ANALES DE LA FACULTAD DE CIENCIAS

DE ZARAGOZA

AÑO II MARZO DE 1908 NÚM. 5

Aplicación de las Coordenadas Proyectivas al problema general de la Fototopografía

El problema general de la Fototopografía se reduce, como el de la Perspectiva, á un cambio de centro y plano de proyección, es decir, á la determinación de la proyección de un punto sobre un plano y desde un centro dados, cuando se conocen las proyecciones del mismo sobre otros dos planos y desde centros respectivos dados: problema que resolvió Monge para el caso en que las proyecciones son ortogonales y los dos últimos planos citados son perpendiculares, y que en el caso general fué estudiado primeramente por el ilustre general y académico, D. Antonio Terrero (1862), jefe de estudios y profesor de Astronomía y Geodesia que fué de la Escuela de Estado Mayor del Ejército Español, más tarde (1883) por el sabio profesor Dr. Guido Hauck, de la Escuela Técnica Superior de Berlín-Carlottenburgo, y posteriormente por multitud de autores que han seguido el camino indicado por aquéllos.

Los procedimientos ordinarios de la Geometría descriptiva y de la Analítica para resolver este problema en el caso general, son por demás laboriosos y de difícil aplicación en la práctica, á menos que se trate del caso más sencillo, cual es aquel en que los centros de proyección son los puntos del infinito de las aristas del triedro formado por los tres planos de proyección correspondientes.

Si tal sucede, y representamos por

$$y,\ z;\ z',\ x';\ x'',\ y''$$

las coordenadas de las proyecciones

$$m,\ m',\ m''$$

de un punto cualquiera M sobre los planos respectivos

$$YZ,\ ZX,\ XY$$

sabemos que

$$y = y'',\ x'' = x',\ z' = z$$

y por tanto, dadas las tres coordenadas

$$y,\ z = z',\ x'$$

de dos de las proyecciones m y m', tenemos inmediatamente las x'' é y'' de la tercera proyección m'', que podemos representar en su plano sin necesidad de cálculo ni construcción alguna.

Inmediatamente se ocurre la idea de generalizar esta propiedad, aplicándola al caso de mayor dificultad, en que los centros O, O' y O'' son puntos propios cuya posición se nos fija arbitrariamente respecto del triedro formado por los tres planos de proyección S, S' y S''.

Representemos por p, q, p', q', p'', q'' las trazas de los lados

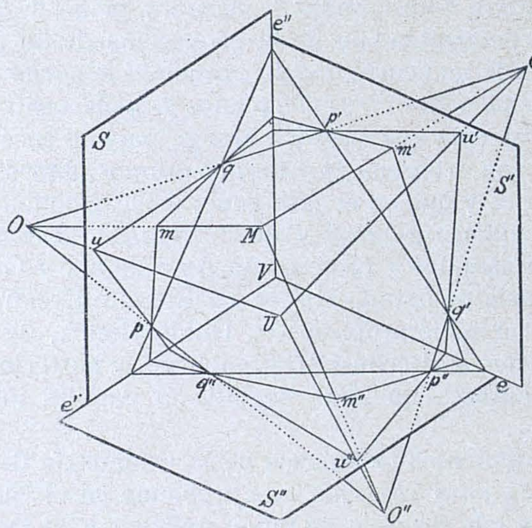


Fig. 1.ª

del triángulo $OO'O''$ con las caras este triedro, puntos que llamaremos *principales* de los planos que los contienen. Dos proyecciones cualesquiera m y m', por ejemplo, de un punto M están con éste y con los respectivos centros O y O' en un plano que corta á los S y S' según dos rectas qm y $p'm'$ (Fig. 1.ª). Estas rectas tienen común el punto ε'', traza del mismo con la arista e'' del triedro $SS'S''$, recta que llamaremos eje de los dos planos que la contienen. Esto equivale á decir que los dos haces de rectas que desde los puntos principales q y p' proyectan cada par de puntos m y m' de los planos S y S', proyecciones de uno mismo M, son perspectivos, siendo su eje perspectivo el eje e''.

Análoga observación puede hacerse respecto de los haces de vértices q' y p'' que proyectan las figuras contenidas en los planos S' y S'', y lo mismo acontece á los haces que proyectan las figuras de los planos S'' y S, respectivamente, desde los puntos principales q'' y p.

Estas consideraciones nos permiten determinar una de las proyecciones, la S'', por ejemplo, de una figura cualquiera, dadas las otras dos S y S'. Basta, para ello, unir la proyección m de cada punto con el punto principal p y la m' del mismo con el punto q'; los rayos de los haces q'' y p'' homólogos, respectivamente, de los rayos pm y $q'm'$, nos darán, por su intersección, la proyección buscada m''.

Dedúcese de aquí que para construir una tercera proyección de una figura cualquiera, dadas otras dos, basta definir la proyectividad entre cada par de haces de vértices q y p', q' y p'', q'' y p que llamaremos *pares de puntos principales contrarios.*

Ya en un Trabajo anterior (1) estudiamos algunos de los modos de definir esta relación proyectiva, geométrica y analíticamente: vamos ahora á desarrollar una nueva solución de este problema que allí indicamos ya, y consiste en tomar como homólogos en cada par de haces de vértices contrarios, los rayos situados en cada uno de los infinitos planos que contienen el lado del triángulo $OO'O''$ que pasa por aquéllos vértices. Esto equivale á la aplicación del sistema de coordenadas que en Geometría Analítica se conoce con el nombre de *coordenadas proyectivas.*

Tomaremos como tetraedro de referencia el que tiene por vértices los tres centros O, O' y O'' y el vértice V del triedro formado por los tres planos S, S' y S'', y como punto fijo uno cualquiera U, cuyas tres proyecciones u, u' y u'' son cónocidas y distintas. Para determinar un punto cualquiera M, bastará dar los valores de las tres razones dobles

$$O'O''.(VOMU)=\mu; \quad O''O.(VO'MU)=\mu'; \quad OO'(VO''MU)=\mu''$$

pues con ellas podemos inmediatamente conocer los planos $O'O''M$, $O''OM$, $OO'M$ que, por su intersección, nos dan el punto buscado M.

La proyección del punto M desde el centro O sobre el plano S está en la recta OM, de intersección de los planos $OO'M$ y $OO''M$; la proyección desde O' sobre S' está en la recta $O'M$, común á los

(1) Fundamento teórico de la Fototopografía. (Publicado en la «Revista de la Real Academia de Ciencias de Madrid» —Tomo VI, núms. 5, 6, 7 y 8.—Nov. y Dic. 1907 y Enero y Febrero 1908).

planos $O'OM$ y $O'O''M$, y la proyección desde O'' sobre S'', en la recta $O''M$ en que se cortan los planos $O''OM$ y $O''O'M$. De aquí deducimos que las proyecciones m y m' están ambas en el plano $OO'M$, las m' y m'' en el $O'O''M$ y las m'' y m en el $O''OM$, como nos habíamos propuesto para relacionar proyectivamente cada par de haces contrarios.

Podemos determinar los puntos m del plano S, en *coordenadas proyectivas*, refiriéndolos al Vpq como triángulo de referencia y como punto fijo ó unidad al u, proyección del U que antes elegimos. Cada una de las coordenadas de m será la razón doble de uno de los haces de rectas de vértices q y p, secciones respectivamente, de los haces de planos de aristas OO' y OO''. Haciendo una cosa análoga en los planos S' y S'', podemos observar que, llamando ν y ζ, ζ' y ξ', ξ'' ν'' estas coordenadas, las correspondientes á cada par de puntos principales contrarios q y p', q' y p'', q'' y p son iguales como razones dobles del mismo haz de planos de aristas OO', $O'O''$ y $O''O$, respectivamente; es decir, que $\nu = \nu''$, $\xi'' = \xi'$, $\zeta' = \zeta$. Dados, pues, los valores ν, $\zeta = \zeta'$, ξ de las razones dobles de los haces que determinan, en cordenadas triangulares, los puntos m y m', proyecciones de uno mismo M sobre los planos S y S' desde los centros O y O', tenemos igualmente determinados los haces $p'' . Vq''m''u''$ y $q'' . Vp''m''u''$, cuyos rayos $p''m''$ y $q''m''$ nos dan el punto buscado m'', proyección del mismo M desde el centro O'' sobre el plano S''.

La dificultad queda reducida á poder hallar cómodamente los valores de estas razones dobles.

Para hallar, por ejemplo, el valor de la razón doble del haz

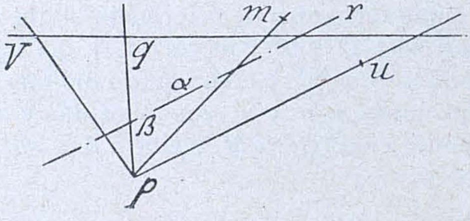


Fig 2.ª

$p . Vqmu$, cuyos tres rayos pr, pq y pu son fijos para todos los puntos m, podemos cortar este haz por una recta r paralela á un rayo, el pu por ejemplo, (Fig. 2.ª) con lo que la razón doble de que tratamos se reduce á una sencilla $\frac{\beta}{\alpha}$, de la que basta medir uno de los términos, puesto que la diferencia $\beta - \alpha$ es constante como independiente de la posición del punto m.

Fácilmente se comprende que puede hacerse otro tanto en el haz $q' . Vp'm'u'$ y tendremos, con esto, por ser iguales á los anteriores conocidos, los valores de las razones dobles $q'' . Vp''m''u''$ y $p'' . Vq''m''u''$, en cada uno de cuyos haces conocemos tres rayos y podremos determinar el cuarto de cada haz $q''m''$ y $p''m''$, construídos por un procedimiento análogo al empleado para los haces de vértices p y q'. El punto de intersección de las rectas $q''m''$ y $p''m''$ es la proyección pedida m''.

II

CASOS PARTICULARES

Adaptación del método general al caso de la Fototopografía en que se dan las fotografías sobre dos placas verticales, y se pide la determinación de la Planimetría del terreno fotografiado.

En este caso el plano S'' del dibujo es perpendicular á los S y S' de las placas: el centro de proyección O'' correspondiente al plano topográfico es el punto del infinito de las verticales, los puntos

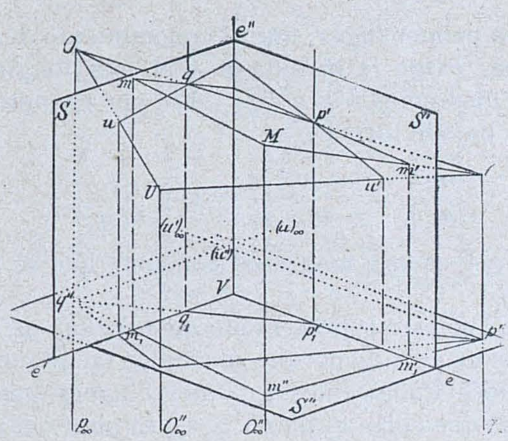


Fig. 3.ª

principales p y q' se confunden con éste, y los q'' y p'' son las proyecciones ortogonales de los centros O y O' sobre el plano S''. El tetraedro de referencia tiene por aristas los lados del triángulo OVO' y tres rectas verticales que pasan por los vértices de éste (Fig. 3.ª).

Vamos á ver los cambios que en este caso hay que introducir en las construcciones que más arriba hemos explicado

Las razones dobles de los haces de rectas paralelas se miden sobre las secciones que en cada uno de ellos determina una recta cualquiera, que podrá ser la traza de la placa respectiva Vq_1 ó Vp_1' con el plano S'', ó una paralela á ella. Las razones dobles de los haces de vértices q'' y p'', que queremos determinar, son iguales respectivamente, á las de las secciones que producen Vq_1 en el haz p y Vp_1' en el q'. Para simplificar estas razones dobles de puntos podemos tomar como punto (U) de referencia uno cualquiera de la recta de intersección de los planos que pasan respectivamente por los centros O y O' y son paralelos, el primero al plano S y el segundo al S': en efecto, las proyecciones (u) y (u') de un punto así elegido son puntos del infinito y podremos escribir

$$p\ .\ Vq_1 m_1 (u_1)_\infty = \frac{m_1 V}{m_1 q_1} : \frac{(u_1)_\infty V}{(u_1)_\infty q_1} = \frac{m_1 V}{m_1 q_1},$$

$$q'\ .\ Vp_1' m_1' (u_1')_\infty = \frac{m_1' V}{m_1' p_1'} : \frac{(u_1')_\infty V}{(u_1')_\infty p_1'} = \frac{m_1' V}{m_1' p_1'},$$

y hallados los valores de estas razones tendremos los de sus iguales

$$q''\ .\ Vq_1 m_1 (u_1) = \frac{m_1 V}{m' q'} \qquad p''\ .\ Vp_1' m_1' (u_1') = \frac{m_1' V}{m_1' p_1}.$$

Notemos, en primer lugar, que el conocimiento de cada una de estas fracciones exige la medida de una sola longitud, por ser constantes las distancias Vq_1 y Vp_1'. Así, por ejemplo, la primera puede ponerse bajo la forma

$$\frac{m_1 V}{m_1 q_1} = \frac{m_1 q_1 + c}{m_1 q_1} = 1 + \frac{c}{m_1 q_1},$$

en la que $c = q_1 V$ es una magnitud conocida que se mide de una vez para todas.

El punto (U) no está representado en ninguna de las dos fotografías, pero se ha elegido porque su empleo facilita notablemente las construcciones. Pudiéramos igualmente haber tomado un punto de la vertical que corta al plano S'' en el punto de intersección de las rectas que unen q'' y p'' respectivamente, con los puntos medios de los segmentos $q_1 V$ y Vp_1', en cuyo caso las razones $\frac{(u_1) V}{(u_1) q_1}$ y $\frac{(u_1') V}{(u_1') p_1'}$ son iguales á la unidad negativa y las razones dobles del caso general se reducen á sencillas.

Adaptación del método general al caso de la Fototopografía en placas verticales cuando se quiere determinar la Altimetría del terreno representado en éstas. El problema de la determinacion de cotas de puntos del terreno, se reduce á hallar una proyección ortogonal de estos puntos sobre un plano vertical cualquiera, que, para mayor sencillez, podemos suponer que pasa por la recta de intersección de los planos de las placas que contienen las dos vistas fotográficas dadas.

En este caso, las tres aristas del triedro $SS'S''$ se confunden en una y podemos tomar cualquiera de los puntos de ésta, el del infinito, por ejemplo, para substituir al vértice V. El centro de proyección O'' correspondiente al plano altimétrico, es el punto del infinito en dirección perpendicular al plano S'': los puntos principales son todos propios, situados cada dos sobre rectas que cortan á la arista común en un mismo punto. El triedro de referencia tiene por aristas los lados del triángulo $OV_\infty O'$ y las paralelas á la dirección de O_∞'', que pasan por los vértices de este triángulo.

Consecuencia de estas posiciones particulares de los diferentes datos del problema, son las modificaciones del método general, que exponemos á continuación.

Las razones dobles de los haces de vértices p y q' (Fig. 4.ª) pueden determinarse cortando el haz p por una recta paralela á

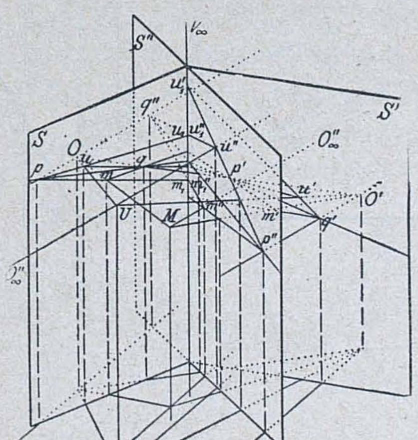


Fig. 4.ª

la pV_∞, y el q' por otra paralela á la misma, que á su vez lo es á la $q'V_\infty$, y ambas á los bordes verticales de las fotografías S y S'. Igualmente, en el plano en que vamos á construir la figura buscada, cortaremos los haces de vértices q'' y p'' por verticales cualesquiera, que serán paralelas á los rayos $q''V_\infty$ y $p''V_\infty$ de estos mismos haces.

Tendremos así las razones dobles

$$p\,.\,Vqmu = q''\,.\,Vp''m''u'' \quad \text{y} \quad q'\,.\,Vp'mu = p''\,.\,Vq''m''u''$$

reducidas, por ser del infinito el punto V, á las razones sencillas

$$\frac{m_1''u_1''}{m_1''p_1''} = \frac{m_1u_1}{m_1q_1} = 1 + \frac{c}{m_1q_1} \quad \text{y} \quad \frac{m_1''u_1''}{m_1''q_1''} = \frac{m_1'u_1'}{m_1'p_1'} = 1 - \frac{c_1}{m_1'p_1'}$$

en que

$$c = q_1u_1 \quad \text{y} \quad c_1 = p_1'u_1'.$$

Aplicación del método general al caso de la Perspectiva en que se dan la planta y un alzado de un objeto cualquiera y se pide una proyección cónica del mismo.

Al adaptar las construcciones generales ya explicadas á este caso, que representamos en la figura 5.ª, notaremos que los planos S' y S'' son perpendiculares entre sí; los centros O' y O'', que

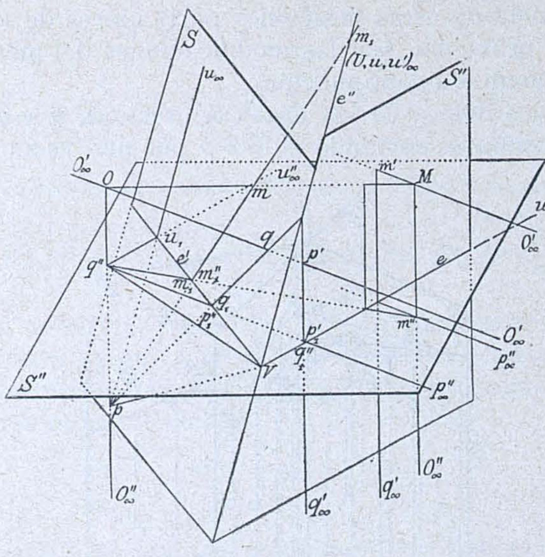


Fig. 5

á éstos corresponden, son las direcciones perpendiculares á ellos: estos mismos puntos son los principales q'_∞ y p''_∞, que determinan una orientación perpendicular á la línea de tierra dada e.

Elegiremos como punto unidad el del infinito de la recta e'' de intersección del plano del alzado S' con el de la perspectiva S que buscamos: el haz $p \,.\, Vqmu_\infty$ puede cortarse por una paralela á e', reduciéndose así su razón doble á la sencilla.

$$\frac{m_1V}{m_1q_1} = 1 + \frac{Vq_1}{m_1q_1} = 1 + \frac{c}{m_1q_1},$$

que nos da el valor de la razón doble del haz $q'' \,.\, Vp''m''u''_\infty$, cortado por una paralela á e'.

El otro par de haces de vértices contrarios q'_∞ y p''_∞ se cortará por paralelas á la línea de tierra e, que será conocida en los dos dibujos dados: como los dos vértices son puntos impropios y las proyecciones correspondientes u'_∞ y u''_∞ del punto unidad, son puntos igualmente impropios, uno de los rayos de cada haz es una recta del infinito (la de su plano respectivo), y las razones dobles de estos haces se reducen á las sencillas

$$\frac{m_1'V}{m_1'p_1'}=1+\frac{Vp_1'}{m_1'p_1'}=1+\frac{c}{m_1'p_1'} \text{ y } \frac{m_1''V}{m_1''q_1''}=1+\frac{Vq_1''}{m_1''q_1''}=1+\frac{c_1}{m_1''q_1''}.$$

NOTA. Hemos cortado cada par de haces de vértices contrarios por otras tantas rectas paralelas á la de intersección de los planos que los contienen; porque estas rectas están, en general, fuera de las vistas y á gran distancia de ellas. Si en algún caso particular esto no sucediera, sería ventajoso emplear cada una de las aristas del triedro $SS'S''$ para cortar cada par de haces de vértices contrarios, pues las secciones que en éstos producirían, serían iguales, y en lugar de tener que hallar los valores de las razones sencillas que hemos substituído á las dobles, bastará medir para cada punto de los buscados dos distancias en vez de las cuatro que aquéllas exigían.

JOSÉ MARÍA TORROJA,
Doctor en Ciencias Exactas.

Normales á las superficies de 2.º orden

1. De un modo análogo á como en el número anterior de los ANALES estudiamos algunas propiedades de las normales trazadas desde un punto á las cónicas, se pueden exponer varias propiedades de las normales á una cuádrica, propiedades en cuyo estudio se distinguieron los geómetras allí citados, y que sirvieron otras de ellas como tema en los concursos de examen.

Las relaciones homográficas de dos radiaciones, bien conocidas por los estudiantes de nuestras Facultades de Ciencias, conducen en los primeros párrafos que siguen, á las propiedades fundamentales, de las que, por sencillas relaciones analíticas, resultan todas las demás que nos proponemos estudiar, combinando de ese modo las Geometrías analítica y sintética, que de por sí, independientemente, conducirian á los mismos resultados.

Las consideraciones puramente sintéticas facilitan casi siempre la labor, y al disminuir los artificios analíticos, tan molestos cuando carecen de significación geométrica, simplifican la exposición de las propiedades, dándoles mayor claridad y elegancia.

2. *Si desde un punto* P, *trazamos las perpendiculares á los planos tangentes de una superficie de 2.º orden, la radiación* P *que resulta es homográfica con la radiación* O *de los diámetros de la cuádrica, conjugados con dichos planos tangentes.*

En efecto, dichas dos radiaciones son respectivamente correlativas con una radiación de planos paralelos á dichos planos tangentes, y por lo tanto serán homográficas entre sí.

Si P no está situado en ningún eje de la cuádrica, esas radiaciones no tienen ninguna recta doble, pues la recta OP común tiene por homóloga en la radiación P, la perpendicular al plano diametral conjugado con el diámetro OP, y en la radiación O el diámetro conjugado con el plano perpendicular á OP. Y si P no está en ningún plano principal, tampoco tendrán dichas radiaciones ningún plano doble.

En el caso de estar P en un eje ó plano diametral de la cuádrica, ese eje ó plano son dobles en las radiaciones antedichas.

3. En los puntos O y P, vértices de las dos radiaciones homográficas, se cortan rayos correspondientes de las mismas. En

cada uno de los planos que pasan por OP existe un haz de rectas de la radiación O, cuyo correspondiente en la P es el haz contenido en el plano trazado por P perpendicularmente al diámetro conjugado con aquel plano. El rayo del haz P común á ambos planos, y su correspondiente del haz O nos determinarán un punto.

En cada uno de los planos que pasan por OP, hay pues, además de los puntos O y P, un punto de intersección de dos rayos homólogos de las radiaciones consideradas. Unicamente los planos determinados por OP y sus correspondientes en cada una de las radiaciones, no contienen más puntos de intersección de rayos homólogos que los O y P.

Los dichos puntos comunes constituyen una cúbica alabeada, pues si la intersección fuese una cónica, las radiaciones, que serían homológicas, tendrían elementos dobles. Tampoco puede haber un punto A fuera de la cúbica, porque el plano POA cortaría á dicha cúbica en otro punto B, y al plano OAB, determinado por dos rayos de la radiación O, le correspondería el mismo plano PAB, definido por los rayos homólogos de la radiación P.

