Trabajo Fin de Grado

Relación de Equilibrio en el Mercado de Bienes de España en los años 1995-2023

Equilibrium Relationship in the Goods Market in Spain from 1995 to 2023

Autor/es

Javier Fernández López

Director/es

Luisa Irene Olloqui Cuartero

Grado en Economía

Facultad de Economía y Empresa

Año 2023/2024

Resumen

En el presente estudio se persigue analizar a través del uso de técnicas econométricas las relaciones de equilibrio en el largo plazo de las variables macroeconómicas más relevantes del Mercado de bienes: *Consumo*, *Inversión* y *PIB*, considerando el *Gasto público* como una variable exógena. Para tal fin, se utilizarán datos desestacionalizados de la *Contabilidad nacional trimestral de España* para el periodo comprendido entre 1995 y 2023, obtenidos del INE.

La condición de equilibrio del mercado de bienes se dice estar condicionada por el "*multiplicador del gasto*". Dicho multiplicador es el valor inverso del complementario a la unidad de la suma entre propensión marginal a consumir y a invertir. Escartín et. Al (2017) demostraron que la tasa de crecimiento del PIB es independiente del multiplicador, viéndose condicionada, únicamente, por los cambios porcentuales de los componentes del Gasto autónomo. Nuestro objetivo es estudiar empíricamente este resultado en la economía española. Asimismo, estimaremos el efecto del Tipo de Interés sobre las tasas de crecimiento de dichas variables y los valores autónomos de las tasas de crecimiento. Tras analizar el orden de integración de las variables, así como las relaciones de cointegración que mantienen, determinaremos realizar el estudio a través del Modelo Vectorial de Corrección del Error (*VECM*).

Abstract

In the following study we aim to analyze, using econometric techniques, the equilibrium relationships in the long term among the most relevant macroeconomic variables of the Goods market: *Consumption*, *Investment*, and *GDP*, considering *Government spending* as an exogenous variable. For that purpose, seasonally adjusted trimestral data from *Spain's National Accounts* for the period between 1995 and 2023, obtained from the INE, will be used.

The equilibrium condition of the goods market is said to be determined by the *"fiscal multiplier"*. This multiplier is the inverse value of the unit complement to the sum of the marginal propensities to consume and invest. Escartín et al. (2017) demonstrated that the GDP growth rate is independent of the multiplier, being conditioned solely by the percentage changes of the components of Autonomous expenditure. Our aim is to empirically study this result in the Spanish economy. Additionally, we will estimate the effect of the Interest Rate on the growth rates of these variables and the autonomous values of the growth rates. After analyzing the integration order of the variables, as well as the cointegration relationships they maintain, we will proceed to conduct the study using the Vector Error Correction Model (VECM).

ÍNDICE

1. INTRODUCCIÓN

El mercado de bienes está determinado por el comportamiento de la demanda y de la oferta de bienes y servicios. Su estudio permite entender cómo se determinan los precios, la producción y el consumo. A nivel macroeconómico, es esencial comprender el efecto del Gasto Público y de las decisiones de Inversión sobre el equilibrio del mercado.

El Producto Interior Bruto (PIB), como valor de bienes y servicios finales generados por la economía durante un periodo de tiempo puede ser estimado desde tres perspectivas: *Producción* - suma de valores añadidos en los sectores productivos -, *Renta* - suma de las remuneraciones de los factores productivos, capital y trabajo - y *Gasto* - renta necesaria para la adquisición de los bienes y servicios -.

A lo largo de la historia económica, desde Adam Smith y su "mano negra" y John Maynard Keynes, y su "papel del estado" muchos son los autores y estudios que han contribuido a la comprensión y el análisis del Mercado de Bienes. Milton Friedman se postula como defensor del liberalismo para lograr mayor eficiencia, lo que justifica que el Gasto Público sea una variable exógena.

El equilibrio en el mercado de bienes, requiere que la producción se iguale a la demanda de bienes. Como el Consumo y la Inversión dependen de la Renta; y la Producción se iguala, en el equilibrio, a la suma de Consumo, Inversión y Gasto Público, la condición de equilibrio nos lleva a obtener el *Multiplicador del gasto*. La estimación de dicho multiplicador, permite medir por cuánto se multiplica el PIB ante cambios en algunos de los componentes del Gasto autónomo.

Escartín Et al. (2017) defienden, matemáticamente, que la tasa de variación del PIB no está condicionada por el multiplicador del Gasto y, por ende, tampoco por la propensión marginal a consumir o a invertir, sino que lo relevante en el crecimiento del PIB es el Consumo exógeno y la inversión inicial, obviamente, si dichas propensiones no cambian. En este trabajo, desde un punto de vista empírico, vamos a obtener cuál es la relación de equilibrio o relación en el largo plazo, entre las variables Consumo, Inversión y PIB. Demostraremos que, con la muestra temporal seleccionada de la economía española, supuestamente cerrada (omitimos el efecto de las exportaciones e importaciones), la suma de las elasticidades del Consumo, Inversión y Gasto público es la unidad.

El presente trabajo pretende realizar un estudio empírico, utilizando datos de los últimos veintiocho años. Si la suma de las elasticidades es la unidad demostramos el cumplimiento de la independencia entre crecimiento del PIB con el multiplicador del Gasto respecto del PIB.

El estudio econométrico viene condicionado, en un punto inicial, por las características temporales de las series. Estudiaremos el orden de integración de las variables, que a priori se saben mayores que cero. Estudiaremos si existe o no cointegración entre las variables, porque condiciona el modelo estimable. Estimaremos el modelo adecuado por Máxima verosimilitud y obtendremos las conclusiones.

2. MARCO TEÓRICO DEL MERCADO DE BIENES

2.1. Función de Consumo

En el **modelo macroeconómico básico de corto plazo de carácter keynesiano**, las familias (economías domésticas) consumen realizando gasto en bienes y servicios. La demanda de consumo agregada puede ser representada por una *función de consumo* lineal:

$$C = c_0 + c_1 . Y_D$$

Donde c_0 representa el consumo autónomo, es decir, aquel gasto en bienes y servicios que no depende de la renta disponible de los individuos. En otras palabras, sería aquel consumo que efectuarían las familias en el caso de que su renta disponible fuese nula, mediante endeudamiento. Consideramos que $c_0 > 0$.

El parámetro c_1 representa la propensión marginal a consumir de los individuos, esto es, indica cómo un aumento de 1 unidad monetaria en la renta disponible (Y_D), va afectar al consumo realizado por las familias. Se trata de un factor estructural de la economía, y sirve para medir cómo y cuánto fluctúa el consumo ante variaciones en la renta disponible. Es un parámetro positivo, lo cual indica que el consumo depende positivamente de la renta disponible. Además, debe ser menor que la unidad dado que, al aumentar la renta disponible, los individuos consumirán una parte de dicho aumento, pero el resto lo ahorrarán. (Blanchard, 2017)

$$1 > c_1 = \frac{dC}{dY_D} > 0$$

Considerando ahora el **modelo clásico**, teniendo en cuenta los supuestos de consistencia macroeconómica y fundamentos microeconómicos**,** supondremos que las familias deben tomar dos tipos de decisiones: en primer lugar, elegirán cómo distribuir su riqueza entre los tres tipos de activos financieros de este modelo (bonos, acciones y dinero); en segundo lugar, y dado que en este modelo el ahorro es el determinante del aumento de la riqueza, las familias determinarán la tasa de ahorro con la que quieren incrementar dicha riqueza, lo cual establecerá la relación ahorro-consumo que van a seguir (Sargent, 1979).

Puede considerarse entonces que el consumo agregado depende no sólo de la renta disponible (Y_D), sino también del tipo de interés real ($r - \pi$), y de la riqueza real neta del sector privado (W) (que no es otra que la de las economías domésticas) (Sargent, 1979):

$$c = C\ (Y_D\ , r - \pi\ , W)$$

Con $\frac{dC}{dY_D} = c_1$, siendo $0 < c_1 \leq 1$

$$\frac{dC}{d(r-\pi)} = c_2 < 0$$

$$\frac{dC}{dW} = c_3 > 0$$

Esto es, el consumo dependería positivamente de la renta disponible tal como habíamos considerado, así como de la riqueza, ya que al ser más ricos los individuos tendrán mayor disposición a consumir (*efecto riqueza*). Por otro lado, el consumo dependerá de forma negativa del tipo de interés real, dado que si este aumenta el coste de endeudarse para financiar el consumo será mayor, y los individuos se sentirán más incentivados a ahorrar.

Finalmente, sintetizaremos las características de la función de consumo en el marco de un **modelo dinámico de largo plazo**. Partiendo, del modelo explicado anteriormente, y suponiendo que las variables Renta y Riqueza son proporcionales en el largo plazo, definimos la función de consumo como:

$$\mathrm{C} = C\ (Y_d\ , r - \pi)$$

Es decir, se considera que no hay Efecto riqueza.

Tras normalizar las variables (dividir entre el stock de capital) para poder determinar el equilibrio estacionario, la función de consumo queda como sigue:

$$c = C\ (y_d\ , r - \pi\ )$$

Donde $c = \frac{\mathrm{C}}{K}$, $y_d = \frac{Y_d}{K}$ representan el consumo y la renta disponible por unidad de capital.

Una de las características de esta función de consumo normalizada es que, en el estado estacionario, el *consumo por unidad de capital* permanecerá constante → **c***

No obstante, el *consumo agregado* crecerá a una tasa equivalente a la suma de la tasa a la que crece la población (n) y la productividad del trabajo (ϕ) → $\frac{\dot{C}}{C} = \boldsymbol{n} + \phi$

2.2. Función de Inversión

La inversión privada agregada es llevada a cabo por las empresas, mediante variaciones en su stock de capital. En este modelo simple supondremos que depende únicamente del nivel de ventas y del tipo de interés nominal. De esta forma, si una empresa ve aumentar sus ventas, necesariamente va a tener que invertir, ya sea construyendo más plantas de producción, adquiriendo más máquinas, o realizando inversión en I+D. Respecto al tipo de interés, si una empresa planea realizar una inversión para la que va a tener que endeudarse, un elevado tipo de interés hará que la rentabilidad de dicha inversión sea menor, por lo que esta será menos atractiva. Con todo ello, podemos definir la función de inversión como:

$$I = I\ (Y, r)$$

Donde $\frac{dI}{dY} > 0$, lo que indica que aumentos de la producción (es decir, de las ventas) generan incrementos en la inversión por parte de las empresas.

Por otro lado, $\frac{dI}{dr} < 0$, lo cual implica que la inversión disminuirá frente a incrementos del tipo de interés nominal, al encarecerse el acceso a la financiación. (Blanchard, 2017)

2.3. Condición de equilibrio

Para llegar al nivel de producción de equilibrio en el modelo keynesiano básico, partimos de la demanda total de bienes, que representamos como Z. Se trata de una identidad, es decir, se define como la suma de los agregados del consumo (C), la inversión (I), el gasto público (G), y las exportaciones (X), a la cual hay que restar las importaciones (IM):

$$Z \equiv C + I + G + X - IM$$

Para simplificar, supondremos la existencia de un único bien, el cual consumirán las familias, invertirán las empresas, y consumirá el sector público.

