



Trabajo Fin de Grado Magisterio Educación Primaria

Enseñanza de la magnitud tiempo en primaria.
Una propuesta didáctica para 3º de educación primaria.

Teaching the magnitude of time in primary school.
A didactic proposal for 3rd year of primary school.

Autor/es

María Sierra Valeg

Director/es

Nuria Begué Pedrosa

FACULTAD DE EDUCACIÓN

2024

ÍNDICE

1. INTRODUCCIÓN Y JUSTIFICACIÓN	3
2. MARCO TEÓRICO	3
2.1. Trabajo de la magnitud tiempo en el aula de primaria.	4
2.2. La magnitud tiempo en relación al desarrollo del niño.	6
2.3. El libro de texto cómo concreción del currículo.	8
3. MARCO CURRICULAR	8
3.1. Orientaciones curriculares nacionales.	8
3.2. Orientaciones curriculares internacionales.	10
4. METODOLOGÍA	11
4.1. Muestra y contexto.	11
4.2. Análisis del libro de texto	11
4.3. Resultados del análisis de los libros de texto	13
4.4. Propuesta didáctica.	23
5. IMPLEMENTACIÓN Y RESULTADOS	32
5.1. Conocimientos previos o enseñanza previa recibida por el alumno.	32
5.2. Resultados de las implementaciones.	37
5.2.1. Resultados de la 2º Sesión.	37
5.2.2. Resultados de la 3º Sesión.	40
5.2.3. Resultados de la 4º Sesión.	43
5.2.4. Resultados de la 5º Sesión.	49
5.2.5. Resultados del cuestionario final	54
6. CONCLUSIONES	56
6.1. Conclusiones del trabajo	56
6.2. Conclusiones personales	57
7. REFERENCIAS	58
8. ANEXOS	63
8.1. Anexo 1. Tabla análisis libros de texto.	63
8.2. Anexo 2. Ejemplos de tipología de ejercicios.	66
8.3. Anexo 3. Hoja de registro sesión 1.	78
8.4. Anexo 4. Hoja de registro sesión 2.	80
8.5. Anexo 5. Hoja de registro sesión 3.	82
8.6. Anexo 6. Hoja de registro sesión 4.	84
8.7. Anexo 7. Hoja de registro sesión 5.	86
8.8. Anexo 8. Secuencias temporales.	88
8.9. Anexo 9. Resultados cuestionario inicial.	89
8.10. Anexo 10. Comparación resultados cuestionarios inicial y final.	93

RESUMEN

La magnitud tiempo ha sido trabajada en Educación Primaria, aun con las dificultades que presenta la propia magnitud, entre las que destacan la intangibilidad, el sistema posicional de base sexagesimal, la dificultad de verbalización y la escasa investigación de la didáctica de esta área. Esta instrucción se ha basado principalmente en la lectura y representación en el instrumento de medida, principalmente el reloj, tal y como muestra el análisis de los currículos nacionales e internacionales y los libros de texto realizado en el presente trabajo. Es por ello que se presenta una propuesta que lleva al alumnado a tener una comprensión de la magnitud mediante el trabajo de tareas previas a la lectura del instrumento de medida y trabajo experimental en grupos, donde el alumnado pueda realizar un debate de las ideas matemáticas. Esta propuesta ha mostrado una mejora en la comprensión de la magnitud por parte del alumnado a pesar de las limitaciones que presenta el propio desarrollo psicoevolutivo del alumnado.

Palabras clave: Didáctica de la Matemática, Magnitud Tiempo, Propuesta Didáctica, Educación Primaria.

SUMMARY

The time magnitude has been worked on in Primary Education, despite the difficulties that the magnitude itself presents, among which the intangibility, the sexagesimal-based positional system, the difficulty of verbalization and the scarce investigation of the teaching of this area can be highlighted. This instruction has been based mainly on the reading and representation in the measuring instrument, mainly the clock, as shown by the analysis of national and international curricula carried out in this work. That is why this proposal is made. This proposal leads students to have an understanding of the magnitude by working on tasks prior to reading the measuring instrument and experimental work in groups, where students can debate the mathematical ideas. This proposal has shown an improvement in the students' understanding of the magnitude, despite the limitations that the students' psychoevolutionary development itself presents.

Keywords: Mathematics Didactics, Time Magnitude, Didactic Proposal, Primary Education.

1. INTRODUCCIÓN Y JUSTIFICACIÓN

En la presente disertación se expone el tratamiento de la magnitud tiempo en la etapa de Educación Primaria. Este concepto ha probado ser de gran relevancia en la vida del alumnado tanto dentro como fuera del centro escolar. El tiempo es utilizado actualmente por los seres humanos diariamente pues delimita y condiciona las acciones que se realizan. Actualmente las herramientas de medida están bastante globalizadas y se tiende a usar las mismas en prácticamente todo el planeta, aunque puedan variar dependiendo del lugar, como en el caso del calendario. De igual forma, a lo largo de la historia han ido variando conforme el ser humano evolucionaba.

Pese a ser un constructo social cuyos aspectos en múltiples ocasiones vienen delimitados por decisiones arbitrarias tomadas por los humanos, el tiempo siempre ha sido una magnitud que nos permite delimitar, ordenar, secuenciar y comparar la duración de eventos, independientemente del instrumento de medida usado para hacerlo.

En consecuencia, una instrucción de la magnitud basada únicamente en el reloj no permite una comprensión completa de la magnitud, pues el instrumento de medida varía y evoluciona. A pesar de esto, siguen siendo numerosas las propuestas educativas que basan la enseñanza del tiempo únicamente en la lectura y representación en el instrumento de medida, usualmente el reloj. Es por ello que en el presente trabajo se presenta una propuesta didáctica de enseñanza de la magnitud que abarca algunos de los aspectos que deben ser tratados antes del trabajo del tiempo sobre el reloj analógico. Todo ello con la finalidad de que el alumnado mejore su comprensión en relación a la magnitud tiempo, a través de situaciones que exijan reflexionar sobre acciones centradas en el trabajo de la magnitud. Finalmente, se conectará el trabajo realizado con el instrumento de medida convencional, reflexionando sobre la información que se presenta en dicho sistema de representación para la magnitud tiempo.

2. MARCO TEÓRICO

Como base del trabajo, se establece un marco teórico en el que se cimentará el desarrollo de una propuesta didáctica para el trabajo de la magnitud en el aula de educación primaria. Esta revisión se estructura en tres bloques principales: el trabajo de la magnitud tiempo desde el aula de primaria, junto a las dificultades que esta acarrea; cómo se desarrolla la magnitud desde la perspectiva psicoevolutiva del niño; y cómo el libro de texto concreta las demandas

del currículo. Esto permite explorar la magnitud desde el punto de vista de la didáctica, la psicología y la normativa educativa.

2.1. Trabajo de la magnitud tiempo en el aula de primaria.

Entre las principales características del tiempo destaca la intangibilidad de la magnitud, factor que hace referencia a la imposibilidad de ser percibida táctilmente y que la diferencia de otras magnitudes como la longitud, la masa o la capacidad. De igual forma, presenta otra característica diferencial con respecto a estas: el uso de un sistema numérico no decimal en el sistema legal. Igualmente, la mayoría de las decisiones que se toman en torno a esta magnitud son arbitrarias (a qué hora se cambia de día, cuántos minutos componen una hora, cuántos días componen un año...) puesto que ha sido determinado por el conjunto de la población.

El tiempo ha sido una magnitud presente en la vida de los seres humanos desde la antigüedad y, en consecuencia, como muchos otros factores de la vida, ha sido trabajada en la escuela. No obstante, el trabajo de esta magnitud ha sido focalizado mayormente en la lectura de su instrumento de medida, el reloj, en lugar de una comprensión de la propia magnitud. Esto queda reflejado en los objetivos que el docente plantea para los alumnos, el cual suele ser que los alumnos sean capaces de decir la hora (Earnest, 2017). Es cierto que este factor viene delimitado por las propias dificultades que presenta la magnitud.

Entre estas dificultades Ames (1946) destaca la verbalización de la magnitud, debido a que la expresión del conocimiento de la magnitud por parte de los infantes está limitada a la capacidad de uso y el conocimiento de las palabras relacionadas con el tiempo que tienen. De igual forma, en la etapa de primaria, la magnitud presenta otra dificultad en cuanto al propio sistema legal que utiliza, como ya se había comentado. Este es un sistema posicional de base sexagesimal, con la particularidad de que, dentro de cada posición se usa el sistema de posicional de base 10. Esto acarrea dificultades, especialmente con la lectura de los relojes digitales (Arteaga-Martínez et al., 2022), donde los alumnos pueden no llegar a comprender por qué nunca llega a aparecer el número 60, cuando una hora está comprendida por 60 minutos y un minuto está compuesto por 60 segundos. Esta dificultad ya es observada en los primeros niveles cuando los alumnos están en el proceso de adquisición del sistema posicional decimal. En este caso, nunca llega a aparecer una cifra que simbolice el número “diez”, sino que este está compuesto por dos cifras, una que por su posición nos indica el número de decenas y otra el número de unidades. En consecuencia, aparecen errores como la

inversión del orden de las cifras, la incorporación de la potencia de la base, la adición o supresión de ceros y dificultades en la lectura. Al ser errores ocasionados por el tipo de sistema, estos errores también pueden surgir en la lectura de los relojes.

A estas dificultades se suma la poca relevancia que se le otorga a la magnitud tiempo, tanto en planificación curricular como en investigación en didáctica de las matemáticas (Arteaga-Martínez et al., 2022). En múltiples ocasiones, esta enseñanza es relegada a un segundo plano pues se entiende que será llevada a cabo por la sociedad a su debido momento (Pizarro et al., 2020).

Sin embargo, cabe destacar que la lectura de una cantidad de magnitud expresada en un instrumento de medida sin tener una comprensión de dicha magnitud se convierte en una tarea de gran complejidad, tal y como queda reflejado en investigaciones llevadas a cabo en aulas de Educación Primaria (Pizarro et al., 2020; Arteaga-Martínez et al., 2022).

Dentro del sentido de la medida en el aula de primaria cobra una gran importancia las aportaciones hechas por Chamorro et al., (2005). Este libro trata la magnitud en su conjunto, siendo esta construida sobre los procesos de clasificación y seriación, los cuales se llevan a cabo en base a un atributo observable. No obstante, esto no es posible en el caso del tiempo, pues es intangible.

Chamorro et al. (2005) elaboran una progresión de etapas en la enseñanza de las magnitudes: estimación sensorial, comparación directa, comparación indirecta, elección de una unidad, sistemas de medida irregulares, sistemas de medida regulares y, finalmente, el sistema legal. En el caso del tiempo, las comparaciones directas, las cuales son poco frecuentes, requieren cierta capacidad de deducción y la intervención de otras informaciones cuantitativas pueden dificultar el trabajo de la magnitud en primaria. Por ello se propone como actividad las comparaciones directas en la vida cotidiana del alumnado. En cuanto a la comparación indirecta, esta implica la utilización de un objeto intermedio que no tiene que suponer todavía una medida común e independiente.

En el caso del tiempo, se debe trabajar tanto la noción de duración como los sistemas convencionales de medida del tiempo, lo cual, a diferencia de otras magnitudes, cobra importancia tempranamente en el trabajo de la magnitud. En cuanto a la noción de duración,

se destacan actividades de comparación de la duración de desplazamientos tanto lineales como no lineales y de intervalos sonoros, siendo el alumno quien decide sobre la organización de la simultaneidad o sucesión de inicios (Chamorro et al., 2005).

2.2. La magnitud tiempo en relación al desarrollo del niño.

El desarrollo psicoevolutivo juega un papel fundamental en la comprensión de la magnitud. En este ámbito destacan los experimentos realizados por Piaget (1978), quien considera el tiempo como un concepto ligado a la causalidad, por lo que, la sucesión temporal de eventos tiene lugar debido a que uno de ellos es consecuencia de otro. Esto lleva a que uno de los primeros experimentos sea la ordenación correcta de imágenes distribuidas al azar. Los resultados mostraron que los niños hasta que llegan a los 7 u 8 años presentan grandes dificultades en el momento en el que se modifican las imágenes. En consecuencia, hasta dicha edad no son capaces de razonar sobre varias posibilidades a la vez.

Destacar que se da prioridad al estudio de series causales más sencillas, en las que se pueda observar el movimiento en el espacio de un objeto móvil, puesto que serán las posiciones sucesivas de este las que constituyan los puntos de orientación de la sucesión temporal. La experiencia diseñada exige el trasvase de un líquido de un recipiente a otro, de modo que los niños tienen que dibujar los cambios, que pueden medirse con una regla. En esta experiencia, además de las operaciones de seriación, se realizan encajes de intervalos a la vez que operaciones métricas.

En base a los experimentos realizados, se establecen tres estadios en cuanto a la ordenación de secuencias temporales: en el primer estadio los niños no logran ordenar la secuencia correctamente; en el segundo estadio se ordena la secuencia con facilidad, pero cuando se recorta la imagen quedando los dos recipientes separados cometen errores; finalmente, en el tercer estadio la tarea se completa correctamente. También se descubre que el error que tiene lugar en el primer estadio viene acarreado por la falta de capacidad de seriarn las alturas de los recipientes y de considerar el movimiento del líquido que se mueve de un recipiente a otro.

Estos resultados se relacionan con las fases del desarrollo del niño establecidas por Piaget (1978), que se describen a continuación: a) sensoriomotor (hasta los 2 años); b) preoperacional (2-7 años); c) operaciones concretas (7-11 años); d) operaciones formales (11 años en adelante). En relación a la magnitud tiempo, el niño solo alcanza a comprender

conceptos abstractos cuando alcanza la adolescencia. En la etapa pre-operacional, de los 2 a los 7 años, la percepción espacial de los niños se basa en la seriación espacial. Igualmente, los niños perciben que un objeto tarda más tiempo en ir de un lugar a otro si la distancia entre ambos objetos es mayor, sin tener en cuenta la velocidad de movimiento.

En la etapa de las operaciones concretas, los niños tienden a considerar un periodo de tiempo que contiene eventos personales que le afectan como periodos relativamente largos en comparación con la experiencia de otros observadores. Finalmente, es en el estadio de las operaciones formales cuando el niño, ya adolescente, es capaz de comprender el tiempo de forma abstracta, lo cual le permite tener una visión más absoluta, en lugar de una visión dependiente de las vivencias personales.

Relacionado con los experimentos llevados a cabo por Piaget encontramos los realizados por Murray (1969), donde se comprueba que, en el análisis de determinados eventos, niños menores de 8 años e, incluso en el caso de algunos eventos, los niños menores de 11, no son conservadores para la magnitud tiempo. Esto es, ignoran aquella información realmente relevante para la información temporal y, en su lugar, basan la duración de un evento en estímulos espaciales o físicos que en realidad no afectan a la magnitud.