Proyectada esa cúbica desde los puntos O y P, obtendremos dos superficies cónicas de segundo orden, bases de dos haces de rectas radiados de segundo orden proyectivos. Estas dos superficies cónicas, se cortan á lo largo de la generatriz común OP, además de efectuarlo según la cúbica antedicha que pasa por O y P.

Los planos determinados por OP y sus rayos correspondientes en ambas radiaciones, son tangentes á la cúbica en O y en P respectivamente, y también lo son á las dichas superficies cónicas á lo largo de OP. Dichos rayos homólogos de OP son las tangentes á la cúbica en O y P, respectivamente.

4. Si consideramos los rayos P correspondientes á tres direcciones principales, los homólogos de O son paralelos á ellos, y por consiguiente la curva considerada es una *hipérbola cúbica*, cuyas asíntotas son tres direcciones principales de la cuádrica considerada.

Esta hipérbola cúbica determina, por su intersección con la cuádrica, los pies en esta superficie de las seis normales reales ó imaginarias que pueden trazarse á ella desde el punto P. Luego: *los pies de las seis normales trazadas desde un punto á una cuádrica, están en una hipérbola cúbica, que pasa por el punto dado, por el centro de la cuádrica, y tiene para asíntotas tres direcciones principales de esta superficie.*

En los paraboloides, esa cúbica alabeada pasa por el punto del infinito de los mismos, y por tanto las normales propiamente tales, solo son cinco, pudiéndose tomar el diámetro que pasa por P como sexta normal, cuyo pie en la superficie es su punto del infinito.

La generación de la cúbica alabeada, como intersección de los conos de segundo orden de vértices O y P, nos dice que: *las normales trazadas desde un punto á una cuádrica, son generatrices de un cono de segundo orden cuyo vértice es ese punto.* (Teorema de Chasles).

Esa superficie cónica contiene además, al diámetro PO que pasa por P, á la perpendicular trazada desde este punto á su plano polar (recta correspondiente á la OP de la radiación O), y á las tres rectas trazadas por dicho punto P según las direcciones principales de la cuádrica.

5. De las propiedades de la hipérbola cúbica, que pasa por los pies de las normales, ó de las del cono de segundo orden, que las contiene en unión de las rectas antedichas, pueden deducirse de un modo inmediato algunas de las propiedades de esas normales.

Así, por ejemplo: tres de las normales no están en un plano y tampoco lo están dos normales y el diámetro que concurre con ellas. Los pies de las normales no están de cuatro en cuatro en un plano. Las relaciones anharmónicas de los planos que proyectan cuatro de las normales desde las otras dos son iguales, é iguales también á las de los cuatro planos que proyectan dichas normales desde cualquiera de las generatrices del cono que las contiene.

Si A, B, C, D, E, F, son los pies de las seis normales en la cuádrica, como los haces de rectas radiados de segundo orden que proyectan los puntos de una cúbica alabeada desde otros dos son proyectivos, y también lo son entre sí y con los anteriores los haces de planos de primer orden que proyectan los mismos puntos de la cúbica desde sus cuerdas ó tangentes (*), se verificará que: *las proyecciones ortogonales de los pies* A, B, C, D, E, F *de las seis normales á una cuádrica, sobre los ejes ó planos principales de la misma, constituyen figuras proyectivas.*

De esta propiedad de los pies de las normales á una cuádrica, análoga á la que enunciamos para las normales de una cónica, podrían deducirse varios lugares geométricos, según las condiciones á que sometiésemos á dichas figuras proyectivas.

6. Como las superficies de un haz de cuádricas homotéticas y concéntricas tienen común la radiación de diámetros y planos diametrales conjugados, las dos radiaciones homográficas generatrices de la hipérbola cúbica que contiene los pies de las normales son las mismas, y por tanto:

(*) *Teoría geométrica de las líneas alabeadas y de las superficies desarrollables*, por don Eduardo Torroja, Madrid, 1904, p. 194.

Si por un punto se trazan las normales á las superficies de un haz de cuádricas homotéticas y concéntricas, sus pies están sobre una hipérbola cúbica, que pasa por aquel punto, por el centro de las cuádricas y por los puntos del infinito de sus ejes. Todas esas normales están en un mismo cono de segundo orden cuyo vértice es el punto considerado.

7. Las superficies cilíndricas proyectantes de la cúbica alabeada que contiene los pies de las normales, sobre los planos principales, son hiperbólicas y dan para proyección de esa cúbica en cada plano dicho, la hipérbola de Apollonio de la sección principal, correspondiente á la proyección del punto P, según resulta de modo inmediato.

Las superficies de segundo orden que pasan por los pies de las seis normales trazadas desde P á la cuádrica considerada, por tener seis puntos comunes, constituyen un complejo de cuádricas, del que forman parte la cuádrica antedicha, los cilindros proyectantes de la hipérbola cúbica, el cono de vértice P que proyeta esta curva, y los pares de planos que contienen tres á tres los pies de las normales.

Ese complejo podemos considerarlo definido por la cuádrica á que se han trazado las normales y por los tres cilindros proyectantes de la hipérbola cúbica. Los ejes de aquélla determinan evidentemente sobre estas cuatro superficies, tres á tres, puntos de una involución, luego determinarán involuciones proyectivas por su intersección con todas las superficies del complejo considerado (*).

8. Si consideramos la superficie con centro

$$S = \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} - 1 = 0, \qquad [1]$$

y el punto $P\,(X, Y, Z)$, las dos radiaciones P y O generadoras de la cúbica alabeada, tendrán por definición para ecuaciones respectivas

$$\frac{x}{l} = \frac{y}{m} = \frac{z}{n} \quad \text{y,} \quad \frac{a^2(x-X)}{l} = \frac{b^2(y-Y)}{m} = \frac{c^2(z-Z)}{n};$$

de donde eliminando l, m, n, se obtienen para ecuaciones de los tres cilindros proyectantes de la cúbica las ecuaciones,

$$\left.\begin{aligned} S_1 &= a^2y\,(X-x) - b^2x\,(Y-y) = 0 \\ S_2 &= b^2z\,(Y-y) - c^2y\,(Z-z) = 0 \\ S_3 &= c^2x\,(Z-z) - a^2z\,(X-x) = 0 \end{aligned}\right\}. \qquad [2]$$

(*) VEGAS. M.—*Tratado de Geometría analítica*, t. II, p. 373.—Madrid, 1907.

La del cono de segundo orden de vértice P, que contiene las seis normales y las otras cinco rectas dichas (4), resulta también sin más que expresar que pasa por estas últimas, y será por tanto,

$$a^2(X-x)(Yz-Zy)+b^2(Y-y)(Zx-Xz)+c^2(Z-z)(Xy-Yx)=0. \quad [3]$$

La ecuación del complejo que contiene los pies de las seis normales, es pues

$$S+\lambda S_1+\mu S_2+\nu S_3=0. \quad [4]$$

Si los planos que pasan por los pies de tres normales, y por los de las otras tres, tienen por ecuaciones,

$$\frac{x}{p}+\frac{y}{q}+\frac{z}{r}+1=0, \qquad \frac{x}{p'}+\frac{y}{q'}+\frac{z}{r'}+1=0; \quad [5]$$

por constituir una superficie del complejo, los ejes determinarán en ellos puntos conjugados de las involuciones que determinan por su intersección con todas las superficies de la serie, y tendremos por consiguiente

$$pp'=-a^2, \quad qq'=-b^2, \quad rr'=-c^2. \quad [6]$$

9. Si llamamos con Laguerre *centro del plano* al punto de coordenadas p, q, r, que viene á ser el *inverso del polo de ese plano* respecto de la esfera imaginaria $x^2+y^2+z^2+1=0$, teniendo en cuenta que si (α, β, γ) es el polo del primero de los planos [5] respecto de la cuádrica [1] serán

$$\alpha=-\frac{a^2}{p}, \quad \beta=-\frac{b^2}{q}, \quad \gamma=-\frac{c^2}{r},$$

tendremos [7]

$$\alpha=p', \quad \beta=q', \quad \gamma=r',$$

y por tanto: *el polo del plano determinado por los pies de tres de las normales á una cuádrica, respecto de esta superficie, es el centro, con relación á los ejes de la misma, del plano que pasa por los pies de las otras tres normales* (*).

Si el polo del otro plano es $(\alpha', \beta', \gamma')$, estas coordenadas serán iguales á p, q, r, y por consiguiente, las relaciones [6] pueden escribirse

$$\alpha\alpha'=-a^2, \quad \beta\beta'=-b^2, \quad \gamma\gamma'=-c^2, \quad [8]$$

y las de los dos planos [5] serán

$$\frac{\alpha x}{a^2}+\frac{\beta y}{b^2}+\frac{\gamma z}{c^2}-1=0, \qquad \frac{\alpha' x}{a^2}+\frac{\beta' y}{b^2}+\frac{\gamma' z}{c^2}-1=0. \quad [9]$$

(*) Laguerre, *Annales Nouvelles de Mathématiques*, 1878, estudia muchas propiedades de los centros de esos planos.

Puede advertirse, que cada uno de estos planos pasa por las proyecciones sobre los ejes, del punto simétrico del polo del otro.

10. Si identificamos los planos [9] con el complejo [4], teniendo presente las relaciones [8] obtenemos las tres ecuaciones

$$\left.\begin{array}{l}
\dfrac{b^2\alpha^2 + a^2\beta^2}{b^2 - a^2} \cdot \dfrac{Y}{\beta} + \dfrac{c^2\alpha^2 + a^2\gamma^2}{c^2 - a^2} \cdot \dfrac{Z}{\gamma} = a^2 - \alpha^2 \\[2ex]
\dfrac{a^2\beta^2 + b^2\alpha^2}{a^2 - b^2} \cdot \dfrac{X}{\alpha} + \dfrac{c^2\beta^2 + b^2\gamma^2}{c^2 - b^2} \cdot \dfrac{Z}{\gamma} = b^2 - \beta^2 \\[2ex]
\dfrac{a^2\gamma^2 - c^2\alpha^2}{a^2 - c^2} \cdot \dfrac{X}{\alpha} + \dfrac{b^2\gamma^2 + c^2\beta^2}{b^2 - c^2} \cdot \dfrac{Y}{\beta} = c^2 - \gamma^2
\end{array}\right\} \qquad [10]$$

Esas tres ecuaciones, nos expresan las condiciones á que deben satisfacer las coordenadas del polo del plano $\dfrac{\alpha x}{a^2} + \dfrac{\beta y}{b^2} + \dfrac{\gamma z}{c^2} - 1 = 0$, para que en la sección plana que determina este en la cuádrica existan tres puntos cuyas normales sean concurrentes. Dichas condiciones son en general incompatibles, porque el determinante de las incógnitas $\dfrac{X}{\alpha}, \dfrac{Y}{\beta}, \dfrac{Z}{\gamma}$ es nulo, luego no es posible, en general, encontrar sobre una sección plana de una cuádrica tres puntos cuyas normales sean concurrentes. Para que se realice esto último es preciso que las ecuaciones anteriores sean indeterminadas, ó que se tenga

$$\frac{\beta^2\gamma^2 + c^2\beta^2}{b^2 - c^2}(\alpha^2 - a^2) + \frac{c^2\alpha^2 + a^2\gamma^2}{c^2 - a^2}(\beta^2 - b^2) + \frac{a^2\beta^2 + b^2\alpha^2}{a^2 - b^2}(\gamma^2 - c^2) = 0. \quad [11]$$

Cuando el polo (α, β, γ) del plano considerado esté en esta superficie de cuarto orden, llamada por Desboves *normo-polar*, las ecuaciones [10], en las que X, Y, Z se consideren como coordenadas generales, representan una recta. Si desde cualquier punto de esta recta, se trazan las normales á la superficie de segundo orden dada, los puntos de incidencia de tres de ellas están en el plano dicho, y los de las otras tres en el otro plano de polo

$$\alpha' = -\frac{a^2}{\alpha},\ \beta' = -\frac{b^2}{\beta},\ \gamma' = -\frac{c^2}{\gamma}.$$

11. Las relaciones [6] se prestan aún á otra nueva consecuencia, pues en virtud de ellas tendremos

$$\frac{a^2}{pp'} - \frac{b^2}{qq'} - \frac{c^2}{rr'} - 1 = 0,$$

lo cual nos quiere decir que: *el plano que contiene los pies de tres de las normales y el que pasa por los otros tres, son conjugados* *respecto de otra superficie de segundo orden de los mismos ejes.*

Si la cuádrica [1] fuese un elipsoide dichos dos planos serían conjugados respecto de los tres hiperboloides ordinarios de los mismos ejes y vértices; si aquella fuese un hiperboloide alabeado, los planos serían conjugados respecto del elipsoide imaginario, ó de los otros dos hiperloloides alabeados de iguales ejes y vértices. Finalmente, si la cuádrica considerada fuese un hiperboloide ordinario, serían conjugados los planos respecto del elipsoide ó de los otros dos hiperboloides ordinarios de iguales ejes.

12. Si tres de los normales PA, PB, PC constituyen un triedro trirectángulo, el polo (α, β, γ) del plano ABC

$$\frac{x}{p} + \frac{y}{q} + \frac{z}{r} + 1 = 0$$

está en la *esfera ortóptica* ó de Monge, lugar de los vértices de los triedros trirectángulos circunscritos al elipsoide, y por tanto será

$$\alpha^2 + \beta^2 + \gamma^2 = a^2 + b^2 + c^2,$$

ó por virtud de las relaciones [7]

$$p'^2 + q'^2 + r'^2 = a^2 + b^2 + c^2; \qquad [12]$$

luego: *si tres normales son perpendiculares dos á dos, el plano que contiene los pies de las otras tres determina en los ejes del elipsoide, las aristas de un paralelepípedo rectángulo de diagonal constantemente igual á* $\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$.

Como además el segundo plano dicho DEF

$$\frac{x}{p'} + \frac{y}{q'} + \frac{z}{r'} + 1 = 0,$$

tiene para polo, según las relaciones [7], el punto (p, q, r), si designamos en general por (x, y, z) este punto y tomamos en consideración las relaciones [6] y [12], obtendremos

$$\frac{a^4}{x^2} + \frac{b^4}{y^2} + \frac{c^4}{z^2} = a^2 + b^2 + c^2, \qquad]13]$$

para ecuación de la superficie lugar del polo del plano que pasa por los pies de las tres normales no perpendiculares.

13. En el caso particular de estar el punto P en un plano principal, por ejemplo en el xy, los cilindros [2] tienen para ecuaciones

$$\left.\begin{array}{l} a^2y\,(X - x) - b^2x\,(Y - y) = 0 \\ z\,.\,[(b^2 - c^2)\,y\,. - b^2Y] = 0 \\ z\,.\,[(a^2 - c^2)\,x - a^2X] = 0 \end{array}\right\}, \qquad [14]$$

y el cono [3] que contiene las normales se reduce á los dos planos $z = 0$, y

$$Yx(a^2 - c^2) + Xy(c^2 - b^2) + XY(b^2 - a^2) = 0. \qquad [15]$$

Por consiguiente, la cúbica que pasa por los pies de las normales, se convierte en la hipérbola de Apollonio del punto (X, Y) respecto de la sección normal contenida en este plano, y en la recta perpendicular á él definida por las ecuaciones

$$x = \frac{a^2X}{a^2 - c^2}, \qquad y = \frac{b^2 - c^2}{b^2Y}. \qquad [16]$$

Aquella hipérbola nos da cuatro normales situadas en el plano xy, y esta recta las otras dos, contenidas en el plano [15], que es perpendicular á la polar del punto (X, Y) respecto de la cónica focal correspondiente situada en el plano $z = 0$. Estas dos normales, cuyos pies están en la recta [12], son evidentemente simétricas respecto del plano $z = 0$, é iguales.

Si consideramos la serie de cuádricas homofocales con la [1] se ve que los planos [15] y $z = 0$, que contienen las normales trazadas desde P á todas esas cuádricas, son los mismos. Fácil será determinar, en cada uno de esos planos el lugar de los pies de las normales, que son respectivamente una circunferencia y la cúbica nodal conocida con el nombre de *focal de Quetelet* (*).

Finalmente, situado el punto P en uno de los ejes de la cuádrica, el Z por ejemplo, este eje será rayo doble de las dos radiaciones O y P, y además son también dobles los dos planos $y = 0$, $z = 0$, en los cuales están contenidas las normales á la cuádrica.

G. SILVÁN.

ERRATA.—Entre otras de menor importancia se deslizó una en la línea 18 de la página 237 del núm. 4. Dice: «$\pm \frac{b^2}{a^2} \cdot \frac{Y}{X}$ y el de su conjugada respecto de la curva considerada $-\frac{X}{Y}$, luego: *la recta conjugada de la que contiene dichos centros es perpendicular á...*» Debe leerse: «$\mp \frac{b^2}{a^2} \cdot \frac{Y}{X}$ y el de su conjugada respecto de la curva considerada $\frac{X}{Y}$; luego: *la recta conjugada de la que contiene dichos centros es isogonal de...*» La última línea de la página 240 debe comenzar con minúscula, como continuación de párrafo.

(*) J. KOEHLER.—*Exercices de Géométrie analytique* 2.ᵉ partie.—París, 1888.

CONEXIONES ETÉREO-ELÉCTRICAS

II

Generadores electrostáticos

Vamos á fijarnos en un generador de esta clase que podamos mirar como típico; sea, p. ej., la máquina de Ramsden.

Sabido es que en las máquinas de frotamiento existen uno ó varios órganos frotantes (almohadillas, generalmente) y uno ó varios órganos frotados (discos ó tambores, de materia aisladora), y frente á éstos, y á la mayor distancia de aquéllos, sistemas de puntas (peines) en relación metálica con grandes conductores ó con baterías de condensadores.

Las cantidades de electricidad que suministran estas máquinas, se ha encontrado que varían, entre ciertos límites, proporcionalmente á la velocidad de giro del órgano frotado, y al número de órganos frotantes idénticos; ó más brevemente, á la extensión frotada por las almohadillas, en la unidad de tiempo.

Por otra parte, las almohadillas no influyen precisamente en el desarrollo de electricidad por el grado de presión que ejercen, sino que, más bien, lo necesario es que se adhieran al disco ó tambor, de modo semejante á como deben adherirse las cerdas del arco del violín sobre las cuerdas que excitan. Para hacer eficaz esta adherencia conviene desecar cuidadosamente la superficie del órgano frotado, y recubrir la del frotante de una sustancia, como el oro musivo, la amalgama de zinc, etc., que haga igual papel que la resina en el arco de violín. Lograda esa adherencia, los aumentos de presión son de todo punto innecesarios, ó perjudiciales: basta un suave contacto entre las superficies que se desplazan relativamente.

La separación tangencial de dos superficies adherentes, la una fácilmente deformable y la otra de cierta dureza y mala conductibilidad, es la mejor combinación para obtener la electrización de ambas superficies. Por regla general, es sabido que el estado eléctrico resinoso ó negativo lo adquiere el cuerpo que más se calienta y se deforma, ó sea en este caso el órgano frotante, y el positivo el menos deformable y que menos se recalienta.

Pero, el desplazamiento tangencial del disco ó tambor, respecto de las almohadillas adheridas y fijas, debe ocasionar, á su vez, un desplazamiento tangencial de las moléculas de aquel órgano, en el acto de romperse sus lazos de adhesión con la almohadilla; así pues, la superficie frotada sale vibrando tangencialmente, *en conjunto*, á medida que abandona la almohadilla, vibración finísima que parece acusarse por un cierto rumor característico de las máquinas eléctricas cebadas. Sin embargo, la vibración fundamental debe ser mucho más fina que las acústicas.

Además, esta vibración sólo debe afectar á un delgado estrato superficial, semejando en esto al oleaje que provocan los vientos en los mares, oleaje que decrece con la profundidad hasta desaparecer completamente á pocos metros de la superficie.

Considerando, pues, una fila de moléculas, normal al estrato agitado y limitada por las caras de éste, dicha fila debe realizar una vibración cónica, muy probablemente abierta.

Las vibraciones caloríficas que simultáneamente afectan á las moléculas de la fila considerada, tendrán, en general, direcciones cualesquiera, pero su pequeñez, relativamente á las eléctricas, apenas debe modificar aquella forma de vibración.

El estrato agitado debe portarse para el éter ambiente como un conjunto de pequeñísimos ventiladores que lanzan ese éter desde el interior del estrato al exterior, tomándole, cuando falte, del que empapa las masas subyacentes ó contiguas no agitadas eléctricamente.

Si esto es cierto, los actos de frotamiento, en general, deben originar la expulsión por la superficie frotada de finísimos chorros de éter, organizados en torbellino. Pero estos chorros deben cesar momentáneamente cuando la vibración pendular alcance los puntos muertos ó de inversión; y dada la lentitud de los movimientos pendulares en las inmediaciones de esos puntos, tales supuestos chorros deberán ofrecer estrangulaciones ó nodos, correspondientes á esos puntos.

El chorro etéreo expulsado normalmente, consta pues, casi seguramente, de concameraciones, cada una de las cuales se portaría como un ion de De Heen, el chorro sería, pues, una cadena iónica.

En el acto de electrización que estamos examinando no encontramos otros mecánicos en que apoyarnos; parece que bastan para explicar lo que luego sucede.

Desde el momento en que el cuerpo se ha electrizado, lo tenemos convertido en un foco de fuerza y de potencial, fuerza y potencial que se difunden en el espacio en todos sentidos, propagándose, muy probablemente, con igual mecanismo.

Lo más natural es ver en esos supuestos chorros etéreos, en esas cadenas iónicas, la linea de fuerza ó de acción, y á la vez, la linea difusora del potencial. Pero dejemos este último punto para otra ocasión.

Los chorros etéreos se propagan por el aire con relativa facilidad, si bien parecen ser caminos mejores las superficies metálicas, sobre todo cuando la entrada en éstas se verifica por un sistema de puntas. En efecto, la experiencia dice que las puntas metálicas son excelentes medios para hacer salir ó entrar un flujo de fuerza, desde un conductor al aire ó al revés.

Los peines de las máquinas eléctricas son los medios, felizmente dispuestos, para absorber ó lanzar fácilmente densos flujos de fuerza.

En general, las masas metálicas abordadas por flujos electrostáticos se portan como los cuerpos resonantes de la Acústica, los cuales no solamente se excitan por el flujo presente sino que tienden además á absorber toda su energía.

La que absorben los peines de la máquina constituye la mayor parte de la que emite la región acabada de frotar, en forma de líneas de fuerza (los chorros etéreos), energía que conviene agotar por completo, para lo cual la acción del peine debe sostenerse algún tiempo. De aquí el alejar los peines de las almohadillas, relacionando por otra parte éstas con tierra y asegurando de este modo una excelente y fácil provisión etérea al sistema generador, y en fin, el dificultar la dispersión de los chorros envolviendo con cuadrantes de tafetán las regiones cargadas del disco, cuadrantes que, por su color y espesor, impidan en lo posible la acción disipadora de los rayos violados y ultra-violados.

La energía absorbida por las puntas, se extiende, sin perder su carácter de oleaje superficial, por los conductores de la máquina, oleaje que se acrece á medida que se junta á ella la que siguen absorbiendo los peines. Este oleaje sufre reflexiones en los recodos y extremidades del conductor, y, para evitar las salpicaduras eléctricas (chispas, efluvios) convendrá dulcificar las reflexiones en tales sitios, disponiendo al efecto superficies convexas de suficiente radio, de tal manera que, de una á otra, los ángulos de acuerdo sean obtusos.

