



**Universidad**  
Zaragoza

# Trabajo Fin de Grado

## Magisterio en Educación Infantil

El trabajo del álgebra temprana mediante patrones de repetición en Educación Infantil

Early algebra work through repeating patterns in Early Childhood Education

Autor/es

Sara Gutiérrez Ezquerro

Director/es

José María Muñoz Escolano

FACULTAD DE EDUCACIÓN

2024

## RESUMEN

El presente Trabajo de Fin de Grado se enfoca en la realización de una secuencia didáctica orientada a trabajar los patrones de repetición mediante patrones rítmicos en niños y niñas de 1º de Educación Infantil (de ahora en adelante, EI) cuyas edades se comprenden entre 3 y 4 años. Para ello, se realiza una búsqueda bibliográfica centrada en la importancia de las matemáticas en EI, el cambio conceptual hacia el álgebra temprana, y, el trabajo con patrones, así como un breve recorrido por diferentes currículos para ver qué importancia se le da al álgebra temprana. Después, se explica el contexto en el que se va a llevar a cabo la secuencia, así como la propuesta de intervención que va dirigida a un alumnado en concreto de un colegio público de Zaragoza. Tras su puesta en práctica, se analiza sus resultados, observando si se encuentran avances en el trabajo con patrones tras haber llevado a cabo la propuesta, destacando las dificultades encontradas y las posibles pautas de mejora, así como los resultados obtenidos. Finalmente, se concluye con una valoración final acerca del trabajo realizado.

**Palabras clave:** matemáticas, álgebra temprana, patrón de repetición, patrón rítmico, educación infantil

## ABSTRACT

This Final Degree Project focuses on the development of a didactic sequence aimed at working on repetition patterns through rhythmic patterns in children in the first year of Infant Education (from now on, IE) whose ages are between 3 and 4 years old. To do so, a literature search is carried out focusing on the importance of mathematics in IE, the conceptual shift towards early algebra, and working with patterns, as well as a brief tour through different curricula to see what importance is given to early algebra. Then, the context in which the sequence is going to be carried out is explained, as well as the intervention proposal that is aimed at a specific group of students in a public school in Zaragoza. After its implementation, the results are analysed, observing if any progress is found in the work with patterns after having carried out the proposal, highlighting the difficulties encountered and the possible guidelines for improvement, as well as the results obtained. Finally, it concludes with a final assessment of the work executed.

**Keywords:** mathematics, early algebra, repetition pattern, rhythmic pattern, early childhood education

## Índice

INTRODUCCIÓN Y JUSTIFICACIÓN .....	4
CAPÍTULO 1. MARCO TEÓRICO .....	7
1.1. Nuestro punto de partida: matemáticas en infantil.....	7
1.2. Un cambio conceptual respecto a los saberes matemáticos escolares: de habilidades lógico-matemáticas al álgebra temprana. ....	8
1.3. El álgebra temprana en distintos currículos educativos .....	11
1.3.1. <i>Una revisión del nuevo currículo de Infantil desde la mirada de la Ed.                 Matemática.</i> .....	11
1.3.2. <i>El álgebra temprana en el currículo español y aragonés.</i> .....	15
1.3.3. <i>El álgebra temprana en documentos curriculares internacionales.</i> .....	16
1.4. El trabajo con patrones en el álgebra temprana.....	18
CAPÍTULO 2. MARCO METODOLÓGICO .....	24
2.1. Contexto .....	24
<i>El centro educativo</i> .....	24
<i>El aula</i> .....	24
<i>El alumnado</i> .....	27
2.2. Prueba piloto y toma de decisiones sobre el diseño de la propuesta.....	28
2.3. Reformulación de los objetivos del Trabajo de Fin de Grado.....	31
2.4. Planificación del trabajo e instrumentos de recogida de datos.....	32
CAPÍTULO 3. SECUENCIA DIDÁCTICA PLANTEADA .....	34
3.1. Actividad 1: ¿Nos copiamos?.....	34

3.2. Actividad 2: ¡Encontrando el sonido perdido! .....	35
3.3. Actividad 3: Seguí vosotros solos .....	36
3.4. ¿Lo hacemos de otra forma? .....	37
3.5. La búsqueda del patrón .....	38
3.6. Creamos nuestro patrón.....	39
3.7. Volvemos a empezar .....	40
CAPÍTULO 4. ANÁLISIS DE LA IMPLEMENTACIÓN DE LA SECUENCIA Y	
RESULTADOS.....	41
4.1. Resultados actividad 1 (copiar un patrón).....	41
4.2. Resultados actividad 2 (interpolar) .....	42
4.3. Resultados actividad 3 (extender) .....	43
4.4. Resultados actividad 4 (abstraer o traducir).....	46
4.5. Resultados actividad 5 (reconocer la unidad de repetición).....	48
4.6. Resultados actividad 6 (crear un patrón).....	49
4.7. Resultados actividad 7 (prueba piloto).....	52
4.8. Dificultades encontradas .....	55
CAPÍTULO 5. CONCLUSIONES .....	
5.1. Conclusiones respecto a los objetivos planteados.....	57
5.2. Repercusión e influencia en mi futura práctica docente .....	59
REFERENCIAS.....	60
ANEXOS .....	66

## INTRODUCCIÓN Y JUSTIFICACIÓN

En este trabajo se presenta una forma de trabajar las matemáticas, concretamente el álgebra temprana y el trabajo con patrones de repetición, en el segundo ciclo de EI, dando respuesta a mi interés de crear una propuesta de trabajo en un aula para desarrollar el pensamiento algebraico en los niños de tres años.

Este trabajo nace del interés por la didáctica de las matemáticas y, parte, por tanto, de una metodología centrada en el uso de materiales manipulativos y en actividades en las que el alumnado sea el sujeto activo del aprendizaje. En este trabajo se propone una secuencia didáctica compuesta por una serie de actividades que están estructuradas en base al Enfoque de los Itinerarios de Enseñanza de las Matemáticas que propone Alsina (2020, 2022a), trabajando así la enseñanza en contextos informales, junto con la estructura que siguen Acosta et al., (2022b) y Pincheira et al., (2022) para trabajar los patrones de repetición, todo ello adaptado para niños del segundo ciclo de EI, concretamente para el alumnado del primer curso (3-4 años).

Asimismo, la propuesta se centra en alcanzar aprendizajes significativos y fomentar el interés de los niños por adquirir conocimientos matemáticos, creando actividades atractivas y divertidas que les permitan disfrutar del aprendizaje. Por tanto, el presente trabajo persigue los siguientes objetivos didácticos:

1. Diseñar una secuencia didáctica de tareas para el trabajo con patrones de repetición.
2. Implementar la secuencia didáctica planificada.
3. Analizar el desempeño de estos niños respecto a distintas habilidades asociadas al pensamiento recursivo y relacional.

Estos objetivos se modificarán una vez conocido el centro escolar y las características del alumnado con el que se va a llevar a cabo la secuencia didáctica.

Este trabajo se estructura en cinco capítulos. El primer capítulo sirve de marco conceptual para desarrollar el trabajo. En él se hace una revisión bibliográfica de la enseñanza de las matemáticas en EI, el cambio conceptual hacia el álgebra temprana, así como el trabajo con patrones, y, un breve recorrido por diferentes currículos para ver qué peso tienen las

matemáticas en ellos, aunque, más concretamente, se analiza en qué porcentaje se trabaja el álgebra temprana o *Early Algebra*.

En el segundo capítulo se detalla el marco metodológico contextualizando el colegio en el que se va a desarrollar la propuesta didáctica y el alumnado con el que se va a llevar a cabo. El colegio es un centro público de la ciudad de Zaragoza, calificado como un centro de “especial dificultad”, ya que está suspendido el régimen ordinario de provisión de puestos a través del concurso general de traslados. El aula en el que se va a llevar a cabo la secuencia es un aula de 1º de EI que cuenta con un total de 17 alumnos y alumnas que tienen una edad de entre 3 y 4 años. En este capítulo, además, se va a detallar los resultados obtenidos en la prueba piloto con el fin de observar hasta qué punto habían trabajado con patrones de repetición. Es en este punto en el que se demuestra que el alumnado necesita otras vías de acceso para trabajar los patrones de repetición, acudiendo así a trabajarlos musicalmente, precisamente mediante los patrones rítmicos. Después se detalla cómo se va a realizar la evaluación y qué instrumentos son necesarios para completarla.

El contexto de la experimentación determina cambios sustanciales tanto en el diseño de la secuencia, como en la naturaleza de los resultados que se obtienen en la implementación. Al recurrir a la música para trabajar aspectos matemáticos se explora las nociones de interdisciplinaridad y cómo una disciplina puede contribuir a desarrollar aspectos de otra, viendo así la relación que guardan la música y las matemáticas. Es por ello por lo que, a través de diferentes actividades, se pretende implementar actividades útiles que permitan desarrollar los patrones de repetición, y, por ende, el pensamiento algebraico mediante actividades musicales en las que se utilice la misma canción. Estudiar la relación que guardan estas dos disciplinas no era un propósito principal a la hora de realizar este trabajo, pero, dadas las circunstancias del contexto, surge la posibilidad de estudiar si la música ayuda a interiorizar conceptos matemáticos.

En el tercer capítulo se plantea la secuencia didáctica compuesta por siete actividades de elaboración propia, que, como se mencionó anteriormente, están destinadas a trabajar los patrones de repetición, pero desde un contexto musical, ya que, se utiliza una canción para desarrollarlas. La propuesta está orientada a adquirir diferentes habilidades relacionadas con el pensamiento recursivo y relacional tal y como señalan Acosta et al., (2022b) y Pincheira et al., (2022). Para ello, se destinan las primeras seis actividades a trabajar en cada una de ellas una

habilidad de las propuestas por Acosta et al., (2022a) y Pincheira et al., (2022), y la séptima se enfoca a volver a repetir la prueba piloto realizada antes de la secuencia.

En el cuarto capítulo se describe la experiencia, explicando brevemente cuál es el grado de aceptación del alumnado a la hora de implementarla, así como las posibles dificultades frente a las que se encontraron. Por consiguiente, se detallan las dificultades encontradas a la hora de llevar a cabo la propuesta, entre las que se encuentran: no disponer de un espacio ni un tiempo determinado para implementar la secuencia, dificultades de tipo conductual en el alumnado, como no respetar el turno de palabra, una avería en el ordenador y en los altavoces, y no poder realizar fotografías ni grabar mientras se realiza la propuesta. Por consiguiente, esta información se perfila gracias a completar las rúbricas de evaluación que dan una información más precisa sobre dichos resultados. Este capítulo se finaliza analizando los resultados obtenidos de la prueba piloto tras realizar toda la secuencia, y en estos se ven que el alumnado sigue teniendo dificultades para trabajar con patrones cuya unidad de repetición sea más compleja que AB. Por último, se exponen las conclusiones del desarrollo del trabajo.

El quinto capítulo hace referencia a las conclusiones, en las que se detallan las conclusiones referidas a los objetivos propuestos, y las conclusiones en base a la futura práctica docente.

## **CAPÍTULO 1. MARCO TEÓRICO**

En este capítulo se va a desarrollar el marco conceptual del trabajo, en el que se va a ahondar en la importancia que tienen las matemáticas en EI, así como en las nuevas tendencias matemáticas que pretenden trabajar las habilidades lógico-matemáticas con otra finalidad más concreta, que es la de desarrollar el pensamiento algebraico o Early Algebra. Tras analizar esta nueva tendencia, se va a contrastar cuánta importancia se le da en diferentes currículos de EI, además de observar hasta qué punto se trabajan contenidos matemáticos. Por último, se desarrolla un contenido relevante en el trabajo del álgebra temprana como es el trabajo con patrones.

### **1.1. Nuestro punto de partida: matemáticas en infantil**

El desarrollo de la competencia matemática en el aula de cualquier nivel educativo (Infantil, Primaria, Secundaria) supone un auténtico reto desde el punto de vista del docente, puesto que tiene que planificar los procesos de enseñanza y aprendizaje en base a sus creencias, decisiones y consideraciones sobre lo que significa enseñar matemáticas y el mejor modo de hacerlo (Arteaga y Macías, 2016). Esto se debe, por un lado, a la importancia que tiene que los escolares alcancen un alto grado de desarrollo de la misma, y a la complejidad de los saberes y procesos involucrados.

En concreto, la educación matemática en Educación Infantil (de ahora en adelante EI), sirve para fomentar el pensamiento abierto, reflexivo, flexible y creativo de los niños, para que poco a poco desarrollen su competencia matemática (Castro y Castro, 2016). Además, Margolinas (1993) citada en Chamorro (2005) afirma que una de las funciones de las matemáticas en esta etapa citada es la anticipación de los resultados, cuyo término tiene un doble sentido, predecir y garantizar cuál es la validez de la predicción.

La enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas en niños y niñas de 3 a 5 años no es una práctica escolar reciente, ya que históricamente ha sido una parte importante de la misma (Ginsburg et al., 2008). La matemática, disciplina ha estado presente desde el principio de los tiempos, es necesaria para desarrollar procesos y actividades en los infantes. Es en esta edad cuando se desarrollan múltiples destrezas y capacidades gracias al deseo de descubrir de los niños, algo que también está presente en actividades cotidianas de los mismos, como jugar (Arteaga y Macías, 2016; Ginsburg, 2002). En su entorno cotidiano, es en donde los niños y



niñas de esta edad desarrollan unas matemáticas muy completas, pues se abarcan diferentes temas como el espacio, la forma y el patrón, al igual que el número y las operaciones (Ginsburg et al., 2008). Por todo ello, para adquirir una cultura matemática será necesario partir del entorno y los conocimientos obtenidos de él, y, también, de los conocimientos que pueda ofrecer el docente, persona que juega un papel muy importante en la etapa escolar (Arteaga y Macías, 2016).

Así pues, desde su nacimiento, el niño va desarrollando aprendizajes matemáticos, más concretamente, estructuras relacionadas con el pensamiento lógico-matemático gracias a la interacción con el medio que le rodea y a las herramientas que le brinda el docente, que será lo que le permita estructurar y desarrollar la capacidad de razonar (Vara, 2013). Dichas habilidades son esenciales en el aprendizaje de las matemáticas y son parte del sistema cognitivo de las personas, que es el que permite razonar, y, en consecuencia, construir los conocimientos matemáticos y los relacionados con otros contenidos curriculares.

Para adquirir conocimientos matemáticos en esta edad, es muy importante ofrecer al infante la posibilidad de construir su conocimiento relacionando las experiencias que se obtienen de la manipulación de los objetos. De esta manera, se estará iniciando en el aprendizaje del razonamiento lógico-matemático, que, en líneas generales, trata de estudiar las cualidades sensoriales (forma, tamaño, color...), mediante la identificación, definición y/o reconocimiento de dichas cualidades, analizando las relaciones establecidas entre elementos y observando los cambios que en él se producen (Vara, 2013). Por lo tanto, es muy importante que los niños y niñas jueguen y establezcan relaciones mediante clasificaciones, ordenaciones o seriaciones para adquirir y dominar su pensamiento lógico-matemático, y, de esta forma, desarrollar su inteligencia.

## **1.2. Un cambio conceptual respecto a los saberes matemáticos escolares: de habilidades lógico-matemáticas al álgebra temprana.**

Históricamente, asociado al currículo de matemáticas en EI, aparecen una serie de tareas que fomentan la adquisición de conocimiento matemático. Dichas tareas son realizadas por niños y niñas cuando manipulan materiales, y, se relacionan, como afirma Alsina (2019), en los trabajos de Montessori, Piaget, Froebel o Dienes con el desarrollo de las “habilidades lógico-matemáticas” o el “razonamiento lógico-matemático”. La tradición de la educación matemática, gracias a las aportaciones de los autores antes mencionados, relaciona las

actividades de clasificar, ordenar o seriar al ámbito denominado *lógico-matemático* que se entendía propio de esta etapa escolar. Estas habilidades, en muchas ocasiones, tenían una finalidad cognitiva de preparar la introducción posterior de la idea de número en los escolares.