En los experimentos llevados a cabo se modificaron factores como la altura, el aspecto, el deterioro y la posición de los objetos cuya duración se debía comparar. En los resultados se comprobó que los niños entre 7 y 8 años, pensaban que la transformación no temporal cambiaba la relación temporal entre los dos objetos en la mayoría de los casos. Igualmente, un número considerable de sujetos de estas edades tuvieron que ser descartados debido a las respuestas incorrectas proporcionadas en la primera pregunta. Por otro lado, en el caso de los niños en cuarto grado, es decir entre 9 y 10 años, se respondió correctamente en múltiples ocasiones, mientras que en el 6 grado, es decir niños entre 11 y 12 años, prácticamente todos respondieron correctamente en prácticamente todas las situaciones. Mención aparte merecen aquellas preguntas en las que introdujeron factores afectivos, pues fue en estas en las que aproximadamente la mitad de los alumnos de sexto grado dieron respuestas no conservadoras. Por lo tanto, se puede observar que la subjetividad de la magnitud bajo factores afectivos sigue teniendo relevancia, incluso al final de la etapa de las operaciones concretas.

2.3. El libro de texto cómo concreción del currículo.

Tal y como señala Danisova (2006), el libro de texto condensa y adapta lo que el currículum nacional requiere que enseñen los docentes, lo que supone un gran ahorro de tiempo y recursos a los docentes, los cuales, en posesión de un libro de texto, no tienen que hacer este esfuerzo de resumen. Igualmente, Campanario (2001) describe los libros de texto como una fuente de información, tanto para el alumno como para el profesorado, con tareas y formas de evaluación.

No obstante, estos textos tienen un gran impacto. Tal como señalan Tarr et al. (2006), el libro de texto afecta notablemente el qué y el cómo se enseñan las matemáticas en la primaria. Esto tiene un impacto significativo en la experiencia de aprendizaje de las matemáticas de los alumnos. Igualmente, puede afectar a aspectos de la práctica docente, influyendo en el conocimiento del profesorado en la didáctica de las matemáticas (Remillard, 2000).

Por otro lado, en la investigación llevada a cabo por Pino-Ceballos y Blanco (2008), se demostró que, en cuanto al análisis de los problemas de proporcionalidad en libros de texto de matemáticas de secundaria, solo un rango de ejercicios era cubierto y la mayoría exigía aplicar procedimientos o algoritmos conocidos; existían contraindicaciones con el currículum en cuanto a que modelos y estrategias para la resolución de problemas apenas eran incluidos y están poco vinculados con la vida del alumnado; se señalaron limitaciones del libro de texto como el soporte en el que se presenta la información, así como los contextos en los que se inscriben las situaciones, los cuales están alejados de la realidad.

Es por ello que en el presente trabajo se realiza un análisis de libros de texto, con el fin de averiguar cómo se presenta la enseñanza del tiempo en estos documentos.

3. MARCO CURRICULAR

3.1. Orientaciones curriculares nacionales.

El trabajo de la magnitud tiempo es uno de los contenidos que deben ser tratados en la etapa de Primaria, lo cual viene reflejado en muchos de los currículos actuales. Ejemplo de ello es el currículo español (Real Decreto 157/2022, Ministerio de Educación y Formación Profesional), en el cual se establece la magnitud tiempo dentro del sentido de la medida. Dentro del mismo se considera la magnitud, la medición y las estimaciones y relaciones que

se establecen entre medidas. En el primer ciclo de Educación Primaria, se hace énfasis en las unidades de medida en situaciones cotidianas, el proceso de medida mediante la repetición de una unidad, instrumentos de medida familiares al alumno, estimaciones y relaciones mediante comparación directa y ordenaciones de medidas de la misma magnitud.

En el segundo ciclo, el sentido de la medida se centra más en otras magnitudes como la longitud, la masa y la capacidad. No obstante, también se hace referencia al tiempo. Se incluye el minuto, la determinación de la duración de períodos de tiempo, se incita al uso de materiales manipulativos y se introduce el reloj analógico y el reloj digital. Finalmente, se considera la evaluación de los resultados obtenidos durante las mediciones, estimaciones o cálculos de medidas.

Para concluir, en tercer ciclo, no se añade ninguna información nueva con respecto a la magnitud tiempo. Se hace énfasis en el uso de unidades convencionales, el uso de instrumentos de medida y la aplicación a la resolución de problemas.

En cuanto al currículo autonómico, el correspondiente a la comunidad autónoma de Aragón (ORDEN ECD/1112/2022, Departamento de educación, cultura y deporte) aglutina magnitud y medida y separa por otro lado estimación y relaciones dentro de los saberes básicos. En el primer ciclo, la única diferencia que se encuentra es que se incluye la conservación de cantidades de magnitud y que las estrategias de comparación directa y ordenación se incluyen en magnitud y medida, mientras que en el currículo estatal se encuentran en estimación y relaciones. En el segundo ciclo, la única novedad incluida es la mención a la fracción como expresión de una cantidad de magnitud. Finalmente, en el tercer ciclo, se vuelve a mencionar la fracción desde el modelo de medida, tanto como forma de expresión de una cantidad de magnitud, como forma de comparación, orden, agregación y sustracción y relacionado con el proceso de reparto.

En consecuencia, se observa que el tratamiento de la magnitud tiempo en el currículo a nivel nacional y autonómico se centra en la lectura de los instrumentos de medida de la magnitud, así como saber realizar cálculos aritméticos con los resultados expresados en dichos instrumentos de medida. Sin embargo, no se centra el foco en el trabajo de la magnitud, pues la mayor mención que se encuentra son las actividades de comparación y ordenación brevemente nombradas.

3.2. Orientaciones curriculares internacionales.

El tiempo también es considerado en los currículos de otros países. El currículo británico (Department for Education, 2013) introduce la magnitud tiempo dentro del sentido de medida. En el primer año, se trabajan las comparaciones, descripciones y resoluciones de problemas mediante comparaciones como “más lento”, “más rápido”, “antes” o “después”; se introducen las horas, minutos y segundos, la secuenciación de eventos usando el lenguaje y la lectura y representación en el reloj analógico de horas “en punto” e “y media”. En el segundo año, se continúa con la secuenciación y comparación de intervalos de tiempo y se introduce la lectura y representación de horas cada cinco minutos, así como la equivalencia entre días, horas y minutos. En el tercer año, se usan números romanos en el reloj, se aumenta la precisión en la lectura y estimación de las horas y se aumenta el número de equivalencias que los alumnos deben conocer. En el cuarto año, se aprenden conversiones entre diferentes unidades de medida y la realización de problemas. En el quinto año, solo se menciona la resolución de problemas con conversiones entre unidades de tiempo. Finalmente, el sexto año se centra en el uso, lectura, escritura y conversión entre unidades convencionales.

Como se puede observar, en este currículo hay una visión menos centrada únicamente en la lectura y representación de la hora en el instrumento de medida, aunque no se consideran otros instrumentos de medida aparte del reloj. Destaca la importancia otorgada a los cambios de unidades y el trabajo del lenguaje como forma de expresión. No obstante, este queda limitado prácticamente de forma exclusiva al primer año, al igual que las comparaciones y secuencias, las cuales no se trabajan más allá del segundo año. A partir del tercer año el currículo se centra en el reloj y los cambios de unidades de medida para, finalmente, irse reduciendo la presencia de la magnitud tiempo hasta el punto en el que los dos últimos años apenas se considera. No obstante, la magnitud debería seguirse tratando en los últimos años pues, como se ha visto, esta no llega a ser totalmente comprendida hasta la adolescencia.

Por otro lado, el currículo francés no considera la magnitud tiempo dentro de la medida en el 1º ciclo (Ministère de l'Éducation Nationale et de la Jeunesse, 2024). Sin embargo, sí se incluye en el 2º ciclo (Ministère de l'Éducation Nationale et de la Jeunesse, 2024). Los objetivos se relacionan con la lectura del reloj, la representación de horas en el reloj, asociación de horas con momentos del día, distinción entre las horas de la mañana y las de la tarde, conocimiento de las unidades de medida y los símbolos asociados, comparaciones de

eventos basadas en la información mostrada por el reloj y resolución de problemas de una o dos fases que impliquen duraciones temporales. La gradación de la dificultad consiste en comenzar por horas enteras, posteriormente “y media”, para terminar con “y cuarto” y “menos cuarto”.

Por lo tanto, se continúa observando que, tanto en los currículos nacionales como en los internacionales, el principal foco de la enseñanza de la magnitud se centra en la lectura de su instrumento de medida, siendo en algunos casos incluso el único, pues se eliminan las actividades de comparación directa de duraciones y ordenación temporal. Por ello en la presente propuesta de enseñanza se pretende fomentar aquellas actividades que preceden a la lectura del instrumento de medida y que ya fueron señaladas por Chamorro et al., (2005) como elementales en el trabajo de la magnitud.

4. METODOLOGÍA

4.1. Muestra y contexto.

El aula en la que se llevará a cabo la implementación de la propuesta didáctica es una clase de 3º curso de Educación Primaria de un colegio urbano público. Dicho centro cuenta con 3 vías por curso. En cuanto al aula, esta está compuesta por 20 alumnos, 10 chicas y 10 chicos, uno de los cuales cuenta con una adaptación curricular significativa de 2º curso de Educación Primaria. En cuanto a las características más reseñables del grupo, la tutora destacó que el grupo tiende a distraerse fácilmente, lo que en ocasiones hace que sea difícil controlar al grupo. De igual forma, destaca la falta de costumbre en la realización de ejercicios escritos. Este aspecto es relevante, pues puede afectar a la toma de datos en las hojas de registro. Es por ello que se complementará con la información proporcionada oralmente.

4.2. Análisis del libro de texto

A continuación, se lleva a cabo un análisis de libros de texto. La Tabla 1 muestra los libros objeto de análisis, el primero de los cuales no solo sigue la normativa vigente, la LOMLOE (Real Decreto 157/2022, Ministerio de Educación y Formación Profesional), sino que es el utilizado actualmente en el centro educativo en el que se realiza la implementación de la propuesta.

Tabla 1. LIBROS DE MATEMÁTICAS ANALIZADOS.

Título	Editorial	Año	Curso
Matemáticas. Edición anotada para el profesorado.	Santillana	2023	3º Primaria
Matemáticas. Segundo semestre.	SM	2018	3º Primaria
Matemáticas. Segundo semestre	edebé	2015	3º Primaria
Mate + . Matemáticas para pensar.	Santillana	2020	3º Primaria

El estudio de los libros de texto se fundamenta en un análisis de contenido (Krippendorff, 2013), para el que se adopta la metodología de libros de texto propuesta por Cobo (2013) que considera los siguientes puntos en el proceso de análisis:

- 1- Identificar y seleccionar las partes que presentan tareas matemáticas relacionadas con el trabajo de la magnitud tiempo.
- 2- Se establecen categorías para codificar las tareas. En este caso, las categorías se corresponden con el tipo de situación planteada. Por un lado, desde la revisión de la literatura para el trabajo de la magnitud tiempo se identifican las siguientes situaciones sensibles de ser identificadas: situación de lectura y representación de la hora en un reloj analógico o digital. Por otro lado, la categorización de las situaciones aditivas que plantean un enunciado en el que los datos se corresponden con cantidades de magnitud tiempo se fundamenta en la clasificación dada en la asignatura de Aritmética I, en relación a las estructuras semánticas que se caracterizan para las situaciones aditivas y multiplicativas.
- 3- Se codifican las tareas matemáticas vinculadas al objeto matemático. En esta fase puede existir una modificación de las categorías previamente caracterizadas, puesto que puede ser necesario diseñar una categoría nueva que emerge desde el proceso de análisis. El resultado final de categorización se presenta en el anexo 1.
- 4- Selección de ejemplos de tareas asociadas a las categorías de análisis definidas para alguno de los libros de texto considerados. Esta exemplificación se recoge en el anexo 2 de la presente memoria.

5- Se registran los datos en una tabla con el objetivo de realizar un análisis descriptivo.

4.3. Resultados del análisis de los libros de texto

Matemáticas Santillana 2023 (Cruz et al., 2023)

Este libro destaca por ser el único que se encuentra totalmente enmarcado en la actual normativa española y por ser la edición con las anotaciones que proporciona la editorial al docente.

En primer lugar, la unidad didáctica del tiempo se sitúa en el 3º trimestre, siendo la 11ª y trabajando conjuntamente el sistema monetario. En las dos unidades didácticas previas se trabaja “Medidas de longitud” y “La capacidad y la masa”, por lo que, a pesar de no nombrarse el sentido de la medida explícitamente, se transmite la idea de que el tiempo se trabaja desde dicha perspectiva. En el índice se nombra explícitamente la situación de aprendizaje que se trabaja en cada unidad didáctica, haciendo referencia a este elemento central de la actual normativa.

En la edición del docente también se nombran las competencias específicas y los saberes básicos que se van a trabajar. Igualmente, se hace una referencia a la interdisciplinariedad mediante un apartado denominado “Ventana a otras áreas”, que indica cómo conectar la unidad con otras asignaturas.

En las dos primeras páginas de la unidad didáctica, la situación de aprendizaje es presentada al alumno. Sin embargo, no supone ningún reto ni propuesta que invite a los alumnos a involucrarse en el aprendizaje de nuevos saberes. Igualmente, la situación de aprendizaje “El festival del colegio” no se vuelve a mencionar en toda la unidad didáctica, a excepción de la penúltima página, en la que se retoma dicho contexto presentado. A lo largo de la unidad, se encuentran anotaciones que la editorial proporciona al docente: comentarios para relacionar la materia con la vida cotidiana, especificaciones de las explicaciones o soluciones a los ejercicios.

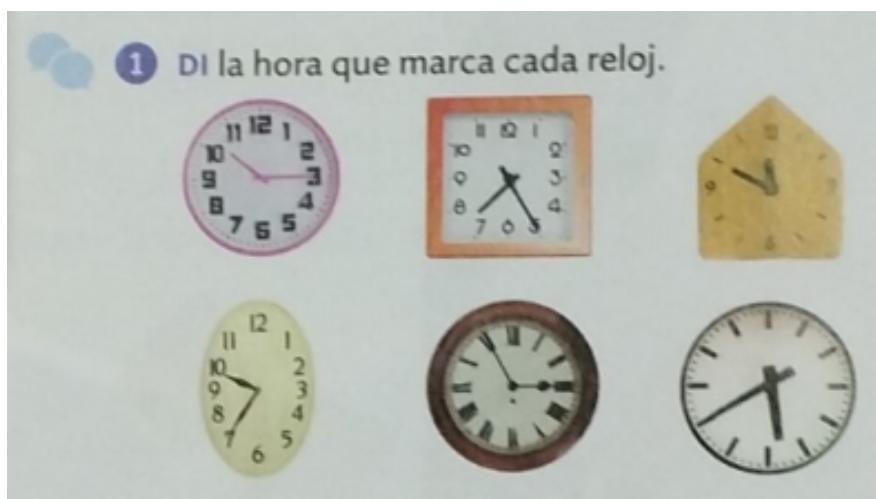
El esquema que sigue el libro para la presentación de los contenidos es el siguiente: en primer lugar, el reloj analógico, a continuación, el reloj digital y, para finalizar, la equivalencia entre

horas y minutos. Dentro de dichos apartados, los contenidos se presentan siguiendo una estructura: “descubre”, “aprende”, “practica” y “conecta con la realidad”.