Pero, aun habiendo evitado en el conductor de la máquina las aristas vivas y las puntas, nos quedan sin embargo las del peine ligado á él, peine en el cual tienen lugar muy pronto fenómenos antagónicos, á saber: el de seguir absorbiendo la energía de los chorros creados, y el de disipar en forma de fuertes efluvios parte de la energía que viene al peine, rechazada desde los extremos del conductor, energía que, concentrada en las angosturas del peine, adquiere fuertes tensiones que dificultarán el fenómeno de absorción, y también reducirán el poder retentivo del conductor. Pronto habrá de llegarse, pues, á un régimen, en que la energía disipada por todo el conductor sea igual á la absorbida por los peines.

La disipación del conductor, obedecerá á una triple causa: 1.ª, la emisión de fuerza y potencial, simultáneamente, en el espacio, merced á una función exclusivamente etérea; 2.ª, á la intensa ionización renovada incesantemente, de la masa de aire envolvente, consistiendo cada ion en una pequeña organización molecular y aun corpúscular, en torbellino, cuya relativa estabilidad explica la relativa estabilidad de aquél; y 3.ª, á la pérdida lenta y traba josa, imposible de evitar, por los soportes aisladores.

Surge, pues, la conveniencia de reducir en lo posible la extensión del conductor de la máquina, sin mengua de su poder almacenante. Esta ventaja se logra mediante la adopción de baterías de condensadores, escalonados en cascada. Cierto es que, á su vez éstos ofrecen un embotamiento residual de energía, no siempre conveniente, además de cierta penetrabilidad lenta á través de las hojas dieléctricas.

*
* *

Respecto de las máquinas llamadas de influencia, el acto eléctrico inicial, parece consistir, en provocar en un sentido arbitrario, sobre uno ó varios conductores diametrales delgados, situados frente á los discos giratorios, un pequeño flujo, cosa muy fácil si los estados eléctricos son distintos frente á los extremos puntiagudos de esos conductores. Provocado ese flujo inicial, es cuestión de mantener y reforzar la causa que lo ha determinado, valiéndose de los flujos que absorben ó derraman los peines.

En estas máquinas, y también en las de rozamiento, la carga de los conductores guarda semejanza con el acto de provocar vibraciones violentas por la reiteración, con ritmo fijo, de vibraciones de pequeña amplitud.

DEMETRIO ESPURZ.

Oviedo 31 marzo de 1908.

Tres reacciones nuevas para la anilina

Numerosa es la literatura existente acerca de las reacciones coloreadas que la anilina proporciona en presencia de las mezclas oxidantes. Tanto afán experimental se explica fácilmente pensando en la grande importancia que ha adquirido este alcaloide, cuya industria, iniciada á mediados del siglo anterior, aparece cada vez más floreciente, y su empleo en los laboratorios se acrecienta de día en día, según acreditan la pesquisa del furfurol, el procedimiento alcohométrico de Duboux y Dutoit y hasta la conveniencia de que intervenga para descubrir á ciertos bacilos.

Unos autores han aplicado tales reacciones al reconocimiento de algunas materias de dicha clase y otros al de la anilina misma. Entre los primeros, han hecho aplicación al ácido nítrico Braun, Hoffmann, Longi y Schmidt; al ácido nitroso Deniges, al ácido clórico Vitali y Bottger, al cloro Villiers-Fayolb y á los persulfatos Caso, pudiendo ampliarse para los percarbonatos, los perboratos y la propia agua oxigenada. Entre los que han aplicado dichas reacciones de oxidación á la anilina misma, es decir, para el reconocimiento de este curioso alcaloide de la industria, podemos citar á Runge, Rosentich, Hoffmann, Jacquemin, Ludwig, Letheby y Duflos, entre otros.

Con motivo de los minuciosos trabajos analíticos que estamos realizando el presente semestre en el laboratorio del Dr. Fresenius, de Wiesbaden, hemos tenido la fortuna de recoger bastantes detalles originales que muy pronto serán publicados en la conocida revista *Zeitschr. f. analyt. Chem.* Por lo respectivo al nutrido cuanto dificultoso grupo de los alcaloides, hemos hecho también el estudio de las reacciones que otorga la anilina en presencia de diferentes oxidantes, haciendo uso del ácido nítrico en vez de los ácidos clorhídrico y sulfúrico empleados hasta aquí, alcanzando resultados que consideramos dignos de mención. Además nos hemos servido como oxidante del permanganato potásico propuesto por Beckut para los alcaloides, del peróxido de sodio que indicó el ilustre Profesor Piñerua (*Chem. Ztg.*, 1906. 450; *Annal. Chem. analyt. appl.*, 1907. 9) para diferentes combinaciones orgánicas y del peróxido de bario recomendado por Riegler, en 1903, para descubrir el indicán y el iodo en la orina.

He aquí algunas de nuestras observaciones:

Añadiendo á una gota de anilina 0,5 c. c. próximamente de ácido nítrico concentrado (1,4 D.) y una ó dos gotas de solución concentrada de permanganato potásico, se produce una coloración roja que pasa paulatinamente á verde, el cual se obscurece luego hasta hacerse negro; pero al poco tiempo vuelve á aclararse y pasando nuevamente por el matiz verde, acaba en azul intenso. Si se calienta el líquido toma el color del vino de Málaga. La solución no se enturbia por el agua y amarillea un poco por el amoniaco. Todos estos diversos colores, tan vistosos, son arrastrados por el alcohol amílico, que se tiñe muy bien aun en los casos en que la disolución ya no lo hace por estar demasiado diluída; con lo cual resulta más sensible esta curiosa reacción. El espectro de absorción que ofrece el líquido verde consiste en la desaparición de la parte izquierda del color rojo, que vuelve á aparecer cuando se trata por el amoniaco.

Si á una gota de anilina se agregan 1 c. c. de la solución acuosa de ácido acético y 0,2 á 0,3 gramo de peróxido de sodio, no se produce reacción visible alguna, pero hirviendo la solución aparece un fuerte color amarillo de canario. Este color es separable también por el alcohol amílico, con grande ventaja para la sensibilidad de la reacción. Como carácter espectroscópico hemos encontrado que desaparece siempre la parte violeta.

En ciertas ocasiones, sea por excesiva concentración del ácido acético ó por la presencia de cobre en la oxilita (lo que es frecuente por su obtención electrolítica), el color amarillo puede pardear hasta hacerse marrón obscuro, siempre separable por el alcohol amílico, apareciendo entonces, antes de calentar.

En las mismas condiciones señaladas para la reacción anterior, si en vez del peróxido de sodio se emplea el de bario, obtiénese un vivo color rojo-pardo amarillento soluble, como los mencionados anteriormente, en el alcohol amílico y en cuyo singular espectro de absorción desaparece toda la parte derecha, incluso algo del verde.

Ambas reacciones últimamente citadas son sencillas en extremo, pudiendo apreciarse con toda claridad cuando se opera sólo con 1/1600 de gota de anilina; lo cual, unido á la circunstancia de ser muy fácil reproducirlas, les concede grande importancia analítica y presumimos que podrán ser aceptadas para la práctica diaria.

Otra reacción curiosa de este género llevamos entre manos, en la que intervienen los nitritos, pero sería aun prematuro manifestarla. Indudablemente, la tan explorada anilina ofrece todavía mucho campo inexplorado.

Conste nada más, aunque ello se habrá supuesto ya, que hemos trabajado con anilina pura ó exenta de toluidinas y de otras materias que suelen acompañarla en el comercio. Y si acaso las modestas experiencias apuntadas careciesen de toda importancia, porque al fin la anilina es madre de todo un vasto arco-iris industrial, como se sabe, conste también que sólo nos permitimos dar á luz tales primicias de investigación para que desde este órgano, tan acreditado de la prensa científica, suene en la querida patria el eco de nuestros entusiasmos, ya que tan benévolos se prestan á ello sus redactores.

DR. JUAN B. PESET.

Wiesbaden—II, 1908.

Sobre la reacción de los pirofosfatos con el cloruro luteocobáltico

Uno de los reactivos de los pirofosfatos, es el cloruro luteocobáltico, cuerpo de composición compleja y no muy corriente en nuestros Laboratorios.

En verdad, en muy pocos libros de Análisis hemos visto citada esta reacción y esta circunstancia nos llamó la atención, haciéndonos creer que quizá fuera poco conocida y menos estudiada, por lo que nos dimos á recoger noticias sobre ella, siendo excasas é inconexas las que pudimos hallar.

Como por otra parte, hubimos de ensayarla y nos resultó de tan bellas apariencias, nos propusimos hacer un estudio lo más detallado que nos fuera posible de esta reacción, ó sea del precipitado obtenido y de sus condiciones de precipitación.

Cuando se mezclan en frío, una disolución de pirofosfato sódico y algunas gotas de una disolución al 5 por 100, de cloruro luteocobáltico (1), se observa un precipitado más ó menos abundante en *pajitas sedosas amarillo-rojizas* que semejan pequeñas pajitas un poco obscuras que caen al fondo del tubo de ensayo.

Si la dilución de los líquidos es otra y el precipitado tarda en formarse, siendo menos abundante, las pajitas ó agujillas permanentes algún tiempo en el seno del líquido incoloro, mezcla de los dos que reaccionan y mirado al trasluz hace el efecto de un bonito *glaseado*, que no dudamos considerar como característico de esta reacción.

Propusímonos determinar micrográficamente si la forma del precipitado obtenido, tendría algo de característica, pero observado el precipitado con diferentes aumentos mediante el microscopio, no observamos nada de particular sino agujas finas, largas y estrechas con puntas afiladas que á veces se agrupan en forma de estrellas de muchas puntas.

Si las preparaciones se observan algún tiempo después de pre-

(1) Tanto uno como otro producto empleados, son de la casa E. Merck de Darmstadt. El cloruro lúteocobáltico lo encargamos exprofeso para estos estudios. También son de esta casa la mayor parte de los productos utilizados en estas experiencias.

paradas, se ven á veces, diseminados en la masa, unos cristales grandes, amarillos, cuya forma no hemos determinado por haber comprobado por estudios comparativos que son del reactivo puesto en exceso y que tarda algún tiempo en cristalizar. En las preparaciones hechas sin exceso de reactivo, estos cristales no se presentan.

Ninguna indicación hemos encontrado sobre la solubilidad ó insolubilidad de este precipitado en diversas condiciones y en diferentes reactivos, por lo que hemos tratado de averiguar nosotros estas propiedades y los resultados obtenidos, operando repetidas veces, unas sobre el precipitado en el seno mismo del líquido en que se formó y otras sobre el precipitado recogido sobre un filtro y lavado con agua destilada (que también en esta forma tiene un hermoso aspecto), son los siguientes:

Dicho precipitado es insoluble, tanto en exceso de reactivo como de solución de pirofosfato; tampoco se disuelve calentando el líquido en que se formó ni añadiéndole más agua é hirviendo; es insoluble en los ácidos nítrico y clorhídrico, en el amoniaco, así como en la lejía potásica en frío, en el alcohol y en el éter; pero se disuelve en el ácido sulfúrico y en el acético y en la lejía sódica ya en frío y en la potásica en caliente. Cuando el precipitado se disuelve en los reactivos indicados se obtienen disoluciones más ó menos coloreadas, pero siempre la coloración es semejante á la del reactivo más ó menos debilitada por la dilución.

Tras ésto nos hemos propuesto determinar la *sensibilidad de la reacción* para caracterizar los pirofosfatos, operando por sucesivas diluciones, aunque siempre sobre el mismo volumen del líquido problema.

El líquido tipo lo preparamos de riqueza conocida y después de considerar las ventajas que una ú otra concentración ofrecería para las determinaciones y cálculos que posteriormente hubiéramos de hacer, determinamos operar sobre una disolución de pirofosfato sódico cuya riqueza correspondiera á un gramo de ácido pirofosfórico $Ph_2O_7H_4$ en 100 *c. c.* de disolución. El cálculo nos indicó 2,507 gramos de $Ph_2O_7Na_4 + 10H_2O$ y con estos datos preparamos la disolución tipo que en adelante llamaremos L y de la que cada *c. c.* corresponde á 0,01 gramos de $Ph_2O_7H_4$.

El reactivo, que llamaremos R fué la disolución de cloruro luteocobáltico al 5 por 100 que antes hemos citado. Se añade siempre por gotas, mediante una misma pipeta (hecha estirando un tubo de vídrio) y cargando siempre á la misma altura.

Por si alguna precipitación se hacía esperar y tardaba algo en producirse fijamos el tiempo de espera para la sensibilidad del reactivo en cinco minutos y nos dispusimos á determinar menores intervalos con un cronómetro que apreciaba quintos de segundo, aunque no hubo necesidad de tanta precisión.

Los ensayos se llevaron en la forma siguiente:

A. Ensayos por dilución del líquido problema

1.° Sobre 1 c. c. de líquido *L*, exactamente medido; se vertieron tres gotas del reactivo *R*, é inmediatamente y desde la primera gota se formó precipitado.

2.° 1 c. c. del líquido *L* se diluyó en agua destilada hasta completar 10 c. c. Se tomó 1 c. c. de este líquido y se añadieron otras tres gotas del reactivo *R* y no hubo precipitado, aunque se esperaron cinco minutos agitando el líquido de cuando en cuando.

La sensibilidad del reactivo estaba, pues, comprendida entre 0,01 y 0,001 gramos de $Ph_2O_7H_4$ por *c. c.* lo que decidimos aumentar sucesivamente la concentración del líquido á partir de la última riqueza citada.

3.° 2 c. c. del líquido *L* se diluyen hasta completar 10 c. c. y se toma 1 c. c. que se hace reaccionar con otras tres gotas del mismo reactivo *R*, no precipitando en los cinco minutos que se aguardó agitando como antes frecuentemente.

4.° 3 c. c. de *L* diluídos hasta 10 c. c. Se toma 1 c. c.; con tres gotas de *R* no precipita en cinco mintos.

5.° 4 c. c. de *L* diluídos hasta 10 c. c. Se toma 1 c. c. y se trata por otras tres gotas de *R*, precipitando inmediatamente desde la adición de la primera gota.

Tenemos así el límite comprendido entre el 4.° y 5.° ensayo, esto es: entre 0,003 y 0,004 gramos de $Ph_2O_7H_4$ por *c. c.* Para obtener mayor aproximación, todavía preparamos más líquidos de riqueza intermedia.

6.° 3,5 c. c. de *L* fueron diluídos á 10 c. c.; 1 c. c. de este líquido, con otras tres gotas del reactivo *R* al 5 por 100, precipitó inmediatamente. Todavía diluímos más.

7.° Se diluyeron 3,4 de *L* á 10 c. c., y tomando 1 c. c. se trató por otras tres gotas de R, precipitando inmeditamente.

8.° 3,3 c. c. de *L* fueron diluídos á 10 c. c. Al tratar 1 c. c. de este líquido por las consabidas tres gotas del reactivo cobáltico al 5 por 100, ya no precipitó aunque aguardamos otros cinco minutos también agitando frecuentemente.

Teníamos la sensibilidad de la reacción comprendida entre más estrechos límites, 0,0033 y 0,0034 gramos por *c. c.* Tomando la media, resulta 0,00335 gramos de $Ph_2O_7H_4$ por *c. c.* como sensibilidad de la reacción y resumiendo los ensayos indicados:

Cantidad del problema.	Concentración del problema	Cantidad de $Ph_2O_7H_4$ — Gramos	Cantidad del reactivo	Concentración del reactivo. .	RESULTADO
1 c. c.	L	0,01	III gotas	5 p. °/₀	Precipitado inmediatamente
»	0.4 L	0,004	»	»	»
»	0.35 L	0,0035	»	»	»
»	0.34 L	0,0034	»	»	»
»	0.33 L	0,0033	»	»	No precipita al cabo de 5 minutos
»	0.3 L	0,003	»	»	»
»	0.2 L	0,002	»	»	»
»	0.1 L	0,001	»	»	»

B. Ensayos por dilución del reactivo

Conformándonos con la aproximación obtenida en los anteriores ensayos, la segunda parte de esta serie de trabajos tuvo por objeto determinar la dilución mínima del reactivo necesaria para dar el resultado anteriormente obtenido. Para ello los ensayos que á continuación se describen, se practicaron con el líquido menos concentrado que anteriormente precipitó, es decir: con el líquido que contenía por *c. c.* 0.0034 gramos de $Ph_2O_7H_4$ al cual llamaremos L' limitándonos ya á variar la concentración del reactivo, de esta manera.

9.° 1 c. c. de L' se trató por tres gotas del reactivo diluído al $\frac{1}{5}$ (ó sea al 1 por 100), no dando precipitado en los cinco minutos que se aguardó operando como antes.

10. 1 c. c. de L' volvió á tratarse por otras tres gotas del reactivo diluído á los $\frac{2}{5}$ no precipitando tampoco, ni al cabo de cinco minutos.

11. 1 c. c. de L' con tres gotas del reactivo diluído á los $\frac{3}{5}$ no precipitó tampoco en los cinco minutos.

12. 1 c. c. de L' con otras tres gotas del reactivo diluído á los $\frac{4}{5}$ (ó sea al 4 por 100), sí que precipitó y lo hizo inmediatamente.

RESUMEN

Cantidad del problema.	Concentración del problema	Cantidad de $Ph_2O_7H_4$ — Gramos	Cantidad del reactivo	Concentración del reactivo . .	Riqueza del reactivo.	RESULTADO
1 c. c.	0.34 *L*	0,0034	III gotas	$\frac{1}{5}$ *R*	1 p. %	No precipita al cabo de 5 minutos
»	»	»	»	$\frac{2}{5}$ *R*	2 p. %	»
»	»	»	»	$\frac{3}{5}$ *R*	3 p. %	»
»	»	»	»	$\frac{4}{5}$ *R*	4 p. %	Precipita inmediatamente
»	»	»	»	*R*	5 p. %	»

Y no buscando mayor aproximación resulta: que la concentración mínima del reactivo necesaria para alcanzar la sensibilidad antes determinada, es de 4 por 100.

C. Ensayos variando la cantidad de reactivo

Observando que en los casos anteriores en que la precipitación se obtuvo, lo fué inmediatamente y desde que se añadió la primera gota del reactivo, tratamos de averiguar si cuando en vez de tres gotas antes empleadas no se añadía más que una ó dos, se obtendría también la precipitación aun con las diluciones límites antes empleadas.

Se hicieron otros dos ensayos con el líquido *L'* y el reactivo al 4 por 100 *(R')* que detallamos á continuación:

	Cantidad del problema.	Concentración del problema	Cantidad de $Ph_2O_7H_4$ — Gramos	Cantidad del reactivo	Concentración del reactivo. . .	Riqueza del reactivo.	RESULTADO
13.	1 c. c.	0,34 *L*	0,0034	II gotas	*R'*	4 p. %	Precipita inmediatamente
14.	»	»	»	I »	»	»	»

Resultando en definitiva que: *una gota de solución de cloruro luteocobáltico al 4 por 100, puede demostrar la presencia de una cantidad mínima de 0,00335 gramos de* $Ph_2O_7H_4$ *combinado, en 1 c. c. de líquido.*

Por último, y sospechando que la reacción que hemos estudiado no fuera del todo característica de los pirofosfatos; es decir: que otras substancias pudieran dar una precipitación semejante, emprendimos otra serie de experiencias, que versaron principalmente sobre sales sódicas, en cuanto nos fué posible tenerlas á nuestra disposición, y cuyos resultados fueron los siguientes:

La solución de cloruro luteocobáltico con el nitrito sódico, no precipita ni aun con exceso de reactivo.

Con el nitrato sódico, da precipitado parecido al del pirofosfato.

Con el metafosfato sódico, si la solución está preparada en caliente precipita como con pirofosfato, pero si la disolución está preparada en frío el líquido se pone lechoso y luego da un precipitado rojo pulverulento.

Con el pirofosfato sódico, da la reacción estudiada.

Con el ortofosfato sódico, no precipita ni en frio ni en caliente.

Con el arsenito sódico, no precipita.

Con el arseniato potásico, tampoco precipita.

Con el piro antimoniato potásico ácido, da precipitado parecido al del pirofosfato.

Con el bórax no precipita.

Resulta, pues, que además del pirofosfato, precipitaron el nitrato, el metafosfato y el piroantimoniato. Esta última precipitación no debe extrañar, pues la constitución del piroantimoniato debe ser semejante á la del pirofosfato. La del metafosfato no es difícil explicárnosla, aunque el precipitado obtenido con la disolución preparada en frío, se diferencia por comparación, á simple vista, del precipitado obtenido con el pirofosfato. La precipitación que más nos extraña es la del nitrato.

Salamanca, Marzo 1908.

M. Sesé,
Profesor de Análisis Químico en la Facultad de Ciencias de Salamanca.

Joaquín Nó Hernández,
Doctor no graduado en Ciencias Físico-Químicas y encargado de cursos prácticos en la Facultad de Ciencias de Sálamanca.

Determinación de la hora en el almicantarat del polo

(CONTINUACIÓN)

11. *Aplicación de lo anterior á un ejemplo.*—Para hacer aplicación de las fórmulas ya deducidas, y para ensayarnos en el manejo del *Abaco I,* (véase el núm. 4 de los ANALES), ponemos el siguiente ejemplo:

El día 1.º de Mayo de 1908, se tomó la hora cronométrica, en el momento de pasar el Sol, por las proximidades del almicantarat del polo (Zaragoza), *y se desea conocer la* hora media local, *ó estado del cronómetro.*

La latitud, referente al Observatotio de la Facultad de Ciencias es

$$\varphi = 41^\circ\, 38'\, 50'',76;$$

el promedio de las horas cronométricas observadas para los pasos de ambos bordes superior é inferior, por el hilo horizontal, es

$$u = 3^h\, 1^m\, 35^s,5;$$

la temperatura $\theta = 12^\circ$, y la presión $p = 747^{mm}$.

Como el valor aproximado de la refracción, que es la corección de mayor importancia, es $r = 50''$, amordazamos el círculo en la altura $h = \varphi + r = 41^\circ\, 39'\, 40''$.

Con este valor calcularemos el ángulo horario del Sol verdadero, é introduciremos después en él, la corrección debida á los pequeños errores que produzcan el cálculo exacto de la refracción y la corrección de paralaje.

La fórmula

$$\cos t = \operatorname{tg} \varphi \operatorname{tg} \frac{1}{2} p,$$

da para el ángulo horario t, operando con la declinación meridiana que es

$$\delta_0 = +\,15^\circ\, 2'\, 11'',1,$$

el valor en arco $\quad t = 47^\circ\, 8'\, 16'',59$

ó en tiempo $\quad t = 3^h\, 8^m\, 1^s,11.$

Calculando la declinación con este valor aproximado del ángulo horario se tiene $\delta = +15^{\circ}\ 4'\ 33'', 60$, y repitiendo con ella el cálculo se tiene finalmente, para valor exacto de dicho ángulo,

$$t = 47^{\circ}\ 2'\ 22'', 25$$

ó

$$t = 3^{h}\ 8^{m}\ 9^{s}, 48.$$

Corrección en el ángulo horario, debida á la corrección en altura, empleando el Abaco I. Según lo dicho, se tiene para calcular la corrección de altura,

Altura instrumental		41° 39′ 40″
Refracción corregida	—	1′ 3″, 05
Paralaje	+	6″, 60
Altura verdadera		41° 38′ 43″, 55
Altura del polo		41° 38′ 50″, 76
Corrección de altura		$dh = 7'', 21$

y por ser menor la altura observada, que la del polo, la corrección del ángulo horario deberá *restarse* del ángulo horario calculado.

