il Governo Mediceo. *Grassini. R.*—Contributo allo studio della Cleistogamia. *Franceschini. A.*—Rassegna matematica. *Alaria. C.*—Cronache e Riviste.

Núm. 96: Dicembre 1907.—Per l' evoluzione. *Gemelli. A.*—Contributo allo studio della Cleistogamia. *Franceschini A.*—Sullo stato della questione circa la causa dei fori circolari nei vetri, e largo contributo apportato allo studio di essa dai Prof. F. Bassani e A. Galdieri della R. Università di Napoli, e dal Prof. Y. Galli di Velletri. *Alfonso. G. M.*—Cronache e Riviste.

SUMARIO DEL AÑO I.—(1907)

Índice alfabético, por autores

	PÁGINAS
<i>Alasia de Quesada</i> (C.).—Relaciones entre la teoría de los números y la de los grupos de operaciones.	8
<i>Alvarez Ude</i> (José G.).—Sobre el hiperbolóide alabeado de revolución	160
<i>Correa</i> (Francisco).—Nota sobre las fracciones irracionales	65
<i>Espurz</i> (Demetrio).—Conexiones etéreo-eléctricas . . .	242
<i>Fernández Benedit</i> (S.).—Nota acerca de la influencia del yeso en el cemento	187
<i>Ferrando Más</i> (Pedro).—Teruelitas del Museo de Historia natural de la Facultad de Ciencias de Zaragoza . . .	129
<i>Galán</i> (Gabriel).—Determinación de la hora media y la latitud de Zaragoza	39
— Determinación de la hora en el almicantarat del polo	191 y 271
— Paso de Mercurio por delante del Sol	277
<i>Gregorio Rocasolano</i> (Antonio).—Estudio de la acción del anhídrido sulfuroso, sobre una raza del « <i>Sacharomyces ellipsoideus</i> »	23
— Influencia de la forma de las masas líquidas que fermentan, en la cantidad de alcohol producido, y en la duración del fenómeno	119
<i>Galdeano</i> (Zoel G. de).—Miscelánea	226
<i>Hatzidakis</i> (N. J.).—Algunas observaciones sobre la teoría de centros de gravedad	74
<i>Izquierdo</i> (Juan Antonio).—Nota sobre una red de difracción sistema Thorp	178
— Observaciones meteorológicas en Zaragoza, 55. 139, 204 y	281
<i>La Redacción</i> —Nuestros propósitos	1
<i>Lobo Gómez</i> (Ruperto).—Los sulfatos de calcio y plomo en la fabricación del ácido tartárico	181

— <i>Navás</i> (R. P. Longinos).—Ornitología de Aragón, 31, 122 y	255
<i>Pesci</i> (Giuseppe).—Sobre el cuadrilátero plano, inscriptible y circunscriptible á un círculo	3
<i>Peset</i> (V.).—Los medios fáciles, para determinar la potabilidad de las aguas	245
<i>Pompeiu</i> (C.).—Sobre dos integrales definidas	71
<i>Rafael Verhulst</i> (Enrique de).—Sobre el devanado del inducido en los dinamos	175
<i>Rey Pastor</i> (J.).—Algunas consecuencias de la fórmula de Leibnitz	162
<i>Rius y Casas</i> (J.).—Sobre la adición y substracción combinadas	153
— Sobre los sistemas completos de restos	156
— Sobre los caracteres de dibisibilidad	229
<i>Ryves</i> (Percy).—El cometa «Daniel»	198
— Observaciones referentes á la estrella variable «Mira Ceti»	201
<i>Savirón</i> (Paulino).—La glucosa, levulosa y sacarosa en la orina de un diabético.	27
— Nota sobre el ensayo de deformación en frío de los cementos	184
— Nota acerca de la influencia del yeso en el cemento.	187
<i>Silván</i> (Graciano).—Estudio preliminar del clima de Zaragoza. 43 y	132
— Nota acerca de las normales á las curvas de segundo orden	234
<i>Stuyvaert</i> (M.).—Punto notable asociado á un punto de una cónica	69
<i>Terradas</i> (Esteban).—Sobre algunos fenómenos de polarización	79
<hr/>	
<i>Bibliografía</i> 58, 143, 211 y	287
<i>Crónica</i> 62, 149 y	285
<i>Cuadro de honor</i>	209
<i>Cuestiones propuestas</i> 78 y	168
<i>Cuestiones resueltas</i>	169
<i>Publicaciones recibidas</i> 144, 216 y	291