En el apartado “descubre”, se suele presentar una situación descontextualizada. En el apartado “aprende”, se instruye en cómo se debe realizar la lectura del instrumento de medida, sin llevar a cabo ningún tipo de tratamiento previo de la magnitud. Después, en el apartado “practica” encontramos diversos tipos de ejercicios, normalmente descontextualizados (véase Figura 1).

Figura 1

Situación descontextualizada de lectura de reloj analógico



Nota. Adaptado de *Matemáticas. Edición anotada para el profesorado. 3 Primaria* (p. 202), por Cruz et al., 2023, Santillana.

En ellas el objeto suele estar representado sobre el libro de texto, lo cual supone una restricción considerable. No obstante, en las anotaciones al docente se sugiere el uso de un reloj. Finalmente, en el apartado “conecta con la realidad”, se presentan ejercicios con un mayor grado de contextualización, aunque siguen siendo situaciones hipotéticas contextualizadas sin material a disposición del niño, como muestra la Figura 2.

Figura 2

Situaciones contextualizadas ETE que demandan al niño representar una hora en el reloj digital.

Conecta con la realidad

4 ANALIZA los horarios de cada tren y escribe en tu cuaderno la hora de salida y de llegada de cada uno en un reloj digital.

- El tren T1 tiene su salida dentro de 2 horas y 10 minutos. Llegará a su destino a las 4 y veinte de la tarde.
- El tren T2 debería haber salido a las 10:05 h pero se ha retrasado media hora. Llegará a su destino 3 horas y 5 minutos después.
- El tren T3 salió hace 45 minutos. Debería llegar a su destino a las 13:05 h pero está previsto que llegue 15 minutos antes.

Nota. Adaptado de Matemáticas. Edición anotada para el profesorado. 3 Primaria (p. 205), por Cruz et al., 2023, Santillana.

Las anotaciones al docente enfatizan las equivalencias entre la representación en el reloj digital y el analógico. También se contemplan las dificultades que pueden aparecer y que se centran en las horas a partir de y media. Destacar que durante el aprendizaje de la lectura del reloj digital se proporciona una norma aritmética para realizar dicha lectura como muestra la Figura 3.

Figura 3

Situación descontextualizada de lectura de reloj digital.

3 INTERPRETA la hora que marca cada reloj.

Hazlo Así

Como la hora, 16, es superior a 12, es una hora de la tarde.
 $16 - 12 = 4$
El reloj marca las 4 y veinticinco de la tarde.

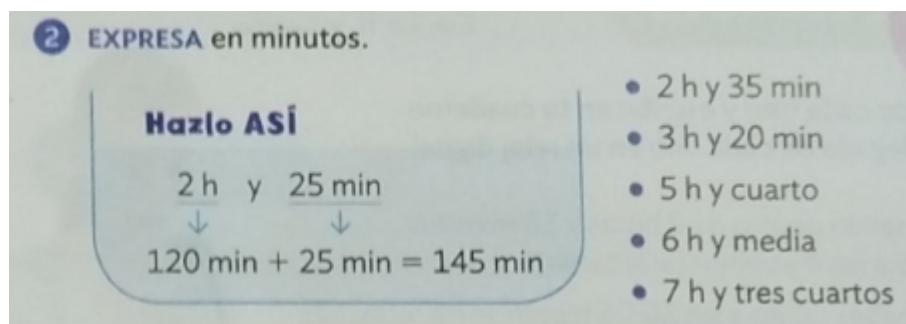
13:10 20:35
19:25 21:45
17:40 23:50

Nota. Adaptado de Matemáticas. Edición anotada para el profesorado. 3 Primaria (p. 205), por Cruz et al., 2023, Santillana.

De igual forma, el libro también introduce las equivalencias entre horas, minutos y segundos, haciendo referencia al sistema legal, mediante situaciones de cambio de unidades utilizando el sistema legal. Sin embargo, estas tareas no se realizan desde el sentido de la medida que exigiría reflexionar sobre la nueva subunidad y cuál es la relación entre ambas, sino que la relación entre la unidad y las nuevas subunidades es meramente aritmética, como sucede en la Figura 4. No se justifica la necesidad de expresar una cantidad de magnitud tiempo en otra unidad diferente, debido a la presentación descontextualizada de la situación.

Figura 4

Situación descontextualizada de cambio de unidades haciendo referencia al sistema legal.



Nota. Adaptado de *Matemáticas. Edición anotada para el profesorado. 3 Primaria* (p. 206), por Cruz et al., 2023, Santillana.

Matemáticas SM 2018 (Bernabeu et al., 2018)

Este libro sigue la normativa anterior y la unidad didáctica sobre la magnitud tiempo es la 8^a, situándose así en el 2º semestre. En el propio índice, la unidad didáctica se incluye dentro del apartado “fracciones, tiempo y dinero” y no dentro del sentido de la medida, en el cual solo se incluyen las magnitudes capacidad, masa y longitud.

Para comenzar la unidad didáctica, se presentan ejercicios relacionados con el calendario, principalmente situaciones de lectura del calendario (véase Figura 5). Esto supone una novedad en comparación con el anterior libro de texto, en el que no aparecían actividades relacionadas con el calendario.

Figura 5

Situación contextualizada de lectura e interpretación de calendario.

7 El 26 de agosto Juan se va una semana de vacaciones a la montaña. Cuando vuelva, faltarán unos días para que empiecen las clases.

a. ¿Qué día vuelve a casa?

b. Juan marca en su agenda el día que empiezan las clases. ¿Qué día es?



Nota. Adaptado de *Matemáticas. Segundo trimestre. 3 primaria* (p. 125), por Bernabeu et al., 2018, SM.

En el resto de la unidad didáctica se repiten muchos aspectos de los mencionados en el anterior libro de texto y se encuentran principalmente situaciones descontextualizadas como en la Figura 6.

Figura 6

Situación descontextualizada de lectura de reloj analógico

2 ¿Qué hora marcan estos relojes? Escribe en tu cuaderno.



Nota. Adaptado de *Matemáticas. Segundo trimestre. 3 primaria* (p. 128), por Bernabeu et al., 2018, SM.

Matemáticas edebé 2015 (Fuertes et al., 2015)

Este libro, al igual que el anterior, se enmarca en la LOMCE. La enseñanza de la magnitud tiempo se sitúa dentro del 2º semestre, en la 7ª unidad didáctica. A diferencia de los libros de texto previamente analizados, este no dedica una unidad didáctica de forma prácticamente exclusiva al tratamiento del tiempo, sino que, en cada unidad didáctica, se transmite la idea de intentar trabajar contenidos de todos los sentidos matemáticos. En el caso de la 7ª unidad didáctica, además del tiempo, también trabaja la mitad y doble, el tercio y triple, la

multiplicación y división como operaciones contrarias, las escalas y sucesos probables e improbables.

Además muchas unidades didácticas se plantean en su título como situaciones, como en la unidad didáctica que contiene la enseñanza del tiempo, cuyo título es “En el parque de atracciones”. Esto es destacable pues transmite la idea de situación de aprendizaje, aún cuando la normativa vigente en el año de creación del libro no la contemplaba. De igual forma, el tratamiento de la magnitud tiempo se presenta como “Medida del tiempo” y se contempla dentro del apartado “Medida” del índice.

En cuanto a la unidad didáctica, esta se introduce con una situación, “En el parque de atracciones” que, no obstante, es simplemente usada como forma de introducción de un ejercicio de cálculo aritmético. En cuanto a la forma de mostrar el contenido, esta se caracteriza por la presentación de un ejercicio resuelto con comentarios y explicaciones paso a paso del proceso a seguir para resolverlo. Posteriormente se presentan varios ejercicios para practicar. En el caso de las páginas dedicadas a la enseñanza de la magnitud tiempo, en la primera de ellas encontramos una explicación en la que se exponen las equivalencias entre las unidades del sistema legal y una definición sobre el reloj analógico y otra del digital. También cabe subrayar que los cambios de unidades se llevan a cabo desde una perspectiva aritmética, utilizando la multiplicación previamente enseñada en las unidades anteriores, en lugar de hacerlo desde la medida de la magnitud, como muestra la Figura 7.

Figura 7

Situación descontextualizada de cambio de unidades haciendo referencia al sistema legal.

24. Fíjate en los ejemplos y completa:

1h = 60 min 2h = 2 x 60 = 120 min

a. 4 h = ... min b. 8 h = ... min

1min = 60 s 4min = 4 x 60 = 240 s

c. 10 min = ... s d. 20 min = ... s

124

Nota. Adaptado de *Matemáticas. Segundo trimestre. 3 Primaria* (p. 124), por Fuertes et al., 2015, Grupo edebé.

De igual forma, no hay una explicación explícita del proceso de lectura de ninguno de los dos relojes. A continuación, se presentan las equivalencias entre días, horas, semanas, meses, trimestres, semestres y años junto a una imagen de un calendario.

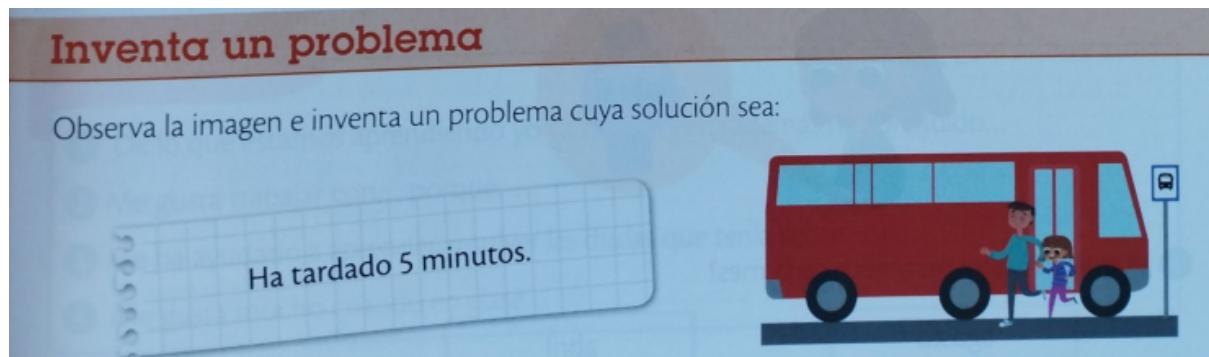
Mate+ Santillana 2020 (Reguera et al., 2020)

La particularidad que presenta este libro es que está concebido como un cuadernillo de ejercicios de repaso. Es por ello que supone un material complementario al principal libro de texto. A pesar de esto, contiene explicaciones que son muy similares a las analizadas en el primer libro. Cuenta con un índice, en el que se ha situado la magnitud tiempo dentro de la medida.

Finalmente, en la Tabla 2 se presentan de forma simplificada la tipología de situaciones más frecuentes en los libros de texto. Aquellas situaciones que no sobrepasan la frecuencia de 5 situaciones al menos en uno de los libros no han sido reflejadas en esta tabla como, por ejemplo, las mostradas en la Figura 8 y la Figura 9. No obstante, todas ellas están registradas en el anexo 1.

Figura 8

Situación que demanda al alumnado plantear un problema matemático con unos datos dados



Nota. Adaptado de *Matemáticas. Segundo trimestre. 3 primaria* (p. 133), por Bernabeu et al., 2018, SM.

Figura 9

Situación de ordenación de eventos temporales.

5

RETO MATEMÁTICO. ¿A qué hora hizo cada entrega la cartera? Escribe en orden.



A las 12:10 entregó un paquete a **María Sánchez**.

Veinte minutos más tarde le llevó una carta urgente a **Juan Ruiz**.

Una hora y cuarto antes de entregar esa carta, estuvo en casa de la **señora Álvarez**.

45 minutos antes de hacer la entrega de las 11:15, llevó un paquete a la **panadería**.

Dos horas y media después de ir a la panadería entregó un certificado en el domicilio de **Tomás Gómez**.

Nota. Adaptado de *Mate+ Matemáticas para pensar. 3 Primaria* (p. 172), por Reguera et al., 2020, Santillana.

Tabla 2. ANÁLISIS SIMPLIFICADO DE LOS LIBROS DE TEXTO.

	Santillana 2023	Santillana 2020	SM 2018	Edebé 2015
Tipo de situación	Frecuencia	Frecuencia	Frecuencia	Frecuencia
Situación descontextualizada de representación en el reloj analógico .	11	3	0	6
Situación descontextualizada de representación en el reloj digital .	8	0	3	8
Situación contextualizada de representación en el reloj digital .	10	5	3	2
Situación descontextualizada de lectura de reloj de aguja .	23	7	7	8
Situación descontextualizada de lectura de reloj digital .	17	18	9	0
Situación aditiva ETE de aumento con incógnita en la Transformación .	17	6	6	4
Situación aditiva ETE de aumento, con incógnita en el Estado Final .	20	15	10	6

Situación aditiva ETE de aumento, con incógnita en el Estado Inicial .	4	9	2	2
Situación aditiva EEE con incógnita en el Estado Total .	6	0	3	3
Situación descontextualizada de cambio de representación de la hora de reloj analógico a reloj digital o viceversa.	12	0	0	0
Situación descontextualizada de cambio de unidades haciendo referencia al sistema legal.	18	10	13	13
Situación de lectura e interpretación de documentos con horarios o calendarios.	4	8	16	0

De los resultados del análisis se observa una gran presencia de ejercicios de lectura y representación tanto en reloj analógico como digital, especialmente en el libro de Santillana (Cruz et al., 2023). Tienen menor frecuencia aquellos ejercicios de lectura de otro tipo de instrumentos de medida, como el calendario. De igual forma, existe una mayoría de situaciones descontextualizadas, frente a las contextualizadas que aparecen con menor frecuencia e incluso no aparecen en las situaciones de lectura de una fecha y en las de cambio de representación de la hora. En cuanto a los problemas, predominan los problemas de tipo ETE, dentro de los cuales hay una mayor presencia de aquellos con incógnita en el Estado Final, como en la Figura 10. Igualmente, destacar que todos los problemas analizados carecen de material manipulativo al alcance del alumnado, teniendo únicamente el libro de texto y en algunas ocasiones un instrumento de medida dibujado en este.

Figura 10

Situación aditiva ETE de aumento, con incógnita en el Estado Final y las cantidades de la magnitud tiempo expresadas en letra y números

- Salgo de casa a las 10 y cinco de la mañana y tarde una hora y media en volver. ¿A qué hora vuelvo a casa?

Nota. Adaptado de *Matemáticas. Edición anotada para el profesorado. 3 Primaria* (p. 203), por Cruz et al., 2023, Santillana.

Finalmente, predominan las situaciones de cambio de unidades también descontextualizadas (véase Figura 11).

Figura 11

Situación descontextualizada de cambio de unidades haciendo referencia al sistema legal.

2 Calcula.

- 3 horas = minutos ● 5 horas = minutos
- 4 minutos = segundos ● 7 minutos = segundos

Nota. Adaptado de *Mate+ Matemáticas para pensar. 3 Primaria* (p. 173), por Reguera et al., 2020, Santillana.

Son prácticamente inexistentes las tareas de ordenación, no aparece ninguna tarea de comparación de eventos temporales y existe una gran restricción en cuanto a los elementos de medida presentados.