El *Abaco I*, da para $dh = 7'', 21$ y para el conocido valor de la distancia polar del Sol, la corrección

$$dt = 0^{s}. 67.$$

El ángulo horario, correspondiente al paso del Sol, por el almicantarat es pues,

$$t = 3^{h}\ 8^{m}\ 9^{s}, 48 - (0^{s}, 67)$$
$$= 3^{h}\ 8^{m}\ 8^{s}, 81.$$

Ahora, la ecuación de tiempo, para medio día verdadero vale

$$\delta t_0 = 2^{m}\ 57^{s}, 76$$

y para el anterior ángulo horario, se calcula por interpolación,

$$\delta t = 2^{m}\ 58^{s}, 73;$$

la hora media de la observación, es pues,

$$M = 3^{h}\ 5^{m}\ 10^{s}, 08,$$

y como la cronométrica fué

$$u = 3^{h}\ 1^{m}\ 35^{s}, 5$$

nuestro cronómetro, marcha *atrasado*

$$\Delta u = 3^{m}\ 34^{s}, 58.$$

GABRIEL GALÁN.

(Continuará).

Catálogo de semillas del Jardín Botánico de Zaragoza

A continuación presentamos ordenadas por familias, la lista de semillas de este Jardín Botánico, que aunque modesto, llena bien las exigencias de la enseñanza de la Botánica en esta Facultad de Ciencias en donde tiene solamente un carácter elemental.

Con objeto de hacer más asequible este Catálogo, aunque no es costumbre en trabajos de este género, agregamos á los nombres científicos los más conocidos nombres vulgares castellanos.

Coníferas

Abies pyramidalis L. (Abeto).
Cupressus expansa Hort.
» funebris Endl. (Ciprés).
» horizontalis Mill.
» pendula Thumb.
» piramidalis Targ-Tozi.
» thujoides L.
Juniperus sinensis L.
Pinus alepensis Mill.
» pinea L. (Pino piñonero).
Taxodium sempervirens Lamb.
Taxus baccata L. (Tejo).
Thuja orientalis L.

Gramíneas

Agrostis capillaris L. (Hierba fina)
» elegans Thorei.
» verticillata Vill.
Avena fatua L. (Avena loca).
» orientalis Schreb.
» sativa L. (Avena).
Briza geniculata Thunb.
Coix lacrima L. (Lágrimas de Job)
Dactylis glomerata L.
Gynereum argenteum Nees. (Carrizo de las Pampas).
Eragrostis elegans Nees.
Holcus lanatus L.
Hordeum Murinum L. (Cebada de ratón).
» vulgare L. (Cebada ladilla)
Lagurus ovatus L.
Lolium perenne L. (Césped inglés, *Ray-grass*).
» temulentum Huds.
Panicum capillare L. (Mijo).
Phalaris bulbosa Cav. (Triguera caballuna).
» Canariensis L. (Alpiste).
» paradoxa L.
Piptatherum paradoxum P. B.
» Thomassii Kunth.
Poa tenuis Vill
Sclerochloa rigida Lk.
Secale cereale L. (Centeno).
Sorghum Nanchinense H. Bon.
» sacharatum P. (Sorgo azucarado).
Triticum aestivum L.
» cereale Schrak.
» durum Desf. (Trigo mocho).
» sylvaticum Moenchs.
Zea Mays L. (Maíz).

Aráceas

Arum maculatum L. (Aro).
» italicum Mill. (Rejalgar).
Richardia ethiopica Kunth.

Alismáceas

Alisma plantago L. (Llanten de agua).

Esmiláceas

Asparagus officinalis L (Esparraguera).
Convalaria latifolia Jacq.
Ruscus aculeatus L. (Brusco. Acebo pequeño).
» Hippoglossum L. (Hierba de San Bonifacio).

Liliáceas

Allium cepa L. (Cebolla)
» porrum L. (Puerro. Ajo porro).
» roseum L. (Ajo de culebra).
Asphodelus fistulosus L.
» ramosus L.
Lilium candidum L (Azucena).
Ornithogalum umbellatum L. (Leche de Gallina).
Tulipa Gesneriana L. (Tulipán).
Yucca aloifolia L.
» gloriosa L.

Cannáceas

Canna indica L. (Caña de Indias. Hierba del rosario).

Irídeas

Gladiolus communis L. (Hierba esestoque).
Iris germánica L. (Lirio).
» Susiana M.
Xyphion foetidissimun Parl. (Lirio fétido).

Platanáceas

Platanus orientalis L. (Plátano de sombra ó de Levante).

Ulmáceas

Ulmus campestris L. (Olmo. Alamo negro).

Urticáceas

Urtica piluliferaL. (Ortiga romana)
Parietaria erecta M. K. (Parietaria)

Cannabináceas

Humulus lupulus L. (Lúpulo).

Moráceas

Broussonetia papyrifera Vent. (Morera de papel ó del Japón).

Quenopodiáceas

Beta vulgaris L. (Remolacha).
Chenopodium ambrosioides L. (Te de España. Hierba hormiguera)
» Botrys L.
» Bonus-Henricus L. (Anserina).
» Chilense Schrad.
» vulvaria L. (Hierba sardinera. Meaperros).
Salsola Kali L. (Barrilla pinchosa).
Spinacia oleracea L. (Espinaca).

Amarantáceas

Amarantus. lividus L.
» melancholicus L.
» silvestris Desf.
Gomphrena globosa L. (Perpétua. Amarantina).

Phytolacáceas

Phytholacca decandra L. (Hierba carmín. Uvas de América).

Nictagíneas

Bouganvillea spectabilis W.
Mirabilis Jalapa L. (Don Diego de noche. Jalapa falsa).

Poligonáceas

Poligonum aviculare L. (Sanguinaria mayor. Hierba de las calenturas).
» Convolvulus L.
» orientale L.

Paroniquiaceas

Paronychia argentea L. (Sanguinaria menor).
Scleranthus annuus L.

Eleagnáceas

Eleagnus angustifolia L.
» argentea L. (Cinamomo. Arbol del paraíso).

Timeleáceas

Daphne Mexereum L. (Olivereta. Leño gentíl).

Betuláceas

Betula verrucosa Ehrb. (Abedul. Aliso blanco).

Cupulíferas

Castanea vulgaris L. (Castaño).
Corylus avellana L. (Avellano).
Fagus sylvatica L. (Haya).
Quercus coccífera L. (Matarrubia. Maraña).
» Ilex L. (Chaparra. Encina. Carrasca).
» pedunculata Ehrh. (Carballo. Roble albar ó fresnal).
» tinctorea Mich.

Yuglandáceas

Juglans regia L, (Nogal).

Ficoídeas

Aizoon Hispanicum L.
Messembrianthemun crystallinum L. (Hierba escarcha).
» acinaciforme L.

Aristoloquiáceas

Aristolochia Longa Clus.

Ampelidáceas

Vitis vinífera L. (Vid).

Ramnáceas

Paliurus australis R. et S. (Espina de Cristo).
Rhamus Alaternus L. (Alaterno).
» cathartica L. (Espino cerval).
» infectoria L.

Celastráceas

Evonymus japonicus Thun. (Evonimo).

Violáceas

Viola canina L. (Violeta perruna).
» tricolor L. (Pensamiento).
» odorata L. (Violeta común).

Euforbiáceas

Euphorbia Characias L. (Catapucia menor).
» Lathyris L.
» serrata L.
Mercurialis annua L. (Mercurial).
» tomentosa L.
Ricinus communis L. (Ricino. Higuera infernal. Palma christi).

Buxáceas

Buxus sempervirens L. Boj.

Malváceas

Abutilon venosum L. Paxt.
Althea cannabina L.

Althea officinalis L. (Malvavisco).
» rosea L. (Malva real).
Hibiscus Syriacus L.
» Trionum L.
Lavatera arborea L. (Malva arbórea).
» Lusitánica L.
» trimestris L.
Malva Alcea L.
» parviflora L.
» vulgaris Fr.

Tiliáceas

Tilia platyphylla Scop. (Tilo).
» sylvestris Desf.

Auranciáceas

Citrus aurantium Risso. (Naranjo dulce).
» Limonum Risso. (Limón).

Hipericáceas

Hipericum perforatum L. (Hierba de San Juan).
» quadrangulum L.

Pasifloráceas

Passiflora coerulea L. (Pasionaria)

Resedáceas

Reseda alba L.
» Aragonensis Loscos et Pardo.
» odorata L. (Reseda común)
» Phytheuma L.

Cruciferas

Alyssum saxatile L. (Cestillo de oro).
Alliaria officinalis Andr. (Hierba del ajo).
Arabis Alpina L.
Barbarea praecox R. Br.
Biscutella lyrata L.
Brassica Napus L.
Brassica nigra Koch. (Mostaza negra).
Brassica oleracea L. (Berza silvestre).
Braya pinnatifida Koch.
Bunias orientalis L.
Cakile marítima L.
Capsella bursa pastoris Moench.
Cardamine impatiens L.
Cheiranthus cheiri L. (Alheli amarillo).
Clypeola Jothlaspi L.
Cochlearia officinalis L. (Hierba de las cucharas).
Crambe cordifola Stev.
marítima L.
Diplotaxis viminea D. C.
Draba aizoides L.
» contorta Ehrh.
Eruca sativa Lam. (Roqueta).
Hesperis matronalis L.
Iberis Lagascana N. C.
» linifolia L.
» umbellata L. (Carraspique).
Isatis tinctoria L. (Hierba pastel).
Lepidium affine Ledeb
» campestre L.
» hirtum D. C.
» latifolium L.
Lunaria biennis Moench. (Hierba de la plata. Pesetas).
Mathiola incana R. Br. (Alheli encarnado).
Malcómia marítima R. Br. (Mahonesa).
Nasturtium officinale R. Br. (Berros).
Raphanus sativus L. (Rábano).
Seneviera coronopus Poir. (Cerbellina).
Sinapis alba L. (Mostaza blanca).
» juncea L.
Sisymbrium columnae Jaq.

Thlaspi arvense L.
Vesicaria sinuata Poir.

Papaveráceas

Argemone intermedia H. M.
Chelidonium majus L. (Hierba de las golondrinas).
Eschscholtzia Californica Cham.
Glaucium corniculatum Curt.
Meconopsis cambrica Vig.
Papaver album Crantz.
» dubium L.
» Roeas L (Amapola. Ababol).
» somníferum L. (Adormidera).

Fumariáceas

Corydalis capnoides Pers.
Fumaria capreolata L.
» Officinalis L. (Sangre de Cristo).
» parviflora L.
Hypecoum pendulum L.

Litráceas

Lythrum Salicaria L. (Salicaria).

Crasuláceas

Sedum acre L. (Uvas de gato).

Coriariáceas

Coriaria myrtifolia L. (Emborracha cabras).

Rutáceas

Dictamnus albus L. (Dictamo blanco).
Ruta graveolens L. (Ruda).

Simarubáceas

Cneorum tricoccom L (Olivilla).

Mimosáceas

Acacia Julibrissin W.
Mimosa púdica L. (Sensitiva).

Cesalpiniáceas

Cercis Siliquastrum L. (Arbol del amor).
Poinciana Giliesii Hook.

Papilionáceas

Arachis hipogea L. (Cacahuet).
Cicer arietinum L.
Colutea arborescens L.
» orientalis Lam.
Coronilla cretica L.
» glauca L. (Coletuy).
» scorpioides L. (Alacranera).
» Valentina L.
Cytissus sessilifolius L.
Ervum Ervilia L.
Faba vulgaris Mich (Haba).
Galega officinalis L. (Ruda cabruna).
Genista tinctoria L. (Retama de tintes).
Glycyrrhiza glabra L. (Palo dulce Regalíz).
Hedysarum coronarium L. (Sulla).
Hippocrepis glauca Ten.
» multisilicuosa L.
Lathyrus Aphaca L.
» latifolius L.
» odoratus L. (Guisante de olor).
» tuberosus L.
Lens esculenta Moech. (Lenteja).
Lotus corniculatus L.
Lupinus albus L.
Medicago arborea L.
» ciliaris W.
» media Pers.
» orbicularis All.
» sativa L. (Mielga. Alfalfa).
Melilotus altissima Sois.
» officinalis L.
Onobrychis sativa Lam. (Esparceta).

Phaseolus Caracalla L. (Caracol real).
» Caucasicus.
» compresus D. C.
Pisum sativum L. (Guisante).
Robinia Pseudoacacia L. (Acacia falsa).
Scorpiurus sulcata L.
» vermiculata L. (Lengua de oveja).
Sophora Japónica L. (Acacia del Japón).
Spartium junceum L.
Tetragonolobus purpureus Moench
» siliquosus Roth.
Trifolium elegans Savi.
» glomeratum L.
» pratense L. (Trébol de los prados).
Trigonella Foenum - graecum L. (Alholva).
» spinsa L.
Vicia aegypcia L.
» lutea L. (Arvejón).
» minima Riv.

Sapindáceas

Cardiospermun Halicacabum L. (Carita de monja).
Koelreuteria paniculata Lam. (Jabonero de China).

Hipocastanáceas

Aesculus Hipocastanum L. (Castaño de Indias).

Tropeoláceas

Tropeolum majus L. (Capuchina).

Balsamináceas

Balsamina hortensis Desp. (Nicaragua).
Impatiens Nolitangere L. (Hierba de Santa Catalina).

Aceráceas

Acer Pseudo-platanus L. (Falso plátano).

Terebintáceas

Rhus Coriaria L.
» Toxicodendron L. (Zumaque venenoso).
» Typhyna L. (Zumaque de Virginia).

Meliáceas

Melia Azederach L. (Cinamomo).

Oxalidáceas

Oxalis corniculata L.
» purpurea Jacq.

Lináceas

Linum grandiflorum Desf.
» Narbonense L. (Lino bravo)
» strictum L.
» ussitatissimun L. (Lino).

Geraniáceas

Erodium cicutarium L, Herit. (Alfileres).
» moschatum L, Herit. (Azmizcleña).
Geranium Robertianum L. (Hierba de San Roberto).
» rotundifolium L.
» sanguineum L.
Pelargonium zonale W. (Geranio de hierro. Hierba sardinera).

Zigofiláceas

Tribulus terrestris L. (Abrojos).
Zygophyllum Fabago L.

Cariofiláceas

Agrosthema coronaria L.
Arenaria rubra L.
Cerastum vulgatum L.

Cucubalus bacciferus L.
Dianthus barbatus L. (Minutisa).
» Caryophyllus L. (Clavel).
» chinensis L.
Loeflingia Hispanica L.
Lychnis Chalcedonica L. (Cruz de Malta).
Policarpon tetraphyllum L.
Queria Hispanica Loefl.
Sagina procumbens L.
Saponaria officinalis L. (Hierba jabonera).
» Vaccaria L.
Silene conica L.
» inflata L.
» Muscipula L.
» Otites Sm.
» pendula L.
» tridentata Desf.
» viridiflora L.
Velezia rigida L.
Viscaria cæli-rosa Desv.

Portulacáceas

Portulaca pilosa L.
» rostellata Bring.

Lauráceas

Laurus nobilis L. (Laurel).

Magnoliáceas

Illicium anisatum L. (Anís estrellado).
Liriodendron tulipífera L. (Tulipero de Virginia).
Magnolia grandiflora L. (Magnolia)

Berberidáceas

Berberis vulgaris L. (Agracejo).

Ranunculáceas

Adonis flamea Jacq.
Aconitum Lycoctonum L.
» Napellus L. (Acónito).
Anemone hortensis L.
Anemone narcissiflora L.
Aquilegia alpina L.
» formosa Fisch.
» lutea D. C.
» nivea Baumg.
» Pyrenaica D. C.
» vulgaris L. (Clérigos. Pajarilla).
Clematis integrifolia L.
» vitalba L.
Cyprianthe asiática Freyn. (Francesilla. Marimoña).
Delphinium Ajacis L. (Espuela de caballero).
» cardiopetalum D. C.
» consolida L. (Consuelda Real).
» Staphisagría L (Hierpiojera).
Helleborus niger L. (Rosa de navidad. Heleboso negro).
Nigella Damascena L. (Arañuela).
» Hispanica L.
Ranunculus aconitifolius L.
» acris L. (Botón de oro. Hierba bélida).
» Aleae Wk.
» arvensis L.

Rosáceas

Agrímonia Eupatoria L. (Hierba de San Guillermo).
Fragaria vesca L. (Fresa).
Geum urbanum L. (Hierba de San Benito).
Potentilla argentea L.
» atrosanguinea Don.
» canescens Bess.
» grandiflora L.
» hirta L.
» reptans L.
Rosa canina L. (Rosal silvestre. Zarza rosa).
Rubus Idaeus L. (Frambuesa).

Sanguisorba officinalis L. (Pimpinela mayor).
Spiraea Filipendula L. (Filipéndula. Saxifraga roja).

Pomáceas

Crataegus Azarolus L. (Acerolo).
» monogyna Jack.
» Oxycantha L. (Mojuelo).
Cydonia japonica P.
Erobotrya japonica Lindl. (Nispero del Japón).
Mespilus germanica L. (Nispero).
Sorbus aucuparia L (Serval de los cazadores).

Amigdaláceas

Amigdalus communis L. (Almendro.
Armeniaca vulgaris Lamk. (Albaricoquero).
Cerassus avium Moench. (Cerezo silvestre).
» Caproniana D. C. (Guindo garrafal).
» Lauro - Cerassus Loiss. (Laurel cerezo).
» Lusitánica L. (Laurel de Portugal).
» Padus D. C. (Arbol de la rabia).
Persica vulgaris Mill. (Melocotonero. Pavía).
Prunus domestica L. (Ciruelo).
» spinosa L. (Endrino).

Umbelíferas

Ammi majus L. (Ameo bastardo).
Angelica archangelica L.
Apium crispum Mill.
» petroselinum L.
» vulgare Mill.
Archangelica officinalis Hoffm.
Bupleurum fructicosum L. (Bupleuro. Adelfilla).
Carum carvi L. (Comino de prado. Alcarabea).
Conium maculatum L. (Cicuta mayor).
Coriandrum sativum L. (Cilantro).
Cuminnm cyminum L. (Comino).
Daucus carotta L. (Zanahoria).
Foeniculum vulgare Goertn. (Hinojo).
Levisticum officinale Koch. (Apio de montaña).
Libanotis vulgaris D. C.
Meum athamanticum Jacq. (Meo).
Oenanthe Phellandrium Lamk. (Felandrio acuático).
» pimpinelloides L.
Pastinaca sativa L. (Chiribía).
Peucedanum verticillare Koch.
Pimpinella Anisum L.
» magna L. (Pimpinella mayor).
Sanicula europea L. (Hierba de San Lorenzo).
Scandix Pecten-Veneris L. (Peine de Venus. Aguja de Pastor).
Torilis infesta Hoffm.

Araliáceas

Aralia papirifera.
» spinosa L.
Hedera Helix L. (Hiedra).

Cornáceas

Cornus sanguínea L. (Cornejo hembra. Sanguiñuela).

Grosulariáceas

Ribes Grosularia L. (Grosellero espinoso).
» nigrum L.

Mirtáceas

Eucalyptus Globulus Lavill. (Eucalipto).
Myrtus communis L (Mirto).

Enoteráceas

Epilobium hirsutum L. (Hierba de San Antonio).
» palustre L.
Oenothera biennis L. (Hierba del asno).
» crassipes Link.
» odorata Jack.

Oleáceas

Olea europaea L. (Olivo).

Fraxináceas

Fraxinus excelsior L. (Fresno elevado).

Jasmináceas

Jasminum fructicans L. (Jazmín amarillo).
» officinale L. (Jazmín blanco).

Asquepladiáceas

Asclepias adoratísima L.
» curassavica L.
» fructicosa L.

Apocináceas

Nerium Oleander L. (Adelfa).

Convolvuláceas

Calystegia Lepium R. Br. (Correhüela mayor).
Convolvulus farinosus L.
» sepium L.
» tricolor L. (Maravilla Don Diego de noche).
Ipomaea coccinea L.

Borragináceas

Anchusa angustifolia L.
» officinalis L. (Buglosa).
Borrago officinalis L (Borrago).
Cynoglossum furcatum Wallich.
» linfolium L.
Cynoglossum officinalis L. (Cinoglosa. Viniebla).
Heliotropium europeum L. (Hierba verruguera).
Lithospermun arvense L. (Mijo de sol agreste).
» fructicosum L. (Hierba de las siete sangrías. Asperones).
» officinale L. (Mijo de sol).
Myosotis hispida Schlecht.
Nonnea alba D. C.
» lutea Rehb.
» nigricans D. C.
Pulmonaria officinalis L. (Pulmonaria manchada).

Solanáceas

Atropa Belladona L. (Belladona. Solano furioso).
Datura fastuosa L. (Túnica de Cristo).
» Stramonium L. (Estramónio).
» Tatula L.
Hyosciamus niger L. (Beleño negro).
Lycopersicum cerasiforme Dun.
» esculentum Mill. (Tomatera).
Mandragora officinarum Vis. (Mandragora macho).
Nicotiana glauca Grahm. (Tabaco moruno).
» glutinosa L.
» Tabacum L. (Tabaco).
Petunia hibrida Hort.
» nyctalginflora Juss.
Physalis Alkekengi L. (Alquequerije. Vejiga de perro).
Solanum Dulcamara L. (Dulcamara).
» Melongena L. (Berengena)

Solanum Pseudo-capsicum L. (Pimienta de Cayena).
» tuberosum L. (Patata).

Verbascáceas

Verbascum pyramidatum Bieb.
» Thapsus L. (Gordolobo)

Escrofulariáceas

Antirrhinum latifolium Mill.
» majus L. (Boca de dragón. Hierba becerra).
» Orontium L.
Digitalis lutea L.
» obscura L. (Digital negra)
» purpurea L (Digital).
Linaria minor Desf.
» simplex D. C.
» spuria Mill.
» vulgaris Mill.
Scrophularia aquatica L.
» canina L.
» Pyrenaica Benth.
Veronica hederaefolia L.
» officinalis L. (Te de Europa).
» spicata L.

Bignoniáceas

Catalpa bignonia Walt.

Acantáceas

Acanthus latifolium L.
» spinosus L.
» mollis L. (Acanto. Hierba carnera).

Labiadas

Ajuga Chamaepytis Schreb. (Hierba de junturas).
Ballota nigra L. (Marrubio fétido. Hortiga muerta).
Betonica officinalis L.
Calamintha Clinopodium Benth. (Albahaca silvestre).
» officinalis Moench. (Calaminta de montaña).
Hyssopus officinalis L. (Hisopo).
Lamim album L. (Ortiga blanca).
Lavandula latifolia Will.
Leonurus Cardiaca L.
Marrubium Alysson L.
Melissa officinalis L (Melisa torongil).
Mentha aquatica L. (Sándalo de jandín).
» arvensis L.
» Piperita L (Menta).
» Pulegium L. (Poleo).
» rotundifolia L. (Mastranzo)
» viridis L. (Hierba buena romana).
Molucella levis L.
Nepeta Cataria L.
» grandiflora Biebrst.
Ocimun Basilicum L.
Origanum Majorana L. (Mejorana).
Phlomis Herba-venti L. (Agua vientos).
» Lychnitis L. (Oreja de liebre San Juanes).
Salvia austriaca L.
» canariensis L.
» coccinea L.
» Horminum L.
» Napifolia Jacq.
» officinalis L. (Salvia real).
» pinnata L.
» sclarea L. (Salvia romana).
» vervenaca L.
» viscosa Jacq.
Satureja hortensis L. (Ajedrea de jardín).
» Majorana L.
Scutellaria altissima L.
» macrantha Fisch.
Stachys persica Gmel.