Las nuevas tendencias en educación matemática destacan el papel de este tipo de actividades no tanto para trabajar una idea general de *pensamiento lógico matemático*, sino con una finalidad más concreta. Diversos autores, como Acosta y Alsina (2020), Acosta et al., (2022a), Alsina (2020), Lüken (2020) o Tirosh et al., (2018), entre otros, señalan que estas habilidades son buenas en tanto en cuanto se identifican ciertas “estructuras” generales en las colecciones de elementos, en las formas de los objetos y cómo cambian los mismos, etc. y que son fundamentales en etapas educativas posteriores. Por tanto, plantear tareas que fomenten este tipo de habilidades en los niños y las niñas tienen interés en EI ya que permiten desarrollar un pensamiento en particular, el *pensamiento algebraico*. Este pensamiento se propone desarrollar desde los primeros niveles de escolarización a partir del *álgebra temprana*. Pero ¿qué es el pensamiento algebraico?, ¿cómo se desarrolla?, ¿en qué consiste el álgebra temprana?

El pensamiento algebraico puede considerar varias dimensiones del álgebra. Kaput et al., (2008) plantean que el álgebra escolar incluye diferentes tareas como “(1) comprender patrones, relaciones y funciones, (2) utilizar símbolos algebraicos para describir y analizar situaciones matemáticas, (3) utilizar modelos matemáticos para representar y comprender relaciones cuantitativas y (4) analizar el cambio en diversos contextos” (p. 450). Asimismo, el pensamiento algebraico se puede ver como una forma diferente de reflexionar sobre las matemáticas, puesto que este proporciona herramientas que permiten representar y analizar relaciones cuantitativas, ejemplificar situaciones, y resolver problemas en las áreas matemáticas (Knuth et al., 2016; Vergel, 2015).

Así pues, otro elemento clave de la educación matemática en general y del pensamiento algebraico en particular es el proceso de *generalización* (Papic, 2015). La generalización es un proceso mental concebido como prerequisite en la abstracción matemática, ya que “generalizar es derivar o inducir a partir de elementos, identificar puntos en común y ampliar los dominios de validez” (Dreyfus, 2002, p. 35).

Blanton y Kaput (2005) plantean que es necesario fomentar el desarrollo de este tipo de pensamiento a través de la instrucción en aulas de Primaria e Infantil. La enseñanza del

álgebra temprana en las aulas está diseñada para desarrollar hábitos de pensamiento en las aulas que aborden las estructuras fundamentales de las matemáticas a través de tareas diseñadas para observar patrones, relaciones y propiedades matemáticas en las que los estudiantes puedan explorar, predecir, discutir, argumentar y comprobar ideas.

Según Pincheira y Alsina (2021), el álgebra temprana es:

La capacidad de desarrollar modos de pensamientos algebraicos vinculados al álgebra como a otras áreas del currículo de matemáticas como los números, geometría, medida.... Para ello, es necesario capacitar a los niños de educación infantil para experimentar con elementos u objetos a partir del reconocimiento de atributos con el propósito de establecer relaciones, realizar seriaciones a partir de patrones de repetición y describir cambios cualitativos y cuantitativos. (p. 175-176)

Alsina (2022a) concreta que el álgebra temprana está vinculada con 3 conocimientos matemáticos propios de la etapa de EI: “1) reconocimiento de atributos para establecer relaciones: clasificaciones, ordenaciones, correspondencias, etc., 2) patrones de repetición: identificación, construcción y representación del patrón, y, 3) descripción de cambios: cualitativos y cuantitativos” (p. 55) y que es importante que estos contenidos se desarrollen en la primera edad.

Todo esto hace que, si bien, el tipo de actividades instruccionales puedan ser similares, el propósito educativo de las mismas ya no lo es, ya que se busca trabajar el álgebra temprana y el pensamiento algebraico en EI. Para ello se siguen utilizando clasificaciones, ordenaciones o patrones de repetición en EI, pero ni las situaciones en las que aparecen envueltas son iguales, puesto que ahora se pretende ampliar el tipo de trabajo que se realiza con los patrones, antes que la mera reproducción del mismo (Acosta et al., 2022b; Pincheira et al., 2022). Asimismo, todas las actividades que tienen que ver con la descripción de cambios cualitativos y cuantitativos (Alsina, 2022a) tampoco se encuentran dentro de las denominadas “actividades lógico-matemáticas” en Infantil.

A pesar de estas nuevas aportaciones, en diversos países, los currículos que rigen las enseñanzas mínimas en EI se siguen refiriendo a las “habilidades lógico-matemáticas” o al “razonamiento lógico-matemático” en lugar de a álgebra temprana. Alsina (2019) apunta a que esto se puede deber al gran efecto que causó la lógica-matemática cuando se incorporó, y a la ausencia del álgebra como contenido matemático curricular en la primera edad, alegando que

“los niños menores de 6 años se deben iniciar en tareas de discriminación de atributos de objetos, en la percepción de sus semejanzas y diferencias, o bien en la clasificación y ordenación de elementos, principalmente” (Alsina, 2019, p. 3).

Todas estas ideas se han ido recogiendo en mayor o menor medida en distintos currículos de EI, los cuales se analizarán y compararán a continuación.

### **1.3. El álgebra temprana en distintos currículos educativos**

#### ***1.3.1. Una revisión del nuevo currículo de Infantil desde la mirada de la Ed. Matemática.***

A nivel estatal, encontramos el Real Decreto 95/2022, de 1 de febrero, que establece la ordenación y las enseñanzas mínimas de la Educación Infantil.

La finalidad que tiene la EI es contribuir al desarrollo integral y armónico del alumnado en todas sus dimensiones: física, emocional, sexual, afectiva, social, cognitiva y artística, potenciando la autonomía personal y la creación progresiva de una imagen positiva y equilibrada de sí mismos, así como a la educación en valores cívicos para la convivencia.

Los objetivos que se persiguen son:

- a. Conocer su propio cuerpo y el de los otros, así como sus posibilidades de acción y aprender a respetar las diferencias.
- b. Observar y explorar su entorno familiar, natural y social.
- c. Adquirir progresivamente autonomía en sus actividades habituales.
- d. Desarrollar sus capacidades emocionales y afectivas.
- e. Relacionarse con los demás en igualdad y adquirir progresivamente pautas elementales de convivencia y relación social, así como ejercitarse en el uso de la empatía y la resolución pacífica de conflictos, evitando cualquier tipo de violencia.
- f. Desarrollar habilidades comunicativas en diferentes lenguajes y formas de expresión.
- g. Iniciarse en las habilidades lógico-matemáticas, en la lectura y la escritura, y en el movimiento, el gesto y el ritmo.
- h. Promover, aplicar y desarrollar las normas sociales que fomentan la igualdad entre hombres y mujeres.

De todos estos objetivos, el único que va destinado a trabajar la educación matemática es el objetivo g. Los saberes matemáticos son clave en la adquisición de este objetivo, es por ello por lo que estarán muy presentes en la propuesta que se realizará más adelante.

En cuanto a las competencias clave, se encuentra una que guarda relación con las matemáticas: *Competencia matemática y competencia en ciencia, tecnología e ingeniería*

Los niños y las niñas se inician en las destrezas lógico-matemáticas y dan los primeros pasos hacia el pensamiento científico a través del juego, la manipulación y la realización de experimentos sencillos. El proceso de enseñanza y aprendizaje en Educación Infantil se plantea en un contexto sugerente y divertido en el que se estimula, desde un enfoque coeducativo, la curiosidad de niños y niñas por entender aquello que configura su realidad, sobre todo lo que está al alcance de su percepción y experiencia, respetando sus ritmos de aprendizaje. Con esta finalidad, se invita a observar, clasificar, cuantificar, construir, hacerse preguntas, probar y comprobar, para entender y explicar algunos fenómenos del entorno natural próximo, iniciarse en el aprecio por el medioambiente y en la adquisición de hábitos saludables. Para el desarrollo de esta competencia clave, se presta una especial atención a la iniciación temprana en habilidades numéricas básicas, la manipulación de objetos y la comprobación de fenómenos. (BOE, 2022, pp 14571)

Por otro lado, en cuanto a las áreas de desarrollo, en la que más se trabajan aspectos matemáticos es en el área 2, *Descubrimiento y Exploración del Entorno*.

En ella se puede destacar la competencia específica 1. Identificar las características de materiales, objetos y colecciones y establecer relaciones entre ellos, mediante la exploración, la manipulación sensorial, el manejo de herramientas sencillas y el desarrollo de destrezas lógico-matemáticas para descubrir y crear una idea cada vez más compleja del mundo.

Los criterios de evaluación que tiene la competencia específica 1 son:

1. Establecer distintas relaciones entre los objetos a partir de sus cualidades o atributos, mostrando curiosidad e interés.
2. Emplear los cuantificadores básicos más significativos en el contexto del juego y en la interacción con los demás.

3. Ubicarse adecuadamente en los espacios habituales, tanto en reposo como en movimiento, aplicando sus conocimientos acerca de las nociones espaciales básicas y jugando con el propio cuerpo y con objetos.
4. Identificar las situaciones cotidianas en las que es preciso medir, utilizando el cuerpo u otros materiales y herramientas para efectuar las medidas.
5. Organizar su actividad, ordenando las secuencias y utilizando las nociones temporales básicas.

Por último, en cuanto a los saberes básicos de esta área de conocimiento, los que guardan relación con las matemáticas son el A. Diálogo corporal con el entorno. Exploración creativa de objetos, materiales y espacios, cuyos conocimientos destrezas y actitudes son:

- Cualidades o atributos de objetos y materiales. Relaciones de orden, correspondencia, clasificación y comparación.
- Cuantificadores básicos contextualizados.
- Funcionalidad de los números en la vida cotidiana.
- Situaciones en las que se hace necesario medir.
- Nociones espaciales básicas en relación con el propio cuerpo, los objetos y las acciones, tanto en reposo como en movimiento.
- El tiempo y su organización: día-noche, estaciones, ciclos, calendario...

Y el saber básico C. Indagación en el medio físico y natural. Cuidado, valoración y respeto, cuyo conocimiento, destreza y actitud que guarda relación con las matemáticas es:

- Elementos naturales (agua, tierra y aire). Características y comportamiento (peso, capacidad, volumen, mezclas o trasvases).

Para analizar este currículo y encontrar hasta qué punto se trabajan las matemáticas en EI, Alsina (2022b) lo compara con los contenidos que él considera importante trabajar, ayudado por el *National Council of Teachers of Mathematics* (de ahora en adelante, NCTM) (2000), y dichos contenidos son: álgebra temprana, números y operaciones, geometría, medida y estadística y probabilidad. En cuanto al álgebra temprana se analizará y contrastará en profundidad en el siguiente apartado.

En lo referido a números y operaciones, Alsina (2022b), cree preocupante la falta de consideración que se le da en el currículo, ya que únicamente se mencionan los cuantificadores,

la funcionalidad del número en la vida cotidiana y la aproximación a la representación gráfica. En cuanto al pensamiento numérico, Alsina (2022a) encuentra 3 conocimientos importantes que son la comprensión y representación del número, que aparecen en el currículo de forma superficial, y el cálculo aritmético que ni se contempla. Por consiguiente, considera la geometría como punto clave en la EI, pero afirma que el currículo solamente recoge este concepto como geometría espacial, no dando cabida a la enseñanza de figuras geométricas o transformaciones.

En cuanto a la medida, Alsina (2022b) expresa que no se concretan los atributos con los que se puede medir, y señala como aspecto importante saber cuándo y de qué manera hacerlo, además, según su criterio, utilizar el tiempo ligado a usos sociales como ubicar las estaciones del año, el día y la noche, es necesario para ordenar situaciones de tiempo. Por último, en lo referido a estadística y probabilidad, podemos ver cómo Alsina (2022b) lo considera un contenido importante a trabajar en EI, y, sin embargo, la legislación no lo nombra.

Por otro lado, en cuanto al número, se tiene en cuenta la funcionalidad del número, y su uso para señalar el cardinal en una colección, la posición en una colección, y la medida de una cantidad, junto con su representación y su grafía. Además, dentro de este apartado, el currículo considera adecuado plantear situaciones-problema aditivos sencillos contextualizados a la vida diaria del alumnado combinando, cambiando y comparando mediante técnicas de recuento oral, con sus dedos, con colecciones de objetos y con otros recursos, por lo que en cierta manera podemos ver reflejado el contenido de *cálculo aritmético* que plantea Alsina (2022b).

Por otro lado, este currículo tiene en cuenta los movimientos corporales, las formas de ocupar el espacio, el uso de trayectorias y direcciones, y las secuencias de movimientos corporales en contextos musicales, así como el reconocimiento de figuras y cuerpos geométricos que se encuentran en objetos del entorno, y el desarrollo de cuerpos como prismas o cilindros. Si esto lo comparamos con lo que afirma Alsina (2022b) acerca de la geometría, encontramos un avance, ya que, en esta Orden sí se habla de figuras geométricas, aunque, siguen sin mencionarse los giros o las transformaciones.

En cuanto a las medidas y magnitudes, encontramos un cambio frente al decreto estatal, puesto que sí se nombran las formas de medir, como el reconocimiento de la masa utilizando plastilina o policubos, ya que son materiales que pueden cambiar de forma y conservar su masa,

o la capacidad a la hora de realizar trasvases. Además, se especifica que las actividades de comparación y medida se realizan con unidades antropométricas mediante el uso de instrumentos graduados, por lo que en este contenido podemos ver un gran avance entre el currículo analizado por Alsina (2022b) y el currículo vigente en Aragón.

Por último, para ordenar acontecimientos y descubrir la duración de los intervalos se pondrán al alcance del alumnado instrumentos como peonzas, relojes de arena, o péndulos, por lo que este concepto no se trabaja únicamente ligado a contextos sociales como las estaciones o el día y la noche.

Alsina (2022b), tras analizar los contenidos más importantes y compararlos con el currículo vigente, llega a la conclusión de que es necesario llevar cambios en este, ya que, hay aspectos que se tratan muy superficialmente, y hay confusión entre aspectos matemáticos y sociales. Además, asegura que las investigaciones están muy por delante de los aspectos tratados en el currículo.

### ***1.3.2. El álgebra temprana en el currículo español y aragonés.***

El currículo a nivel estatal se puede ver analizado y contrastado frente a lo que propone Alsina (2022b) para trabajar el álgebra temprana. Él no menciona en ningún momento el término *lógico-matemática*, sino que habla de *álgebra temprana* aludiendo que aunque el currículo no menciona dicho término, sí se está trabajando. No obstante, puntualiza que en el currículo de EI “hay más sombras que luces, es decir, existe una distancia muy considerable con la investigación en educación matemática infantil” (p. 87), por lo que es necesario actualizar la legislación vigente para que se acerque lo máximo posible a las investigaciones que se están llevando a cabo con el fin de establecer unos contenidos matemáticos mínimos de calidad.

Por tanto, en cuanto al álgebra temprana, los conocimientos relacionados se localizan en el área 2, y, en menor medida, en el área 1. Todos ellos relacionados con el reconocimiento de cualidades y atributos de objetos para comparar semejanzas y diferencias y establecer relaciones (clasificaciones, ordenaciones y correspondencias). Sin embargo, la investigación sobre el álgebra temprana aborda tres tipos de conocimientos matemáticos (Alsina, 2022a):



- Reconocimiento de atributos para establecer relaciones: clasificaciones, ordenaciones, correspondencias, etc.
- Patrones de repetición: identificación, construcción y representación del patrón.
- Descripción de cambios: cualitativos y cuantitativos.

El primer contenido matemático es el más presente en esta legislación, lo referido a patrones de repetición o seriaciones no aparece en ningún momento en la ley, y, por último, lo relacionado con cambios aparece de manera muy superficial.

Sin embargo, el currículo que rige las enseñanzas mínimas en Aragón, que es la Orden ECD/853/2022, de 13 de junio, por la que se aprueban el currículo y las características de la evaluación de la Educación Infantil y se autoriza su aplicación en los centros docentes de la Comunidad Autónoma de Aragón, se concretan mucho más los saberes matemáticos respecto al decreto estatal, concretamente en sus orientaciones para la enseñanza, aunque sigue sin mencionar el término *álgebra temprana*.