Como conclusión de este análisis, se observa que muchas de las carencias comentadas por Pino-Ceballos y Blanco (2008) se mantienen, entre las que destacan la repetición del mismo rango de tipología de ejercicios; la desvinculación con algunos aspectos del currículum, en este caso la falta de ejercicios contextualizados y una correcta aplicación de las situaciones de aprendizaje pues, aunque en algunos de los libros evaluados se intenta establecer una situación de aprendizaje o problema inicial que sirva como hilo conductor de los aprendizajes, este queda relegado a un segundo plano a lo largo de la unidad; la limitada presentación de la información, puesto que en la mayoría de los casos esta se presenta soporte escrito y sin presencia de material manipulativo.

En el caso concreto de la enseñanza del tiempo, se da una gran importancia al aprendizaje de la lectura del instrumento de medida, principalmente el reloj, mediante situaciones descontextualizadas y sin uso de material al alcance del alumnado. Por otro lado, se observa que existe una correspondencia entre lo planteado en el currículo, visto en el apartado 3.1, y lo que se refleja en los libros de texto, pues ambos se centran principalmente en la lectura del instrumento de medida.

4.4. Propuesta didáctica.

En base al marco teórico planteado al inicio, se ha diseñado una propuesta didáctica de la magnitud tiempo más centrada en el tratamiento de la magnitud, mediante actividades de comparación, ordenación temporal y medida que finalizan con la conexión de las mismas con el reloj analógico (véase Tabla 3). De igual forma se pretende mostrar al alumnado otros instrumentos de medida aparte del reloj analógico y digital. Algunas de las tareas de las sesiones diseñadas han sido adaptadas del libro de Chamorro et al., (2005) y se basan en las orientaciones para la enseñanza contenidas en la ley actual, la LOMLOE (Real Decreto 157/2022, Ministerio de Educación y Formación Profesional), basadas en las propuestas de Escolano (2007) y Chamorro y Belmonte (1991). De igual forma, la secuencia didáctica se ha basado en el orden aconsejado por Chamorro et al. (2005) que recomienda iniciar la enseñanza de las magnitudes con actividades de estimación sensorial, comparación directa, comparación indirecta, elección de una unidad, sistemas de medida irregulares, para finalizar con el sistema legal.

Tabla 3. CARACTERIZACIÓN DE LAS TAREAS.

Sesión	Tarea	Tipo de situación
Sesión 1	Tarea 1	Situación de comparación mediante estimación.
	Tarea 2	Ejercicio 1: Situación descontextualizada de lectura de reloj analógico y reloj digital. Ejercicio 2: Situación descontextualizada de representación en reloj analógico y en reloj digital. Ejercicio 3: Situación aditiva ETE de aumento, con incógnita en el Estado Final y las cantidades de la magnitud tiempo expresadas en letra y números. Ejercicio 4: Situación descontextualizada de cambio de unidades haciendo referencia al sistema legal. Ejercicio 5: Situación de comparación mediante inferencias de tipo físico y lógico.
Sesión 2	Tarea 1	Situación de secuenciación de eventos realizados por el alumno.
	Tarea 2	Situación de ordenación de secuencias temporales.
	Tarea 3	Situación de comparación directa con desplazamiento lineal.
	Tarea 4	Situación de comparación directa no lineal.
	Tarea 5	Situación de comparación directa con desplazamiento lineal

		siendo el alumno el agente.
Sesión 3	Tarea 1	Situación de comparación mediante estimación en la que se demanda la creación de estrategias al alumnado.
	Tarea 2	Situación de comparación con objeto intermedio.
	Tarea 3	Situación de comparación con objeto intermedio.
	Tarea 4	Situación de construcción del objeto intermedio necesario para la comparación.
Sesión 4	Tarea 1	Situación de medida con unidades arbitrarias y situación de razonamiento multiplicativo.
	Tarea 2	Situación de medida con unidades arbitrarias y situación de razonamiento multiplicativo.
Sesión 5	Tarea 1	Situación de cálculo con unidades arbitrarias.
	Tarea 2	Situación de construcción de un objeto con una cantidad de magnitud dada.
	Tarea 3	Situación de construcción de un objeto con una cantidad de magnitud dada.

De igual forma, en la propuesta se fomenta el trabajo en grupos de entre 4 y 5 alumnos. Esta elección se basa primeramente en las orientaciones del currículo de Aragón (ORDEN ECD/1112/2022, Departamento de educación, cultura y deporte), comunidad en la que se sitúa el centro donde se lleva a cabo la implementación, el cual, dentro del sentido socioafectivo considera el trabajo en pequeño y gran grupo como esencial en la conformación de los sistemas de creencias del alumnado. El trabajo en grupo no solo se refleja en la competencia específica 7 del área de Matemáticas, relacionada con el sentido socioafectivo, sino también con la competencia específica 8, la cual enfatiza el trabajo de destrezas y habilidades sociales.

Por otro lado, en estudios como el realizado por Iglesias-Muñiz, et al. (2017) se afianzan los beneficios del trabajo en grupo dentro del ámbito de las matemáticas. En este caso se utilizó la metodología cooperativa, la cual mostró niveles más altos de rendimiento matemático, así como mejores resultados cualitativos, como la diversión. De igual forma, Pons, et al. (2008) señalan entre los beneficios la provisión de un espacio en el que los alumnos pueden debatir, preguntar, discutir, rectificar acerca de sus ideas matemáticas. Esto a su vez contribuye a la

igualdad y diversidad del alumnado, haciendo que todos los alumnos progresen y lleguen a alcanzar el éxito.

1^a Sesión

Objetivo didáctico de la sesión

Identificación de las ideas y conocimientos previos del alumnado.

Descripción del desarrollo de las tareas propuestas

Tarea 1. Se realiza una serie de preguntas relacionadas con el tiempo que permiten ver qué concepción tienen los alumnos de esta magnitud:

- ¿Cómo sabéis que es de día? ¿Cómo sabéis que es invierno? ¿Y cómo sabéis que es verano?
- Y en el día de vuestro cumpleaños, ¿qué tiempo hace?
- ¿Qué dura más? ¿La clase de mates o la de lengua? ¿La clase de lengua o la tutoría? ¿La clase de sociales o la tutoría? ¿Una clase de matemáticas o un entrenamiento de fútbol?
- ¿Qué dura más? ¿Un capítulo de Doraemon o uno de Bluey? ¿Un capítulo de Doraemon o uno de Bob Esponja?
- ¿Qué dura más tiempo un capítulo de Bob Esponja o el telediario? Y, ¿un telediario o una película como Kung Fu Panda?
- ¿A qué hora coméis? ¿Cómo sabéis que es la hora de comer? ¿Coméis antes los fines de semana?
- ¿A qué hora os vais a dormir? ¿Cómo sabéis que es la hora de irse a dormir? ¿Os vais a dormir a diferente hora los fines de semana?

Con esta actividad se comprueba qué concepción tienen los alumnos de las duraciones temporales. De igual forma, se observa si la subjetividad interviene y hasta qué punto: si los alumnos perciben como más corta una actividad que disfrutan más o no. Esto conecta con la importancia de la percepción personal de la magnitud y la intervención de los factores afectivos previamente comentada por Murray (1969).

Tarea 2. Se entrega al alumnado una serie de ejercicios en papel (véase anexo 3) basados en el libro de texto utilizado por los alumnos de 2º de primaria en el centro (Camacho, 2023), con el fin de comprobar si los contenidos del curso anterior han sido adquiridos y

comprendidos. Se han seleccionado cuatro de los ejercicios más reiterados: lectura y representación de horas en relojes tanto analógicos como digitales, problemas ETE con incógnita en el estado final y cambios de unidades del sistema legal. De igual forma se han adaptado varias frases que trabajan la comparación de duraciones temporales del libro de Chamorro et al. (2005).

2º sesión.

Objetivo didáctico de la sesión

Comparación y ordenación temporal de eventos.

Descripción del desarrollo de las tareas propuestas

Tarea 1. Como introducción y ligado con la dinámica de preguntas llevada a cabo en la sesión anterior, se pregunta a los alumnos sobre secuencias que realizan en su vida cotidiana:

- ¿Qué haces antes de venir al colegio? ¿Y al salir?
- ¿Qué haces al despertarte? ¿Qué haces esta tarde?
- ¿Y en los fines de semana?

Tarea 2. Se proporciona una serie de tarjetas con secuencias que deben ordenar (véase anexo 8), las cuales han sido extraídas de la clase de PT del CEIP San Pedro de La Mojonería (Laclasedeptdemontse, 7 de junio de 2015). Primero, relacionadas con su vida cotidiana (rutina del despertar, un puzzle siendo completado) y luego de carácter físico-químico (un polluelo saliendo del cascarón, un muñeco de nieve derritiéndose, un globo explotando, una niña bajando un tobogán). Se toman fotografías de las secuencias ordenadas por el alumnado como registro de la tarea. Se espera que la mayoría del alumnado se encuentre en el segundo estadio establecido por Piaget (1978), en el que son capaces de ordenar secuencias sencillas, aunque es posible que algunos alumnos todavía se encuentren en el primer estadio y encuentren dificultades.

Tarea 3. Se entrega a los grupos de trabajo dos coches de cuerda y se les pregunta “¿Cuál tardará menos tiempo?”. Para dejar constancia de los resultados se utiliza una hoja de registro (véase anexo 4). Primero se les deja experimentar con ellos. Se espera que los alumnos ideen diferentes métodos para averiguarlo. Posteriormente, si los alumnos no han ideado ninguna forma de averiguarlo, se les propone marcar dos líneas, una de salida y otra de llegada.

También se les propone el uso de los relojes de arena para la comparación en caso de que quieran usarlos.

De esta forma, los alumnos trabajan la comparación directa de la duración de eventos, lo cual es contemplado tanto en el currículo estatal (Real Decreto 157/2022, Ministerio de Educación y Formación Profesional) como en el autonómico (ORDEN ECD/1112/2022, Departamento de educación, cultura y deporte). Aunque no es preciso utilizar los relojes de arena para solventar la tarea, estos pueden servir como apoyo para aquellos alumnos que con las prácticas anteriores no hayan podido realizar la comparación. Igualmente, sirve para introducir el material y que los alumnos se familiaricen con él, puesto que será utilizado a lo largo de las siguientes sesiones.

Tarea 4. Se realiza la misma actividad con peonzas, donde las duraciones de movimientos no suponen un desplazamiento lineal. Este aspecto es destacado por Chamorro et al., (2005) a la hora del trabajo de la noción de duración, pues debe trabajarse tanto la comparación de duraciones de objetos que se desplazan como la comparación de objetos que no supongan un desplazamiento lineal, ya que las decisiones que se deben tomar para saber cuál dura más cuentan con similitudes, pero también con diferencias. En ambos casos es necesario iniciar el movimiento a la vez pero, a diferencia de los desplazamientos lineales, los que no suponen un desplazamiento lineal no se pueden determinar en base a cuál llega primero a un punto determinado, sino que se hace en base a cuál finaliza primero el movimiento.

Tarea 5. Se saca a los alumnos al patio y se les pregunta qué acciones se realizan para averiguar qué alumno es el que tarda menos tiempo, a lo cual se espera que el alumnado defina un punto de salida y uno de llegada. Todos inician la carrera a la vez. Después se les pregunta “¿Quién ha tardado menos tiempo? Y si ponemos la línea de llegada más cerca, ¿tardaremos más, menos o igual? Vamos a comprobarlo”. Después realizan el mismo trayecto, pero a la pata coja y se les pregunta “¿Habéis tratado más tiempo, menos o igual?”. También se les pregunta “Y si en lugar de hacer el trayecto en línea recta lo hacemos serpenteando, ¿tardaremos más, menos o igual? Vamos a comprobarlo.” En este caso el grado de contextualización es diferente pues es el propio alumnado el agente que realiza la acción cuya duración se debe comparar.

3º sesión

Objetivo didáctico de la sesión

Comparación con los relojes de arena como objeto intermedio.

Descripción del desarrollo de las tareas propuestas

Para dejar constancia de los resultados se utiliza una hoja de registro (véase anexo 5).

Tarea 1. Se propone al alumnado una situación en la que necesitan determinar qué canción tiene mayor duración. Para ello se tiene que reproducir una canción después que la otra, es decir, la situación no permite que haya simultaneidad. Esto implica que no se puede determinar la duración en base a cuál termina primero. Esta propuesta es adaptada del libro de Chamorro et al., (2005) en relación con el trabajo de la noción de duración. Inicialmente, se indica al alumnado que debe decir cuál de las dos canciones tiene una mayor duración, para lo cual pueden usar las estrategias que consideren oportunas. Se reproducen ambas canciones, las cuales son familiares para los alumnos, pero no lo suficiente como para que sepan su duración exacta. Las dos canciones planteadas son *Pantalones rotos* (Squarepants, 2001) y *Atarse los cordones* (Bob Esponja - Clips España y Latinoamérica, 2021) de 1:20 y 0:52 minutos de duración respectivamente. Entre algunas de las posibles estrategias que se espera que puedan usar los alumnos se encuentra el conteo de segundos y el conteo del número de palmas.

Tarea 2. Se hace una segunda escucha en la que los alumnos cuentan con un reloj de arena de 1 minuto, aunque los alumnos no saben su duración. En esta ocasión se espera que los alumnos realicen una comparación con un objeto intermedio.

Tarea 3. Se reproducen dos canciones diferentes: la canción inicial de la serie de animación Una Casa de Locos, de 29 segundos de duración (Sotsim Brawlfan DX, 2020), y la canción inicial de la serie de animación La Patrulla Canina, de 39 segundos de duración (Nick Jr. en Español, 2017).

Ambas canciones tienen una duración inferior a un minuto, por lo que los relojes administrados anteriormente no sirven. De esta forma se propone la creación de relojes de arena con botellas de plástico como instrumentos de medida.

Tarea 4. Los alumnos construyen el objeto intermedio rellenando las botellas con arena. Es posible que, en algunos casos, la cantidad de arena depositada en el reloj sea poca, lo que obliga a dar más de una vuelta al reloj. En este caso, se compara el número de vueltas dado. En el caso de que se construya un reloj de arena cuya duración sea mayor a 39 segundos, los alumnos tienen que volver a construir el objeto, pues este no cumple su función de objeto intermedio. De esta forma se trabaja la magnitud capacidad simultáneamente y conectándola con la magnitud tiempo, algo que ya hizo Piaget (1978) en los experimentos comentados previamente, en los cuales se trasvasaba un líquido de un recipiente a otro.

Los resultados obtenidos son puestos en común con el resto del grupo. Se espera que surja desconcierto por la diferencia de resultados debido a que cada grupo coloca una cantidad diferente de arena en la botella. En este caso se propone que se rotén e intercambien los relojes de arena, lo que permite al alumnado reflexionar sobre la arbitrariedad de las unidades de medida.

4º sesión

Objetivo didáctico de la sesión

Construcción del segundo mediante el fraccionamiento del minuto.

Descripción del desarrollo de las tareas propuestas

Para dejar constancia de los resultados se utiliza una hoja de registro (véase anexo 6).