Stachys recta L. (Hierba de la perlesía).
Thymus capitatus Hoffm.

Verbenáceas

Verbena chamaedryfolia J. (Verbena melindres).
» officinalis L.
Vitex Agnus castus L. (Agracasto Saurgatillo).

Plantagináceas

Plantago albicans L (Llanten blanquecino).
» amplexicaulis Cav.
» Coronopus L. (Estrella de mar).
» major L. (Llanten mayor).
» psillium L. (Zaragatona).

Plumbagináceas

Plumbago europaea L. (Hierba blesa. Mala hierba).
Statice oestivua L.

Hidrofiláceas

Nemophila insignis Benth.

Primuláceas

Anagallis arvensis L. (Murajes).
Androsace maxima L. (Cantarillos. Pica cuellos).
Cyclamen europeum L. (Pamporcinos).
Primula officinalis L. (Primavera).
Samolus Valerandi L. (Pamplina de agua).

Gencianáceas

Gentiana cruciata L.
» lutea L. (Genciana amarilla).

Sisamáceas

Sesamun Indicum D. C.

Orobancáceas

Orobanche gracilis Sm.

Globulariáceas

Globularia vulgaris L.

Ericáceas

Arctostaphylos Uva-ursi Spr.
Arbutus Unedo L. (Madroñero).

Campanuláceas

Campanula specularioides Coss.
» rapunculoides L.

Vacciniáceas

Vaccinium Myrtillus L. (Ráspano).

Cucurbitáceas

Bryonia dioica Jacq. (Brionia).
Citrullus vulgaris Schrad.
Cucumis colocynthis L. (Coloquintidro).
» Mela L. (Melón).
Cucurbita aurantiaca W.
» verrucosa L.
Ecballium Elatherium Rich. (Pepinillo del diablo).
Lagenaria vulgaris Ser. (Calabaza vinatera).
Momordica charantia L.

Rubiáceas

Crucianella angustifolia L.
» stylosa Trin.
Galium verum L. (Cuajaleche).
Rubia tinctorum L. (Rubia).
Vaillantia hispida L.

Caprifoliáceas

Lonicera Caprifolium L (Madreselva. Escuernacabras).
» Etrusca Santi.

Lonicera Xylosteum L.
Sambucus nigra L. (Sauco).
Symphoricarpus racemosus Michx. (Bolitas de nieve).
Viburnum Tinus L. (Durillo).

Valerianáceas

Centranthus macrosiphon Boiss.
» ruber D. C. (Valeriana roja).
Fedia Cornucopiae Goertn.
Valeriana officinalis L. (Valeriana menor. Hierba de los gatos).

Dipsacáceas

Dipsacus fullonum Mill. (Carda de cardadores).
Scabiosa arvensis L.
» atropurpurea L. (Viudas)
» prolifera L.
» stellata L.

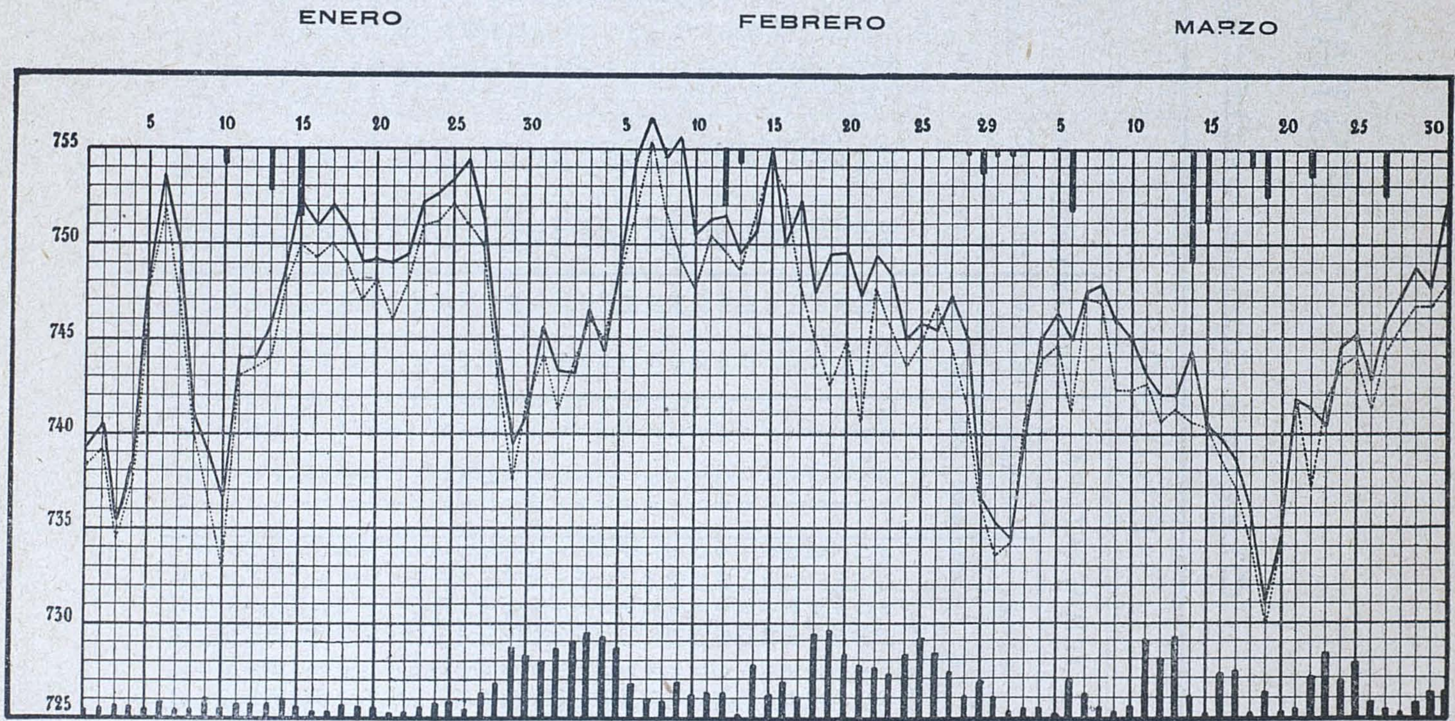
Compuestas

Achillea Millefolium L. (Milenrama).
Anthemis arvensis L. (Manzanilla de los campos).
» nobilis L. (Manzanilla romana).
Arnica montana L. (Árnica. Tabaco de montaña).
Artemisia Abrotanum L. (Abrotano macho).
» Absinthium L. (Ajenjo mayor).
» Mutellina Vill.
» vulgaris L. (Artemisia).
Aster Drumondii Lindl.
» Novi-Belgii L. (Cielo estrellado).
Asteriscus spinosus Gr. Godr.
» alternifolius.
Barkhausia faetida D. C.
Bellis perennis L. (Margarita).
Calendula officinalis L. (Maravilla. Flor de muerto).
Celestina coerulea Cass.
Centaurea Cyanus L. (Azulejo).
» Scabiosa L. (Centaura mayor).
Chrysanthemun grandiflorum Willd.
Cichorium endivia L.
» Intybus L.
Cnicus benedictus L. (Cardo santo)
Calliopsis tinctorea D. C.
Cotula aurea L (Manzanilla fina).
Cynara Cardunculus L. (Cardo. Alcamil silvestre).
Dahlia variabilis Desf. (Dalia).
Eupatorium cannabinum L.
Helianthus annuus L. (Girasol).
Hieracium sabandum L.
Jurinea alata Cass.
» ambigua D. C.
Koelpinia liniaris Padl.
Lactuca saligna L.
» sativa L. (Lechuga).
Lappa major Goertn. (Lamparo).
Microlonchus Clusii Spach. (Escobilla).
Pyrethrum Corimbosum W.
Rhagadiolus stellatus D. C.
Senecio Doria L.
» maritimus L. fil.
Silybum Marianum Goertn. (Cardo de María).
Sonchus oleracens L. (Cerraja).
Tagetes erecta L.
» patula L.
Tanacetum Balsamita L. (Hierba de Sta. María. Mente romana).
» vulgare L. (Hierba lombriguera).
Taraxacum Dens-leonis Desf. (Diente de león).
Xeranthemun inapertum W.
Zinnia elegans Jacq. (Rascamoño).

Celso Arévalo.

GRÁFICAS DE LAS OBSERVACIONES DEL PRIMER TRIMESTRE

BARÓMETRO, PLUVIÓMETRO, ANEMÓMETRO



NOTA.—Las curvas llenas y de puntos representan respectivamente las presiones á 0° y corregidas de capilaridad, á las 9h y 15h.

Los trazos gruesos inferiores representan el recorrido diurno del viento, 1mm = 100km, y los superiores el agua de lluvia, 1mm = 1mm de lluvia.

ESTACIÓN M

Observaciones verificadas dura

ENERO

DIAS	TEMPERATURA MÁXIMA Sol Vacío	TEMPERATURA MÁXIMA Sol Aire	TEMPERATURA MÁXIMA Sombra	TEMPERATURA MÍNIMA Cubierto	TEMPERATURA MÍNIMA Reflector	HUMEDAD RELATIVA A las 9h	HUMEDAD RELATIVA A las 15h	DIRECCIÓN DEL VIENTO A las 9h	DIRECCIÓN DEL VIENTO A las 15h
1	35.0	17.9	12.0	4.2	3.7	95	95	SE	SE
2	35.1	10.6	8.0	—0.2	—2.4	94	92	SE	SE
3	38.2	13.4	10.7	4 8	2.9	87	90	NO	NO
4	22.8	9.6	9.6	3.1	2 6	92	90	NO	NO
5	21.4	15.2	11.0	4.2	3.8	95	93	NO	NO
6	38.9	14.1	10.2	3 9	3.5	97	98	SE	SE
7	36.1	13 6	12.1	4.7	4.4	95	91	SE	SE
8	22.2	15.1	10.4	4.2	3 8	98	95	SE	SE
9	30.6	12.9	11.6	2 3	2 0	95	93	SE	SE
10	26.8	12.8	12.8	4 2	3.7	89	91	ONO	NO
11	32.8	15.6	14.1	4.2	3.7	93	91	NO	NO
12	26.2	12.4	12.4	6 1	4.9	93	91	NO	NO
13	22.9	11.0	11 0	6.3	5.8	95	95	NO	NO
14	22.1	10 2	10.2	4.7	4.3	98	93	ONO	NO
15	20.1	10.1	10.1	3.8	3.5	98	98	NO	NO
16	28.8	11.1	11.1	4.6	4.3	97	98	SE-	SE
17	22.2	8.0	8.0	0.1	—1.6	97	97	ESE	SE
18	21.0	10.4	10.4	3.6	3.2	92	95	SE	SE
19	22.2	10.1	10.0	4.0	3.2	95	95	NO	NO
20	19.2	10.0	9.5	3.1	2.7	97	98	NO	NO
21	16.8	11.0	10 8	3 0	1.9	97	95	ONO	NO
22	16.1	8.4	8.0	1.7	—0.6	97	97	NO	NO
23	28.2	10 4	7.4	1.5	1.0	92	90	NO	NO
24	35.4	10.5	8.8	3.0	1.2	88	90	NNO	NO
25	33.2	11 2	8.0	3.8	1.2	88	90	NNO	NO
26	39.0	11.5	7.8	4.6	1 4	97	97	NNO	NO
27	40.0	12 9	9.4	4 8	2.4	76	77	NO	NO
28	43.4	13.7	8.0	3 6	2.8	73	81	NO	NO
29	45.8	15.8	7.8	4 0	3 7	77	74	NO	NO
30	43.5	13.2	7.1	1.0	—1.5	67	58	NO	NNO
31	45.5	17.5	9.7	—0.5	—3 0	79	55	NO	NNO

FE

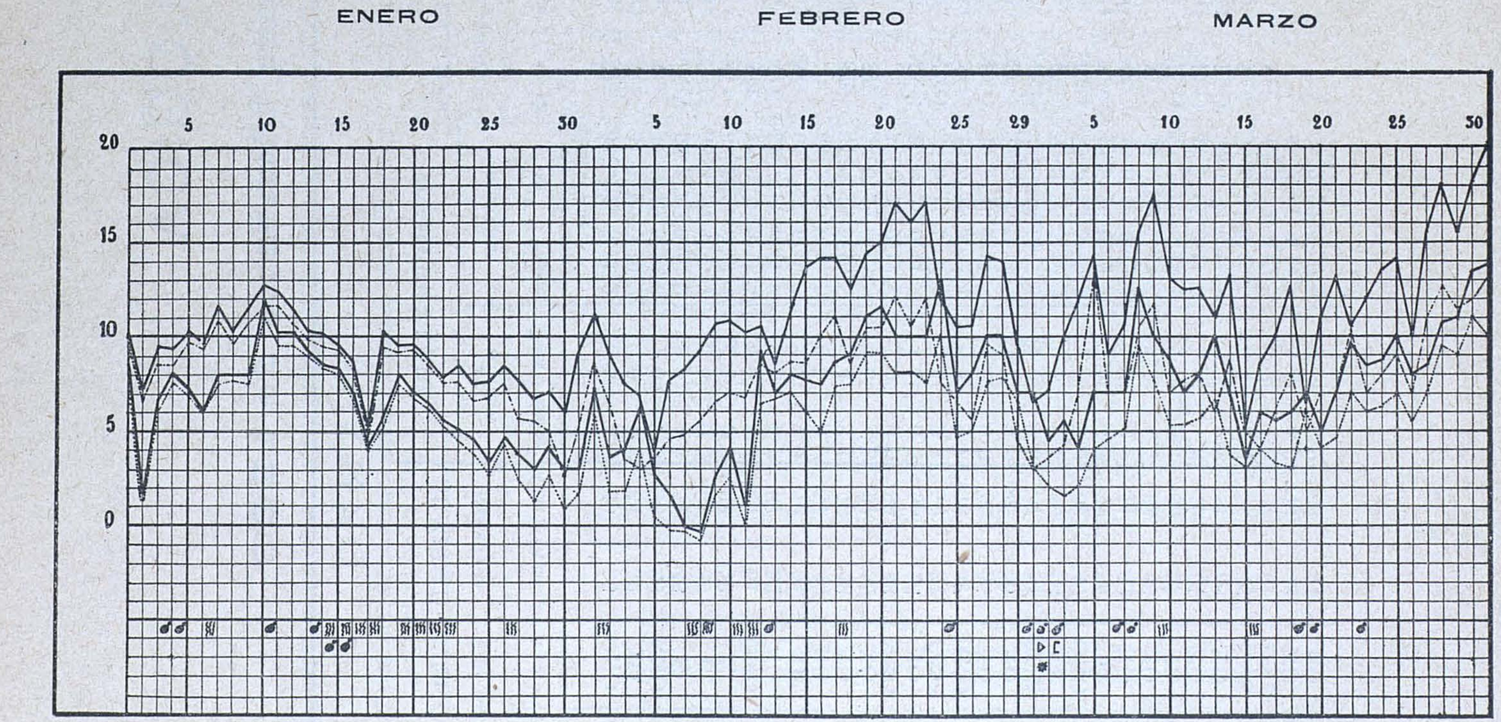
DIAS	TEMPERATURA MÁXIMA Sol Vacío	TEMPERATURA MÁXIMA Sol Aire	TEMPERATURA MÁXIMA Sombra	TEMPERATURA MÍNIMA Cubierto
1	47.3	17 3	12.1	—0.5
2	41.3	11.3	9.7	1.5
3	53.7	13.6	8 3	—2.5
4	48.0	12.5	7.4	—9.0
5	44.5	13.7	5.0	—3.0
6	46.0	21.5	9.0	—4.5
7	45.4	20.2	9.0	—3.0
8	46 5	20 0	10.0	—3.0
9	46.5	19.0	11.2	—2.0
10	47.2	17.8	11.6	0.0
11	44 0	16.2	11.7	—2.0
12	42.6	17 6	11.4	5.5
13	46.0	10 5	9.4	6.5
14	34.0	14.6	12.7	6.5
15	49.2	20.5	14.7	4.7
16	49.5	20.8	15.2	2.0
17	53.2	27.2	16.2	4.5
18	49.0	19 0	13.7	4.2
19	48.5	20 6	13 2	—0.5
20	48.5	22.0	16.2	3.5
21	53.5	23.5	18.4	7.5
22	50.0	22.0	17.1	3.0
23	50.5	24.0	18 5	6.0
24	50.5	22.7	13.7	9.0
25	51.5	16.0	12 0	4.0
26	48.5	16.5	11.7	6 0
27	52.0	20.8	16 2	5.6
28	53.0	24.0	15 3	8.5
29	45.0	14.5	10.6	5.0

EOROLÓGICA

el primer trimestre de 1908

ERO				MARZO								
UMEDAD RELATIVA		DIRECCIÓN DEL VIENTO		TEMPERATURA					HUMEDAD RELATIVA		DIRECCIÓN DEL VIENTO	
				MÁXIMA			MÍNIMA					
las 9h	A las 15h	A las 9h	A las 15h	Sol		Sombra	Cubierto	Reflector	A las 9h	A las 15h	A las 9h	A las 15h
				Vacío	Aire							
82	73	NO	NO	44.5	18.5	11.2	0.5	— 1.2	49	56	ONO	NO
71	68	NNO	NO	51.5	23.0	10.2	0.0	— 1.2	64	52	NO	ONO
68	50	NO	NO	48.5	19.5	10.6	— 1.0	— 2.5	70	38	NNO	NNO
71	51	NO	NNO	53.5	30 0	13 2	— 2.0	— 4.3	71	48	E	ESE
63	73	NNO	NNO	58.5	30.5	15.7	0.0	— 0 9	61	89	E	ESE
75	62	N	NO	36.5	11.8	10.8	0 5	0.0	68	76	E	O
86	59	N	NO	48.0	18.5	11.5	4.5	1.4	74	61	ONO	NO
90	57	NO	NO	51.7	22.8	17.8	8.5	5 2	67	52	NO	NO
84	60	NNO	NO	54.7	33.6	18.8	2.5	1.0	72	51	NE	NE
77	58	NNO	O	51.2	20.6	14.5	6.5	3.2	57	40	NO	NO
83	72	ESE	SE	51.9	19.5	13.8	5.4	2.1	76	48	NO	NO
66	76	SE	SE	53.5	22 0	13.9	4.5	2.3	67	55	NO	NNO
97	95	SE	E	50.0	17.2	12.6	5.0	2.9	60	46	NNO	NNO
87	66	NO	NNO	53.9	28.0	14.8	1.5	0.5	59	56	NO	NNE
80	49	NO	NNO	34.0	13.5	7.0	3.5	2.8	92	97	ONO	ONO
68	60	ONO	NO	46.5	15.3	9.4	3.5	2.8	73	47	NNO	NO
83	69	SE	NNO	49.0	16.5	11.8	1.5	0.0	65	55	NO	NO
80	57	NNO	NNO	48.5	25.0	14.2	1.5	0.0	60	55	NO	ENE
77	60	NO	NNO	38.0	18.5	7.4	4.0	2.6	87	81	ENE	NO
72	57	NO	NNO	50.3	25.5	12.2	0.5	— 0.5	86	56	NE	NNE
76	55	NO	NNO	50.0	22.5	13.5	1 5	0.2	69	40	ONO	NO
76	49	ONO	NO	40.5	16.0	12.5	4.5	3.2	72	95	E	SE
70	55	NNO	NO	49.9	17.0	12 4	5.0	2.2	71	48	NO	NNO
68	48	NO	NO	53.0	22 5	14 5	4.2	1.5	68	46	NO	NO
69	55	NO	NNO	55.0	22.5	14.8	2.5	0.1	65	57	NO	NNO
63	51	NNO	NNO	44.5	25.0	11.5	3 0	1 8	70	61	NO	ENE
62	54	ONO	NNO	59.4	28.6	15.8	5.0	2.8	81	58	NO	SO
62	51	NO	NO	53.5	34 5	19.5	6.4	3.7	86	46	ENE	ONO
64	47	NO	NO	48.0	22.5	15.8	6.0	4.2	77	61	ENE	NE
				53.2	31.3	18 8	8.5	4.3	74	48	NO	NO
				53.2	27.5	20 9	8.6	5.2	62	44	NO	NO

TERMÓMETRO



NOTA.—Las líneas continuas representan respectivamente las temperaturas del termómetro seco á las 15h y á las 9h.

Las de puntos y líneas y puntos las temperaturas de termómetro húmedo á las mismas horas.

Los signos intercalados indican los principales fenómenos meteorológicos según el convenio internacional.

CRÓNICA

Real Academia de Ciencias exactas, físicas y naturales de Madrid.—*Concurso de premios para el año 1909.*—Según costumbre, anuncia la Academia, un concurso de trabajos, cuya admisión terminará en 31 de Diciembre de 1909.

Los temas son tres, referentes á las Ciencias exactas, á las físicas y á las naturales. Para cada tema, podrán ser adjudicados: *premio*, consistente en diploma, medalla, impresión de la obra, con regalo de 100 ejemplares al autor, y 1.500 pesetas; *accésit*, con las mismas condiciones del premio, excepción de las 1.500 pesetas; y *mención honorífica*, consignada en diploma especial.

El enunciado de cada tema, es como sigue:

1.° *Exposición clara y sencilla del cálculo de probabilidades.* —Desea la Academia una obra de carácter elemental, redactada con escasos recursos de Cálculo analítico, y de utilidad para el «jurisconsulto, el médico, el anticuario, el historiador, el político y el estadista».

Sin embargo, las fórmulas de Análisis superior, podrán quedar relegadas á un apéndice, colocado al final de la obra.

2.° *Estudio de los electromotores de corriente alterna, monofásicos y polifásicos.*—Deberá comprender la teoría, la comparación de los sistemas de motores y los trabajos y resultados originales del autor.

3.° *Enumeración sistemática de los hongos parásitos de plantas cultivadas, observadas en una comarca española.*—En apoyo del texto, deberá acompañar el autor, las muestras de plantas atacadas por los hongos.

De desear sería, que la intelectualidad científica se manifestase más pujante que de ordinario en estos certámenes, ó que la Academia discurriese sobre las causas que motivan la escasa concurrencia observada en años anteriores.

(Para más pormenores, puede consultarse la *Gaceta* de 8 de Enero de 1908).

Asociación española para el progreso de las Ciencias.—Nuestros lectores tendrán seguramente noticia de la fundación de esta Sociedad, cuyos fines van encaminados: A fomentar la cultura nacional en sus manifestaciones científicas principalmente, organizando congresos, conferencias y concursos; procurando la fundación de instituciones de enseñanza; favoreciendo la comunicación intelectual entre el país y las clases asociadas; y auxiliando en la medida que sus recursos lo permitan, los trabajos y estudios de investigación.