En primer lugar, se habla de habilidades lógico-matemáticas, y dentro de estas mencionan el reconocimiento de cualidades sensoriales y sus atributos; agrupación de objetos en base a cualidades sensoriales; clasificación, seriación y ordenación a partir de criterios cualitativos; y emparejamientos. En este caso, se nombran las seriaciones y el trabajo con patrones, pero no se especifica el tipo de series (de repetición o de desarrollo) ni los tipos de patrones a emplear, así como tampoco se nombran la descripción de cambios, algo que Alsina (2022b) considera fundamental en esta etapa.

### ***1.3.3. El álgebra temprana en documentos curriculares internacionales.***

Tras analizar los currículos a nivel nacional y ver la aparición del álgebra temprana en ellos, se van a analizar 4 currículos internacionales en los que sí se nombra el álgebra temprana en las orientaciones curriculares de su currículo a partir de 3 años. Esto se debe a que lo consideran fundamental para comprender las matemáticas superiores puesto que proporcionan un lenguaje rico con el que asentar la enseñanza de las matemáticas (Stacey y Chick, 2004, citados en Alsina, 2019). Los 4 currículos que se van a analizar son los de Estados Unidos, Singapur, Australia y Nueva Zelanda.

En primer lugar, el currículo de Estados Unidos, gracias a las aportaciones del NCTM (2000), ha ido centrando los puntos curriculares sobre los que basar el proceso de enseñanza-

aprendizaje del álgebra temprana a partir de los 3 años. “Estos puntos se centran en ordenar y clasificar objetos atendiendo a determinadas propiedades, reconocer y ampliar patrones tanto de secuencias sonoras como numéricas y analizar el comportamiento de los patrones utilizando representaciones concretas, pictóricas y verbales, entre otros aspectos” (NCTM, 2006, citado en Alsina, 2019, p. 4).

Por otro lado, en Singapur se puede observar que el Nurturing Early Learners (NEL), versión revisada de su currículo vigente, uno de los objetivos que marcan para el alumnado de entre 4 y 6 años es “reconocer y usar relaciones y patrones simples” (Singapore, Republic of Ministry of Education, 2013, p. 22).

El currículo de Australia, Australian Curriculum, Assessment and Reporting Authority (ACARA, 2021), defiende que se desarrolle el sentido del número, orden, secuencia, patrón y posición, utilizando el contexto y entorno cercano del alumnado. Precisamente, con respecto al álgebra temprana y a los patrones, para los alumnos de 4 años propone que ordenen, clasifiquen objetos que conocen, expliquen el porqué de esa clasificación, copien, creen y expandan patrones mediante objetos, dibujos o material manipulable, así como reforzar la capacidad de observación e identificación de patrones naturales de su entorno.

Por último, en Nueva Zelanda, uno de los principales intereses que se expone en The Whāriki-Early childhood curriculum (New Zealand Government Ministry of Education, 2017), es que los niños pequeños sean capaces de “desarrollar conceptos matemáticos tempranos como la clasificación y la percepción de patrones que inciten a la indagación, exploración y evaluación de todo aquello que resulte inesperado” (citado en Alsina, 2019, p.4). Con esto se quiere conseguir establecer una base con la que el alumnado de etapas posteriores explore el uso de patrones y las relaciones que se establecen entre elementos de cantidad, grupos de datos, espacio y tiempo.

Tras analizar todos los aspectos matemáticos que se tratan en diferentes currículos, podemos decir que hay varios países en los que las matemáticas en Infantil tienen gran peso, puesto que sus currículos están actualizados y tratan aspectos que investigadores destacan como importantes en la primera edad. Sin embargo, a nivel nacional, hay currículos que deberían actualizarse puesto que se están dejando fuera contenidos matemáticos de gran interés para trabajar en EI.

#### 1.4. El trabajo con patrones en el álgebra temprana.

Dentro del álgebra temprana, el reconocimiento de atributos para establecer relaciones, mediante clasificaciones, ordenaciones, correspondencias, etc, son de gran importancia, así como los patrones de repetición junto con su identificación, construcción y representación del patrón, y la descripción de cambios cualitativos y cuantitativos. Todos ellos tienen un gran valor en la enseñanza de las matemáticas. En este trabajo, se va a hacer especial hincapié en las actividades de seriación, puesto que son importantes para desarrollar el pensamiento algebraico. Clave en el contexto de seriación, son las tareas donde hay patrones. Pero ¿qué son los patrones?, ¿por qué son importantes en el desarrollo del pensamiento algebraico?

Un patrón “consiste en una repetición regular de objetos, números, sonidos, movimientos o formas” (Castro y Castro, 2016, p. 93). Un patrón también es “lo común, lo repetido con regularidad en diferentes hechos o situaciones y que se prevé que puede volver a repetirse” (Castro-Rodríguez et al., 2020, p. 57). Asimismo, se puede entender el patrón como una serie que está compuesta por elementos que siguen una regla determinada, en la que el alumnado deberá deducir la regla que extiende el patrón y continuar la seriación (Zapatera, 2018). Por otro lado, un patrón también puede ser una secuencia con regularidad duplicada (Papic et al., 2011, citados en Acosta et al., 2022a), es decir, que al menos tenga una unidad de iteración que se reconozca como unidad de repetición (Threlfall, 1999, citado en Acosta et al., 2022a).

Como se puede ver, la definición de patrón varía en su literatura, pero, atendiendo a la revisión de Wijns et al., (2019) encontramos dos características que coinciden en su conceptualización: regularidad y previsibilidad. Gracias a la regularidad se establece un orden que es el que permite que el patrón se repita o se modifique de acuerdo con la regla intrínseca por la que se rige, y dicha regla es la que genera la previsibilidad (Sarama y Clements, 2009, citados en Acosta et al., 2022a).

Para poder comprender los patrones, los niños y niñas requieren, por un lado, de la capacidad para detectar la regularidad dentro de una secuencia, y, por otro lado, la habilidad para identificar y analizar la estructura que se repite, gracias a las cuales irán avanzando hacia la generalización e inicio del pensamiento algebraico (Acosta et al., 2022a). De esta manera, Taylor-Cox (2003) afirma que “los patrones son la piedra angular del pensamiento algebraico” (p. 15), debido a que su identificación y análisis favorece y brinda la oportunidad de observar

generalizaciones, anticiparse o justificar al establecerse seriaciones con patrones, desarrollándose así el pensamiento algebraico en EI y favoreciendo una comprensión matemática (Acosta y Alsina, 2018; Clements y Sarama, 2015, citados en Acosta et al., 2022a; Tsamir et al., 2018, citados en Acosta y Alsina, 2024; Wijns et al., 2019). Así pues, el objetivo principal de desarrollar los patrones en EI es “reconocer, identificar, describir y extender patrones de repetición con diferentes materiales (bloques lógicos, palillos, botones...), personas, acciones, sonidos, símbolos, letras, números...” (Zapatera, 2018, p. 58).

Entre los patrones, Castro y Castro (2016) identifican los patrones de repetición y los patrones de desarrollo (crecientes o decrecientes). Respecto a los patrones de repetición, afirman que contienen una secuencia de elementos que se repiten una y otra vez. Por otro lado, afirman que los patrones de desarrollo pueden aumentar o disminuir produciéndose una expansión o reducción del elemento inicial. En este caso, “el patrón de crecimiento más simple empieza con un elemento en el primer término y se incrementa con un único elemento del mismo tipo en cada término subsiguiente” (Castro y Castro, 2016, p. 97).

Por su parte, respecto a los patrones de repetición, Acosta et al., (2022b), afirman que son “secuencias iterativas que muestran regularidades o repeticiones de características cualitativas y/o cuantitativas específicas (color, formas, tamaño, sonidos, o números, por ejemplo, “azul, azul, amarillo, azul, azul, amarillo”; “▲○▲○”, entre otros)” (p. 95), por lo tanto, se puede decir que los patrones de repetición son aquellos que tienen una regularidad, en los que se repite el patrón dado, como se puede ver en la figura 1 (Alsina y Giralt, 2017).

## Figura 1

*Patrón de repetición*



*Nota.* Adaptado de “introducción al álgebra en educación infantil: un itinerario didáctico para la enseñanza de los patrones” (p. 116), por A. Alsina y I. Giralt, 2017, *Revista de Didácticas Específicas*, 16.

Dentro de estos patrones, Threlfall (1999), citado en Alsina y Giralt (2017) plantea diferentes niveles de dificultad (de menor a mayor) para el alumnado de la primera edad: AB, AAABBB, AABB, AAB, AAAB, ABC, AAABBBCCC, AABBBCC, ACCCBCCC, AAABC, AACB, AABBC.

Para que el alumnado de EI pueda trabajar los patrones de diferentes formas, sin caer en la rutina, “es importante proporcionar una gran variedad y cantidad de materiales manipulativos, así como recursos lúdicos” (Alsina y Giralt, 2017, p. 117). Para ello, se presenta el Enfoque de los Itinerarios de Enseñanza (Alsina, 2020, 2022a) en el que se contemplan diferentes contextos para enseñar las matemáticas en infantil, así como diferentes materiales que se emplearán en cada contexto. Entre ellos encontramos materiales manipulativos, recursos lúdicos (juegos), recursos literarios (cuentos y adivinanzas) y recursos digitales.

Por su parte, Alsina y Giralt (2017) afirman que “las canciones y los ritmos musicales ofrecen también la posibilidad de trabajar los patrones, ya que gran parte de canciones y ritmos de las primeras edades se basan en patrones de repetición” (p. 118). Es por ello por lo que el NCTM (2003) citado en Saá Rojo y Carrillo Gallego (2023) asegura que se pueden conectar los patrones y el álgebra mediante “canciones repetitivas, cantos rítmicos o poemas que invitan a predecir o conjeturar, basados en patrones de crecimiento y en la repetición” (p. 11).

Por otro lado, respecto a los patrones de desarrollo (crecimiento o decrecimiento), Alsina y Giralt (2017), afirman que alguno (o todos) los elementos pueden crecer o decrecer, y alguno se puede mantener constante, como se puede ver a continuación en la figura 2.

## Figura 2

### *Patrón de crecimiento*



*Nota.* Adaptado de “introducción al álgebra en educación infantil: un itinerario didáctico para la enseñanza de los patrones” (p. 117), por A. Alsina y I. Giralt, 2017, *Revista de Didácticas Específicas*, 16.

En el estudio longitudinal de Warren et al., (2012), citados en Acosta y Alsina (2024), detectaron que incluso el alumnado de primaria tenía dificultades para reconocer la regularidad de los patrones de crecimiento, por lo que, para el alumnado de EI, sugieren que se trabaje inicialmente mediante el trabajo de patrones de repetición, para que comprendan qué es un patrón y cómo se encuentran los puntos que coinciden en la serie.

Para llevar a cabo el estudio de patrones de repetición en este trabajo, se van a tener en cuenta la progresión de su aprendizaje a partir de diversas habilidades propuestas por Acosta et al., (2022b) y Pincheira et al., (2022), que van desde copiar hasta crear (ver figura 3), así como las sugerencias y propuestas para la enseñanza que plantean. Desde el denominado *Enfoque de los Itinerarios de Enseñanza de las Matemáticas* (de ahora en adelante, EIEM), estos autores plantean amplias secuencias de instrucción compuestas de distintos tipos de tareas con diferentes materiales y recursos, llamadas *itinerarios*, que se fundamentan en una hipotética progresión en el aprendizaje que sigue un niño o niña para la adquisición de un conocimiento matemático. Así pues, señalan que “el desarrollo del pensamiento matemático en las primeras edades se debería llevar a cabo a través de itinerarios de enseñanza, entendiendo por itinerario una secuencia de enseñanza intencionada” (Alsina, 2022a, p. 26).

En primer lugar, respecto a las habilidades que están involucradas en el trabajo con patrones de repetición, Acosta et al., (2022b) y Pincheira et al., (2022) proponen las siguientes:

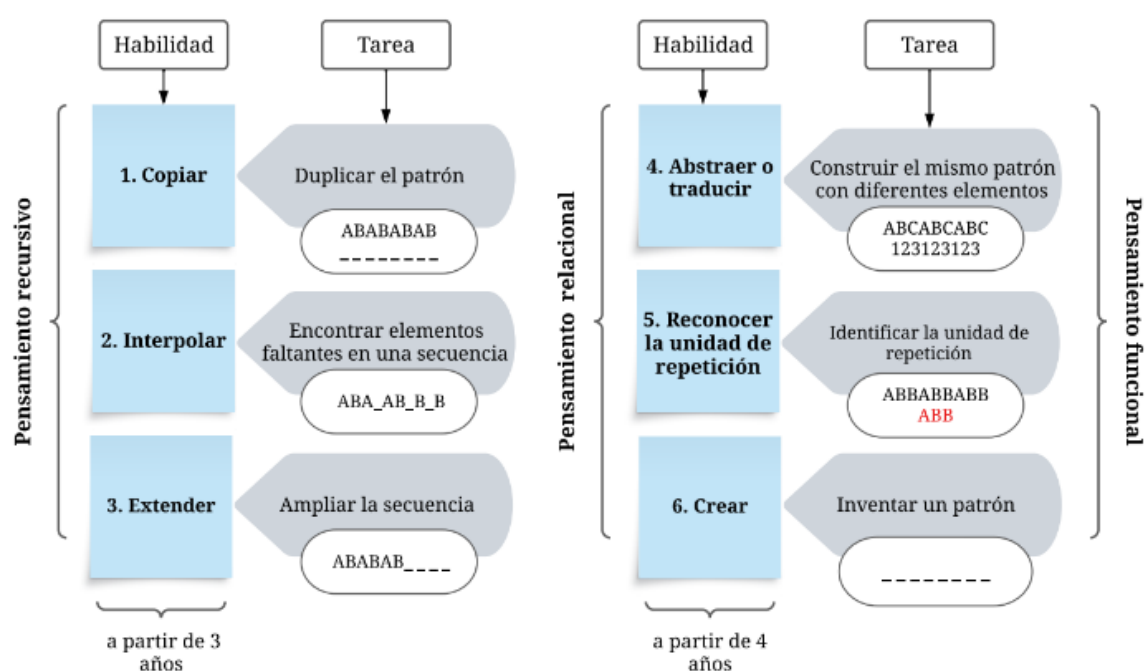
- Copiar
- Interpolar
- Extender
- Abstractar o traducir
- Reconocer la unidad de repetición
- Crear

El orden de estas habilidades se utiliza de ruta para establecer la trayectoria de aprendizaje de patrones, “con la finalidad de secuenciar tareas y habilidades para hacer patrones de repetición desde la vinculación con los modos de pensamiento (recursivo, relacional y funcional) que se incluyen dentro del pensamiento algebraico en educación infantil” (Acosta y Alsina, 2024, p.193). De esta forma, se establece una progresión en el aprendizaje de patrones de repetición, que, para que se adquirieran las habilidades antes mencionadas se crean una serie de tareas, que son las siguientes:

- Duplicar el mismo patrón
- Encontrar elementos faltantes en una secuencia
- Ampliar la secuencia
- Construir el mismo patrón con diferentes materiales
- Identificar la unidad de repetición
- Inventar un patrón

**Figura 3**

*Trayectoria de aprendizaje de los patrones de repetición*



*Nota.* Adaptado de “modos de pensamiento algebraico en educación infantil: efectos de un itinerario de enseñanza de patrones de repetición” (p. 194), por Y. Acosta y A. Alsina, *PNA*, 18(2).

El aprendizaje de los patrones de repetición, según Acosta y Alsina (2020, 2022), se empieza en las situaciones concretas, por lo que es importante tener en cuenta el EIE de Alsina (2020, 2022a), que plantea una enseñanza de las matemáticas desde la infancia mediante secuencias que se inician en contextos informales (situaciones reales, materiales manipulativos y juegos), después trabajando en contextos intermedios (recursos literarios y tecnológicos), y, por último, en contextos formales (recursos gráficos).