Supondremos además que las empresas ofrecen cualquier cantidad del bien a un precio P, y que nos encontramos ante una economía cerrada, por lo que las exportaciones e importaciones son nulas, de forma que la demanda total de bienes queda como sigue:

$$Z \equiv C + I + G$$

A continuación, analizamos el equilibrio del mercado de bienes y la relación entre la producción y la demanda. Las empresas van a responder con variaciones en sus existencias ante variaciones en la demanda (si aumenta la demanda, recurren a sus existencias, lo cual supone una inversión negativa, y viceversa). Si suponemos que las empresas no tienen existencias, siempre que se demande el bien, van a tener que producirlo, lo que nos lleva a la **condición de equilibrio:**

$$Y = Z$$

Si expresamos la demanda (Z) como la suma de sus componentes, y teniendo en cuenta las expresiones del consumo y la inversión de los apartados anteriores,

$$Y = c_0 + c_1 .(Y - T) + I_1 .Y + I_2 .r + G$$

$$Y - c_1 .Y - I_1 .Y = c_0 - c_1 .T + I_2 .r + G$$

$$Y = \frac{1}{1 - c_1 - I_1}[c_0 - c_1 .T + I_2 .r + G]$$

Este es el nivel de producción en el cual se equilibra la producción y la demanda. El término entre corchetes corresponde al gasto autónomo, es decir, la parte de la demanda que no depende de la producción. El término $\frac{1}{1-c_1-I_1}$ es el multiplicador (*m)*, que indica como variaría la producción ante cambios en alguno o varios de los componentes del gasto autónomo. (Blanchard, 2017)

Sin embargo, siguiendo a Escartín et. al. (2017) La tasa de crecimiento del PIB no dependerá de ese multiplicador:

$$Y = m[c_0 - c_1 .T + I_2 .r + GP]$$

a) Si incrementa la Inversión $\Delta Y = m\Delta I \longrightarrow \frac{\Delta Y}{Y} = \frac{\Delta I}{C+I+G}$

b) Si incrementa el Consumo autónomo $\Delta Y = m\Delta C_0 \longrightarrow \frac{\Delta Y}{Y} = \frac{\Delta C_0}{C+I+G}$

c) Si incrementan los tres componentes del PIB: $\Delta Y = m(\Delta C_0 + \Delta I_0 + \Delta GP) \longrightarrow$

$$\frac{\Delta Y}{Y} = \frac{m(\Delta C_0 + \Delta I_0 + \Delta GP)}{m(C_0 + I_0 + GP)} = \frac{(\Delta C_0 + \Delta I_0 + \Delta GP)}{Y_0} =$$

$$\frac{\Delta Y}{Y} = \frac{\Delta C_0}{PIB_0} + \frac{\Delta I_0}{PIB_0} + \frac{\Delta GP}{PIB_0} = \frac{C}{PIB_0} \cdot \frac{\Delta C_0}{C} + \frac{I}{PIB_0} \cdot \frac{\Delta I_0}{I} + \frac{GP}{PIB_0} \cdot \frac{\Delta GP}{GP}$$

Por tanto, el cálculo de la Tasa de Crecimiento del PIB es igual a la suma de las tasas de crecimiento del Consumo autónomo, de la Inversión autónoma y del Gasto Público cada una ponderada por el peso relativo de cada componente autónomo respecto del PIB.

De forma que la tasa de crecimiento del PIB de equilibrio no viene afectada por el multiplicador sino por los cambios en el Gasto autónomo (Consumo, Inversión autónomos o del Gasto Público).

Este es el principal resultado que vamos a estudiar empíricamente. Lo fundamental es que, en el equilibrio a largo plazo, la tasa de crecimiento del PIB variará proporcionalmente al peso de los incrementos porcentuales de cada componente del Gasto autónomo.

3. ESTIMACIÓN DEL MERCADO DE BIENES

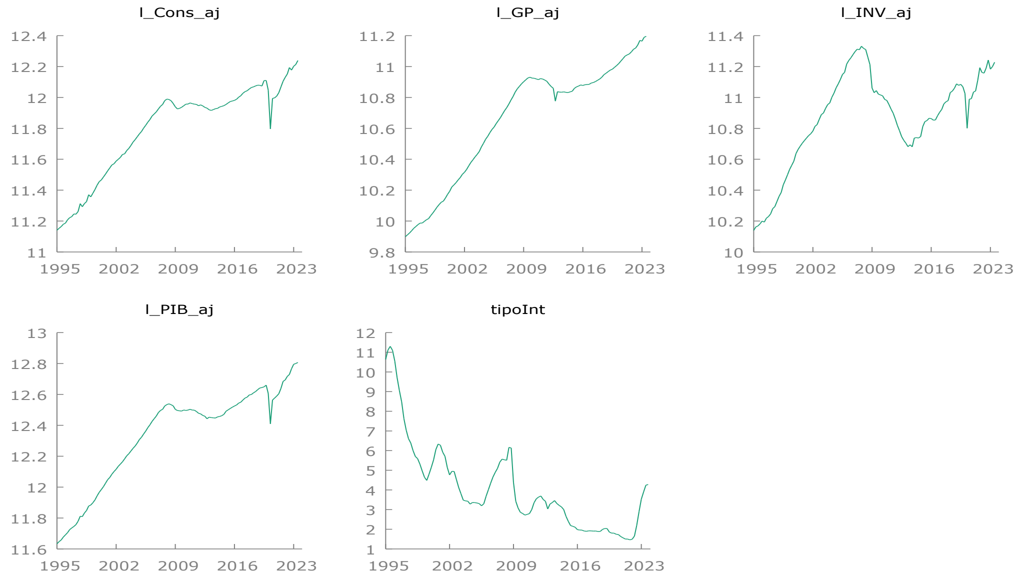
3.1. Descripción de las variables

Las variables con las que vamos a trabajar son el Consumo, la Inversión, el Gasto público, el Producto Interior Bruto (PIB), y el Tipo de interés (bajo el supuesto de economía cerrada, las Exportaciones e Importaciones son nulas).

Utilizaremos datos reales (obtenidos del Instituto Nacional de Estadística (INE)) de Consumo, Inversión y PIB a precios de mercado, ajustados del componente estacional, desde el primer trimestre de 1995 hasta el tercer trimestre de 2023, para analizar las relaciones existentes entre dichas variables. El tipo de interés utilizado será el interbancario, también obtenido del INE.

En los siguientes gráficos se muestra la evolución de las series temporales, apreciándose dos rupturas, una en 2008 provocada por el estallido de la Crisis financiera de 2007-2000, y otra en 2022 por el efecto de la pandemia del COVID. Transformaremos las variables en logaritmos y eliminaremos la ruptura estructural que presentan en el año 2008:

Figura 3.1.1: Gráficos de series temporales de los logaritmos de las variables ajustadas Consumo, Gasto público, Inversión, PIB y Tipo de interés



Fuente: Elaboración en Gretl

Como las series parecen presentar ruptura estructural en 2008, eliminaremos dicha ruptura realizando una regresión mediante el método de Mínimos cuadrados ordinarios (MCO) para cada serie, en función de la variable ficticia por rango de observación, que definiremos como $D2008$. Posteriormente, procedemos a guardar los residuos, para obtener las variables (en logaritmos) sin ruptura.

A continuación, para comprobar el orden de integración de cada serie, realizamos el *contraste aumentado de Dickey-Fuller (ADF)*:

$$\Delta\, Y_t = \mu + \beta + \alpha\, Y_{t-1} + \sum_{i=1}^{p-1} \delta_i\, \Delta Y_{t-i} + \varepsilon_t$$

H_0: $\alpha = 0 \rightarrow Y_t \sim I(1) \rightarrow$ La variable Y_t es, al menos integrada de orden 1, por lo que habría que continuar para comprobar si es I (1), o es al menos I (2)

H_A: $\alpha < 0 \rightarrow Y_t \sim I(0) \rightarrow$ La variable Y_t es integrada de orden 0, por lo que el proceso finalizaría aquí, concluyendo que la variable es estacionaria

$$\Delta^2\, Y_t = \mu + \alpha\, \Delta Y_{t-1} + \sum_{i=1}^{p-1} \delta_i\, \Delta^2 Y_{t-i} + \varepsilon_t$$

H_0: $\alpha = 0 \rightarrow \Delta Y_t \sim I(1) \rightarrow Y_t \sim I(2) \rightarrow$ La variable Y_t es, al menos integrada de orden 2, por lo que habría que continuar para comprobar si es I (2), o es al menos I (3)

$H_A: \alpha < 0 \rightarrow \Delta Y_t \sim I(0) \rightarrow Y_t \sim I(1) \rightarrow$ La variable Y_t es integrada de orden 1, por lo que el proceso finalizaría aquí → Este proceso se repetirá hasta rechazar la hipótesis nula.

Realizando el contraste ADF para las variables objeto de estudio, los resultados son los siguientes:

Tabla 3.1.1: Contrastes del Orden de Integración

	τ_τ Ho: I(1)	τ_μ Ho: I(2)	Conclusión
Consumo	-2,16065 (0,2211)	-11,4535 ($6{,}348.10^{-24}$)	I (1)
Inversión	-2,41771 (0,1368)	-3,19695 (0,02019)	I (1)
PIB	-2,0597 (0,2614)	-10,9566 ($2{,}657.10^{-22}$)	I (1)
Gasto Público	-2,02321 (0,2769)	-10,895 ($4{,}216.10^{-22}$)	I (1)
Tipo de Interés	-3,93 (0,0017)		I (0)

Fuente: Elaboración propia a partir de resultados obtenidos en Gretl

El *orden de integración* de las variables condiciona los modelos econométricos que podemos estimar. Si las variables están cointegradas, podemos plantearnos relaciones entre las variables en niveles. Si no existe cointegración, solo podríamos relacionar las variables en incrementos.

Otro aspecto que condiciona el modelo que podemos estimar, son las *relaciones de causalidad* entre las variables. Si hay relaciones bidireccionales, no podemos plantear modelos uniecuacionales, o si los usamos, podemos solo plantear estimar con "Variables Instrumentales".

Para estudiar las relaciones causales entre las variables, vamos a plantearnos utilizar un modelo Vector Autorregresivo *(VAR(p))* donde todas las variables dependen de todas las demás endógenas de forma retardada. EL modelo *VAR(p)* permite recoger, además, las relaciones dinámicas entre las variables, es decir, relaciones a lo largo del tiempo. Ese planteamiento del *VAR* permite, asimismo, realizar contrastes conjuntos de significatividad por grupos de variables, lo que es entendido como el *contraste de Causalidad de Granger*.

Dos son las *condiciones* que se tienen que cumplir para estimar un *VAR* de forma consistente. La primera es que se cumpla el supuesto de estabilidad, lo cual ocurre si las inversas de las raíces de la matriz de polinomios autorregresivos, son inferiores a la unidad. La segunda condición, al ser un modelo dinámico, los residuos no deben presentar autocorrelación para que los regresores que sean variables predeterminadas cumplan el supuesto de exogeneidad.