Tarea 1. Debido a la disparidad de resultados obtenidos en la sesión anterior se determina que es importante encontrar una medida común. Por lo tanto, se plantea una canción cuya duración sea múltiplo de la duración de los relojes que se van a proporcionar, y que sea mayor que las reproducidas en la anterior sesión. En este caso se selecciona la canción *Hay un amigo en mí* de la película de animación *Toy Story* (Cruz, 2010), la cual se ha recortado para que dure 2:00 minutos.

Se entrega a cada grupo uno de los relojes de arena: un reloj de arena de 10 segundos (azul), un reloj de 15 segundos (negro), un reloj de 30 segundos (rojo) y otro de 1 min (amarillo). Cada grupo anota el número de vueltas que tienen que realizar durante la medición en una tabla. Posteriormente se le pregunta al alumnado si observa alguna relación. Se espera que el alumnado detecte que existe una relación de equivalencia. A continuación, se hacen

preguntas de razonamiento multiplicativo: “Si con el reloj azul (1 min) damos x vueltas, ¿cuántas daremos con el reloj negro (30 segundos)?”.

Tarea 2. Se mide otra canción que, en esta ocasión, no tiene como duración un número múltiplo de 15, por lo que los alumnos no obtendrán un número natural de vueltas. La canción seleccionada es *Muéstrate* de la película de animación *Frozen*, la cual ha sido recortada para que tuviera una duración de 2:06 (Gisela y Valls, 2014).

Se pregunta al alumnado cómo se podría registrar ese tiempo que sobra, de forma que tengamos un número exacto. Se espera que los alumnos piensen en la utilización de palmas como forma de medida ya que las utilizan frecuentemente en la clase de música.

Es por ello que se decide establecer las palmadas como forma de representación del segundo, lo que permite al alumnado reflejar el tiempo sobrante. Se vuelve a reproducir la canción y los alumnos realizan el conteo de vueltas del reloj de arena y de palmas. Los datos se reflejan en la tabla. Posteriormente, se cuenta la duración del reloj de 10 segundos en palmas. En base a esto y con los resultados de las tablas, se establece la duración en palmas del resto de los relojes. Por lo tanto, los alumnos acaban descubriendo que en el reloj de 1 minuto hay 60 palmadas, lo que equivale a 60 segundos.

5º sesión

Objetivo didáctico de la sesión

Transferencia de la información obtenida a una representación circular para establecer una semejanza con el reloj analógico.

Descripción del desarrollo de las tareas propuestas

Para dejar constancia de los resultados se utiliza una hoja de registro (véase anexo 7).

Tarea 1. Se proporciona al alumnado los relojes de arena hechos con botellas de agua y llenos con una cantidad de arena que contenga 5 minutos. También se le proporcionan relojes de arena de 1 minuto.

En la tarea, el alumnado debe averiguar la cantidad de magnitud tiempo contenida en ese reloj, utilizando el reloj de 1 minuto como unidad de medida. Para ello, debe marcar en la

botella el nivel en el que se encuentra la arena en el momento en el que transcurre un minuto. Mientras un alumno marca el nivel, otro gira el reloj de arena de 1 minuto y se repite el proceso hasta que se termina la arena en el reloj de arena hecho con botellas. Después, se les pregunta cuál es la unidad de tiempo que representa su reloj de arena. A esta pregunta le acompaña una explicación de forma oral de la docente en la que se clarifica que esto hace referencia a una sola vuelta del reloj de arena. De igual forma, se indica al alumnado que debe decir en qué se ha fijado para dar ese valor numérico. Posteriormente, se indica al alumnado que reflexione sobre la utilidad de este nuevo instrumento de medida, tomando como referencia las actividades realizadas en las sesiones anteriores. De esta forma, el alumnado habrá construido un nuevo instrumento de medida que contenga un número determinado de unidades del reloj de 1 minuto. Igualmente, se vuelve a conectar la magnitud tiempo con la magnitud capacidad, tal y como se hizo en la sesión 3.

Tarea 2. Se ponen en común los resultados y se decide transportar la información obtenida en la botella a una tira de papel. De esta forma, se conecta con la magnitud longitud. En este momento el alumnado deberá tomar decisiones en cuanto a la longitud de la tira, sobre el método de división de la misma y sobre si cada tramo es igual al anterior, principalmente. Posteriormente, se explican las acciones realizadas en la hoja de registro y se marcan sobre una tira dibujada en la misma. Durante esta pregunta es probable que algunos alumnos cambien su estrategia a la hora de hacer las particiones y opten por fraccionar la totalidad de la tira en partes iguales, mientras que cuando tuviesen la tira físicamente opten por empezar a hacer particiones y cortar la tira cuando hubieran hecho las que necesitaban. Finalmente, se reflexiona sobre las diferencias que existen entre los dos objetos, la botella y la tira de papel. En caso de que los alumnos presenten dudas con respecto a la pregunta, se les indicará que observen los objetos físicamente y cómo se han dibujado las marcas en ambos casos.

Tarea 3. Se pide al alumnado que, apoyándose en una nueva tira de papel, se construya un objeto que presente intervalos de 5 minutos de duración. Posteriormente, se pregunta sobre el número de marcas realizado y cuántos minutos se han representado en la totalidad de la tira. Para ayudar a la conexión de estos conceptos, se proporcionan unos indicadores que pegan en las marcas realizadas y en cuyo extremo colocan una pegatina circular blanca sobre la que asignan un valor numérico. A continuación, se doblan esos indicadores y se unen los dos extremos de la tira con la finalidad de asemejar su apariencia a la de un reloj analógico.

Las dos principales posibles respuestas del alumnado son: la escritura del número de minutos que indica el tramo (5, 10, 15, etc.), por lo que el resultado final corresponde con el número de minutos contenidos en una hora; o la escritura del número de tramos realizados (1, 2, 3, etc.), cuyo resultado final corresponde con las cifras que aparecen en el reloj analógico. En el primer caso la docente compara el reloj realizado por los alumnos con el que hay en la pared del aula, mientras que en el segundo caso la docente muestra una tira de papel como la del primer supuesto para que los alumnos la puedan comparar.

Destacar que es posible que aparezcan relojes de más o menos de 60 minutos, por lo que la docente deberá guiar en estas ocasiones con preguntas al alumnado.

El análisis de la propuesta didáctica queda fundamentado en el análisis de las respuestas dadas por el trabajo de los equipos, registradas en las hojas en las que se presentan las tareas diseñadas. Como se ha indicado, se ha diseñado una serie de tareas en base a los resultados obtenidos del análisis de los libros de texto y la revisión de la literatura presentada en el marco teórico con el objetivo de caracterizar los conocimientos previos y las dificultades presentes en la muestra de estudiantes de 3º de primera en la que se realiza la implementación de la propuesta. Además, al final de la sesión se vuelve a implementar parte del cuestionario inicial con el fin de detectar algún cambio con respecto al estado inicial.

5. IMPLEMENTACIÓN Y RESULTADOS

5.1. Conocimientos previos o enseñanza previa recibida por el alumno.

La primera sesión llevada a cabo consistió en una toma de contacto con el contenido curricular que se va a tratar: el tiempo. Se realizaron una serie de preguntas y una prueba escrita basada en los conocimientos del curso anterior y adaptando las actividades contenidas en *Didáctica de las matemáticas para educación infantil* (Chamorro et al., 2005).

De los resultados obtenidos (véase anexo 9), se puede hacer un análisis que permite conocer el manejo y el conocimiento que tiene el alumnado de la magnitud. En primer lugar, respecto a las preguntas orales realizadas, el alumnado respondió correctamente a la mayoría, especialmente aquellas que eran más cercanas a su persona. A las preguntas relacionadas con cómo se sabía que era de día, de noche, invierno, verano y su cumpleaños, los alumnos respondieron con afirmaciones como “porque hay luz”, “porque sale la luna y está oscuro”,

“porque a los árboles se les caen las hojas y hace frío” y “porque tenemos vacaciones y hace calor”. En todas estas respuestas predominan las vivencias personales del alumno y factores que pueden fácilmente observar. Solo surgió un instrumento de medida cuando se preguntó acerca del día en el que cumplían años. En ese momento, algunos alumnos justificaron que sabían qué día era su cumpleaños porque lo ponía en el calendario.

En lo referente a las preguntas relacionadas con las duraciones temporales, los alumnos respondieron correctamente a todas aquellas preguntas relacionadas con la comparación de la duración de las clases. A la hora de justificar su respuesta hacían afirmaciones como “dura más la clase de mates porque es de 1 hora y la de sociales es de 45 minutos”, “depende, porque tenemos clases de mates de 1 hora y otras de 45 minutos”, “duran lo mismo porque son de 45 minutos las dos”. Sin embargo, cuando el alumnado no conocía la duración exacta de los elementos a comparar, había más errores. De igual forma, hubo más errores en aquellos casos en los que la diferencia de duración era menor. Por ejemplo, se respondió correctamente a las comparaciones entre un capítulo de “Doraemon” y un capítulo de “Bluey” (16 minutos de diferencia), entre un capítulo de “Bob Esponja” y un telediario (40 minutos de diferencia aproximadamente) y entre un telediario y una película (45 minutos de diferencia aproximadamente), haciendo en esta última un apunte pues “dependía de la película”.

No obstante, se respondió que un capítulo “Bob Esponja” tenía mayor duración que uno de “Doraemon” cuando ambos tienen la misma duración, e incluso un alumno justificó su respuesta diciendo “¡Bob Esponja! ¡Con la canción y todo dura mucho más!”. De igual forma, el alumnado respondió con unanimidad que el noticiario del tiempo duraba más que un capítulo de “Bob Esponja”, cuando el capítulo dura aproximadamente 15 minutos más. Esto puede deberse a que los alumnos están menos acostumbrados a comparar la duración de estos elementos y es en ese momento cuando la subjetividad y la percepción personal del tiempo influye en su respuesta. Esto conecta la subjetividad en la percepción de la magnitud y la importancia de los factores afectivos, factores que Murray (1969) ya indicó como relevantes en la percepción de la magnitud por parte de los alumnos, incluso en cursos avanzados de la primaria.

Finalmente, en relación a las preguntas sobre las rutinas, los alumnos no tenían clara la hora a la que comían pues, tal y como justifican, “nos avisa la monitora del comedor” o “mis padres

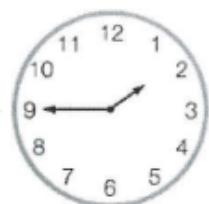
me llaman para comer". Sin embargo, sí sabían a qué hora se iban a dormir e incluso que esta hora cambiaba en función de si era fin de semana o no. Esto puede deberse a que es más común poner una hora límite para irse a dormir que para empezar a comer.

Por otro lado, se recogieron los resultados del cuestionario inicial. En cuanto a la toma de datos, destacar que el alumno A9 cuenta con una adaptación curricular significativa con nivel de 2º de Educación Primaria, motivo por el cual no fue capaz de resolver muchos de los ejercicios. Comentado lo anterior, se han establecido 6 errores a la hora de clasificar los resultados y entre paréntesis se indica la frecuencia de dicho error: error con respecto a las horas que incluyen "menos cuarto" e "y cuarto" (43), error relacionado con la comparación de la duración de dos secuencias temporales (32), error en la equivalencia de horas a minutos (16), error en la lectura del reloj analógico en cuanto a qué representa cada manecilla (4), error en el cálculo de problemas de tipo ETE con incógnita en el estado final (7) y error de representación de la hora "en punto" o "y media" (12).

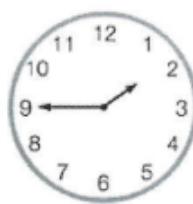
El primer ejercicio, se presentó mayor dificultad en la lectura de los relojes analógicos y la lectura de las horas a "y cuarto" y "menos cuarto", especialmente en esta última. Entre los errores más comunes destaca seleccionar la hora anterior en el momento de nombrar las horas a "menos cuarto" y el intercambio del significado de cada manecilla (véase Figura 12). La mayor facilidad de lectura del reloj digital puede deberse a la mayor presencia en la actualidad de estos ya que, tal y como comentaron los propios alumnos en las preguntas iniciales, se encontraba en teléfonos y tablets.

Figura 12

Respuestas de los alumnos A13 y A3 a la primera pregunta del test inicial.



La una menos cuarto



nueve y veintidós

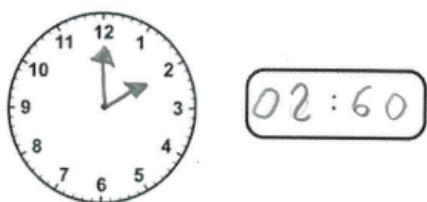
En el segundo ejercicio, dedicado a la representación en relojes tanto analógicos como digitales, se observó que muchos de los errores parecían ser fruto de la escritura en el reloj analógico y el paso de este al reloj digital. Con este ejercicio se corrobora la dificultad con las

horas a “y cuarto” y “menos cuarto” y la gran dificultad que presenta esta última. Destacar que hubo varios alumnos que cuando se tuvo que representar una hora “en punto”, en el reloj digital representaron el número 60 tras los dos puntos, de lo que se infiere una falta de comprensión del sistema posicional de base sexagesimal (véase Figura 13). Esto se vincula con una de las principales dificultades señaladas por Arteaga-Martínez et al. (2022) y que quedan reflejadas en el reloj digital.

Figura 13

Respuesta del alumno A14 a la segunda pregunta del test inicial.

Las 2 en punto.

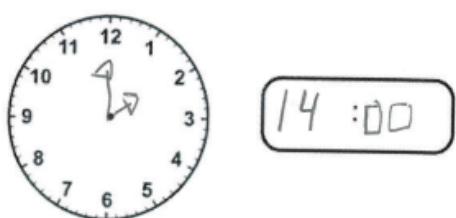


Destacar que un único alumno consideró la posibilidad de que las horas expresadas pudieran referirse a una hora de la tarde en el reloj digital (véase Figura 14). Lo cual llama la atención pues la hora en cuestión, las 2 en punto, es más comúnmente observada por los alumnos en la tarde que en la madrugada.

Figura 14

Respuesta del alumno A11 a la segunda pregunta del test inicial.

Las 2 en punto.



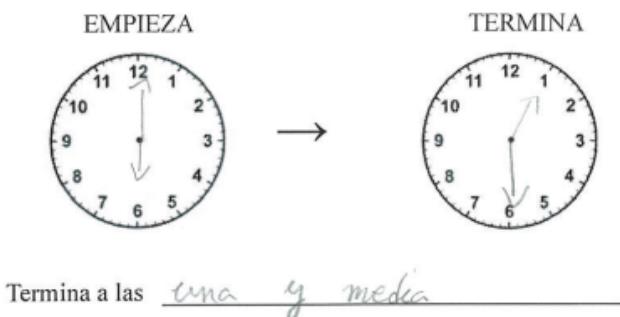
En el tercer ejercicio, un problema de tipo ETE con incógnita en el Estado Final, se consideró como correcto si los alumnos hallaban el Estado Final, pues esa era la finalidad del ejercicio. Por lo que, aunque algunos alumnos cometieron imprecisiones en la representación de las horas en los relojes analógicos, estas no fueron tomadas en cuenta, pues estos eran un apoyo

para la resolución del problema. Destacar que este ejercicio fue el que más alumnos dejaron sin realizar. En cuanto a los errores cometidos, la mayoría se debieron a que se entendió la transformación como la respuesta al problema (véase Figura 15).