Teniendo en cuenta todo lo mencionado anteriormente, se va a plantear una secuencia didáctica en la que se van a trabajar los patrones de repetición mediante las diferentes habilidades planteadas por Acosta et al., (2022b) y Pincheira et al., (2022), todo ello mediante el contexto informal que plantea Alsina (2020, 2022a) dentro del EIEM.



## **CAPÍTULO 2. MARCO METODOLÓGICO**

En este apartado se va a analizar el contexto en el que se va a desarrollar la secuencia didáctica, haciendo referencia al centro educativo, al aula, y al alumnado. Asimismo, se va a exponer la prueba piloto que se hizo antes de llevar a cabo la secuencia didáctica, y, en consecuencia, la literatura que va a servir de base para plantear la propuesta. En consecuencia, se detallará la reformulación de los objetivos del presente trabajo de fin de grado. Por último, se mencionará la planificación del trabajo y los instrumentos de recogida de información, entre los que se encontrarán el diario de aula, grabaciones e imágenes, y las rúbricas de evaluación.

### **2.1. Contexto**

#### ***El centro educativo***

La secuencia didáctica va a desarrollarse en el CEIP “Emilio Moreno Calvete” ubicado en un barrio de la ciudad de Zaragoza. Se trata de un centro de especial dificultad atendiendo a la Orden ECD/1371/2022, de 28 de septiembre, por la que se modifica la Orden ECD/1435/2017, de 12 de septiembre, por la que se establecen los criterios para determinar los puestos y centros públicos docentes no universitarios susceptibles de ser catalogados como de especial dificultad en la Comunidad Autónoma de Aragón. Es un centro que tiene una vía por curso, por lo que estamos hablando de tres unidades de EI (de tres a cinco años) y seis unidades en Educación Primaria (de 6 a 12 años).

Las instalaciones del centro se van quedando pequeñas y antiguas, puesto que, no hay suficientes aulas para realizar desdobles ni para afrontar la diversidad, dando lugar a que diferentes especialistas tengan que dar su clase en el pasillo, así como, el mismo espacio es utilizado como comedor y como aula de psicomotricidad, por lo que el material para realizar esa asignatura es reducido puesto que no hay un lugar amplio en el que dejarlo. Además, este centro da clases de refuerzo de castellano a las familias que quieran asistir, ya que, la gran mayoría desconocen el idioma.

#### ***El aula***

El aula en la que se va a llevar a cabo la propuesta didáctica va a ser la de primer curso de EI (3 años) durante el segundo trimestre, y comienzos del tercer trimestre. Se trata de un

aula cuya dimensión es estándar, aunque no cuenta con una pizarra que esté a la altura del alumnado, puesto que está demasiado alta y solo pueden escribir si se suben a una silla, y los baños están fuera del aula y bastante lejos.

El material se encuentra distribuido por rincones y diferentes espacios, concretamente encontramos:

- El rincón de la biblioteca, en el que se encuentran diferentes cuentos y marionetas, así como unas colchonetas para que se puedan tumbar a leer los cuentos.
- El rincón de juego simbólico, en el que encontramos material de la cocinita, como comida, carro de la compra, caja registradora... También encontramos material del hogar, como plancha, manteles, cubiertos, cunas, bebés... y, también hay un baúl con disfraces de diferentes tipos, desde superhéroes a princesas.
- El de construcciones en el que se encuentran materiales de madera, como el arcoíris o los cuadrados, bloques de madera traslucidos para utilizar en la mesa de luz, y bloques de madera con diferentes formas, así como piezas encajables de plástico con la que también pueden construir. En este rincón, además, podían jugar con las carreteras, los coches, las vías del tren y los trenes.
- El del proyecto trimestral en el que se encontraba una mesa sensorial del invierno, y papel continuo decorado con gomets, así como otros trabajos realizados a base de puntos ya que se estaba trabajando Yayoi Kusama (ver figura 4).

#### **Figura 4**

##### *Rincón del proyecto*



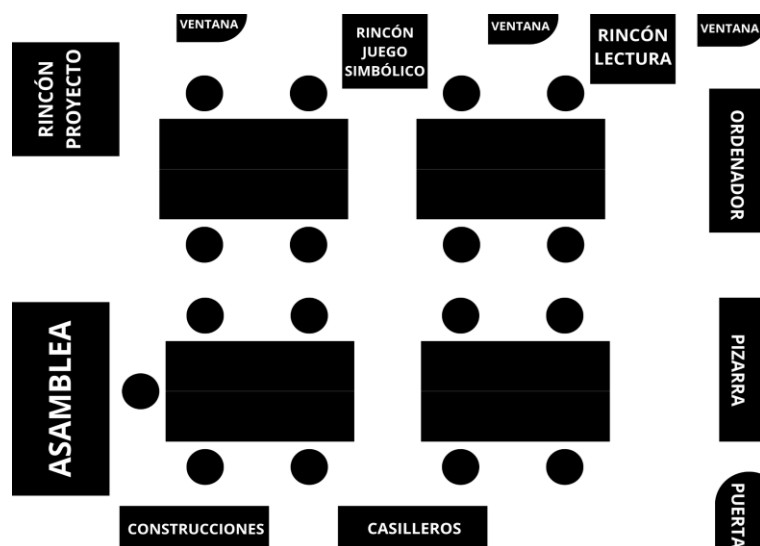
*Nota.* Elaboración propia

Por otro lado, disponen de material que la maestra va dejando al alumnado para que jueguen por estaciones, es decir, un material distinto en cada mesa de trabajo con el que luego van rotando. Entre este material encontramos la plastilina, puzles, material para trabajar la lectoescritura, como letras magnéticas, o juegos que ha creado la maestra, también hay materiales para trabajar la lógico-matemática, con juegos de mesa como el frutalito, o juegos que ha creado la docente para asociar, por ejemplo, que la grafía del número 1 está asociado a 1 pinza y a 1 punto, o también, utilizando el cuento de las 10 gallinas, para emparejar que la gallina de color rojo, va con el pollito de color rojo. También hay materiales como pinchos de colores en los que hay de diferentes tamaños (grandes y pequeños) y colores (rojo, azul, amarillo y verde). Además, encontramos otro tipo de materiales que no suele ser utilizado por el alumnado, como puede ser el ordenador, el proyector o los altavoces, y, en esta aula, no se cuenta con pizarra interactiva.

El aula presenta la siguiente disposición en cuanto a características espaciales y materiales (figura 5). Si bien es cierto, la organización espacial, en algunos casos perjudicaba a algún alumno o alumna, ya que, al principio había una niña que estaba sentada de espaldas a la pizarra porque no había más espacio en el que se pudiera colocar. También, la zona de la asamblea era reducida debido a que se chocaban con un par de sillas o una mesa. Asimismo, el rincón del juego simbólico estaba muy pegado a una agrupación de sillas y mesas por lo que no tenían apenas espacio para moverse.

**Figura 5**

*Plano de aula*



*Nota.* Elaboración propia

En el centro del aula se observan cuatro conjuntos de mesas donde el alumnado aparece distribuido por equipos heterogéneos en sexo, comprensión del idioma, atención, nivel madurativo, etc. El objetivo de la maestra es fomentar el trabajo cooperativo y que entre ellos vayan mejorando y aprendiendo el idioma.

### ***El alumnado***

El grupo clase se compone de un total de 17 alumnos, 10 chicos y 7 chicas. De estos, solo hay cuatro de ellos que tienen como lengua materna el castellano, por lo que, el resto, o desconoce el idioma, lo va adquiriendo poco a poco. No obstante, durante el periodo de clases hay varios alumnos que siguen hablando en su lengua materna: paquistaní, portugués, árabe... Además, en cuanto a sus características personales, la gran mayoría presenta un desarrollo madurativo y cognitivo menor al esperado para su edad. Esto hace que se tengan que plantear actividades pensadas para niños y niñas de dos años, puesto que, es en ese rango de edad madurativo en el que se encuentran.

Respecto a las características sociales del alumnado, el grupo presenta un nivel socioeconómico medio-bajo y bajo, cuyas familias, en su mayoría, no conocen el idioma y tampoco tienen trabajo, o solo uno de ellos. Además, hay muchos casos en los que el padre de familia tiene que viajar a su país de origen, y, al volver, trae a más familia, ya bien sean hermanos, tíos o abuelos. Por tanto, el origen de las familias del alumnado proviene de diferentes partes del mundo, desde Zambia, Marruecos, Argelia, Pakistán, Cabo Verde, Colombia, Nicaragua y Perú, siendo España, el país del que menos alumnado hay en el aula. En cuanto al ámbito religioso, se distinguen entre alumnado evangelista, musulmán, católico y no creyente.

Respecto a la socialización, no se observa ningún caso de aislamiento, pero, hay un alumno absentista que todavía no ha generado ese sentimiento de pertenencia al grupo clase, por lo que no sabe seguir las normas de convivencia ni de juego, y en momentos se encuentra perdido sin saber con quién jugar ni a dónde ir. El resto del alumnado tiene preferencia por jugar con los alumnos que conforman su grupo de mesa de trabajo, pero, la maestra intenta que los grupos se mezclen para que no haya alumnos que no se quieran juntar con otros. Por otro lado, el ambiente en el aula se ve alterado habitualmente por rabietas y enfados de gran parte del alumnado, ya que la mayoría de ellos se enfadan cuando tienen que compartir el material, o no pueden jugar con lo que preferían o querían.

Además, en el aula hay un niño, A, que presenta Necesidades Educativas Especiales debido a que está diagnosticado con Trastorno del Espectro Autista, por lo que necesita apoyos educativos específicos. A es muy inflexible, y tiene muy interiorizadas las rutinas, por lo que si la maestra quiere hacer algo fuera de la rutina, llora y patalea, por lo que dificulta llevar a cabo la práctica docente. No parece que haya descubierto que hay más niños en clase, puesto que los evita, aunque comienza a interactuar con los adultos.

En general, cuando la tutora está presente, y se mantienen las rutinas de trabajo habituales del aula, el comportamiento de la clase es bueno y suelen estar predispuestos a realizar las actividades que se les proponen. No obstante, en ausencia de la tutora, les cuesta mucho más aceptar la autoridad de otro docente externo y no atienden a sus instrucciones.

## **2.2. Prueba piloto y toma de decisiones sobre el diseño de la propuesta**

Una vez conocido el contexto, se plantea llevar a cabo una sesión de prueba como sesión piloto con dos alumnos del aula para ver si sería adecuado realizar la propuesta tal y como se iba a plantear. Para dicho pilotaje, se presentarán materiales manipulativos (pinchos) con los que tendrán que realizar la primera de las habilidades propuestas por Acosta et al., (2022b) y Pincheira et al., (2022), con el objetivo de conocer su implicación en la tarea, y su capacidad de desarrollo.

La tarea se realizó con material manipulativo (pinchos) cuyo fin era el de duplicar una seriación cuyo patrón era ABABAB, y su unidad de repetición AB que se repite 3 veces. Según Acosta et al., (2022b) y Pincheira et al., (2022) guarda relación con la habilidad de copiar, y se decide llevar a la práctica esta habilidad por ser la más elemental en su itinerario, y por ser el patrón de repetición más elemental (Threlfall, 1999).

Se experimentó con una niña y un niño, la niña tiene como lengua materna el castellano, y el niño tiene como lengua materna el mandinka, un idioma de Gambia. Se seleccionaron a estos dos alumnos porque fueron los que se mostraron más motivados a la hora de presentar la actividad, y, a pesar de que uno de ellos no tuviera como lengua materna el castellano, eran los que mejor lo entendían y lo hablaban, por lo que a la hora de explicar la actividad había más posibilidades de que la entendieran, así como, si tenían dificultades, era más probable que pudieran realizar preguntas.

Si bien la tarea se formula a través de un nivel informal (Alsina, 2020, 2022a) debido a que se emplean materiales manipulativos (pinchos), el contexto de la tarea quizás pueda resultar algo dirigido y poco conectado con los intereses de los niños.

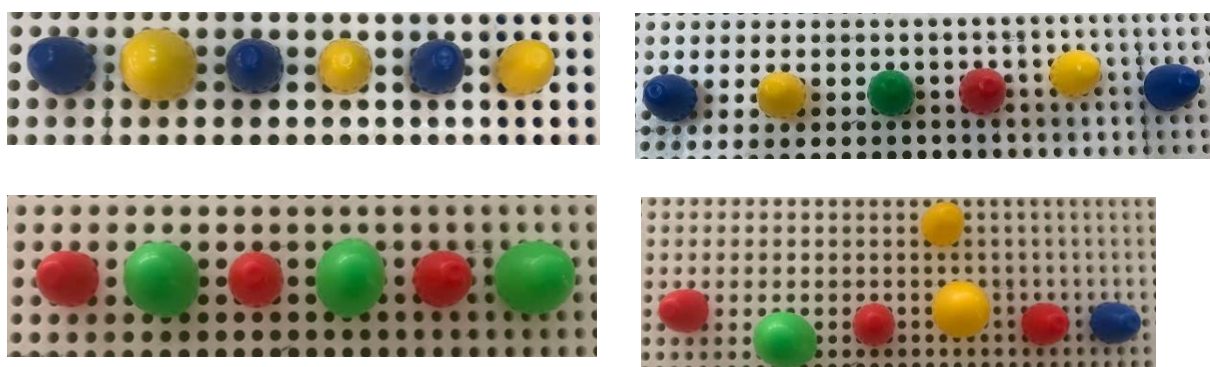
La consigna exacta de la tarea fue la siguiente:

“Yo voy a hacer una serie con los pinchos que elijas, y cuando la termine, tú tienes que hacerla igual que la mía”.

Los resultados, a pesar de plantear que copiaran un patrón de repetición ABABAB, siendo este un patrón que debería ser realizado atendiendo a la edad que tiene el alumnado, no fueron los esperados (ver figura 6). La figura que aparece a la izquierda es la que realiza el adulto, y la imagen de la derecha es la que realiza el alumnado, siendo el primer patrón (amarillo, azul) el que eligió hacer la niña, y el de abajo (rojo, verde) el que decidió realizar el niño.

### Figura 6

#### *Resultados prueba piloto*



*Nota.* Elaboración propia

Como se puede observar en las dos pruebas realizadas, la primera unidad de repetición es correcta en ambos casos, pero, después, no consiguen itinerar la unidad de repetición que se propone en la seriación.

Los resultados a la tarea planteada pueden ser interpretados de distinta manera:

- Los niños no entienden la consigna de la tarea,
- Los niños entienden la consigna, pero no aceptan realizarla tal y como se les plantea, o bien,

- Los niños pueden tener ciertas dificultades a la hora de poner en juego dicha habilidad.

Como consecuencia, se buscan nuevos contextos en los que proponer tareas de seriación que involucren las habilidades antes mencionadas y que sean lo suficientemente motivadores para los niños hasta el punto de que puedan superar las posibles dificultades en cuanto a entender las consignas planteadas y aceptar realizar las tareas propuestas.

Debido a la dificultad para comunicarse en lengua vehicular con muchos de los niños y las experiencias favorables en actividades anteriores vistas en el aula durante las dos primeras semanas, se decide emplear los *patrones rítmicos* como uno de los contextos para plantear el diseño de esta secuencia. Esto se debe a que la música es estructura, algo que se puede ver en el ritmo, la melodía y la armonía, que, a su vez, guardan relación con diversos aspectos matemáticos como el espacio, el conteo, la correspondencia uno a uno y los patrones recurrentes (Hernández Camas, 2016; Montero, 2010).

El ritmo se configura mediante la repetición de pulsos y figuras rítmicas. En este caso, los elementos rítmicos, independientemente de ser simples o complejos, se combinan en patrones y estructuras que siguen una lógica, secuencia y orden establecido (Esteve Faubel, 2019). En la primera infancia comienza la capacidad de seguir patrones rítmicos al igual que su reconocimiento (Fischinger y Kopiez, 2008, citado en Mall et al., 2016) algo que está directamente ligado con la percepción y que permite que niños y niñas sean capaces de reconocer patrones, seguirlos, construirlos y darles sentido (Mall et al., 2016). Para poder percibir el ritmo, son necesarios los sentidos y el movimiento, puesto que este se desarrolla mediante la palabra, el movimiento y los instrumentos. Para procesar los patrones rítmicos, la regularidad es considerada como un punto clave, puesto que permite conocer la estructura interna y el pulso sobre el que se constituye el patrón (Drake y Bertrand, 2001, citado en Álamos Gómez, 2023).