Lo primero que debemos determinar es el orden del modelo *VAR(p)*, es decir, el número de retardos necesarios para el sistema de ecuaciones, de cada variable endógena, que garantice la capacidad explicativa suficiente del modelo y la ausencia de autocorrelación en los residuos para que la estimación sea consistente.

MODELO VAR(p):

Sims (1980) propone modelos *VAR(p)* como una extensión de los modelos uniecuacionales *AR(p)* para dar cabida a la importancia de las relaciones dinámicas entre las variables económicas. Todas las variables del modelo van a ser consideradas “endógenas” y “estacionarias”.

Los modelos *VAR(p)* son modelos de ecuaciones simultaneas, no restringido, donde todas las variables son consideradas endógenas, y está expresado en su forma reducida.

Características:

- Todas son consideradas variables endógenas.
- Hay tantas ecuaciones como variables “m” endógenas
- Todas las ecuaciones tienen los mismos regresores ("no restringido"): "p" retardos de "m" variables
- Está expresado en forma reducida lo que se traduce en que cada variable depende de sus valores pasados y de los valores pasados de todas las demás variables endógenas.
- No aparecen como regresores en cada ecuación el resto de variables endógenas en el periodo contemporánea, por eso se dice que está en “Forma Reducida”.

Expresado en notación matricial:

“Y_t” es el vector de “m” variables en el periodo contemporáneo.

$$Y_t = A_0 + A_1 Y_{t-1} + A_2 Y_{t-2} + \cdots + A_p Y_{t-p} + U_t$$

No obstante, se pueden añadir variables exógenas al modelo. En ese caso, el modelo sería

$$Y_t = A_0 + A_1 Y_{t-1} + A_2 Y_{t-2} + \cdots + A_p Y_{t-p} + \mathrm{B}_0 X_t + U_t$$

3.2. <u>Selección del orden 'p' del *VAR*</u>

La selección del orden "p" se basa en la capacidad explicativa del retardo adicional de cada variable endógena del modelo; pero, además, tiene que ser tal, que el modelo no presente autocorrelación para que la estimación MCO ecuación a ecuación sea consistente. Dado que existen varios retardos de una misma variable es muy común la existencia de colinealidad entre los regresores, por lo que no debemos utilizar el estadístico "t" de significatividad individual.

La estimación es eficiente, aunque en inicio se ignoren las relaciones contemporáneas contenidas en la matriz de covarianzas contemporáneas de las perturbaciones. Vamos a utilizar para la selección dos métodos: los criterios de información y el contraste *LR* de significatividad conjunta.

Criterios de información

Para seleccionar el orden de un modelo *VAR(p),* que indica el número de retardos a incluir de las variables, podemos utilizar los criterios de información *AIC de Akaike*, *SBIC de Schwarz*, y *Hannan y Quinn (HQ)*.

Dichos criterios incluyen por una parte la capacidad explicativa del modelo, con la inclusión de la estimación de la *función de verosimilitud* para los distintos valores de "p", y, por otra parte, un factor penalizador por los grados de libertad perdidos, incluyendo "k" que es el número de parámetros total estimado en el modelo. Elegiremos aquel modelo que minimice los indicadores:

$$AIC = -2(\hat{\mathcal{L}}) + 2k$$

$$SBIC = -2(\hat{\mathcal{L}}) + kln(T)$$

$$HQ = -2(\hat{\mathcal{L}}) + kln(T)$$

Siendo $\mathcal{L}$ el logaritmo de la función de verosimilitud.

Tabla 3.2.1: Selección del Orden VAR(p)

	p-valor	AIC	BIC	HQ
1		-14,644079	-14,199636*	-14,463841*
2	0,00117	-14,730958	-14,064294	-14,460601
3	0,00794	-14,770506	-13,881620	-14,410030
4	0,00039	-14,883256	-13,772149	-14,432662
5	0,00043	-14,994021*	-13,660692	-14,453307
6	0,09809	-14,964186	-13,408637	-14,333354

Fuente: Elaboración propia a partir de resultados obtenidos en Gretl

Los criterios de Información SBIC y H-Q seleccionan P=1, mientras que el criterio AIC selecciona p=5.

Contraste LR de significatividad conjunta

Otro criterio para seleccionar el orden 'p' del modelo *VAR* es el *Contraste de Razón de Verosimilitudes*. El contraste sigue un proceso iterativo, pudiendo seguir una estrategia de ir añadiendo retardos adicionales, si resultan significativos, es decir, una estrategia del más restringido al más amplio; o bien, podemos seguir la estrategia de ir eliminando retardos no significativos comenzando desde el modelo más amplio. Nosotros vamos a seguir la primera estrategia, de acuerdo al principio de parsimonia.

Se estima un $VAR(p)$ y se contrasta la no significatividad conjunta de todos los parámetros que acompañan al máximo retardo, en este caso, el p-ésimo:

$H_o: A_p = 0 \rightarrow$ *VAR* (p-1) es preferido a *VAR*(p)

$H_o: A_p \neq 0 \rightarrow$ *VAR* (p) es preferido a *VAR*(p-1) (el retardo p-ésimo es relevante)

Estadístico de contraste → $LR = (T - mp - 1)\left[ln\left|\Sigma_{p-1}\right| - ln\left|\Sigma_p\right|\right] \sim \chi^2_{m^2}$

Donde *m* son las variables endógenas, Consumo, Inversión y Renta en logaritmos y sin ruptura.

Siguiendo la estrategia del más restringido al más amplio:

VAR (2)

Ho: $A_2 = 0 \rightarrow VAR\,(1) \succ VAR\,(2)$

H_A: $A_2 \neq 0 \rightarrow VAR\,(2) \succ VAR\,(1)$

p-valor = 0,00117 <0,05 → Rechazo Ho → $VAR\,(2) \succ VAR\,(1)$

VAR (3)

Ho: $A_3 = 0 \rightarrow VAR\,(2) \succ VAR\,(3)$

H_A: $A_3 \neq 0 \rightarrow VAR\,(3) \succ VAR\,(2)$

p-valor = 0,00794 <0,05 → Rechazo Ho → $VAR\,(3) \succ VAR\,(2)$

VAR (4)

Ho: $A_4 = 0 \rightarrow VAR\,(3) \succ VAR\,(4)$

H_A: $A_4 \neq 0 \rightarrow VAR\,(4) \succ VAR\,(3)$

p-valor = 0,00039 <0,05 → Rechazo Ho → $VAR\,(4) \succ VAR\,(3)$

VAR (5)

Ho: $A_5 = 0 \rightarrow VAR\,(4) \succ VAR\,(5)$

H_A: $A_5 \neq 0 \rightarrow VAR\,(5) \succ VAR\,(4)$

p-valor = 0,00043 <0,05 → Rechazo Ho → $VAR\,(5) \succ VAR\,(4)$

VAR (6)

Ho: $A_6 = 0 \rightarrow VAR\,(5) \succ VAR\,(6)$

H_A: $A_6 \neq 0 \rightarrow VAR\,(6) \succ VAR\,(5)$

p-valor = 0,09809 > 0,05 → No rechazo Ho → $VAR\,(5) \succ VAR\,(6)$

De acuerdo a este criterio y al AIC, el orden del VAR seleccionado va a ser de 5 retardos:

$$Y_t = A_0 + A_1Y_{t-1} + A_2Y_{t-2} + \cdots + A_5Y_{t-5} + U_t$$

3.3. <u>Relaciones de causalidad</u>

A la hora de definir el modelo multiecuacional, debemos conocer las relaciones de causalidad entre las variables. Aunque todas las variables estén interrelacionadas a lo largo del tiempo, unas son inicialmente más exógenas que otras, al menos, en el periodo contemporáneo. Dicha ordenación la vamos a establecer a partir del conocido concepto de "*Causalidad en el sentido de Granger*" Granger (1969): el pasado de una variable añade o no capacidad explicativa o ayuda a explicar la predicción futura de otra variable. El contraste consiste en estudiar la significatividad estadística por bloques de los retardos de una variable en la ecuación de otra variable.

Estimamos un *VAR (5)* para las variables en niveles, por MCO, con estimación consistente de la matriz de varianzas y covarianzas (necesario para eliminar la posible existencia de autocorrelación en las ecuaciones). Los resultados de los contrastes de significatividad conjunta los planteamos a continuación:

$$Y_t = A_0 + A_1Y_{t-1} + A_2Y_{t-2} + \cdots + A_5Y_{t-5} + \mathrm{B}_0X_t + U_t$$

$$Y_t = \begin{pmatrix} lnC\_sr_t \\ lnInv\_sr_t \\ lnPIB\_sr_t \end{pmatrix} \quad \text{y} \quad X_t = \begin{pmatrix} 1 \\ r_t \\ lnG\_sr_t \end{pmatrix}$$

a. Ecuación donde el Consumo es la variable endógena:

1) H_o: Inversión no causa a consumo → $a_{121} = a_{122} = \ldots = a_{125} = 0$

   H_A: Inversión causa a consumo

   F = 4,1986; p-valor = 0,0018 < 0,05 → Rechazo Ho → Inversión causa a consumo

2) H_o: PIB no causa a consumo → $a_{131} = a_{132} = \ldots = a_{135} = 0$

   H_A: PIB causa a consumo

   F = 3,6372; p-valor = 0,0048 < 0,05 → Rechazo Ho → PIB causa a consumo

b. Ecuación donde la Inversión es la variable endógena:

3) H_o: Consumo no causa a inversión→ $a_{211} = a_{212} = \ldots = a_{215} = 0$

   H_A: Consumo causa a inversión

   F = 1,8872; p-valor = 0,1041 > 0,05 → No rechazo Ho → Consumo no causa a inversión

4) H_o: PIB no causa a inversión→ $a_{231} = a_{232} = \ldots = a_{235} = 0$

   H_A: PIB causa a inversión

   F = 1,7977; p-valor = 0,1210 > 0,05 → No rechazo Ho → PIB no causa a inversión

c. Ecuación donde el PIB es la variable endógena:

5) H_o: Consumo no causa a PIB→ a_{311}= a_{312}= … = a_{315} = 0

   H_A: Consumo causa a PIB

   F = 3,7875; p-valor = 0,0037 < 0,05 → Rechazo Ho → Consumo causa a PIB

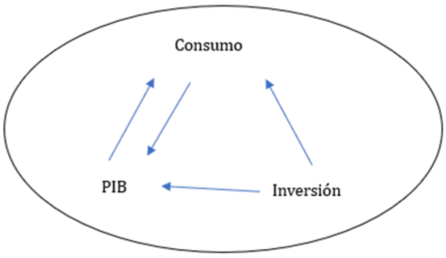
6) H_o: Inversión no causa a PIB→ a_{321}= a_{322}= … = a_{325} = 0

   H_A: Inversión causa a PIB

   F = 6,9139; p-valor = 0,0000 < 0,05 → Rechazo Ho → Inversión causa a PIB

La conclusión obtenida es que las variables, ordenadas de mayor a menor grado de exogeneidad son Inversión, Consumo y PIB.

Figura 3.3.1. Relaciones de Causalidad en el sentido de Granger



Fuente: Elaboración propia

3.4.Cointegración

Dado que las variables de interés son I (1), y dado que existen relaciones bidireccionales, tendremos que estimar un sistema de ecuaciones, una para cada endógena. El sistema lo plantearemos como *Vector de Mecanismo de Corrección del Error (VECM)* si existe cointegración entre las variables, o estimaremos un *VAR(p)* con las variables en incrementos si no existe cointegración entre las variables.