Figura 15

Respuesta del alumno A6 a la tercera pregunta del test inicial.

3. La clase de natación comienza a las 6 en punto y dura una hora y media. ¿A qué hora termina?



En el cuarto ejercicio, cambio de horas a minutos, volvió a aparecer la dificultad presentada anteriormente con los cuartos de hora, especialmente con los 3 cuartos de hora. Destacar la Figura 16 donde el alumno consideró que la equivalencia correspondía a la cifra indicada en el reloj analógico.

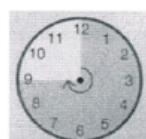
Figura 16

Respuesta del alumno A2 a la cuarta pregunta del test inicial.

4. ¿Cuántos minutos son?

1 cuarto de hora → 3 minutos

3 cuartos de hora → 8 minutos



Finalmente, en el último ejercicio, los alumnos presentaron mayor dificultad en el apartado E como se observa en el número de errores indicado en la Tabla 4. En general, se presentaron mayores dificultades en aquellas frases que implicaban comparar duraciones de eventos que no habían comenzado a la vez.

Tabla 4. RESULTADOS 5º PREGUNTA TEST INICIAL.

RESULTADOS TEST INICIAL			
Ejercicio	Correcto	No realizado	Error
5A	13	2	5
5B	13	2	5
5C	11	2	7
5D	14	2	4
5E	7	2	11

5.2. Resultados de las implementaciones.

En las sesiones siguientes, en las cuales se trabajó con la magnitud, el registro se llevó a cabo mediante las hojas de registro proporcionadas al alumnado y las aportaciones orales que la docente registró. Destacar que en algunas ocasiones los resultados no se encuentran registrados donde tendrían que estar debido a que en ocasiones el alumnado apuntaba la respuesta sin leer previamente el enunciado.

5.2.1. Resultados de la 2º Sesión.

Al inicio de la sesión se realizaron las preguntas sobre la rutina diaria de los alumnos. Todos eran conscientes de las acciones que realizaban y entre las respuestas encontramos “cuando termina el cole me vienen a buscar mis padres, como, veo la tele, hago los deberes y luego tengo baile”, “me llama mi madre, me despierto, desayuno, me visto, me lavo la cara, cojo la mochila y vengo al cole”, “yo los fines de semana tengo partido”. Posteriormente, se realizó la tarea de ordenación con tarjetas, en la cual los alumnos no presentaron ninguna dificultad (véase Figura 17).

Figura 17

Tarjetas ordenadas por los alumnos.



En cuanto a la hoja de registro, en la primera tarea, surgió de manera natural en el alumnado establecer una línea de llegada, la cual marcaban con sus estuches. Fue menos común establecer de inicio una línea de salida, pero tras un par de tiradas empezaron las discusiones y establecieron que la forma más justa era que ambos coches saliesen del mismo sitio y al mismo tiempo. Cuando se les preguntaba de forma oral a los alumnos cuál era el coche que había tardado menos enseguida respondían con aquel que había llegado primero a la meta. No obstante, a la hora de redactarlo por escrito la mayoría realizó justificaciones más simples (véase Figura 18).

Figura 18

Respuesta del grupo 3 a la primera tarea de la hoja de registro de la sesión 2.

¿Qué habéis hecho para averiguarlo?

Una carrera de coches de juguete.

En cuanto a las peonzas, tras una toma de contacto, los propios alumnos empezaron a hacer una cuenta regresiva para indicar el inicio del movimiento de las peonzas. Sin embargo, era más complicado que fueran ellos mismos quienes justificasen cuál había sido la que había girado menos tiempo pues, aunque respondían correctamente, necesitaron la guía de la docente mediante preguntas como “Pero ¿cómo sabéis que esta peonza ha girado durante

menos tiempo? ¿Qué es lo que ha pasado?”. La mayoría justificó la decisión en base a la peonza que había parado de girar antes, un grupo puntuó que se tenían que lanzar a la vez (véase Figura 19) y otro grupo utilizó un cronómetro a pesar de que había sido prohibido.

Figura 19

Respuesta del grupo 4 a la segunda tarea de la hoja de registro de la sesión 2.

¿Qué habéis hecho para averiguarlo?

*Tirarla la vez y averiguar que
peonza ha aguantado menos.*

Finalmente, en la última tarea, fue necesaria con mayor insistencia la guía de la docente, pues la primera justificación de los alumnos para saber quién había sido más rápido era “hemos hecho una carrera”, a lo que la docente tuvo que precisar “Pero, ¿cada uno hacía lo que quería? ¿hemos tenido que poner unas normas?”. Se anticiparon las preguntas antes de realizar la carrera para que los alumnos predijeran qué iba a suceder. En el caso de la carrera a la pata coja y poniendo la línea de salida más cerca no hubo dudas y los alumnos respondieron correctamente. Sin embargo, a la pregunta sobre si se tardaría más si el trayecto se realizaba serpenteando hubo mayor disparidad de opiniones. No obstante, tras la realización del ejercicio todo el alumnado respondió correctamente (véase Figura 20).

Figura 20

Respuesta del grupo 1 a la tercera tarea de la hoja de registro de la sesión 2.

¿Qué hemos hecho para poder saber quién es la persona que tarda menos?

*Hemos empezado a la vez en la misma
meta y una salida.*

En el momento en el que hemos movido la línea de salida, ¿hemos tardado más, menos o igual cantidad de tiempo?

Menos tiempo.

Y cuando hemos realizado el trayecto serpenteando, ¿hemos tardado más, menos o igual cantidad de tiempo?

Menos tiempo.

En conclusión, el alumnado no presentó grandes dificultades durante esta sesión y las más significativas fueron relacionadas con la verbalización y la justificación de las acciones realizadas, dificultad ya señalada por Ames (1946).

5.2.2. Resultados de la 3º Sesión.

En la primera escucha en la que no se proporciona al alumnado ningún material, la mayoría de alumnos optaron por contar los segundos que duraba cada canción de forma mental. Una alumna propuso el uso del cronómetro, pero se le indicó que estaba prohibido. No obstante, hubo muchos alumnos que se limitaron a escuchar y cantar las canciones sin llevar a cabo ningún tipo de técnica que les permitiera averiguar qué canción duraba más. Cuando se les preguntaba cuál creían que era la canción con mayor duración las respuestas eran variadas: algunos respondían con un “no sé”, otros repetían las respuestas que habían dado otros compañeros del grupo y otros respondían según su propia intuición o al azar. Sin embargo, a la hora de reflejarlo en la hoja de registro, se dio prioridad al conteo en todos los grupos (véase Figura 21). De lo cual podemos deducir que el alumnado le otorga una mayor validez a esta técnica frente a las demás.

Figura 21

Respuesta del grupo 4 a la primera tarea de la hoja de registro de la sesión 3.

Habéis escuchado dos canciones, ¿cuál de ellas dura más tiempo, la primera, la segunda o tienen la misma duración? Rodea.

La primera La segunda Tienen la misma duración

¿Cómo lo habéis sabido?

Contando los segundos que dura cada canción

En la segunda tarea, en la cual los alumnos contaron con un reloj de arena que podían usar como objeto intermedio en la comparación, no se presentaron grandes dificultades (véase Figura 22). Las mayores complicaciones vinieron a la hora de reflejar en la hoja de registro las justificaciones de las acciones que habían hecho de forma prácticamente natural. Para ello la docente preguntó “¿En qué os habéis fijado para poder saber qué canción duraba más? ¿Qué aspecto tenía cada reloj de arena cuando terminó cada canción? ¿Qué significa eso?”.

Figura 22

Respuesta del grupo 1 a la segunda tarea de la hoja de registro de la sesión 3.

Vais a volver a escuchar las dos canciones, pero esta vez podréis usar un reloj de arena. ¿Cuál de las canciones dura más tiempo la primera, la segunda o tienen la misma duración? Rodea.

La primera

La segunda

Tienen la misma duración

¿Cómo lo habéis sabido?

Porque en la primera dieron la vuelta y en la segunda no.

En la tercera tarea, en la que se presentan dos nuevas canciones que no pueden ser comparadas con el método anterior, surgieron disparidad de respuestas. Por un lado, hubo alumnos que al ver que a simple vista la cantidad de arena parecía similar, dedujeron que ambas canciones tendrían la misma duración (véase Figura 23). Por otro lado, otro grupo afirmó que en la segunda vez había caído más arena.

Figura 23

Respuesta del grupo 3 a la tercera tarea de la hoja de registro de la sesión 3.

A continuación, vais a escuchar dos canciones diferentes. ¿Cuál de ellas dura más tiempo, la primera, la segunda o tienen la misma duración? Rodea.

La primera

La segunda

Tienen la misma duración

¿Cómo lo habéis sabido?

Por que tenía la misma cantidad de arena en las dos tareas.

Destacar que cuando se les preguntó sobre las diferencias con las tareas anteriores, un grupo afirmó que no había ninguna diferencia entre ambas tareas. Esta visión se mantuvo a pesar de las preguntas guía reiteradas por la docente. En cuanto al resto de grupos, dos de ellos no indicaron las nuevas acciones realizadas, sino que explicaron las diferencias que habían encontrado (véase Figura 24). En el grupo restante se indicó que la estrategia empleada había

sido el recitado de la secuencia numérica para medir una canción y el reloj de arena para medir la otra. De esta forma, se observa que estos alumnos no han interiorizado que es necesaria la utilización de un mismo método para realizar comparaciones correctas.

Figura 24

Respuesta del grupo 2 a la tercera tarea de la hoja de registro de la sesión 3

¿Habéis notado alguna diferencia respecto a las dos tareas anteriores?

Sí

Si habéis notado alguna diferencia, ¿habéis hecho algo diferente en esta ocasión?

¿El qué?

Que han durado lo mismo

Finalmente, en la última tarea, en la cual los alumnos contaron con un reloj de arena casero que podían llenar según la cantidad de arena que considerasen oportuna, no hubo grandes dificultades. Dos de los cuatro grupos fueron capaces de crear un objeto intermedio, respondieron correctamente y las justificaciones fueron “porque en la canción 1 se ha caído casi toda [la arena] y en la 2 se ha caído toda” o similares (véase Figura 25).

Figura 25

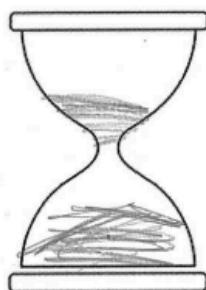
Respuesta del grupo 1 a la cuarta tarea de la hoja de registro de la sesión 3.

¿Cómo lo has sabido?

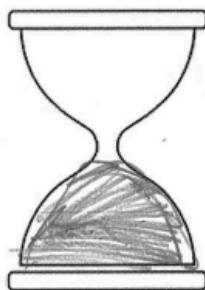
en la canción 1 se ha caído todo y en la 2 se ha caído todo

Pinta la cantidad de arena que había al final de cada canción.

CANCIÓN 1



CANCIÓN 2



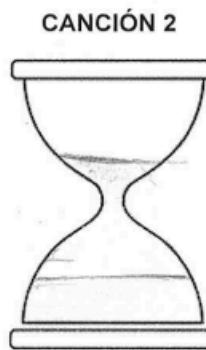
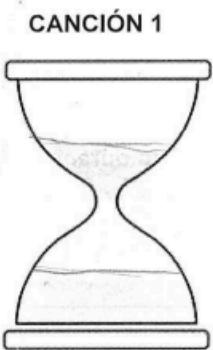
Los dos grupos restantes obtuvieron un resultado cercano que les permitió observar a simple vista que el nivel de arena era diferente. Sin embargo, uno de ellos respondió correctamente justificando que “en la canción 2 quedaba menos arena”, mientras que en el otro grupo se contestó incorrectamente. De igual forma, se proporcionó una justificación menos precisa (véase Figura 26). De esto se puede deducir una falta de comprensión de la relación que guarda el traspaso de la arena con el transcurso del tiempo.

Figura 26

Respuesta del grupo 2 a la cuarta tarea de la hoja de registro de la sesión 3.

La primera	La segunda	Tienen la misma duración
¿Cómo lo has sabido? <u>le hemos girado cuando ha empezado la can-</u> <u>ción</u>		
<hr/>		

Pinta la cantidad de arena que había al final de cada canción.



5.2.3. Resultados de la 4º Sesión.

Durante esta sesión, la principal dificultad fue ver las razones que se establecían entre los diferentes relojes de arena debido a una medición imprecisa. Esto explica que a la hora de realizar las preguntas de razonamiento multiplicativo, lo que realizase el alumnado en su lugar fuese una comparación entre el número natural de vueltas que había dado cada reloj, en ocasiones estableciendo relaciones aditivas entre ellos. Entre las causas de dicha medición imprecisa encontramos, en primer lugar, que algunos alumnos añadían una vuelta de más al conteo ya que, o consideraban que el primer giro, dado para iniciar el reloj, ya era una vuelta, o consideraban que al final de la canción debía contarse el inicio de la siguiente vuelta

aunque la canción hubiese terminado. A pesar de que la docente aclaró esto varias veces y los alumnos lo corregían, continuaban realizando el mismo error cuando pasaban al siguiente ejercicio. Esto se puede observar en la Figura 27, en la que en la primera tabla se ha borrado el número 3 y se ha escrito 2 para el reloj amarillo tras la explicación de la docente, pero luego ha vuelto a aparecer el error en la segunda tabla (véase Figura 28).

Figura 27

Respuesta del grupo 4 a la primera tarea de la hoja de registro de la sesión 4.

Vais a escuchar una canción. En la tabla apuntad el color del reloj y cuántas vueltas le tienes que dar.

Color del reloj de arena	Número de vueltas
Negro	7
Rojo	4
Azul	13
Amarillo	2

Figura 28

Respuesta del grupo 4 a la segunda tarea de la hoja de registro de la sesión 4.

Color del reloj de arena	Número de vueltas
Negro	7
Amarillo	3

En segundo lugar, muchos alumnos giraron el reloj antes de tiempo o con posterioridad a la finalización de la caída de la arena, debido a la impaciencia o distracciones, a pesar de las advertencias y aclaraciones de la docente.

Finalmente, algunos alumnos no prestaban atención a la tarea y cuando llegaba el momento del registro decían un número aproximado de vueltas. Esto queda reflejado, por ejemplo, en la Figura 29, ya que se indica que el número de vueltas del reloj amarillo es 4 cuando el resultado debería ser 2, pues la canción dura 2 minutos y el reloj mide 1 minuto, siendo una diferencia considerable. Además, el reloj amarillo, al ser el de mayor duración, es el que menos margen de error tiene, pues da menos pie a que los alumnos giren antes o después de tiempo el reloj.

Figura 29

Respuesta del grupo 3 a la primera tarea de la hoja de registro de la sesión 4.