En el contexto de patrones, un patrón rítmico es aquel que se compone por diferentes sonidos y/o silencios, y que en su composición global forma una serie que se repite, sin tener que ser a su vez una serie sonora. Esto significa que el patrón de repetición debe basarse en el ritmo de la canción, no en su melodía, puesto que esta puede seguir el patrón, o no. A modo de ejemplo, el ritmo de la canción “We will rock you” del grupo Queen es muy claro y se repite de inicio a fin, siendo su unidad de repetición AAB, y su patrón de repetición AABAABAABAABAABAAB. Lo que se pretende utilizando los patrones rítmicos es que el

alumnado desarrolle habilidades referidas al álgebra temprana, y, más concretamente, a los patrones de repetición.

Como afirman Alsina y Giralt (2017) “las canciones y los ritmos musicales ofrecen la posibilidad de trabajar los patrones, ya que gran parte de canciones y ritmos de las primeras edades se basan en patrones de repetición” (p. 118), por lo que, si el alumnado desde una edad temprana reconoce el ritmo, podrá continuar el patrón (Papic, 2007). Además, utilizar el movimiento o el ritmo para representar los patrones de repetición aportará al alumnado herramientas cognitivas para pensar en dichos patrones, y supondrá el inicio de su pensamiento algebraico (Du Plessis, 2018; Wade, 2011). Por lo tanto, reconocer un patrón rítmico hace referencia a hacer o identificar una seriación (Saá, 2002, citado en Edo, 2012).

Por todo ello, sería esperable que los niños y niñas pudieran realizar algunas de las tareas que involucran las habilidades vinculadas al pensamiento recursivo (copiar, interpolar, extender) y se desconoce el desempeño que podrían tener con las habilidades relacionadas con el pensamiento relacional (abstraer o traducir, reconocer la unidad de repetición y crear).

### **2.3. Reformulación de los objetivos del Trabajo de Fin de Grado**

Estudiado el contexto y las características donde se va a realizar la experimentación y analizadas las dificultades encontradas en la prueba piloto, creemos necesario reformular los cuatro objetivos del Trabajo Fin de Grado expresados en la sección de “Introducción y justificación” de la siguiente manera:

1. Diseñar una secuencia didáctica de tareas para el trabajo con patrones rítmicos de repetición dirigido a niños y niñas de 3 años de un centro de especial dificultad para estudiar su viabilidad.
2. Implementar la secuencia didáctica planificada.
3. Analizar el desempeño de estos niños respecto a distintas habilidades asociadas al pensamiento recursivo y relacional.
4. Contrastar los resultados que se obtienen a priori y a posteriori tras realizar la secuencia con objeto de mejorar la futura práctica docente. En concreto, comprobar si los niños son capaces de realizar seriaciones con otros recursos manipulativos (pinchos) una vez implementada la secuencia con patrones sonoros.



## 2.4. Planificación del trabajo e instrumentos de recogida de datos

La secuencia didáctica planteada está compuesta por siete actividades, en las que el alumnado desarrollará las habilidades referidas a los patrones de repetición que establecen Acosta et al., (2022b) y Pincheira et al., (2022). Para ello se utilizará una canción que servirá de hilo conductor a través de la cual se realizarán seis de las sesiones propuestas, puesto que, la séptima actividad es la realización de la misma tarea propuesta en el pilotaje, cuya finalidad es observar si trabajar los patrones rítmicos ha ayudado en el aprendizaje de los patrones de repetición.

Para confirmar si se están interiorizando estos aprendizajes, se recogerán diferentes datos atendiendo a la progresión que sugieren Acosta y Alsina (2024) respecto al aprendizaje de los patrones de repetición, y que guardan relación con ver si el alumnado es capaz de:

- Copiar la misma serie rítmica realizada por la docente.
- Encontrar qué elementos faltan en la serie rítmica.
- Seguir una serie rítmica por sí solo.
- Realizar la misma serie rítmica con movimientos corporales u otros materiales (pinchos, dibujo, etc.)
- Reconocer cuál es la unidad que se repite en la serie rítmica.
- Crear su propia serie rítmica.

Respecto a la evaluación y recogida de datos, se llevará a cabo en un doble nivel. Por un lado, las tareas se llevarán a cabo en gran grupo, con todo el alumnado del grupo-clase y se recogerá en el diario de aula las impresiones generales de cada sesión. Por otro lado, para que sea posible recoger la mayor cantidad de información posible sobre el desempeño de los niños y niñas y profundizar más en el análisis de cómo se van desarrollando las tareas, sólo se recogerá información detallada referida de cinco alumnos o alumnas (M, K, D, L y A) en cuanto a la evaluación de los aprendizajes realizados.

Para ello, durante la realización de las tareas, se plantean estos tres instrumentos:

***Diario de aula*** donde se anota tras realizar cada tarea:

- Una valoración global de la misma destacando aquellos problemas que pudieran haber surgido y cómo se han intentado solucionar.

- Cómo realiza la tarea cada uno de los cinco alumnos en el que vamos a centrar nuestro estudio.
- Las reflexiones que haga el alumnado tras la realización de las mismas.

***Grabaciones e imágenes*** de la realización de las tareas y de las producciones con las que se conseguirá obtener unas anotaciones más precisas de cómo se ha realizado la tarea.

***Rúbrica de evaluación*** para las tareas, donde se anotarán, gracias a la observación, al diario de aula, y a las grabaciones e imágenes, los resultados que ha obtenido el alumnado. Estas rúbricas se dividirán en relación con el pensamiento que se está desarrollando, habiendo una rúbrica para las tres primeras habilidades que será la Tabla 1 (copiar, interpolar y extender), otra para las tres siguientes actividades que será la Tabla 2 (abstraer, reconocer la unidad de repetición y crear un patrón), y una última relacionada con la prueba piloto que será la Tabla 3. (ANEXO I)

Tras realizar la secuencia propuesta, se analizarán sus resultados y se contrastarán cuáles han sido los resultados obtenidos en la prueba piloto antes y después de llevar a cabo la secuencia. Finalmente, se presentarán posibles actuaciones de mejora y una reflexión sobre la práctica docente.

### **CAPÍTULO 3. SECUENCIA DIDÁCTICA PLANTEADA**

Esta secuencia se realizará en el segundo trimestre. Constará de 7 actividades, y cada una de ellas tendrá una duración de 10 minutos. En estas tareas se van a trabajar en dificultad ascendente diferentes aprendizajes sobre los patrones de repetición, atendiendo al orden establecido por Acosta et., (2022b) y Pincheira et al., (2022), en relación con las diferentes habilidades que se desarrollan mediante los patrones de repetición, pero, todo ello trabajado mediante los patrones rítmicos.

En todas las actividades se utilizará la misma canción titulada “la raspa”, cuya unidad de repetición es AAABAAABAAABAAABAAABAAABAAABAAABC y se repite 5 veces. Dentro de esta canción, se va a tener en cuenta el ritmo que tiene la melodía, en el que la A hará referencia a los pulsos, en este caso tres, la B será el silencio, y la C el estribillo, encontrado como la anomalía del ritmo.

A continuación, se presentan las actividades que formarán la secuencia didáctica. La primera actividad hace referencia a la habilidad de copiar, la segunda a interpolar, la tercera a extender, la cuarta a abstraer o traducir, la quinta a reconocer la unidad de repetición, la sexta a crear, y la séptima volvería a guardar relación con la habilidad de copiar (Acosta et al., 2022b; Pincheira et al., 2022). Las tres primeras guardan relación con el pensamiento recursivo, mientras que las tres siguientes con el pensamiento relacional.

#### **3.1. Actividad 1: ¿Nos copiamos?**

##### *Descripción*

Se mostrará al alumnado la canción “la raspa”. Esta canción se caracteriza por no tener letra, solo melodía y ritmo. Se les explicará que dependiendo del ritmo de la canción deberán dar golpes con las claves a la silla, no hacer nada, o bailar alrededor de la silla. Para que comprendan mejor qué deben hacer, se les mostrará los movimientos que deben seguir en referencia al ritmo de la canción. Una vez se les haya mostrado lo que queremos que hagan, la haremos todos a la vez.

Para obtener una información más precisa de lo que han realizado, se le harán algunas preguntas a los 5 alumnos y alumnas que se van a analizar. Las preguntas para realizar serán:

- ¿Qué habéis realizado?
- ¿Cuántos golpes teníais que dar a la silla?
- ¿Cuánto teníais que permanecer en silencio? ¿Era mucho rato?
- ¿Bailar, habéis bailado mucho? ¿Habéis contado cuántas veces bailabais?

### *Materiales*

- Canción “la raspa”
- Claves
- Ordenador
- Pantalla
- Altavoces

### *Evaluación*

Para realizar la evaluación, será necesaria la observación directa y sistemática, así como el diario de clase y las rúbricas de evaluación. Esto servirá para conocer cuál ha sido el grado de alcance de los objetivos propuestos.

## **3.2. Actividad 2: ¡Encontrando el sonido perdido!**

### *Descripción*

El alumnado ya conoce la canción “la raspa” porque ya se ha trabajado en la actividad anterior, pero, se volverá a repasar entre todos para recordarla. Una vez la hayamos recordado, se pondrá el audio de la canción modificado por lo que deberán encontrar los sonidos que faltan. Estos sonidos pueden hacer referencia tanto al pulso (A), al silencio (B) o al estribillo (C). Una vez hayan completado la canción, se volverá a poner el audio original con el fin de observar si lo han hecho bien y han identificado todos los sonidos.

Para obtener una información más precisa de lo que han realizado, se le harán algunas preguntas a los 5 alumnos y alumnas que se van a analizar. Las preguntas para realizar serán:

- ¿Qué sonidos habéis encontrado?
- ¿Faltaban muchos? ¿Los habéis contado?
- ¿Me podéis decir un sonido que hayáis encontrado?

### *Materiales*

- Canción “la raspa”
- Claves
- Ordenador
- Pantalla
- Altavoces

### *Evaluación*

Para realizar la evaluación, será necesaria la observación directa y sistemática, así como el diario de clase y las rúbricas de evaluación. Esto servirá para conocer cuál ha sido el grado de alcance de los objetivos propuestos.

## **3.3. Actividad 3: Seguíis vosotros solos**

### *Descripción*

Para realizar esta actividad se volverá a poner la canción utilizada en las dos anteriores actividades, pero, esta vez, sólo se les acompañará durante un periodo corto de canción, por lo que, deberán terminar la canción solos, sin que esté el adulto guiándoles. Se volverán a emplear claves para la realización de esta actividad.

Para obtener una información más precisa de lo que han realizado, se le harán algunas preguntas a los 5 alumnos y alumnas que se van a analizar. Las preguntas para realizar serán:

- ¿Qué habéis realizado?
- ¿Habéis podido hacerlo solos?
- ¿Cómo lo habéis hecho?

### *Materiales*

- Canción “la raspa”
- Claves
- Ordenador
- Pantalla
- Altavoces

## *Evaluación*

Para realizar la evaluación, será necesaria la observación directa y sistemática, así como el diario de clase y las rúbricas de evaluación. Esto servirá para conocer cuál ha sido el grado de alcance de los objetivos propuestos.

### **3.4. ¿Lo hacemos de otra forma?**

#### *Descripción*

Esta actividad se comenzará realizando de nuevo la canción “la raspa”. Una vez terminada, se les preguntará si encuentran el patrón que tiene la canción. Para ello, se les explicará que un patrón es lo que se repite, en este caso, en la canción. A partir de aquí, si vemos que hay dificultades y no entienden a qué nos referimos, se harán únicamente los movimientos sin tener la música de fondo, con el fin de observar si son capaces de encontrar los movimientos que se repiten. Si lo comprende, se les pedirá que realicen la misma secuencia con otros movimientos diferentes, de tal forma que quede el mismo patrón. Si, por el contrario, con la explicación tampoco queda claro, se les ayudará realizando la misma secuencia de otra manera, ya bien sea de manera corporal, con un dibujo, o con materiales manipulativos.

Para obtener una información más precisa de lo que han realizado, se le harán algunas preguntas a los 5 alumnos y alumnas que se van a analizar. Las preguntas para realizar serán:

- ¿Cuál es el patrón de la canción?
- ¿Cómo habéis hecho la secuencia? ¿Qué habéis usado para hacerla?
- ¿Este es el mismo patrón que el de la canción? (ABBC)

#### *Materiales*

- Canción “la raspa”
- Claves
- Ordenador
- Pantalla
- Altavoces
- Folios
- Pinturas

## *Evaluación*

Para realizar la evaluación, será necesaria la observación directa y sistemática, así como el diario de clase y las rúbricas de evaluación. Esto servirá para conocer cuál ha sido el grado de alcance de los objetivos propuestos.

### **3.5. La búsqueda del patrón**

#### *Descripción*

En esta actividad se le pedirá al alumnado que tras haber trabajado la canción “la raspa” y haberla realizado de otra forma, deberán encontrar la unidad de repetición de la canción. Para ello se les explicará que la unidad de repetición es aquello que se repite constantemente a lo largo de la serie. Para que lo entiendan mejor se les pondrá un ejemplo con la canción “We will rock you”, y se les preguntará cuál es su unidad de repetición. Si no la encuentran, se les dirá que su unidad de repetición es AAB, y se les explicará que es esa porque se repite a lo largo de toda la canción. Se volverá a poner “la raspa” para ver si así encuentran la unidad de repetición.

Para obtener una información más precisa de lo que han realizado, se le harán algunas preguntas a los 5 alumnos y alumnas que se van a analizar. Las preguntas para realizar serán:

- ¿Qué habéis hecho? ¿Era difícil encontrar la unidad de repetición?
- En la canción nueva que os he puesto ¿Cuál era la unidad de repetición?
- ¿Cuál es la unidad de repetición de la raspa? ¿La habéis encontrado?

#### *Materiales*

- Canción “La raspa” y “We Will rock you.”
- Ordenador
- Pantalla
- Altavoces

## *Evaluación*

Para realizar la evaluación, será necesaria la observación directa y sistemática, así como el diario de clase y las rúbricas de evaluación. Esto servirá para conocer cuál ha sido el grado de alcance de los objetivos propuestos.

### **3.6. Creamos nuestro patrón**

#### *Descripción*

Para realizar esta actividad, se dispondrá al alumnado en la asamblea. En ella se recordará la canción que hemos trabajado en las actividades anteriores y se les dirá que deben ser ellos quienes creen su propio patrón. Para ello se les explicará que para que sea un patrón, lo que hagan debe repetirse. En caso de que no entiendan la consigna, se realizará un ejemplo sencillo: palmas, salto, palmas, salto... Con el fin de que puedan crear patrones diferentes, se les dejarán diferentes instrumentos musicales para que puedan utilizarlos. Cada uno deberá crear su patrón, y el resto del aula deberá copiarlo.

Para obtener una información más precisa de lo que han realizado, se le harán algunas preguntas a los 5 alumnos y alumnas que se van a analizar. Las preguntas para realizar serán:

- ¿Qué patrón habéis realizado?
- ¿Habéis tocado muchas veces el mismo instrumento? ¿Las habéis contado?
- ¿Os acordáis de algún patrón que haya hecho otro compañero?

#### *Materiales*

- Claves
- Maracas
- Pandero
- Pandereta
- Xilófono
- Triángulo
- Cascabeles

#### *Evaluación*

Para realizar la evaluación, será necesaria la observación directa y sistemática, así como el diario de clase y las rúbricas de evaluación. Esto servirá para conocer cuál ha sido el grado de alcance de los objetivos propuestos.



### 3.7. Volvemos a empezar

#### *Descripción*

Esta actividad se volverá a realizar tal y como se realizó en el pilotaje. Para ello se seleccionarán a los dos mismos alumnos (M y K) y se les marcará la misma consigna:

“Yo voy a hacer una serie con los pinchos que elijas, y cuando la termine, tú tienes que hacerla igual que la mía”.