La cointegración es un concepto que nos indica si existen tendencias estocásticas comunes entre las variables integradas del mismo orden. Si existe cointegración, significa que podemos encontrar al menos una relación de equilibrio entre las variables en niveles.

Vamos a estudiar si existe una relación o más de equilibrio entre las variables del modelo, que corresponden a los componentes del PIB.

Contraste de Engle y Granger (1987)

Se trata de un contraste bietápico, en el que, en la segunda etapa, se aplica el *contraste ampliado de Dickey-Fuller (ADF)* a los residuos de la estimación MCO de la relación de posible equilibrio entre las variables, que sería la etapa 1. Los valores críticos no son los de Dickey y Fuller, sino los de *Davidson y MacKinnon (1993).*

1ª etapa: Estimación MCO de la Relación a largo plazo

$$C_t = \mu + \beta_1 \, GP_t + \beta_2 Inv_t + \beta_3 \, PIB_t + u_t$$

$$\hat{C}_t = 5561{,}06 - 0{,}4111 \, GP_t - 0{,}1506 \, Inv_t + 0{,}67 \, PIB_t + \hat{u}_t$$

2ª etapa: Aplicar contraste ADF a los residuos

$$\Delta\hat{u}_t = \alpha \, \hat{u}_{t-1} + \sum_{j=1}^{4} \delta_j \Delta u_{t-j} + \varepsilon_t$$

$$\Delta\hat{u}_t = \underset{p=0{,}6152}{-1{,}33549} \, \hat{u}_t + \sum_{j=1}^{4} \delta_j \Delta u_{t-j}$$

H_o: $\alpha = 0 \rightarrow \hat{u}_t \sim I(1) \rightarrow$ ∄ Cointegración→ EMCO inconsistente→ Relación espuria

H_o: $\alpha < 0 \rightarrow \hat{u}_t \sim I(0) \rightarrow$ ∃ Cointegración→ EMCO superconsistente→ Relación de equilibrio a largo plazo→ VECM

En este caso, el estadístico de contraste de Engle y Granger es $\tau = -1{,}33549$; $pvalor =$ 0,6152 > 0,05 → No rechazo Ho → ∄ Cointegración

Por lo tanto, de acuerdo a Engle y Granger, concluiríamos que no existe ninguna relación de cointegración, y por lo tanto la relación de equilibrio a largo plazo sería espuria.

Contraste de Johansen (1988,1991)

Dado un *VAR*(p) expresado tras varias transformaciones:

$$\Delta Y_t = -\Pi Y_{t-1} + \sum \Gamma_i \Delta Y_{t-i} + u_t$$

Para hacer el contraste de Johansen, se calculan los valores propios de la matriz Π:

$\Pi_{m x m} = (I - A_1 - A_2 - A_3 - A_4 - A_5)$

El rango de la matriz Π es el número de valores propios distintos de cero, y también indica el número de relaciones de cointegración que existen.

Rango (Π) = r → existen 'r' relaciones de cointegración, 'r' vectores de cointegración

Rango (Π) = 0 → no existe ninguna relación de cointegración (todos los valores propios son cero)

El rango de una matriz es el número de "Valores propios" ($\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3 \ldots \lambda_m$) diferentes de cero de la matriz. Ordenamos los valores propios de mayor a menor. Si las variables no están cointegradas, todos son cero $\lambda_1 = 0 \rightarrow \ln(1 - \lambda_1) = 0$.

Para llevar a cabo el contraste, empezamos definiendo el estadístico de la traza. Los valores críticos se encuentran en Johansen y Juselius (1990):

$$\lambda_{Traza} = -(T - p) \sum_{i=r+1}^{m} \ln\left(1 - \hat{\lambda}_i\right)$$

A continuación, planteamos las hipótesis nula y alternativa; se trata de un proceso secuencial:

$H_O: r = 0 \rightarrow rg(\Pi) = 0 \rightarrow \nexists$ Cointegración (todos los valores propios son cero)

$H_A: r > 0 \rightarrow rg(\Pi) > 0 \rightarrow \exists$ al menos 1 relación de Cointegración

$\lambda_{Traza} = 187{,}53\, ; pvalor = 0{,}000 \rightarrow$ Rechazo H_O $\rightarrow$ Existe al menos 1 relación de cointegración

$H_O: r = 1 \rightarrow rg(\Pi) = 1 \rightarrow \exists$ como máximo 1 relación de Cointegración

$H_A: r > 1 \rightarrow rg(\Pi) > 1 \rightarrow \exists$ al menos 2 relaciones de Cointegración

$\lambda_{Traza} = 15{,}112\, ; pvalor = 0{,}8314 \rightarrow$ No rechazo H_O $\rightarrow$ Existe como máximo 1 relación de cointegración

Tabla 3.4.1. Contraste de Johansen

Rango	Estadístico de la traza	p-valor
0	187,53	< 0.0001
1	15,11	0,83*

2	5,62	0,74

Fuente: Elaboración propia a partir de resultados obtenidos en Gretl

Según los resultados obtenidos con el contraste, existe una relación de cointegración, una relación de equilibrio entre las variables. Lo cual también significa que, entre las cuatro variables, Consumo, Inversión, PIB y Gasto Público, considerando Gasto Público exógena, existe una relación de cointegración entre ellas.

De acuerdo con este resultado, según el primer contraste, Engle y Granger, no existe cointegración entre las variables; sin embargo, de acuerdo con el contraste de Johansen, existe una relación de equilibrio a largo plazo.

3.5.Estimación del modelo VECM

Vamos a estimar un modelo para el Mercado de bienes condicionado a las características que presentan nuestras variables. Tanto el Consumo, como la Inversión, Gasto Público y PIB son variables Integradas de Orden 1 con una relación de cointegración entre ellas. Este resultado nos conduce a poder estimar por Máxima Verosimilitud un Modelo Vectorial de Corrección del Error (***VECM)*** que es una transformación del Vector Autorregresivo *VAR (5)* donde se reorganizan las variables para diferenciar las relaciones a largo plazo entre las variables (relaciones de cointegración) y la relación a corto plazo (relación entre las variables en incrementos). Estimamos el sistema de ecuaciones por Máxima Verosimilitud.

El modelo es el siguiente (ver ***Anexo 1***):

$$\Delta Y_t = -\Pi Y_{t-1} + \sum_{i=1}^{4} \Gamma_i \Delta Y_{t-i} + \mathrm{B}_0 X_t + u_t$$

Dicho modelo es una transformación del *VAR* (5) en niveles:

$$Y_t = A_0 + \sum_{i=1}^{5} \mathrm{A}_i Y_{t-i} + \mathrm{B}_0 X_t + u_t$$

$$\Pi = \left(I - \sum_{j=1}^{5} A_j \right) \quad \Gamma_s = \left(- \sum_{i=s+1}^{5} A_i \right)$$

Una característica muy importante que presenta el VECM, es que todas las variables que intervienen son estacionarias, porque trabajamos *en incrementos* de las variables. El término Corrección del Error, $(\beta' Y_{t-1})$, al ser una relación de cointegración, aunque esté compuesto de variables en niveles que son I (1), la relación de equilibrio es estacionaria.

$$\Delta Y_t = -\alpha(\beta' Y_{t-1}) + \sum_{i=1}^{4} \Gamma_i \Delta Y_{t-i} + \mathrm{B}_0 X_t + u_t$$

$$\text{Con } \Delta Y_t = \begin{pmatrix} \Delta \ln C\_sr_t \\ \Delta \ln Inv\_sr_t \\ \Delta \ln PIB\_sr_t \end{pmatrix} \qquad Y_{t-1} = \begin{pmatrix} lnC_{t-1} \\ lnInv_{t-1} \\ lnPIB_{t-1} \\ lnGP_{t-1} \end{pmatrix} \quad X_t = \begin{pmatrix} 1 \\ r_t \end{pmatrix}$$

Respecto de la capacidad explicativa del modelo:

Tabla 3.5.1. Coeficiente de Determinación

	Coeficiente de determinación
Ecuación 1: $\Delta \ln C\_sr_t$	70,46 %
Ecuación 2: $\Delta \ln Inv\_sr_t$	58,24 %
Ecuación 3: $\Delta \ln PIB\_sr_t$	76,88 %

Fuente: Elaboración propia a partir de resultados obtenidos en Gretl

Debemos hacer notar, que la capacidad explicativa de cada ecuación es muy alta, teniendo en cuenta que se trata de tasas de crecimiento.

3.6. <u>Interpretación de la Relación a largo plazo</u>

La relación de equilibrio a largo plazo entre las variables la recoge el vector β', que es el vector de cointegración.

Los parámetros de β representan los coeficientes del vector de cointegración, de forma que, $\beta' Y_{t-1}$, en este caso, será una relación de cointegración entre las cuatro variables.

El vector de cointegración es:

$$\beta' Y_{t-1} = lnC_t + 0{,}091 lnInv + 0{,}338 lnGP_t - 1{,}417 lnPIB_t$$

La interpretación que podemos hacer de dicho resultado es que, si el PIB aumenta un 1%, el efecto total a largo plazo sobre el Consumo, es un aumento del 1,41%, siempre y cuando no varíen ni Inversión ni Gasto Público.

Si normalizamos dicha relación respecto del PIB:

$$constante = -0{,}706lnC_t - 0{,}064lnInv - 0{,}238lnGP_t + lnPIB_t$$

Es una relación de equilibrio entre variables en transformaciones logarítmicas, por lo que los coeficientes son las elasticidades a largo plazo. Si el Consumo aumenta un 1%, el PIB aumenta un 0,7%; si la Inversión aumenta un 1%, el PIB aumenta un 0,06%; y si el Gasto Público aumenta un 1%, el PIB aumenta un 0,238% aproximadamente.

Si nos fijamos, la suma de las elasticidades es la unidad, por lo que podemos decir que por cada punto porcentual que aumenten el Consumo, la Inversión y el Gasto Público, el PIB aumenta un 1%, siendo el 70,6% de ese aumento, debido al aumento del Consumo, el 23,8% al aumento del Gasto Público y el 6,4% aumento de la Inversión.

Recordemos que, teóricamente, habíamos obtenido:

$$\frac{\Delta Y}{Y} = \frac{C}{PIB_0} \cdot \frac{\Delta C_0}{C} + \frac{I}{PIB_0} \cdot \frac{\Delta I_0}{I} + \frac{GP}{PIB_0} \cdot \frac{\Delta GP}{GP}$$

Si de la expresión de cointegración normalizada en el PIB la expresamos:

$$lnPIB_t = \mu + 0{,}706lnC_t + 0{,}064lnInv + 0{,}238lnGP_t \rightarrow$$

$$d(lnPIB_t) = 0{,}706 \cdot d(lnC_t) + 0{,}064 \cdot d(lnInv) + 0{,}238 \cdot d(lnGP_t) \rightarrow$$

$$\frac{d(PIB_t)}{PIB_t} = 0{,}706 \cdot \frac{d(C_t)}{C_t} + 0{,}064 \cdot \frac{d(Inv)}{Inv_t} + 0{,}238 \cdot \frac{d(GP_t)}{GP_t} \rightarrow$$

Asociando resultados:

$$\frac{C}{PIB_0} = 0{,}706 \qquad \frac{I}{PIB_0} = 0{,}064 \qquad \frac{GP}{PIB_0} = 0{,}238$$

Los coeficientes estimados, además de representar las elasticidades, representan los pesos proporcionales de los componentes autónomos del PIB respecto del PIB.