Color del reloj de arena	Número de vueltas
Negro	8
Rojo	5
Arena	72
Amarillo	4

Debido a esta serie de errores, las mediciones fueron imprecisas y en consecuencia, las relaciones no fueron apreciadas por el alumnado. Por ello la docente decidió que los alumnos se centrasen solo en aquellos casos en los que se observaba fácilmente una relación pues se obtenían números pares. En el grupo en el que se midió correctamente el reloj amarillo (2 vueltas) y el reloj rojo (4 vueltas), la docente indicó a los alumnos que se centrasen únicamente en esos casos para pensar el tipo de relación que podía existir entre ellos. Hubo 2 grupos que identificaron que en un caso se daba el doble de vueltas que en el otro. El grupo de la Figura 30 comprendió y expresó la relación mediante las preguntas guía de la docente, pero por escrito no lo hizo correctamente, pues expresó suma y no multiplicación. Esto puede deberse a las dificultades de verbalización comentadas previamente por Ames (1946).

Figura 30

Respuesta del grupo 2 a la primera tarea de la hoja de registro de la sesión 4.

¿Observáis alguna relación entre los distintos relojes de arena cuando miráis la segunda columna (la que indica el número de vueltas)?

Entre el amarillo y el negro hay que darle cuatro vueltas más.

Destacar que en este caso la comparación multiplicativa establecida era “cuatro veces más” que supone mayor dificultad que “el doble”, motivo por el que pudo surgir el error. Finalmente, un grupo simplemente comparó qué cifras eran mayores que otras (véase Figura 31).

Figura 31

Respuesta del grupo 1 a la primera tarea de la hoja de registro de la sesión 4.

¿Observáis alguna relación entre los distintos relojes de arena cuando miráis la segunda columna (la que indica el número de vueltas)?

El amarillo es menor que el rojo.
El rojo es mayor porque da 4.

Debido a los errores cometidos al inicio del ejercicio, fue complicado completar las siguientes preguntas pues dependían de los datos registrados en la primera tabla. En los casos en los que se podía establecer una relación de forma sencilla, la docente animó al alumnado a pensar en las veces que se giraba el reloj en cada caso y en las relaciones que se establecían. Posteriormente, les indicaba que la misma razón se debería aplicar en el caso propuesto en la pregunta.

En aquellas preguntas en las que no se podía establecer fácilmente una relación, se indicó al alumnado que lo comprobasen por sí mismos con el material y reflexionasen sobre los datos obtenidos. No obstante, no todos los grupos llegaron a completar el ejercicio debido a distracciones o discusiones entre los alumnos por el manejo del material.

En la segunda tarea, solo se realizó el conteo con dos relojes debido a la falta de tiempo. No obstante, debido a la imprecisión de las mediciones fue complicado establecer una diferencia con la anterior tarea, pues en ambos casos se obtuvieron números de vueltas tanto exactos como inexactos. En consecuencia, se decidió poner el foco sobre la necesidad de ser exactos en las mediciones, para lo cual la docente indicó que se comparasen los resultados de esta tabla con los resultados de la anterior y se anotasen las diferencias observadas. Sin embargo, a pesar de que todos los grupos comentaron esas diferencias a la docente de forma oral, solo un grupo las reflejó en la hoja de registro (véase Figura 32).

Figura 32

Respuesta del grupo 4 a la segunda tarea de la hoja de registro de la sesión 4.

¿Habéis observado alguna diferencia en comparación con la tarea anterior?

Sí

En caso de que así sea, ¿cuál?

En el amarillo aro estres

¿Qué cambios tendrías que hacer para que el resultado sea un número exacto?

Contar lo que ceda

En uno de los grupos, en la primera medición no obtuvieron números exactos de vueltas y en la segunda sí (véase Figura 33).

Figura 33

Respuesta del grupo 3 a la segunda tarea de la hoja de registro de la sesión 4.

¿Habéis observado alguna diferencia en comparación con la tarea anterior?

Antes quedaba una poca arena por ceder

En caso de que así sea, ¿cuál?

Y ahora no a quedarse arena

¿Qué cambios tendrías que hacer para que el resultado sea un número exacto?

contando los segundos

Otro de los grupos, no explicó las diferencias encontradas pues rellenó la pregunta con la respuesta de la siguiente pregunta. (véase Figura 34)

Figura 34

Respuesta del grupo 2 a la segunda tarea de la hoja de registro de la sesión 4.

¿Habéis observado alguna diferencia en comparación con la tarea anterior?

SI

En caso de que así sea, ¿cuál?

Contar el tiempo que queda

¿Qué cambios tendrías que hacer para que el resultado sea un número exacto?

Y el último grupo se limitó a comparar los resultados de la segunda tarea entre sí (véase Figura 35).

Figura 35

Respuesta del grupo 1 a la segunda tarea de la hoja de registro de la sesión 4.

¿Habéis observado alguna diferencia en comparación con la tarea anterior?

SI

En caso de que así sea, ¿cuál?

El azul es mayor

¿Qué cambios tendrías que hacer para que el resultado sea un número exacto?

El azul 72

En cuanto a las estrategias ideadas para ser más precisos, todos los alumnos pensaron en el conteo y la docente indicó que se darían palmas para marcarlo. Destacar que ningún alumno pensó en calcular el número de palmas en base a una multiplicación del número de vueltas por el valor de segundos del reloj de arena que tenían. Una vez realizado el ejercicio y al ver que había disparidad de resultados, debido a que la duración de la canción hacía que algunos alumnos acabasen yendo más rápido que otros, se decidió medir el reloj de color azul. No

obstante, aún así hubo algunos alumnos que contaron más rápido los segundos dando lugar a diferentes resultados (véase Figura 36).

Figura 36

Respuesta del grupo 3 a la segunda tarea de la hoja de registro de la sesión 4.

Finalmente, anotad cuánto dura el reloj de color azul con la nueva propuesta acordada por toda la clase.

1 vuelta del reloj de color azul = 8 segundos

Por ello la docente decidió hacer el conteo frente al alumnado para mostrar que duraba 10 palmas (segundos). Posteriormente, se hicieron en gran grupo las razones que permitían calcular el número de palmas que duraban los demás relojes, debido a que ninguno de los grupos había hecho todas las mediciones correctamente. La docente apuntó en la pizarra las que eran correctas y se hizo el ejercicio entre todos. De esta forma, se pudieron sacar más fácilmente las razones entre todos, mediante la participación de al menos un alumno por grupo. Para facilitar la realización de la tarea la docente hizo preguntas como “¿Qué relación hay entre 2 y 4? ¿Si multiplicamos algún número por 2 nos da 4? ¿Y entre 8 y 2?”. Al finalizar la tarea, cuando la docente señaló el caso del reloj amarillo muchos alumnos se dieron cuenta de la relación que existía con el minuto diciendo frases como “ahh es que la de 60 segundos es 1 minuto” y “entonces el reloj amarillo es un minuto”. Cabe destacar que la docente en ningún momento hizo mención al minuto ni al segundo. La aparición de este último puede deberse a que la mayoría de los alumnos idearon como estrategia el conteo de segundos.

5.2.4. Resultados de la 5º Sesión.

En la primera tarea, volvieron a aparecer imprecisiones durante la medición, aunque en menor medida pues se volvió a hacer énfasis en la importancia de realizar una correcta medición. No obstante, y a pesar de la vigilancia por parte de las docentes, hubo varios alumnos que sacudieron ambos relojes durante la medición, no giraron el reloj de 1 minuto cuando debían o no hacían la marca cuando tocaba.

Sin embargo, todos los alumnos comprendieron que la cantidad de magnitud que contenía su reloj de arena se averigua mirando el número de marcas que habían realizado, y que cada

marca simbolizaba una vuelta del reloj amarillo, siendo esta la unidad que se había tomado como referencia. Por otro lado, también comprendieron que con el nuevo reloj de arena, si quisieramos medir algo que dura menos, no sería necesario dar vueltas al reloj y simplemente habría que mirar por qué marca va la arena (véase Figura 37).

Figura 37

Respuesta del grupo 1 a la primera tarea de la hoja de registro de la sesión 5.

¿Cuál es la unidad de tiempo que representa vuestro reloj de arena? (Indicad en qué os fijáis para saber el valor numérico)

El reloj amarillo, nuestro reloj de arena tiene 6 vueltas, nos empejamos en las marcas

¿Cómo utilizaríais el reloj de arena que habéis construido para medir la duración de las canciones que hemos estado escuchando en las clases anteriores? (Nota: Recordad que las canciones tenían una duración menor a tres minutos)

Marcar las señales

En cuanto a la segunda tarea, sorprendió que todos los alumnos optaron por tumbar la botella al lado de la tira de papel y copiar la altura a la que estaban las marcas. De esta acción se extrae que los alumnos no ven que el objeto sobre el que se hace la representación influye en la misma y en las decisiones que se tienen que tomar a la hora de realizarla. Lo que hacen los alumnos es intentar adaptar la información que tienen al nuevo objeto que se les ha proporcionado sin reflexionar sobre lo que esto representa. Sin embargo, a la hora de realizar esta división en la tira de papel dibujada en la hoja de registro, las decisiones variaron. Dos grupos optaron por hacer el mismo número de marcas que habían obtenido en la botella, sin prestar atención a la separación entre las mismas y sin tener en cuenta que la última línea debía coincidir con el final de la tira o que se debía indicar que sobraba (véase Figura 38).

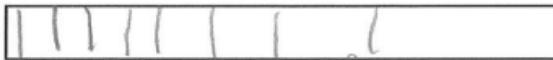
Figura 38

Respuesta del grupo 1 a la segunda tarea de la hoja de registro de la sesión 5.

Ahora vamos a pasar la información que hemos dibujado en las botellas a la tira de papel que os dará la profesora. Explicad qué hacéis sobre la tira de papel.

Hemos puesto la botella al lado y lo hemos dividido.

Marcad sobre el siguiente dibujo las acciones que habéis hecho sobre el material.



Hemos pintado 6 líneas.

Por otro lado, un grupo comenzó poniendo la botella al lado de la tira dibujada en la hoja de registro e intentando copiarla. Al darse cuenta de que las marcas se salían de la tira, midieron la longitud de la tira con una regla y la dividieron en partes iguales. Les sobró un trozo de tira que indicaron como sobrante (véase Figura 39).

Figura 39

Respuesta del grupo 4 a la segunda tarea de la hoja de registro de la sesión 5.

Ahora vamos a pasar la información que hemos dibujado en las botellas a la tira de papel que os dará la profesora. Explicad qué hacéis sobre la tira de papel.

Hemos puesto la botella al lado y hemos medido cuanta distancia habrá de rayar a rayar.

Marcad sobre el siguiente dibujo las acciones que habéis hecho sobre el material.



Medimos la regla en partes iguales.

Finalmente, un grupo puso la tira de papel que habían marcado al lado de la dibujada en la hoja y marcó sobre esta última los mismos tramos, sin importar si estos se salían del dibujo (véase Figura 40).

Figura 40

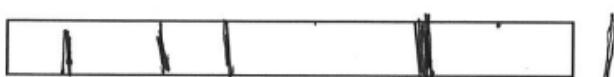
Respuesta del grupo 3 a la segunda tarea de la hoja de registro de la sesión 5.

TAREA 2

Ahora vamos a pasar la información que hemos dibujado en las botellas a la tira de papel que os dará la profesora. Explicad qué hacéis sobre la tira de papel.

Ponean en la botella el lado de las marcas

Marcad sobre el siguiente dibujo las acciones que habéis hecho sobre el material.



Hemos puesto la tira al lado y hemos hecho las marcas

Debido a que la mayoría de los grupos utilizaron la misma estrategia en ambos casos, no observaron diferencias, aunque en algunos casos las marcas sobresalieran de la tira. Por otro lado, el grupo que utilizó la regla para hacer partes iguales, a pesar de que usó diferentes procedimientos, no fue capaz de darse cuenta de ello, a pesar de las preguntas guía realizadas por la docente (véase Figura 41).

Figura 41

Respuesta del grupo 4 a la segunda tarea de la hoja de registro de la sesión 5.

Pensad. ¿Qué diferencias observáis entre las marcas que habéis hecho en la botella y las que habéis hecho en la tira?

No

No obstante, en la tarea 3 donde se representaban intervalos de 5 minutos, los alumnos asumieron de forma natural que estos tenían que ser iguales. En dos grupos se asumió que se tenía que usar la regla para asegurar que los tramos eran iguales, mientras que en uno de los grupos se realizaron pliegues para hacerlo. El grupo restante empezó utilizando la regla pero acabaron usando los pliegues. Destacar que uno de los grupos indicó los intervalos de 5 minutos y el minuto.

En cuanto al lugar en el que escribieron las cifras asociadas a las marcas, dos grupos situaron la cifra en mitad de la franja; otro lo situó sobre la marca, pero debido a los múltiples

pliegues que se habían realizado acabó escribiendo en mitad de los pliegues; finalmente, uno de los grupos que utilizó la regla hizo una marca en el lugar dónde había realizado la marca de la medición y sobre ella colocó la cifra. Esto indica que algunos alumnos todavía no han comprendido que la cifra en esta ocasión debe situarse sobre la marca y no dentro del intervalo, pues no indica la duración de ese intervalo.

En cuanto a la longitud de las tiras, la mayoría paró cuando llegó a las 12 marcas. No obstante, un grupo contestó que realizaron marcas “hasta llegar a los 65 minutos”, aunque después en la segunda pregunta respondieran que en la tira que habían realizado había 50 minutos (véase Figura 42). En la tira realizaron marcas hasta los 60 minutos pero en la última no hicieron ninguna anotación, por lo que la última anotación era “55 minutos” y es posible que a la hora de trasladarlo al registro hubiera un error.

Figura 42

Respuesta del grupo 1 a la tercera tarea de la hoja de registro de la sesión 5.

Apoyándote en la tira de papel construye un objeto que presente intervalos de 5 minutos de duración (dibuja las marcas sobre la nueva tira de papel).

¿Cuántas marcas habéis hecho? actallegoe a 65 minutos

¿Cuántos minutos se representan en la tira de papel que habéis construido?

50

En cuanto al resto de los grupos, todos respondieron que su tira de papel representaba un total de 60 minutos (véase Figura 43).

Figura 43

Respuesta del grupo 2 a la tercera tarea de la hoja de registro de la sesión 5.

Apoyándote en la tira de papel construye un objeto que presente intervalos de 5 minutos de duración (dibuja las marcas sobre la nueva tira de papel).

¿Cuántas marcas habéis hecho? 12

¿Cuántos minutos se representan en la tira de papel que habéis construido?

60

Finalmente, en la última pregunta, todos vieron la semejanza con el reloj analógico (véase Figura 44), aunque la primera respuesta de algunos fuese que “se parecía a una corona”.

Figura 44

Respuesta del grupo 3 a la tercera tarea de la hoja de registro de la sesión 5.

A continuación, unid los dos extremos de la tira. ¿Os recuerda a algo?

Aun Reloj

Debido a la falta de tiempo, no se pudo suministrar al alumnado las pegatinas blancas con los indicadores. No obstante, se les indicó que marcasen el tiempo en la tira y posteriormente la docente pasaba con el modelo ya creado y les mostraba cómo sería su tira una vez estuviera finalizada. Primero se les mostraba el lado que habían realizado ellos y posteriormente el contrario.

Cuando se comparó la tira con marcas de 5 minutos con el reloj del aula, un par de alumnos dijeron “ese (señalando al de la pared del aula) está mal”, para indicar que el reloj debería indicar los minutos y no las horas. Sin embargo, cuando se les mostraba la otra forma de enumerar las franjas, veían que en el caso del reloj analógico de la pared se marcaba el número de particiones y no el número de minutos que se representaban, de tal forma que, al mismo tiempo, las cifras del reloj de la pared enumeraban las horas, en lugar de los minutos.