Para ello, se dispondrán todos los pinchos a su alcance y deberán seleccionar aquellos que sean iguales que los de la serie propuesta, con la finalidad de que copien exactamente la misma serie. Para obtener una información más precisa de lo que han realizado, se le harán algunas preguntas. Las preguntas para realizar serán:

- ¿Por qué has cogido estos colores?
- ¿Es la misma serie que yo he hecho?
- ¿Cuántas veces se repite cada color?
- ¿Sabrías decirme cuál es la unidad de repetición?

#### *Materiales*

- Pinchos

#### *Evaluación*

Para realizar la evaluación, será necesaria la observación directa y sistemática, así como el diario de clase, las rúbricas de evaluación y las imágenes tomadas al patrón copiado. Esto servirá para conocer cuál ha sido el grado de alcance de los objetivos propuestos.

## **CAPÍTULO 4. ANÁLISIS DE LA IMPLEMENTACIÓN DE LA SECUENCIA Y RESULTADOS**

Con este apartado se pretende contrastar y analizar los resultados obtenidos de la experiencia de aula, así como comprobar si ha habido cambios al realizar por segunda vez el pilotaje una vez finalizado la implementación de la secuencia didáctica. Para ello, se analizarán y contrastarán los resultados obtenidos de esta secuencia de manera cronológica.

### **4.1. Resultados actividad 1 (copiar un patrón)**

#### ***Resultados sobre la implementación:***

La primera actividad mostró una alta participación y motivación por parte del alumnado, siendo la canción seleccionada y los movimientos realizados para seguir el ritmo de la canción adaptados al contexto frente al que nos encontramos. El hecho de usar instrumentos musicales hizo que estuvieran más atentos a lo que debían hacer en cada momento, aunque, también era un elemento distractor en algún caso, ya que, no escuchaban, o lo tocaban cuando no tenían que hacerlo.

#### ***Resultados sobre el desempeño de los niños y niñas:***

Durante la realización de esta actividad se destaca el entusiasmo que tenía el alumnado por llevar a cabo la misma. Esto puede ser debido a que se utilizó la música como hilo conductor, brindándoles la oportunidad de aprender de manera vivencial aspectos matemáticos, sin que ellos mismos sepan que están trabajándolos. A la hora de realizar la primera escucha de la canción, fue difícil que se quedasen quietos observando lo que luego tenían que hacer, puesto que, la gran mayoría, se puso a bailar. Esto cambió cuando se les entregaron instrumentos musicales (claves) para que realizasen por ellos mismos la actividad, a partir de ese momento se quedaron en silencio y copiaban lo mismo que hacía la maestra.

En algunas ocasiones, algún alumno o alumna iba perdido sin saber que tenía que hacer, solo tocaba las claves constantemente sin seguir las indicaciones de la docente. De 17 alumnos y alumnas que constituyen el grupo, tan solo participaron 13 en esta actividad, que fue el alumnado que acudió al aula ese día, por lo que, de estos 13, se seleccionaron 7 alumnos y/o alumnas que serían los observados para el resto de las actividades planteadas, eligiendo 2

alumnos de sobra por si faltase alguno al resto de actividades. Algunos errores se daban por no centrarse en lo que tenían que hacer, y/o por no entenderlo. Del alumnado observado, solo hubo uno que se dispersaba y lo hacía bien cuando le interesaba, y el resto de los alumnos observados, al principio les costó seguir el ritmo, pero, al final lo hicieron bien.

Los resultados de esta actividad muestran, como se menciona anteriormente, lo motivados que se sentían por realizar esta actividad, ya que, cuando se les pidió que imitaran a la maestra, no bailaban ni se distraían, intentaban hacer lo mismo que ella, sonriendo y poco a poco mostrándose más participativos.

#### ***Resultados de los niños observados:***

Respecto a la niña M, podemos afirmar que copiaba a la perfección lo que hacía la docente durante toda la canción. Esto fue realizado de igual manera por la niña D, siendo ellas dos las únicas que hicieron correctamente lo que se les pedía, que era copiar a la docente durante toda la canción.

Por el contrario, el alumno K y la alumna A lo hacían bien cuando querían, ya que, se dispersaban y se quedaban mirando a la docente sin realizar ningún movimiento, o, haciendo otras cosas, como, por ejemplo, dando golpes a la silla con las claves sin parar. Parecido sucedió con el alumno L, ya que, este, lo hacía bien durante el pulso de la canción y los silencios, y, a la hora de bailar se dedicaba a molestar a la compañera, no a imitar a la docente.

#### **4.2. Resultados actividad 2 (interpolar)**

##### ***Resultados sobre la implementación:***

Respecto a la segunda actividad, hubo dificultad para entender qué se iba a hacer, puesto que ya conocían la canción que se iba a utilizar y querían realizarla completa constantemente, por lo que fue necesario pautar que se iba a hacer en cada momento. Algunos alumnos y alumnas, al estar familiarizados con la canción, se mostraron más sueltos a la hora de llevar a cabo la actividad, sin embargo, esto también hizo que quisieran tocar los instrumentos como se hizo en la actividad anterior sin haber explicado que debían hacer.

### ***Resultados sobre el desempeño de los niños y niñas:***

En cuanto a la segunda actividad, se encontraron más dificultades que respecto a la primera, puesto que, había quienes no escuchaban lo que tenían que hacer, quienes no lo entendían, y quienes no sabían qué hacer. Si bien es cierto, de los alumnos y alumnas observados, había quién tenía más dificultad en encontrar los sonidos que faltaban cuando hacían referencia a los silencios, quien lo realizó más o menos bien durante toda la canción, quién no encontraba qué sonidos faltaban y quién solo imitaba al resto de compañeros. Para analizar estos resultados se utilizarán estos criterios: la cantidad de sonidos que identifican y el reconocimiento del sonido.

### ***Resultados de los niños observados:***

En esta segunda actividad, la niña M tuvo más dificultades a la hora de llevarla a cabo, ya que, si el sonido que faltaba en la serie eran los silencios, no los encontraba, y en cambio, si guardaban relación con el pulso de la canción o con el estribillo los encontraba sin problema. Por el contrario, el alumno K y la alumna D los encontraban en su mayoría, independientemente del sonido que tuvieran que encontrar. Estos dos alumnos fueron los que más se acercaron a lo que se pedía en esta actividad.

En cambio, tanto el alumno L como la alumna A tenían muchas dificultades en encontrar cualquier sonido, sin importar con cuál se relacionaban. Cuando faltaba algún sonido en la serie, o bien, se quedaban quietos sin hacer nada, o daban golpes constantemente.

## **4.3. Resultados actividad 3 (extender)**

### ***Resultados sobre la implementación:***

En esta actividad el alumnado se mostró participativo, puesto que ya conocían la canción y los movimientos que tenían que hacer. Sin embargo, como punto débil, señalar que no se pudo llevar a la práctica en una situación de orden en la que estuviera todo el alumnado en el aula, debido a que se utilizó el espacio dedicado a que el alumnado fuera al baño y almorzara. A pesar de realizar la actividad en esta condición, los resultados que se detallarán en el siguiente apartado nos revelarán información de gran importancia.

### ***Resultados sobre el desempeño de los niños y niñas:***

Los resultados de esta actividad fueron muy positivos, puesto que, al conocer la canción y haberla practicado durante las dos actividades anteriores, la gran mayoría seguía el ritmo sin necesidad de haber un adulto guiándoles. Los resultados del alumnado observado fueron similares, puesto que fallaban en la misma situación, al iniciar los golpes tras el silencio, y al iniciar los golpes tras el estribillo. Esto puede significar que entendían cuál era el patrón que debían seguir, pero no tenían interiorizado el tempo.

### ***Resultados de los niños observados:***

En cuanto a la alumna M realizaba bien el pulso y el silencio de la canción, pero, a la hora de iniciar el estribillo tenía dudas de cuándo empezaba y cuándo terminaba. Sin embargo seguía correctamente el patrón de la canción. Algo similar sucedía con el alumno L, ya que, el patrón lo seguía bien, pero, cuando debía dar los golpes (pulso) o se adelantaba o se atrasaba al tempo. Esto nos indica que ambos conocían el patrón, pero no tenían claro el tempo de la canción.

En cuanto al alumno K, se mostró muy disperso a lo largo de toda la canción, haciéndolo bien a ratos, y haciéndolo mal a otros, sin que hubiera un patrón claro que mostrara a que se debían los errores que cometía. Asimismo, sucedía con la alumna A, que mostró las mismas dificultades que el alumno K. Por lo que ambos, a ratos seguían bien el ritmo de la canción, y a ratos no.

Por último, en cuanto a la alumna D, podemos decir que fue la única que consiguió realizar correctamente toda la canción sin que hubiera un adulto guiándoles, ya que, sabía cuál era el patrón por seguir, y cuándo debía empezar cada movimiento.

**Tabla 1***Resultados obtenidos*

<b>CRITERIOS DE EVALUACIÓN</b>	<b>ALUMNOS</b>				
	<b>M</b>	<b>K</b>	<b>D</b>	<b>L</b>	<b>A</b>
Copia lo que hace la docente	Sí	Parcialmente	Sí	Parcialmente	Parcialmente
Encuentra qué elementos faltan en la serie rítmica	Parcialmente	Sí	Parcialmente	No	No
Cantidad de sonidos identificados	6	9	7	4	2
Sigue la serie rítmica por sí solo	Mayormente	Parcialmente	Sí	Mayormente	Parcialmente

*Nota.* Esta tabla muestra los resultados obtenidos al poner en prácticas las tres primeras actividades de la secuencia didáctica.

Atendiendo a los resultados que muestra la Tabla 1, se puede decir que, en su mayoría, el alumnado observado consiguió realizar las actividades, aunque con alguna que otra dificultad. Estas actividades guardan relación con el pensamiento recursivo y en la que más dificultad tuvieron fue en la segunda, referida a la habilidad de interpolar.

En cuanto al resto del alumnado, se puede decir que en su mayoría mostraron más o menos las mismas dificultades, encontrando quienes lo realizaban sin problemas, y quienes no sabían qué hacer.

#### **4.4. Resultados actividad 4 (abstraer o traducir)**

##### ***Resultados sobre la implementación:***

En cuanto a la cuarta actividad, se encontraron muchas dificultades relacionadas con que el alumnado entendiera que tenía que hacer. Para ello, se realizó la actividad en pequeño grupo, tomando como referencia los grupos de mesas que había dispuestos en el aula. El alumnado estuvo muy participativo, y esto generó que los resultados obtenidos sean muy variados, resultados que analizaremos en el próximo apartado.

##### ***Resultados sobre el desempeño de los niños y niñas:***

En cuanto a esta actividad, los resultados son muy variados, puesto que hay alumnos y alumnas que sí crearon una serie utilizando el mismo patrón, y quienes crearon una serie que no tenía nada que ver con el patrón utilizado en la canción. Esto demuestra que hay alumnos y alumnas que no están preparados para iniciarse en el pensamiento funcional y relacional, mientras que hay otros que sí lo están.

Realizar esta actividad en pequeños grupos hizo que el alumnado se encontrara más predispuesto a participar, y esto tuvo beneficios en aquellos alumnos y alumnas a los que les cuesta llevar a cabo actividades delante del gran grupo. Sin embargo, tuvieron algunos errores motivados por no centrarse en lo que tenían que hacer, en no saber cómo hacerlo y en no entender que tenían que hacer. Por ello, los resultados fueron muy variados, y, en general, no pudieron llevar a cabo la traducción o abstracción correctamente. Esto se detallará y analizará en la Tabla 2.

### ***Resultados de los niños observados:***

En cuanto a la niña M, la serie que realizó corporalmente fue la siguiente: daba una palmada, y daba una palmada con el compañero, tras realizar esto tres veces, se daba una palmada en la cabeza. Esto lo realizó otras tres veces. Podemos observar que comprendió que antes de realizar el tercer elemento del patrón, los dos anteriores se debían repetir, aunque, no los repitió tantas veces como se hacía en la canción. Esto puede deberse a que no los contara y no sabía cuántas veces repetirlos, o con tres veces le parecían suficientes.

Por otro lado, el alumno K realizó esta serie: tres golpes a la mesa con las manos, y una palmada, tras realizar esto ocho veces, se daba un golpe en las piernas. Esto lo realizó cinco veces. Podemos observar que comprendió que antes de realizar el tercer elemento del patrón, los dos anteriores se debían repetir, y, en este caso, y a diferencia de la alumna M, contó cuántas veces se repetía cada movimiento. Por lo tanto, realizó correctamente la abstracción de la canción a su serie rítmica corporal.

Esto se puede ver reflejado de igual manera en la alumna D, cuya serie fue la siguiente: pisar tres veces con un pie en el suelo, y dar un chasquido, hasta que no repitió esto ocho veces, no dio una palmada. Esto lo repitió cinco veces. En este caso también podemos observar cómo ha comprendido que antes de dar la palmada debía realizar los otros dos movimientos y repetirlos tantas veces como indicaba la canción. Por tanto, ella también realizó correctamente la abstracción de la canción a su serie rítmica corporal.

En cambio, el alumno L realizó la siguiente serie: dio tres palmadas y un golpe en la mesa. Esto lo repitió tres veces y ahí terminó su serie. De esta serie podemos decir que comprendió que el patrón rítmico de la canción estaba compuesto por AAA y B, pero ni lo repitió tantas veces como en la canción, ni realizó la parte C de la serie. Por lo tanto, no tradujo ni parcialmente el patrón rítmico de la canción.

Esto también sucedió con la alumna A, cuya secuencia fue dar dos golpes en la mesa y dar dos saltos, todo ello realizado cuatro veces. Por tanto, podemos decir que no ha comprendido ningún elemento que conforma la serie, ya que, la A se repetía tres veces y ella la realizó dos, la B se repetía una vez, y ella la realizó dos veces, y no realizó la parte C de la canción. Por lo tanto, no tradujo correctamente el patrón rítmico de la canción.



#### **4.5. Resultados actividad 5 (reconocer la unidad de repetición)**

##### ***Resultados sobre la implementación:***

Esta actividad resultó ser una mezcla entre las dos anteriores, puesto que, tuvieron muchas dificultades para entender cuál era la finalidad de la actividad, y, además, no se pudo realizar dentro de un horario establecido, sino que se tuvo que utilizar el tiempo de baño y almuerzo. A pesar de esta situación, a priori desmotivadora, el alumnado se mostró participativo, motivado y atento para lograr superar la actividad propuesta.

##### ***Resultados sobre el desempeño de los niños y niñas:***

Esta actividad fue en la que tuvieron más dificultades, puesto que, no se dispuso de un espacio y un tiempo definido para realizarla, impidiendo poder utilizar todo el tiempo necesario para que comprendieran que tenían que hacer, ni pudiendo poner el máximo de ejemplos posibles para ver si así lo entendían. Además, al no realizar la actividad anterior correctamente, era muy complicado que esta la realizaran bien, ya que, en la actividad anterior, ponían en juego la habilidad de abstracción (habilidad más sencilla) en la que debían construir el mismo patrón de otra forma, y en esta tenían que conocer el patrón que se repite a lo largo de la serie para poder identificar la unidad de repetición, poniendo en juego la habilidad de reconocer la unidad de repetición, siendo esta más difícil.

Los resultados de esta actividad muestran, como se menciona anteriormente, las dificultades que tuvieron a la hora de realizar la misma, y, la gran diferencia que hay entre unos alumnos y otros, demostrando que algunos alumnos están cognitivamente más preparados para iniciarse en el pensamiento relacional y funcional, y que otros no lo están.

##### ***Resultados de los niños observados:***

En cuanto a la alumna M, podemos decir que encontró que a lo largo de la canción se repetían golpes y el baile, por lo que, no identificó los silencios. Algo que ya sucedía en la actividad 2 (interpolar) en la que encontraba dificultades para hallar los silencios.