El comité ejecutivo lo forman los señores siguientes: *Presidente*, Excmo. Sr. D. Segismundo Moret. *Vocales*, Sr. D. Eduardo Mier; Ilmo. Sr. D. José R. Carracido; Sr. D. Luis Simarro; Excelentísimo Sr. D. Leopoldo Cano; Sr. D. Gumersindo Azcárate; Ecxmos. Sres. D. Víctor María Concas, D. Angel Pulido; Señores D. Ignacio Bolivar, D. Perfecto María Clemencín, D. Enrique Fort; é Ilmo. Sr. D. Manuel Zabala. *Secretarios*, Sres. D. Ricardo García Mercet y D. Vicente Vera. *Tesorero*, D. Constantino Rodríguez.

Una de las primeras manifestaciones de la Asociación, será celebrar un Congreso científico en Zaragoza, en los primeros días de octubre próximo, estando encargado del discurso inaugural en la sección de Ciencias aplicadas, el Sr. Saavedra, ó en su defecto, el Sr. Arrillaga.

La Sección de Ciencias matemáticas de dicho Congreso, ha dirigido al Comité ejecutivo una proposición que por su importancia reproducimos íntegra.

Dice así:

«La rapidez con que han progresado las Matemáticas durante el último medio siglo, la multitud de ideas nuevas que han surgido en el campo de sus especulaciones, la no menos numerosa de otras que han sido generalizadas ó especializadas conforme á las exigencias de las modernas teorías, y la poca precisión con que han sido traducidas de otros idiomas muchas voces, algunas de las cuales se han tomado sin traducir, ha hecho que reine alguna confusión en el tecnicismo matemático, impropia de las Ciencias exactas y dañosa por lo que influye en la falta de claridad y precisión de las ideas representadas.

Se impone, pues, la redacción de un vocabulario de voces técnicas matemáticas en el que se dé la definición precisa de cada una, aceptando para aquellos conceptos que se expresan hoy con diversas palabras la que el uso haya indicado como preferida y poniendo la distinción que deben llevar aquellas otras que tienen diversos significados, cuando se refiera á cada uno de estos.

El futuro Congreso intentará el planteo del problema y la organización de los trabajos para resolverlo, pudiendo ser estos continuados en las Asambleas que sucesivamente organice la Asociación ó bien en alguna revista de Matemáticas.

Convendría que tomaran parte en la redacción de este vocabulario todos los amantes de las Matemáticas, contribuyendo con listas parciales de las voces que á cada uno hayan parecido deficientes ó redundantes, poco precisas ó mal construídas. Estas listas serían estudiadas por una ponencia que las iría catalogando alfabéticamente, señalando como definitivas aquellas en que reine unidad de pareceres ó recaiga gran mayoría de opiniones y reservando las restantes para discutirlas en el Congreso.

Las personas que deseen contribuir á la formación del vocabulario de términos técnicos que propone la Sección de Ciencias matemáticas, pueden dirigir sus trabajos al Secretario general de la Asociación, que los entregará á la ponencia que se designe.»

El teorema de Fermat.—La Sociedad científica de Gottinga ha recibido como legado del matemático *P. Wolfskehl*, muerto en Darmstad el año último, una suma de 100.000 mks., destinada á premiar un trabajo en el que se demuestre que la expresión $x^n + y^n = z^n$ no se verifica para números enteros en el caso de ser $n > 2$. Hasta el momento de la adjudicación del premio, se utilizarán los intereses de ese capital en favor de las ciencias matemáticas.

La enseñanza técnica en las Universidades.—Siguiendo la corriente de los tiempos actuales, muchas Universidades extranjeras, han organizado estudios diversos de carácter técnico, confiriendo varios títulos de la ingeniería. Las Universidades francesas poseen casi todas, estudios de esa naturaleza, y han visto con ellos aumentar considerablemente el número de sus alumnos. Recientemente la Universidad de Grenoble, dotada ya de un *Instituto electrotécnico*, ha creado como anejas á éste las enseñanzas necesarias para el establecimiento y dirección de la industria papelera.

En la Universidad de Cincinnati, se han organizado últimamente cursos cooperativos, en los que los estudiantes trabajan alternativamente una semana en los talleres de Cincinnati y otra semana en la sección del Arte del ingeniero en la Universidad. La enseñanza tiene como fin la creación de ingenieros mecánicos, químicos y electricistas, y la duración de los estudios es de seis años. Los candidatos comienzan sus trabajos en Junio en la fábrica, para ingresar en Septiembre en la Universidad, y cobran al principio un jornal de 0'50 pesetas por hora, que en el último semestre asciende por aumentos progresivos á 1 peseta hora.

En nuestras Universidades, sin vida propia, y demasiado rígidas dentro de los moldes generales de la organización actual, es muy difícil por no decir imposible, establecer nada análogo, siendo muy de lamentar que el Estado, al ir organizando las enseñanzas técnicas, no se haya acordado del provecho que podría haber obtenido de las Facultades de Ciencias, donde fácilmente se habrían organizado excelentes enseñanzas de carácter técnico, sin menoscabo de las puramente especulativas hoy día existentes.

Concursos y premios científicos. — La Academia de Gottinga ha abierto un concurso con el premio de 1.000 mks, sobre el tema: *Determinación de la carga de los electrones, su variación con la velocidad; crítica de las observaciones y teorías precedentes.*

Termina en 1.° de Febrero de 1909.

El R. Instituto Lombardo anuncia otro concurso con dos premios: uno de 864 liras al tema, *Acción fisiológica y terapéutica de las corrientes de alta frecuencia;* y otro de 2.500 liras y medalla de oro de 500, al tema: *Estado actual de los estudios metalográficos, en relación á las propiedades físicas de los metales.*

Termina el 1.° de Abril de 1911.

La Academia de Viena ofrece un premio de 2.000 coronas, al tema: *Experiencias que intentan llenar el intervalo entre el extremo ultrarojo y las ondas hertzianas más breves.*

Termina el 3 de Diciembre de 1909.

La fundación Knust, pullica un concurso sobre el tema: *Determinación de las moléculas en las soluciones á temperaturas muy altas y muy bajas.* Informaciones al prof. Beckmann, Lipsia.

Termina el 24 de Junio de 1910.

La Academia de Ciencias de Copenaghen, ofrece medalla de oro á la mejor memoria que trate de la acción de la luz sobre la actividad química del cloro.

Muertos ilustres. — Además del sabio astrónomo francés *J. Janssen*, y del eminente fisico *Lord Kelvin (Sir William Thomson)*, fallecidos en Diciembre del año último, y á los cuales dedican los ANALES especial homenaje, han fallecido otros muy ilustres sabios, de los que nuestra Revista hace en estas líneas una mención de muy especial recuerdo.

El *Dr. Asaph Hall*, nacido en Goshen, Conneticut en 1829, profesor de Astronomía matemática en la Universidad de Harvard, y descubridor de los satélites de Marte y otros fenómenos astronómicos, falleció el 22 de Noviembre último.

El también ilustre profesor de Astronomía *C. A. Young*, de la Universidad de Princeton; el profesor de Física en la Universidad de Montpellier. *P. Crova*, autor de varios instrumentos; el *Dr. Kerr*, conocido por el importante fenómeno que lleva su nombre; el ilustre químico *W. H. Perkin*, cuyos clásicos trabajos sobre los colores y acerca de los ácidos aromáticos, produjeron una verdadera revolución en las industrias químicas; y otros no menos sabios profesores cuya lista se alargaría mucho, han pagado el obligado tributo á la muerte, dejándonos el recuerdo de sus obras y el ejemplo de su vida.

Varia. — Mr. Connercy ha dejado á la Universidad de París, cuatro millones de francos para su mayor desarrollo científico, y para instituir Bolsas de estudio á favor de los jóvenes que emprendan carreras científicas.

—Franklin había inventado el pararrayos, según los estudios de Rotdh, antes de la conocida observación de la cometa.

—La ciudad de Faenza, Italia, en donde nació *Torricelli*, quiere conmemorar el tercer centenario de su nacimiento, publicando sus obras completas. El profesor J. Vassura, del Liceo real de Forli, ha sido encargado de la publicación.

—El Almirantazgo inglés ha ordenado á todos los comandantes de navíos provistos de aparatos radio-telegráficos, transmitir á todas las estaciones con las que puedan comunicar, los datos meteorológicos más importantes.

—Durante el año 1906 han continuado las observaciones sobre la variación de la latitud en Bayswater (Australia) y Oncativo (Rep. Argentina), además de los Observatorios de Leida, Pulkowa y Tokyo. A primeros del año corriente se habrán comenzado también análogas observaciones en el Observatorio de Johannesburg on el África del Sur.

—De las observaciones realizadas con el telescopio pirheliómetro en Meudon, Chamonnix, y Mont-Blanc, los profesores Millochan y Fery deducen que el centro del disco solar tiene una temperatura de 5660°, los que, teniendo en cuenta la probable absorción de la atmósfera solar, dan unos 6130° para el interior del Sol.

Mr. Jules Janssen.—La Astronomía ha perdido uno de sus sabios; su fama, que nadie puso en duda, llegó á ser universal.

No fué un sabio rígido y concentrado á lo Leverrier. Su espíritu tuvo expansiones de artista, y como Urania fué amante de sus hermanas la Poesía, la Música y la Pintura, Janssen hizo que fructificara en su alma compleja, la semilla depositada por Henner Barrias y Gounod.

Como Herschell, en su día abandonó la música, para mirar al cielo, Janssen á los 28 años de edad, cambió la pintura, que fué profesión de su juventud para penetrar de lleno en los dominios de la ciencia.

Nació en París en 1824, y murió en Meudon en 1907, en el Observatorio que él mismo había fundado, con la protección del gobierno, para cuyo fin obtuvo la cesión del histórico castillo.

Dedicado muchos años al estudio y enseñanza de la Física, vislumbró cuánto podía obtenerse de su aplicación á la Astronomía, llegando á ser el verdadero fundador del Análisis espectral astronómico, y de la fotografía celeste.

Mr. Jules Janssen

La reseña de sus trabajos sería extensísima; baste citar: La expedición al Perú, con los hermanos Grandidier, para la determinación del ecuador magnético; la instalación de su Observatorio particular de Astrofísica; la observación del eclipse de Sol de 1868 en las Indias, que le sugirió su procedimiento para observar las protuberancias solares, fuera de los eclipses; los pasos de Venus de 1874 y 1882 observados desde el Japón y las Corolinas; y la fundación del Observatorio del *Mont-Blanc*, en cuya empresa fué secundado por el príncipe Roland Bonaparte.....

Perteneció á la Academia de Ciencias de París y al *Bureau des Longitudes;* y á la muerte de Faye, 1902, fué nombrado Presidente de honor de la Sociedad astronómica de Francia.

Es Janssen, una noble figura que desaparece del campo de la Astronomía; un espíritu audaz, acostumbrado á poner la mirada en las más altas regiones.

A su iniciativa se debe la celebración de la «Fiesta del Sol» que el día del solsticio de verano se conmemora en la cúspide de la torre Eiffel, desde la cual, hoy, las ondas hertzianas lanzan noticias á través de los mares.

Un día del año 1870, los prusianos habían estrechado el cerco de París. Con asombro de todos, un globo se cernía hacia las alturas y en dirección meridional. No era una estratagema, un ardid de guerra. Era Janssen, que tranquilamente se dirigía á Argelia..... á observar un eclipse de Sol.

William Thomson. (Lord Kelvin).—«Todos los años, la muerte arrebata á un sabio». Pocas veces la segur habrá podado miembro más noble de la humanidad. Lord Kelvin, según su título honorífico, ó William Thomson, según su verdadero nombre, fué no sólo un sabio, un genio poderoso de aquellos que con escasa frecuencia aparecen en el camino de la Ciencia; llegó á ser más: un oráculo al cual sus contemporáneos ilustres, escuchaban con embelesos idolátricos. El mundo ha perdido uno de sus más grandes ingenios y bienhechores.

No fué su vida fugaz: Nació en 24 de Enero de 1824 y ha muerto en diciembre de 1907.

Su dilatada existencia de 83 años, no dió descanso á una vida exuberante, laboriosa; vida consagrada al estudio, á la más alta especulación, á interesantes descubrimientos y á las más sublimes concepciones.

Cultivó la Física-matemática, en sus vuelos más elevados; pero desde las supremas regiones de la idealidad matemática, descendía en todo momento, sereno y magestuoso, para posar su mirada de águila en las terrenas maravillas de las aplicaciones.

Helmholtz,—el eminente físico,—ha dicho: «Nadie supo, jamás, como Lord Kelvin, traducir en realidades físicas las ecuaciones matemáticas». Por esto, cuando en el mundo científico aparecía una alta teoría, un nuevo descubrimiento, una producción del saber humano, de las que ocasionan el pasmo de muchos siglos, sus autores esperaban anhelantes el fallo irrefutable de Lord Kelvin.

Citar sus trabajos sería hacer el índice de la física en el siglo XIX. Como Newton, pocos fueron los capítulos de la Ciencia en que Lord Kelvin no fijara su penetrante mirada, para fecundarlos.

Cuéntase que un periódico, le pidió en cierta ocasión un artículo sobre el empleo de la brújula marina; Thomson, discurrió sobre ella, la creyó modificable, y desde entonces la navegación cuenta con la brújula perfecta, *la brújula Thomson.*

Por citar algo recordaremos: Su concepto del cero absoluto de temperatura; sus trabajos sobre electrostática y electrodinámica; sus estudios acerca del tamaño de la molécula; teorías sobre la rotación de los cuerpos; cálculo de la edad de nuestro planeta; el galvanómetro,—que también lleva su nombre—destinado á medir intensidades infinitesimales de corriente; aparatos de sondaje para cotas profundas; estudios sobre las mareas; el grifo Kelvin..... y quizá sobre todos, el cable submarino con el cual, venciendo repetidos é infructuosos intentos logró unir Europa y América.

Gozó de la vida y quizá de la muerte; porque bien vive aquí y mejor allá, quien fué creyente convencido y admirador del origen divino del mundo y de sus leyes; y si podrá disfrutar el premio de sus creencias más allá, es lo cierto que aquí cosechó—como acaso ningún sabio—la remuneración de sus desvelos, y la aureola de fama, respeto, admiración, bienestar y cariño, reservada á los laboriosos, á quienes á los dones de la inteligencia unen el puritanismo sugestivo, la sencillez de carácter, las dulzuras amorosas del corazón y el sentimiento de la patria...

Todo esto, y mucho más, tuvo el insigne profesor de la Universidad escocesa de Glasgaw.

BIBLIOGRAFÍA

Conferencias de Química moderna dadas en el *Laboratorio Químico del Ebro*, por el *P. Eduardo Vitoria, S. J.*

Química general. Fascículo I, con 14 planchas fotograbadas. Centro Tipográfico de Biarnés y Foguet. Tortosa. 1907.

Es el P. Eduardo Vitoria un químico á la moderna, bien conocido por sus trabajos de laboratorio que se traducen en frecuentes notas que aparecen con su firma en las publicaciones científicas.

Al frente de su Laboratorio del Ebro construído de planta para la enseñanza de la Química teórica y práctica, dirige los trabajos científicos que en él se realizan y se dedica á la explicación de los principios fundamentales de la Ciencia, y á la labor experimental de demostración é investigación. Sus *Conferencias de Química moderna*, tienen por objeto, según dice el P. Vitoria en el Prólogo, «exponer con alguna mayor extensión ciertas cuestiones de particular interés teórico ó práctico, que los estrechos límites de una obra de texto no permiten desarrollar», y están dedicadas á los Profesores de Colegios, á los alumnos aventajados de los cursos de Química y en general á todas aquellas personas que quieran ampliar sus conocimientos químicos y deseen adquirir detalles prácticos en ciertas operaciones de laboratorio.

La primera de las once conferencias de que consta este fascículo lleva por título: *La instalación de un Laboratorio. El Laboratorio Químico del Ebro. Tortosa.* Está dedicado á la descripción minuciosa de los locales y dependencias del Laboratorio del Ebro, con planos y vistas de conjunto de salas, instalaciones y aparatos. Se deduce de la lectura de esta Conferencia el conocimiento que tiene el autor de las necesidades de un buen Laboratorio Químico, y la fortuna con que ha sabido llevarlas á la práctica.

La Conferencia II está dedicada al estudio de *Las Leyes de las Combinaciones*, tanto ponderales como volumétricas, la III á *La Hipótesis de Avogadro y Ampère y sus aplicaciones.*

En ambas Conferencias se exponen con sencillez y claridad estos asuntos tan fundamentales. La Conferencia IV se ocupa de *Los pesos molares ó moleculares.* Los detalles prácticos que el autor consigna minuciosamente en los Métodos de Dumas, Hoffman y Meyer para la determinación de las densidades de los gases y vapores son de indudable utilidad; y el juicio crítico de las ventajas é inconvenientes que la aplicación en cada uno de ellos presentan, pone bien á las claras de manifiesto el profundo estudio que el autor ha hecho de esta parte de la *Físico-Química*. De igual manera están tratados en las Conferencias V, VI, VII y VIII los procedimientos que para fijar el valor del peso *molar*, se han deducido de las propiedades de las disoluciones salinas (en su concepto más lato), como son la crioscopia, ebulloscopia, la refractometría y la presión osmótica.

La Conferencia IX, se ocupa de la determinación del peso atómico, pasando breve y clara revista á los procedimientos que sirven para fijar el valor de ésta constante química como son, el *Metodo del m. c. d.*, del *Isomorfismo*, y de los *calores específicos*. Es muy interesante la Conferencia X dedicada á la *Valencia de los átomos*, y muy curiosa y completa la XI donde se resumen todos los esfuerzos que han hecho los químicos de todos los tiempos para lograr una clasificación natural en los elementos.

Termina tan útil como recomendable obrita con tablas numéricas de los datos más necesarios en los cálculos de Laboratorio, siendo dignas de especial mención unas compendiosas y sencillísimas tablas de logaritmos que me han sido muy útiles en diversas ocasiones.

Esperamos los siguientes fascículos que el P. Vitoria anuncia, en la seguridad de que han de ser tan útiles y buscados por los amantes de la Ciencia como lo es el de que nos ocupamos.

P. S.

Métodos económicos de combustión en las calderas de vapor, por *J. Izart*, ingeniero de Minas, versión castellana del *Dr. José Estalella* catedrático de Física del Instituto de Gerona, XX, 265 páginas. G. Gilí, Barcelona, 1908.

La obra que el Sr. Gasca, librero de esta ciudad, nos envía, es una de las muchas versiones castellanas de obras puramente científicas y técnicas, publicadas por la casa editorial catalana antedicha.

El mejor aprovechamiento del carbón *pan de la industria*, como todo aquello que tienda á disminuir el precio de coste de la produccion, es siempre cuestión nueva é interesante para cuantos se dedican á la misma, y al estudio de los problemas físico-químicos.

Cinco partes tiene la obra del ingeniero francés: I. Estudio económico de la combustión. II. Pérdidas y rendimiento en la combustión. III. Elección de un combustible económico. IV. Economía en los métodos de caldeo. V. Aparatos para la inspección del caldeo.

En todas ellas se trata su objeto de un modo práctico y útil, sin faltar al necesario complemento teórico expuesto bien y claramente, aunque, sin pretensiones de ningún género, impropias de la índole del libro. Numerosas tablas numéricas y cerca de cuarenta esquemas, gráficas muy adecuadas, facilitan la exposición y aumentan el provecho que pueda reportar la obra á todos cuantos se interesen por el importante problema de la combustión.

Un índice analítico y otro alfabético, facilitan grandemente la consulta de determinados temas, terminando el libro con 75 tablas y cuadros explicados, que contienen datos numéricos generales, de temperatura, de combustibles, aire y tiro, de pérdidas térmicas y recuperación, de consumo, precios de coste y datos varios.

Realizada la traducción y completada por el docto profesor catalán, con muy pausible acierto y conocimiento de la materia, resulta por su esmerada confección de fácil y agradable lectura, acreditando una vez más á la casa editorial, que tanto contribuye á la cultura española con la publicación de libros instructivos y siempre de actualidad.

A los peritos industriales, los fogoneros y hasta á los mismos industriales, recomendamos la lectura del libro traducido por el Dr. Estadella, en el que encontrarán datos económicos muy útiles, y verán claras las dificultades y remedios que tienen relación con la combustión inustrial.

Acústica, por el *Dr. D. Esteban Terradas Illa,* catedrático en la Facultad de Ciencias de la Universidad de Barcelona.—Cuadernos 88, 89, 90, 91 y 92 del Tomo II de la Enciclopedia de los Sres Espasa y Compañía de Barcelona.

Dentro del reducido marco que ofrece un diccionario, ha escrito el ilustre catedrático de Óptica y electricidad, un artículo que, por lo completo y elevado, sería suficiente para conquistar una reputación científica, si nuestro compañero no la tuviera ya conquistada desde la publicación de su primer trabajo.

El artículo de que nos ocupamos, está dividido en las siguientes secciones: I. Resumen histórico. II. Caracteres del sonido. III. Vibraciones de cuerpos sólidos que dan lugar al sonido. IV. Vibraciones del aire y transmisión de los sonidos. Velocidad, reflexión, difracción, refracción, pulsaciones é interferencias. V. Acciones mecánicas del sonido y aplicaciones de la acústica.

En cada una de ellas se expone la doctrina haciendo á la par el estudio matemático y experimental, eligiendo los razonamientos matemáticos más breves y de mayor elegancia y los experimentos más propios para la demostración que se persigue.

Para relatar minuciosamente cuanto en el artículo se contiene, tendríamos que copiarlo íntegro; tal es la concisión con que está escrito, concisión exigida por la índole de estos trabajos y que nuestro ilustre amigo compensa con un gran rigor en el método y orden de la exposición. Baste consignar, que convenientemente ampliado, para darle forma de tratado, resultaría una obra de Acústica que dignamente podría figurar al lado de las de los grandes maestros del día.

Al final del artículo, para mayor ilustración de los lectores, figura una completa y selecta nota bibliográfica.

I.

Cuerpos de Ingenieros geógrafos, y de Topógrafos auxiliares de Geografía. — 123 páginas.—13 × 19.—Madrid, 1908.

En la primera página de este ameno libro, aparece el retrato del Excmo. Sr. General D. Carlos Ibáñez, Marqués de Mulhacen en memoria de la célebre campaña geodésico-astronómica que supo salvar las densas brumas del Mediterráneo para enlazar las triangulaciones española y argelina.....

Fué el fundador del Instituto geográfico y estadístico. Un organismo es perfectamente harmónico, cuando funciona por su propia virtualidad; como el Instituto que á través de los cambios de directores allí llevados alguna vez por la política y sus partidos, sin más fundamento que el de sus propios deseos, cuenta con un personal, mantenedor de los vigorosos impulsos que un día lo imprimiera su fundador.

Quizá ninguna Ciencia, haya paseado por el mundo, el nombre de España, con timbres tan gloriosos como la Geodesia; y el contemplar un mapa general, y comparar con otras la red española de triángulos, harmoniosamente dispuesta para cubrir la península; el penetrar en sus cuidadosos procedimientos de compensación; el admirar la exactitud con que Ibáñez, en unión de Saavedra, midiera la base central, precisión que fué asombro de propios y extraños; el escuchar con orgullo patrio, cómo estos trabajos son juzgados con respeto y admiración en Asociaciones y Congresos internacionales, hace altamente simpático este libro, destinado á dar cuenta de la organización, de los fines y de los anhelos del «Cuerpo de Ingenieros geógrafos» destinado á proseguir y perpetuar la obra magna emprendida á mediados del pasado siglo.