5.2.5. Resultados del cuestionario final

Al finalizar la implementación de la propuesta, los alumnos volvieron a realizar la pregunta 5 del cuestionario inicial (véase anexo 3). Dicha pregunta consistió en cinco frases, las cuales comparaban duraciones de eventos temporales y que los alumnos debían clasificar en función de si eran verdaderas o falsas. En términos generales, la comparación de ambos resultados muestra una ligera mejoría tras la implementación de la propuesta didáctica (véase anexo 10). También es reseñable que en el primer cuestionario realizado hubo dos alumnos que no respondieron a ninguna de las preguntas, mientras que en esta ocasión todos los alumnos respondieron. No obstante, hubo frases en las que más alumnos respondieron incorrectamente en comparación con los resultados del cuestionario inicial.

Una de estas frases fue la primera, la frase A, pues mientras en el cuestionario inicial 13 alumnos respondieron correctamente, 5 erróneamente y 2 no respondieron, en el cuestionario final 12 respondieron correctamente y 8 erróneamente. Algo similar sucede en la frase D, donde en ambas situaciones el número de respuestas correctas es el mismo (14), pero aumenta en dos el número de respuestas erróneas en el caso del segundo cuestionario. Y es especialmente reseñable esta situación porque el aumento en el número de respuestas erróneas no se debe en la mayoría de los casos a los dos alumnos que no habían respondido en el cuestionario inicial, sino que son en su mayoría alumnos que respondieron correctamente en el cuestionario inicial, pero cambiaron su respuesta en el cuestionario final. Esto refleja que en una parte del alumnado los conceptos temporales no están todavía claros y se toman las decisiones de una forma casi arbitraria, algo que ya recalcó Murray (1969), pues errores relacionados con la concepción del tiempo se mantienen hasta los últimos cursos de la primaria.

No obstante, en las otras tres frases hubo una mejora en el número de respuestas correctas. En el caso de la frase B se pasó de 13 respuestas correctas a 16 y de 5 respuestas erróneas a 4. Algo similar sucede en la frase C donde se pasó de 11 respuestas correctas a 14 y de 7 respuestas erróneas a 6. Finalmente, es especialmente destacable el caso de la última frase, la frase E, pues había sido en la que más alumnos habían fallado en el test inicial, un total de 11 alumnos, lo que representa más de la mitad de la clase. En el caso del segundo test, el número de respuestas erróneas disminuyó pasando a ser 10 y el número de respuestas correctas aumentó pasando de 7 a 10.

Por lo tanto, vemos que hay una ligera mejora tras la implementación de la propuesta. No obstante, hay que tener en cuenta lo que ya recalcaron Piaget (1978) y Murray (1969) con sus experimentos, y es que en muchos casos la adquisición de una correcta comprensión de la magnitud depende del desarrollo psicoevolutivo del infante, pues determinados elementos solo son adquiridos al llegar a la adolescencia, es decir, a la etapa de las operaciones formales.

6. CONCLUSIONES

6.1. Conclusiones del trabajo

Primeramente, en aspectos generales se han cumplido los objetivos planteados previos a la elaboración de este trabajo. Se ha proporcionado una base teórica que ha servido como los cimientos sobre los que se ha sustentado la totalidad del trabajo, principalmente basada en las aportaciones hechas por Chamorro et al. (2005), Piaget (1978), Murray (1969) y Arteaga-Martínez et al. (2022), tanto respecto al trabajo de la magnitud tiempo en el área de primaria como desde la perspectiva psicoevolutiva. Igualmente, se ha realizado un análisis de libros de texto que muestra que, en la magnitud tiempo, se continúa realizando una instrucción centrada en la lectura y representación en el instrumento de medida, el cual se limita prácticamente en su totalidad al reloj analógico y digital, con escasas o nulas actividades de ordenación y comparación. Este énfasis también ha quedado reflejado en los currículos analizados, tanto nacionales como internacionales.

En base a estos fundamentos, se ha presentado una propuesta que ha tenido en cuenta, no solo las directrices curriculares vigentes, sino también la revisión del marco teórico llevado a cabo y los análisis de libros de texto y currículos realizados. Esto ha llevado a crear una propuesta basada en el trabajo del tiempo desde las tareas que preceden a la lectura del instrumento de medida señaladas por Chamorro et al., (2005) y que lleve al alumnado a tener una comprensión de la magnitud, mediante el trabajo experimental y una metodología basada en el trabajo en equipo, que fomenta el debate matemático y la comunicación tanto oral como escrita.

En relación con los resultados obtenidos en la implementación, el cuestionario inicial basado en los ejercicios más comunes presentados en los libros de textos mostró que, a pesar de la enseñanza centrada en el reloj, los alumnos seguían presentando dificultades, especialmente con aquellas horas que implicaban leer o representar horas a “menos cuarto”. Igualmente, presentaron dificultades en la comparación de duraciones de eventos que no tenían un comienzo simultáneo. La propuesta didáctica presentada permitió a los alumnos realizar tareas de estimación, ordenación temporal, comparación directa, comparación con objeto intermedio, medida con unidades arbitrarias, para finalmente conectar con el sistema legal y el reloj analógico, secuencia que se basa en la propuesta por Chamorro et al. (2005).

En lo referente a aquellas limitaciones presentadas y las modificaciones que se podrían realizar en futuras implementaciones, se destacan las siguientes. En primer lugar, en cuanto a aspectos concretos de las tareas, en el caso de la segunda tarea de la sesión 4, sería recomendable realizar la tarea con 1 solo reloj debido a que, si no se hace, los alumnos tienden a comparar los resultados entre los relojes usados en la segunda tarea y no con los resultados obtenidos en la primera tarea.

En la segunda tarea de la sesión 5, en el momento en el que los alumnos no ven que sobre el objeto cambie la forma de representación e intentan adaptar la información que tienen al nuevo objeto que se les proporciona sin reflexionar sobre lo que representa, se les debería preguntar "y ¿no tendría sentido que si todas estas marcas simbolizan lo mismo tengan la misma duración?". De igual forma, otra limitación ha sido el tipo de respuesta demandada en la 5º pregunta del test inicial (véase anexo 3) o en las dos últimas preguntas de la tarea 3 de la segunda sesión (véase anexo 4), pues no permite explorar la comprensión del estudiante en profundidad.

Relacionado con esto último, hubiera sido enriquecedor realizar entrevistas individuales para obtener información sobre las justificaciones de las acciones del alumnado, especialmente en los cuestionarios inicial y final. No obstante, debido a la limitación del tiempo no fue posible. Igualmente, contar con una mayor cantidad de tiempo hubiera sido aconsejable en la 4º sesión pues los alumnos mostraron dificultades con la medida con relojes de arena y las preguntas de razonamiento multiplicativo.

6.2. Conclusiones personales

En cuanto a las conclusiones personales, este trabajo me ha permitido por primera vez realizar un trabajo académico de gran calibre. Igualmente, he podido integrar todas las competencias que he ido adquiriendo a lo largo de la titulación en las diferentes materias y he aplicado los conocimientos adquiridos en la elaboración del presente trabajo. Todo esto ha contribuido a aumentar mi comprensión del aprendizaje como un proceso global y a lo largo de la vida.

Por otro lado, me ha permitido ser más crítica y me ha permitido reflexionar sobre las ideas y prácticas educativas como, por ejemplo, sobre los materiales educativos y los libros de texto utilizados en el área de matemáticas.

En cuanto a una de las principales características de este tipo de trabajos académicos, la investigación, esta debe ser mencionada pues, mediante el uso de las Tecnologías de la Información y la Comunicación (TIC), he podido ampliar mis habilidades de investigación sobre la materia educativa a tratar, así como he aprendido a manejar y ser crítica con la información.

Finalmente, cabe destacar el que desde mi perspectiva es el aspecto más relevante que he adquirido en este proceso. Este es la capacidad de formación continua, debido a que gracias a este trabajo he aprendido cómo continuar formándome de manera autónoma con el fin de mejorar mi actuación docente. No obstante, cabe destacar que aunque este ha sido el trabajo con mayor grado de autonomía, también ha sido fundamental la figura del tutor como guía en este proceso, pues ha contribuido de manera significativa a la orientación en la elaboración del trabajo, así como la creación de una base para una formación continua y permanente.

7. REFERENCIAS

Ames, L. B. (1946). The development of the sense of time in the young child. *The Pedagogical Seminary and Journal of Genetic Psychology*, 68, 97–125.

Arteaga-Martínez, B., Pizarro, N. y Belmonte, J. M. (2022) Una ingeniería didáctica para la enseñanza de unidades temporales en educación primaria: el reloj digital. *Revista Complutense de Educación*, 33(4), 551-563.

Bernabeu, J., Garín, M., Casacuberta, A., Cusó, M., Pérez, M.N., Morales, F., Vidal, J.M., Navarro, A., Aranzubía, V. y equipo editorial SM. (2018). *Matemáticas. Segundo trimestre. 3 primaria*. SM

Bob Esponja - Clips España y Latinoamérica. (2021). *Bob Esponja atarse los cordones (Castellano)* [Archivo de Vídeo]. Youtube.
https://www.youtube.com/watch?v=K_8VuAfNh0U

Camacho, V. (2023). *Matemáticas 3er trimestre. 2 Primaria*. Santillana.

Campanario, J. M. (2001). ¿Qué puede hacer un profesor como tú o un alumno como el tuyo con un libro de texto como éste? Una relación de actividades poco convencionales. *Enseñanza de las Ciencias*, 19(3), 351-364.

Chamorro, C. y Belmonte, J. M. (1991). *El problema de la medida*. Síntesis.

Chamorro, M.C., Belmonte, J. M., Ruíz, M. L. y Vecino, F. (2005). *Didáctica de las matemáticas para educación infantil*. PRENTICE HALL.

Cobo, B. (2003). *Significado de las medidas de posición central para los estudiantes de secundaria*. [Tesis de Doctorado, Universidad de Granada]

Cruz, A., García, P. y Rodríguez, M. (2023). *Matemáticas. Edición anotada para el profesorado. 3 Primaria*. Santillana.

Cruz, T. (2010). Hay un amigo en mi [Canción]. En *Toy Story Music Mania*. Walt Disney Records/Pixar.

<https://open.spotify.com/intl-es/track/5xo6EfJOJhQGHIHv2RBIpB?si=9cc3d89ac381469c>

Danisova E. (2006). Política para la publicación de libros de texto en la República de Eslovaquia. *Primer seminario internacional de textos escolares*. Mineduc. Santiago.

Department for Education. (2013). *The national curriculum in England*.

Earnest, D. (2017). Clock Work: How Tools for Time Mediate Problem Solving and Reveal Understanding. *Journal for Research in Mathematics Education*, 48(2), 191-223.

Escolano, R. (2007). *Enseñanza del número racional positivo en Educación Primaria: un estudio desde los modelos de medida y cociente*. Servicio de Publicaciones de la Universidad de Zaragoza.

Fuertes, M.T., Balaguer, M.C. y Navas, M. (2015). *Matemáticas. Segundo trimestre. 3 Primaria*. Grupo edebé.

Gisela y Valls, I. (2014). Muéstrate [Canción]. En *Frozen 2 (Banda Sonora Original en Castellano/Deluxe Edition)*. Walt Disney Records.
<https://open.spotify.com/intl-es/track/43xwHOSjyISf53dA0ujdSb?si=377200805b3f4e56>

Iglesias Muñiz, J., López Miranda, T. y Fernández-Río, J. (2017). La Enseñanza de las Matemáticas a través del Aprendizaje Cooperativo en 2º Curso de Educación Primaria. *Contextos Educativos. Revista De Educación*, 47–64.

Krippendorff, K. (2013). *Metodología de análisis de contenido: Teoría y práctica*. Paidos.

Laclasedeptdemontse (7 de junio de 2015). Series temporales. *laclasedeptdemontse*.
<https://laclasedeptdemontse.wordpress.com/2015/06/07/series-temporales/>

Ministère de l'Éducation Nationale et de la Jeunesse. (2024). *Programme de mathématiques du cycle 1*.

Ministère de l'Éducation Nationale et de la Jeunesse. (2024). *Programme de mathématiques du cycle 2*.

Murray, F. B. (1969). Conservation Aspects of the Concept of Time in Primary School Children. *J Res Sci Teaching*, 6(3), 257–264.

Nick Jr. en Español. (2017). *Patrulla Canina España | La canción oficial de la serie (Música) | Nick Jr.* [Archivo de Vídeo]. Youtube.
https://www.youtube.com/watch?v=_hwBE-S1J-c

ORDEN ECD/1112/2022 [Departamento de educación, cultura y deporte]. Por la que se aprueban el currículo y las características de la evaluación de la Educación Primaria y se autoriza su aplicación en los centros docentes de la Comunidad Autónoma de Aragón. 18 de julio de 2022.

Piaget, J. (1978). *El desarrollo de la noción de tiempo en el niño*. Fondo de Cultura Económica.

Pino-Ceballos, J. y Blanco, L. J. (2008). Análisis de los problemas de los libros de texto de matemáticas para alumnos de 12 a 14 años de edad de España y de Chile en relación con los contenidos de proporcionalidad. *Publicaciones: Facultad de Educación y Humanidades del Campus de Melilla*, 38(0), 63–88.

Pizarro, N., Belmonte, J. M. y Arteaga-Martínez, B. (2020). Un análisis didáctico de la práctica docente en la enseñanza de la lectura del reloj analógico. *Educación XXI*, 23(1), 409-436.

Pons, R. M., González-Herrero, M. E. y Serrano, J. M. (2008). Aprendizaje cooperativo en matemáticas: Un estudio intracontenido. *Anales de Psicología*, 24(2), 253-261.

Real Decreto 157/2022 [Ministerio de Educación y Formación Profesional]. Por el que se establecen la ordenación y las enseñanzas mínimas de la Educación Primaria. 1 de marzo de 2022.

Reguera, M.P., García, M. J. y Sánchez, I. (2020). *Mate+ Matemáticas para pensar. 3 Primaria*. Santillana.

Remillard, J. T. (2000). Can curriculum materials support teachers' learning? Two fourth-grade teachers' use of a new mathematics text. *The Elementary School Journal*, 100(4), 331-350.

Sotsim Brawlfan DX. (2020). *Una casa de locos [♪] - Intro [Español de España HD]* [Archivo de Vídeo]. Youtube. <https://www.youtube.com/watch?v=1HIEL1XbBJA>

Squarepants, S. (2001). Pantalones Rotos - Castilian Spanish Version [Canción]. En *Grandes Éxitos De Bob Esponja Pantalones Cuadrados*. Viacom International Inc.
<https://open.spotify.com/intl-es/track/1Wvb0n7MmwgbWLwObbcRiB?si=3a2168484cb44a16>

Tarr, J. E., Chávez, Ó., Reys, R. E. y Reys, B. J. (2006). From the written to the enacted curricula: The intermediary role of middle school mathematics teachers in shaping students' opportunity to learn. *School Science and Mathematics*, 106(4), 191-201.