La suma de las elasticidades es la unidad y, por tanto, se demuestra empíricamente, que el crecimiento del PIB no está afectado por la pendiente de la función lineal de consumo y que lo relevante son los pesos proporcionales de los componentes autónomos del PIB.

Este resultado es el más importante obtenido, y el objetivo del trabajo. El multiplicador del Gasto, en la tasa de crecimiento el PIB es uno. Es decir, no está condicionado a las propensiones marginales a consumir ni a Invertir. Solo está condicionado a los incrementos autónomos del Consumo, de la Inversión y del Gasto Público. Dicho resultado revalida el resultado obtenido en el artículo de Escartín et. Al. (2017)

La matriz que recoge los efectos en el corto plazo de las desviaciones que se producen en el Largo plazo es "α" en:

$$-\Pi Y_{t-1} = \underbrace{\begin{pmatrix} 1{,}93 \\ 1{,}22 \\ 2{,}034 \end{pmatrix}}_{\alpha} \underbrace{(lnC_t + 0{,}091 lnInv + 0{,}338 lnGP_t - 1{,}417 lnPIB_t)}_{\beta' y_{t-1}}$$

$\Pi = \alpha\beta'$ Donde α recoge los parámetros que miden la velocidad de ajuste a la que, los desequilibrios que se produzcan en la relación de largo plazo entre las variables en niveles, se corrigen en el corto plazo.

Posteriormente, pasamos a realizar el contraste de no significatividad individual de los coeficientes del vector α:

$$\mathrm{H_o}: \alpha = 0$$

$$\mathrm{H_A}: \alpha \neq 0$$

Tabla 3.6.1. Contraste de Significatividad de los factores de Corrección de Error

	α_i	p-valor
Ecuación 1	1,93	$1{,}92 \cdot 10^{-23}$
Ecuación 2	1,22	$1{,}23 \cdot 10^{-12}$
Ecuación 3	2,034	$1{,}30 \cdot 10^{-29}$

Fuente: Elaboración propia a partir de resultados obtenidos en Gretl

El p-valor en todos los casos es inferior a 0,05, por lo que rechazamos la Ho de no significatividad individual, incluso al 1%

Como en las tres ecuaciones, la del Consumo, la de la Inversión y la del PIB existe un coeficiente de Corrección del error significativo, las tres variables responden o reaccionan a los desequilibrios que se producen en el largo plazo:

- Si el PIB está por encima de su valor de equilibrio respecto a la Inversión, Consumo y Gasto Público, $\beta' y_{t-1} < 0$, por lo que las tasas de crecimiento de las tres disminuyen siendo mayor la del PIB para volver a la senda de equilibrio. Dado que los tres coeficientes de α son positivos y significativos, implica que se producirá una corrección, de ese desequilibrio, en el corto plazo, disminuyendo las tasas de crecimiento del Consumo, de la Inversión menos que la del PIB, al margen de otros efectos que puedan sufrir dichas tasas por otros factores,

- Si el PIB está por debajo de su nivel de equilibrio, $\beta' y_{t-1} > 0$, las tasas de crecimiento de las tres variables aumentarán, siendo mayor la del PIB.

A continuación, mostramos los resultados de las estimaciones obtenidas en el modelo *VECM (5,1)*:

Tabla 3.6.2. Estimación Máximo Verosímil del Modelo VECM (5,1)

Ecuación	$\Delta\ln C\_sr_t$		$\Delta\ln Inv\_sr_t$		$\Delta\ln PIB\_sr_t$	
Constante	0,012		0,01		0,012	**
$\Delta\ln C_{t-1}$	-2,25	***	-1,38	***	-1,92	***
$\Delta\ln C_{t-2}$	-1,96	***	-1,61	***	-1,78	***
$\Delta\ln C_{t-3}$	-2,09	***	-2,01	***	-1,77	***
$\Delta\ln C_{t-4}$	-0,49		-1,00	**	-0,53	*
$\Delta\ln Inv_{t-1}$	0,035		0,27		0,09	
$\Delta\ln Inv_{t-2}$	0,29	**	0,26	**	0,29	***
$\Delta\ln Inv_{t-3}$	0,29	**	0,31	**	0,25	**
$\Delta\ln Inv_{t-4}$	0,02		0,09		0,08	
$\Delta\ln PIB_{t-1}$	2,18	***	1,29	***	1,83	***
$\Delta\ln PIB_{t-2}$	1,78	***	1,50	***	1,60	***
$\Delta\ln PIB_{t-3}$	1,99	***	1,92	***	1,67	***
$\Delta\ln PIB_{t-4}$	-0,56		1,24	***	0,08	*
r	-0,004	**	-0,003	*	-0,004	***
EC1	1,93	***	1,22	***	2,04	***

Fuente: Elaboración propia a partir de resultados obtenidos en Gretl

Cada coeficiente que acompaña a una tasa de crecimiento retardada, es un elemento de una matriz Γ_s. Si es de la ecuación del consumo, estará en la primera fila, si es de la inversión, en la segunda, y si es del PIB en la tercera. Si acompaña a retardos del Consumo, estarán en la primera columna, si acompaña a retardos de la Inversión en la segunda y si al PIB en la tercera. Si acompaña al retardo s-ésimo, estará en la matriz Γ_s.

Dado que en el VECM todos los regresores son estacionarios, podemos hacer inferencia estadística.

El tipo de interés resulta relevante en las ecuaciones de las Tasas de Crecimiento de Consumo y de la Inversión. En las tres ecuaciones tiene signo negativo, que es el esperado.

Respecto del resto de los regresores, no debemos fijarnos en los t-ratios de significatividad individual de los regresores que son retardos porque presentan alta multicolinealidad por grupos de variables. Tenemos que hacer contrastes de significatividad conjunta por grupos de variables.

El Gasto Público no aparece entre los regresores porque la hemos considerado una variable exógena "Restringida", es decir, solo aparece en la relación de Cointegración.

Tabla 3.6.3. Contraste de significatividad conjunta de los retardos

	Ecuación $\Delta\ln C\_sr_t$	Ecuación $\Delta\ln Inv\_sr_t$	Ecuación $\Delta\ln PIB\_sr_t$
Ho: $\Delta\ln C_{t-1}, \Delta\ln C_{t-2}, \Delta\ln C_{t-3}, \Delta\ln C_{t-4}$ no relevantes	1,88 (0,12)	1,44 (0,22)	3,13 (0,02)
Ho: $\Delta\ln Inv_{t-1}, \Delta\ln Inv_{t-2}, \Delta\ln Inv_{t-3}, \Delta\ln Inv_{t-4}$ no relevantes	3,50 (0,01)	17,08 (0,000)	3,71 (0,007)
Ho: $\Delta\ln PIB_{t-1}, \Delta\ln PIB_{t-2}, \Delta\ln PIB_{t-3}, \Delta\ln PIB_{t-4}$ no relevantes	3,08 (0,02)	3,01 (0,02)	9,04 (0,000)

Fuente: Elaboración propia a partir de resultados obtenidos en Gretl

Los resultados obtenidos con el contraste F-Snedecor, muestran que, únicamente, los retardos de la tasa de crecimiento del Consumo no resultan relevantes en las ecuaciones de la tasa de Crecimiento del Consumo ni en la de la Inversión.

3.7. Tasas de crecimiento autónomo y relación de causalidad del tipo de interés en el equilibrio

Si consideramos que las variables estuvieran en equilibrio, no habría corrección del error en el corto plazo. En esa situación, podemos medir el efecto del tipo de Interés sobre cada tasa de crecimiento del Consumo, Inversión y PIB. Para ello transformamos el modelo como un VMA (∞)

$$\Delta Y_t = -\left(I - \sum_{i=1}^{4} \Gamma_i \, \mathrm{L}^{\mathrm{i}}\right)^{-1} \Pi Y_{t-1} + \left(I - \sum_{i=1}^{4} \Gamma_i \, \mathrm{L}^{\mathrm{i}}\right)^{-1} \mathrm{B}_0 X_t + \left(I - \sum_{i=1}^{4} \Gamma_i \, \mathrm{L}^{\mathrm{i}}\right)^{-1} + U_t$$

La matriz de Efectos totales del tipo de Interés sobre las tasas de crecimiento estaría en la matriz (ver ***Anexo 2***):

$$\left(I - \sum_{i=1}^{4} \Gamma_i\right)^{-1} \mathrm{B}_0 X_t$$

Donde $(I - \sum_{i=1}^{4} \Gamma_i)^{-1} = \begin{pmatrix} -12{,}89 & 3{,}97 & 12{,}92 \\ -18{,}26 & 6{,}46 & 17{,}21 \\ -13{,}88 & 4{,}15 & 13{,}85 \end{pmatrix}$

$$B_0 = \begin{pmatrix} 0{,}0119 & -0{,}0042 \\ 0{,}0101 & -0{,}0034 \\ 0{,}0128 & -0{,}0043 \end{pmatrix}$$

$$X_t = \begin{pmatrix} 1 \\ r_t \end{pmatrix}$$

Por lo tanto,

$$\left(I - \sum_{i=1}^{4} \Gamma_i\right)^{-1} \mathrm{B}_0 X_t = \begin{pmatrix} 0{,}05133 & -0{,}01454 \\ 0{,}06740 & -0{,}01881 \\ 0{,}05329 & -0{,}01502 \end{pmatrix}$$

La interpretación de esta matriz es que, en el equilibrio, si el tipo de interés aumenta un 1%, la tasa de crecimiento del Consumo disminuye (estimación puntual) un 1,5% aproximadamente.; la tasa de crecimiento de la Inversión disminuye un 1,9% aprox., y la del PIB disminuye cerca de un 1,5% aprox.

Finalmente, las tasas de crecimiento autónomas del Consumo, Inversión y PIB son respectiva y aproximadamente, un 5,1%, un 6,7% y un 5,3%. A dichas tasas habría que sumarles o restarles el efecto del tipo de Interés y el efecto de las desviaciones que se produzcan en cada periodo respecto de la situación de equilibrio.