Los Ingenieros geógrafos, reunidos en fraternal banquete, celebrado en 18 de Enero último, con varios señores Senadores, Diputados y personalidades de relieve prestigioso que se interesan por estas cuestiones científicas, expusieron sus legítimas aspirrciones en discursos y brindis cuidadosamente coleccionados, y reunidos con mapas que claramente hacen comprender el resumen de los trabajos del Instituto.

Sirve de introducción, un extenso artículo del notable periodista D. Alejandro Saint Aubin, donde con profundidad de conocimientos y con precisos datos numéricos, demuestra el abandono remunerativo en que el Estado tiene á los Ingenieros geógrafos si se los compara con los demás cuerpos similares.

Contiene además: Los *discursos*, de los Sres. Azpiazu y Álvarez-Seréix; los *brindis*, de los Sres. Concas, López-Muñoz, Vincenti, Francos-Rodríguez, Pulido, Conde de Belascoain, Poggio, Garay, Motta, Revenga y Estévez; el *discurso-resumen* del actual Director del Instituto Sr. Martín Sánchez, y entusiásticas *adhesiones* de los Sres Arrillaga, Ariza, Amós-Salvador, Sanz-Escartín, Bustelo, López-Puigcerver, Delgado, Barrio-Mier, Azcárate, Dato, Galarza, Avilés, Sagasta, García Alix, Zulueta, Tur-Palau, Bugallal, Marvá, Calderón, Gasset, Requejo y Roselló.

La Redacción de los Anales de la Facultad de Ciencias de Zaragoza, envía también á los organizadores, un cariñoso saludo de adhesión, no por ser el último, menos afectuoso, y los profesores de la Facultad que cultivan enseñanzas análogas á las que desarrollan en sus trabajos los Ingenieros geógrafos, sienten un verdadero entusiasmo, porque la Geodesia y la Topografía, conserven en España sus tradicionales impulsos.

G. G.

PUBLICACIONES RECIBIDAS

Anales del Museo nacional de Montevideo. Vol. VI. Tomo III, entrega III. Flora Uruguaya, por J. Arechavaleta. Montevideo, 1908.

Comunicacaçoes da Commisao do Serviço geologico de Portugal. Tomo III. Fasc. I. Notice sur la carte hypsométrique du Portugal, par P. Choffat.—Sur l' age du rocher de Gibraltar, par P. Choffat.—Poissons tertiaires des Possessions africaines du Portugal par F. Friem.—A propos de la grotte e Furninha. A propos des silex d' Otta, par G. Engerrand.

Memorias de la R. Sociedad Española de Historia Natural. Tomo V, Memoria 2.ª.—Observaciones geológicas en la isla de Hierro (Canarias), por L. Fernández Navarro.

Cuerpos de Ingenieros geógrafos y de Topógrafos auxiliares de Geografía. Su cometido, organización, estado actual y aspiraciones. Madrid.

Meditemos. Cuestiones pedagógicas, por D. Eduardo Ibarra y Ramírez, Decano de la Faculdad de Filosofía y Letras en la Universidad de Zaragoza. Librería de Cecilio Gasca. Zaragoza, 1908.

Tratado de Trigonometría rectilínea y esférica, por Luis Octavio, de Toledo, Catedrático de Análisis Matemático, en la Universidad Central. Madrid, 1908.

Naturae Novitates. Bibliographie neuer Erscheinungen aller Länder auf dem Gebiete der Naturgeschichte und der exakten Wissenschaften. XXX Jahrgang. No 1 bis 6. Berlín. Enero-Marzo, 1908.

La Clínica Moderna, revista de Medicina y Cirujía. Año VII, Números 70 á 75 Zaragoza, 1908.

Gaceta Médica del Sur de España. Año XXVI, Núms. 591 á 595. Granada, 1908.

L' Intermédiaire des Mathématiciens. Tome XV, N.os 1 á 3. Enero Marzo, 1908. París, Gauthier-Villars.

La Farmacia Española, revista científica y profesional de la clase farmacéutica Española. Año XL. Núms. 1 á 13. Madrid, 1908.

Mitteilungen aus dem Zoologischen Museum in Berlin. III Band, 4 Heft.—Die Schangenfauna von Kamerum. Mit einer Bistemmungstabelle, von *R. Sternfeld.*—Zur Cladocerenfauna der Mark Brandemburg, von *L. Keilhack.*—Die Amphibienfauna von Kamerun. Mit einer Bestimmungstabelle, von *Fr. Nieden.*—Berlin, 1908.

Universidad literaria de Valencia. *Jardín Botánico.* Semillas recolectadas durante el año 1907 y que se ofrecen á cambio de otras. Año 1908.

Métodos económicos de combustión en las calderas de vapor, por J. Izart, ingeniero de Minas. Versión castellana por el Dr. J. Estalella. Gustavo Gilí, editor. Barcelona, 1908.

Sumario de publicaciones periódicas

Anales de la Sociedad española de Física y Química. Año VI. Madrid, 1908.

Enero.—Constitución de la «Unión Internacional» para la cooperación en las investigaciones sobre el Sol.—Nota sobre las horas de insolación en Madrid y sobre la conveniencia y facilidad de extender estas observaciones. *V. F. Ascarza.*—Estudio experimental de algunas propiedades del grisú. *E. Hauser.*—Consideraciones sobre las teorías de Gibbos (continuación). *F. Cebrián.*—Estudio químico-geognóstico de algunos materiales volcánicos del golfo de Nápoles (conclusión). *R. Llord y Gamboa.*—Notas alemanas de Física. Notas alemanas de Química. *W. Mecklenburg.*

Febrero.—Sobre la densidad, índice de refracción, tensión superficial y viscosidad de varias mezclas de agua y glicerina, á la temperatura de 18°. *P. Martínez Strong.*—Determinación del hidrógeno en en el grisú. (Tercera nota). *E. Hauser.*—La misteriosa luz del valle de Carriedo (Santander) *J. Carballo.*—El Mapa de la radiactividad mineral é hidromineral de España en 31 de Diciembre de 1907. *J. Muñoz del Castillo.*—Sobre el isopropanol triclorado 1 . 1 . 1 . ó tricloro

1 . 1 . 1 . propanol 2 $C\,Cl_3$ — $CH\,(OH)$ — CH_3. *E. Vitoria S. J.*—Contribución de la radiactividad al análisis químico. *F. Diaz de Rada.*—Consideraciones sobre la teoría de Gibbs. *F. Cebrián.*—Notas alemanas de Física y de Química. *W. Mecklenburg.*

Marzo.—Observación espectroscópica del paso de Mercurio sobre el disco del Sol en el Observatorio de Madrid. *F. Iñiguez.*—Notas para el estudio é instalación de los espectroheliógrafos. *V. Fernández Ascarza.*—Radioscomia y radiogea: sobre la actividad de los lodos del fondo de una laguma de Bañolas. *J. Muñoz del Castillo.*—Sobre el isopropanol 1 . 1 . 1 . propanol 2 $C\,Cl_3$ — $CH\,(OH)$ — CH_3 (continuació). *E. Vitoria S. J.*—Notas alemanas de Física y de Química. *W. Mecklenburg.*

Anales del Museo nacional de El Salvador. Tomo 3.°. Núm. 20. San Salvador, 1907.

Concordancia entre los calendarios nahualt y romano. *F. F. del Castillo.*—La enseñanza agrícola en Chile. *M. Jería.*—Por la enseñanza pública *S. A. Padilla.*—Una lección de Geología centro-americana. *J. Guzmán.*—La mancha de hierro del cafeto. *L. R.*—Bibliografía.

Annals of Mathematics. 2.^{e} serie. Vol. 9. N.° 2. January, 1908. Cambridge, Mass, U. S. A.

On the Classification of Plane Algebraic Curves Possessing Fourfold Simmetry with respect to a Point. *R. D. Carmichael.*—A Second Inverse Problem of the Calculus of variations. *C. E. Stromquist.*—The Continuous Plane Motion of á Liquid Bounded by Two Right Lines. *H. C. Wolff.*—A Problem in Chance. *J. K. Whittemore.*—The Expressión of Constant and of Alternating Continued Fractions in Hyperbolic Functions. *A. E. Kennelly.*

Annaes Scientificos do Academia Polytechnica do Porto. Volume III. Coimbra, 1908.

N.° 1.—Surfaces nautïloides. *H. de la Goupillière.*—Mollusques terrestres du Portugal. *A. Nobre.*

Archives du Musée Teyler. Série II, vol. XI. Deuxiéme partie. Haarlem, 1908.

Les vecteurs dans la géométrie differentielle, par *J. de Vries.*—Sur le transport des liquides par le courant électrique. *E. von der Ven.*

Boletín Tecnológico de la Asociación de Peritos industiales. Año IV, 1908.

Enero.—Guillermo Thomson, Lord Kelvin. *J. Just.*—Los nuevos condendensadores Westinghouse Leblanc. *E. Canales Fausto.*—Generalidades sobre Telefonía. *C. Pérez Burguete.*—Revistas extranjeras. *C. Ferrero.*—Reglas normales decretadas por la Asociación de Electricistas alemanes para la comparación y ensayo de máquinas y transformadores eléctricos.—Bibliografía.—Notas industriales.

Febrero.—Las señales eléctricas y el movimiento de los cambios de vía en los Ferrocarriles. *J. Rodríguez Benito.*—Un nuevo contador de amperes-hora. *A. López Alvarez.*—Revistas extranjeras. *C. Ferrero.*—Reglas normales, etc. (continuación).—Bibliografía. Notas industriales.

Marzo.—Clasificación de las locomotoras, según la naturaleza de las líneas donde han de prestar servicio. *M. Fernández Rothenflue.*—Estudio de un generador de vapor á tubos de humo. *C. Reig Aznar.*—La tracción eléctrica á recuperación. *J. de Selgas.*—Reglas normales, etc. (continuación).—Revista de Revistas. *C. Ferrero.*—Conferencias científicas. *J. Moro.*—Bibliografía. Notas industriales.

Boletín de la R. Sociedad española de Historia Natural. Tomo VIII. Madrid, 1908.

Enero.—Notas de la Sociedad.—Excursiones por el W. de Caravaca. *D. Jiménez de Cisneros.*—Algunos organismos dudosos de la época silúrica, y estudio de las especies de algas y huellas de gusanos arenícolas del silúrico inferior de Alcuescar (Cáceres). *E. Hernández.*—Dos nuevas especies de «Hololampra» de Marruecos. *I. Bolivar.*

Febrero.—Un nuevo yacimiento de auricalcita en Ondárroa (Vizcaya). *J. Calafat León.*—«Marchantia polymorpha» L. y «Marchantia paleacea» Bert. *A. Casares Gil.*—Contribución á la histogénesis del cerebelo en el hombre. *C. Calleja y Borja-Tarrius.*=Datos cristalográficos de la Auricalcita. *L. Fernández Navarro.*—Sobre un elemento paleolítico de Fuenlabrada (Madrid). *L. Fernández Navarro.*—Nueva variedad del «Crioceris macilenta». *J. M. de la Lafuente.*

Marzo.—El. Rdo. D. Bernardo Zapater. Nota necrológica. *L. Navás.*—Sobre los loris, y en especial sobre la forma filipina. *A. Cabrera.*—La Espeleología en España. *J. Carballo.*—Algunas noticias sobre el platino y los metales platínicos. *F. Diaz.*—Otra «Linaria supina» monstruosa. *J. Esteva.*—Polimorfismo foliar de la «Gleditschia triacanthos», *J. Esteva.*—Las plagas de la remolacha.—*R. García Mercet.*

Boletín de la Sociedad aragonesa de Ciencias naturales. Tomo VII. Zaragoza, 1908.

Enero.—Variedad nueva de coleóptero. *Plagionotus scalaris* Brull. *V. Andreui* n. v. *J. M. de la Fuente.*—Excursión al Burgo. *A. de Pi-*

tarque.—Excursión á Villanueva de Gállego. *J. Gómez Redó.*—Sección bibliográfica. Crónica científica.

Febrero-Marzo.—Sesión extraordinaria. Discurso de *D. Ricardo J. Górriz.*—Memorias. Concursos.—La *Cassida vittata* Villers y otras plagas de los cultivos de remolacha. *J. Lauffer.*—Sección bibliográfica. Preguntas y respuestas.

Il Bolletino di Matematica. Anno VII. Bologna, 1908.

Núm. 1-2. Gennaio-Febraio.—Sui vari modi d' introdurre il concetto di numero frazionario. *G. Mignori.*—Genesi delle figure elementari e loro proprietá di partizione. *Ingrami*—Per una prima lezione di trigonometría. *C. Mazzelli.*—Rubrica dei Congressi.—Rivista bibliografica.

Núm. 3. Marzo, 1908.—Sulla trasformazione in decimali delle frazioni ordinarie della forma $\frac{n}{a\,.\,10 \pm 1}$. *Lenzi.*—Ordine de theoremas relativo ad substraccione de numeros integro. *Picioli.*—Quesiti proposti nelle discussioni orali ai concorrenti á cattedre di matematica di scuole medie.—In memoria di *Giussepe Scoto. A. Conti.*—Rubrica dei Congressi. Societá italiana di Matematica.

Bulletin international de l' Academie des Sciences de Cracovie. Cracovie 1908

Núm. 3. Mars.—A simple method for preparing phylloporphyrina. *L. Marchlewsky* and *St. Piasecki.*—On the elliptic polarization of light transmitted through an absorbing gaseous médium, parallel to the lines of an straneous magnetic field. *Lad. Natanson.*—Sur une méthode de dosage de la matiére colorante fondamentale des urines. *J. Browinski et S. Dabrowski.*—Revue critique de la Flore de Galicie. XII Partie. *H. Zapalowicz.*—Zur Histogenese der Skelett-Muskeln. *J. Mlodowska*—Etude expérimentale du pasage dans les urines de microbes circulant dans le rang. *Ch. Klecki et A. Wrzosek.*—Stude experimentale de la syphilis; morphologie de Spirochaeta pallida. *Fr. Krzysztalowicz* et *M. Siedleki.*

Bulletin of the American Mathematical Society. Vol. XIV. Lancaster, P. A. 1908.

N.° 4. January.—On triple Algebras and Ternary Cubic Forms. *L. E. Dickson.*—Isothermal Systems in Dinamics. *E. Kasner.*—On the Equations of Quartic Surfaces in Term of Quadratic Forms. *C. H. Lisam.*—Symbolic Logic. *L. B. Wilson.*

N.° 5. February.—Note on the Composition of Finite Rotations about Parallel Axes. *A. Ziwet.*—On a Integral Appearing in Photometry. *A. S. Chessin.*—Hermitians Forms wiht Zero Determinant. *J. I. Hutchinson.*—Two Tetraedron Theorems. *H S. White.*—Singular Points of a Simple Kind of Differential Equation of the Second Order. *C. A. Noble.*—The Theory of Electricity. *E. B. Wilson.*

N.º 6. March.—The Meeting, etc.—Shorter Notices.—Notes, New Publications.

La Clínica Moderna. Año VII. Zaragoza, 1908.

Núms. 70 y 73.—Eusapia Paladino y la realidad de los fenómenos medianímicos. *H. Morselli.*

Nùm. 74.—La Medicina y los Médicos en la época de los Sitios de Zaragoza. *R. Royo Villanova*

Ingeniería. Año IV. Madrid, 1908. Núms. 100-108.

El honorable Lord Kelvin (Sir William Thomsson).—Aplicación de las turbinas de vapor á la propulsión de buques. *M. Carvajal.*—Un método gravimétrico de determinación del ácido nítrico. *J. Ubeda y Correal.*—La enseñanza teórica á los ingenieros por el «Sandwich systeme» en Inglaterra. *J. Campos.*—Evolución de los estudios científicos. Su desarrollo en España. *J. de Igual.*—Generador Bormann de gas pobre. *M. C.*—Aprovechamiento y purificación de los gases de los altos hornos. *A. de G. C.*—Procedimiento de Muntz y Girard para el tratamiento de la turba. *A. Herrera.*—Regulador automático de tensión para alumbrado eléctrico. *M. Carvajal.*—Turbinas-bombas centrífugas á gran velocidad y alta presión. *A. Herrera.*—Los subproductos de la destilación de hulla en Inglaterra. *M. Carvajal.*—Crónica del extranjero. Novedades industriales. Movimiento científico. Bibliografía. Manual de Hidráulica.

The Mathematical Gazete Vol. IV. Núms. 68-70. January and March. London 1908.

Solutions.—The introduction of irrational numbers. *P. E. B. Jourdain.*—Report.—The Conic through five given points.—Mathematical notes.—Answers to queries.—Reviews.

Mathesis.—3.e série. Tome VII. Gand 1908.

Janvier.—Sur le mouvement d' un point pesant á la surface de la terre. *C. E. Wasteels.*—Aplications des déterminants. *Cwojdzinski,*—Notes mathématiques.—Bibliographie. Solutions et questions proposées.

Février.—Sur le cercle des neuf points. *W. Gallatly.*—Bibliographye. Notes mathématiques. Solution et questions proposées.—Formules pour la mesure des surfaces et des volumes. *E. Gelin.*

Nieuw Archief voor Wiskunde. Deel VIII. Tweede stuk. Amsterdam 1907.

Iets over de rechte centrale botsing (Vervolg). *W. H. L. Janssen van Raay.*—Bijdrage tot de theorie der faculteintenreeksen. *J. G. Rutgers.* — Antopolaire kegelsneden en kwadratische apperolakken. *C. van Aller.*—On the equilibrium of a system of n particles of equal mass, placed on the inner surface of a sphere and mutually repelling each other according to the m^{th} power of the distance. *A. G. Kerkhoven-Wythoff.*—Hugeniana Geometrica IV. *P. van Geer.*—Sur quelques intégrales définies. *W. Kaptein.*—Bibliographie.

Periodico de Matematica. Anno XXIII. Livorno 1908. Serie III, vol. V.

Gennaio.—Febbraio.—Sul triangolo (continua). *R. Vercellin.*—Un problema di analisi combinatoria (posto da *Lord Kelvin*). *G. Pesci.*—Superficie che passano infinite volte per curve ó punti arbitrariamente scelti. *F. Sibirani.*—I sistemi lineari di cerchi sulla sfera e sulle superficie a curvatura costante positiva. *P. Mercatanti.*—Sulla equazione lineare indeterminata. *G. Mignosi.*—Dimostrazione planimetrica del teorema dei triangoli omologice. *A. Bellatalla.*—Intorno ad un radicale continuo. *M. Cipolla.*—Questioni. Bibliografía.

Suplemento.—Anno XI. Livorno 1908. Fasc. III y IV.

Gennaio y Frebbraio.—Di alcune notevoli curve piane (continúa). *E. Nannei.*—Sulle espressioni di sen $n\alpha$ e di cos $n\alpha$ in funzione di cos α o di sen α. *A. Finzi.*—Sui numeri perfetti. *F. Ferrari.*—Quistioni.

Il Pitagora.—Anno XIV. Palermo 1907, 1908.

Ottobre-Novembre.—Alcuni casi di approssimazioni numeriche. *C. Rurali Forti.*—Osservazioni su alcune formole espprementi il lato di un poligono regolare. *R. Guimaraes.*—Sulla ricerca del massimo comun divisore di due numeri. *E. Lebon*—Intorno al calcolo mentale e ad alcune propietá dei quadrati dei numeri interi. *A. L. Andreini*—Teorema de Stewart relativo ad un triangulo sphaerico. *E. Piccioli.*—Piccole note didattiche. *P. Cattaneo.*—Sul massimo comune divisore e sul minimo multiplo comune di piu numeri. *Di Dia.*—Quistioni.

Dicembre - Gennaio. — Generalizzazione de Teorema de Pappo. *F. Carollo.*—Di alcuni caratteri di divisibilitá. *A. Chiari.*—Sul tetaedro di egual momento *E. Piccioli.*—Intorno al calcolo mentale e ad alcune proprietá dei cuadrati dei numeri enteri. *A. L. Andreini.*—Sul nome da darsi al risultato della divisione. *T. Vannini.*—Sul calcolo approssimato delle espressioni numeriche. *P. Cattaneo.*—Inesattezze. *G. lo Giudice.*—Sul cuadrilatero. *S. Catania.*—Safisma. *A. Stefani.*—Quistioni.

Rendiconti del Circolo Matematico di Palermo. Tomo XXV. Anno 1908.

Fascicolo I. Gennajo-Febrajo.— Sulla representazione conforme delle aree piane pluriconnesso su un piano in cui siano eseguiti dei tagli paralleli. *Cecioni. F.*—Una estensione dei numeri bernoulliani. *Sinigallia. L.*—Sur une méthode directe du calcul des variations. *Carathéodory. C.*—Sur quelques configurations formées par un ensemble de points du plan. *Rémoundos. G.*— Ueber die Auflössung linearer Gleichungen mit unendlich vielen Unbenkannenten. *Schmitd. E.*—Sui gruppi di $n+1$ quadriche ad invariante $(n+1)$ — lineare nullo in uno spazio ad n dimensioni. *Brusotti. L.*—Nouvelles remarques sur les groupes continus.

Fascicolo II. Marzo-Aprile.—Nouvelles remarques sur les groupes continus. *Poincaré. H.*—Introduzione alla teoria del massimo comun divisore e del minimo comune multiplo di piú funzioni algebriche intere di una variabile. *Giambelli G. Z.*— Vene fluenti. *Cisotti. U.*—Sur une nouvelle classe de surfaces. *Tzitzéica. G.*—Uber die Raumkurven dritter Ordnung. *Brill. A.*—Determinazione delle varietá a tre dimensioni di S_r $(r \geqq 7)$ i cui S_3 tangenti si tagliano a due a due *Scorza. G.*—Sopra alcune recenti obiezoni alla teoria dei numeri trasfiniti. *Vivanti. G.*- Sulla determinazione degli elementi intrinseci, fondamentali, della superficie terrestre mediante misure locali. *Viterbi. A.*—Sur un théoreme de M. Hadamard dans la théorie des fontions entiéres. *Lindelöf. E.*—On the Well-Ordered Subrets of the continuum. *Veblem. O.* —Eine notwendigue und hinreichen de Konvergenzbedingung. *Knopp. K.*—Allgemeine Lösung des Problems kleiner, stationärer Bewegungen in reibenden Flüssigkeiten. *Korn A.*

———

Revista de la R. Academia de Ciencias exactas, físicas y naturales.— Tomo VI. Madrid 1907 y 1908.