Por el contrario, el alumno K identificó que se repetían tres golpes, un silencio y un baile, por lo que identificó cuáles eran los elementos que se repetían en el patrón. Así como sucedía con la alumna D, la cual identificó que se repetían tres golpes, un silencio y baile.

El alumno L, por su parte, solo identificó que se repetían los golpes, por lo que, encuentra un elemento que se repite en el patrón, pero, no identifica ni el silencio ni el baile. Por último, la alumna A no encuentra ningún elemento repetido a lo largo de la serie, siendo ella la que más dificultades mostraba ya en la actividad anterior.

#### **4.6. Resultados actividad 6 (crear un patrón)**

##### ***Resultados sobre la implementación:***

La última actividad que se realizó en base a las habilidades propuestas por Acosta et al., (2022b) y Pincheira et al., (2022), fue muy motivadora para el alumnado, debido a que pudieron tener la atención del resto de compañeros, siendo así los protagonistas de la actividad. Sin embargo, esto también dificultó que se pudiera llevar a la práctica en orden, ya que todos y todas querían crear su patrón, y no querían esperar a su turno. Pero, en general, la actividad evidenció una gran cantidad de información útil que se detallará en el siguiente apartado.

##### ***Resultados sobre el desempeño de los niños y niñas***

Durante la realización de esta actividad se destaca la motivación y las ganas de participar que tenía el alumnado. El brindarles la oportunidad de ser los protagonistas de la actividad, dejándoles un espacio para que pusieran en juego su capacidad imaginativa, y contar con la atención del resto de compañeros y compañeras, pudo hacer que se sintieran más entusiasmados por realizar la actividad. Como se explicó que debían copiar el patrón que creasen el resto de los compañeros y compañeras, en el momento en el que alguien creaba su patrón, el resto escuchaba atentamente para ver qué hacía y poderlo copiar. Sin embargo, elegir un orden para que todos pudieran crear su patrón resultó difícil, ya que ninguno quería esperar su turno, así como no poder utilizar los instrumentos cuando querían fue motivo de frustración en parte del alumnado. No obstante, una vez entendieron la dinámica de la actividad, se pudo llevar a la práctica sin que hubiera discusiones ni enfados, encontrando así resultados muy variados que se detallarán en la Tabla 2.

##### ***Resultados de los niños observados:***

La serie rítmica que creó la alumna M fue tocar dos veces los cascabeles y tocar dos veces las claves, y esto lo repitió cuatro veces. Por su parte, el alumno K tocó tres veces el pandero y una vez la maraca, y lo repitió tres veces. La alumna D tocó una vez el xilófono, dos

veces la pandereta y un silencio, y esto lo repitió cinco veces. El alumno L dio tres palmadas y tocó una vez las claves, y lo repitió tres veces. Por último, la alumna A tocó una vez la pandereta y una vez el triángulo, y lo repitió cuatro veces.

**Tabla 2***Resultados obtenidos*

CRITERIOS DE EVALUACIÓN	ALUMNOS				
	M	K	D	L	A
Realiza la misma serie rítmica con movimientos corporales u otros materiales	Parcialmente	Sí	Sí	No	No
Reconocer cuál es la unidad que se repite en la serie rítmica.	Parcialmente	Sí	Sí	Parcialmente	No
Supo crear su propia serie rítmica.	Sí	Sí	Sí	Sí	Sí

*Nota.* Esta tabla muestra los resultados obtenidos al poner en prácticas las actividades cuatro, cinco y seis de la secuencia didáctica.

Atendiendo a los resultados que muestra la Tabla 2, se puede decir que el alumnado observado no consiguió realizar las actividades satisfactoriamente, aunque hubo 3 de ellos que se acercaron bastante a lo que se les pedía. Estas actividades guardan relación con el pensamiento relacional y funcional, y en las que más dificultades tuvieron fue en la cuarta y quinta actividad, en la que debían encontrar el patrón y la unidad de repetición. Esto puede deberse a que son las actividades más difíciles, y, están destinadas para el alumnado mayor de 4 años, y ellos, en su mayoría, tienen aún 3 años.

En cuanto al resto del alumnado, se puede decir que en su mayoría mostraron más o menos los mismos resultados, encontrando quienes lo realizaban con menos dificultades, y quienes no sabían qué hacer.

#### **4.7. Resultados actividad 7 (prueba piloto)**

##### ***Resultados sobre la implementación:***

A la hora de realizar esta actividad, se buscó principalmente al alumnado con el que se realizó la prueba piloto, ya que, consistía en llevar a cabo la misma actividad. El alumnado estaba motivado, pero no tanto como a la hora de utilizar la canción como hilo conductor del aprendizaje. De esta situación, cabe destacar el efecto altamente motivador que tienen las actividades realizadas con música, o en la que ellos y ellas son los protagonistas a la hora de aprender matemáticas.

##### ***Resultados sobre el desempeño de los niños y niñas***

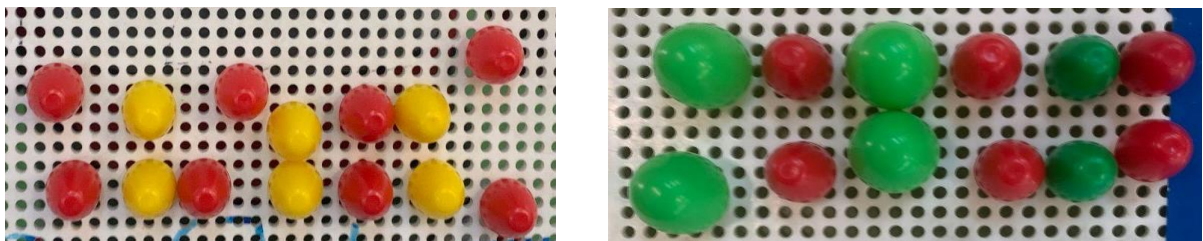
En cuanto a la última actividad, se puede decir que se encuentran diferencias notables frente a la prueba piloto que se realizó al principio. Esta se realizó con los dos mismos alumnos para poder contrastar los resultados obtenidos en la primera prueba y en la última tras haber realizado toda la secuencia didáctica. Los resultados son muy gratificantes, puesto que consiguen realizar la actividad correctamente. Además, con el alumno K, se llevó a cabo una actividad con el material manipulativo (pinchos) relacionada con la habilidad de interpolar, que también fue desarrollada con éxito.

### ***Resultados de los niños observados:***

La imagen de la izquierda fue la realizada por el alumno K, y la de la derecha la de la alumna M (figura 7). En ellas, además de apreciarse que han conseguido llevar a cabo la actividad correctamente, se puede observar cómo, si un pincho estaba un poco más arriba, ellos los ponían un poco más abajo, simulando la simetría. Además, si se empleaba un pincho más grande, ellos utilizaban un pincho más grande para copiar la serie. Los resultados se podrán observar en la Tabla 3.

### **Figura 7**

#### *Resultados habilidad de copiar*

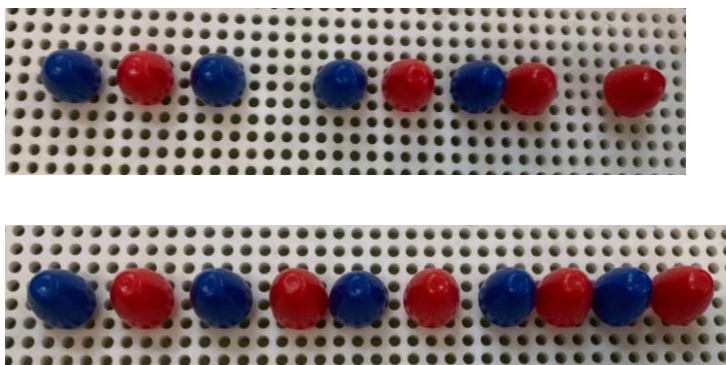


*Nota.* Autoría propia

Asimismo, en la figura 8, se puede observar la actividad de interpolar que se llevó a cabo con el alumno K, en la que se empleó un patrón de repetición AB, al igual que en la actividad de copiar. La imagen de arriba fue la secuencia que se le dio a él para que rellenara, y la de abajo muestra cómo él la completó correctamente.

### **Figura 8**

#### *Resultados habilidad de interpolar*



*Nota.* Autoría propia

Sin embargo, se intentó realizar la habilidad de copiar con una unidad de repetición más difícil, por ejemplo, AAAB, y la respuesta del alumno K fue “esto es muy difícil, yo no sé hacerlo, ¿me ayudas?”

Esto, tras haber realizado la secuencia didáctica, puede interpretarse de distintas maneras:

- Que el alumno no está preparado para trabajar las diferentes habilidades referidas a los patrones de repetición.
- Que no está cognitivamente preparado para desarrollar patrones cuya unidad de repetición sea más compleja.
- Que, si se hubiera empleado otra canción cuyo patrón hubiera sido más sencillo, igual hubiera sido capaz de abstraer los resultados de las tareas en contexto sonoro a tareas con otros recursos manipulativos como los pinchos.

Con el resto del alumnado se intentó llevar a cabo, al menos, una actividad con los pinchos referida a la habilidad de copiar, y no se pudo, o bien, porque no querían trabajar, o porque la docente no brindó tiempo suficiente para poder hacerlo.

**Tabla 3**

*Resultados obtenidos*

CRITERIOS DE EVALUACIÓN	ALUMNOS	
	M	K
Copia la serie creada por la docente	Sí	Sí
Copia una serie con una unidad de repetición más compleja	No	No
Encuentra los elementos que faltan en la serie	No	Sí

*Nota.* Esta tabla muestra los resultados obtenidos al poner en prácticas la última actividad de la secuencia didáctica.

#### 4.8. Dificultades encontradas

Durante el transcurso de la secuencia didáctica, se experimentaron varias dificultades que, en mayor o menor medida, se intentaron resolver en el momento. Entre ellas encontramos las siguientes:

- La falta de un espacio y tiempo determinado para llevar a cabo las actividades dificultó que estas se pudieran llevar a la práctica tal y como se había planteado. Esto se debe a que la maestra tenía un horario muy estricto en el que, si no programaba la realización de estas actividades en su programación semanal, no brindaba tiempo para poder realizarlas. Además, al tener que realizarlas en el momento de ir al baño y almorzar, el alumnado estaba menos atento y predispuesto para realizarlas, algo que causaba gran frustración puesto que las actividades que se realizaron en otro momento las disfrutaron y querían repetirlas.
- También se encontraron dificultades de tipo conductual. Estas hacen referencia a, por ejemplo, que algún alumno hablase fuera de su turno de palabra respondiendo a preguntas realizadas a otros compañeros, influyendo en su respuesta. Por otro lado, en las actividades en las que se dejó material para que lo usasen, hubo en varias ocasiones en las que se tuvo que quitar puesto que lo tocaban cuando no debía y dificultaba que se pudiera explicar la actividad.
- Se encontró otro imprevisto a la hora de poner el audio modificado de la segunda actividad, ya que, el ordenador se quedó sin volumen y no se escuchaba nada. Se reinició para ver si así funcionaba, y tras varios intentos respondió correctamente, pero, se tuvo al alumnado mucho tiempo esperando.
- Al no disponer de un espacio y un tiempo determinado para realizar las actividades, no se pudieron tomar vídeos de la realización de las actividades en las que se utilizaba la canción. Únicamente se pudieron tomar fotos de las actividades realizadas con el material manipulativo (pinchos), ya que se utilizaban cuando indicaba la maestra.
- Por otro lado, las preguntas que se iban a realizar tras finalizar las actividades, tampoco se pudieron llevar a cabo, ya que, al no disponer de tiempo para poder realizar las actividades, tampoco se dispuso de tiempo para poder realizar las preguntas. Esto



supone una dificultad, ya que, la información recogida con la observación y las imágenes no se puede contrastar con las respuestas que hubieran dado a las preguntas.

- Respecto a la prueba piloto, se observó que presentar las actividades sin estar contextualizadas, sin tener un contexto claro ni una meta final, no les motivaba lo suficiente y solamente se limitaban a hacer la actividad sin mayor interés, o, en otros muchos casos, sin querer hacerla.

## **CAPÍTULO 5. CONCLUSIONES**

Las conclusiones que este trabajo recoge dan respuesta a los objetivos que se plantearon tras conocer el contexto y el alumnado con el que se iba a trabajar. De igual manera, se comentarán aspectos acerca de la secuencia didáctica realizada en el aula, por lo que se podrán encontrar dos apartados. El primero hará referencia a los objetivos marcados, y, después, se recogerán las conclusiones obtenidas de la puesta en práctica dentro del aula y las repercusiones que tiene para la formación docente.

### **5.1. Conclusiones respecto a los objetivos planteados**

En cuanto al diseño de una secuencia didáctica de tareas para el trabajo con patrones rítmicos de repetición dirigido a niños y niñas de 3 años de un centro de especial dificultad para estudiar su viabilidad, ha supuesto un desafío, no solo a la hora de buscar información relevante a nivel teórico, sino también a la hora de ajustarla y adaptarla a nivel práctico. Es pues, a partir de esta experiencia, cuando se valora el alcance que supone que un maestro planifique sus actividades, adecue los objetivos a alcanzar, adapte el material para que todo su alumnado lo pueda manipular, así como que mantenga el interés del alumnado en todo momento. De esta forma se puede ver cómo trabajar con el recurso musical presenta un poder motivador en el alumnado ya que lo perciben como una actividad atractiva.

Por otro lado, a la hora de implementar la secuencia didáctica planificada, se tuvo que tener en cuenta las características del centro en el que se llevó a cabo la secuencia. Se puede decir que, si estas actividades se hubieran trabajado con fichas o con otros materiales que no les hubieran llamado la atención, no se hubiera podido desarrollar, ya que, no lo habrían entendido, o no les hubiera llamado la atención y no la hubieran querido realizar. Por todo ello, haber podido adoptar el rol de maestra, y planificar teniendo en cuenta las características del alumnado, así como sus limitaciones, y sus intereses, ha sido muy enriquecedor, ya que, a partir de esta experiencia, se puede modificar la propuesta, valorar otro enfoque y observar líneas de mejora para la planificación.

Por otro lado, en cuanto al análisis del desempeño de estos niños respecto a distintas habilidades asociadas al pensamiento recursivo y relacional, los resultados han sido muy variados. Por un lado, respecto al pensamiento recursivo, los resultados fueron bastante gratificantes, en parte, porque las habilidades que se estaban poniendo en juego eran más

sencillas que las de pensamiento relacional, y, estas están dirigidas para niños y niñas de 3 años. Sin embargo, en las habilidades asociadas al pensamiento relacional tuvieron más dificultades, que podrían ser, en parte, porque no están cognitivamente preparados para afrontarlas, ya que, son habilidades destinadas para niños y niñas de 4 años, y el alumnado con el que se ha llevado a cabo la propuesta además de tener 3 años, en su mayoría, está un año inferior a su edad cronológica. Asimismo, considero que el no tener un tiempo y un espacio determinado para realizar la secuencia ha contribuido a que los resultados no hayan sido tan gratificantes como se esperaba, pues, se han tenido que hacer las actividades sobre la marcha, y sin brindarles la oportunidad de desenvolverse a su ritmo.

A la hora de contrastar los resultados que se obtienen a priori y a posteriori tras realizar la secuencia con objeto de mejorar la futura práctica docente. En concreto, comprobar si los niños son capaces de realizar seriaciones con otros recursos manipulativos (pinchos) una vez implementada la secuencia con patrones sonoros, no se puede decir que los resultados hayan sido un éxito. Al fin y al cabo, no se ha conseguido que, tras llevar a cabo la propuesta, el alumnado pueda trabajar con patrones cuya unidad de repetición sea más compleja, o, que puedan realizar otras habilidades más difíciles relacionadas con los patrones de repetición (no sólo copiar o interpolar). No obstante, se encuentran avances en tanto en cuanto antes de desarrollar la secuencia didáctica, los alumnos con los que se llevó a cabo el pilotaje no consiguieron realizar la actividad destinada a trabajar la habilidad de copiar correctamente, y, una vez finalizada la secuencia, ambos alumnos la llevaron a cabo con éxito, e incluso uno de ellos pudo realizar correctamente otra actividad que implicaba una habilidad más compleja (interpolar).