3.8. Respuestas al impulso

Una vez que hemos obtenido una estimación consistente entre las variables que determinan el Mercado de Bienes, podemos explotar el modelo estudiando la evolución en el tiempo que cambios en cada variable endógena, Consumo, Inversión y PIB tienen sobre las demás. Como hemos establecido el orden Inversión, Consumo y PIB de las variables de más a menos exogeneidad, es el que utilizaremos para estudiar dichas respuestas.

$$\Delta Y_t = -\left(I - \sum_{i=1}^{4} \Gamma_i \, \mathrm{L}^{\mathrm{i}}\right)^{-1} \Pi Y_{t-1} + \left(I - \sum_{i=1}^{4} \Gamma_i \, \mathrm{L}^{\mathrm{i}}\right)^{-1} \mathrm{B}_0 X_t + \left(I - \sum_{i=1}^{4} \Gamma_i \, \mathrm{L}^{\mathrm{i}}\right)^{-1} + U_t$$

En esta relación, no se tienen en cuenta las relaciones contemporáneas entre las variables tasas de crecimiento. Dicho efecto se encuentra recogido en la **matriz de varianzas y covarianzas de los residuos,** la cual es simétrica y definida positiva (no existirían relaciones contemporáneas si dicha matriz fuera diagonal):

$$V(U_t) = \begin{pmatrix} \sigma_1^2 & \sigma_{12} & \sigma_{13} \\ \sigma_{21} & \sigma_2^2 & \sigma_{23} \\ \sigma_{31} & \sigma_{32} & \sigma_3^2 \end{pmatrix} \rightarrow \hat{V}(U_t) = \begin{pmatrix} 9{,}20 & 6{,}97 & 7{,}46 \\ 6{,}97 & 9{,}87 & 6{,}01 \\ 7{,}46 & 6{,}01 & 6{,}70 \end{pmatrix} \cdot 10^{-4}$$

Podemos incluir dichos efectos, transformando el modelo a una *VAR*-Estructural, que se obtiene transformando el modelo de tal manera que el modelo transformado tenga perturbaciones que sean un ruido blanco:

$$\mathrm{V(U)} = \Sigma = P \cdot P' \rightarrow V(P^{-1}U) = I$$

Operando mediante la *Descomposición de Cholesky,* (ver ***Anexo 3***) podemos llegar a obtener *P*, matriz triangular inferior que nos indica cuál es el efecto que tiene, en el periodo contemporáneo, un aumento del tamaño de 1 desviación típica de cada una de las variables sobre las demás:

$$\hat{P} = \begin{pmatrix} 3{,}034 & 0 & 0 \\ 2{,}30 & 2{,}14 & 0 \\ 2{,}46 & 0{,}17 & 0{,}79 \end{pmatrix} \cdot 10^{-2}$$

Con todo ello, podemos definir cuáles son las *Funciones de respuesta al impulso (FRIs),* es decir, los efectos a lo largo del tiempo (desde el periodo contemporáneo hasta 'j' periodos más tarde) que un incremento del tamaño de 1 desviación típica en una variable provoca sobre las demás. Para ello, expresaremos el *VAR(p)* como un modelo *VMA* (∞), a través de la identidad $A(L)\Phi(L) = I$:

$$[I - A_1L - A_2L^2 - \cdots - A_PL^P] \cdot \left(\sum_{j=0} \phi_j L^j \right) = I \rightarrow \begin{cases} \phi_0 = I \\ -A_1\Phi_0 + \phi_1 = 0 \\ -A_2\Phi_0 - A_1\phi_1 + \phi_2 = 0 \\ \dots \end{cases}$$

Donde, ϕ_j recoge los efectos para 'j' periodos después que un incremento de 1 unidad en una variable provoca sobre las demás.

Desde la expresión original del *VAR(p),* y con lo mencionado anteriormente, el modelo *VMA* (∞) queda como sigue:

$$Y_t = \sum_{j=0}^{\infty} \phi_j \; u_{t-j}$$

A través de la *Descomposición de Cholesky*, y definiendo el vector de perturbaciones aleatorias $\varepsilon_t = P^{-1}.u_t \rightarrow u_t = P.\varepsilon_t$, el V*MA* (∞) vendría expresado como:

$$Y_t = \sum_{j=0}^{\infty} \Phi_j \; \varepsilon_{t-j}$$

Donde*,* $\Phi_j = \phi_j \, P$

A continuación, presentamos gráficamente dichas funciones:

Figura 3.8.1. Gráficos de la evolución temporal del efecto de un incremento de una desviación típica de la Tasa de Crecimiento del Consumo sobre Consumo, Inversión y PIB

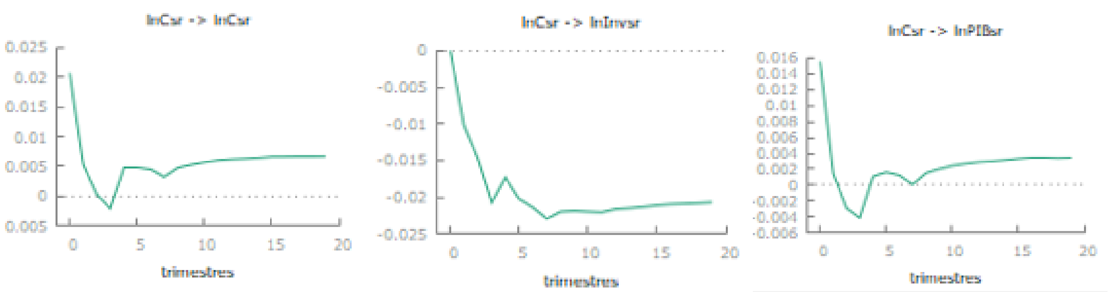


Figura 3.8.2. Gráficos de la evolución temporal del efecto de un incremento de una desviación típica de la Tasa de Crecimiento de la Inversión sobre Consumo, Inversión y PIB

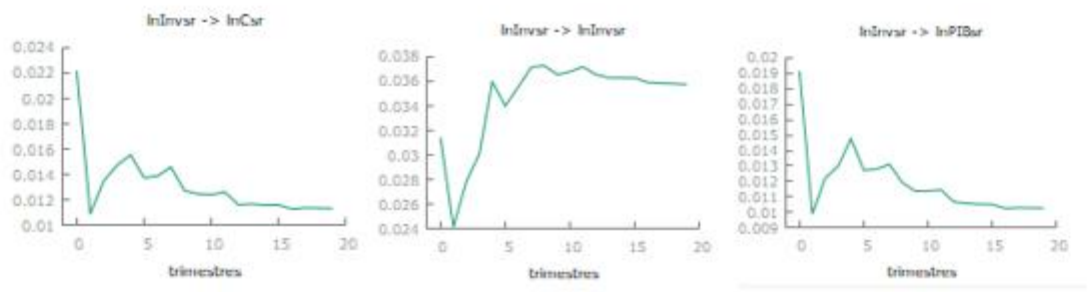
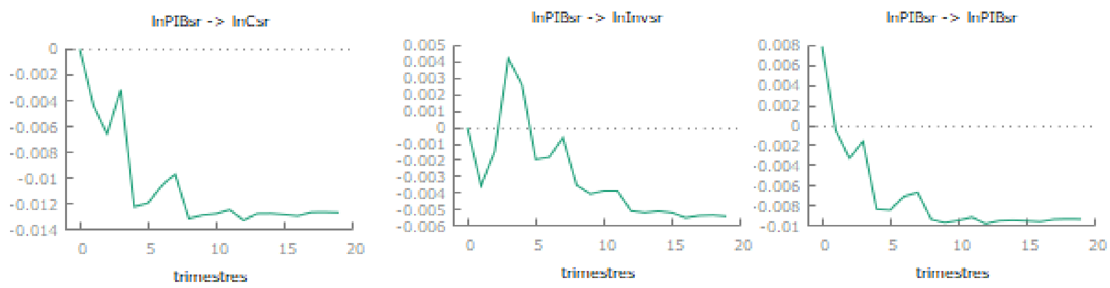


Figura 3.8.3. Gráficos de la evolución temporal del efecto de un incremento de una desviación típica de la Tasa de Crecimiento del PIB sobre Consumo, Inversión y PIB



Fuente: Elaboración propia a partir de resultados obtenidos en Gretl

Dado que el modelo es estacionario, observamos que los efectos de incrementos de las Tasas de Crecimiento de unas variables sobre otras, son estacionarios, es decir, su efecto se va diluyendo en el tiempo o alcanzando un determinado nivel. Dado que la relación de causalidad entre las variables es de la Inversión sobre Consumo y PIB vemos que es precisamente, los shocks en Inversión los que crean un incremento de nivel estacionario sobre Consumo y PIB.

Si consideramos que el Consumo es relativamente más exógeno que la Inversión, los efectos serían los que aparecen en el cuadro.

3.9. Descomposición de la varianza

Una vez que hemos expresado el *VAR(p)* como un *VMA* (∞), expresamos la variable, la predicción, el error de predicción y la varianza del error de predicción, en términos de la expresión *VMA* (∞):

$$Y_t = \sum_{j=0}^{\infty} \Phi_j \ \varepsilon_{t-j}$$

El concepto de *Descomposición de la varianza* mide la parte proporcional de la variabilidad de la predicción de una variable que se debe a cada una de las demás variables. El concepto viene de medir el error que se produciría al hacer predicción "H" periodos hacia adelante. Descomponemos la varianza de ese error en la parte que se debe a cada una de las variables endógenas que incluimos en el modelo. (Ver ***Anexo 4***)

$$V\left(e_{iT}(H)\right) = \sum_{j=1}^{m}\sum_{s=0}^{H-1} \Phi_{ijs}^2 = \sum_{s=0}^{H-1} \Phi_{i1s}^2 + \sum_{s=0}^{H-1} \Phi_{i2s}^2 + \cdots + \sum_{s=0}^{H-1} \Phi_{ims}^2$$

Donde las matrices que aparecen surgen de transformar el modelo desde su expresión *VAR(p)* a su expresión *VMA (∞):*

$$Y_t = \sum_{j=0}^{\infty} \phi_j u_{t-j} = \sum_{j=0}^{\infty} \phi_j P \varepsilon_{t-j} = \sum_{j=0}^{\infty} \Phi_j \, \varepsilon_{t-j}$$

A continuación, se muestran los resultados del análisis de la descomposición del error de la varianza para cada una de las variables:

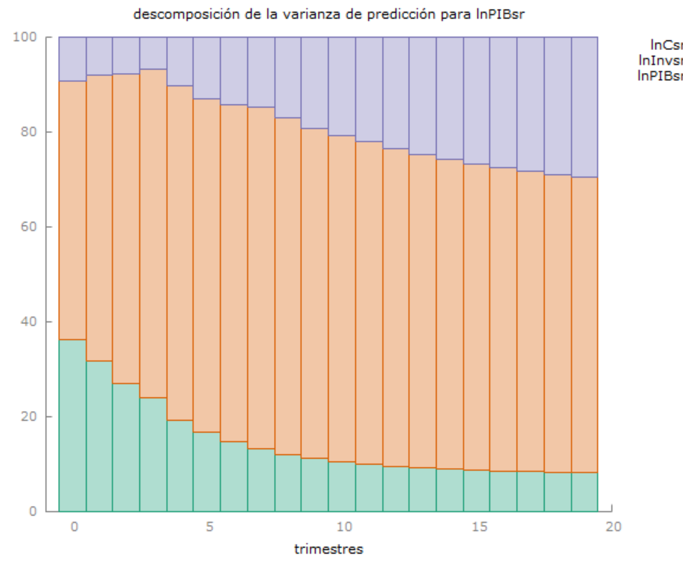
Tabla 3.9.1. Descomposición de la Varianza (en %) del PIB

Periodo	Desv. Típica	lnInvsr	lnCsr	lnPIBsr
0	0,0258961	54,616	36,067	9,317
1	0,0277623	60,228	31,636	8,137
2	0,0306431	65,331	26,875	7,794
3	0,0335704	69,382	23,904	6,714
4	0,0376122	70,673	19,126	10,201
5	0,0406188	70,431	16,553	13,016
6	0,0431857	71,098	14,726	14,177
7	0,0456169	71,975	13,198	14,828
8	0,0480831	70,923	11,976	17,101
9	0,0503838	69,688	11,065	19,247
10	0,0525616	68,723	10,379	20,898
11	0,0546253	68,024	9,851	22,125
12	0,0565819	66,957	9,443	23,600
13	0,0584085	66,110	9,125	24,764
14	0,0601697	65,356	8,871	25,773
15	0,0618976	64,642	8,669	26,688
16	0,0635528	63,924	8,505	27,571
17	0,0651412	63,348	8,363	28,290

18	0,0666853	62,830	8,237	28,933
19	0,0681966	62,346	8,129	29,525

Fuente: Elaboración propia a partir de resultados obtenidos en Gretl

Gráfico 3.9.1. Descomposición de la Varianza (en %) del PIB



Fuente: Elaboración en Gretl

Se aprecia cómo es la Inversión responsable fundamental de la variabilidad que presenta el PIB a corto plazo. En un inicio la Inversión es responsable en un 54,6% de la variabilidad del PIB, aumentando dicha proporción poco a poco hasta llegar a alcanzar un máximo del 70%. En un inicio, el Consumo explica el 36% de la variabilidad del PIB, aunque va disminuyendo rápidamente su influencia, en pro de la Inversión y del propio PIB.