Noviembre.—Elementos de la teoría de la elasticidad (conferencia duodécima). *J. Echegaray.*—Estudio químico-geognóstico de algunos materiales volcánicos del golfo de Nápoles. *R. Llord y Gamboa*—Nueva teoria para el desarrollo de las ecuaciones finales. *G. M. Seco.*—Fundamento teórico de la fototopografía. *J. M. Torroja.*

Diciembre.—Elementos de la teoría de la elasticidad (conferencias decimotercia y decimocuarta). *J. Echegaray.*—Estudio experimental de algunas propiedades del grisú. *E. Hauser.*—Sobre una transformación geométrica. *J. J. Durán-Lóriga.*—Fundamento teórico de la fototopografía. *J. M. Torroja.*

Enero.—Elementos de la teoría de la elasticidad. *J. Echegaray.*—Mareómetros y mareógrafos de sifón. *E. Mier y Miura.*—Estudio experimental de algunas propiedades del grisú. *E. Hauser.*—Fundamento de la fototopografía. *J. M. Torroja.*

Febrero.—Elementos de la teoría de la elasticidad. *J. Echegaray.* —Mareómetros y mareógrafos de sifón. *E. Mier y Miura.*—Fundamento de la fototopografía (conclusión). *J. M. Torroja.*—Análisis de aguas minerales. *G. de la Puerta.*—Estudio comparativo de los instrumentos más usados en sismología. *M. M. Navarro. S. J.*

Revista Politécnica. Año VIII. Buenos-Aires 1907.

Enero-Abril.—Teoría de la elasticidad. Arco con dos articulaciones. *J. Duclout.*—Apuntes sobre turbinas hidráulicas. *E. Latzina.*— La desmaterialización de los átomos. *G. le Bon.* —La evolución de la física moderna. *L. Poincaré.*—Un descubrimiento geométrico. *F. Villarreal.*—Higiene de la vivienda. *M. Bertrán.*—Una nueva reacción de la solanina. *J. A. Sánchez.*—La termodinámica en la Astronomía. *L. Canalda.*—Necrología.

Mayo-Junio.—La enseñanza de la Ingeniería. *O. Krause* —Algunas consideraciones de carácter práctico sobre la fabricación del acero y la laminación. *A. F. Taiana.*—Sobre la reducción de las ecuaciones de quinto grado. *E. Rebuelto.* —Físico-química. *Pozzi Escot.*

Julio-Septiembre.—Sobre el cálculo rápido de los perfiles simples y compuestos de hierros laminados comerciales para vigas sometidas á esfuerzos de flexión *M. Durrien.*—Cálculo rápido de vigas de hierro I sometidas á la flexión simple. *J. R. Castiñeiras.*—Teoría de la elasticidad. Arco con dos articulaciones. *J. Duclout.*— Sobre un problema geométrico. *R. Guimaraes.*

Revue d' Electrochemie et d' Electrometallurgie. París 1907 y 1908. Tomes I, II.

Decembre 1907.—Sur le protoxide de silicium. *P. W. Koller.*—Le four electrique au laboratoire et dans l' industrie. *A. Minet.*—Informatións, Revue des Publications.

Janvier 1908. — L' electrometallurgie du fer el de l' acier.—Les propriétés des electrons. *S. Sheldon.*—Poids atomiques pour 1908.— Revue des Publication. Informations.

Février-Mars 1908. —La fabrication electrique du verre. *E. Zampini.*—Sur un nouveau four á arc. *Ad. Minet.*—Sociétés savantes.— Revue des Publications. Informations.

La Revue de l' Enseignement des Sciences. París 1907 y 1908.

Octubre.—La notion de lieu geometrique acquise par la construction graphyque. *A. Pagés.*—L' enseignement des sciences physiques en Ecosse. *XXX.* —Sur l' enseignement de la botanique en 5ème. *A. Joxe.*—Les questions de cours aux examens. *M. H. Bourgin.*

Novembre.— Notre enquête sur l' enseignement de la géométrie. *La Revue* —La géometrie enseignée par la méthode Méray. *A. Vareil.* —Sur le méthode de M. Méray pour l' enseignement de la géométrie. *C. A. Laisant.*—Opinions sur la méthode Méray. *Diversos.*—Une demonstration simple de la régle de l' Hospital. *L. Cornet.*—L' optique geometrique et les ondes lumineuses. *G. Delvalez, M. Brillouin.*—Deux appareils simples pour les experiences de mécanique. *A.*—L' enseignement á la station zoologique de Wimereux. *M. Caullery.*

Décembre.—Sur l' equilibre du corps solide. *P. Montel, A. Thybaut.*—Les «Nouveaux Eléments de Géométrie» de M. Ch. Méray. *F. Marotte.*—Une demonstratión simple du théoréme de Stewart. *J. Lemaire.*—Une leçon sur la photographie. *P. Morin.*—Exercices pratiques sur les lois de Joule. *J. Mamy* —Sur l' examen des roches au microscope polarisant *E Brucker.*

Janvier.—La quadrature du cercle. *A. Sainte-Lagüe.*—A propos du principe de l' homogéneité. *A. Tresse.*—Notre enquête sur l' enseignement de la géométrie. *La Revue.* L' experience en géométrie. *A Maugey.*—Remarques sur la théorie de la balance. *J. Perrin.*—Influence du monvement de la source ou de l' auditeur sur la hauteur du son perçu. *S. Bloch.*—Travaux pratiques et expériences. *J. Mamy.* —L' enseignement pratique de la botanique. *P. Chauvet.*

Février.—L' enseignement de la geometrie aux débutants. *G. Petit.* —Construction graphyque des racines d' une equatione du second degré. *A Marijon.*—Rapport sur l' enseignement des sciences physiques et naturelles. *J. Faivre-Dupaigre.*—Un exposé simple de l' atraction universelle et du calcul des masses dans le systéme solaire. *J. Lemoine.*

Rivista di Fisica, Matematica e Scienze naturali. Anno 9, Vol. XVII. Pavía 1908.

Gennaio.—Contributo allo studio della Cleistogamia. *A. Franceschini.*—Il catalogo astrofotografico della zona di Catania. *F. Faccin.* —Sopra una particolare modificazione delle glandole duodenali del coniglio dopo l' allacciatura del condotto di Wirsung. *A. Marrassini.* —Di Ambrogio Soldani. La veritá sul luogo e sul la deta della sua nascita *G. Canestrelli.*—Il passagio di Mercurio davanti al Sole del 14 Novembre 1907. *F. Faccin.* - Lord Kelvin (William Thomson). *C Negro.*—Sulla dipendenza lineare di *n* funzioni ad *n* variabili indipendenti. *G. Pasta.* - Leonardo Eubero (II bicentenario della sua nascita). *C Alasia.*—Rassegna di Fisica. *C. Negro.* Cronache é Riviste.

Febraio.—Contributo alla interpretazione elastica dei fenomeni sismici e bradisismici. *G. Costanzi.*—La paralasse delle stelle e la 61.ª del Cigno. *P. Mezzetti.* —Contributo allo studio della Cleistogamia. *A. Franceschini.*—Per la determinazione del tempo con uno strumento portatile. *C. Alasia.*—1. Pensieri in argomento di Mutazioni. 2. Il caso dell' Oxalis cernua. *G. E. Mattei.*—A proposito di ricerche chimiche e bactteriologiche sulle aque del Fiume Morto. *Neri e Gherardi.* —Cronache e Riviste.

Marzo.—Sur les congruences (mod. 2^m) relatives au nombre des classes des formes quadratiques binaires aux coeficients entiers. *M. Plancherel.*—Contributo alla interpretazione elastica dei fenomeni sismici e bradisismici. *G. Costanzi.*—Per la preparazione dei candidati all' insegnamento delle scienze fisico-matematiche e naturali. *C. Alasia.*—Il caso della Tulipe arvensi. *G. E. Mattei.*—Cronache é Riviste.

CUESTIONES PROPUESTAS.

8. Siendo $S_p^{n-1} = 1^p + 2^p + 3^p + \ldots\ldots + (n-1)^p$, demostrar que

$$S_p^{n-1} = \frac{2n(n-1)}{(p+1)!} \begin{vmatrix} n^{p-1} & -\frac{1}{2} & C_p^{p-2} & C_p^{p-3} & C_p^{p-4} & \ldots & C_p^2 & C_p^1 \\ n^{p-2} & -\frac{1}{2} & C_p^{p-1} & C_{p-1}^{p-3} & C_{p-1}^{p-4} & \ldots & C_{p-1}^2 & C_{p-1}^1 \\ n^{p-3} & -\frac{1}{2} & 0 & C_{p-1}^{p-2} & C_{p-2}^{p-4} & \ldots & C_{p-2}^2 & C_{p-2}^1 \\ n^{p-4} & -\frac{1}{2} & 0 & 0 & C_{p-2}^{p-3} & \ldots & C_{p-3}^2 & C_{p-3}^1 \\ \vdots & & \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots & \\ n^2 & -\frac{1}{2} & 0 & 0 & 0 & \ldots\ldots & C_4^3 & C_3^1 \\ n & -\frac{1}{2} & 0 & 0 & 0 & \ldots\ldots & 0 & C_3^2 \end{vmatrix}$$

C. A. Laisant.

9. Se da un círculo de centro O y un punto P en su plano. Por el punto P se trazan dos cuerdas rectangulares variables AB, CD. El lugar del centro de las cónicas que pasan por los puntos A, B, C, D, 0 es otra cónica Γ. Cuando el punto P se mueve sobre un diámetro fijo del círculo O, la envolvente de la cónica Γ es una séxtica.

E. N. Barisién.

10. Hallar el lugar geométrico de las proyecciones de un punto dado, sobre las generatrices de un hiperboloide de una hoja. Casos particulares (*).

H. Brocard.

(*) Cuestión 29 propuesta en *El Progreso Matemático*, I, 1891, p. 294.

11 Se consideran las cantidades

$$\cos\frac{a}{n},\ \cos\frac{2\pi+a}{n},\ \cos\frac{4\pi+a}{n},\ \ldots,\ \cos\frac{2(n-1)\pi+a}{n},$$

y se multiplica la potencia m^{a} de cada una de ellas por la r^{a} de todas las demás. Designando por s el mayor entero contenido en $\frac{m+r}{n}$, la suma de todos estos productos es

$$\Sigma p = p_0 + p_1 \cos a + p_2 \cos 2a + \ldots\ldots + p_1 \cos sa,$$

en donde $p_0, p_1, p_2, \ldots\ldots, p_1$ son independientes de a.

J. Olivero.

CUESTIONES RESUELTAS

1. Demostrar la convergencia de la serie doble

$$V=\sum_{m=1}^{\infty}\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(m+n)!}{m!}\,\frac{n^4}{(m+n)^{n+4}}.$$

L. Orlando.

Se sabe que la serie doble cuyo término general es $1/m^{1,1}\,n^{1,1}$ es convergente. Basta, pues, para demostrar la convergencia de la serie V, demostrar que para valores bastante grandes de m, n, el término general de la serie propuesta es menor que el de estotra serie.

Consideremos, para ello, la razón de los términos generales de ambas series

$$\frac{(m+n)!}{m!}\,\frac{m^{1,1}\,n^{5,1}}{(m+n)^{n-4}}=A.$$

Si logramos probar que A tiende á cero cuando los dos números m, n, crecen, simultánea é independientemente, más allá de de todo límite; y que lo mismo sucede cuando uno solo de ellos crece indefinidamente, aunque el otro permanezca infinito; habremos conseguido con creces nuestro propósito.

El número positivo A, puesto bajo la forma

$$A=\left(1-\frac{1}{m+n}\right)\left(1-\frac{2}{m+n}\right)\cdots\cdots\left(1-\frac{n-1}{m+n}\right)\frac{m^{1,1}\,n^{5,1}}{(m+n)^4},$$

se ve que no excede al número

$$B=\left(1-\frac{2(m+n)}{n}\right)^{\frac{n-3}{2}}\frac{m^{1,1}\,n^{5,1}}{(m+n)^4};$$

porque B puede obtenerse de A, suprimiendo en éste algunos de sus $n-1$ primeros factores, todos menores que la unidad, y substituyendo los restantes por otros respectivamente mayores que ellos.

Ahora bien, si $m \leqq n^{1,9}$, el número B tiende á cero, cuando n crece indefinidamente, por ser el recíproco de una exponencial multiplicado por una potencia de n que no le impide tender hacia cero.

Si al contrario $m > n^{1,9}$, entonces B no excede al número

$$\frac{m^{\frac{5,1}{1,9}+1,1}}{(m+n)^4},$$

que tiende á cero al crecer m indefinidamente.

Tanto en uno como en otro de estos casos (los únicos posibles), la expresión A tenderá á cero al crecer m ó n ó ambos, infinitamente, lo que demuestra, según hemos dicho, la convergencia de lo serie V.

L. Orlando.

4. La tangente en un punto variable M de una elipse cuyo centro es O, corta á los ejes en P y Q, y las paralelas á los ejes trazados por P y Q se cortan en S. Siendo además C el centro de curvatura en el punto M de la elipse, hallar el punto de intersección de las rectas MS y OC.

E. N. Barisien.

La tangente á la elipse

$$b^2x^2 + a^2y^2 = a^2b^2 \tag{1}$$

en el punto M $(x' . y')$, tiene por ecuación $b^2x'x + a^2y'y = a^2b^2$; las coordenadas de S, son por tanto: $\frac{a^2}{x'}$, $\frac{b^2}{y'}$; las del centro de curvatura de la elipse, en M, $\frac{a^2-b^2}{a^4}x'^3$, $\frac{b^2-a^2}{b^4}y'^3$.

Las ecuaciones de las rectas OC y SM, que determinen el punto cuyo lugar se pide, son por consiguiente:

$$\frac{y}{x} = -\frac{a^4}{b^4}\frac{y'^3}{x'^3}. \tag{2}$$

$$x'(b^2 - y'^2)(x - x') = y'(a^2 - x'^2)(y - y'). \tag{3}$$

Eliminando entre éstas y la (1) las coordenadas x', y' del punto variable M, se tendrá la ecuación del lugar pedido.

Esta eliminación, puede hacerse sencillamente sacando de (1) y (2) los valores de x', y' en función de x, y, substituyéndolos en (3).

Procediendo así, sale

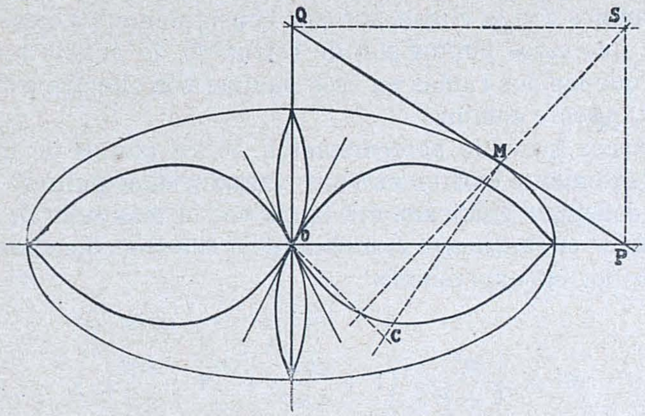
$$x'^2 = \frac{a^{\frac{8}{3}} x^{\frac{2}{3}}}{a^{\frac{2}{3}} x^{\frac{2}{3}} + b^{\frac{2}{3}} y^{\frac{2}{3}}}, \quad y'^2 = \frac{b^{\frac{8}{3}} y^{\frac{2}{3}}}{a^{\frac{2}{3}} x^{\frac{2}{3}} + b^{\frac{2}{3}} y^{\frac{2}{3}}};$$

y substituyendo, resulta la ecuación del lugar:

$$\pm \left(a^{\frac{2}{3}} x^{\frac{2}{3}} - b^{\frac{2}{3}} y^{\frac{2}{3}}\right) \left(a^{\frac{2}{3}} x^{\frac{2}{3}} + b^{\frac{2}{3}} y^{\frac{2}{3}}\right)^{\frac{1}{2}} = x^2 + y^2$$

elevando al cuadro, se obtiene esta otra equivalente:

$$\left(a^{\frac{2}{3}} x^{\frac{2}{3}} - b^{\frac{2}{3}} y^{\frac{2}{3}}\right)^2 \left(a^{\frac{2}{3}} x^{\frac{2}{2}} + b^{\frac{2}{3}} y^{\frac{2}{3}}\right) = (x^2 + y^2)^2. \qquad (4)$$



Desde luego se ve, que $(0, 0)$, $(0, \pm b)$, $(\pm a, 0)$, satisfacen á la ecuación; la curva pasa, pues, por los vértices y centro de la elipse.

De la naturaleza de los exponentes de x é y se deduce que la curva tiene los mismos ejes que la elipse, y por tanto, el mismo centro.

Pasando á coordenadas polares, $x = \rho \cos \omega$, $y = \rho \operatorname{sen} \omega$, y poniendo $\operatorname{tg} \omega = t$, la ecuación se transforma en

$$a^2 \left[1 - \left(\frac{bt}{a}\right)^{\frac{2}{3}}\right]^2 \left[1 + \left(\frac{bt}{a}\right)^{\frac{2}{3}}\right] = \rho^2 (1 + t^2). \qquad (5)$$

Observando que, para valores finitos de t, ρ adquiere valores también finitos, y que al ser $\omega = \pm \frac{\pi}{2}$, $\rho^2 = b^2$, se deduce que la curva no tiene ningún punto en el infinito.

Para $\rho = 0$, $\lim \frac{y}{x} = \lim t = \pm \frac{a}{b}$. Hay, pues, en el origen dos tangentes dobles, cuyos coeficientes angulares son éstos.

Derivando la ecuación cartesiana de la curva, resulta:

$$\frac{dy}{dx} = -\left(3a^2xy^{\frac{1}{3}} - 6x^3y^{\frac{1}{3}} - 6xy^{\frac{7}{3}} - 2a^{\frac{4}{3}}b^{\frac{2}{3}}x^{\frac{1}{3}}y - a^{\frac{2}{3}}b^{\frac{4}{3}}y^{\frac{5}{3}}\right):$$

$$\left(3b^2yx^{\frac{1}{3}} - 6y^3x^{\frac{1}{3}} - 6yx^{\frac{7}{3}} - 2b^{\frac{4}{3}}a^{\frac{2}{3}}y^{\frac{1}{3}}x - b^{\frac{2}{3}}a^{\frac{4}{3}}x^{\frac{5}{3}}\right).$$

Haciendo $y = 0$, $x = \pm a$, resulta $\frac{dy}{dx} = 0$, y haciendo $x = 0$ $y = \pm b$, crece indefinidamente. Las tangentes en los puntos que tiene comunes con la elipse, son por consiguiente los ejes.

Se ve que estos puntos son de retroceso de *primera especie*, notando que las dos ramas en esos puntos, son simétricas respecto de la tangente común.

No parece breve la determinación de los puntos de inflexión que evidentemente existen entre el centro y estos puntos.

Para construir gráficamente la curva, lo más sencillo parece hacer variar el parámetro t, tomando las abscisas ó radios vectores dados por las expresiones

$$x^2 = \frac{a^2}{(1+t^2)^2}\left(1+\left(\frac{bt}{a}\right)^{\frac{2}{3}}\right)^2 \left(1+\left(\frac{bt}{a}\right)^{\frac{2}{3}}\right), \qquad \text{ó la (5).}$$

Para el cálculo logarítmico, puede hacerse, por ejemplo, $\frac{bt}{a} = \operatorname{tg}^3 \alpha$ y la (5) se transforme en

$$\rho = \pm a \frac{\cos 2\alpha \cos \omega}{\cos^3 \alpha}.$$

Nota. Según una propiedad muy conocida de la elipse,

$$\frac{a^2 - x'^2}{y'^2} = \frac{a^2}{b^2}\ \frac{b^2 - y'^2}{x'^2} = \frac{b^2}{a^2}, \text{ y por tanto, } \frac{b^2 - y'^2}{a^2 - x'^2} = \frac{x'^2}{y'^2}\ \frac{b^4}{a^4};$$

la ecuación (3) de la recta SM, puede, según esto, escribirse

$$\frac{y - y'}{x - x'} = \frac{x'^3 b^4}{y'^3 a^4},$$

que comparada con la (2) demuestra la propiedad también conocida de ser perpendiculares las dos rectas OC y SM (*).

Se podría, pues, enunciar la cuestión, sin mencionar el centro de curvatura. Haciéndolo así, es también aplicable á la circunferencia, en la cual según esto, se verifica que: el lugar de las proyecciones del centro sobre todas las rectas SM obtenidas como antes, es la curva de ecuación.

$$(x^2 + y^2)(x^2 + y^2 - a^2) + a^2 x^{\frac{2}{3}} y^{\frac{2}{3}} \left(x^{\frac{2}{3}} + y^{\frac{2}{3}}\right) = 0.$$

Claro está que en este caso, corresponderá una curva á cada uno de los infinitos sistemas de ejes de la circunferencia.

J. Rey Pastor.

5. Recurriendo al método de eliminación de Euler, demostrar las condiciones necesarias para que las dos cúbicas

$$\varphi(x) = a x^3 + b x^2 + c x + d = 0$$
$$\psi(x) = a' x^3 + b' x^2 + c' x + d' = 0,$$

tengan dos raíces comunes.

Pantón.

Para que esto se verifique, es preciso y basta, que existan dos factores lineales $mx + n$, $m'x + n'$, tales que multiplicados respectivamente por las dos formas dadas, den resultados idénticos. Esto es:

$$\left.\begin{array}{l} am - a'm' = 0 \\ bm + an - b'm' - a'n' = 0 \\ cm + bn - c'm' - b'n' = 0 \\ dm + cn - d'm' - c'n' = 0 \\ dn - d'n' = 0 \end{array}\right\} \quad (1).$$

Para que este sistema de ecuaciones lineales y homogéneas en m, m', n, n', sea compatible, bastará que lo sean los formados por tres de ellas y cada una de las otras dos. Como para cada uno de estos sistemas de cuatro ecuaciones, la condición es que el determinante de los coeficientes sea nulo, igualando á cero dos cualesquiera de los cinco que se pueden formar, se tendrán las condiciones á que deben satisfacer los coeficientes de las dos formas para que tengan dos raíces comunes.

Se puede, pues, dar diez pares equivalentes de condiciones.

(*) *Geometrie analytique á deux dimensions.*—M. G. de Longchamps. 1884. París, pág. 409.

Entre estas, las más simples son las que resultan de haber hecho intervenir las primera y última ecuaciones (1), en los dos sistemas citados.

Así por ejemplo, resultan estas dos:

$$ad \begin{vmatrix} b' & a' \\ d' & c' \end{vmatrix} - ad' \begin{vmatrix} b' & a \\ d' & c \end{vmatrix} - a'd \begin{vmatrix} b & a' \\ d & c' \end{vmatrix} + a'd' \begin{vmatrix} b & a \\ d & c \end{vmatrix} = 0$$

$$ad \begin{vmatrix} b' & a' \\ c' & b' \end{vmatrix} - ad' \begin{vmatrix} b' & a \\ c' & b \end{vmatrix} - a'd \begin{vmatrix} b & a' \\ c & b' \end{vmatrix} + a'd' \begin{vmatrix} b & a \\ c & b \end{vmatrix} = 0$$

No ofrece dificultad el generalizar la cuestión, hallando las condiciones para que dos ecuaciones de grados m y n tenga p raíces comunes. Esto supone la compatibilidad de un sistema de $m + n - p + 1$ ecuaciones, con $m + n - 2p + 2$ incógnitas, expresándose tales condiciones, igualando á cero p determinantes de orden $m + n - 2p + 2$.

En el caso particular de ser $p = 1$, se obtiene la resultante euleriana.

Haciendo $p = n$, $(m > n)$, se obtendrán las n condiciones á que han de satisfacer las coeficientes, para que el primer polinomio sea divisible por el segundo.

J. Rey Pastor.

Establecimiento tipográfico de Emilio Casañal, Coso, 100.—Zaragoza.