Esto se puede contrastar con diferentes estudios que han analizado el efecto positivo que hay entre trabajar la música para desarrollar habilidades matemáticas (Geoghegan y Mitchelmore, 1996; Rauscher y Hinton, 2011, citados en Incognito et al., 2022), concretamente en utilizar la música para completar patrones según una serie algebraica (Bahr y Chistensen, 2000; Barroso et al., 2019). Los patrones de repetición, en este caso, se manifiestan como los más comprensibles para los niños pequeños, ya que, muestran ritmo, regularidad y orden (Acosta et al., 2022a).

Finalmente, concluir comentando que los niños se mostraron muy participativos y motivados en todo momento, sobre todo cuando sonaba la música, ya que les impulsaba a trabajar.

## **5.2. Repercusión e influencia en mi futura práctica docente**

Gracias a poder realizar esta propuesta, se percibe cómo el sistema educativo puede dar un paso hacia adelante y trabajar de otra manera más vivencial y lúdica esta asignatura tan importante, y con la que tantos adolescentes tienen dificultades.

Personalmente, de esta experiencia destaco, aunque los resultados no hayan sido los esperados, la importancia de trabajar de manera vivencial y manipulativa durante esta primera etapa educativa. Aquí es donde debe haber un punto de inflexión, y se debe romper con los métodos tradicionales de trabajar con fichas, que, aunque también son beneficiosas, no motivan a ningún estudiante. Sin embargo, trabajar con juegos, con materiales que pueden manipular, con experiencias de su vida diaria, eso sí les motiva a aprender y a retener lo aprendido. Así pues, Alsina (2006) citado en Alsina y Giralt (2017), señala lo siguiente:

No todos los niños aprenden de la misma forma ni en el mismo momento, por lo que diversificar los contextos de enseñanza-aprendizaje para enseñar matemáticas puede ser una estrategia docente eficaz para garantizar que el máximo número de alumnos de las primeras edades tengan éxito en el aprendizaje de los conocimientos algebraicos en general y de los patrones en particular. (p. 126)

En este caso, he podido comprobar cómo esta afirmación se aplica perfectamente a la secuencia didáctica planteada, ya que, a través de la música se pueden adquirir muchos contenidos matemáticos, siendo el alumnado los protagonistas activos de su aprendizaje, y, lo más importante, disfrutando del aprendizaje, porque sí, eran felices aprendiendo matemáticas, aunque ellos no lo sabían. Algo que me hace especial ilusión fue que un día sin venir a cuento, un niño se puso a tocar el ritmo de la canción con sus manos en la mesa, e inmediatamente todos lo empezaron a seguir, y uno se atrevió a preguntarme si podía poner la canción en la pantalla para poder realizar la canción. Que ellos disfruten, hacen que una como maestra también disfrute, y ese es el mejor aprendizaje de todos.

## REFERENCIAS

- Acosta, Y. y Alsina, A. (2018). Alfabetización algebraica a partir de 3 años: El caso de los patrones. En L. J. Rodríguez-Muñiz, L. Muñiz-Rodríguez, A. Aguilar-González, P. Alonso, F. J. García García y A. Bruno (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XXII* (pp. 111-120). Gijón: SEIEM.
- Acosta, Y., y Alsina, A. (2020). Learning patterns at three years old: Contributions of a learning trajectory and teaching itinerary. *Australasian Journal of Early Childhood*, 45(1), 14-29. <https://doi.org/10.1177/1836939119885310>
- Acosta, Y., y Alsina, A. (2022). Influencia del contexto de enseñanza en la representación de patrones en educación infantil. *Alteridad*, 17(2), 166-179. <https://doi.org/10.17163/alt.v17n2.2022.01>
- Acosta, Y., y Alsina, A. (2024). Modos de pensamiento algebraico en educación infantil: efectos de un itinerario de enseñanza de patrones de repetición. *PNA*, 18(2), 189-222. <https://doi.org/10.30827/pna.v18i2.26256>
- Acosta, Y., Pincheira, N., y Alsina, A. (2022a). El pensamiento algebraico en educación infantil: estrategias didácticas para promover las habilidades para hacer patrones. *Edma 0-6: Educación Matemática en la Infancia*, 11(2), 1-37. <https://doi.org/10.24197/edmain.2.2022.1-37>
- Acosta, Y., Pincheira, N., y Alsina, A. (2022b). Tareas y habilidades para hacer patrones de repetición en libros de texto de educación infantil. *AIEM- Avances de investigación en educación matemática*, 22, 91-110. <https://doi.org/10.35763/aiem22.4193>
- Álamos Gómez, J. (2023). Abordaje del ritmo musical en Educación Primaria. Percepciones del profesorado especialista chileno. *Revista Electrónica de LEEME*, 51, 36-54. <https://doi.org/10.7203/LEEME.51.25579>
- Alsina, A. (2019). Del razonamiento lógico-matemático al álgebra temprana en Educación Infantil. *Edma 0-6: Educación Matemática en la Infancia*, 8(1), 1-19. <https://doi.org/10.24197/edmain.1.2019.1-19>

- Alsina, A. (2020). Itinerario de enseñanza para el álgebra temprana. *Revista Chilena de Educación Matemática*, 12(1), 5-20. <https://doi.org/10.46219/rechiem.v12i1.16>
- Alsina, A. (2022a). *Itinerarios didácticos para la enseñanza de las matemáticas (3-6 años)*. Graó.
- Alsina, A. (2022b). Los contenidos matemáticos en el currículo de Educación Infantil: contrastando la legislación educativa española con la investigación en educación matemática infantil. *Épsilon*, 111(5), 67-89.
- Alsina, A., y Giralt, I. (2017). Introducción al álgebra en educación infantil: un itinerario didáctico para la enseñanza de los patrones. *Revista de Didácticas Específicas*, 16, 113-129. <https://doi.org/10.15366/didacticas2017.16.007>
- Arteaga, B., y Macías, J. (2016). *Didáctica de las matemáticas en Educación Infantil*. Unir Editorial.
- Australian Curriculum, Assessment and Reporting Authority [ACARA] (2021). The Australian Curriculum: Mathematics.
- Bahr, N., y Christensen, C.A. (2000). Inter-domain transfer between mathematical skills and musicianship. *Journal of Structural Learning & Intelligence System*, 14(3), 187–197.
- Barroso, C., Ganley, C.M., Hart, S.A., Rogers, N., y Clendinning, J.P. (2019). The relative importance of math- and music-related cognitive and affective factors in predicting undergraduate music theory achievement. *Applied Cognitive Psychology*, 33(5), 771–783. <https://doi.org/10.1002/acp.3518>
- Blanton, M. y Kaput, J. J. (2005). Characterizing a classroom practice that promotes algebraic reasoning. *Journal for Research in Mathematics Education*, 36(5), 412-446. <https://doi.org/10.2307/30034944>
- Castro-Rodríguez, E. y Castro, E. (2016). Pensamiento lógico-matemático. En E. Castro y E. Castro (Eds.), *Enseñanza y aprendizaje de las matemáticas en educación infantil* (pp. 87-107). Ediciones Pirámide.
- Castro-Rodríguez, E., Cañadas, M., y Molina, M. (2010). El razonamiento inductivo como generador de conocimiento matemático. *Uno*, 54, 55-67.

- Chamorro, M<sup>a</sup>.C. (2005). *Didáctica de las matemáticas para Educación Infantil*. Pearson-Prentice.
- Dreyfus, T. (2002). Advanced Mathematical Thinking Processes. En D. Tall (Ed.), *Advanced Mathematical Thinking* (pp. 25-41). Springer Netherlands. [https://doi.org/10.1007/0-306-47203-1\\_2](https://doi.org/10.1007/0-306-47203-1_2)
- Edo, M. (2012). Situaciones interdisciplinarias para el desarrollo del pensamiento matemático en Educación Infantil en la formación de maestros. En M. Marín Rodríguez; N. Climent-Rodríguez (eds.), *Investigación en Educación Matemática. Comunicaciones de los grupos de investigación. XV Simposio de la SEIEM*, 427-453.
- Esteve Faubel, J.M<sup>a</sup>. (2019). La educación musical y el comparatismo. *Revista Española de Educación Comparada*, 34, 41-61. <https://doi.org/10.5944/reec.34.2019>
- Geoghegan, N., y Mitchelmore, M. (1996). Possible effects of early childhood music on mathematical achievement. *Journal for Australian Research in Early Childhood Education*, 1, 57–64.
- Ginsburg, H.P., Lee, J.S., y Boyd, J.S. (2008). Mathematics Education for Young Children: What It is and How to Promote It. *Social Policy Report*, 22(1), 3-27.
- Hernández Camas, G. (2016). Música y matemáticas: aplicación interdisciplinar de la música como herramienta didáctica. [Trabajo Fin de Grado, Universidad de Zaragoza]. Repositorio Institucional. <https://zaguan.unizar.es/record/57126/files/TAZ-TFG-2016-2990.pdf>
- Incognito, A., Scaccioni, L., y Pinto, G. (2022). The impact of a music education program on meta-musical awareness, logical-mathematical, and notational skills in preschoolers. *International Journal of Music Education*, 40(1), 90-104. <https://doi.org/10.1177/02557614211027247>
- Kaput, J. J., Carraher, D. W., y Blanton, M. L. (2008). *Algebra in the early grades*. Lawrence Erlbaum Associates with the National Council of Teachers of Mathematics.

- Knuth, E., Stephens, A., Blanton, M., & Gardiner, A. (2016). Build an early foundation for algebra success. *The Phi Delta Kappan*, 97(6), 65–68.  
<https://doi.org/10.1177/0031721716636877>
- Lüken, M.M. (2020). Patterning as a Mathematical Activity: An Analysis of Young Children's Strategies When Working with Repeating Patterns. En M. Carlsen, I. Erfjord y P. S. Hundeland (Eds.), *Mathematics Education in the Early Years* (pp. 79-92). Springer.  
[https://doi.org/10.1007/978-3-030-34776-5\\_5](https://doi.org/10.1007/978-3-030-34776-5_5)
- Mall, P., Spychiger, M., Vogel, R., y Zerlik, J. (2016). European Music Portfolio (EMP)-Maths: "Sounding Ways into Mathematics" Manual para el profesorado. *Lifelong Learning Programme*.
- Montero, C. (2010). Neuroanatomía musical. *Revista Médica de Costa Rica y Centroamérica*, 595, 493-495.
- NCTM (2000). *Principles and Standards for School Mathematics*. Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics. <https://doi.org/10.17226/9870>
- New Zealand Government. Ministry of Education (2017). *Te Whāriki: Early Childhood Curriculum*. Ministry of Education.
- ORDEN ECD/1371/2022, de 28 de septiembre, por la que se modifica la Orden ECD/1435/2017, de 12 de septiembre, por la que se establecen los criterios para determinar los puestos y centros públicos docentes no universitarios susceptibles de ser catalogados como de especial dificultad en la Comunidad Autónoma de Aragón. *Boletín Oficial de Aragón*, 194, de 05 de octubre de 2022.  
<https://www.boa.aragon.es/cgi-bin/EBOA/BRSCGI?CMD=VEROBJ&MLKOB=1240496044444&type=pdf>
- ORDEN ECD/853/2022, de 13 de junio, por la que se aprueban el currículo y las características de la evaluación de la Educación Infantil y se autoriza su aplicación en los centros docentes de la Comunidad Autónoma de Aragón. *Boletín Oficial de Aragón*, 116, de 17 de junio de 2022. <http://www.boa.aragon.es/cgi-bin/EBOA/BRSCGI?CMD=VEROBJ&MLKOB=1226745223535&type=pdf>



- Papic, M. (2007). Promoting Repeating Patterns with Young Children - More Than Just Alternating Colours! *Australian Primary Mathematics Classroom*, 12(3), 8–13. <https://doi/10.3316/informit.135529953955178>
- Papic, M. (2015). An Early Mathematical Patterning Assessment: Identifying young Australian Indigenous children's patterning skills. *Mathematics Education Research Journal*, 27(4), 519-534. <https://doi.org/10.1007/s13394-015-0149-8>
- Pincheira, N., Acosta, Y., y Alsina, A. (2022). Incorporación del álgebra temprana en Educación Infantil: un análisis desde los libros de texto. *PNA*, 17(1), 1-24. <https://doi.org/10.30827/pna.v17i1.24522>
- Pincheira, N., y Alsina, A. (2021). Hacia una caracterización del álgebra temprana a partir del análisis de los currículos contemporáneos de Educación Infantil y Primaria. *Educación Matemática*, 3(1), 153-180. <https://doi.org/10.24844/em3301.06>
- Real Decreto 95/2022, de 1 febrero, por el que se establece la ordenación y las enseñanzas mínimas de la Educación Infantil. *Boletín Oficial del Estado*, 28, de 02 de febrero de 2022. <https://www.boe.es/buscar/pdf/2022/BOE-A-2022-1654-consolidado.pdf>
- Saá-Rojo, M.D. y Carrillo-Gallego, D. (2023). Las matemáticas de cuentos y canciones. En M.D. Saá-Rojo (Ed.), *Una mirada matemática a los relatos*, pp. 1-40. Editum. Ediciones de la Universidad de Murcia.
- Singapore, Republic of Ministry of Education (2013). *Nurturing Early Learners: A Curriculum for Kindergartens in Singapore: Numeracy: Volume. 6*. Singapore: Ministry of Education.
- Taylor-Cox, J. (2003). Algebra in the Early Years? Yes! *Young Children* 58(1), 14-21.
- Threlfall, J. (1999). Repeating patterns in the primary years. En A. Orton (Ed.), *Pattern in the Teaching and Learning of Mathematics* (pp. 18-30). Cassell.
- Tirosh, D., Tsamir, P., Barkai, R., y Levenson, E. (2018). Engaging young children with mathematical activities involving different representations: triangles, patterns, and counting objects. *CEPS Journal*, 8(2), 9-30. <https://doi.org/10.25656/01:15664>

- Vara, E. (2013). La lógica matemática en Educación Infantil. [Trabajo Fin de Grado, Universidad de Valladolid]. Repositorio Institucional. <https://uvadoc.uva.es/bitstream/handle/10324/4002/TFG-G374.pdf?sequence=1&isAllowed=y>
- Vergel, R. (2015). Generalización de patrones y formas de pensamiento algebraico temprano. *PNA*, 9(3), 193-215. <https://doi.org/10.30827/pna.v9i3.6220>
- Wijns, N., Torbeyns, J., Bakker, M., De Smedt, B., y Verschaffel, L. (2019). Four-year olds' understanding of repeating and growing patterns and its association with early numerical ability. *Early Childhood Research Quarterly*, 49, 152-163. <https://doi.org/10.1016/j.ecresq.2019.06.004>
- Zapatera, A. (2018). Introducción del pensamiento algebraico mediante la generalización de patrones. Una secuencia de tareas para Educación Infantil y Primaria. *Números, Revista de Didáctica de las Matemáticas*, 97, 51-67.

## ANEXOS

### Anexo I. Rúbricas de evaluación

*Tabla 1. Actividades relacionadas con las habilidades de copiar, interpolar y extender.*

CRITERIOS DE EVALUACIÓN	ALUMNOS				
	M	K	D	L	A
Copia lo que hace la docente					
Encuentra qué elementos faltan en la serie rítmica					
Cantidad de sonidos identificados					
Sigue la serie rítmica por sí solo					

*Tabla 2. Actividades relacionadas con las habilidades de abstraer, reconocer la unidad de repetición y crear un patrón.*

CRITERIOS DE EVALUACIÓN	ALUMNOS				
	M	K	D	L	A
Realiza la misma serie rítmica con movimientos corporales u otros materiales					
Reconocer cuál es la unidad que se repite en la serie rítmica.					
Supo crear su propia serie rítmica.					

*Tabla 3. Actividad relacionada con la prueba piloto realizada*

CRITERIOS DE EVALUACIÓN	ALUMNOS	
	M	K
Copia la serie creada por la docente		
Copia una serie con una unidad de repetición más compleja		
Encuentra los elementos que faltan en la serie		