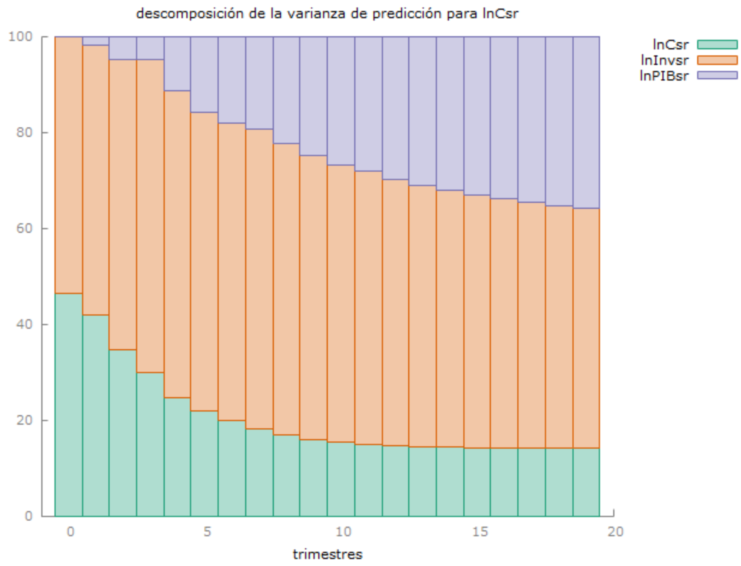
Tabla 3.9.2. Descomposición de la Varianza (en %) del Consumo

Periodo	Desv. Típica	lnInvsr	lnCsr	lnPIBsr
0	0,0303359	53,4525	46,5475	0,0000
1	0,0329488	56,2248	42,0226	1,7525
2	0,0362078	60,4458	34,8053	4,749
3	0,0392775	65,4525	29,8652	4,6823
4	0,0442257	64,0015	24,6793	11,3191
5	0,0480547	62,3868	21,8553	15,758
6	0,0513264	62,0176	19,9324	18,0501
7	0,0543319	62,5578	18,148	19,2942
8	0,0575285	60,71	16,8738	22,4163
9	0,0604838	59,1765	16,0245	24,799
10	0,063303	57,8743	15,4292	26,6966

11	0,0660086	56,8875	15,012	28,1005
12	0,0685989	55,5388	14,7086	29,7527
13	0,0710202	54,5164	14,5004	30,9832
14	0,0733575	53,5919	14,353	32,0551
15	0,0756554	52,734	14,258	33,008
16	0,0778581	51,8915	14,1886	33,9199
17	0,0799711	51,2137	14,1378	34,6485
18	0,0820249	50,5982	14,0954	35,3064
19	0,0840352	50,0269	14,0653	35,9078

Fuente: Elaboración propia a partir de resultados obtenidos en Gretl

Gráfico 3.9.2. Descomposición de la Varianza (en %) del Consumo



Fuente: Elaboración en Gretl

Respecto de la variabilidad que presenta el Consumo, se observa que la parte proporcional que se debe a la Inversión va desde un 53,5% aproximadamente, estabilizándose en torno al 50%. EL PIB que inicialmente no tiene peso representativo, a medida que aumentamos el tiempo para medir el efecto de unas variables sobre otras, llega a alcanzar un 36% aproximadamente en detrimento del propio Consumo.

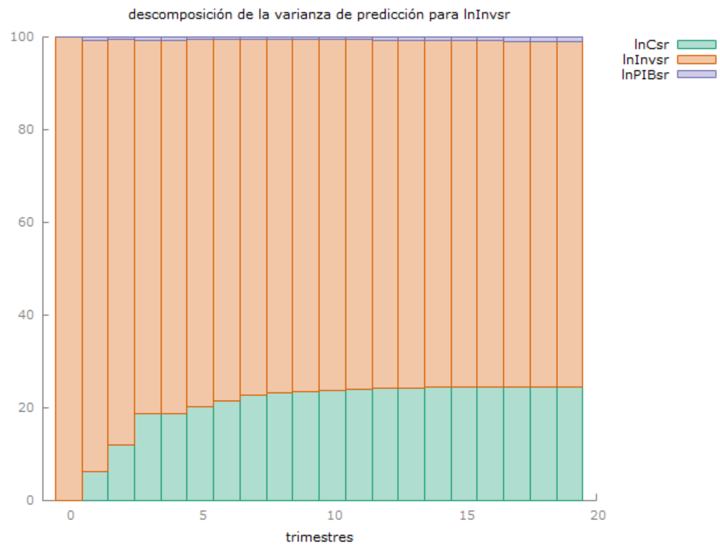
Tabla 3.9.3. Descomposición de la Varianza (en %) de la Inversión

Periodo	Desv. Típica	lnInvsr	lnCsr	lnPIBsr
0	0,031424	100	0,0000	0,0000
1	0,0410965	93,0131	6,2487	0,7382
2	0,0517856	87,5161	11,9404	0,5435
3	0,0635435	80,5596	18,6421	0,7983

4	0,0750703	80,6524	18,6543	0,6933
5	0,0848918	79,1139	20,292	0,5941
6	0,0945089	77,978	21,5068	0,5152
7	0,104113	76,9786	22,5933	0,4281
8	0,112804	76,4904	23,05	0,4596
9	0,120654	76,0412	23,445	0,5138
10	0,1281	75,7048	23,7486	0,5466
11	0,135256	75,461	23,9671	0,5719
12	0,141859	75,2362	24,1164	0,6474
13	0,148091	75,0441	24,2399	0,7160
14	0,154043	74,9073	24,322	0,7707
15	0,159741	74,8128	24,3655	0,8217
16	0,165155	74,7136	24,4072	0,8792
17	0,170371	74,6339	24,4411	0,9250
18	0,175415	74,5695	24,4656	0,9649
19	0,180295	74,5176	24,4795	1,0029

Fuente: Elaboración propia a partir de resultados obtenidos en Gretl

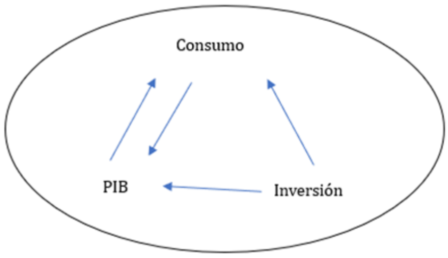
Gráfico 3.9.3. Descomposición de la Varianza (en %) de la Inversión



Fuente: Elaboración en Gretl

Cómo vemos, la variabilidad de la Inversión se debe fundamentalmente a ella misma. El Consumo va tomando peso en el transcurso del tiempo, llegando a explicar hasta casi un 25% de la variabilidad de la Inversión. Cierto es que dicha descomposición está condicionada al orden establecido en el vector Y_t, en la construcción del modelo. Dicho orden está asociado a los contrastes de causalidad que hemos estudiado previamente.

Figura 3.9.1. Relaciones de Causalidad en el sentido de Granger



Fuente: Elaboración propia

Por tanto, por grado de exogeneidad, la ordenación es Inversión, Consumo y PIB, aunque bien es cierto que el PIB causa al Consumo. Con esta circunstancia, otra ordenación hubiera tenido cabida. Si hubiéramos establecido otro orden, los gráficos previos hubieran cambiado, fundamentalmente, en los primeros periodos, pero la evolución en el tiempo sería la misma.

4. CONCLUSIONES

Al término de este estudio, las conclusiones más relevantes que podemos extraer son las siguientes:

- Las variables con las que hemos trabajado (salvo el tipo de interés) han resultado ser integradas de orden 1 [**I (1)**].
- Hemos determinado que el número de retardos necesario para que la estimación MCO sea consistente es 5, por lo que hemos seleccionado un P=5 en un ***VAR*** **(5)**, basándonos en el Criterio *AIC de Akaike,* y en el *Contraste de significatividad conjunta LR*.
- En cuanto al orden de exogeneidad que determina las relaciones de causalidad del modelo, hemos concluido a través del *Contraste de Causalidad de Granger* que la variable que presenta un mayor grado de exogeneidad es la Inversión, pues no es causada ni por el Consumo ni por el PIB. En segundo lugar, se encontraría el Consumo, y en tercero, el PIB.
- Las relaciones de cointegración son fundamentales para determinar si existe o no una relación de equilibrio en el largo plazo entre variables. Para ello, nos hemos valido de los *Contrastes de Engle y Granger*, por un lado, y de *Johansen* por otro. Si bien con

el primero rechazábamos que existiese una relación de cointegración, tras realizar el Contraste de Johansen aceptábamos la existencia de una relación de equilibrio de largo plazo para nuestras variables objeto de estudio.

- Con todo lo anterior, podemos estimar un modelo **VECM (5,1)**, para estudiar las relaciones que presentan nuestras variables tanto en el corto como en el largo plazo. En este modelo todas las variables son estacionarias, pues trabajamos en incrementos de las mismas, por lo que podemos realizar inferencia estadística.
- La capacidad explicativa de nuestro modelo VECM (5,1) resultaba ser notablemente alta. Además, veíamos que en las tres ecuaciones (Consumo, Inversión y PIB) el coeficiente de corrección del error era significativo, lo cual significa que cuando se produce un desequilibrio que afecta a la relación de largo plazo, las tres tasas de crecimiento reaccionarán ante este en el corto plazo.
- La suma de las elasticidades del PIB ante variaciones en sus componentes es la unidad. La relación de cointegración concluye que si tanto el Consumo, como la Inversión, como el Gasto Público aumentan un 1%, el PIB aumentará un 1% siendo ese 1% debido en un 70% aproximadamente al crecimiento del Consumo, un 23% al crecimiento del Gasto Público, y un 7% aproximadamente al crecimiento de la Inversión. Dichos porcentajes reflejan el peso relativo de los componentes autónomos del Gasto sobre el PIB. Este resultado revalida la tesis defendida en el trabajo de Escartín et. Al (2017) por la cual, en el equilibrio del mercado de bienes, la tasa de crecimiento del PIB no depende del multiplicador fiscal sino de los crecimientos autónomos de los componentes del PIB y de su peso relativo.
- Como era de esperar, variaciones en el Tipo de interés afectarán de manera negativa a las tasas de crecimiento de Consumo (en un 1,5%), Inversión (1,9%) y PIB (1,5%). En cuanto a la tasa autónoma de crecimiento, el Consumo variará un 5,1%, la Inversión un 6,7%, y el PIB un 5,3%.
- Hemos analizado asimismo las *Funciones de respuesta al impulso*, y hemos comprobado que los efectos de unas variables sobre otras al incrementarse en el tamaño de 1 desviación típica, se van diluyendo en el tiempo, o una vez han alcanzado cierto nivel estacionario.
- Por último, estudiando la proporción en que cada variable influye en la variabilidad en el error de predicción, obtenemos un resultado relevante, y es que, en la estimación

de la Descomposición de la Varianza del Error de Predicción, la variable que más influye en dicha Varianza es la Inversión:

- Para el PIB, la inversión es la que influye mayormente en esta variabilidad (llegando a suponer cerca del 70%), aunque conforme pasa el tiempo va ganando peso el propio PIB, en detrimento del Consumo, que pierde protagonismo.
- Respecto al Consumo, se observa que el PIB va ganando proporción a medida que avanzan los periodos, llegando a situarse en un 36% aproximadamente. La inversión se mantiene en torno a un 50%, y el propio Consumo pierde relevancia, pasando de un 46% inicial a un 14%.
- En cuanto a la Inversión – variable que hemos determinado como la más exógena -, no es de extrañar que la proporción de la variabilidad de su error sea explicada fundamentalmente por la propia Inversión en los primeros periodos, aunque posteriormente gana peso el Consumo llegando a situarse en torno al 25%.

5. <u>BIBLIOGRAFÍA</u>

1. BLANCHARD, O. (2017): *Macroeconomía. Séptima edición.* Pearson Educación S.A., Madrid.
2. SARGENT, THOMAS J. (1979): *Macroeconomic Theory.* Academic Press, Inc., Barcelona.
3. DAVIDSON, R.; MACKINNON, J (1993): "Estimation and Inference in Econometrics". *Oxford University Press, New York*
4. ENGLE, R. Y GRANGER, C. (1987): "Co-integration and error correction: Representation, estimation and testing". *Econometrica*, Vol. 55 (2). pág. 251-276
5. ESCARTÍN, E.; VELASCO, F.; GONZÁLEZ-ABRIL, L. (2017): "La Tasa de Variación del PIB en un modelo simple de determinación de la Renta". *Revista de Métodos Cuantitativos para la Economía y la Empresa*, Vol.23, pág. 210-222
6. GRANGER, C. W. J. (1969): "Investigating Causal Relations by Econometric Models and Cross-Spectral Methods". *Econometrica*, vol. 37, 424-438.
7. JOHANSEN, S. (1988): "Statistical analysis of cointegration vectors". Journal of Economic Dynamics and Control. Vol.12, (2-3) pág. 231-254.

6. ANEXOS

ANEXO 1

Obtención de la expresión VECM (5,1) a partir del VAR (5):

$$\Delta Y_t = -\Pi Y_{t-1} + \sum_{i=1}^{4} \Gamma_i \Delta Y_{t-i} + \mathrm{B}_0 X_t + u_t$$

Dicho modelo es una transformación del *VAR* (5) en niveles:

$$Y_t = A_0 + \sum_{i=1}^{5} \mathrm{A}_i Y_{t-i} + \mathrm{B}_0 X_t + u_t$$

Definimos: $\Delta Y_t = Y_t - Y_{t-1} \rightarrow por\ lo\ que\ Y_{t-1} = Y_t - \Delta Y_t$

$$Y_{t-2} = Y_{t-1} - \Delta Y_{t-1}$$

$$Y_{t-3} = Y_{t-2} - \Delta Y_{t-2} = Y_{t-1} - \Delta Y_{t-1} - \Delta Y_{t-2}$$

$$Y_{t-4} = Y_{t-1} - \Delta Y_{t-1} - \Delta Y_{t-2} - \Delta Y_{t-3}$$

$$Y_{t-5} = Y_{t-1} - \Delta Y_{t-1} - \Delta Y_{t-2} - \Delta Y_{t-3} - \Delta Y_{t-4}$$

VAR(P): $Y_t = A_1 Y_{t-1} + A_2 Y_{t-2} + \cdots + A_p Y_{t-p} + u_t$

$$Y_t = A_1 Y_{t-1} + A_2(Y_{t-1} - \Delta Y_{t-1}) + A_3(Y_{t-1} - \Delta Y_{t-1} - \Delta Y_{t-2}) + A_4(Y_{t-1} - \Delta Y_{t-1} - \Delta Y_{t-2} - \Delta Y_{t-3}) +$$

$$A_5(Y_{t-1} - \Delta Y_{t-1} - \Delta Y_{t-2} - \Delta Y_{t-3} - \Delta Y_{t-4}) + u_t$$

$$Y_t = (A_1 + A_2 + A_3 + A_4 + A_5) Y_{t-1} - (A_2 + A_3 + A_4 + A_5)\Delta Y_{t-1} - (A_3 + A_4 + A_5)\Delta Y_{t-2} - (A_4 + A_5)\Delta Y_{t-3} - A_5 \Delta Y_{t-4} + u_t$$

$$\Delta Y_t = -(I - A_1 - A_2 - A_3 - A_4 - A_5) Y_{t-1} - (A_2 + A_3 + A_4 + A_5)\Delta Y_{t-1} - (A_3 + A_4 + \cdots + A_p)\Delta Y_{t-2} - \cdots - A_p \Delta Y_{t-p+1} + u_t$$

$$\Delta Y_t = -\Pi Y_{t-1} + \Gamma_1 \Delta Y_{t-1} + \Gamma_2 \Delta Y_{t-2} + \Gamma_3 \Delta Y_{t-3} + \Gamma_4 \Delta Y_{t-4} + u_t$$

$$\Delta Y_t = -\left(I - \sum_{j=1}^{5} A_j\right) Y_{t-1} + \sum_{j=1}^{4}\left(-\sum_{i=j+1}^{5} A_i\right)\Delta Y_{t-j} = -\Pi Y_{t-1} + \sum_{j=1}^{4} \Gamma_j \Delta Y_{t-j}$$

$$\Delta Y_t = -\Pi Y_{t-1} + \sum \Gamma_i \Delta Y_{t-i} + u_t$$

$$\Pi = \left(I - \sum_{j=1}^{5} A_j \right) \quad \Gamma_s = \left(- \sum_{i=s+1}^{5} A_i \right)$$

ANEXO 2

Obtención de la expresión de los Efectos Totales del Tipo de Interés sobre las tasas de crecimiento de las variables Consumo, Inversión y PIB:

$$\Delta Y_t = -\Pi Y_{t-1} + \sum_{i=1}^{4} \Gamma_i L^i \Delta Y_{t-i} + \mathrm{B}_0 X_t + u_t$$

$$\rightarrow \left(I - \sum_{i=1}^{4} \Gamma_i \, \mathrm{L^i} \right) \Delta Y_t = -\Pi Y_{t-1} + \mathrm{B}_0 X_t + u_t$$

$$\rightarrow \Delta Y_t = -\left(I - \sum_{i=1}^{4} \Gamma_i \, \mathrm{L^i} \right)^{-1} \Pi Y_{t-1} + \underbrace{\left(I - \sum_{i=1}^{4} \Gamma_i \, \mathrm{L^i} \right)^{-1} \mathrm{B}_0}_{\text{Efectos totales de las variaciones en el tipo de interés sobre las Tasas de crecimiento}} X_t + \left(I - \sum_{i=1}^{4} \Gamma_i \, \mathrm{L^i} \right)^{-1} U_t$$

El efecto a largo plazo, se valora en L=1

ANEXO 3

Obtención de la Matriz P mediante la *Descomposición de Cholesky*:

$$\underbrace{\begin{pmatrix} \sigma_1^2 & \sigma_{12} & \sigma_{13} \\ \sigma_{21} & \sigma_2^2 & \sigma_{23} \\ \sigma_{31} & \sigma_{32} & \sigma_3^2 \end{pmatrix}}_{V(U_t) = \Sigma} = \underbrace{\begin{pmatrix} A & 0 & 0 \\ B & C & 0 \\ D & E & F \end{pmatrix}}_{P} . \underbrace{\begin{pmatrix} A & B & D \\ 0 & C & E \\ 0 & 0 & F \end{pmatrix}}_{P'}$$

$$\underbrace{\begin{pmatrix}9,20 & 6,97 & 7,46\\ 6,97 & 9,87 & 6,01\\ 7,46 & 6,01 & 6,70\end{pmatrix}\cdot 10^{-4}}_{\hat{V}(U_t)=\Sigma} = \underbrace{\begin{pmatrix}A & 0 & 0\\ B & C & 0\\ D & E & F\end{pmatrix}}_{P}\cdot\underbrace{\begin{pmatrix}A & B & D\\ 0 & C & E\\ 0 & 0 & F\end{pmatrix}}_{P'}$$

$$A^2 = 9{,}20 \rightarrow A = 3{,}03 \qquad AB = 6{,}97 \rightarrow B = 2{,}30 \ldots$$

ANEXO 4

Determinación de la expresión para obtener la descomposición de la varianza para H periodos hacia Adelante, en un VAR(P) compuesto de m variables (3 en nuestro caso)

$$V\big(e_{iT}(H)\big) = \sum_{j=1}^{m}\sum_{s=0}^{H-1}\Phi_{ijs}^2 = \sum_{s=0}^{H-1}\Phi_{i1s}^2 + \sum_{s=0}^{H-1}\Phi_{i2s}^2 + \cdots + \sum_{s=0}^{H-1}\Phi_{ims}^2$$

Demostración:

Para valorar las predicciones, utilizamos la expresión alternativa MA (∞)

- Valor futuro de la variable a predecir: $Y_{t+h} = \mu + \sum_{s=0}\phi_s u_{T+h-s}$
- Predicción: $E(Y_{T+h}/I_T) = \mu + \sum_{s=h}\phi_s u_{T+h-s}$
- Error de predicción:

$$Y_t = \sum_{s=0}^{h-1}\phi_s u_{T+h-s} = \sum_{s=0}^{h-1}\phi_s P\varepsilon_{T+h-s} = \sum_{s=0}^{h-1}\Phi_s\varepsilon_{T+h-s} \rightarrow$$

- Varianza del error: $V\big(e_T(h)\big) = \sum_{s=0}^{h-1}\phi_s\Sigma_{\mathrm{u}}\phi_s{}' = \sum_{s=0}^{h-1}\Phi_s\Phi_s{}'$